高等数学 A2

浙江理工大学期中试题汇编

（试卷册）

学校：________________

专业：________________

班级：________________

姓名：________________

学号：________________

（此为 2022 年 第二版 第 2 次发行）

资料说明

试卷整理人：张创琦

版次：2021 年 8 月 9 日 第二版

微信公众号：创琦杂谈

QQ 号：1020238657

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）：967276102

微信公众号用于**提前告知资料更新内容，分享一些学习内容和一些优秀的文章**，我也会写一些文章，主要是**以大学生视角进行一些事情的审视批判**。

QQ 学习群用于**学习资料的分享**，一般会第一时间进行资料的分享的。群里也可以进行**学习内容的讨论**，群里大佬云集哦，大家有什么不会的题目发到群里就好了哈！创琦杂谈大学数学学习交流群专门进行数学相关的资料分享与讨论，这套试卷里不会的题目直接在群里问就好了哈~ cq 数学物理学习群主要进行其它资料的分享以及知识的解答，不仅仅限于数学物理哈~ 建议大家都加一下，你会有很多收获的~ 可以**水群**哦~ 我们分享的资料只作为学习使用，**不得进行售卖等行为，否则后果自负**。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~

在这里感谢我的高数老师以及其他老师们对我的鼎力帮助！（高数老师不让我写上她的名字，那我就在这里默默感谢她吧）

考试承诺：

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

目 录

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose. ”没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 设 $\vec{a}=(1,2,1)$, $\vec{b}=(-2,3,2)$ 为 $\mathbb{R}^3$ 中的两个向量，则下列说法中正确的是: ( )
   (A) $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 垂直。 (B) $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行。
   (C) $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角大于 90 度。 (D) $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角小于 90 度。
2. 设 f 为一个一元函数，假设下面各选项中的方程决定的 $\mathbb{R}^3$ 中的点集均非空，问哪个方程决定的点集具有绕 y 轴的旋转对称性: ( )
   (A) $f(x^2+z^2)+y=0$ (B) $f(y^2+x^2)+z=0$
   (C) $f(y)+z=0$ (D) $f(z)+x=0$
3. 设 $z=f(x,y)$ 为定义在点 (x_0,y_0) 的一个开邻域上的函数，下列说法中正确的是: ( )
   (A) 若 f 在 (x_0,y_0) 处偏导数均存在，则 f 在 (x_0,y_0) 处极限存在。
   (B) 若 f 在 (x_0,y_0) 处偏导数均存在，则 f 在 (x_0,y_0) 处连续。
   (C) 若 f 在 (x_0,y_0) 处偏导数均存在，则 f 在 (x_0,y_0) 处可微。
   (D) 以上说法都不对。
4. 设 $z=f(x,y)$ 为定义在点 (x_0,y_0) 的一个开邻域上的所有二阶偏导函数均连续的函数，设 $f_x(x_0,y_0)=f_y(x_0,y_0)=0$, $f_{xy}(x_0,y_0)=0$, $f_{xx}(x_0,y_0)=2$, $f_{yy}(x_0,y_0)=0$, 则下列说法中正确的是: ( )
   (A) (x_0,y_0) 必定为极小值点。 (B) (x_0,y_0) 可能为极小值点。
   (C) (x_0,y_0) 一定不是极值点。 (D) 以上说法都不对。
5. 设 $\Omega=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3|\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\leqslant 1\}$, 问下面哪个积分必为零: ( )
   (A) $\iiint\limits_{\Omega}(xe^y+ye^x)dxdydz$ (B) $\iiint\limits_{\Omega}1dxdydz$
   (C) $\iiint\limits_{\Omega}\cos x dxdydz$ (D) $\iiint\limits_{\Omega}(x^2-y^2)dxdydz$
6. 设 $\Omega=\{(x,y,z)|x+y+z\leqslant 1, x\geqslant 0, y\geqslant 0, z\geqslant 0\}$, f 为 Ω 上的连续函数，问下面哪个式子计算了 $\iiint\limits_{\Omega}f(x,y,z)dxdydz$: ( )
   (A) $\int_0^1 dx\int_0^x dy\int_0^{x+y}f(x,y,z)dz$ (B) $\int_0^1 dx\int_x^1 dy\int_{x+y}^1 f(x,y,z)dz$
   (C) $\int_0^1 dy\int_0^{1-y}dx\int_0^{1-x-y}f(x,y,z)dz$ (D) $\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 dx\int_{1-x-y}^1 f(x,y,z)dz$

