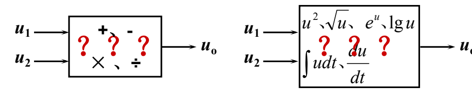
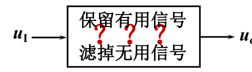
第6章 信号运算与处理电路电路



如何实现这些运算？

运用运算放大器和模拟乘法器！



如何实现有源滤波？

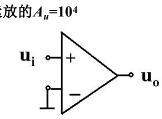
你知道吗？ 你想知道吗？
- 怎样构建运算电路？
- 怎样来进行有源滤波？
- 有源滤波好在哪里？

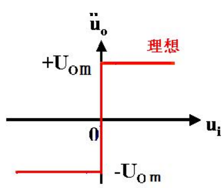
6.1 集成运放的两个工作区域及其特性

运算放大器的两个工作区域（状态）

运放的电压传输特性

设：电源电压 $\pm V_{CC}=\pm 10$V。
运放的 $A_u=10^4$



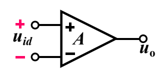


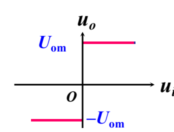
$|U_i|\le 1$mV时，运放处于线性区。

A_u越大，线性区越小，

当$A_u\to\infty$时，线性区→0

1. 理想运放的性能指标





(1) 开环差模放大倍数 $A_{ud}=\infty$

(2) 差模输入电阻放大倍数 $R_{ui}=\infty$

(3) 输出电阻放大倍数 $R_o=0$

(4) 共模抑制比输入电阻放大倍数 $K_{CMR}=\infty$

(5) 输入失调电压 $U_{IO}=0$，输入失调电流 $I_{IO}=0$,，
$dU_{IO}/dT(^0C)=0$，$dI_{IO}/dT(^0C)=0$,

应用理想运放时主要用到的指标：

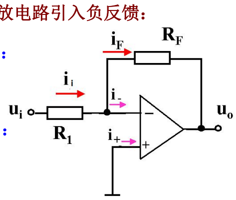
$A_u=\infty$，$R_{id}=\infty$，$R_0=0$

2. 理想运放的线性区

为了扩大运放的线性区，给运放电路引入负反馈：

理想运放工作在线性区的条件：

电路中有负反馈！



运放工作在线性区的分析方法：

虚短（$U_+=U_-$）

虚断（$i_+=i_-=0$）

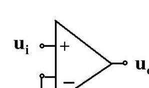
【问题引导】运放工作在线性区的条件是什么？分析方法的核心思想是什么？

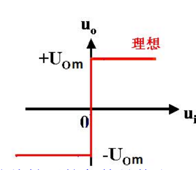
3. 理想运放的非线性区

（正饱和、负饱和输出状态）

运放工作在非线性区的条件：

电路开环工作或引入正反馈！





【问题引导】运放工作在非线性区的条件是什么？

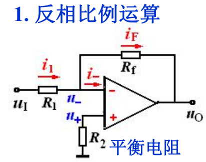
6.2 基本运算电路

【问题引导】基本运算电路的分析方法是什么？

6.2.1 比例运算电路

1. 反相比例运算

运算放大器在线性应用时同时存在虚短和虚断



$i_- \approx i_+ \approx 0 \xrightarrow{虚断} i_1 \approx i_F$

$u_- \approx u_+ = 0$ 虚地 $u_O = -i_F R_f$

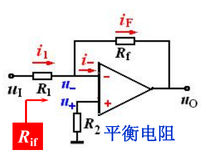
$A_{uf} = \dfrac{u_o}{u_i} \approx \dfrac{-i_F R_f}{i_1 R_1} = -\dfrac{R_f}{R_1}$

为使两输入端对地直流电阻相等：$R_2 = R_1 // R_f$

反相比例运算电路 $u_O = -\dfrac{R_f}{R_1} u_I$

非常重要！可以记住

【问题思考】在实验过程中如何实现电阻平衡？



特点：1. 为深度电压并联负反馈，$A_{uf} = \dfrac{u_O}{u_I} = -\dfrac{R_f}{R_1}$

2. 输入电阻较小 $R_{if} = \dfrac{u_I}{i_I} = R_1$

3. $u_{IC} = 0$，对 K_{CMR} 的要求低 $u_+ = u_- = 0$ 虚地

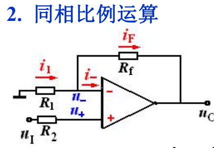
【问题引导】什么是共模输入电压？为什么具有"虚地"的运算电路对 K_{CMR} 的要求低？

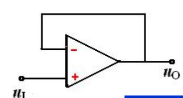
$u_+ = u_-$ 的那个电压！ $u_+ = u_- = 0$！

---

2. 同相比例运算

当 $R_1 = \infty$，$R_2 = 0$，$R_f = 0$ 时，





$A_{uf} = 1$ 电压跟随器

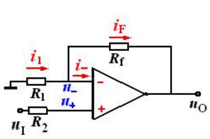
$u_- \approx u_+ = u_I \qquad i_1 \approx i_F$

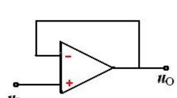
$\dfrac{u_I}{R_1} = \dfrac{u_O - u_I}{R_f}$，$u_O = (1 + \dfrac{R_f}{R_1}) u_I \qquad A_{uf} = 1 + \dfrac{R_f}{R_1}$

同相比例运算电路更一般的公式：$u_O = (1 + \dfrac{R_f}{R_1}) u_+$

非常重要！可以记住

【问题思考】如何实现电压跟随？





电压跟随器

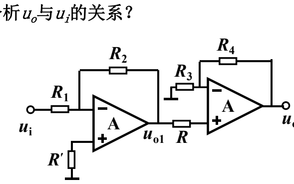
1. 为深度电压串联负反馈，$A_{uf} = \dfrac{u_O}{u_I} = 1 + \dfrac{R_f}{R_1}$

