# 考虑二次延误惩罚的单机调度问题启发式算法研究

# 绪论

## 选题背景及意义

从科技的角度来看，未来二、三十年人类社会将演变成一个智能社会，其深度和广度我们还想象不到[[1]](#footnote-1)。近些年来，得益于大数据技术的发展，人工智能逐步兴起，并开始影响人们的生活，智能家居、无人驾驶汽车、个性化推荐、人脸识别等等，都是人工智能给人类带来的科技福利。在大数据和人工智能时代的大背景下，信息科学、机器学习和运筹学分别扮演者不同的角色。数据的采集、挖掘、存储和管理属于信息科学的范畴；拿到数据后，根据数据做分析得出某些规律，这属于统计学习、机器学习甚至深度学习的范畴；而根据数据总结出的规律，决策人需要做决定的时候，既需要考虑方案的合理性，也需要考虑约束条件的限制，需要考虑成本代价或者最终受益，希望在复杂的规律中找到最优化的决策，这就是运筹学要解决的问题。可以预见的是，随着人们对更深层次更全局性优化决策的需求，运筹学必然会扮演着更重要的角色。

在有限数量可行解的集合中找出最优解的一类问题称为组合优化问题，它是运筹学的一个重要分支。所研究的问题涉及信息技术、经济管理、工业工程、交通运输、通讯网络等诸多领域。组合优化问题求解的是离散型变量的优化问题，其一般形式可以描述为：在满足一定的约束或者限制条件下，求取使得给定的目标函数值最大或者最小的解。

单机调度问题（single machine scheduling problem）是组合优化问题的一种，具有较高的理论研究价值，而且实际应用中有很多相关问题亟待解决，因此吸引了全世界研究人员的广泛关注。单机调度问题主要研究的是如何在一台给定的机器上安排一组加工任务，并希望该调度方案使得绩效度量达到最优。这类问题在实际生产生活中有广泛的应用，如适时生产理念（just-in-time，简称JIT）和供应链管理。适时生产理念提倡物品按需按量按时生产，无论是提前或者延后生产都不建议，都会对生产效益产生不好的影响，太早工厂库存压力大，太晚影响订单进度，因此理想的生产计划是所有的工作都在规定的时刻完成。单机调度问题在供应链管理中也有应用，将供应商比做生产机器，每道作业或者工序就是客户的配送任务，在实际中，强调供应商和客户之间的协调，要求尽量在指定的时间完成客户的配送，太早客户库存容量限制不能接受，太晚影响供应商信誉，也可能会使客户的其它安排滞后，所以安排合理的配送方案使得供应需求按时满足在供应链管理中就显得尤为重要。另外，在CPU调度、车间作业调度和机场飞机起降调度等问题中，单机调度问题都有广泛的应用。

根据约束条件或者求解目标的不同，单机调度问题有很多变种。一般来说，衡量单机调度问题效益的主要关注点在于作业加工的提前时间惩罚（Earliness）和延迟惩罚（Tardiness）。顾名思义，提前时间惩罚指的是由于作业实际完工时间早于作业要求的完工时间受到的惩罚，延迟惩罚指的是作业实际完工时间晚于作业要求的完工时间受到的惩罚。在不同目标的问题中，这两种惩罚的权重可能不同，文中主要研究的是线性的提前时间惩罚和二次的延迟惩罚问题。由于作业间不存在前后序关系，因此所有工序任意一种排列组合方式都是问题的解。因此如果需要求解最优方案，最差需要遍历所有可能的解，考虑件作业的单机调度问题，其搜索空间为个点的全排列的集合，其计算复杂度达到了*O*(*n*!)。

已经证明，单机调度问题属于典型的NP难问题。大多数组合优化问题都是NP难问题，如单机调度问题、旅行商问题、排课表问题、图着色问题以及蛋白质结构预测问题等等。在计算复杂性理论中，这类问题的计算复杂度很高，目前很难在多项式时间内求解。一般来说，求解组合优化问题有精确算法、近似算法和启发式算法。精确算法致力于找到问题的最优解，但由于问题的复杂性和计算机技术的制约，在有限的时间内很难利用精确算法求解，但这并不妨碍有毅力的研究人员致力于寻找精确的求解算法求解某些NP难问题。近似算法旨在通过数学推导，有限的时间内求取和最优解相差一定范围内的解，但在实际生活中往往和全局最优解相差很大，但并不能满足实际需求。启发式算法是比较常用的求解组合优化的方法，它来自于科学家们对大自然观察，受启发而创造，也因此而得名。通过总结大自然的运行规律或者面向具体问题的经验、规则来求解问题，通过循环迭代不断更新当前获得的解决方案，以便或者更好的解，并有机会得到全局最优解。