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 设直线 L 的方程为 $\begin{cases}2x+3y+4z=1\\-2x+y-z=0\end{cases}$,则一个与 L 的方向平行的向量为: ____________
2. 设平面 Γ 的方程为 $2x-3y-4z=5$，则 Γ 与 xOy 坐标平面的夹角的余弦为: _______ .
3. 求函数 $f(x,y)=x^y$ 在点 $(2,1)$ 处的微分为: ______________ .
4. 求函数 $f(x,y)=x^y$ 在点 $(2,1)$ 处变化率为零的方向: ____________________ .
5. 设函数 $x=g(y)$, 是在点 $(-1,-1)$ 附近由方程 $x^4+2y^4=3$ 所决定的隐函数，则 $g'(-1)=$ _____ .
6. 设 $f(x,y)$ 是定义在 $[0,1]\times[0,1]$ 上的连续函数，交换 $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$ 的积分顺序得到: __________________ .

三 计算题（本题共 6 小题，每小题 8 分，共 48 分。应写出必要的演算过程及文字说明，直接写答案零分）

1. 求由方程组 $\begin{cases} x^2+y^4+2z^2-4x=0 \\ 2x-3y+5z-4=0 \end{cases}$ 所决定的曲线在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2. 设 $z=z(x,y)$ 为由方程 $F(x+y+z, x^2+y^2+z^2)=0$ 所局部决定的隐函数，其中 F 为连续可微函数，试求：$\frac{\partial z}{\partial x}$.

3. 用 Lagrange 乘数法求函数 $f(x,y,z)=x-2y+2z$ 在条件 $x^2+y^2+z^2=1$ 下的极大值与极小值。

4. 设 D 为 xOy 平面上由 $y=\pi-x, x=\pi, y=\pi$ 所围成的区域，试求 $\iint\limits_{D} \frac{\sin x}{x} dxdy$.

5. 设 Ω 是以点 $(0,0,1),(0,1,1),(1,1,1),(0,0,2),(0,2,2),(2,2,2)$ 为顶点的棱台，试求 Ω 的体积 V。

6. 设 $a>0$, 试求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被圆柱面 $x^2+y^2=ax$ 所截下的部分的曲面的面积。

四 （本题 4 分）

考虑函数 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & 若(x,y)\neq(0,0) \\ 0, & 若(x,y)=(0,0). \end{cases}$ 证明：f 在 $(0,0)$ 处不可微。

（注：2019-2020 学年第二学期由于新冠疫情暴发等因素，当时没有开学，故没有期末考试试卷）

2 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 单选题（每小题 4 分，共 20 分）

1 点(-1,0,2)到平面 $x+\sqrt{2}y-z+1=0$ 的距离为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2 设有直线 $L:\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$ 及平面 $\pi:4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）

A. 垂直于 π　　B. 在 π 上　　C. 平行于 π　　D. 与 π 的夹角为锐角

3 函数 $z=xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 的方向的方向导数等于（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4 已知点(-3,2)为函数 $f(x,y)=x^3+ay^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极值点，则 $a=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

5 二元函数 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0)\\0\quad,(x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点 M(0,0)处（　　）

A. 连续，偏导存在　　B. 连续，偏导不存在

C. 不连续，偏导存在　　D. 不连续，偏导不存在

二 填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 曲线 $x=t,y=t^2,z=t^3$ 在点(1,1,1)处切线的切向量 $\vec{T}=$___________.

2. 设 $z=f\left(2x,\dfrac{x}{y}\right)$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$______________________________.

3. 已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 上点 P 的切平面平行于平面 $2x+2y+2z-1=0$，则点 P 的坐标为_________.

4. 函数 $u=xyz$ 在点 M(1,1,1)处的梯度 $grad\ u\big|_M=$_____________.

5. 求 $z=xy+\dfrac{x}{y}$ 的全微分____________________________.

三 计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1 已知两条直线的方程是

$$L_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{-1}，\ L_2:\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$$

已知平面 π 过 L_1 且平行于 L_2，求平面 π 的方程.

2 设 $\begin{cases} xy^2-uv=1 \\ x^2+y^2-u+v=0 \end{cases}$， $w=e^{u+v}$，其中 u，v 是由上式确定的 x，y 的函数，求 $\dfrac{\partial w}{\partial x}$.

1. 求 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1}$.

2. 求函数 $f\left(x,y,z\right)=xyz$ 在限制条件 $xy+yz+xz=6$ 下的最大值.