2. 输入电阻大 $R_{if} = \dfrac{u_I}{i_I} = \infty$

3. $u_{IC} = u_i$，对 K_{CMR} 的要求高 $u_+ = u_- = u_I$

共模输入电压不为0！ $u_+ = u_- = u_I$！

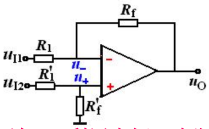
例A 分析 u_o 与 u_i 的关系？



解：$u_{o1} = -\dfrac{R_2}{R_1} u_i$

$u_o = (1 + \dfrac{R_4}{R_3}) u_{o1} = -\dfrac{R_2}{R_1}(1 + \dfrac{R_4}{R_3}) u_i$

3. 差分比例运算电路



法 1：利用叠加定理

$u_{I2}=0$ u_{I1} 使： $u_{O1}=-\dfrac{R_f}{R_1}u_{I1}$

$u_{I1}=0$ u_{I2} 使： $u_{O2}=(1+\dfrac{R_f}{R_1})u_+$

法 2：利用虚短、虚断

$$u_{O2}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{R_f'}{R_1'+R_f'}u_{I2}$$

$$u_-=\frac{u_O R_1}{R_1+R_f}+\frac{u_{I1}R_f}{R_1+R_f}$$

一般 $R_1=R'_1$； $R_f=R'_f$

$u_O=u_{O1}+u_{O2}$

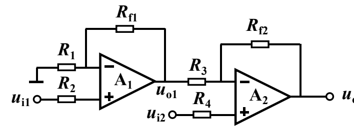
$=R_f/R_1(u_{I2}-u_{I1})$

由 $u_+=\dfrac{u_{I2}R_f}{R_1+R_f}=u_-$ 得

$u_o=R_f/R_1(u_{I2}-u_{I1})$

差分运算实际是减法运算

例B 设 $R_1=R_{f2}$，$R_3=R_{f1}$，指出电路功能？求 u_o =？



解：

$$u_{o1}=(1+\frac{R_{f1}}{R_1})u_{i1}$$

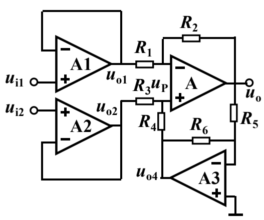
$$u_o=-\frac{R_{f2}}{R_3}u_{o1}+(1+\frac{R_{f2}}{R_3})u_{i2}=-\frac{R_{f2}}{R_3}(1+\frac{R_{f1}}{R_1})u_{i1}+(1+\frac{R_{f2}}{R_3})u_{i2}=$$

$$=(1+\frac{R_{f2}}{R_3})(u_{i2}-u_{i1})$$

电路功能：是差分运算电路。

电路优点：两输入端的输入电阻为 ∞。

例C $R_1=R_2=R_3=R_4$， 求 u_o =?



解：

$$\begin{cases} u_o=-\dfrac{R_2}{R_1}u_{o1}+(1+\dfrac{R_2}{R_1})u_P \\ u_P=\dfrac{R_4}{R_3+R_4}u_{o2}+\dfrac{R_3}{R_3+R_4}u_{o4} \\ u_{o4}=-\dfrac{R_6}{R_5}u_o \\ u_{o1}=u_{i1} \\ u_{o2}=u_{i2} \end{cases}$$

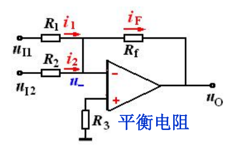
解得： $u_o=\dfrac{R_5}{R_5+R_6}(u_{i1}-u_{i2})$

6.2.2 求和运算电路

1. 反相加法运算电路

两输入信号接在反相输入端！

$i_F\approx i_1+i_2$



$$-\frac{u_O}{R_f}=\frac{u_{I1}}{R_1}+\frac{u_{I2}}{R_2}$$

$$u_O=-R_f(\frac{u_{I1}}{R_1}+\frac{u_{I2}}{R_2})$$

$R_3=R_1\,//\,R_2\,//\,R_f$

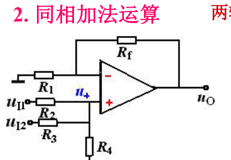
若 $R_f=R_1=R_2$

则 $u_O=-(u_{I1}+u_{I2})$

---

2. 同相加法运算

两输入信号接在同相输入端！



$R_2\,//\,R_3\,//\,R_4$
$=R_1//\,R_f$

$$u_O=(1+\frac{R_f}{R_1})u_+$$

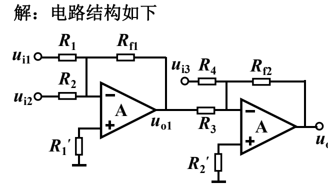
$$u_+=\frac{R_3\,//\,R_4}{R_2+R_3\,//\,R_4}u_{I1}+\frac{R_2\,//\,R_4}{R_3+R_2\,//\,R_4}u_{I2}$$

$$u_O=(1+\frac{R_f}{R_1})(\frac{R_3\,//\,R_4}{R_2+R_3\,//\,R_4}u_{I1}+\frac{R_2\,//\,R_4}{R_3+R_2\,//\,R_4}u_{I2})$$

若 $R_2=R_3=R_4$， $R_f=2R_1$ 则 $u_O=u_{I1}+u_{I2}$

例D： 设计一个运算电路，使之满足 $u_o=5u_{i1}+2u_{i2}-0.3u_{i3}$

解：电路结构如下



取

$$\frac{R_{f2}}{R_4}=0.3$$

$$\frac{R_{f2}}{R_3}\frac{R_{f1}}{R_2}=2$$

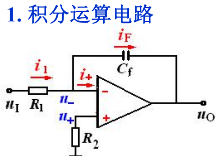
$$\frac{R_{f2}}{R_3}\frac{R_{f1}}{R_1}=5$$

$$u_{o1}=-\frac{R_{f1}}{R_1}u_{i1}-\frac{R_{f1}}{R_2}u_{i2}$$

$$u_o=-\frac{R_{f2}}{R_3}u_{o1}-\frac{R_{f2}}{R_4}u_{i3}=\frac{R_{f2}}{R_3}\frac{R_{f1}}{R_1}u_{i1}+\frac{R_{f2}}{R_3}\frac{R_{f1}}{R_2}u_{i2}-\frac{R_{f2}}{R_4}u_{i3}$$