一般来说，启发式算法分为很多种，包括局部搜索、禁忌搜索、遗传算法和种群算法等等，其复杂程度和计算效率都不同，但对于不同的问题，不同的算法表现性能均不同，因此往往需要根据具体问题去设计算法，本文研究的目的也是为了找到求解带线性超前惩罚和二次延迟惩罚的单机调度问题的启发式优化算法。该问题在车间生产调度、供应链管理等领域中有广泛的应用，因此解决这一问题可以带来巨大的经济效益；而且单机问题属于NP难问题，求解这一问题具有重要的理论研究价值。

## 国内外研究历史及现状

单机调度问题是比较经典的组合优化问题，业已吸引了国内外众多学者的研究。生产调度问题的研究历史较为悠久，最早是由Johnson于20世纪50年代提出，距今60多年的历史。根据实际生产生活中的需要，后来诸多学者提出了几种不同求解目标的单机调度问题，并总结出了科学描述生产调度问题的方法。1967年Conway提出了调度问题的四参数表示法，后来Graham、Lawler等人（1979）提出了更好的三参数表示法（），其中用来描述机器的数量、类型等机器环境信息，用于描述工件的加工约束信息，用于描述目标函数。

单机调度问题是已被证明的NP难问题【引用】，由于其复杂性和多样性，很难找到一种通用的求解算法。一般地，解决单机调度问题的算法主要分为三类：第一种是精确算法，利用分支定界或者动态规划来求解；第二种是优先分配规则，属于构造算法；第三种是启发式算法，通过解的迭代更新，不断改进解。

* 精确算法

一般来说，求解单机调度问题的精确算法主要是分支定界（Branch and Bound）和动态规划（Dynamic Programming）两种。1990年Abdul-Razaq提出了两种动态规划方法和四中分支定界算法来求解考虑带权延误惩罚的单机调度问题。Potts和Van Wassenhove提出了求解延误惩罚权值相同的单机调度问题的动态规划算法，亦提出了延误惩罚权值不同时的分支定界算法。Ragatz、Luo和Bigras分别利用分支定界算法求解了带有准备时间的单机调度问题，Sourd提出了一种分支定界法来求解具有相同预期完成时间的单机调度问题，并同时考虑了超前时间惩罚和延误惩罚。Valente基于工序完成时间的松弛提出了一种求解单机调度问题下界的方法，并采用合适的下界，结合插入探测，提出了求解该问题的分支定界算法。最近，由Tanaka和Araki提出的一种精确算法找到了由Cicirello生成的考虑带加工准备时间和加权延误惩罚的单机调度问题的全部120算例的最优解；并用相同的算法求解延误惩罚不加权的单机调度问题【引用】，由62/64个算例得到了最优解。

动态规划或者分支定界等精确算法求解时一般可以获得较好的优度，但往往计算时间较长，对于较大规模的算例，需要几天甚至更久的时间，因此在实际中很难得到应用。

* 优先分配规则【待补充】
* 启发式算法

启发式算法主要包括局部搜索、禁忌搜索、遗传算法和混合算法等，在很多类型的单机调度问题上都有良好的计算效果。Potts和van Wassenhove提出了多种启发式算法来求解不带准备时间的单机调度问题，并发现通过成对交换工件加工位置是不错的策略。Holsenback提出了一种求解加权延误惩罚的单机调度问题，处理的问题规模可以达到50个工件数量。Feo 提出了一种贪婪自适应搜索算法（GRASP）来求解带准备成本和线性延误惩罚的单机调度问题。【需要扩充】Gonçalves提出了基于随机关键字的几种遗传算法，这些遗传算法大致相同，只是在生成初始解和利用局部搜索收敛时有差异。Valente and Schaller针对考虑机器准备时间和不考虑准备时间的单机调度问题，均提出了几种解决问题的启发式算法。Rubin和Ragatz提出了一种遗传算法（GA）用来求解最小化总延迟的单机调度问题。Tan和Narasimhan提出一种模拟退火算法（SA）来解决带准备时间的单机调度问题，Armentano和Mazzini[69]同样则提出用遗传算法（GA）解决该问题，而Franca等人则提出了一种混合进化算法（Memetic）算法解决考虑准备时间的单机调度问题。