3. $z=f\left(e^{x}\sin y,x^{2}+y^{2}\right)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^{2}z}{\partial x\partial y}$.

4. 计算 $\iint_{D}\left(x^{2}+y^{2}\right)dxdy$，其中 D 为圆 $x^{2}+y^{2}=2y$，$x^{2}+y^{2}=4y$ 及直线 $x-\sqrt{3}y=0$，$y-\sqrt{3}x=0$ 所围成的平面闭区域.

四 证明题（每小题 6 分，共 12 分）

5. 设 $z=xy+xF\left(u\right)$，而 $u=\dfrac{y}{x}$，$F\left(u\right)$ 为可导函数，证明 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z+xy$.

6. 试证曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}\left(a>0\right)$ 上任意点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a.

3 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1 微分方程 $y''+4y=\cos 2x$的一个特解具有形式（　　）

A $a\cos 2x$　　B $a\cos 2x+b\sin 2x$　　C $ax\cos 2x$　　D $x(a\cos 2x+b\sin 2x)$

2 在yOz平面内的一条直线绕z轴旋转一周所得曲面的图形不可能是（　　）

A 旋转单叶双曲面　　B 圆柱面　　C 圆锥面　　D 平面

3 对函数$f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点$(0,3)$ （　　）

A 不是驻点　　B 是驻点但非极值点　　C 是极小值点　　D 是极大值点

4 在下列命题中，不正确的是（　　）

A 若函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微，则它在该点连续；

B 若函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微，则它在该点沿任何方向的方向导数存在；

C 若函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微，则它在该点的偏导数连续；

D 若函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微，这曲面$z=f(x,y)$在点$(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$处的切平面存在

5 设 D 是由曲线$y=x^2-1, y=\sqrt{1-x^2}$ 所围成的平面区域，则$\iint_D (axy+by^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的（ ）

A 值等于 0　　B 符号与 *a* 有关，与 *b* 无关

C 符号与 *a* 无关，与 *b* 有关　　D 符号与 *a*，*b* *都*有关

6 设Ω是由球面$x^2+y^2+z^2=R^2(R>0)$所围成的闭区域，则三重积分$\iiint_\Omega (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}V$的值为（　　）

A $\frac{4}{3}\pi R^3$　　B $\frac{4}{5}\pi R^3$　　C $\frac{2}{5}\pi R^3$　　D 0

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1 点 $\mathrm{P}(1,-2,3)$关于 *x* 的对称点 Q 的坐标为____________

2 函数 $\mathrm{z}=\mathrm{x}^4+\frac{\mathrm{y}^2}{2}$在点 $\mathrm{A}(1,-3)$处其函数值增加最快的单位方向向量为____________

3 设$y=e^x(C_1+C_2x)$(C_1,C_2为任意常数)是某二阶常系数齐次线性微分方程的通解，则该方程为____________

4 如果直线L_1:$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与直线$L_2$:$\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$相交，那么常数$\lambda$的值为________

5 已知$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则$|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ________

6 设 D: $-1 \le x \le 1, 0 \le y \le 2$,则$\iint_D x^2 y \mathrm{d}x\mathrm{d}y =$ ____________

三 计算题（本题共 5 小题，每题 8 题，满分 40 分）

1 求微分方程$y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}$的通解。

2 已知在球面$x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 上点 P 处的切平面与平面$x - 2y + 3z = 0$ 平行，求点 P 的坐标及该平面的方程。

3 设函数$z = z(x, y)$是由方程$x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ 确定，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4 计算二次积分$I = \int_{-1}^{1} \mathrm{d}x \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(x^2 + y^2 + 1)\mathrm{d}y$

5 求$\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}V$，其中$\Omega$是$xOz$平面上两条曲线$z=x^2$与$z=2-x^2$绕$z$轴旋转而成的闭区域。

四 应用题（本题满分 6 分）

形状为椭球：$4x^2+y^2+4z^2=16$ 的空间探测器进入地球大气层，其表面开始受热，1 小时后在探测器表面点(x,y,z)的温度为$T(x,y,z)=8x^2+4yz-16z+600$，求探测器表面温度最高的点和温度最低的点。

五 证明题（本题满分 6 分）

设函数$z=z(x,y)$由方程$\frac{x}{z}=\varphi(\frac{y}{z})$所确定，其中$\varphi(u)$具有二阶连续导数，试证明：

（1）$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z$；

（2）$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y})^2$.

