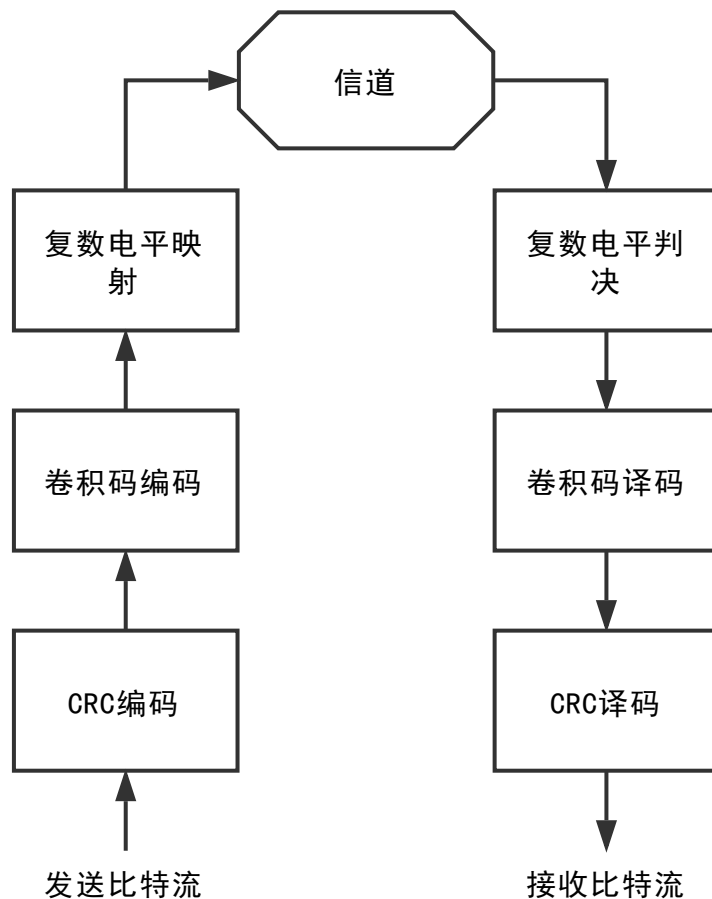


卷积码编解码

第6组 邓程昊 齐涛 徐泽来

提纲

- 1 复数电平映射
- 2 卷积码编译码
- 3 CRC模块
- 4 整体流程分析
- 5 传输任务设计



提纲

1 复数电平映射

- 场景一：BMPSK
- 场景一：PHIMAP
- 场景二：ASK

2 卷积码编译码

3 CRC模块

4 整体流程分析

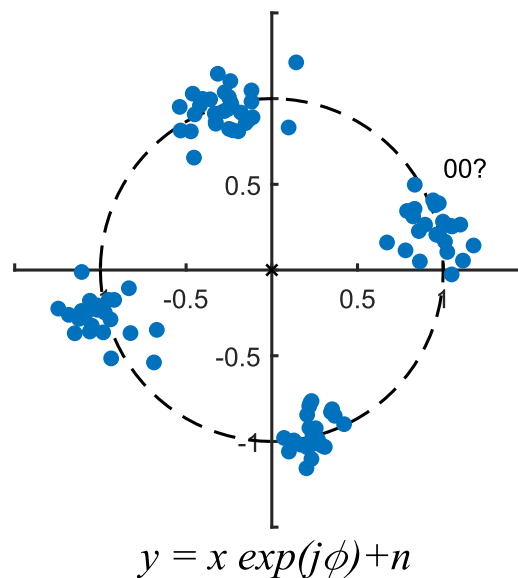
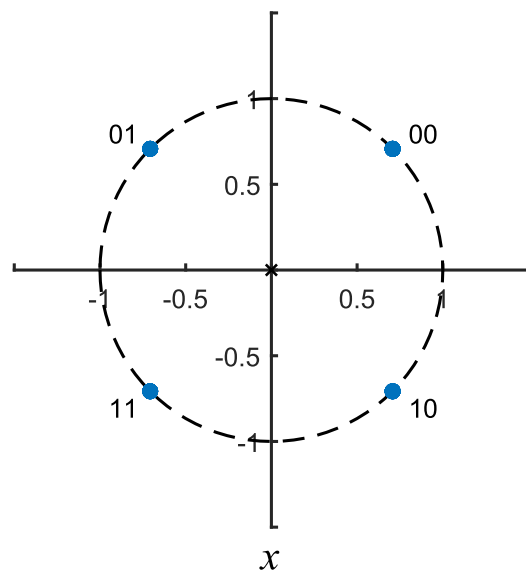
5 具体传输任务设计

1.1 场景一：BMP SK—映射

1.1 场景一：BMPSK—映射

- 信道分析

$$y = x \exp(j\phi) + n, \phi \text{ 不变}$$

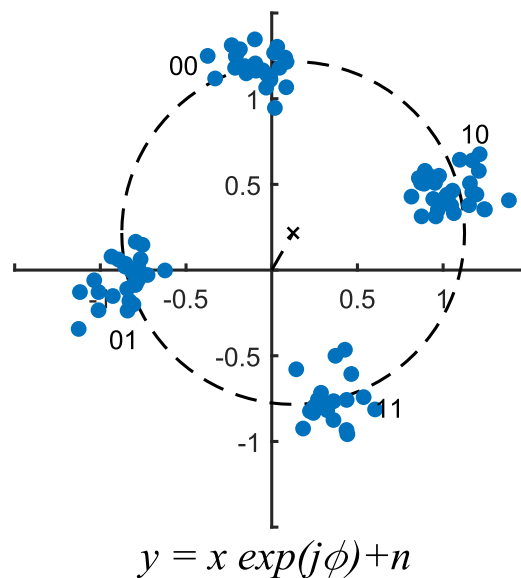
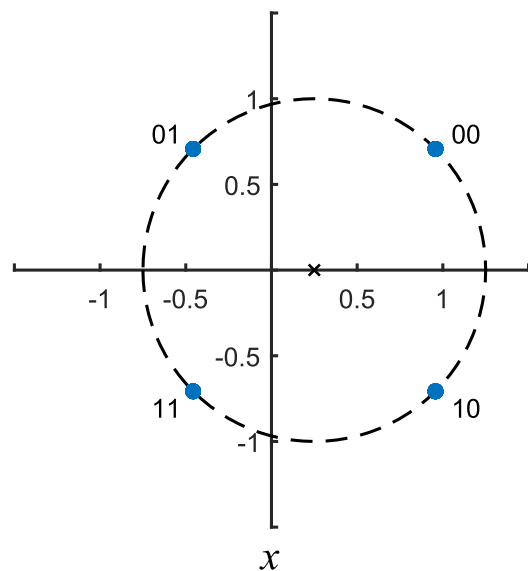


- 相对相位保留
- 绝对相位丢失

1.1 场景一：BMPSK—映射

- 电平设计

- 相移键控 (MPSK) $x_{MPSK} = A \cdot e^{i\theta(data)}$
- 直流偏置 (Bias) $x_{BMPSK} = x_{MPSK} + A \cdot bias_ratio$

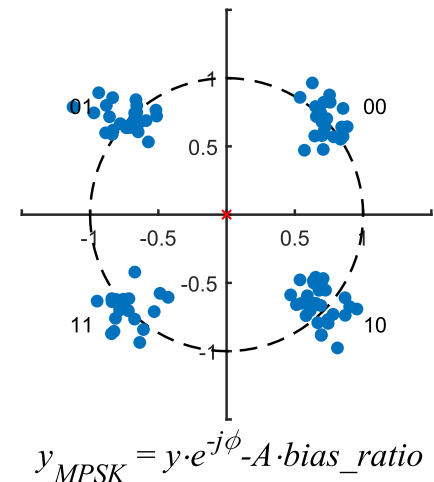
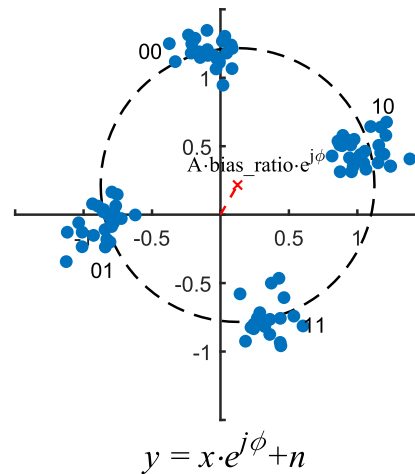
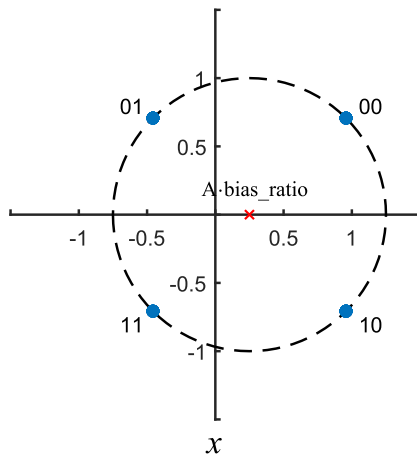


1.1 场景一：BMP SK—判决

1.1 场景一：BMPSK—判决

- 相位估计

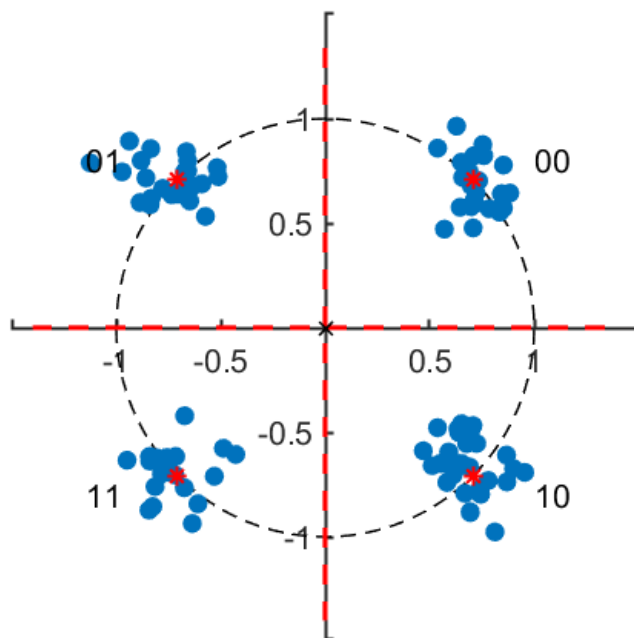
- $E(x) = E(x_{MPSK} + A \cdot bias_ratio) = A \cdot bias_ratio$
- $E(y) = E(xe^{j\phi} + n) = A \cdot bias_ratio \cdot e^{j\phi}$
- $\phi = angle(E(y)) \approx angle(\frac{1}{n} \sum_i y_i)$
- $y_{MPSK} = ye^{-j\phi} - A \cdot bias_ratio$



1.1 场景一：BMP SK—判决

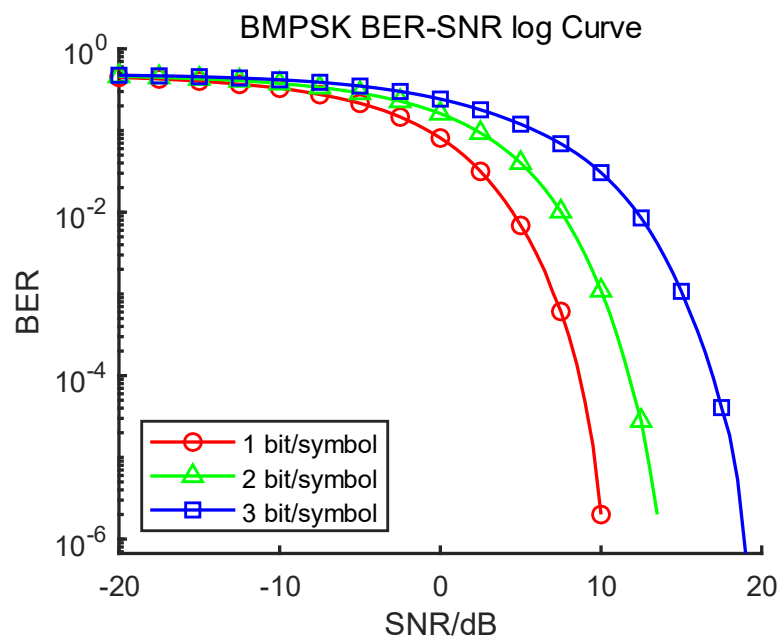
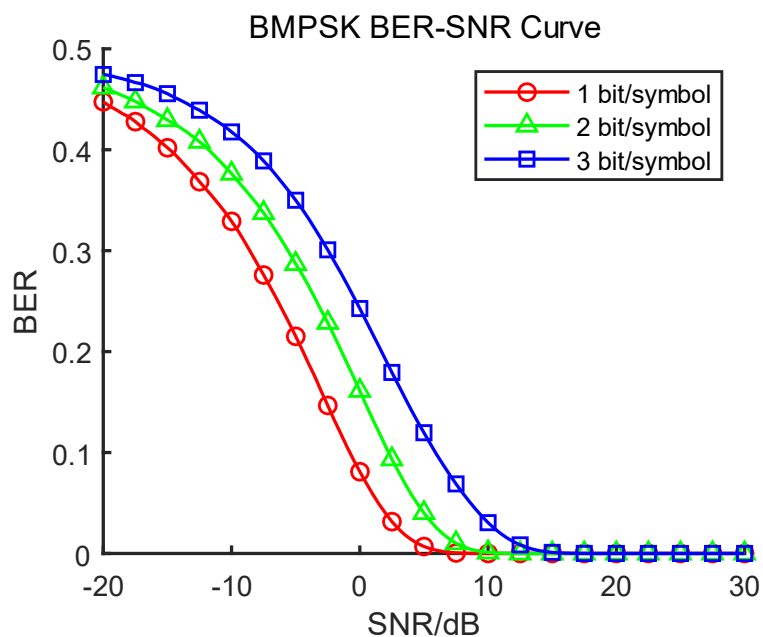
- 判据推导

