

# 发展我国的数学科学

## ——在中国数学会数学教育与科研座谈会上的讲话\*

钱学森

(1989年8月18日)

同志们，刚才王元同志讲的话我可不敢当。一个人过去的事过去就算了，主要是看他今后还能做什么。应该说我对数学完全是一个外行，我不是学数学的，所以只能在数学之外看数学。今天在座的诸位才真正是行家，你们能从数学的内部看数学。我们来个里外结合，里外结合就能居高临下，免得只见树木不见森林。我今天要讲的主要意思，就是数学的发展关系到整个科学技术的发展，而科学技术是第一生产力；所以数学的发展是一件国家大事。前些日子吴文俊同志寄给我一本书，书上说他在组织一个叫“刘徽数学讨论班”，探讨数学在中国的发展问题，对此我很赞成。

### 数 学 科 学

第一个问题是数学科学概念的建立。数学科学这个词我是从谷超豪同志那里学来的。因为在今天，数学的运用已不限于自然科学了。大家都知道，马克思在《资本论》中就用到了数学，所以说，一切科学技术都要用数学，数学应该称为“数学科学”。数学科学是现代科学技术的一个大部门。

照我的看法，现代科学技术有十大部门。自然科学当然是一个部门，社会科学也是一个，第三就要排到数学科学了，接下去是思维科学、系统科学、人体科学、军事科学，还有文艺理论、行为科学、地理科学，一共十个，不是老的概念，好象只有自然科学和社会科学。而且根据自然科学近两百年来发展的历史，特别是近一百多年发展的历史，我认为，一个科学的大部门里有三个层次，第一个层次就是基础科学，或叫基础学科；比方自然科学里的物理、化学、生物、天文等。第二个层次可说在一百年前是没有的，就是技术学科，它是

1989年12月1日收到。

\* 钱学森同志近两年来很关心我国理工科大学的数学教育改革，关心我国的数学教育改革，关心我国数学科学的发展，为此专门先后写信给杨乐、谷超豪与王元教授，提出这些问题，并在1989年8月18日中国数学会召开的数学教育与科研座谈会上发表了讲话。他提出的问题非常重要。为了进一步弄清数学科学问题，并推动我国的数学教育改革工作，特在此发表钱学森同志的讲话，以供大家研究讨论。——中国数学会

为把基础学科的理论用到具体工程上做准备的；比如自然科学里的电子学、力学，或者叫应用力学，都属于这一类。第三个层次就是直接应用的，那就是工程技术。这三个层次的划分我认为是普遍的，在每一个大部门之内都有。只有文艺理论有些特别，因为文艺的具体创造不属科学，文艺的基础理论就是文艺理论，顶多有些技术学科，直接的运用即文艺创作，是艺术，而不是科学。此外，我认为每一门科学技术都有一个哲学的概括，自然科学的哲学概括是自然辩证法，社会科学的哲学概括就是历史唯物主义，数学科学的哲学概括是数学哲学，思维科学的哲学概括是认识论等等。所有这些哲学概括再汇总，我认为就是人类知识的结晶，即马克思主义哲学。这样一个体系，就是以马克思主义哲学为指导的科学技术体系。科学技术的发展通过刚才说的每一部门的哲学概括，也必然会发展深化马克思主义哲学。

当然人类的有些知识，不能包括在刚才说的这个体系之内，比方说资产阶级的社会科学，因为它的指导思想不是马克思主义哲学，总的讲，是不科学的。但是我也不完全抛弃它。我觉得这些不用马克思主义哲学指导的知识，也未必没有可以借鉴之处。所以我把它算作这个体系外围的东西。今天许国志同志在这里，我们是搞系统科学的积极分子，可以说是系统科学迷。用我们的话说，刚才描述的科学技术体系，也是个系统。这个系统是开放的，不是封闭的，因为正如刚才说的，对于不在这个系统之内的那些东西也要参考。何况人在实践当中是不断会有新的发现的，这些新东西，可能是点滴的心得体会，这些东西也在我们这个体系的外围，将来有可能进入到这个体系之中。这就是我几年来一直宣传的关于现代科学技术的一个观点。这是首先要说明的。