4 浙江理工大学 2016—2017 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1 设直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，平面π为 $4x-2y+z-2=0$，则（　　）

A L 平行于π　　B L 在π上　　C L 垂直于π　　D L 与π斜交

2 下列说法正确的是（　　）

A 两向量$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件是存在唯一的实数λ，使得$\vec{a}=\lambda\vec{b}$

B 函数$z=f(x,y)$的两个二阶偏导数$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$在区域 D 内连续，则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等

C 函数$z=f(x,y)$的两个偏导数在点(x_0,y_0)处连续是函数在该点可微的充分条件

D 函数$z=f(x,y)$的两个偏导数在点(x_0,y_0)处存在是函数在该点可微的充分条件

3 对函数$f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点$(0,3)$（　　）

A 不是驻点　　B 是驻点但非极值点　　C 是极大值点　　D 是极小值点

4 将三重积分$I=\iiint_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}v$，其中$\Omega$：$x^2+y^2+z^2\le 1$，化为球面坐标下的三次积分为（　　）

A $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^1\mathrm{d}r$　　B $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r\mathrm{d}r$

C $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^4\sin\varphi\mathrm{d}r$　　D $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^2\sin\varphi\mathrm{d}r$

5 旋转抛物面$z=x^2+2y^2-4$ 在点$(1,-1,-1)$处的切平面方程为（　　）

A $2x+4y-z=0$　　B $2x-4y-z=4$

C $2x+4y-z=4$　　D $2x-4y-z=7$

6 二次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\mathrm{d}\rho$可写成（　　）

A $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　B $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

C $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}y$　　D $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$

二 填空题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1 已知函数$z=e^{xy}$，则在$(2,1)$处的全微分 $\mathrm{d}z=$ ________________

2 设直线 L 的方程为$\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y+z=4 \end{cases}$，则 L 的参数方程为________________

3 设函数 $u=x^2+y^2+z^2$，O 为坐标原点，则函数 u 在点$P(1,1,1)$沿$\overrightarrow{OP}$方向的方向导数为

____

4 函数$u=xy^2z$在$(1,-1,2)$处增长最快的方向为________________________

5 已知向量$\boldsymbol{a}$位于第一卦限内，其方向余弦中$\cos\beta=\frac{2}{3}$，$\cos\gamma=\frac{2}{3}$，且$|\boldsymbol{a}|=3$，则$\boldsymbol{a}$=________

6 交换积分次序$\int_0^e \mathrm{d}x\int_0^{\ln x} f(x,y)\mathrm{d}y=$________________________

二 解答题（本题共 5 小题，每题 6 分，共 30 分，应写出演算过程及文字说明）

1 设函数$z=f(y-x,ye^x)$，其中f具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2 设 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$，利用极坐标求 $I=\iint_D x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

3 求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积。

4 把积分$\iiint_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$化为三次积分，其中积分区域$\Omega$是由曲面$z=x^2+y^2$，$y=x^2$及平面$y=1$，$z=0$ 所围成的区域。

5 设 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

四 综合题（第 1、2 题每题 7 分，第 3、4 题每题 4 分，共 22 分）

1 试求曲面$x^2+y^2=2z$的切平面，使之经过曲线$\begin{cases}3x^2+y^2+z^2=5\\2x^2+y^2-4z=7\end{cases}$在点$(1,-1,-1)$处的切线。

（拓展：将曲线改为$\begin{cases}3x^2+y^2+z^2=5\\2x^5+y^2-4z=7\end{cases}$，其它条件、题设均不变）

2 建模题：设某电视机厂生产一台电视机的成本为 c，每台电视机的销售价格为 p，销售量为 x。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量 x 与销售价格 p 之间有下面的关系：$x=Me^{-ap}\ (M>0,a>0)$，其中 M 为市场最大需求量，a 是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本 c 有如下测算：$c=c_0-klnx\ (k>0,x>1)$，其中c_0是只生产一台电视机时的成本，k 是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价 p，才能使该厂获得最大利润？

3 设$f(x)$连续，证明$\int_a^b dx\int_a^x f(y)dy=\int_a^b f(x)(b-x)dx$

4 证明曲面$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}\ (a>0)$上任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a.