- $P(x|y) = \frac{P(x)P(y|x)}{P(y)} \propto P(n = y - x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\|y-x\|^2}{2\sigma^2}}$
- 最大似然判决 \Leftrightarrow 欧氏距离判决 \Leftrightarrow 角度判决



1.1 场景一：BMP SK—判决

- 仿真结果



1.1 场景一：BMP SK—折衷

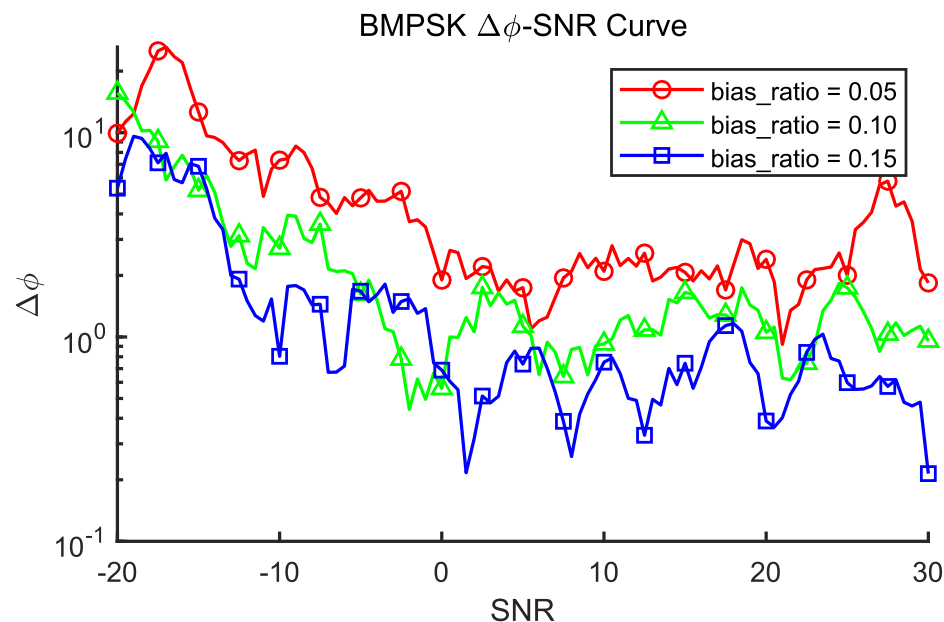
1.1 场景一：BMPSK—折衷

- 定性分析

- bias_ratio越大，相位估计越准

$$\phi = \text{angle}(E(y)) = \text{angle}(E(xe^{j\phi} + n))$$

$$\tilde{\phi} = \text{angle}(A \cdot \text{bias_ratio} \cdot e^{j\phi} + \text{mean}(n))$$

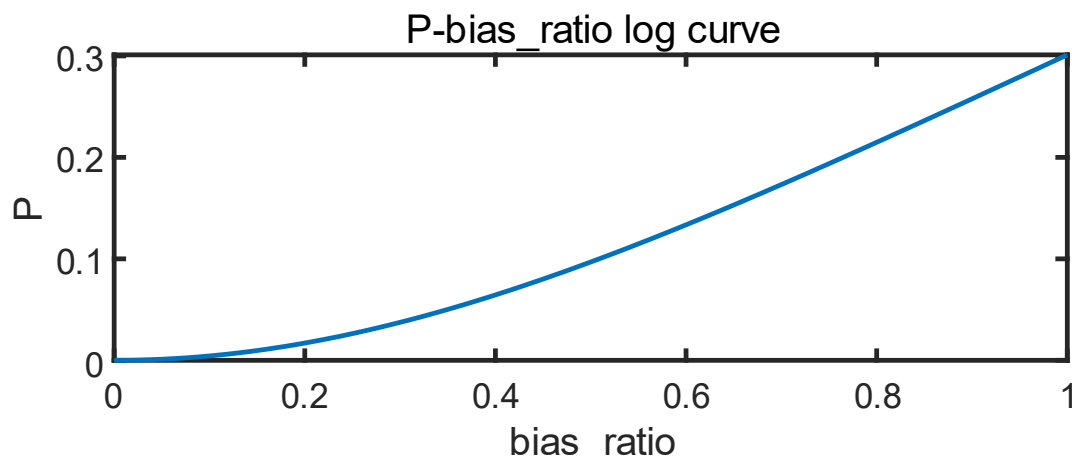


1.1 场景一：BMPSK—折衷

- 定性分析

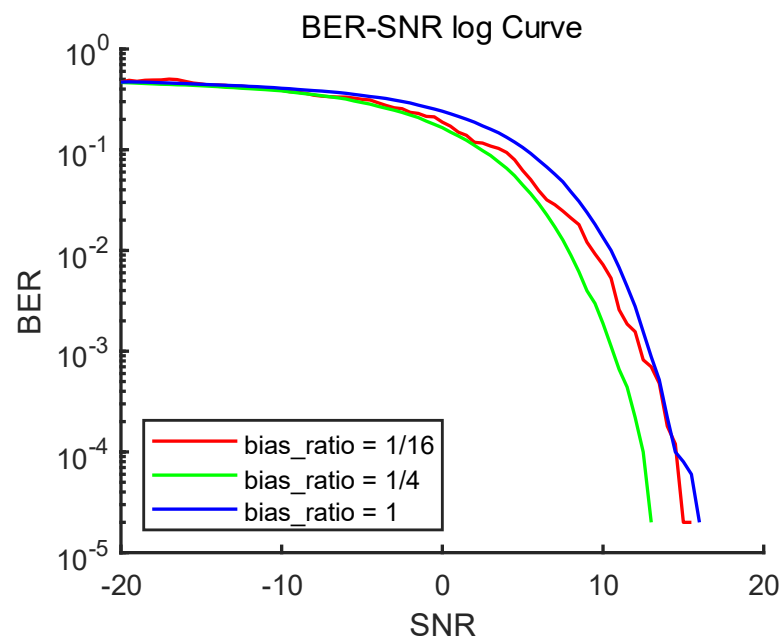
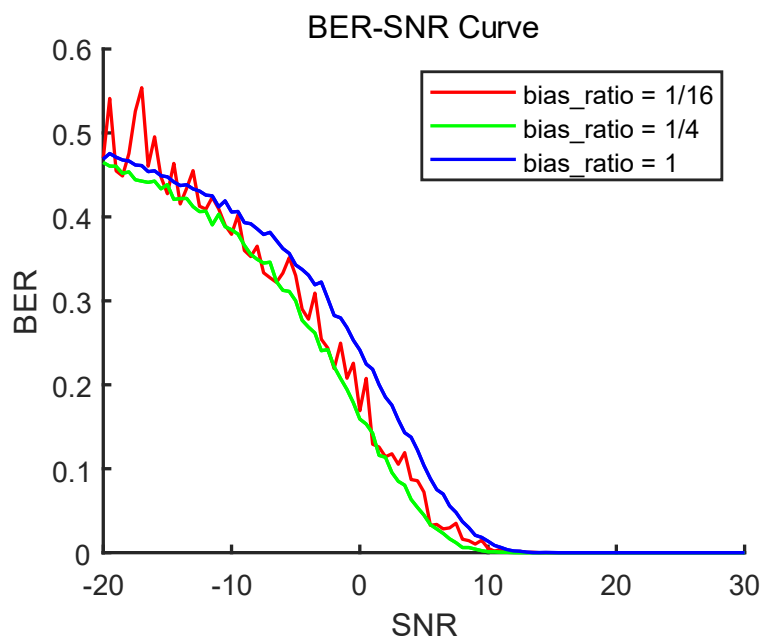
- bias_ratio 越小，信号功率越小

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|S_i\|^2 \\ &= \frac{A^2}{4} \sum_{i=1}^M ((\cos \theta_i + \text{bias_ratio})^2 + \sin^2 \theta_i) \\ &= A^2(1 + \text{bias_ratio}^2) \end{aligned}$$



1.1 场景一：BMPSK—折衷

- 仿真结果



1.2 场景一: PHIMAP+PSK

场景一下的信道

$$y = xe^{j\phi} + n$$

在一次通信中, 每次使用信道时相位旋转是固定的, 且满足均匀分布

因此, 如果我们能够准确的估计出 ϕ , 则我们就能够很好的利用相位信息。这样能很大程度上节省能量, 降低给定信噪比时的噪声能量。

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

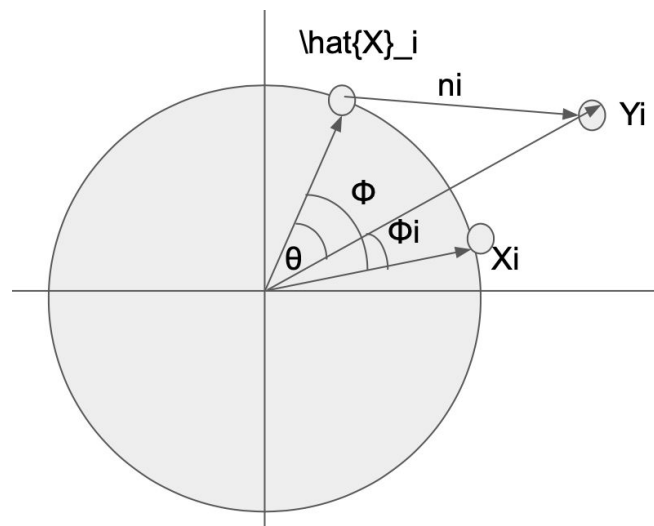
想法:

我们在每次通信之前，会按照通信双方的约定，预先发送一个符号串 X_1, X_2, \dots, X_n 。之后在接受端会先接受这 n 个符号，接受为 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 。并且通过已知的 X 序列和收到的 Y 序列，可以很大程度的估计出我们的相位偏转 ϕ 。同时，我们如果用这种方法独立的估计出了 ϕ ，那么之后的电平映射我们可以采取各种已有的好的设计方法，如PSK等。

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

我们假设我们这一次发送了 X_i ，经过相位 ϕ 的旋转，变成了 $\hat{X}_i = X_i e^{j\phi}$ 。同时，我们接收到了符号 Y_i ，因此发送这一个符号收到高斯噪声 $n_i = Y_i - X_i$ 的影响。之后，我们会用 $X = X_i, Y = Y_i$ 来代表我们的发送和接受的符号的序列。

我们按如下方式规定角度记号， $\phi_i = \phi_{Y_i} - \phi_{X_i}$ 表示能够计算出的这次符号的角度偏转， ϕ 为这一次通信中固定的偏转相位。 $\theta = \phi - \phi_i$ 表示我们接收到的 Y_i 又相对于 \hat{X}_i 转过的角度。



1.2 场景一：PHIMAP+PSK

因此，我们考虑在已知发送序列 X ，和观测到接收序列 Y 的时候，最大化 ϕ 的后验概率。

$$P(\phi|X, Y) = \frac{P(Y|\phi, X)P(\phi|X)}{P(Y|X)} = \frac{\prod_{i=1}^n P(Y_i|\phi, X_i)}{\int_{-\pi}^{\pi} \prod_{i=1}^n P(Y_i|\phi, X_i) d\phi} \quad (1)$$

下面，考虑似然的计算。由于在给定了 X_i 和 ϕ 之后， $\hat{X}_i = X e^{j\phi}$ 的位置是能够确定下来的，因此，当我们观测到 Y_i 的时候，噪声就能够被确定为 $n_i = Y_i - \hat{X}_i$ 。如图可以看出，噪声的模长，和发送的符号与收到的符号有下面的关系 $|n_i|^2 = |X_i|^2 + |Y_i|^2 - 2|X_i||Y_i|\cos(\phi - \phi_i)$ 。因此，我们能够计算似然：

$$\begin{aligned} P(Y_i|\phi, X_i) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{2\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|n|^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{2\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|X_i|^2 + |Y_i|^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{|X_i||Y_i|\cos(\phi - \phi_i)}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

将似然回带到后验概率中, 有:

$$P(\phi|X, Y) = \frac{\exp(\sum_{i=1}^n \frac{|X_i||Y_i|\cos(\phi-\phi_i)}{\sigma^2})}{\int_{-\pi}^{\pi} \exp(\sum_{i=1}^n \frac{|X_i||Y_i|\cos(\phi-\phi_i)}{\sigma^2}) d\phi} \quad (3)$$

取记号

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n |X_i||Y_i|\cos\phi_i}{\sigma^2} \\ K_2 &= \frac{\sum_{i=1}^n |X_i||Y_i|\sin\phi_i}{\sigma^2} \\ \cos\phi_K &= \frac{K_1}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}} \\ \sin\phi_K &= \frac{K_2}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

因此，我们考虑最大后验概率。

$$\begin{aligned}\phi^* &= \arg \max_{\phi} P(\phi|X, Y) \\ &= \arg \max_{\phi} \cos \phi K_1 + \sin \phi K_2 \\ &= \phi_K\end{aligned}\tag{5}$$

下面我们来考虑当我们的估计值的误差分布。 $\epsilon = \phi - \phi^* \bmod 2\pi \in (-\pi, \pi)$ ，因此有

$$\begin{aligned}P(\epsilon|X, Y) &= P(\epsilon + \phi^*|X, Y) \\ &= \frac{\exp(\sum_{i=1}^n \frac{|X_i||Y_i|\cos(\epsilon + \phi^* - \phi_i)}{\sigma^2})}{\int_{-\pi}^{\pi} \exp(\sum_{i=1}^n \frac{|X_i||Y_i|\cos(\epsilon + \phi^* - \phi_i)}{\sigma^2}) d\epsilon}\end{aligned}\tag{6}$$

