

图论在电网建设中的应用

辛建亭¹ 胡萍²

(1、青岛市广播电视局, 山东 青岛 266071 2、青岛飞洋职业技术学院, 山东 青岛 266109)

摘要:电力是现代日常生活和生产中最不可缺少的能源, 而要利用电力则需要相应的电网。电网的铺设应当在安全用电的前提下, 尽可能方便每一个用户。立足于当前我国经济已经进入到了一个以资源节约提高效率为主的时代的前提, 从节约资源的角度, 利用图论中的最小生成树理论, 较好的解决了电网铺设中的浪费问题, 并对这一类问题的解决提供了一种新的思路。

关键词:电网; 图论; 最小生成树

1 概述

改革开放三十年以来, 我国经济逐步从过去“高投入、高能耗、高污染”的粗放型经济发展模式逐步向以资源节约和提高效率为主的新的经济模式转变。这一转变的根本原因在于社会经济中的资源相对于人们无限的需求而言是有限的, 人们总是面临着资源稀缺性与人们需求无限性的矛盾问题。这就需要我们积极地寻求如何最优化利用资源以部分缓解资源稀缺性问题。从针对生活和生产中用电网铺设的随意性和浪费现象, 利用图论的相关理论, 在不涉及安全性的前提下, 给出了一种较好的系统的安排用电网的最优铺设方案。

2 图论中的相关理论

图论是运筹学的一个重要分支, 在现代生活中有着广泛的应用。

所谓图, 直观地讲就是在平面上 n 个点, 把其中的一些点对用曲线或直线连接起来, 不考虑点的位置与连线曲直长短, 这样形成的一个关系结构就是一个图。通常图 G 是一个偶对 (V, E) , 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是非空有限集, 其元素称为顶点, $E = \{e_j = (v_i, v_j) | v_i, v_j \in V\}$, E 中的元素称为边, $e_j = (v_i, v_j)$ 是从顶点 v_i 连接 v_j 的边, v_i 为该边的始点, 称 v_j 为该边的终点。图 G 的一条路是指一个有限的非空顶点不同的点边交错序列 $P = v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_n v_n$, 称 m 为路 P 的长。如果 $v_0 = v_n$, 即起点和终点相同, 则称为圈。对于图 $G(V, E)$ 的每条边 $e_j = (v_i, v_j)$, 赋以一个实数 w_{ij} , 则称 w_{ij} 为边 $e_j = (v_i, v_j)$ 的权, G 连同边上的权称为赋权图。如果 $G(V, E)$ 是一个图, 并且 $V' \subset V$, $E' \subset E$, 则称 G' 是 G 的子图。如果图 G 的任意两个点之间均有路相连, 则称 G 是一个连通图。若图 G 是连通的, 且不包含有圈, 则称该图 G 为树。若 G' 是包含 G 的全部顶点的子图, 且 G' 又是树, 则称 G' 是 G 生成树。

定理 1 设 G 是具有 n 个顶点的连通图, G 是树的充分必要条件是 G 有 $n-1$ 条边。

定理 2 如果图 G 是有限且连通的, 则在 G 中必存在生成树。

3 电网铺设问题的解决

在电网的铺设中, 不妨假设该电网中有 n 个用户, 我们将每个用户用一个点表示, 则得 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$; 若用户和用户之间有线路相连则我们将这两点连上一条边, 边集合即为 $E = \{e_j = (v_i, v_j) | v_i, v_j \in V\}$ 。这样就利用点和边将用电网络抽象成图论中的图, 我们将其记为 $G(V, E)$ 。对于图 $G(V, E)$ 的每条边 $e_j = (v_i, v_j)$ 的权值 w_{ij} , 我们用这两点间所要铺设线路的实际长度来表示。这样, 要研究电网的最优铺设问题, 我们只需要在抽象成的赋权图 $G(V, E)$ 上研究即可。

首先, 我们确保该电网中的每个用户的用

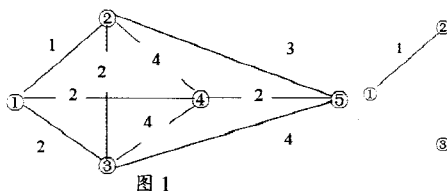


图 1

电需要, 只需图上任意两个点间皆有路相连即可。这样, 只要图 G 是一个连通图即可满足要求。

其次, 任意两个点之间的边最多只有一条。因为如果两点间的边不止一条, 即两个用户之间的线路不止一条, 则我们选取线路短的一条即可。因此, 图 G 中没有重边。

再次, 图 G 中应该不含有圈。因为将圈中任一条边去掉后, 图 G 仍然保持连通, 因此, 将该圈中去掉一条边之后, 相当于保持了用户的用电需要且又节省了资源。

最后, 图 G 本来是任意两个点之间都有边相连的完全图, 要满足我们前三个条件, 则图 G 变成了一个连通的没有重边和圈的简单图, 实际是一个树图, 是图 G 的一个生成树。