6.2.3积分运算电路与微分运算电路

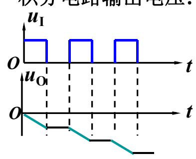
1. 积分运算电路



$$i_1=\frac{u_I}{R_1}=i_F=-C\frac{du_o}{dt}$$

$$\therefore u_O=-\frac{1}{R_1C_f}\int u_I dt+u_C(0)$$

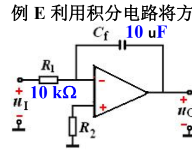
积分电路输出电压：当 $u_I=U_I$ 时， 设 $u_C(0)=0$



$$u_O=-\frac{U_I t}{R_1C_f}$$

时间常数 $\tau=R_1C_f$

例 E 利用积分电路将方波变成三角波



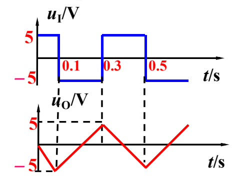
时间常数 $\tau=R_1C_f=0.1$ s

$$u_O=-\frac{1}{R_1C_f}\int_{t_1}^{t_2}u_I dt+u_C(t_1)$$

设 $u_C(0)=0$

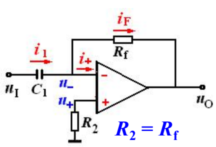
$$u_O\big|_{t=0.1\,ms}=-\frac{1}{0.1}\int_0^{0.1}5dt=-5\ V$$

$$u_O\big|_{t=0.3\,ms}=-\frac{1}{0.1}\int_{0.1}^{0.3}(-5)dt-5=5\ V$$



高低电平大小相等符号相反的矩形波经积分运算变成三角波！

2. 微分运算电路



$R_2=R_f$

$$i_1=C_1\frac{du_I}{dt}$$

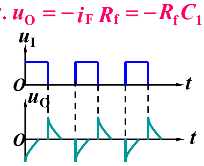
$\because u_-=0$ 虚地 $\quad i_F=-\frac{u_o}{R_f}$

$\because i_1\approx i_F$ 虚断

$$\therefore u_O=-i_F R_f=-R_fC_1\frac{du_I}{dt}$$

微分电路输出电压：

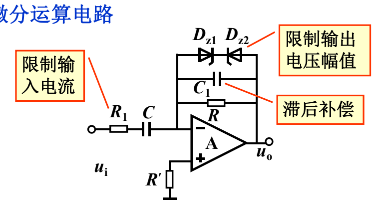
$R_fC_1=\tau$ — 时间常数



【问题思考】积分电路与微分电路的电路结构有何区别？

具有对偶性！

实用微分运算电路

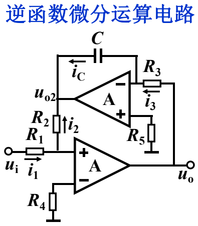


R_1——限流，防输入信号突变时运放饱和。

D_{z1} 、 D_{z2} ——输出限压，防运放饱和。

C_1——相位补偿，提高稳定性。

逆函数微分运算电路



$$i_1=i_2$$

$$\frac{u_i}{R_1}=-\frac{u_{o2}}{R_2}$$

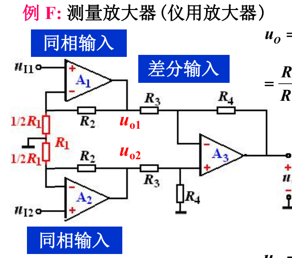
$$\begin{cases}u_{o2}=-\dfrac{R_2u_i}{R_1}\\ u_{o2}=-\dfrac{1}{R_3C}\int u_o dt\end{cases}$$

$$u_o=\frac{R_2R_3C}{R_1}\frac{du_i}{dt}$$

积分电路放到反馈回路，整个电路变成微分电路！

基本运算电路应用举例

例 F: 测量放大器（仪用放大器）



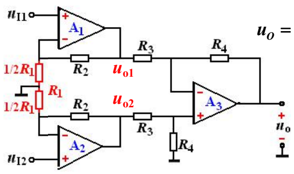
$$u_O=-\frac{R_4}{R_3}u_{O1}+(1+\frac{R_4}{R_3})\frac{R_4}{R_3+R_4}u_{O2}$$

$$=\frac{R_4}{R_3}(u_{O2}-u_{O1})$$

$$u_{O1}=(1+\frac{R_2}{R_1/2})u_{I1}$$

$$u_{O2}=(1+\frac{R_2}{R_1/2})u_{I2}$$

$$u_O=-\frac{R_4}{R_3}(1+\frac{2R_2}{R_1})(u_{I1}-u_{I2})$$



$$u_O=-\frac{R_4}{R_3}(1+\frac{2R_2}{R_1})(u_{I1}-u_{I2})$$

对共模输入信号：

$u_I=u_{I1}=u_{I2}$， $u_O=0$

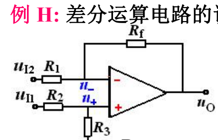
对差模输入信号：

$u_I=u_{I1}-u_{I2}$， $u_O\neq 0$

为保证测量精度
需元件对称性好

$$A_u=\frac{u_O}{u_{I1}-u_{I2}}=-\frac{R_4}{R_3}(1+\frac{2R_2}{R_1})$$

例 H: 差分运算电路的设计



条件： $R_f=10\ \text{k}\Omega$

要求： $u_o=u_{I1}-2u_{I2}$

$$u_O=-\frac{R_f}{R_1}u_{I2}+(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{R_3}{R_2+R_3}u_{I1}$$

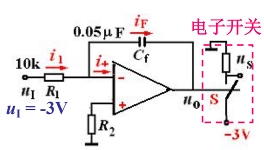
$$-\frac{R_f}{R_1}=-2 \Rightarrow R_1=5\ \text{k}\Omega$$

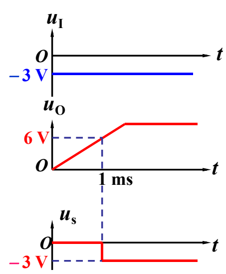
$$\frac{R_3}{R_2+R_3}=\frac{1}{3} \Rightarrow R_2=2R_3$$