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

所以, 我们估计的偏差的期望值 $E(|\epsilon||X, Y)$ 为

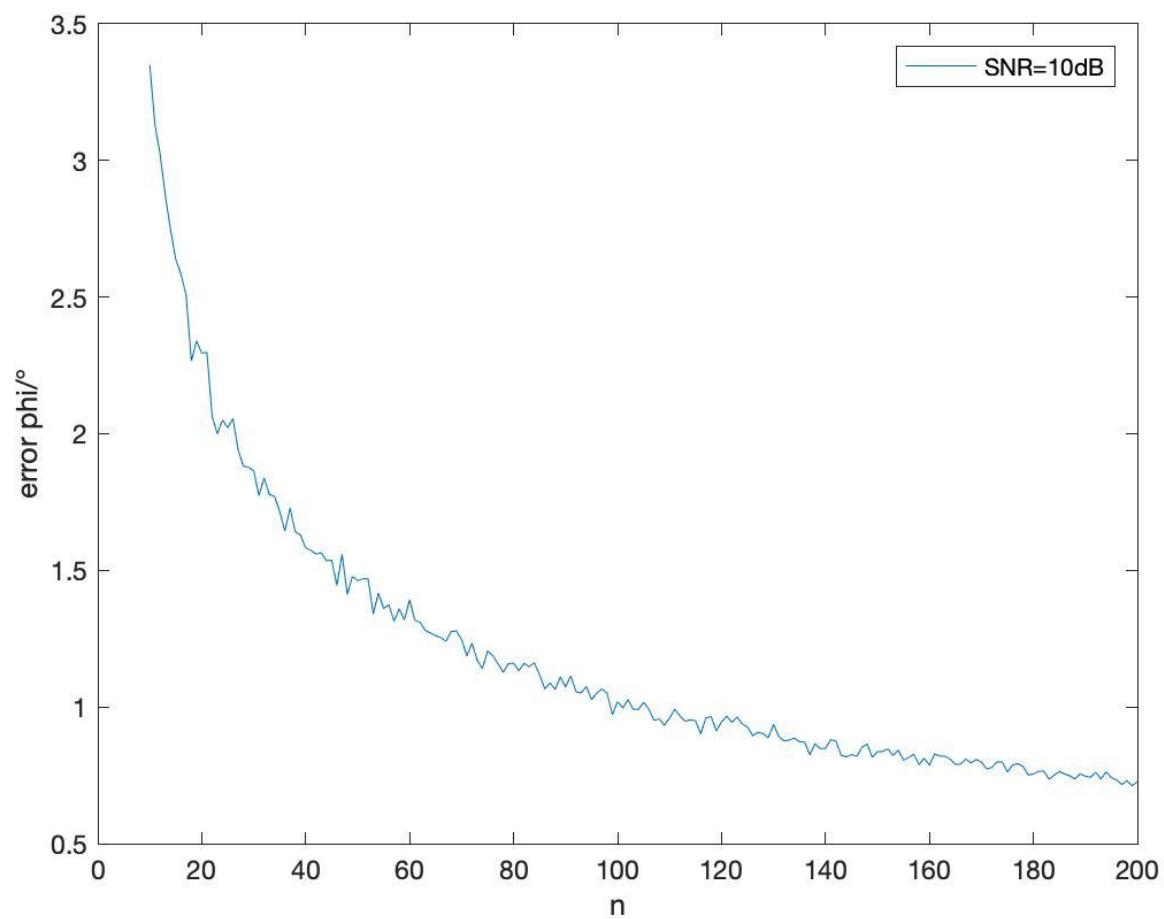
$$E(|\epsilon||X, Y) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} |\epsilon| \exp(K_3 \cos \epsilon + K_4 \sin \epsilon) d\epsilon}{\int_{-\pi}^{\pi} \exp(K_3 \cos \epsilon + K_4 \sin \epsilon) d\epsilon} \quad (7)$$

其中有

$$K_3 = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i| |Y_i| \cos(\phi_i - \phi^*)}{\sigma^2}$$
$$K_4 = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i| |Y_i| \sin(\phi_i - \phi^*)}{\sigma^2} \quad (8)$$

