

Referenzdokument für die Vorlesung “Einführung in die Astronomie 2”

Sommersemester 2022

Nils Hoyer

27. Mai 2022

Zusammenfassung

Dieses Dokument stellt eine Zusammenfassung der, aus Tutorensicht, wichtigsten Formeln, Umrechnungen, und Konstanten dar. Ziel ist eine relativ kompakte Uebersicht ueber die relevantesten Gleichungen und bekommen, wobei besonderer Wert auf eine korrekte Notation gelegt wird. Leider geht besonders der letzte Teil in den meisten Vorlesungen und einigen Publikationen unter, sodass dieses Dokument die Relation von Parametern zueinander verdeutlichen soll.

Aus hoffentlich offensichtlichen Gruenden ist dieses Dokument nicht vollstaendig. Grund hierfuer ist der zeitliche Aufwand versus die verfuegbarer Zeit, die verwendete Literatur (falls zutreffend), aber auch das limitierte Wissen der Tutoren. Dem entsprechend behalten sich die Autoren vor, Ergaenzungen oder Aenderungen durchzufuehren. Am Ende dieser Seite wird jedoch das Datum der letzten Aenderung und die Version des Dokuments angegeben, falls Sie mit Ihrem lokalen Dokument vergleichen wollen.

Anregungen, Kritik, oder Ergaenzungen sind erwuenscht und jederzeit willkommen.

For the time being, as this document is related to a lecture given in German, the document will not be available in English language. However, keywords will be provided both in German and English, thus, non-German speaker should be able to follow along. In the future, an English version may be available.

1 Notation

Zunächst werden wir die in diesem Dokument verwendeten Symbole aufzählen.

Tabelle 1: Notation für dieses Dokument

| Begriff | Notation | Einheit |
|---|----------|---|
| Fluss (engl. <i>flux</i>) | F | [erg cm ⁻² s ⁻¹] |
| Distanz (engl. <i>distance</i>) | d | [cm] oder vergleichbar |
| Scheinbare Helligkeit (engl. <i>apparent magnitude</i>) | m | [mag] |
| Absolute Helligkeit (engl. <i>absolute magnitude</i>) | M | [mag] |
| Distanzmodul (engl. <i>distance modulus</i>) | dm | [mag] |
| Oberflächenhelligkeit (engl. <i>surface brightness</i>) | μ | [mag arcsec ⁻²], [L _⊙ pc ⁻²], [M _⊙ pc ⁻²] |
| Rotverschiebung (engl. <i>redshift</i>) | z | N/A |

2 Formeln und Umrechnungen

Dieser Abschnitt wird in zwei Unterkategorien aufgeteilt: Photometrie und Kinematik. Zunächst wiederholen wir ein paar grundlegende Formeln und Umrechnungen aus der Vorlesung “Einführung in die Astronomie 2”.

2.1 Photometrie

- ▷ Der Strahlungsfluss F (engl. *flux*) gibt die eingehende Energie pro Fläche und Zeit an. Üblicherweise hat F die Einheit $[\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}]$.
- ▷ Ein Schwarzer Strahler (engl. *black body*) ist ein idealisierter Körper, welcher jede einfallende Strahlung absorbiert. Er emittiert Strahlung, die der Planck’schen Funktion (engl. *Planck’s law*) folgt:

$$B_{\nu,T} = 2 \left(\frac{\nu}{c} \right)^2 \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad , \quad (1)$$

mit den Variablen ν als Frequenz und T als Temperatur. h ist das Planck’sche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit, und k_B die Boltzmannkonstante.

- ▷ Der Strahlungsfluss F eines Schwarzen Körpers hängt mit seiner Oberflächentemperatur T zusammen. Es gilt

$$F = \sigma_{\text{SB}} T^4 \quad ,$$

wobei σ_{SB} als Stefan-Boltzmann Konstante (engl. *Stefan-Boltzmann constant*).

In der Astronomie nehmen wir an, dass Sterne ideale Schwarze Körper sind. Dies bedeutet, dass wir die Sterne durch eine effektive Temperatur T_{eff} beschrieben werden können. Diese Temperatur besitzt ein Schwarzer Körper, wenn er den selben Strahlungsfluss wie ein Stern emittiert. Daher erhalten wir eine Relation zwischen dem Fluss eines Sterns und dessen effektive Temperatur:

$$F = \sigma_{\text{SB}} T_{\text{eff}}^4 \quad . \quad (2)$$

- ▷ Das Wien’sche Verschiebungsgesetz (engl. *Wien’s displacement law*) ist eine Approximation für das Maximum der oben aufgeführten Planck’schen Funktion. Es ist gegeben durch

$$\nu_{\text{max}} [\text{Hz}] \approx 3 \frac{k_B T}{h} \quad (3)$$

$$\approx \frac{5.879 \times 10^{10} \text{ Hz K}^{-1}}{T} \quad . \quad (4)$$

Man kann das Verschiebungsgesetz auch also Funktion der Wellenlänge λ ausdrücken:

$$\lambda_{\text{max}} [\mu\text{m}] \approx \frac{2898 \mu\text{m K}^{-1}}{T} \quad . \quad (5)$$

- ▷ Die scheinbare Helligkeit (engl. *apparent magnitude*) m wird durch einen Strahlungsfluss F bestimmt. Es gilt

$$m = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_{\text{ref}}} \right) \quad , \quad (6)$$

wobei F_{ref} ein Referenzfluss ist. Typischerweise nutzt man für F_{ref} den Fluss des Sterns Vega, jedoch existieren auch andere Referenzflüsse.

- ▷ Die Oberflächenhelligkeit μ (engl. *surface brightness*) gibt den Fluss F pro Fläche A an:

$$\mu [\text{mag arcsec}^{-2}] = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_{\text{ref}}} \cdot \frac{1}{A[\text{arcsec}^2]} \right) \quad (7)$$

$$= m + 2.5 \log_{10}(A[\text{arcsec}^2]) \quad . \quad (8)$$

- ▷ Die Oberflächenhelligkeit μ sollte man jedoch nicht mit der Oberflächendichte Σ (engl. *surface density*) verwechseln. Zwar sind die Einheiten gleich, die Berechnung ist jedoch anders:

$$\Sigma = \frac{m_{\text{tot}}}{A} \quad , \quad (9)$$

wobei m_{tot} die gesamte Magnitude innerhalb der Fläche A ist. Man summiert also zunächst den gesamten Fluss in A und bestimmt daraus eine Magnitude.

3 Konstanten