$\because\ R_2//R_3=R_1//R_f=5//10$

$\Rightarrow R_2=10\ \text{k}\Omega$, $R_3=5\ \text{k}\Omega$

例 I: 开关延迟电路



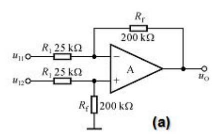


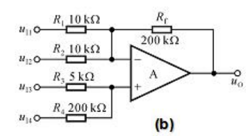
当 $u_O\geq 6$ V 时 S 闭合，

$$u_O=-\frac{U_I}{R_1C_f}t\geq 6\ \text{V}$$

$$\frac{3t}{10^4\times 5\times 10^{-8}}\geq 6 \qquad t\geq 1\ \text{ms}$$

练习：





式(a):

$$u_O=-\frac{R_f}{R_1}u_{I1}+\frac{R_f}{R_1}u_{I2}$$

$$=8(u_{I2}-u_{I1})$$

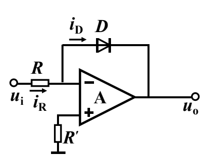
式(b):

$$u_O=-20u_{I1}-20u_{I2}+40u_{I3}+u_{I4}$$

6.2.4对数运算电路与指数运算电路

1. 基本对数运算电路

利用PN结的指数特性实现对数运算



已知二极管的正向伏安特性：

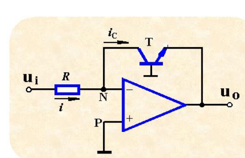
$$i_D=I_S e^{u_D/U_T} \quad 或 u_D=U_T\ln\frac{i_D}{I_S}$$

$$i_D=i_R=\frac{u_i}{R}$$

$$u_o=-u_D=-U_T\ln\frac{i_D}{I_S}=-U_T\ln\frac{u_i}{RI_S} \qquad (u_i>0)$$

对数运算是利用了PN结的伏安特性！

也可利用半导体三极管实现对数运算



$$i_C=i_R=\frac{u_i}{R}$$

$$i_C\approx i_E=I_{ES}(e^{u_{BE}/u_T}-1)$$

$$\approx I_{ES}e^{u_{BE}/u_T}$$

$$u_{BE}=U_T\ln\frac{i_C}{I_{ES}}=U_T\ln\frac{u_i}{I_{ES}R}$$

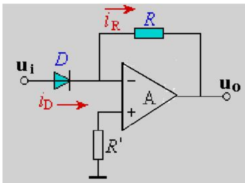
$$u_o=-u_{BE}=-U_T\ln\frac{u_i}{I_{ES}R}$$

其中，I_{ES}是发射结反向饱和电流，u_O是u_i的对数运算。

注意：u_i必须大于零，电路的输出电压小于0.7伏

实际应用时，请选用集成对数运算电路！
因为精度高，电路更完善，

2. 基本指数（反对数）运算电路



$$i_R = i_D \approx I_S\, e^{u_D/u_T}$$

$$u_D = u_i$$

$$u_o = -Ri_R = -RI_S\, e^{u_i/U_T}$$

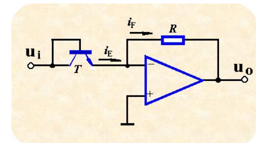
输入与输出的关系式为：

$$u_O = -R\, I_S\, e^{u_i/U_T}$$

指数运算也是利用了PN结的伏安特性！

用半导体三极管实现
反对数运算电路

利用虚短和虚断，电路有



$$\begin{cases} u_i = u_{BE} \\ i_F \approx i_E \approx I_{ES} \cdot e^{u_{BE}/u_T} \\ u_O = -i_F R \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $u_O = -I_{ES} \cdot e^{u_i/u_T}$ u_O是u_i的反对数运算（指数运算）

要求 $u_i = u_{BE} < 0.7\text{V}$

以上两个电路温漂很严重，实际电路都有温度补偿电路

6.3 模拟乘法器及其应用

6.3.1 模拟乘法器简介

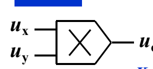
6.3.2 模拟乘法器的工作原理

6.3.3 模拟乘法器的应用

6.3.1 模拟乘法器简介

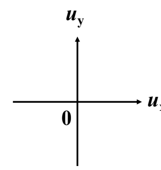
一、模拟乘法器的基本特性

符号



$u_o = Ku_xu_y$

K — 乘积系数

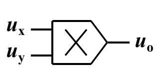


类型

单象限乘法器 u_x、u_y 皆为固定极性

二象限乘法器 一个为固定极性，另一个为可正可负

四象限乘法器 u_x、u_y 皆为可正可负



$u_o = Ku_xu_y$

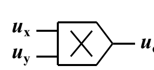
理想模拟乘法器：

对输入电压没有限制，$u_x = 0$ 或 $u_y = 0$ 时，$u_O = 0$

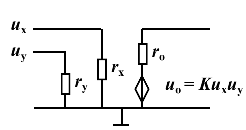
实际乘法器：

$u_x = 0$, $u_y = 0$ 时，$u_O \neq 0$ — 输出失调电压

$u_x = 0$，$u_y \neq 0$ 时，
或 $u_O \neq 0$ — 输出馈通电压
$u_y = 0$，$u_x \neq 0$ 时，



$u_o = Ku_xu_y$



等效电路

理想模拟乘法器：

① $r_x = \infty$，$r_y = \infty$

② $r_o = 0$

③ K 值恒定

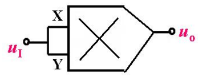
④ u_x 或$u_y = 0$时，$u_o = 0$

作为使用者，更关心模拟乘法器的外部特性！

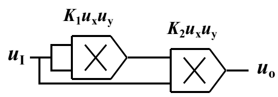
6.3.3 模拟乘法器的应用

1.乘方运算

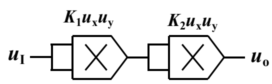
$u_O = K u_X u_Y$



$u_O = K(u_I)^2$



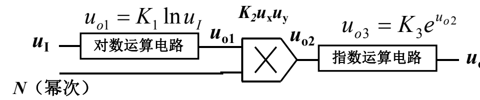
$u_O = K_1 K_2 (u_I)^3$



$u_O = K_1^2 K_2 (u_I)^4$

【问题引导】u_I^{100}还用模拟乘法器这样级联吗？

N次方运算电路

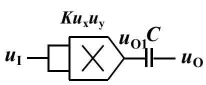


$$u_{o1} = K_1 \ln u_I$$

$$u_{o2} = K_2 N u_{o1} = K_1 K_2 N \ln u_I = \ln u_I^{K_1 K_2 N}$$

$$u_{o3} = K_3 e^{u_{o2}} = K_3 e^{\ln u_I^{K_1 K_2 N}} = K_3 u_I^{K_1 K_2 N} = K_3 u_I^K$$