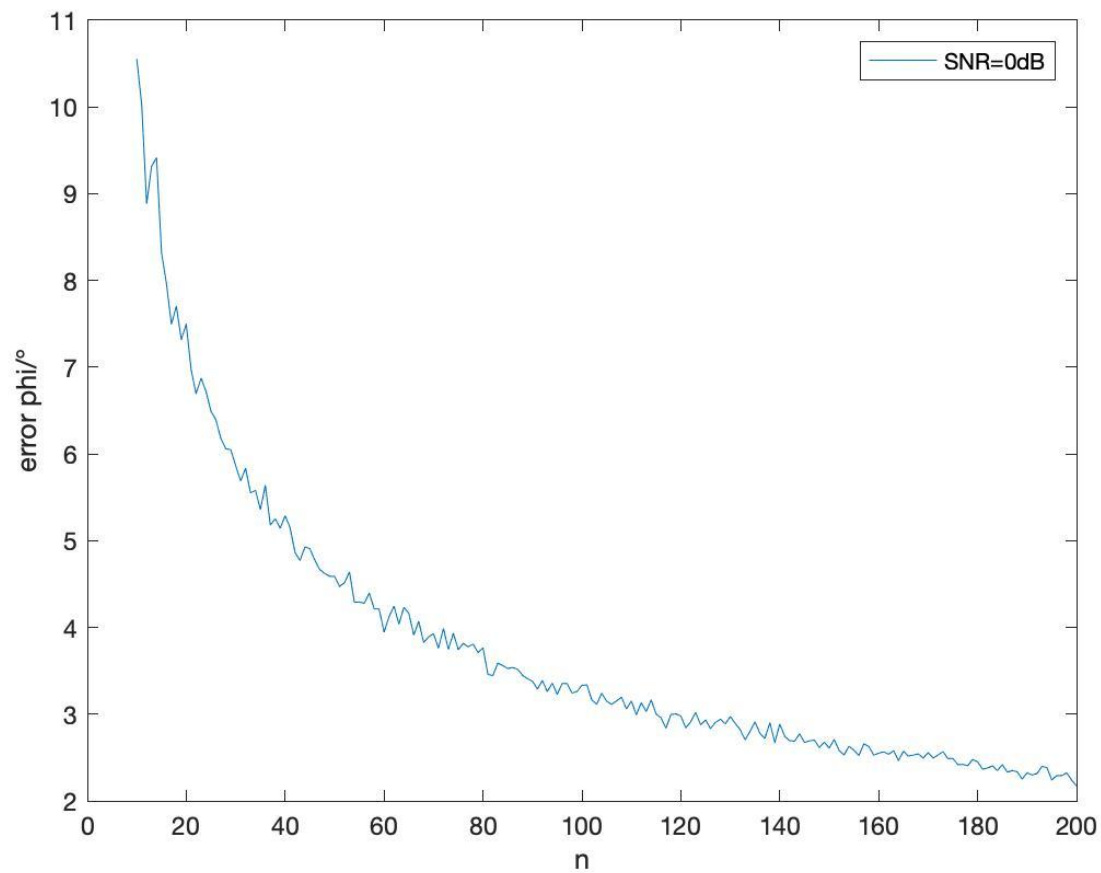
1.2 场景一: PHIMAP+PSK

实验1



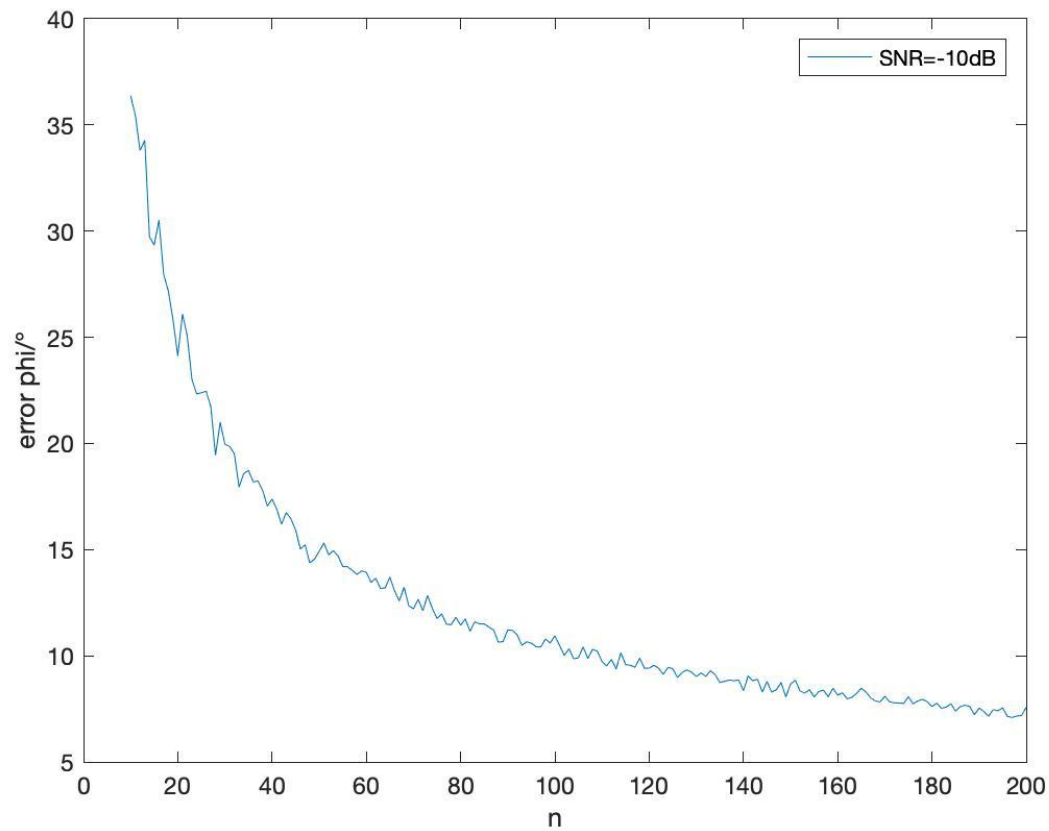
1.2 场景一: PHIMAP+PSK

实验1



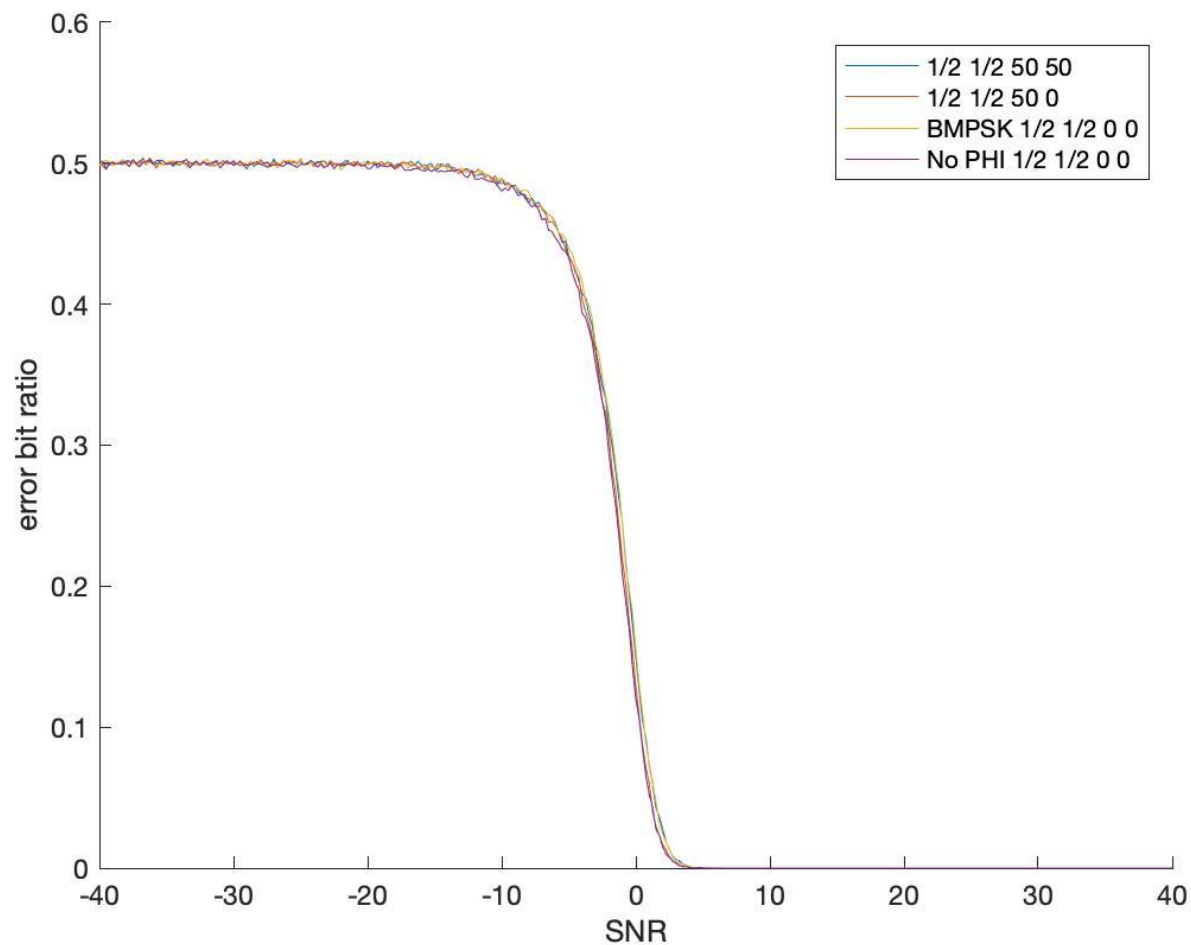
1.2 场景一: PHIMAP+PSK

实验1



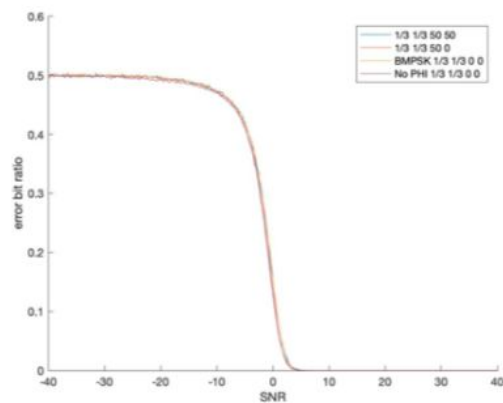
1.2 场景一: PHIMAP+PSK

实验2

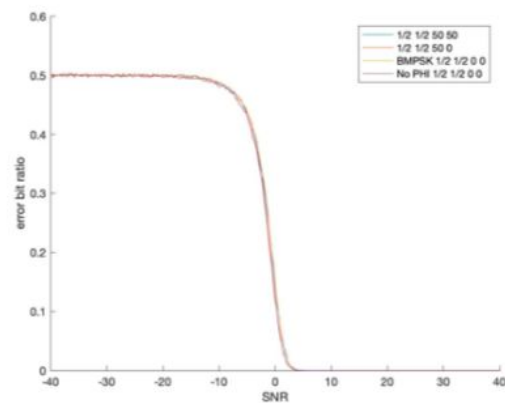


1.2 场景一: PHIMAP+PSK

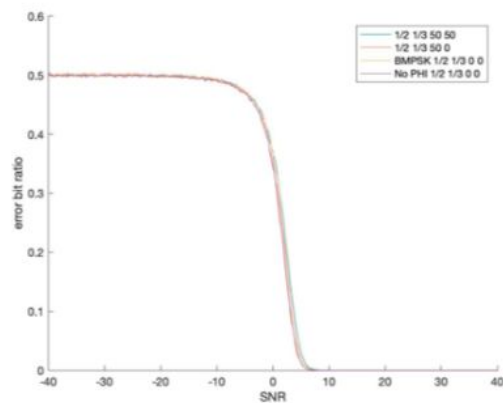
实验2



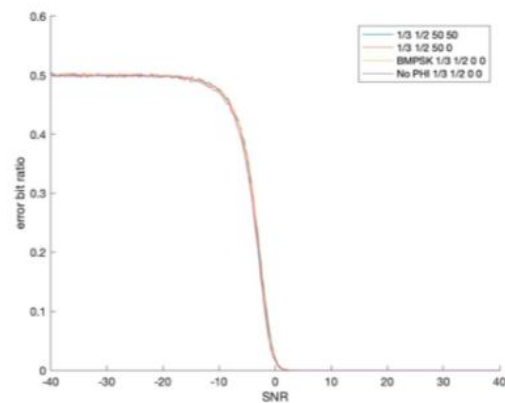
(a)



(b)



(c)



(d)

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

BMPSK和PHIMAP对比

PHIMAP优点: 使用PSK进行映射, 关于原点对称, 能量低。对资源充裕的时候效果最好。

PHIMAP缺点: 需要预先发送序列, 占用一些信道资源和能量。

BMPSK优点: 不用预先发送序列, 不浪费这部分能量。在信道条件良好(10dB+)的时候, 相同信噪比下, 性能和PHIMAP一样。

BMPSK缺点: 有一个直流分量, 在相同模长情况下, 每个符号消耗的能量是PHIMAP的1.0625倍。

1.2 场景一: PHIMAP+PSK

BMPSK和PHIMAP对比

因此, 我们应该根据我们的实际情况和需求决定使用哪种传输方法更好。比如在高于10dB的信噪比的时候, 我们就使用BMPSK。在信噪比低于10dB并且想要节约能量、信道资源紧张的话, 800个符号以上使用凿孔的PHIMAP, 800个符号以下使用BMPSK。在信噪比低于10dB并且信道资源没那么紧张(允许多发50个符号)的话, 使用PHIMAP。

1.3 场景二:ASK

场景二下的信道

$$y = xe^{j\phi} + n$$

在一次通信中, 每次使用信道时相位扰动都会变化, 且满足均匀分布

复数电平相位信息将会被严重污染, 完全无法恢复或估计

可以利用的只有复数电平的幅度信息

1.3 场景二:ASK

问题退化成了由发送复数电平退化成为发送正实数电平

最直接的映射方法是在 $0 \sim A$ 的区间上, 电平均匀分布(与ASK类似)

在电平等概可能下, 基于最大似然准则的判决门限应该如何确定?

需要先推导不同复数电平经过噪声污染后的概率密度分布

1.3 场景二:ASK

若复数电平模长为0, 则有

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}}, \sigma_x = \sigma_y = \sigma$$

转换为极坐标

$$f_{R,\Theta}(r,\theta) = f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

满足瑞利分布(Rayleigh Distribution)

1.3 场景二:ASK

若复数电平模长为 r , 则有

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \sigma_x = \sigma_y = \sigma$$

转换为极坐标

$$f_{R,\Theta}(r,\theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2+A^2-2Ar\cos(\theta-\phi)}{2\sigma^2}}$$
$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2+A^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{Ar}{\sigma^2} \cos(\theta-\phi)} d\theta = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2+A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right)$$

满足莱斯分布(Rician Distribution)

1.3 场景二:ASK

判决结果即为

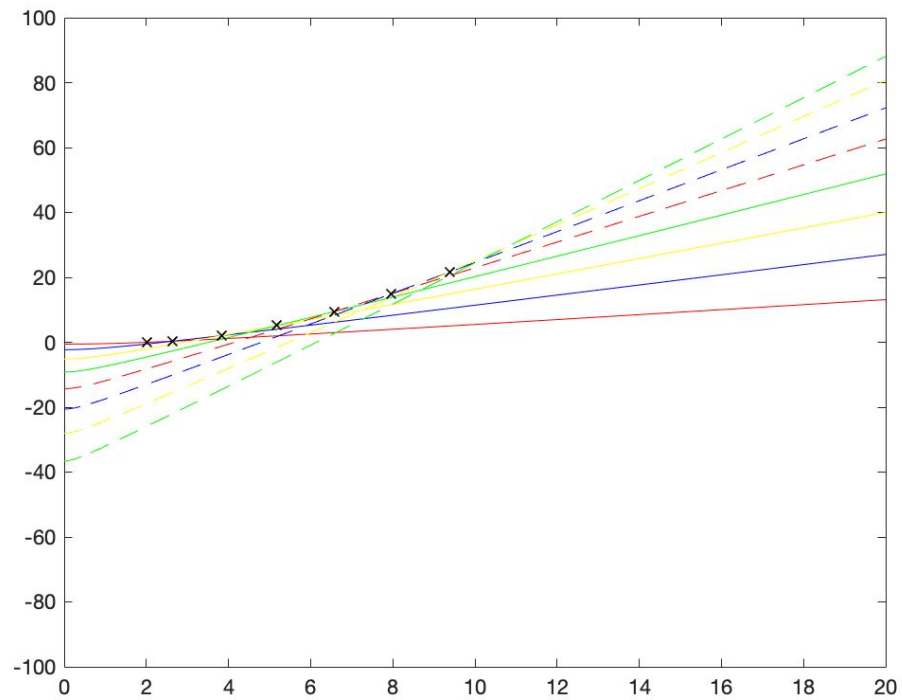
$$A = \arg \max_{r \in \{r^*\}} f(r) = \arg \max_{r \in \{r^*\}} I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}$$