再者，各部门之间当然有很多交叉或者叫汇合的地方。即一个部门和另一个部门之间不是完全割裂开的，比如说最近得了 Fields Medal 的 Simon Donaldson 在研究多维空间的性质时，就用了物理学家的规范场理论，所以数学家也要用物理学家的理论。这种事情多得很，现代科学技术是一个相互联系的整体。

讲了以上这些之后，我就要说说数学哲学和元数学。前面说了，数学哲学是数学科学的哲学概括，那么什么是数学哲学？这个问题，几年前我问过苏步青先生。他很感慨，说你问的这个问题，中国的数学家好象不太注意。然后他就给我介绍。实际上他讲的是元数学 (metamathematics)。今天我看元数学不是数学哲学，应该说元数学是数学科学的基本原理，或者说是数学科学的方法论，而数学哲学是要讲清数学科学在人认识客观世界中所起的作用。我认为元数学是从思维科学来的。思维科学的基础学科是思维学，而思维学发展得最深的是逻辑。据我的学习，从前恐怕只有所谓一阶逻辑，这种形式逻辑引起了许多混乱，比方从 Hilbert 的高度乐观，到后来 Gödel 定理出来以后，就完全破裂了。近代从 Turing，还有最近美国 IBM 公司的 Chaitin，他们实际上证明了古代传留下来的一阶逻辑的局限性是非常大的。所以近二十年来，大大地发展了所谓模态逻辑。我认为这些发展是非常重要的，实际上是逐步在朝着奠定辩证逻辑的方向走。我以为元数学要利用逻辑学的这些发展，即一阶逻辑、模态逻辑等等，来明确数学科学的方法论。所以元数学不是数学哲学。

其次，我想，既然提出了数学科学，一般地讲每个科学的大部门有三个层次，第一叫基础学科，第二个叫技术学科，第三个叫应用技术。如果说数学科学是一个现代科学的大部门，那么数学科学的内部结构是什么？这个问题要搞清楚。但不是我能够说清的，在座的诸位要研究，我研究不了，因为我是外行。不过我想，从前我学过复变函数论，现在我想复变函数论恐怕算不到数学科学的基础学科，顶多是中间层次的，是技术学科性质的东西。这个话

也许你们不同意，到底对不对？大家可以研究。总之，要搞清楚数学科学的内部结构、体系是什么。

## 理工科大学生的数学教育

第二个问题，理工科大学生该学什么样的数学课。因为我也是个学理工的人，现在回想起来，我学过的那些数学课，可以说大概是一百年来形成的。这些课程集中于教学生会算，即会从给定的问题中求解，特别是数值解。如果是这样的话，计算的问题现在已经有了电子计算机，而且计算机的计算能力越来越大，出现了所谓巨型机，每秒运算1亿多次。而且还在发展，下一代会出现每秒运算几百亿次的更大的机器。所以理工科的科技人员在日常工作中离不开电子计算机了。他们今天不是靠手算，而是用电子计算机算。比如说现在天文学的问题，象超级新星的爆发过程，因为不可能在实验室里做实验，就用计算机来模拟，来检验理论。还有地学，关于地球表层的活动，从前观察好象上面是硬的地壳，在大地变动时，可能被压到下面去了，作为一个板块的形式插下去，而地球内部的东西是喷泉式的上来。以前地学的同志观察到这个现象，但无法解释。最近用电子计算机模拟，解决了这个问题，计算机给的答案同实际观察一样。又如，新设备、新机器的设计，包括预计可能具有的新性能，现在都用电子计算机模拟。外国所谓电子计算机模拟设计、电子计算机模拟生产，都是这类工作。看起来将来还有一个领域，就是高能物理所需的实验设备能量要求越来越高。这样所需的投资太大，而且很难做到。所以将来可以用电子计算机来模拟，做超过现有实验设备能力的“实验”，检验理论是否正确。今年美国刊物《Science》6月23日一期上1438—1440页有篇文章甚至讲，将来的科学技术不是传统的理论工作和实验工作这两大领域，而是三大领域，多了一个用计算机模拟的“计算机实验”。

