

SMD

Übungsblatt 02

Robin Eichhorn
robin.eichhorn@tu-dortmund.de

Maximilian Ernst
maximilian.ernst@tu-dortmund.de

Marc Quentin Führung
quentin.fuehring@tu-dortmund.de

Bearbeitung: 09.-14. November 2016
Abgabe: 14. November 2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Aufgabe 1

2 Aufgabe 2

3 Aufgabe 3

4 Fehlerfortpflanzung

4.1 a)

Ohne Korrelation:

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a_0} \cdot \sigma_{a_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial a_1} \cdot \sigma_{a_1}\right)^2} \quad (1)$$

$$= \sqrt{(\sigma_{a_0})^2 + (x^2 \cdot \sigma_{a_1})^2} \quad (2)$$

$$= \sqrt{0,04 + x^2 \cdot 0,04} \quad (3)$$

$$= 0,2\sqrt{1 + x^2} \quad (4)$$

Mit Korrelation:

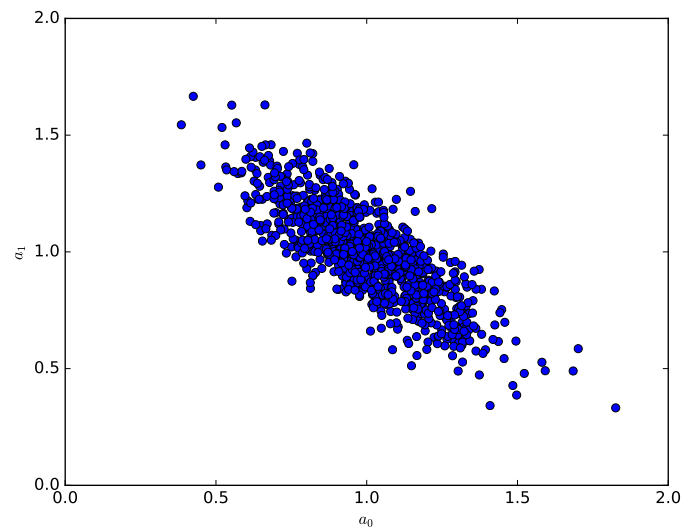
$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a_0} \cdot \sigma_{a_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial a_1} \cdot \sigma_{a_1}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial a_0}\right) \left(\frac{\partial y}{\partial a_1}\right) \cdot \text{cov}(a_0, a_1)} \quad (5)$$

$$= \sqrt{(\sigma_{a_0})^2 + (x^2 \cdot \sigma_{a_1})^2 + 2x\rho\sigma_{a_0}\sigma_{a_1}} \quad (6)$$

$$= \sqrt{0,04 + x^2 \cdot 0,04 + 2x \cdot (-0,032)} \quad (7)$$

$$= 0,2\sqrt{1 + x(x - 1,6)} \quad (8)$$

4.2 b)



Die beiden normalverteilten Zufallsverteilungen enthalten jeweils $n = 1000$ Einträge. Ihre Standardabweichungen sind $\sigma_{a_0} = 0,196\,553\,916$ und $\sigma_{a_1} = 0,201\,931\,815$. Die zu

den Verteilungen gehörenden Mittelwerte habe ich leider nicht mit aufgezeichnet. Da ich nicht noch die Zahlenwerte bei c) an andere Verteilungen anpassen möchte, fehlen sie hier, auch wenn sie interessant wären.

4.3 c)

Analytisch:

$$\mu_y = \mu_{a_0} + x \cdot \mu_{a_1} \quad (9)$$

$$= 1 + x \quad (10)$$

$$\sigma_y = 0,2\sqrt{1 + x(x - 1,6)} \quad (11)$$

$$y(-3) = -2,000\,000\,000 \pm 0,769\,415\,362 \quad = -2,0 \pm 0,8 \quad (12)$$

$$y(0) = 1,0 \pm 0,2 \quad (13)$$

$$y(3) = 4,000\,000\,000 \pm 0,456\,070\,170 \quad = 4,0 \pm 0,5 \quad (14)$$

$$y(3) = 4,000\,000\,000 \pm 0,456\,070\,170 \quad = 4,0 \pm 0,5 \quad (15)$$

Numerisch:

$$y(x) = a_0 + x \cdot a_1 \quad (16)$$

$$y(-3) = -1,993\,234\,617 \pm 0,774\,074\,662 \quad = -2,0 \pm 0,8 \quad (17)$$

$$y(0) = 1,000\,371\,543 \pm 0,196\,553\,916 \quad = 1,0 \pm 0,2 \quad (18)$$

$$y(3) = 3,993\,977\,704 \pm 0,460\,490\,551 \quad = 4,0 \pm 0,5 \quad (19)$$

Es ist zu erkennen, dass die numerisch simulierten Werte mit den analytisch berechneten Werten (auf signifikante Stellen gerundet exakt) Übereinstimmen. Es ist weder bei den Mittelwerten, noch bei den Standardabweichungen ein Muster in den Abweichungen zwischen analytisch und numerisch bestimmten Werten ersichtlich.

(Auch bei Wiederholungen mit anderen Zufallsverteilungen ändert sich dies nicht. Je größer die Zahl n der Einträge wird, desto genauer stimmen die numerischen Werte mit den analytisch berechneten überein, da auch die Verteilungen a_0 und a_1 den Vorgaben genauer entsprechen.)