其中 $\{r^*\}$ 为映射电平模长构成的集合

进行数值计算时, 由于概率密度可能极大或极小, 可以考察其对数 $\ln(f(r))$

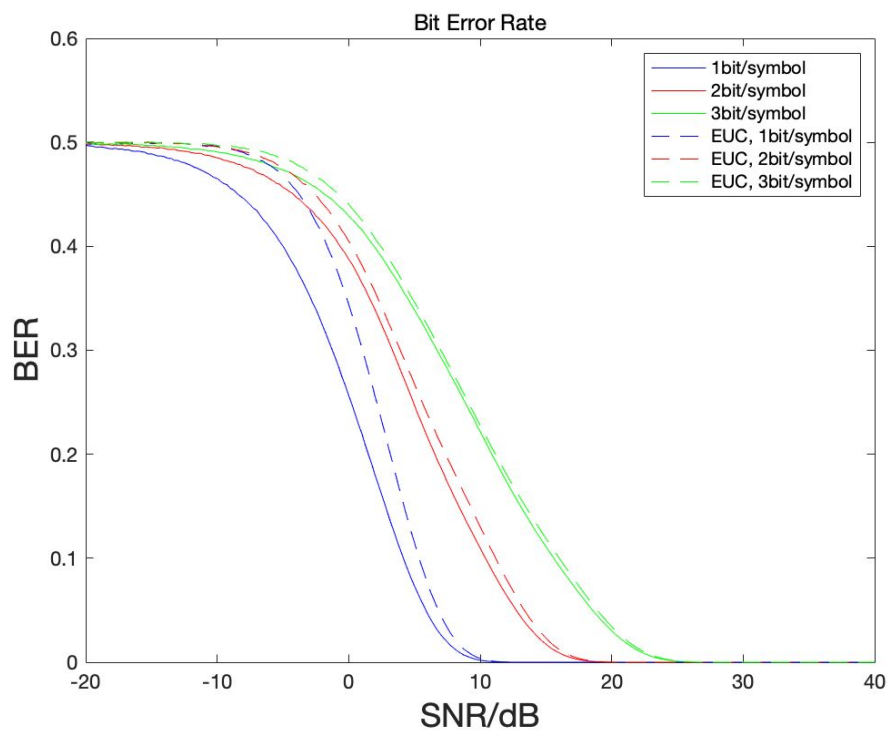
1.3 场景二:ASK

易推导得对于不同的 r , $f(r)$ 只有一个交点, 因此可以利用二分法逼近得到判决门限



1.3 场景二:ASK

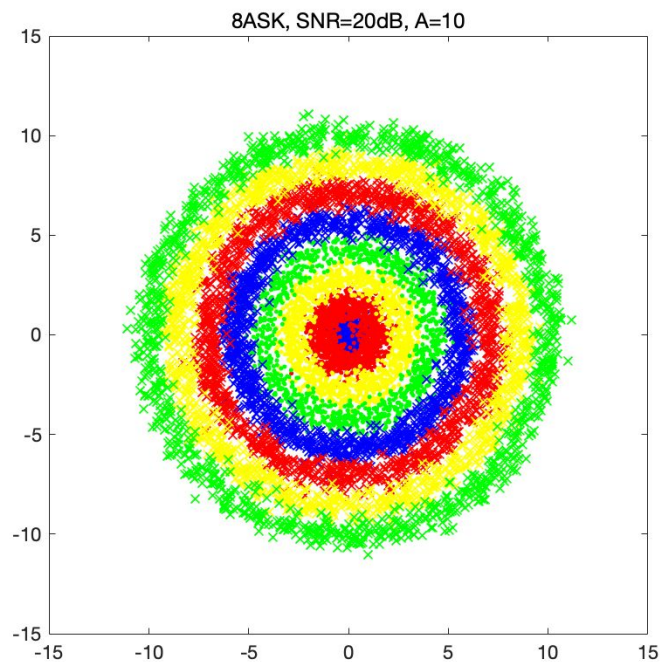
误码率曲线可以说明上述判决的表现优于欧式距离判决



但这种判决需要信噪比作为先验条件

1.3 场景二:ASK

以8ASK为例, 通过信道后的星座图几乎是一组同心圆环, 说明相位信息完全损失



提纲

1 复数电平映射

2 卷积码编译码

- 卷积码编码
- 硬判决译码
- 软判决译码

3 CRC模块

4 整体流程分析

5 具体传输任务设计

2.1 卷积码编码

2.1 卷积码编码

- 实现

- `mod(conv([data,0],coeff),2);`
- 逐位卷积后调用`reshape()`

- 收尾

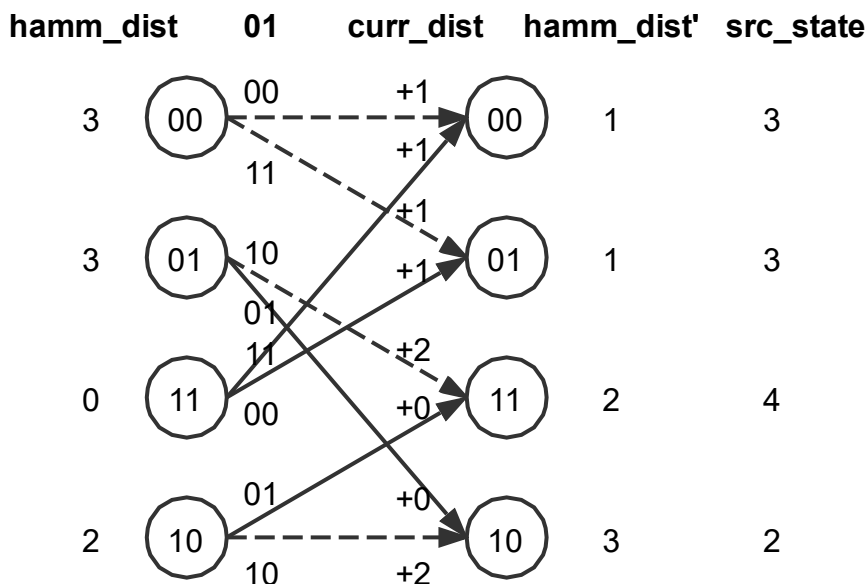
- 若不收尾，则去掉最后4位码字

2.2 硬判决译码

2.2 硬判决译码

- 实现

- 初始化
- 循环译码
 - 计算单步汉明距离
 - 更新累加汉明距离
 - 记录幸存路径
- 回溯



2.3 软判决译码

2.3 软判决译码

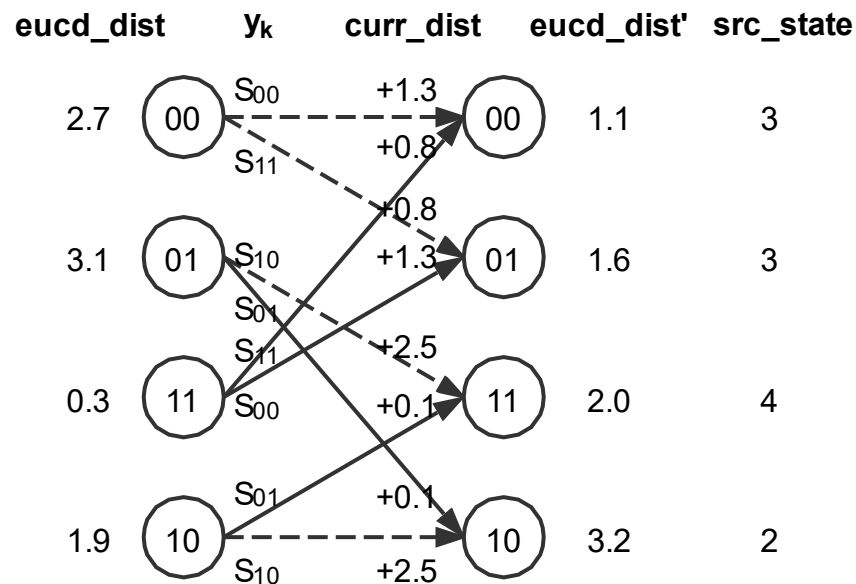
- 实现 ($1/2+1, 2\text{bit}$, $1/3+1, 3\text{bit}$)

- 初始化

- 循环译码

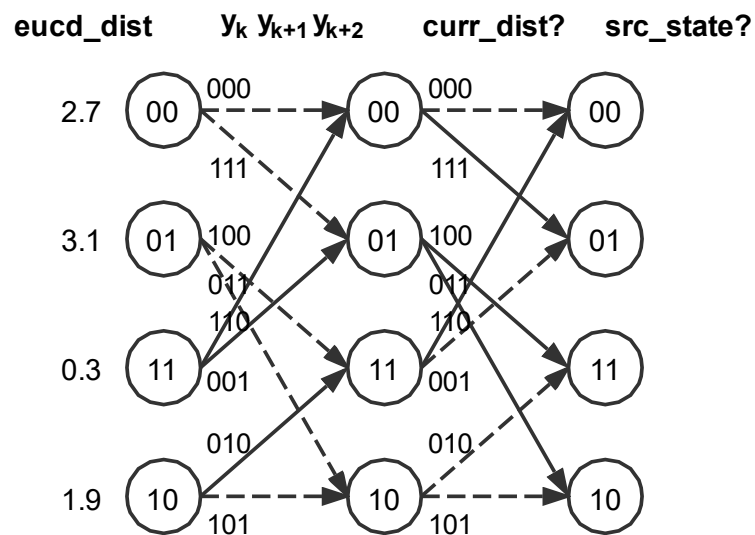
- 计算单步距离量度
- 更新累加距离量度
- 记录幸存路径

- 回溯



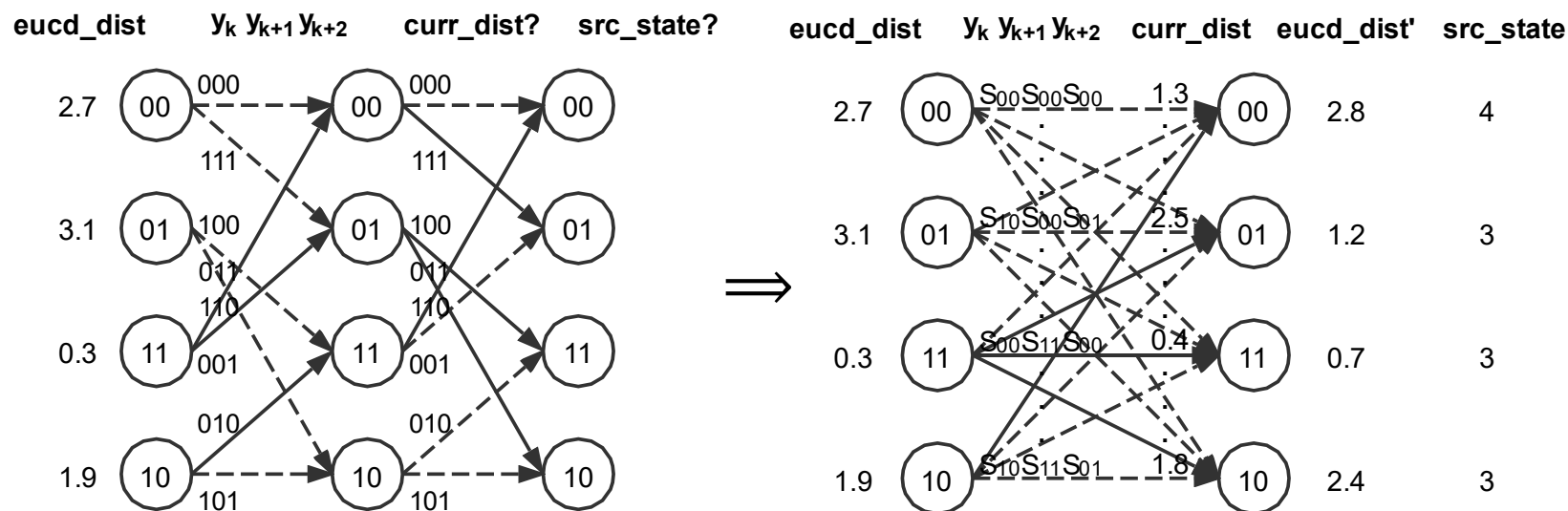
2.3 软判决译码

- 推广 ($1/2+3\text{bit}$, $1/3+2\text{bit}$)