5 浙江理工大学 2015—2016 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1. 函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值为（　　）

A. 极大值为 8　　B. 极小值为 0　　C. 极小值为 8　　D. 极大值为 0

2.设有直线 L_1:$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$, $L_2:\begin{cases}x-y=6,\\2y+z=3,\end{cases}$ 则 L_1 与 L_2 的夹角为（　　）

（A）$\dfrac{\pi}{6}$　（B）$\dfrac{\pi}{4}$　（C）$\dfrac{\pi}{3}$　（D）$\dfrac{\pi}{2}$

3. 函数 $z=x^2+y^2$ 在点（1,2）处从点（1,2）到（2,2+$\sqrt{3}$）的方向的方向导数为(　　)

(A)1+2$\sqrt{3}$　(B)1-2$\sqrt{3}$　(C)-1+2$\sqrt{3}$　(D) -1-2$\sqrt{3}$

4. 设 $xy-z\ln y+e^{xz}=1$, 根据隐函数存在定理，存在点(0,1,1)的一个领域，在此领域内该方程（　）

（A）只能确定一个具有连续偏导数的函数 z=z(x,y)

（B）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 y=y(x,z)和 z=z(x,y)

（C）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 x=x(y,z)和 z=z(x,y)

（D）可确定具有两个具有连续偏导数的函数 x=x(y,z)和 y=y(x,z)

5.设 Ω 由 $z=\dfrac{1}{2}(x^2+y^2), z=1, z=4$ 围成，则 $\iiint\limits_{\Omega} x^2-2xy^2\cos\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz=$（ ）

(A) 21π　(B) 42π　(C) 11π　(D) 22π

6.设有平面闭区域 $D=\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，$D_1=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，且 $f(x)$ 是连续奇函数，$g(x)$ 是连续偶函数，则 $\iint\limits_{D}\left[f(x)+g(x)\right]f(y)dxdy=$（　　）

(A) $2\iint\limits_{D_1} g(x)f(y)dxdy$　　（B）$2\iint\limits_{D_1} f(x)f(y)dxdy$

（C）$4\iint\limits_{D_1}\left[f(x)+g(x)\right]f(y)dxdy$　　（D）0

二 填空题（本题共 6 小题，每题 4 分，共 24 分）

1.已知两条直线的方程是 L_1:$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-3}{-1}$, $L_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$, 则过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程是____________________;

2.由曲线 $\begin{cases}z=x^2-1,\\y=0\end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所成的旋转曲面在点（2,1,4）处的法线方程为________________________;

3.设函数 $z=f(x,y)$ 在点（1,1）处可微，且 $f(1,1)=1, f_x(1,1)=2, f_y(1,1)=3,$

$g(x)=f(x,f(x,x))$. 则 $\frac{\mathrm{d}}{dx}g^3(1)=$______________;

4.由方程 $x^2+y^2+z^2-4z=0$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 在点（$\frac{\sqrt{6}}{2},-\frac{\sqrt{6}}{2},1$）处的全微分

dz=______________________________;

5. 交换二次积分的积分顺序：$\int_{-1}^{0}\mathrm{d}y\int_{2}^{1-y}f(x,y)dx=$______________________.

三、解答题（本题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

1. 求直线 $l:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$ 在平面 π: $\mathrm{x}-\mathrm{y}+2z-1=0$ 上的投影直线 l_0 的方程，并求 l_0 绕 y 轴旋转一周所成曲面的方程.

2. 设 $\begin{cases} xu-yv=0, \\ yu+xv=1, \end{cases}$ 求 u_x,u_y,v_x 和 v_y.

3. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ 在点(1, -2, 1)处的切线及法平面方程.

4. 计算二重积分：$\iint\limits_{D} e^{\max\{x^2,y^2\}}dxdy$，其中 D=$\{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$.

5. 计算三重积分：$\iiint\limits_{\Omega} zdv$，其中 Ω 由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 及 $z=x^2+y^2$ 所围成的闭区域.

6. 设变换 $\begin{cases} u=x-2y, \\ v=x+ay \end{cases}$ 可把方程 $6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 简化为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}=0$，求常数 a.

四、应用题（本题 10 分）

设有一高度为 $h(t)$（t 为时间)的雪堆在融化过程中,其侧面满足方程 $z=h(t)-\dfrac{2(x^2+y^2)}{h(t)}$,设长度单位为厘米,时间单位为小时，已知体积减少的速率与侧面积成正比(比例系数 0.9)，问高度为 130 cm 的雪堆全部融化需要多少小时?

五 证明题（第一题 4 分，第二题 6 分，共 10 分）

1. 设函数 $f(x,y)$，$g(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续，且 $g(x,y)\geq 0$, 证明:在 D 上必有一点 (ξ,η) 使得 $\iint\limits_D f(x,y)g(x,y)d\sigma = f(\xi,\eta)\iint\limits_D g(x,y)d\sigma$ 成立.