通过这些例子，我想说明，在理科、工科的实际工作中，现在不是用手算，而是用电子计算机去算，去求解。我记得早在1980年，关肇直同志就写过一篇文章，题目叫“数理科学”，发表在光明日报上，也谈到了这些问题。1988年，在四川的《大自然探索》杂志第3期上，有美国Brown University的谢定裕教授写的一篇文章，提出“数学科技”的概念，说五十年代热闹过一阵的应用力学，现在已经融化在各门工程课里去了。所以美国的应用力学专业衰落了，大部分撤消了。而应用数学的老师大都是数学家，对于工程技术不感兴趣，所以应用数学又太纯了，也不受欢迎。这是谢定裕教授的话。同时他指出，正因为这个原因，在美国成立了一些新学术组织，如Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM)和International Congress of Industrial and Applied Mathematics (ICIAM)。他们都离开了老的领域。为什么？谢定裕教授说，是为了用自然科学的基础理论解答具体的科学技术问题。理论有了，具体问题在这儿，中间怎么过去？不是靠手算了，是靠电子计算机。也就是说，从自然科学的理论开始，用电子计算机能够得到具体科学技术问题的解答。我觉得谢定裕教授的看法是对的。

但是他的题目叫“数学科技”，我想不叫“数学科技”，这是数学技术，即怎样给一个方法，能使科学的理论通过电子计算机解答具体的科学技术问题。这包括两个方面，第一就是要会用电子计算机，会指挥它去算。第二是电子计算机给出的解答，在荧光屏上显示出来，能理解它，别让它给唬住了。我觉得后一个关于理解的问题，就是要从宏观的整体的

角度去认识，这也是数学问题。这里我可以举几个例子。比如从前我做过的工作，理想气体中流过一个给定的物体，这在航空技术里是一个根本的问题。当时，出现这么一件怪事，就是理想气体，即可压缩的非粘性气体，流过一个等速运动的物体时，运动的速度跟远处理想气体声速的比例，如果超过一定数值，但还不到1，比1小，好象这个解是不存在的。当时我们把这个连续解不存在的马赫数，叫高临界马赫数（当然还有个低临界马赫数，低临界马赫数就是在这个流动场里出现过局部的马赫数1）。这是三十年前发现的问题，现在好象还没解答；有没有这回事，这是我们搞具体工作的人猜的，猜测大概是有这样一个高临界马赫数；实际上就是解的存在问题。再一个问题，也是流体力学的问题，不是理想流体了，是真实流体，有粘性的，当流体的雷诺数达到一定时，要出现混沌（浑沌），老的词叫湍流。过去对这个问题的研究费了很大劲，也没有真正解决。现在从新的混沌概念出发，那就要问，为什么有时会出现混沌？什么时候出现混沌？这也是解的宏观性质问题，最后一个才是刚才说到的，得Fields Medal的Mike Freedman和Simon Donaldson两人，他们发现了很有趣的事，就是四维空间是特别的。比四维小的维，三维，二维没有问题。比四维大的五维、六维、七维、八维等也没有问题，就是四维空间怪。所以得了Fields Medal。这对于所有搞自然科学的人都是很重要的发现，因为同我们打交道的就是四维空间。

从以上例子来看，我觉得自己从前学的那套数学，不能应付现在的实际。所以我提出这么一个问题，理工科大学的数学课是不是要改造一番。上百年的这套老东西脱离实际太远了，今天的实际要求教会学生两条：一是要会用电子计算机，二是能理解电子计算机给出的答案。

