

可证明安全 - 引言

钱宸

网络空间安全学院
山东大学

2025.09.15

Contents

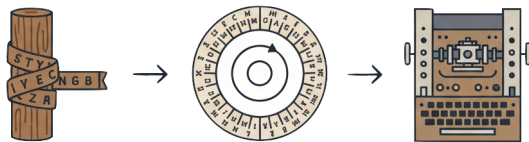
1. 前言
2. 密码学中的安全性证明
3. 自动形式化验证

Contents

1. 前言
2. 密码学中的安全性证明
3. 自动形式化验证

前言

古典密码学



从古典密码到现代密码

古典密码与现代密码的区别

- 古典密码: 替换、置换
- 现代密码: 数学基础、计算复杂性

常见的密码学应用

- 机密性: 私钥加密、公钥加密
- 完整性: 消息认证码、数字签名
- 认证: 认证协议
- 密钥交换: 密钥交换协议
- 零知识证明
- ...

常见的密码学应用

- 机密性: 私钥加密、公钥加密
- 完整性: 消息认证码、数字签名
- 认证: 认证协议
- 密钥交换: 密钥交换协议
- 零知识证明
- ...



常见的密码学应用

- 机密性: 私钥加密、公钥加密
- 完整性: 消息认证码、数字签名
- 认证: 认证协议
- 密钥交换: 密钥交换协议
- 零知识证明
- ...



怎么论证安全性?

- 经验主义方法
- 数学证明方法

如何严格定义安全性?



敌手 \mathcal{A}

- 敌手 \mathcal{A} 是一个试图攻击密码学方案的算法 (图灵机).
- 安全性定义通常将 \mathcal{A} 的能力限制在多项式时间内的概率算法.

如何严格定义安全性?



敌手 \mathcal{A}

- 敌手 \mathcal{A} 是一个试图攻击密码学方案的算法 (图灵机).
- 安全性定义通常将 \mathcal{A} 的能力限制在多项式时间内的概率算法. (为什么呢?)

如何严格定义安全性?



安全性目标

- 机密性: 敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内区分两条消息的加密结果.
- 完整性: 敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内伪造合法的消息认证码.
- 认证: 敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内冒充合法用户.
- 密钥交换: 敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内计算出通信双方的会话密钥.

如何严格定义安全性?

上述所有目标都是说明 \mathcal{A} 不能达成某个目标. 通常使用“安全性游戏 \mathbf{G} ”来形式化这个过程. 更加严谨的定义:

安全性定义

- 使用 $\mathbf{G}_{\mathcal{A}} \Rightarrow 1$ 表示敌手 \mathcal{A} 在安全性游戏 \mathbf{G} 中获胜.
- 对于一个密码学方案 Π , 给定任意敌手 \mathcal{A} , 我们使用 $\text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\mathbf{G}}$ 表示敌手 \mathcal{A} 在安全性游戏 \mathbf{G} 中获胜的概率, 即需要证明

$$\forall \mathcal{A}, \quad \text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\mathbf{G}}(1^\lambda) = \Pr[\mathbf{G}_{\mathcal{A}} \Rightarrow 1] \leq \text{negl}(\lambda).$$

这里需要对于所有多项式时间的敌手 \mathcal{A} 成立, 其中 $\text{negl}(\lambda)$ 是一个忽略函数.

如何严格定义安全性？

安全性证明可以看作以下断言的正确性证明:

$$\forall \mathcal{A}, \quad \text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\mathbf{G}}(1^\lambda) = \Pr[\mathbf{G}_{\mathcal{A}} \Rightarrow 1] \leq \text{negl}(\lambda).$$

如何严格定义安全性?

安全性证明可以看作以下断言的正确性证明:

$$\forall \mathcal{A}, \quad \text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\mathbf{G}}(1^\lambda) = \Pr[\mathbf{G}_{\mathcal{A}} \Rightarrow 1] \leq \text{negl}(\lambda).$$

安全性证明

对于一个协议 Π , 一个安全性游戏 \mathbf{G} , 给出一个上述断言的正确性证明.

如何严格定义安全性?