2.证明函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, (x,y)\neq(0,0) \\ 0, (x,y)=(0,0) \end{cases}$ 在点（0,0）处

（1）连续且偏导数存在；(2)偏导数不连续；(3)可微.

6 浙江理工大学 2013—2014 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，共计 24 分）

1 在曲线：$x=t, y=-t^2, z=t^3$ 的所有切线中，与平面 π：$x+2y+z+4=0$ 平行的切线（　　）

（A）只有 1 条　　（B）只有 2 条　　（C）至少有 3 条　　（D）不存在

2 设区域 $D:(x-2)^2+(y-1)^2\le 1, I_1=\iint\limits_D (x+y)^2 d\sigma, I_2=\iint\limits_D (x+y)^3 d\sigma$，则有（　　）

（A）$I_1<I_2$　　（B）$I_1=I_2$　　（C）$I_1>I_2$　　（D）不能比较

3 球面 $x^2+y^2+z^2=4a^2$ 与柱面 $x^2+y^2=2ax$ 所围成的立体体积 V=（　　）

（A）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \sqrt{4a^2-\rho^2}d\rho$　　（B）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}d\rho$

（C）$8\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}d\rho$　　（D）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a\cos\theta} \rho\sqrt{4a^2-\rho^2}d\rho$

4 设 $u(x,y)$ 在平面有界区域 D 上有二阶连续偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ 及 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\ne 0$，则（　　）

（A）最大值点和最小值点必定都在 D 的内部

（B）最大值点和最小值点必定都在 D 的边界上

（C）最大值点在 D 的内部，最小值点在 D 的边界上

（D）最小值点在 D 的内部，最大值点在 D 的边界上

5 将三重积分 $I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2+z^2)dv$，其中 $\Omega: x^2+y^2+z^2\le 1$，化为球面坐标下的三次积分为（　　）

（A）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 dr$　　（B）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^1 r dr$

（C）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^4 \sin\varphi dr$　　（D）$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r^2 \sin\varphi dr$

6 设 $f(x,y)=|x-y|\varphi(x,y)$，其中 $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 连续且 $\varphi(0,0)=0$，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处（　　）

（A）连续，偏导数不存在　　（B）不连续，偏导数存在　　（C）可微　　（D）不可微

二 填空题（本题共 6 小题，每题 4 分，共计 24 分）

1 已知 a 的方向余弦为 $\cos\beta=\frac{2}{3}, \cos\gamma=\frac{2}{3}$，且 $|a|=3$，则 $a=$__________________

2 已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 在点 P 处的切平面平行于平面 $2x+2y+z-1=0$，则点 P 的坐标是____________________

3 设 $I=\int_0^2 dx\int_x^{2x} f(x,y)dy$，交换积分次序后，$I=$ ______

4 设函数 $f(u)$ 可微，已知 $f'(0)=\dfrac{1}{2}$，且 $z=f(4x^2-y^2)$，则 $dz\Big|_{\substack{x=1\\y=2}}=$ ______

5 设 $u(x,t)=\int_{x-t}^{x+t} f(z)dz$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=$ ______

6 设闭区域 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le 2$，则 $\iiint\limits_{\Omega}\dfrac{z\ln(x^2+y^2+z^2)}{x^2+y^2+z^2+1}dxdydz=$ ______

三 计算题（本题共 6 小题，每题 6 分，共计 36 分）

1 设函数 $z=f(y-x, ye^x)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2 函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2+y^2+z^2=3$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(1,1,1,)}$。

3 求函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 A（1,0,1）沿 A 指向点 B（3，-2，2）方向的方向导数。

4 设 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$，利用极坐标求 $I=\iint\limits_D x^2dxdy$ 。

5 设 Ω 是由 $x^2+y^2=2z,z=1,z=2$ 所围成的空间闭区域，求 $I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dV$ 。

6 计算 $I=\iiint\limits_\Omega \frac{dV}{(1+x+y+z)^3}$ ，其中 Ω 由 $x=0,y=0,z=0,x+y+z=1$ 所围。