对于既考虑准备时间也考虑延误惩罚权重的单机调度问题，也有众多的学者参与研究。Cicirello 和Smith为生成了120个带准备时间带延误惩罚权重的单机调度问题算例，每个算例包括60个工件；并且他们还分析了一些随机抽样方法与模拟退火算法搭配在一起的性能。Lin和Ying对比了遗传算法（GA）、禁忌搜索算法（TS）以及模拟退火算法（SA）在求解该类单机调度问题时的表现。Valente提出了几种基于束搜索的启发式算法，这些启发式算法既包括利用优先级和总惩罚值来进行评估的束搜索算法，也有带可变束和过滤宽度的变体。近年来Tasgetiren等人[82]提出的离散差分进化算法（Discrete Differential Evolution， DDE）以及Kirlik和Oguz[83]提出的变邻域搜索算法（GVNS）大幅度的改进了该类单机调度问题算例的解。2014年，Xu提出了基于“块移动”迭代局部搜索算法和混合进化算法来求解，在很多算例上得到了当前最好解。

## 本文主要工作及结构安排

本文主要研究的是单机调度问题的一种——考虑

# 单机调度问题及启发式算法概述

## 单机调度问题

单机调度是生产生活中比较常见的组合优化问题，下面的内容给出该问题的描述以及按照约束条件和求解目标的分类。

### 问题概述

生产调度问题主要是研究如何在一台或者多台机器上加工生产线上的工件。一般来说，在各个工件都有预期的完工时间，甚至工件之间还有可能会有先后序关系，生产调度就是在满足各个约束限制条件下，制定出生产计划，规定每个工件的加工顺序或者时间，以期望实际生产尽可能在安排的时间完成。

单机调度问题，顾名思义，指的是所有的工件都在 一台机器上进行加工，这在某些贵重仪器加工上比较常见。另外，单核CPU上作业的调度，机场跑道上飞机起飞或者降落的调度也可以抽象成单机调度问题。求解单机调度问题，就是希望在有限的资源下，通过制定合理的工件加工计划，平衡所有工件的完工时间，最小化违约惩罚，最大化经济效益。

### 单机调度问题分类

单机调度问题根据约束条件和求解目标的不同有多种不同类型，不同类型的单机调度问题需要设计不同的求解算法，很难找到普遍性的解决单机调度问题的算法。

* 根据机器类型划分
  + 抢占式：工件在加工的时候允许被抢占，加工到一部分的时候，可以让机器转去完成其它工件的加工，等另外的工件完成后反过来完成剩下的部分，这在CPU调度中较为常见；
  + 非抢占式：即加工时不允许抢占，只有当当前工件完成了加工，机器才能开始下一个工件的加工；
* 根据是否考虑准备时间来划分：
  + 考虑准备时间：当某个工件加工完成后，紧接着加工的工件需要等待一段时间后才允许在机器上开始加工；
  + 不考虑准备时间：加工完成一个工件后可以马上进行下一个工件的加工；
* 根据机器是否允许有空闲时间：
  + 允许空闲时间：为了避免超前惩罚，允许机器空闲一段时间之后再开始加工；
  + 不允许空闲时间：机器不允许空闲，工件加工时间时紧密相邻的；
* 根据目标函数划分：
  + 不带权延误惩罚：当每个工件的实际完工时间比工期晚时，有延误惩罚，调度需满足所有工件的延误惩罚之和最小；
  + 考虑带权延误惩罚：每个工件的延误惩罚的权值不相同，调度需考虑使得所有工件的带权惩罚值之和最小；
  + 考虑超前惩罚和延误惩罚：不仅考虑工件的延误惩罚，当工件的加工时间比工期早，也有超前惩罚值，调度需满足超前惩罚和延误惩罚的和最小；
  + 考虑超前惩罚和二次延误惩罚：该种单机调度问题既考虑了超前惩罚也考虑了延误惩罚，而且实际生活中，一般延误惩罚比超前惩罚更严重，因此延误惩罚是二次的，这也是本文所研究的问题。