## 电子计算机对数学科学发展的影响

第三个问题，是电子计算机跟数学科学有什么关系。在1988年第一期《数学进展》上，中国科学院软件研究所的胡世华同志有一篇文章，叫“信息时代的数学”，这是他在庆祝中国数学会成立五十周年纪念会上的报告。胡世华同志是想强调计算机的出现影响了数学的发展。他把电子计算机的出现叫做信息时代，也叫信息社会等等。我觉得这有道理。现在电子计算机在所谓的信息时代、信息社会是普遍使用的工具。下一步要解决的问题，就是所谓人工智能、智能计算机的问题。也就是关于信息的加工、提炼的问题。这些事原来是凭人脑子想，而现在的信息量非常之大，比如你要把所有感兴趣的论文都看一遍，那实在太多了，不可能做到。所以老办法、手工业的办法，难于应付。怎么办？要用电子计算机加工。这个问题是人工智能、智能机研究的一个非常重要的方面。这些工作到底给我们数学科学提出了什么要求？我觉得首先就是要打破所谓J. von Neumann的局限性。胡世华同志讲，von Neumann自己也看到了这个局限性，但他那个时代只能如此。随着电子技术的发展，“von Neumann瓶口”，即所谓单指令的计算机软件系统是一定要打破的。这就是用并行计算，而且不是指现在巨型机里发展的所谓低度的并行计算，而是用高度，甚至极度并行计算。高度就是几十个并行度的计算，极度就是上万个、几十万个并行度的计算。这样一个数学问题，使现在搞计算机的人有点棘手，不好办。因为没有理论，都在试，东试西试，总不是最好的方法。我认为这是一个明摆着的问题，需要数学家来帮助解决信息加工、并行计算，特别是高度、极度并行计算等问题，这就说明电子计算机技术，或者叫信息时代，对数

学科学提出的新的题目。

再一个方面就是关于思维科学的研究。我们知道，人的思维不全是下意识的，更多的是有意识的思维。从前我们说得清楚的，就是所谓逻辑思维，或者叫抽象思维。而逻辑又成为数学的基础、数学方法论的组成部分。但是现在它已不能使人满足了。因为看起来人的思维，特别是创造性的思维，完全靠抽象思维、逻辑思维是不行的。非常重要的一项是形象思维，或者叫直感思维。我想在座的同志都有这方面的感受。就是说，要有新的创造，就不能死心眼。但活心眼怎么来？说不清楚，这又是一个热门。现在都要搞人工智能，搞智能机，也就是深感现在的电子计算机算得再快，也是个笨家伙，它不会发明，你让他干什么他就只会干什么。要解决大量信息加工，那就很不够了。所以要搞人工智能、智能机。但是人工智能、智能机到底怎么搞法？不能局限于抽象逻辑思维，还要引用形象思维、直感思维。但是形象思维、直感思维到底是怎么回事，还说不清楚。最近中国科学院自动化所的两位同志——尹红凤和戴汝为写了一篇稿子，有五万字，叫“论思维与模拟智能”。在这篇长文里他们也提出，数学的结构要给我们来点新东西了。我们在老数学科学里头实在苦恼得很，它解决不了现在需要解决的问题。这也就是刚才说的元数学。现在思维科学在发展，思维科学的基础学科——思维学也在发展。思维学的研究提出，要深化或者进一步发展逻辑，包括能够解决形象思维、直感思维的逻辑。

这些发展使我想到，数学科学的方法论即元数学是不是要发展一下，而这些发展将会给数学科学的进一步飞跃带来推动力量。这是个非常重要的问题。我们搞数学的同志要注意电子计算机跟数学科学的关系，注意电子计算机以及与电子计算机相关的人工智能、智能机的发展，跟我们数学科学有什么关系。我给在座的同志报告一下，人工智能、智能机现在是全世界争夺非常厉害的一个项目。在美国只要说你能搞人工智能、智能机，经费来得非常快，要一千万、几千万美元都行。因为美国，以及日本、西欧国家，苏联，都认为这是下一个阶段科技发展最重要的一个项目，所以拼命干。因为有这样大的力量投入到这个领域，必然会出现许多新的东西，而这些新东西都与我们的数学科学有关。所以我想，我们中国的数学家再也不能认为数学工作的工具就是纸加笔，而是纸加笔再加电子计算机。你要老不用电子计算机，那恐怕还是十九世纪的数学科学，算不上是现代的数学科学，更不是二十一世纪的数学科学了。

## 展 望

最后我要说，数学科学是很重要的。而且现在数学科学正面临着一个很大的发展，所以我们谈数学科学，一定要看到二十一世纪。这里我念一段胡世华同志在刚才说的那篇文章里引用的 Whitehead 于1939年12月15日在哈佛大学讲的一段话。胡世华同志把它译出来了，我先念中文，这段话是“鉴于供数学研究的范围的无限广阔，这门科学，即使是现代数学，也还是处于婴儿时期，如果文明继续进步，在今后两千年内，在人类思想领域里具有压倒性的新的情况，将是数学地理解问题占统治地位。”英语就是：“Having regard to the immensity of its subject-matter mathematics, even modern mathematics, is a science in its babyhood. If civilization continues to advance, in the next two thousand years the overwhelming novelty in human thought will be the dominance of mathematical understanding.”