2. 正弦波倍频电路



设$u_I = \sqrt{2} U_i \sin \omega t$

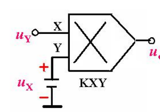
则$u_{O1} = 2 K U_i^2 \sin^2 \omega t$

根据$2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$

则$u_{O1} = 2 K U_i^2 \sin^2 \omega t = K U_i^2 (1 - \cos 2\omega t)$

直流分量被电容隔离后得$u_O = -K U_i^2 \cos 2\omega t$

3. 压控增益



$u_O = K u_X u_Y$

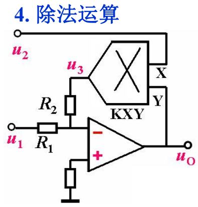
设 $u_X = U_{XQ}$

则 $u_O = (K U_{XQ}) u_Y$

调节直流电压 U_{XQ}，

则调节电路增益

4. 除法运算



$$u_3 = -\frac{R_2}{R_1} u_1 = K u_O u_2$$

$$\therefore \ u_O = -\frac{R_2}{K R_1} \frac{u_1}{u_2}$$

条件：u_3 与 u_1 必须反相（保证负反馈）

当 $u_1 > 0$ 时，$u_O < 0$，为使 $u_3 < 0$，则 $K u_2 > 0$

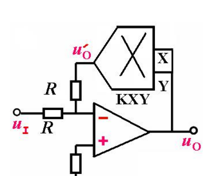
当 $u_1 < 0$ 时，$u_O > 0$，为使 $u_3 > 0$，则 $K u_2 > 0$

$\Big\}\ K u_2 > 0$

模拟乘法器放到反馈回路，整个电路变成除法运算电路！

运算电路中的集成运放都是工作在负反馈状态！

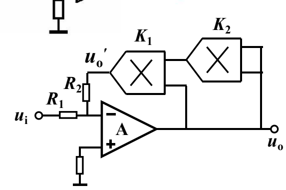
5. 平方根运算



$u_O' = K u_O^2 = -u_I$

$\therefore u_O = \sqrt{-\dfrac{u_I}{K}} \quad (u_I < 0)$

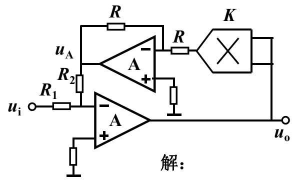
4. 立方根运算



$$u_o' = K_1 K_2 u_o^3 = -\frac{R_2}{R_1} u_i$$

$$u_o = \sqrt[3]{-\frac{R_2}{R_1 K_1 K_2} u_i}$$

例K： 求u_o=?

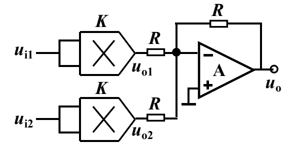


解：

$$u_A = -Ku_o^2 = -\frac{R_2}{R_1}u_i$$

$$u_o = \sqrt{\frac{R_2}{KR_1}u_i}$$

例L： $u_{i1}=U_{im}\sin\omega t$， $u_{i2}=U_{im}\cos\omega t$，求$u_o$=?



解：

$$u_o = -u_{o1} - u_{o2} = -Ku_{i1}^2 - Ku_{i2}^2 = -K(u_{i1}^2 + u_{i2}^2) = -KU_{im}^2$$

6.4 有源滤波电路

6.4.1 滤波电路的基础知识

6.4.2 低通滤波器

6.4.3 高通滤波器

6.4.4 带通滤波器

6.4.1 滤波电路的基础知识

滤波电路 — 有用频率信号通过，无用频率信号被抑制的电路。

分类：

按处理方法分
- 硬件滤波
- 软件滤波

按构成器件分
- 无源滤波器
- 有源滤波器

按所处理信号分
- 模拟滤波器
- 数字滤波器

按频率特性分
- 低通滤波器
- 高通滤波器
- 带通滤波器
- 带阻滤波器

按传递函数分
- 一阶滤波器
- 二阶滤波器
- ：
- N 阶滤波器

有源滤波的优点

（1）它不使用电感元件，故体积小，重量轻，也不必屏蔽。

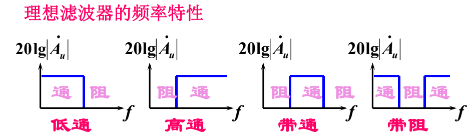
（2） 有源滤波电路中的集成运放可加电压串联深度负反馈，电路的输入阻抗高，输出阻抗低，输入与输出之间具有良好的隔离。只要将几个低阶 RC 滤波网络串联起来，就可得到高阶滤波电路。

（3）除了滤波作用外，还可以放大信号，而且，调节电压放大倍数不影响滤波特性。

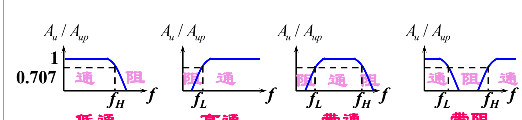
有源滤波的缺点

主要缺点：不适用于高频范围（一般使用频率在几十千赫兹以下）；不适合高压或大电流环境。

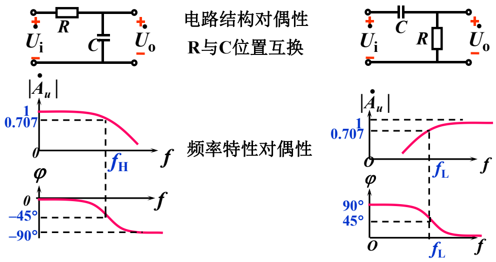
理想滤波器的频率特性



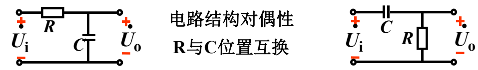
实际滤波器的频率特性



LPF与HPF的对偶关系



LPF与HPF的对偶关系



传递函数对偶性

*sRC*换成1/*sRC*

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{1}{1+sRC} \qquad A_u=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{sRC}}$$