## SMSP-LEQT问题模型

根据约束条件和目标函数的不同，单机调度问题可划分成多种类型，本论文主要研究的是带线性超前惩罚和二次延误惩罚的单机调度问题（single-machine scheduling problem with linear earliness and quadratic tardiness penalties，以下简称SMSP-LEQT问题），下面使用自然语言和形式化语言相结合的方式给出该问题的数学模型。

给定包含个工件的集合，每个待加工的工件都有加工所需的时间（用表示）以及期望的加工完成时间（用表示）。所谓单机调度，即只给定一台加工机器M，这在价格昂贵的精密仪器加工机床、单核CPU或机场等场景比较常见。这个工件需要分别在机器M上加工完成，加工的时候不允许抢占，即对于任意两个不同的工件，当工件在加工的时候，必须等待加工完成后才能在机器M上加工。这些工件是相互独立的，即任意两个工件之间不存在前后序关系，二者间的加工前后关系是可选的，不存在任何限制。机器M在0时刻就可以认为准备就绪，工序加工没有空闲时间，即当某一个工件加工完之后，可以认为在上一个工件的加工结束时刻就允许开始下一个工件的加工。从上述描述的分析来看，单机调度问题的一个合法解可以用这个工件的加工序列来表示，所以单机调度问题一般也被称为排序问题。用表示工件是否在第个加工，表示是在机器M上加工的第个工件，反之则不是。根据问题描述，存在如下约束：

公式(2.1)中，第一个约束表示每个工件都会被加工，而且只被加工一次；第二个约束表示每个工件不允许抢占，每个时刻只允许一个工件在机器上被加工。

每个工件加工需要一定的时间，而且只有一台机器M可以使用，加工能力有限，因此不一定每个工件都能在指定安排的时刻完成加工。由于SMSP-LEQT问题中**不考虑工件的准备时间**，而且机器M**不允许抢占**，也**不允许有空闲时间**，因此一个合法的调度计划可以直接用一个工件序列来表示，如图 2.1所示，因此单机调度问题一般也被称为序列问题。

[需要画图]

图 2.1 单机调度问题合法解示意图

用表示工件的实际完工时间，存在如下惩罚值定义：

* 超前惩罚(earliness)：如果工件的实际加工时间早于工件的期望完工时间，则会有超前惩罚（如难以保存或者积货影响库存），用0截取表示当加工完成时间晚于期望时间时不会有超前惩罚；
* 延误惩罚(tardiness)：如果工件的实际加工时间晚于工件的期望加工时间，则会有延误惩罚(如影响交货时间或者飞机延误等等造成的损失),用0截取表示当加工完成时间早于期望时间时不会有延误惩罚；

在一般单机调度问题中，超前惩罚和延误惩罚都是一次项，即对于这两种惩罚来说，认为的不良后果是相同的，在带权延误惩罚值的单机调度问题中考虑的仅仅是不同的工件带来的延误惩罚会不同。而在SMSP-LEQT问题中，超前惩罚是一次的，延误惩罚是二次的，即认为延误交货时间带来的后果往往更严重，这在如机场调度等场景中十分常见，飞机延误不仅会影响其它飞机调度，还严重影响乘客的满意度。根据上面的描述，SMSP-LEQT问题的求解目标定义如下：

## 启发式算法概述

在实际生产生活中，往往会遇到一些大规模的复杂优化问题，如机场航班调度、停机位分配问题、护士排班问题、负载均衡、车间作业调度和车辆路由问题等等，这些问题都是NP难问题，目前求解NP难问题的主要算法有精确算法、近似算法和启发式算法三种，应用最有效最广泛的当属启发式算法。启发式算法（Heuristic）指的是人们受大自然的启发，通过总结经验和规则来求解问题的算法。实际中的组合优化问题往往求解难度很大，而且在大多数场景下，要求能快速决策，给出解决方案。一般地，精确算法很难在比较短的时间内找到较好的解，而启发式算法通过对问题的分析以及结合实际中的方案规则，能在合理的时间内得到较好的解，但启发式算法的求解性能缺乏理论支持，往往是通过实际求解结果来验证其性能。