胡世华同志也说到, Whitehead 为什么说“如果文明继续进步”呢, 因为他讲这个话的时候是第二次世界大战刚开始, 有点悲观。当然我们历史唯物主义者是不悲观的, 那无非是人类历史的一个短暂的阶段。胡世华同志也认为没有悲观的必要, 不过我看他是有点过份乐观了。他说“至于时间问题, 肯定不需要两千年, 二十年之后, 我敢说, 就会成为明显的事实。” Whitehead 说两千年, 胡世华同志说二十年。我来个折衷吧, 取几何平均, 两百年差不多了。不管是二十年、两百年, 还是两千年, 我觉得数学科学的重要性是肯定的, 我们中国的数学科学家要很好地考虑这个问题。我们再也不能满足于经营自己的小天地了, 要看到整个数学科学, 甚至整个科学技术的发展, 看到二十一世纪的世界, 以及二十一世纪的世界跟我们建设社会主义的关系, 也要看到这一切跟数学科学发展的关系。去年这个时候, 在南开大学召开的“二十一世纪中国数学展望学术讨论会”上, 不是提出了一个口号: “我国的数学在二十一世纪要率先赶上国际先进水平”吗? 怎么率先赶上? 这要很好地研究。首先要研究有没有这么个题目: 数学科学作为现代科学技术的一个大部门, 它是平行于自然科学、社会科学等等的。如果有, 我们就要宣传这个观点, 而且要研究怎样在我们国家建立数学科学, 建立搞数学科学的队伍。这个会议室是中国科协开会的地方。中国科协要给大家提个问题, 如果有数学科学, 那就不仅是中国数学学会的事了, 还与很多其它的学会有关。现在中国科协有一个工程学会联合会。既然大家要考虑数学科学是怎样的一个结构, 那么跟数学科学结构有关的那些学术团体, 是不是可以组织成立“数学科学学会联合会”? 我们要由此开始大干了。

我就提这么几个问题。占用了大家的时间, 谢谢各位。

## **On Development of Mathematics in China**

### **——A Speech addressed to the Forum of the Chinese Mathematical Society on mathematical education and scientific research on August 18, 1989**

Qian Xuesen

The major purpose of this talk is to manifest the development of mathematics as a great national event. It is because the profound development of mathematics is closely related to that of the whole science and technology, whereas science-technology is to be realized as the foremost of the national productive forces. In the talk there present four fundamental questions with their suggestive interpretations.

First, what is “Mathematics’ Science”? From the further advances of mathematics, the “Mathematics’ Science” would range itself next to the Natural Science and Social Science as a big department of modern science and technology.

Second, what would be the mathematical education for students in college of sci-

ence and engineering? With the presence of electronic computers many facts show that traditional mathematical courses are far away from the practical needs. Those courses have to have a basic reform; at least, this education should enable the students to use freely the computers, and can comprehend what is the responses given by the computers.

Third, what would be the influence of the electronic computer to the "Mathematics' Science"? Electronic computers have been used as general tools for today's age of information. The more the information, the more it would need such as parallel computing, artificial intelligence and the more it would suggest new subject-matter to the "Mathematics' Science".

Forth, what would be the prospect of "Mathematics' Science"? the speaker feels that the importance of "Mathematics' Science" must be affirmative. As to the future, he is inclined to quote Whitehead's statement: If civilization continues to advance, in the next two thousand years the overwhelming novelty in human thought will be the dominance of mathematical understanding. But with a somewhat optimistic estimation, that is, two hundred years instead of two thousand years.