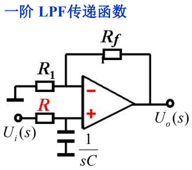
或*j ωRC*换成1/*j ωRC*

$$\dot{A}_u=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{1}{1+j\omega RC} \qquad \dot{A}_u=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{j\omega RC}}$$

什么是传递函数？　　什么是正弦传递函数？

6.4.2 低通滤波器(LPF—Low Pass Filter)

一阶 LPF传递函数



$$U_P(s)=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}U_i(s)=\frac{1}{1+sRC}U_i(s)$$

$$U_o(s)=(1+\frac{R_f}{R_1})U_P(s)$$

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{1}{1+sRC}$$

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_o(j\omega)}{\dot{U}_i(j\omega)}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{1}{1+j\omega RC}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{1}{1+j2\pi fRC}=\frac{A_{up}}{1+j\dfrac{f}{f_H}}$$

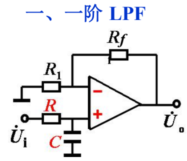
其中 $A_{up}=(1+\frac{R_f}{R_1})$ — 通带放大倍数

$f_H=\frac{1}{2\pi RC}$ — 上限截止频率

【问题引导】为什么叫一阶低通滤波器？

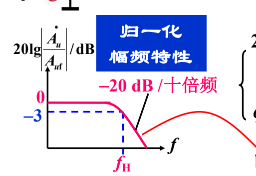
6.4.2 低通滤波器(LPF—Low Pass Filter)

一、一阶 LPF



$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_o(j\omega)}{\dot{U}_i(j\omega)}=\frac{A_{up}}{1+j\dfrac{f}{f_H}}$$

$$\frac{\dot{A}_u}{A_{up}}=\frac{1}{1+j\dfrac{f}{f_H}}$$



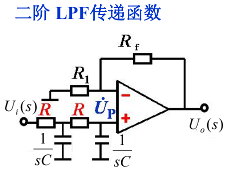
$$\begin{cases}20\lg\left|\dfrac{\dot{A}_u}{A_{up}}\right|=20\lg\dfrac{1}{\sqrt{1+(\dfrac{f}{f_H})^2}}\\ \varphi=-\arctan(\dfrac{f}{f_H})\end{cases}$$

能下降快一点就好了！

二、 二阶 LPF

1. 简单二阶 LPF

二阶 LPF传递函数



通带放大倍数：

$A_{up}=1+R_f/R_1$

为什么叫二阶低通滤波器？

可推导出：

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_{up}}{1+3sRC+(sRC)^2}$$

令$s=j\omega=j2\pi f$，$f_0=\frac{1}{2\pi RC}$ 得

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\dfrac{f}{f_0})^2+j3\dfrac{f}{f_0}}$$

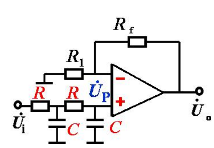
当$f=0.37f_0$时，$|\dot{A}_u(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{2}}$

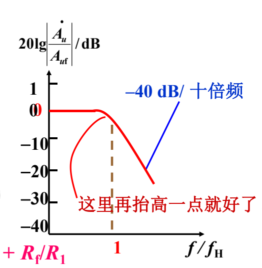
所以通带截止频率为： $f_H=0.37f_0$

低通滤波器的通带放大倍数是$f\to 0$时电路的放大倍数！

二、 二阶 LPF

1. 简单二阶 LPF



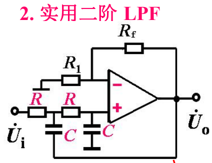


通带放大倍数：$A_{up}=1+R_f/R_1$

问题：在 $f=f_H$ 附近，输出幅度衰减大。

改进思路：在提升 f_H 附近的输出幅度。

2. 实用二阶 LPF



f_0 ——特征频率

什么反馈？

通带放大倍数：

$A_{up} = 1 + R_f/R_1$

A_{up}<3，则R_f<2R_1

f越大，正反馈越强，但接到同相输入端的电容 C的电抗越小。合适选择参数，可使$f= f_0$处的A_f提高。

为什么引入正反馈？　为了改善转折频率处的滤波特性！

传递函数：

可推导出：

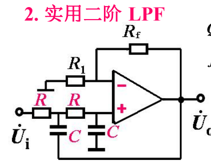
$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_{up}}{1+(3-A_{up})sRC+(sRC)^2}$$

根据自控理论中有关稳定性判据，当A_{up}<3时，电路稳定，否则电路不稳定。

令$s=j\omega=j2\pi f$, $f_0=\dfrac{1}{2\pi RC}$得

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\frac{f}{f_0})^2+j(3-A_{up})\frac{f}{f_0}}$$

2. 实用二阶 LPF



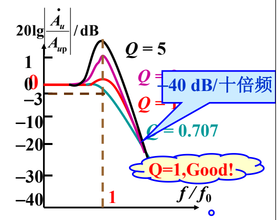
$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\frac{f}{f_0})^2+j(3-A_{up})\frac{f}{f_0}}$$

