

自觉遵守考场纪律
如考试作弊
此答卷无效

姓名
学号

密封线

东南大学考试试卷(A卷)

课程名称 数值分析 考试学期 12-13-2 得分
适用专业 工学硕士 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
批阅人											

(本试卷共10题，每题10分，可以带计算器)

1. 已知 $x_1 = 0.341$, $x_2 = 2.724$ 均为有效数字. 设 $f(u, v) = u^2 + \sin v$, 求 $f(x_1, x_2)$ 的绝对误差限和相对误差限.

2. 用列主元 Gauss 消去法求下列线性方程组的解

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

3. 给定方程 $x^3 + 2x - 1 = 0$. 分析该方程存在几个实根, 用迭代法求出这些根(精确到4位有效数字), 并讨论所用迭代方法的收敛性.

4. 求实参数 α 的取值范围, 使以下迭代格式收敛

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = (1 - \alpha)x_1^{(k)} + x_2^{(k)} + 4\alpha, \\ x_2^{(k+1)} = \alpha x_1^{(k+1)} - x_2^{(k)} - 3\alpha + 1. \end{cases}$$

5. 求一个4次多项式 $p(x)$ 使它经过点 $A(0, 1)$ 和 $B(4, 0)$, 且在点 $x = 1$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切, 在点 $x = 2$ 处有平行 x 轴的切线.

6. 已知函数 $f(x) \in C^3[0, 2]$. 给定求积公式

$$\int_0^2 f(x) dx \approx Af(0) + Bf(x_0).$$

(1) 试确定参数 A, B, x_0 , 使该求积公式代数精度尽可能高, 指出所达到的最高代数精度次数;

(2) 推导出以上所得到的求积公式的截断误差表达式.

7. 求 a 和 b 使得

$$\int_0^{\pi} (\sin x - a - bx)^2 dx$$

取得最小值.

8. 已知 $y = f(x)$ 的如下函数值表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4.9	7.3	11.9	13.4	15.5	20.1	24.3	36.7	41.6

用复化求积公式求 $\int_0^8 f(x)dx$ 的近似值, 并估计误差.

9. 考虑常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x, y), & a \leq x \leq b, \\ y(a) = \eta \end{cases}$$

的数值求解. 取正整数 n , 记 $h = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$, $0 \leq i \leq n$. 试确定常数 A, B, C 使求解公式

$$y_{i+1} = y_i + h[Af(x_{i+1}, y_{i+1}) + Bf(x_i, y_i) + Cf(x_{i-1}, y_{i-1})]$$

有尽可能高的精度, 并指出所得公式的阶数.

线

封

密

10. 给定如下抛物型方程的初边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = 0, & 0 < x < 1, \ 0 < t \leq 1, \\ u(x, 0) = g(x), & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0, t) = 0, \ u(1, t) = 0, & 0 < t \leq 1, \end{cases}$$

其中 $g(x)$ 为已知函数, 且 $g(0) = g(1) = 0$. 假设上述问题存在光滑解. 取正整数 M, N , 记 $h = 1/M$, $\tau = 1/N$, $x_i = ih$, $t_k = k\tau$.

- (1) 建立求解此问题的隐式差分格式, 并给出局部截断误差表达式;
- (2) 证明此差分格式的收敛性.