

系的原点,在这个坐标系中左面端点的坐标是A(0,1),右面端点的坐标是B(1,1),则对应于坐标为x,y的点(x,y)必须在△OAB的内部(图3).设C,D和E分别是OB,AB和AO的中点.

在任何三角形中,一边的长必须小于另两边的长的和.在这种情况下,其意义是三部分中的每一部分的长必须小于 $\frac{1}{2}$,而这三部分的长分别是x,x,y-x,1-y.这样,我们立即可以得到它们能形成一个三角形的必要和充分条件如下:

$$x < \frac{1}{2}, \quad y - x < \frac{1}{2}, \quad \text{和} \quad 1 - y < \frac{1}{2} \text{或}$$

$$x < \frac{1}{2}, \quad y < x + \frac{1}{2}, \quad \text{和} \quad y > \frac{1}{2}.$$

这三个条件迫使(x,y)对应的点在△CDE的内部.然而△OCE,△EDA,和△CDE,和△CBD彼此全等.因此△CDE是△OBA的 $\frac{1}{4}$,故所求概率为 $\frac{1}{4}$.

解法3:利用这样一个事实:如果一个点是在一个等边三角形内选取的,则从这点分别引三边的垂线,那么这些线段的长度的和等于原等边三角形的任一高线的长.

设△ABC(图4)是一个等边三角形,使得△ABC的高和原棒的长度相等;设D,E,F分别是AB,BC和CA的中点,设G是△ABC内随意选取的一点,且设D',E'和F'是从G引垂直于AB,BC和CA的垂线的垂足.由线段D'G,E'G和

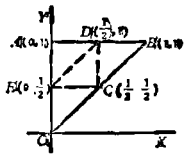


图3

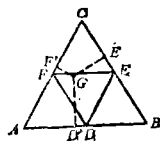


图4

F'G能形成一个三角形,如果这些线段有如下性质:任一线段的长小于另两线段的和,或等价地,如果这些线段的每一个都小于这三个线段和的一半,注意到CD是△ABC的高,因而,CD=D'G+E'G+F'G.如果G在△DEF的内部,则有

$$D'G < \frac{1}{2}CD, \quad E'G < \frac{1}{2}CD, \quad F'G < \frac{1}{2}CD.$$

在这种情况下,所要求的三角形可以形成,另一方面,若G不在△DEF的内部,则这些线段中有一个等于或大于 $\frac{1}{2}CD$,于是三个线段不能形成三角形.

因为△AFD,△DEF,△DEB和△FCE彼此全等,这样△DEF的面积是△ABC的面积的 $\frac{1}{4}$,故所求概率是 $\frac{1}{4}$.

总之,以上三种解法全是利用三角形的面积的.而且通常是先决定一个三角形,然后由这个三角形的每边的中点给出四个全等的三角形,其中每一个三角形的面积是原三角形的 $\frac{1}{4}$.那么已知棒折断(三段)的所有可能结果是与大三角形的区域相结合着的,而“合乎需要”的结果是与一个较小的三角形区域相结合着的.于是其概率是比较小的三角形区域的面积与大的三角形区域的面积的比.

以上三种解法彼此不同,但其不同点仅在于所决定的那个大的三角形与原来那根棒的关系.

在第一种解法中那根棒“变为”较大三角形的一边.在第二种解法中,棒变为较大三角形的高,在第三种解法中,一个一维坐标系就建立在这根棒上,x和y是两个折断点的坐标,并且一个等腰直角三角形上建立了所有可能点(x,y)的图形.从这些不同的解法中,我们得到了启发,对于困难的问题,只要采用适当的方法就可以使其简化.

译自the mathematics teacher 1982.9

文摘

美国提出改革中学教育的意见

面临所谓“第四次世界工业革命”浪潮的冲击,美国正在进行一场关于如何提高教育质量的辩论,其中关于改革中学教育的意见有几条是引人注目的:

(1)降低小学入学年龄,年满四岁的儿童便开始接受正规教育,十六岁中学毕业。(2)缩小中学的规模,每校学生平均不超过三百人,教师为十二人。(3)中学生学四年语文(英语),学三年数学、三年自然科学、三年社会科学和一年半的电子计算机.准备上大学的中学生至少用两年时间

学一门外语。(4)中学生每天上课七小时,每年上课的时间为二百二十天,而不是现在的每天六小时,每年一百八十天。(5)提高大学入学条件。(6)奖励优秀教师,在中学实行“尖子教师”的制度。“尖子教师”应有博士学位,薪金高于一般教师。(7)提高教师的标准,定期对教师进行“合格”考试。

(摘自《世界经济导报》1983.10.)

《评“第四次世界工业革命”》作者 钱学森)