2.3 软判决译码

- 推广 (1/2+3bit, 1/3+2bit)
 - 将多步等效为单步



提纲

- 1 复数电平映射
- 2 卷积码编译码
- 3 **CRC模块**
- 4 整体流程分析
- 5 具体传输任务设计

3 CRC模块

1. 编码模块

利用deconv计算余数。

2. 生成多项式选取

利用ITU-IEEE标准生成多项式。

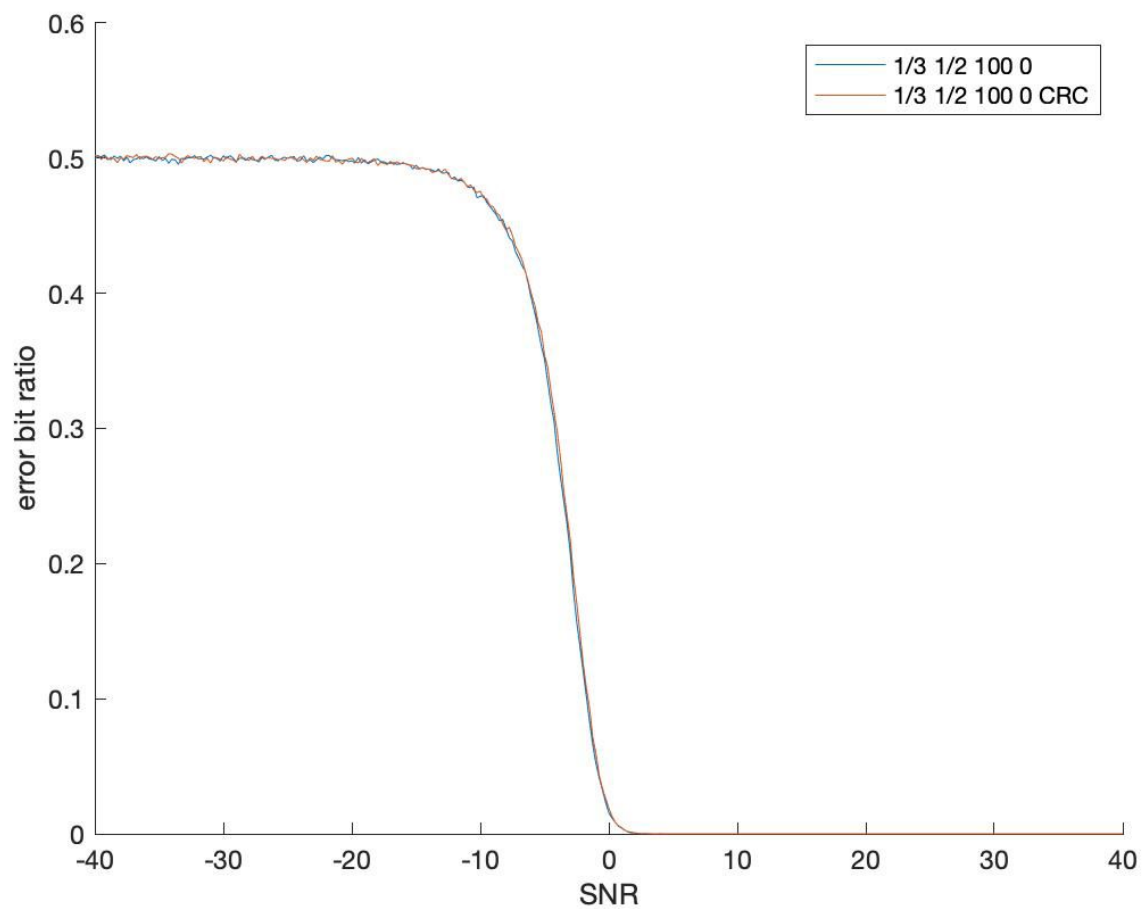
3. 解码模块

求解校正子 $s(x)$ 判断是否出错。

检错能力强, 纠错能力弱, 按照一般线性码的纠错方法效果一般。

3 CRC模块

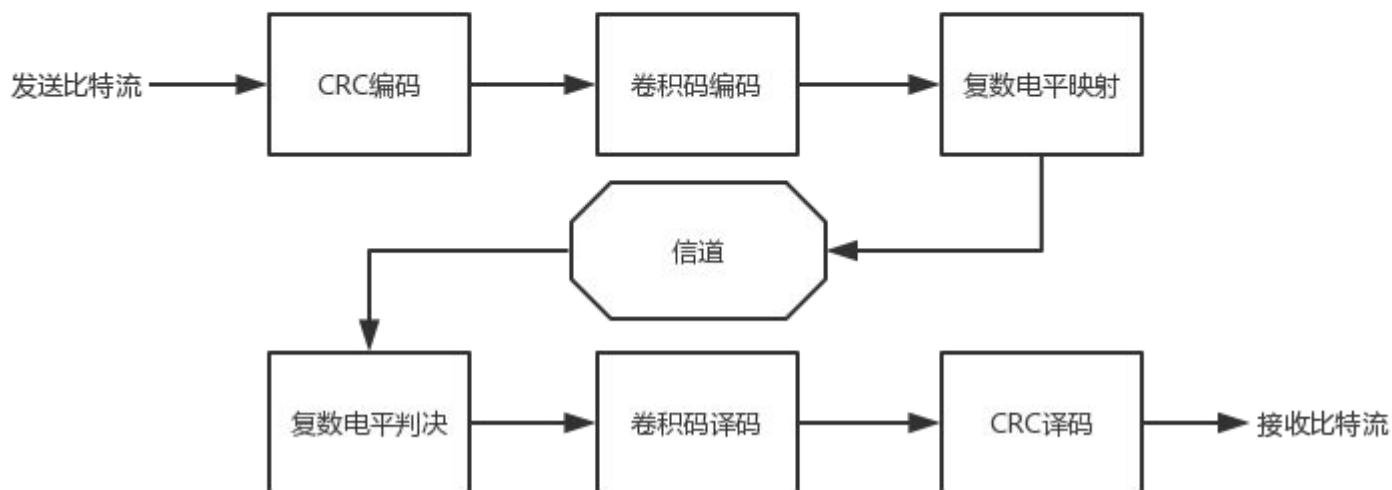
实验效果



提纲

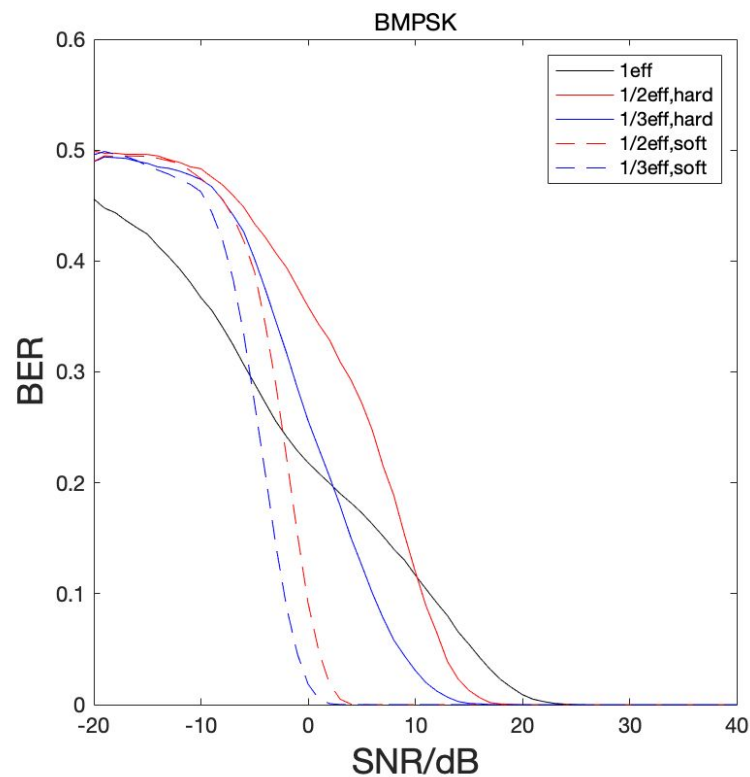
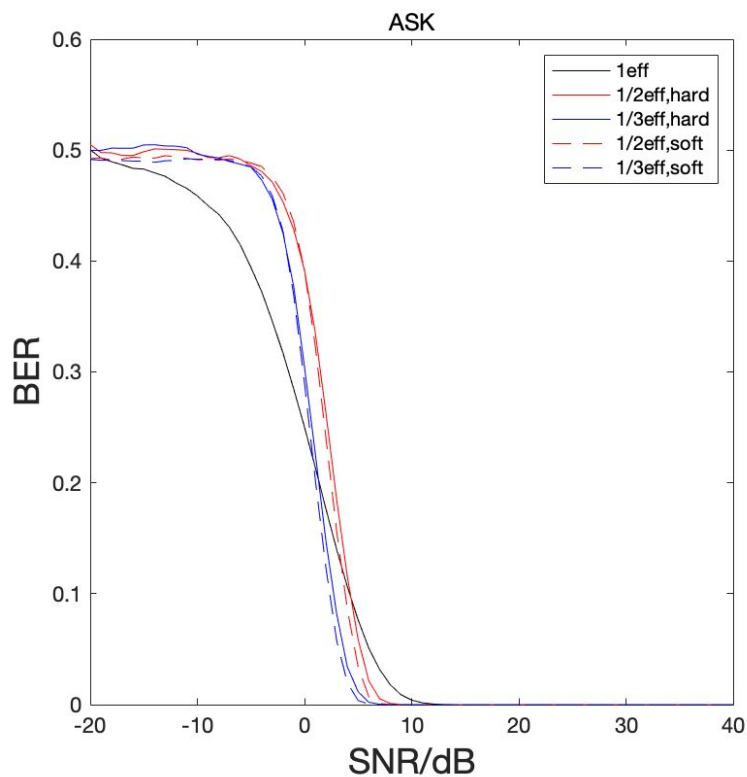
- 1 复数电平映射
- 2 卷积码编译码
- 3 CRC模块
- 4 整体流程分析
- 5 具体传输任务设计

1.3 整体流程分析



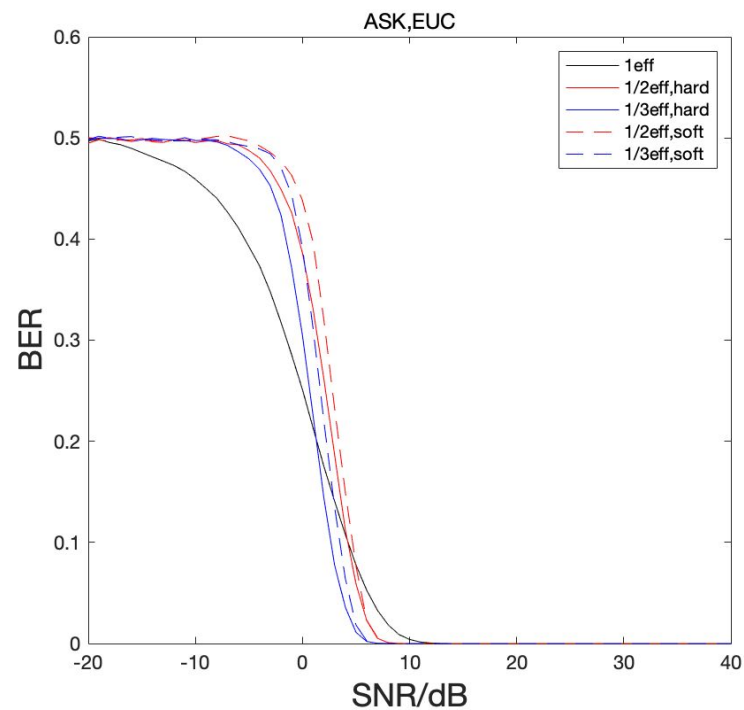
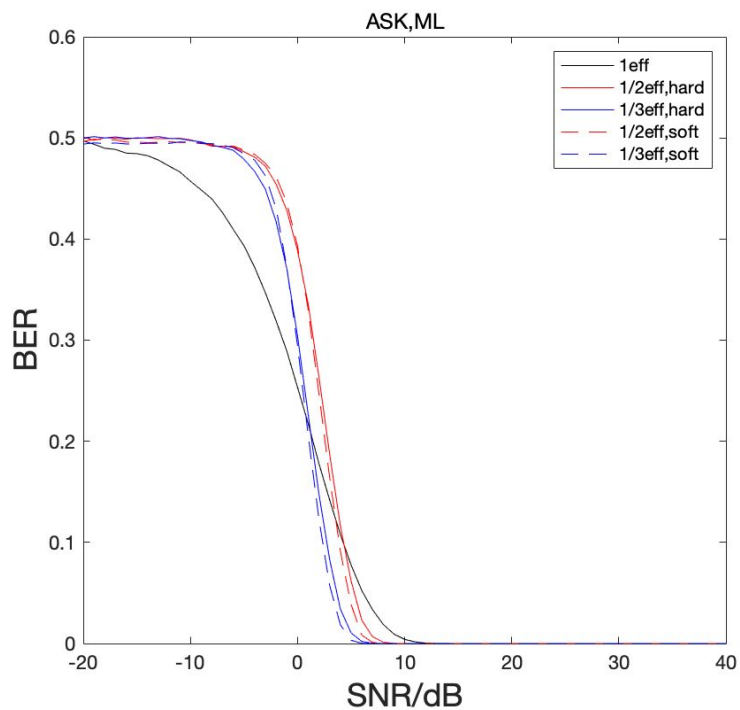
1.3 整体流程分析

硬判决和软判决的效果与判据关系密切



1.3 整体流程分析

软判决可以捞到的好处来源于对特定信道的优化判据



提纲

- 1 复数电平映射
- 2 卷积码编译码
- 3 CRC模块
- 4 整体流程分析
- 5 具体传输任务设计
 - 场景一
 - 场景二

5.1 场景1

整体可选方案

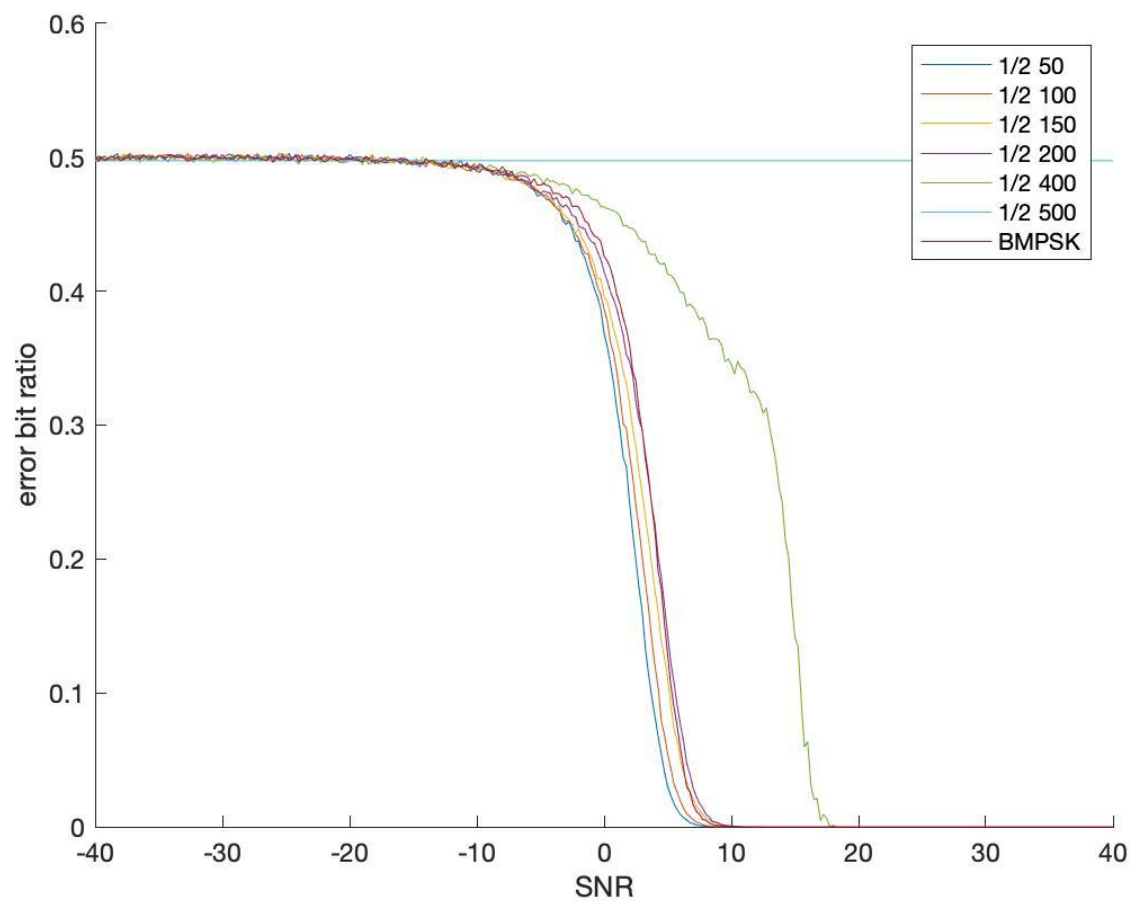
方案记法：

电平映射方法(默认为PHIMAP)+卷积效率+电平映射效率+预先发送序列数目(BMPSK方法默认为0)+凿孔数目

搭配组合	所需符号数目	可用传输方案
1/1+1/1	1200	1200
1/2+1/1	2400	1800
1/2+1/2	1200	1000,1200,1500
1/2+1/3	800	800,1000
1/3+1/2	1800	1500,1800
1/3+1/3	1200	1000,1200,1500