启发式算法一般分为个体优化算法和种群优化算法。个体优化算法包括局部搜索、禁忌搜索、模拟退火等等，种群优化算法包括遗传算法、蚁群算法、粒子群算法等等。对启发式算法来说，好的算法设计既要考虑到解的集中性，也要考虑到解的疏散性。所谓集中性，指的是解能够快速迭代更新优化，更快找到或者收敛到局部最优解；所谓疏散性，指的是搜索更广阔的解空间，更有利于增加搜索到全局最优解或者更好解结构的可能性。个体优化算法更着重于体现解的集中性，但并非完全不考虑解的疏散性，一般会通过扰动或者禁忌表来增强解的疏散性。种群优化算法也并非完全指考虑解的疏散性，它通过解的交叉来扩展解空间，但依然会通过一些简单快速的局部搜索算法来使种群中的个体收敛到更优的解。本文求解单机调度问题主要运用了局部搜索和禁忌搜索两种算法，这里简单地介绍下局部搜索和禁忌搜索的概念。

### 局部搜索概念

局部搜索，顾名思义，就是通过有效的搜索策略，找到局部最优解。局部搜索的主要过程是从一个初始解出发，通过在解空间中搜索当前解的邻域，找到邻域中更好或者最好解，并用找到的新解替换当前解，重复上述过程直到解不再更新为止。

局部搜索算法设计主要集中在三个方面：邻域结构设计，评估函数设计以及达到局部最优后如何进一步拓展解空间。所谓邻域结构，指的是如何从当前解出发得到邻域解空间。一般来说，邻域解是通过在当前解的基础上，对解的构成做比较小的改动（称为邻域动作），得到新的解。当然，做邻域动作需要保证解的合法性不受影响。邻域空间越小，从邻域中找到最优解的速度越快，但搜索的范围小，不一定能覆盖到好的解，很容易陷入局部最优；邻域空间越大，从邻域中找到最优解的速度越慢，但搜索的解数量多，更容易持续更新当前解。因此，好的邻域结构设计也要考虑集中性和疏散性的平衡，既需要保证搜索的效率，也要尽可能搜索到更多的优质解，避免很快陷入局部最优。评估函数指的在确定邻域结构之后，如何从邻域中选择新的解替换当前解，这依赖于评估函数的选择。评估函数需要从领域解结构中挑选出优质的解，一般来说评估函数直接反应了目标函数的值或者目标函数的变化量，旨在不断得到更优的解。评估函数的确立也要注意搜索的效率，由于局部搜索中往往需要大量重复使用评估函数来评估，高效的评估函数可以极大的提高搜索效率。

局部搜索一个重要的特征就是算法在执行过程中会逐步陷入局部最优，即当前解就是邻域中的最优解时，算法将无法搜索更好的解，因此需要设计某种机制，如对解进行扰动（较大程度改变解的结构）扩展新的搜索空间。扰动机制的作用是希望跳出局部最优，因此扰动的幅度不能太小，避免又回到局部最优解；扰动的幅度也不宜过大，幅度过大的扰动类似于重新生成初始解，之前搜索得到的解毫无作用，不易于保持优良的解结构，会因为无效率的搜索大幅度降低算法的计算速度和性能，也不利于进一步改进解。

### 禁忌搜索概念

禁忌搜索（Tabu Search或Taboo Search，简称TS）的思想最早由Glover(1986)提出[引用文章]，它是对局部领域搜索的一种扩展，。禁忌搜索的主要思想是通过特殊的存储结构记录搜索过的解空间。当然，一般来说很难直接将搜索过的解完全保存下来，通常是通过记录一些邻域动作，来判断当前的邻域动作是否被禁忌。

禁忌搜索的大致流程和局部搜索很相似，也是从一个初始解出发，通过搜寻邻域中的解来不断更新当前解。但与之不同的是，禁忌搜索通过禁忌表来记录搜索区域避免迂回搜索。在禁忌搜索的过程中，会将搜索过的解或者动作记录在禁忌表中，禁忌表中的元素也并非一直被禁忌，每个元素的禁忌时间称为禁忌长度，当迭代一段时间之后允许禁忌表中的元素被解禁，避免漏掉结构性良好的解。由于禁忌表的存在，禁忌搜索在每次扩展邻域的时候会将邻域解集合划分为受禁忌的候选集和不受禁忌的候选集，确立邻域最优解会从不受禁忌的候选集中的元素中挑选，但也存在一些例外情况，称为特赦准则。所谓特赦准则，指的是有一些邻域解虽然被禁忌，但为了获得更好的解，也必须选择，所以一般认为如果当前解的目标函数值优于找到的最好解的目标函数值，即便该解被禁忌，也允许选择该动作来替换当前解。