令$Q=\dfrac{1}{3-A_{up}}$,则$f=f_0$时，$f_0=\dfrac{1}{2\pi RC}$

$$|\dot{A}_u|=\left|\frac{A_{up}}{3-A_{up}}\right|=|QA_{up}|$$

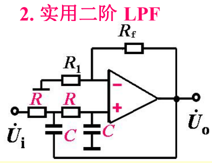
Q——等效品质因数，物理意义：

$f=f_0$ 时电压放大倍数与通带放大倍数之比



当 $Q=0.707$ 时，$f_0=f_H$

2. 实用二阶 LPF



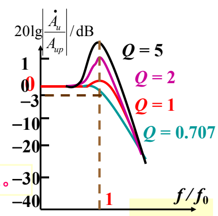
正反馈提升了 f_0 附近的 A_u。

$$A_u(s)=\frac{A_{up}}{1+(3-A_{up})sRC+(sRC)^2}$$

$A_{up}=3$ 时 $Q\to\infty$, $|A_u(j\omega_0)|\to\infty$

电路产生自激振荡

根据自控理论中有关稳定性判据，当A_{up}<3时，电路稳定，否则电路不稳定。

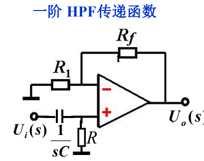


$A_{up}=1+R_f/R_1<3$

要求R_f<2R_1

6.4.3 高通滤波器（HPF—High Pass Filter）

一阶 HPF传递函数



$$U_p(s)=\frac{R}{R+\frac{1}{sC}}U_i(s)=\frac{sRC}{1+sRC}U_i(s)$$

$$U_o(s)=(1+\frac{R_f}{R_1})U_p(s)$$

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{sRC}{1+sRC}$$

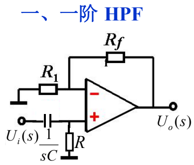
$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_o(j\omega)}{\dot{U}_i(j\omega)}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}=(1+\frac{R_f}{R_1})\frac{j2\pi fRC}{1+j2\pi fRC}=\frac{A_{up}}{1-j\frac{f_L}{f}}$$

其中　$A_{up}=(1+\dfrac{R_f}{R_1})$ — 通带放大倍数

$f_L=\dfrac{1}{2\pi RC}$ — 下限截止频率

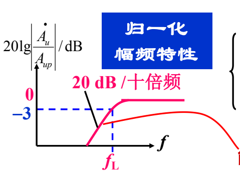
【问题引导】为什么叫一阶高通滤波器？

一、一阶 HPF



$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_o(j\omega)}{\dot{U}_i(j\omega)}=\frac{A_{up}}{1-j\frac{f_L}{f}}$$

$$\frac{\dot{A}_u}{A_{up}}=\frac{1}{1-j\frac{f_L}{f}}$$

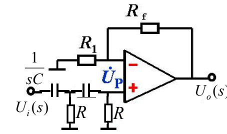


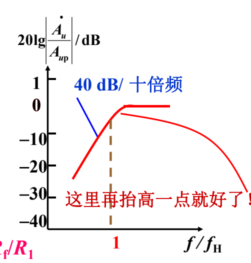
$$\begin{cases}20\lg\left|\dfrac{\dot{A}_u}{A_{up}}\right|=20\lg\dfrac{1}{\sqrt{1+(\frac{f_L}{f})^2}}\\ \varphi=\arctan(\dfrac{f_L}{f})\end{cases}$$

能下降快一点就好了！

二、 二阶 HPF

1. 简单二阶 HPF





通带放大倍数：$A_{up}=1+R_f/R_1$

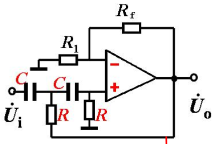
问题：在 $f=f_H$ 附近，输出幅度衰减大。

改进思路：在提升 f_H 附近的输出幅度。

高通滤波器的通带放大倍数是$f\to\infty$时电路的放大倍数！

三、二阶压控电压源高通滤波器

为什么叫二阶高通滤波器？



可推导出：

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_{up}(sRC)^2}{1+(3-A_{up})sRC+(sRC)^2}$$

根据自控理论中有关稳定性判据，当A_{up}<3时，电路稳定，否则电路不稳定。

令$s=j\omega=j2\pi f$, $f_0=\frac{1}{2\pi RC}$得

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\frac{f_0}{f})^2-j(3-A_{up})\frac{f_0}{f}}$$

通带增益：

$A_{up}=1+R_f/R_1$

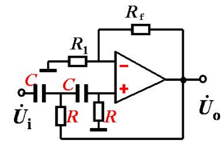
什么反馈？

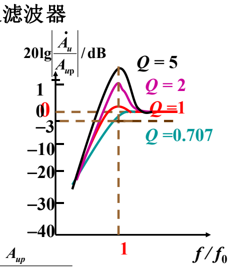
A_{up}<3时，则R_f<$2R_1$

f_0 ——特征频率

为什么引入正反馈？ 为了改善转折频率处的滤波特性！

三、二阶压控电压源高通滤波器



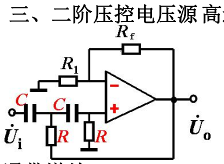


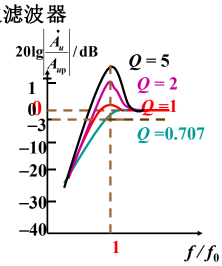
$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\frac{f_0}{f})^2-j(3-A_{up})\frac{f_0}{f}}$$

令$Q=\frac{1}{3-A_{up}}$，则 $\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1-(\frac{f_0}{f})^2-j\frac{1}{Q}\frac{f_0}{f}}$

当$f=f_0$时，$|\dot{A}_u|=|QA_{up}|$

三、二阶压控电压源高通滤波器





通带增益：$A_{up}=1+R_f/R_1$

$f_0=\frac{1}{2\pi RC}$

$Q=1/(3-A_{up})$

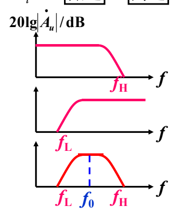
$A_{up}=3$时，$Q\to\infty$，$|\dot{A}_u|\to\infty$，电路产生自激振荡

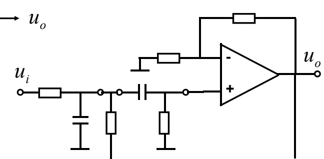
为防止自激，应使 $A_{uf}<3$，即$R_f<2R_1$

6.4.4 带通滤波器（BPF—Band Pass Filter）

一、构成思路：

u_i → 低通 → 高通 → u_o



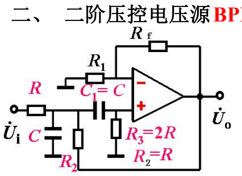


什么反馈？

$f_H>f_L$

为什么引入正反馈？ 为了改善中心频率处的选频特性！

二、 二阶压控电压源BPF



令$s=j\omega=j2\pi f$, $f_0=\frac{1}{2\pi RC}$得

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{uf}}{3-A_{uf}}\cdot\frac{1}{1+j\frac{1}{3-A_{uf}}(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f})}$$

$$=\frac{A_{up}}{1+j\frac{1}{3-A_{uf}}(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f})}$$