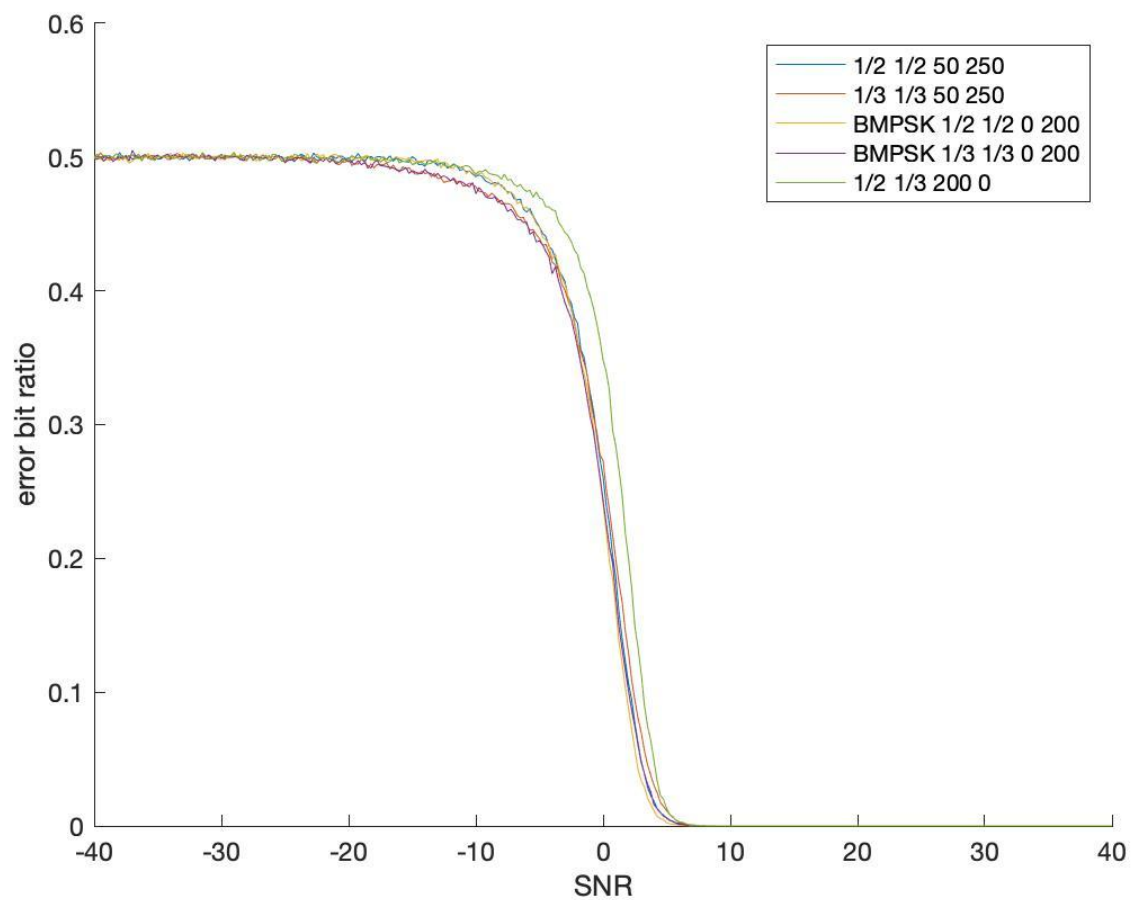
5.1 场景1

800次



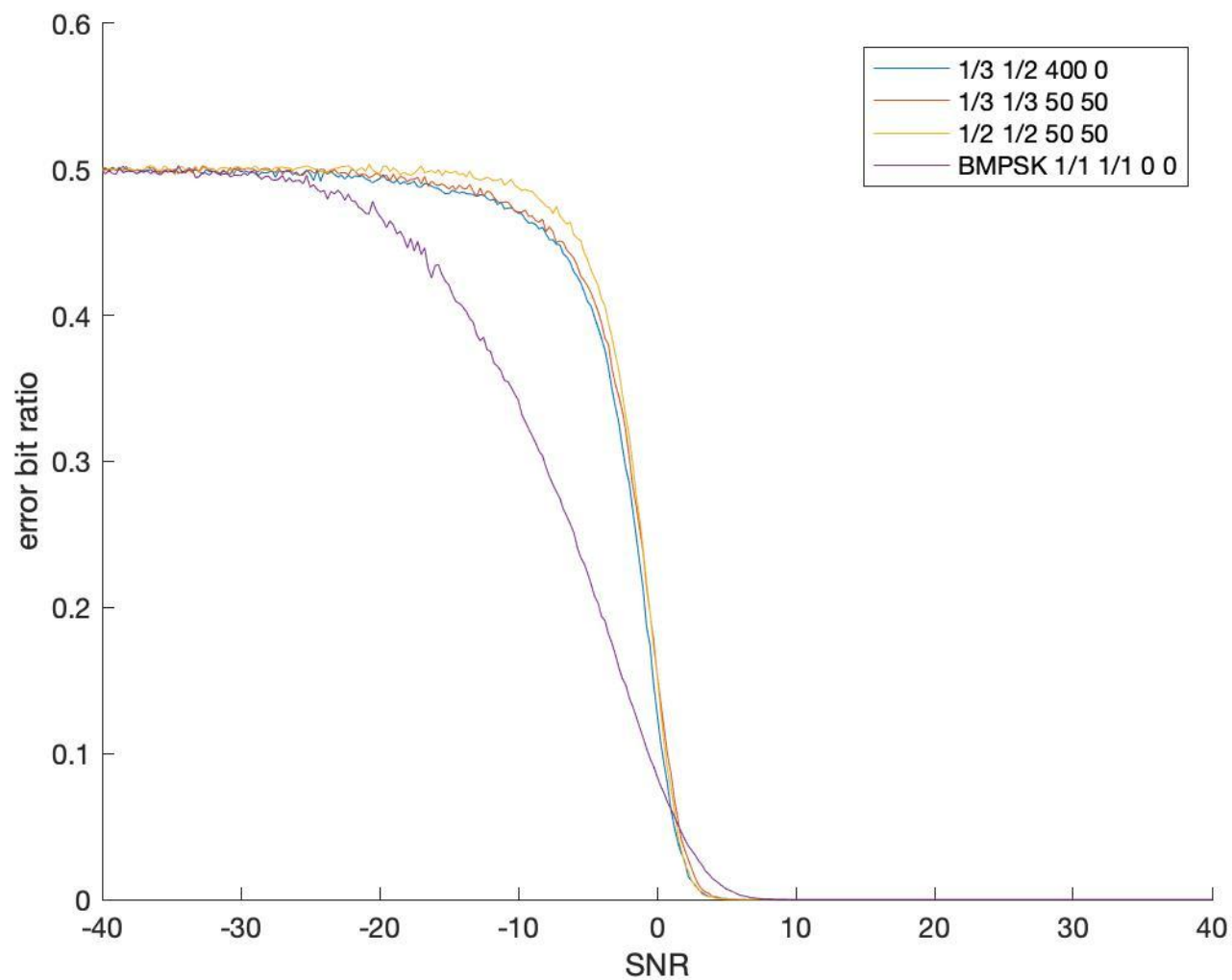
5.1 场景1

1000次



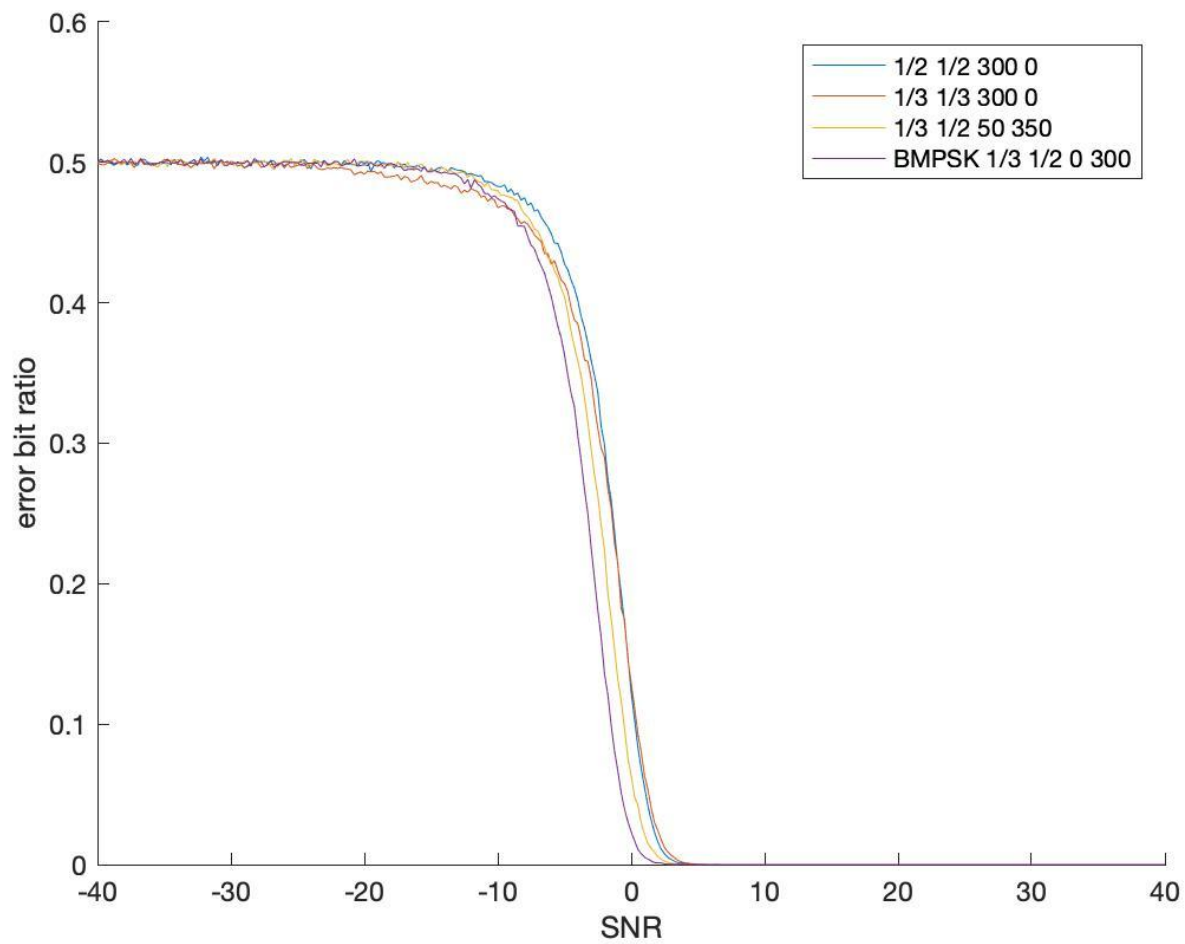
5.1 场景1

1200次



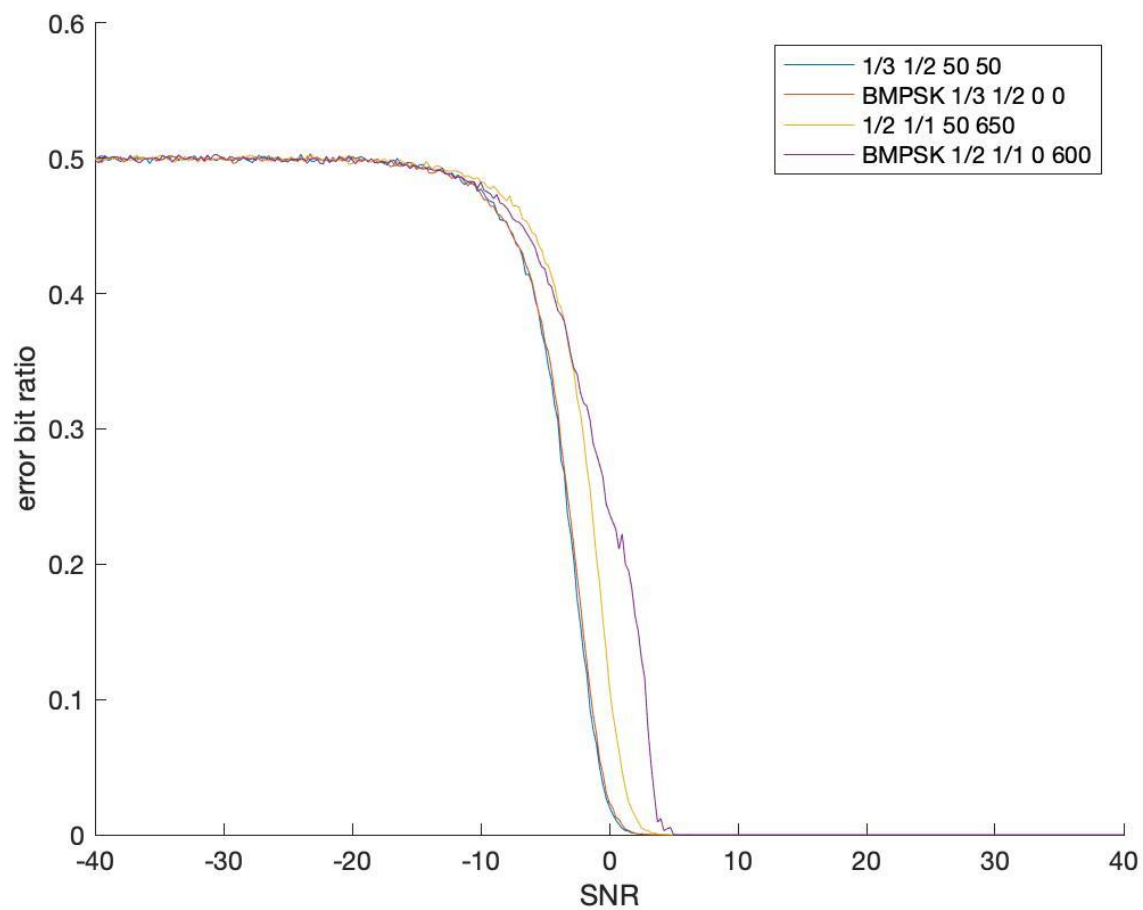
5.1 场景1

1500次



5.1 场景1

1800次



5.1 场景1

结果

允许发送符号数目	最优方法
800	PHIMAP+1/2+1/3+50+50
1000	BMPSK+1/2+1/2+0+200
1200	PHIMAP+1/2+1/2+50+50
1500	BMPSK+1/3+1/2+0+300
1800	PHIMAP+1/3+1/2+50+50

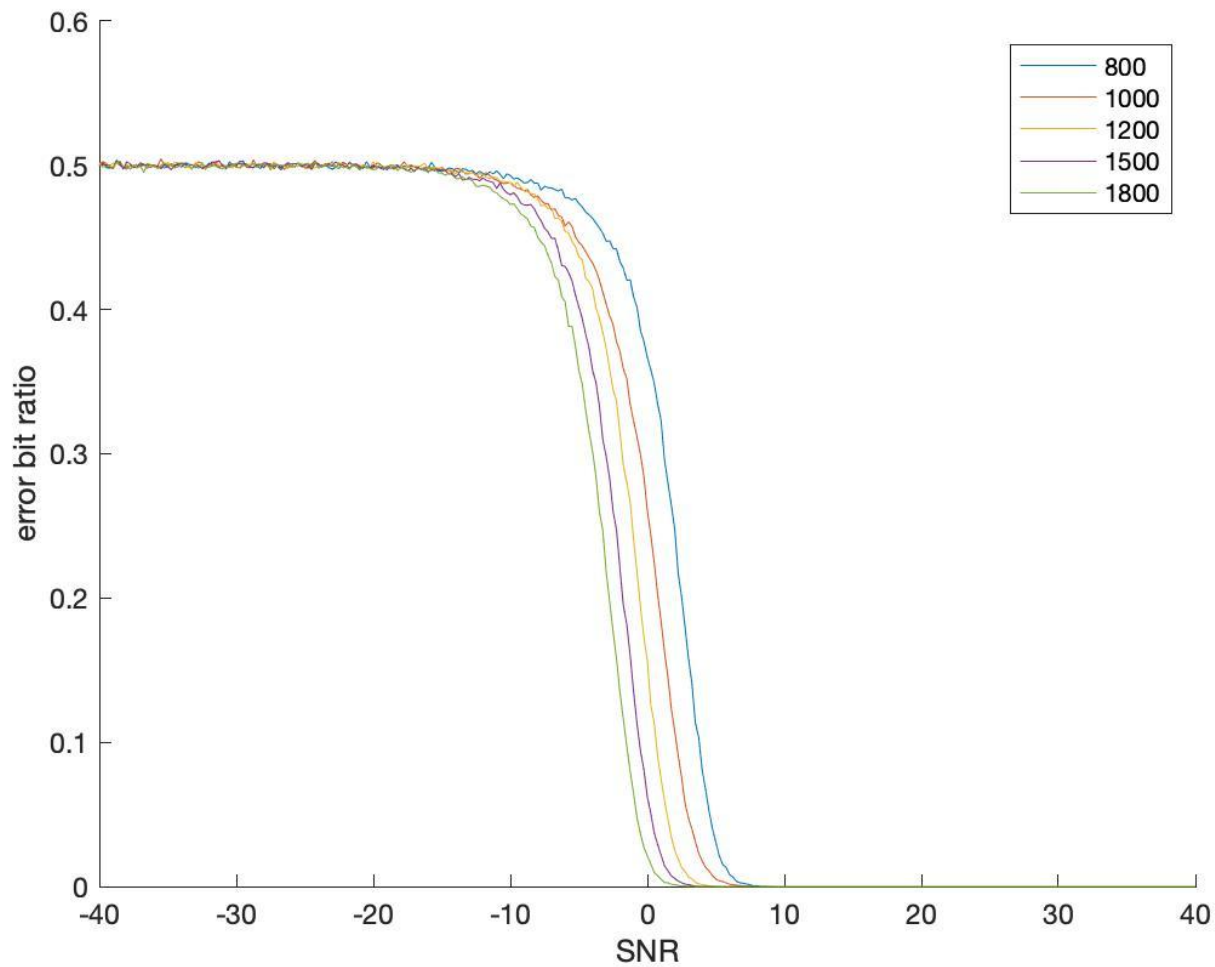
5.1 场景1

结果

允许发送符号数目	最优方法
800	BMPSK+1/2+1/3+0+0
1000	BMPSK+1/2+1/2+50+250
1200	BMPSK+1/2+1/2+50+50
1500	BMPSK+1/3+1/2+50+350
1800	BMPSK+1/3+1/2+0+0