四 应用题（8 分）

设一座山的表面的方程为$z=100-2x^2-y^2, M(x,y)$时山脚$z=0$即等高线

$2x^2+y^2=1000$上的点。

（1）问：z在点$M(x,y)$处沿什么方向的增长率最大，并求出此增长率；

（2）攀岩活动要在山脚处找一最陡的位置作为攀岩的起点，即在该等高线上找一点 M 使得上述增长率最大，请写出该点的坐标。

五 证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，共计 8 分）

1 设$z=\arctan\dfrac{x}{y}$，而$x=u+v, y=u-v$，证明$\dfrac{\partial z}{\partial u}+\dfrac{\partial z}{\partial v}=\dfrac{u-v}{u^2+v^2}$

2 设$f(x)$连续，证明$\int_a^b dx\int_a^x f(y)dy=\int_a^b f(x)(b-x)dx$。

7 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 设直线 L：$\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$ 及平面 π：$x+y+z-3=0$，则直线 L (　　　)

（A）平行于 π　　（B） 在 π 上　　（C） 垂直于 π　　（D） 与 π 斜交

2 设 $z=f\left(x,y\right)$ 在 M_0 处存在二阶偏导数，则函数在 M_0 处（　　　）

（A）一阶偏导数必连续　（B）一阶偏导数不一定连续　（C）必可微　（D）$z_{xy}\equiv z_{yx}$

3 对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，点 $(0,3)$ （　　　）

（A）不是驻点　（B）是驻点但非极值点　（C）是极小值点　（D）是极大值点

4 设 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(0,0)}=-1,\dfrac{\partial f}{\partial y}\Big|_{(0,0)}=2$ 则（　　　）

（A） $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的全微分 $dz\big|_{(0,0)}=-dx+2dy$；

（B） $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某一邻域有定义；

(C) 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ 存在；

（D）曲线 C：$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0)$ 的切线的方向向量 $\vec{s}=\vec{i}-\vec{k}$。

5 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho d\rho$ 可写成（　　）

（A） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f\left(x,y\right)dx$　　（B） $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f\left(x,y\right)dx$

（C） $\int_0^1 dx\int_0^1 f\left(x,y\right)dy$　　（D） $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f\left(x,y\right)dy$

6 设有平面闭区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 1,x\le y\le 1\right\}$，$D_1=\left\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,x\le y\le 1\right\}$，

且 $f(x)$ 是连续奇函数，$g(x)$ 是连续偶函数，则 $\iint\limits_D\left[f\left(x\right)+g(x)\right]f(y)dxdy=$（　　　）

(A) $2\iint\limits_{D_1}g(x)f(y)dxdy$　　（B） $2\iint\limits_{D_1}f(x)f(y)dxdy$

（C） $4\iint\limits_{D_1}\left[f(x)+g(x)\right]f\left(y\right)dxdy$　　（D） 0

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 向量 $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$，向量 $\vec{b}$ 的三个方向角均相等且为锐角，则 $\operatorname{Pr}j_{\vec{b}}\vec{a}=$__________；

2 函数$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在（1,2,-2）处的最大变化率是_____________，对应方向的方向余弦是__________________________；

3 设$z=xy+xF\left(u\right)$，而$u=\dfrac{y}{x}$，$F\left(u\right)$为可导函数，则$x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_______________；

4 设$z=y\cdot\sin\left(xy\right)-\left(1-y\right)\arctan x+e^{-2y}$，则$\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=0}}=$___________；

5 设$D=\left\{\left(x,y\right)\big||x|+|y|\le 1\right\}$，则$\iint\limits_D\left(x+y+1\right)d\sigma=$___________；

6 设Ω是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域，则$\iiint\limits_\Omega zdv=$______________.

三 计算题（本题共 5 小题，每题 6 分，满分 30 分）

1 设$u=f\left(x,z\right)$，而$z\left(x,y\right)$是由方程$z=x+y\varphi\left(z\right)$所确定的函数，求$du$.

2 设$z=x^3f(xy,\dfrac{y}{x})$, 其中f具有连续二阶偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial y}$及$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3 计算$\iint\limits_D\arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中$D$是由圆周$x^2+y^2=4,x^2+y^2=1$及直线$y=0,y=x$所围成的在第一象限内的闭区域。

4 设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ ， $D:y=0,y=x^2,x=1$ 围成，求 $f(x,y)$.

5 求 $\iiint\limits_{\Omega}(y^2+z^2)dv,$ 其中 Ω 是 xoy 平面上曲线 $y^2=2x$ 绕 x 轴旋转而成的曲面与平面 $x=8$ 所围成的闭区域.

