

《最优化方法原理及应用》作业

1. 在 $x = 1$ 处对 $\cos(x)$ 进行二阶泰勒展开

2. 在确定线搜索步长时，可以通过二次插值利用之前的搜索信息推测合理步长。请推导由 $\phi(0)$, $\phi'(0)$ 和 $\phi(\alpha_0)$ 所确定的二次插值函数，并证明该二次函数的最小值满足：

$$\alpha_1 < \frac{\alpha_0}{2(1 - c_1)}$$

其中 c_1 是充分下降条件里面的常数（该证明需用到充分下降条件、搜索方向满足下降条件）

3. 在使用信赖域方法对 $f(x) = 10(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$ 优化时，构造如下信赖域问题：

$$m_k(p) = f_k + g_k^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p, \quad \|p\| \leq \Delta_k$$

假设 B_k 是 f 的 Hessian 矩阵，画出模型函数 $m_k(p)$ 在 $x = (0, -1)$ 处的等高线；当 Δ_k 从 0 到 2 变化时，画出信赖域问题解的轨迹（可借助 MATLAB 等分析软件完成）

4. A 是对称正定矩阵，非 0 向量 p_0, p_1, \dots, p_l 关于 A 共轭，也就是 $p_i^T A p_j = 0, i \neq j$ ，请证明 p_0, p_1, \dots, p_l 线性独立

5. 构建具有不同特征值分布的矩阵（聚集、均匀分布），并使用共轭梯度法对相关问题进行求解，观察迭代曲线并分析（借助 MATLAB 等分析软件完成）