通过以上讨论, 我们可以得出这样一个结论: 对于实际用电网所抽象出来的图 G 而言是一个完全图, 本着最优化原则最终所要求的最优的铺设方案即为求图 G 的最小权值的生成树。

对于最小权值的生成树问题, 我们有如下非常方便的算法:

step1: 将图 G 的边按照其权值从小到大排列 e_1, e_2, \dots, e_n , 并令 $S = \emptyset, i=0, j=1$;
step2: 若 $|S| = i = n-1$, 停止, 此时 $G[S] = T$ 即为所求; 否则, 转向 step3;
step3: 如果 $G[S \cup \{e_j\}]$ 不构成圈, 则令 $e_{i+1} = e_j, S = S \cup \{e_{i+1}\}, i=i+1, j=j+1$ 转 step2; 否则, 令 $j=j+1$, 直接转 step2。

当该算法不能继续执行时停止, 此时所得的边构成的图即为图 G 的最小权值生成树。以上算法有时也称为 Greedy 算法, 即贪心算法。

我们以一个具体例子为例加以说明。

有 1, 2, 3, 4, 5 五个城市, 假如要在这五个城市之间建立电网, 这五个城市彼此之间建立线路的长度(百公里)已知, 抽象为赋权图如图 1 所示。问如何安排架设线路可以使得整个工程所用线路的长度最短。

计算的迭代过程如下(见图 2)

通过上面的过程, 我们很容易求得整个电网所用线路总长为 $1+2+2+2=7$ (百公里), 当然, 最优方案可能不唯一, 但最优值确实唯一的。

4 相关问题的解决

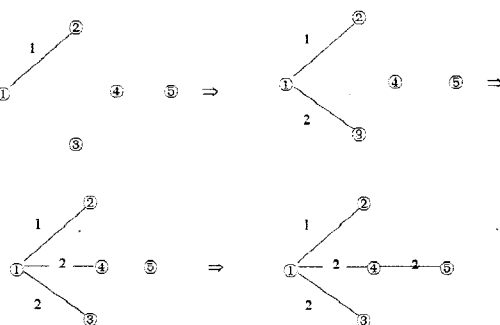


图 2

对于上面的电网铺设问题, 我们是从节约资源角度出发, 寻求耗费资源最少的铺设方案。当然, 对于边上权值的不同意义, 我们也可以用来求解最少费用的铺设方案, 此时, 只需要将边上的权值用来表示在两个不同用户间架设线路的费用即可。

一些类似的问题, 例如要修建一个连接若干城市的通讯网, 已知城市 v_i 与城市 v_j 之间通讯线路所需费用为 c_{ij} , 问应在哪些城市之间架设线路, 既能使所有城市之间都能连通, 又要求架设的总费用最小等等这一类问题都可以转化为求解图的最小生成树, 对于我们的目前的现代化建设有着极大的借鉴意义。

参考文献

- [1] 龚六堂. 动态经济学方法[M]. 北京: 北京大学出版社, 2002.
- [2] 胡运权. 运筹学基础及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [3] 常伟. 对经济学中矛盾问题的分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.

作者简介: 辛建亭(1974, 8~), 男, 山东青岛人, 大学本科, 青岛市广播电视局业务技术骨干。

责任编辑: 于会兰

(上接 63 页) 直接销售数字化产品将给商家带来极大的利益, 也是中国产品走向世界的最佳途径, 我们应该抓住此机遇, 研制出自己的数字水印产品, 以适应新技术的发展。

参考文献

- [1] 王丽娜, 张焱国. 信息隐藏技术与应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003, 25-32.
- [2] 王炳锡, 等. 数字水印技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002, 63-79.
- [3] 尹浩, 林闯, 邱峰等. 数字水印技术综述[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(7): 103-109.
- [4] 孙圣和, 陆哲明, 牛夏牧. 数字水印技术及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.

责任编辑: 于会兰