5.1 场景1

结果



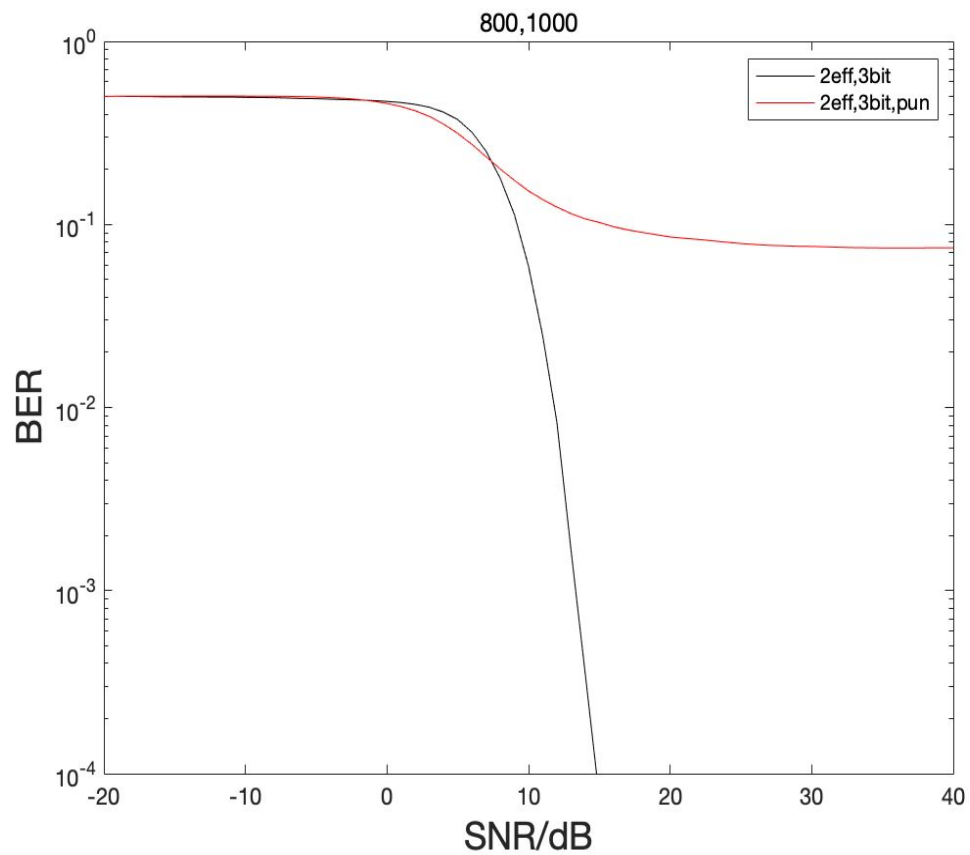
5.1 场景1

结论

- 1.在其他给定条件相同的情况下, $1/3+1/2>1/2+1/2>1/3+1/3>1/2+1/3$ 。其中 $1/3+1/2$ 最好和 $1/2+1/3$ 最差是我们通过理论分析就能分析出来的。但是 $1/2+1/2$ 的性能和 $1/3+1/3$ 的性能的优劣只能通过实验来验证, 并且我们发现 $1/2+1/2>1/3+1/3$ 。同时, 我们发现电平映射改为 $1/1$ 的时候会给我们的通信带来很大的性能上的提升, 但是在凿孔过多的时候性能恶化严重, 效果一般。
- 2.在其他条件相同的情况下, 凿孔数目越多, 性能下降越大。并且, 凿孔引来的性能下降不是线性的下降, 即在相同条件下, 凿孔增量带来的性能下降是随着已有凿孔数目的增长而增长的。同时, 在凿孔数目超过待传输比特数和电平映射效率的乘积的时候, 我们将几乎无法恢复出任何信息, 误码率为0.5。
- 3.PHIMAP在预先发送序列达到50个的时候, 就已经不会带来什么误差了。
- 4.在给定信噪比、卷积效率、电平映射效率以及不允许多发送符号数的情况下, BMPSK的性能和凿孔的PHIMAP的性能几乎一样。并且两者都凿孔, 凿孔数较小并且相差不多的情况下, 性能也几乎一样。

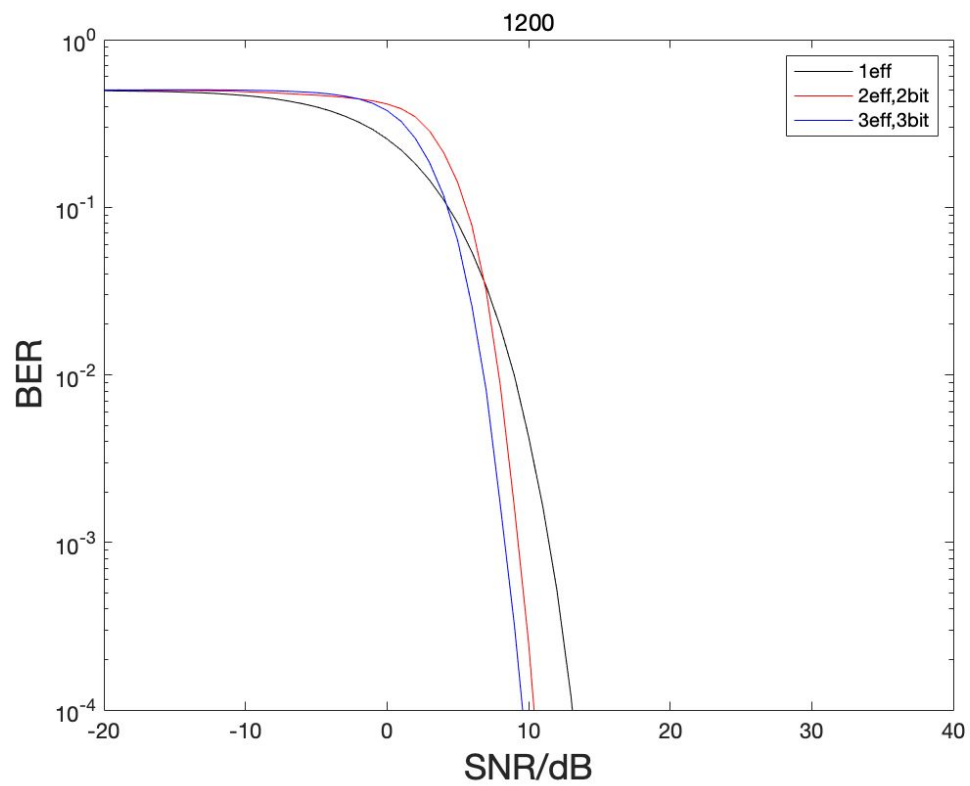
5.1 场景2

800次、1200次



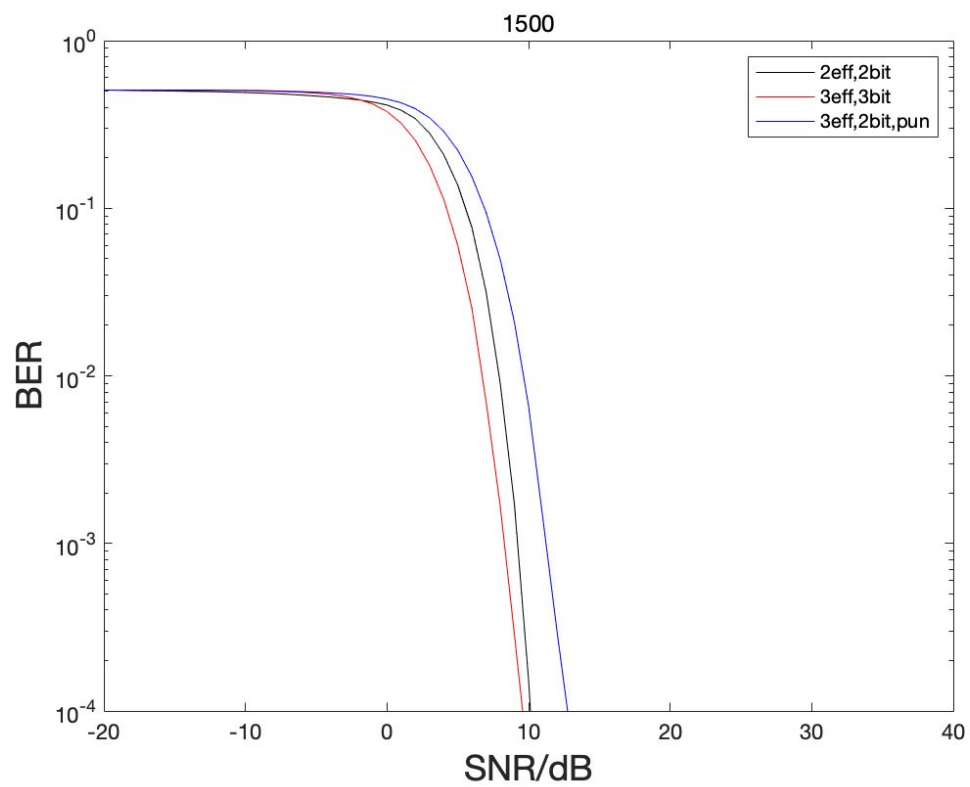
5.1 场景2

1200次



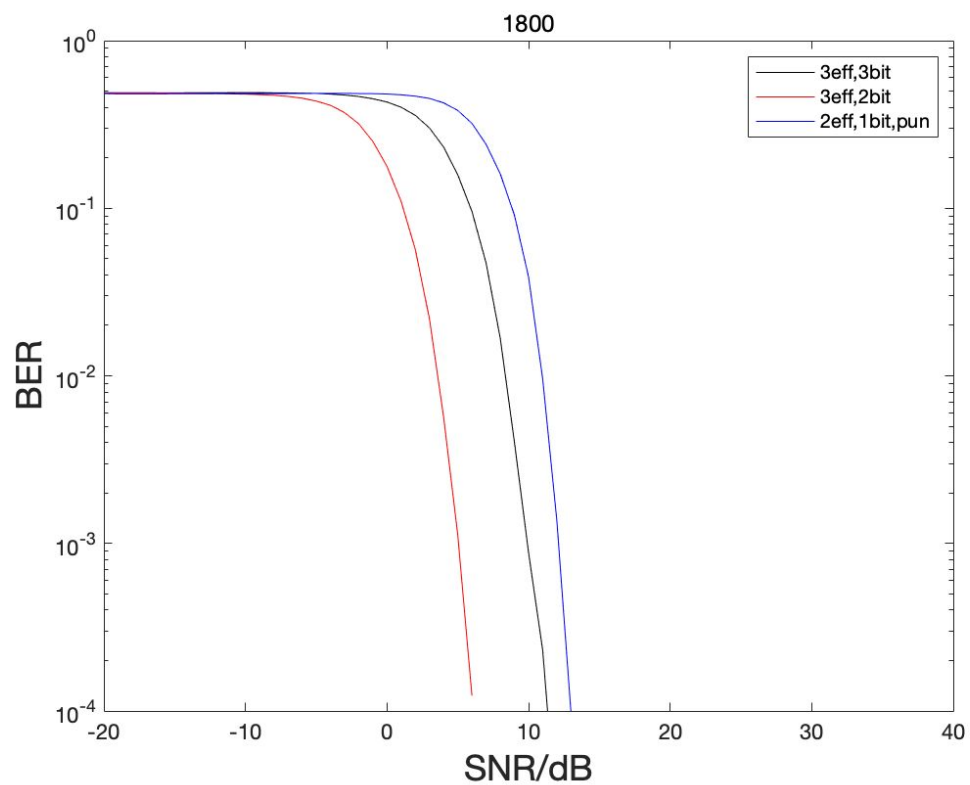
5.1 场景2

1500次



5.1 场景2

1800次



5.1 场景2

与场景1不同, 在场景2的情况下, 凿孔带来的好处很有限, 有时甚至会恶化

如果信道使用次数不大于传输比特数, 误码率下降一段以后会到达极限

最好的方法是根据使用信道次数选择冗余度高的卷积编码方式, 再用合适的电平映射加以限制

这主要是因为软判决结合最大似然判据可以带来足够好的效果

提问与讨论

谢 谢 ！