$A_{uf}=\frac{U_o(s)}{U_p(s)}=1+\frac{R_f}{R_1}$

其中 $f_0=\frac{1}{2\pi RC}$ ——中心频率

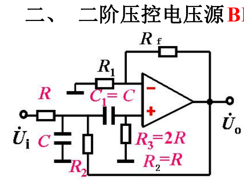
可推导出：

$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_{uf}sRC}{1+(3-A_{uf})sRC+(sRC)^2}$$

$A_{up}=\frac{A_{uf}}{3-A_{uf}}$ ——通带增益

带通滤波器的通带放大倍数是中心频率 f_0处电路的放大倍数！

二、 二阶压控电压源BPF



$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1+j\frac{1}{3-A_{uf}}(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f})}$$

令$|\dot{A}_u|=\frac{A_{up}}{\sqrt{2}}$可解出

下限截止频率：

$$f_L=\frac{f_0}{2}\left[\sqrt{(3-A_{uf})^2+4}-(3-A_{uf})\right]$$

上限截止频率：

$$f_H=\frac{f_0}{2}\left[\sqrt{(3-A_{uf})^2+4}+(3-A_{uf})\right]$$

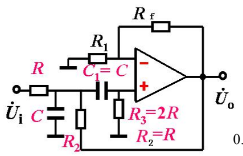
通频带：

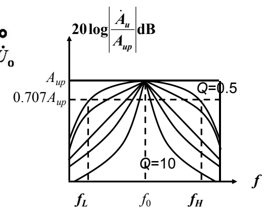
$$f_{bw}=f_H-f_L=(3-A_{uf})f_0=\frac{f_0}{Q}$$

等效品质因素：

$$Q=\frac{f_0}{f_{bw}}=\frac{1}{3-A_{uf}}$$

二、 二阶压控电压源BPF

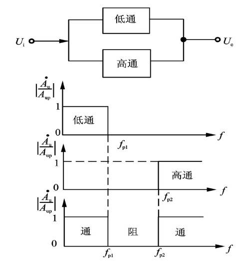




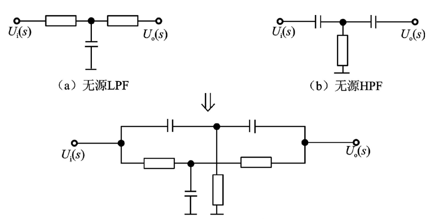
$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1+j\frac{1}{3-A_{uf}}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)}$$

$$\frac{\dot{A}_u}{A_{up}}=\frac{1}{1+jQ\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)}$$

6.4.5 带阻滤波器(BEF)



BEF的组成原理

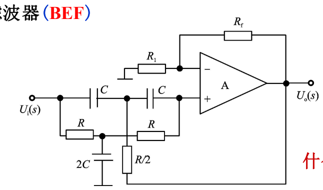


（a）无源LPF

（b）无源HPF

（c）无源BEF（双T网络）

带阻滤波器(BEF)



什么反馈？

通带增益： $A_{up}=1+R_f/R_1$

传递函数：

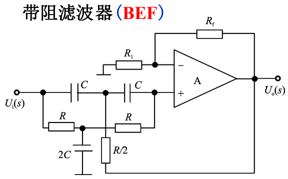
$$A_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_{up}[1+(sRC)^2]}{1+2(2-A_{up})sRC+(sRC)^2}$$

令$s=j\omega=j2\pi f$, $f_0=\frac{1}{2\pi RC}$得

$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1+j2(2-A_{up})\frac{ff_0}{f_0^2-f^2}}$$

为什么引入正反馈？ 为了改善中心频率处的选频特性！

带阻滤波器(BEF)



$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1+j2(2-A_{up})\frac{ff_0}{f_0^2-f^2}}$$

令$|\dot{A}_u|=\frac{A_{up}}{\sqrt{2}}$可解出

通带截止频率：

$$f_L=\left[\sqrt{(2-A_{up})^2+1}-(2-A_{up})\right]f_0$$

$$f_H=\left[\sqrt{(2-A_{up})^2+1}+(2-A_{up})\right]f_0$$

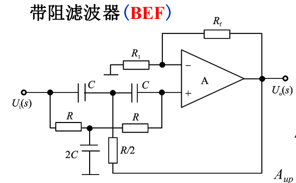
阻带宽度：

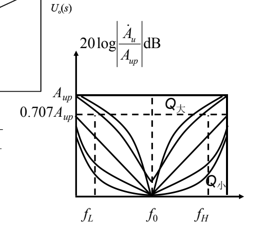
$$f_{bw}=f_H-f_L=2(2-A_{up})f_0=\frac{f_0}{Q}$$

等效品质因素：

$$Q=\frac{f_0}{f_{bw}}=\frac{1}{2(2-A_{up})}$$

带阻滤波器(BEF)





$$\dot{A}_u(j\omega)=\frac{A_{up}}{1+j2(2-A_{up})\frac{ff_0}{f_0^2-f^2}}$$

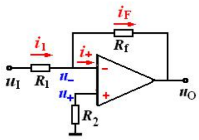
$$\frac{\dot{A}_u}{A_{up}}=\frac{1}{1+j\frac{1}{Q}\frac{ff_0}{f_0^2-f^2}}$$

小　结

一、基本运算电路

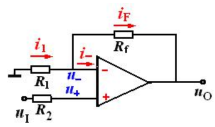
1. 运算电路的两种基本形式

反相输入



$$A_{uf} = -\frac{R_f}{R_1}$$

同相输入



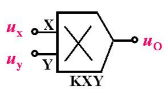
$$A_{uf} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

2. 运算电路的分析方法

1) 运用“虚短”和“虚断”的概念分析电路中各电量间关系。运放在线性工作时，“虚短”和“虚断”总是同时存在。虚地只存在于同相输入端接地的电路中。

2）运用叠加定理解决多个输入端的问题。

二、模拟乘法器　（属于非线性模拟集成电路）



$$u_O = K u_x u_y$$

对于理想模拟乘法器，输入电压的波形、幅度、极性、频率为任意

三、模拟乘法器的主要应用

1. 运算：乘法、平方、除法、平方根等

2. 电路：压控增益，调制、解调、倍频、混频等