从禁忌搜索的流程上来看，禁忌表的设计显得尤为重要。一方面，禁忌表要对搜索过的解空间进行封闭，因此禁忌表既不能漏掉太多搜索过的空间，不然难以避免迂回搜索；另一方面亦不能将未搜索过的解标记为禁忌状态，否则可能会因为错误的标记漏掉结构较好的解。禁忌表不但需要保存禁忌元素，还要判断邻域解是否处于禁忌状态，因此保证禁忌判断的效率也显得尤为关键。由于组合优化问题的结构一般比较复杂，即便是本文研究的单机调度问题，其解也是工件的序列，但如果禁忌表中直接保存单机调度问题的解，那可能搜索的绝大部分时间开销都是在判断当前工件序列是否和解中的一致，显然算法的性能大打折扣，因此通常来说会将一些邻域动作加入到禁忌表，既能通过判断邻域动作是否在禁忌表中来快速判断当前解是否被禁忌，也能有效地避免迂回搜素。

# 求解单机调度问题的迭代局部搜索算法

求解组合优化问题的启发式算法有很多，包括局部搜索、禁忌搜索、遗传算法、蚁群算法等等。对于SMSP-LEQT问题，本文设计了一种带多种扰动机制的迭代局部搜索算法来求解。局部搜索是比较简单而且较容易实现的算法，但对于组合优化问题，并不是计算的算法越复杂，效果越好，简单的算法，如果能对问题理解地更透彻，往往也有较好的效果，用简单的算法来求解复杂问题，也是算法优势的体现。当然，由于局部搜索的局限性，当单机调度问题的规模较大的时候，很容易陷入局部最优，因此本文设计了一种多扰动机制来增强解的疏散性。下面首先介绍迭代局部搜索算法的具体流程，然后再结合实际研究的SMSP-LEQT问题来详细描述针对该问题的求解算法。

## 迭代局部搜索算法

迭代局部搜索算法是一种常见的解决组合优化问题的算法，也是比较容易实现的算法，它在解决护士排版问题【待补充】等都有很好的应用。本节主要介绍迭代局部搜索算法的详细过程和在求解SMSP-LEQT问题时的具体应用。

### 基本思想

局部搜索的过程在2.3.1中已经阐述，主要是通过邻域动作从当前解出发获得多个邻域解，从中挑选出一个解替换当前解，达到更新解的目的。但如果当前解就是邻域中的最好解时，局部搜索就会陷入局部最优，无法再进行搜索，所以常迭代使用局部搜索算法。因此，很多时候会通过重启局部搜索来扩大搜索范围。但随着问题规模的增大，重启的效果变得越来越差，因为重启是通过重新构造初始解再应用局部搜索。但由于随机构造的初始解和全局最优解往往相去甚远，完全从初始解出发，很快就会收敛，很难具备达到全局最优解的条件。一般迭代局部搜索不通过重启来进行迭代，而是在局部最优解的基础上进行扰动，也就是对局部最优解进行微小的调整，再从扰动后的解出发，重新进行局部搜索。因为扰动是从局部最优解为基础，所以在一定程度上保留了之前搜索到的优良的解结构，而且通过扰动，可以在不同的邻域解空间进行局部搜索，搜索的疏散性显著增强，有助于找到优度更高的解。

### 局部搜索流程

迭代局部搜索算法的主体框架如所示

### 扰动机制

## 求解单机调度问题的启发式算法设计

### 总体求解框架

### 邻域动作

### 邻域评估

### 多扰动机制

# 实验结果比较和分析

## 实验方案设计

### 测试算例

### 实验环境

## 参数设定

## 实验结果对比

# 总结与展望

## 对启发式算法的理解

## 启发式算法的发展前景

# 致谢

# 参考文献

1. 华为任正非2016年在全国科技创新大会上的汇报开篇发言 [↑](#footnote-ref-1)