安全性证明可以看作以下断言的正确性证明:

$$\forall \mathcal{A}, \quad \text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\mathbf{G}}(1^\lambda) = \Pr[\mathbf{G}_{\mathcal{A}} \Rightarrow 1] \leq \text{negl}(\lambda).$$

安全性证明

对于一个协议 Π , 一个安全性游戏 \mathbf{G} , 给出一个上述断言的正确性证明.

一些复杂度碎碎念

- 多项式时间: $O(n^k)$, 其中 k 是一个常数.
- 忽略函数: $\text{negl}(n)$, 满足 $\forall c > 0, \exists n_c, \forall n > n_c, \text{negl}(n) < \frac{1}{n^c}$.
- 安全参数: λ , 其中 1^λ 表示 1^λ , 即 λ 个 1 组成的字符串. 通常用 1^λ 使算法的输入长度为 λ .

例子：签名安全性

签名安全性定义 (不严谨)

- 签名安全性要求敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内伪造合法的签名.

例子：签名安全性

签名安全性定义 (不严谨)

- 签名安全性要求敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内伪造合法的签名.

UF-KOA(Unforgeability under Key-Only Attack)

- 敌手 \mathcal{A} 只能获得签名者的公钥 (KOA), 并试图伪造签名 (UF-).

$\text{Exp}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\text{UF-KOA}}(1^\lambda)$

- $(vk, sk) \xleftarrow{\$} \text{KGen}(1^\lambda)$
- $(m^*, \sigma^*) \xleftarrow{\$} \mathcal{A}(vk)$
- **return** $\llbracket \text{Ver}(vk, m^*, \sigma^*) = 1 \rrbracket$

例子：签名安全性

签名安全性定义 (不严谨)

- 签名安全性要求敌手 \mathcal{A} 无法在多项式时间内伪造合法的签名.

UF-KOA(Unforgeability under Key-Only Attack)

- 敌手 \mathcal{A} 只能获得签名者的公钥 (KOA), 并试图伪造签名 (UF-).

$\mathbf{Exp}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\text{UF-KOA}}(1^\lambda)$

- $(vk, sk) \xleftarrow{\$} \text{KGen}(1^\lambda)$
- $(m^*, \sigma^*) \xleftarrow{\$} \mathcal{A}(vk)$
- **return** $\llbracket \text{Ver}(vk, m^*, \sigma^*) = 1 \rrbracket$

- 需要证明
$$\forall \mathcal{A} : \text{Adv}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\text{UF-KOA}}(1^\lambda) = \Pr \left[\mathbf{Exp}_{\Pi, \mathcal{A}}^{\text{UF-KOA}}(1^\lambda) \Rightarrow 1 \right] \leq \text{negl}(\lambda).$$
- 这里需要对于所有多项式时间的敌手 \mathcal{A} 成立.

安全性证明

本课程目的

- 什么样的证明是一个严谨的安全性证明?
- 如何构造一个严谨的安全性证明?
- 如何使用形式化验证工具来辅助安全性证明?

本课程结构

1. 密码学中的安全性证明
 - 基于规约的证明
 - 基于安全游戏的证明
 - 基于模拟的证明

本课程结构

1. 密码学中的安全性证明

- 基于规约的证明
- 基于安全游戏的证明
- 基于模拟的证明

2. 自动形式化验证工具

- 消息与演绎推理
- 等式论与静态等价性
- 密码学计算模型
- 安全性质建模
- 自动化验证

课程参考书目

- 基于安全游戏的证明 [Bellare and Rogaway, 2006] [Shoup, 2004]
- 基于模拟的证明 [Lindell, 2016]
- 形式化验证 [Cortier et al., 2014]

References



Bellare, M. and Rogaway, P. (2006).

The security of triple encryption and a framework for code-based game-playing proofs.

In Vaudenay, S., editor, *EUROCRYPT 2006*, volume 4004 of *LNCS*, pages 409–426. Springer, Berlin, Heidelberg.



Cortier, V., Kremer, S., et al. (2014).

Formal models and techniques for analyzing security protocols: A tutorial.

Foundations and Trends® in Programming Languages, 1(3):151–267.



Lindell, Y. (2016).

How to simulate it - A tutorial on the simulation proof technique.

Cryptology ePrint Archive, Report 2016/046.



Shoup, V. (2004).

Sequences of games: a tool for taming complexity in security proofs.

Cryptology ePrint Archive, Report 2004/332.