四 综合题（本题满分 8 分）

试求曲面 $x^2+y^2=2z$ 的切平面,使之经过曲线 $\begin{cases}3x^2+y^2+z^2=5\\2x^5+y^2-4z=7\end{cases}$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切线。

五 建模题（本题满分 7 分）

设某电视机厂生产一台电视机的成本为 c，每台电视机的销售价格为 p，销售量为 x。假设该厂的生产处于平衡状态，即电视机的生产量等于销售量。根据市场预测，销售量 x 与销售价格 p 之间有下面的关系：$x = Me^{-ap} \quad (M > 0, a > 0)$，其中 M 为市场最大需求量，a 是价格系数。同时，生产部门根据对生产环节的分析，对每台电视机的生产成本 c 有如下测算：$c = c_0 - k\ln x \quad (k > 0, x > 1)$，其中 c_0 是只生产一台电视机时的成本，k 是规模系数。根据上述条件，应如何确定电视机的售价 p，才能使该厂获得最大利润？

六 证明题（第一小题 4 分，第二小题 3 分，满分 7 分）

1 已知 $u = x - ay$，$v = x + ay$，$a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0\left(a \neq 0\right)$，函数 $z = z\left(u, v\right)$ 具有二阶连续偏导数，求证 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$.

2 设 $f\left(x\right)$ 连续，证明 $\int_a^b dx \int_a^x \left(x - y\right)^{n-2} f\left(y\right) dy = \dfrac{1}{n-1}\int_a^b \left(b - y\right)^{n-1} f\left(y\right) dy$.

8 浙江理工大学 2011—2012 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 设直线 L：$\begin{cases} x+3y+2z-4=0 \\ 2x-y-10z-1=0 \end{cases}$ 及平面 π： $x+y-2z-2=0$，则直线 L (　　　)

(A) 平行于 π　　(B) 在 π 上　　(C) 垂直于 π　　(D) 与 π 斜交

2 下列说法正确的是（　　　）

(A) 两向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行的充要条件是存在唯一的实数 λ，使得 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$；

(B) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 在区域 D 内连续，则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等;

(C) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处连续是函数在该点可微的充分条件;

(D) 函数 $z=f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处存在是函数在该点可微的充分条件.

3　$u=3xy^2+2x^3y-1$ 在点 $P(3,2)$ 沿与 x 轴正向成 $\frac{\pi}{3}$ 倾角方向的方向导数为（　　　）

（A）$60+45\sqrt{3}$　（B）$60\sqrt{3}+45$　（C）$-60-45\sqrt{3}$　（D）$-60\sqrt{3}-45$

4 旋转抛物面 $z=x^2+2y^2-4$ 在点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面方程为（　　　）

(A) $2x+4y-z=0$　(B) $2x-4y-z=4$　(C) $2x+4y-z=4$　(D) $2x-4y-z=7$

5 设 $f(x)$ 为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则 $F'(2)$ 等于（　　　）.

(A) $2f(2)$　（B）$f(2)$　（C）$-f(2)$　（D）0

6 设 $f(x)$ 是连续的奇函数，$g(x)$ 是连续的偶函数，且区域 $D=\left\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-\sqrt{x}\le y\le\sqrt{x}\right\}$，则下列结论正确的是（　　　）

(A) $\iint\limits_D f(y)g(x)dxdy=0;$　（B）$\iint\limits_D f(x)g(y)dxdy=0;$

（C）$\iint\limits_D [f(x)+g(y)]dxdy=0;$　（D）$\iint\limits_D [f(y)+g(x)]dxdy=0.$

二 填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1 向量 $\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}+8\vec{k}$，向量 $\vec{b}$ 的三个方向角均相等且为锐角，则 $\mathrm{Prj}_{\vec{b}}\vec{a}=$___________；

2 设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值, 则常数 $a=$____________；

3 函数 $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在（1, 2, -2）处的最大变化率是____________，对应方向的方向余弦是_______________________；

4 设 $z=z(x,\ y)$ 由 $z=z(u,\ v)$，$u=x+ay$，$v=x+by$ 复合而成，且 $z=z(x,\ y)$ 有二

阶连续偏导数，欲把方程：$6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 简化为 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$，则常数

$a=$__________，$b=$__________；

5 将 $\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x} f(x,y)dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2} f(x,y)dy$ 交换积分次序为________________________；

6 设 $D=\{(x,y)\big|\ 1\le x\le 2,\ 1\le y\le 2\ \}$，则积分 $\iint\limits_D |x+y-3|dxdy=$________________.

三 计算题（本题共 5 小题，前 4 小题每题 6 分，第五题 12 分，满分 36 分）

1 $u=x^{\frac{y}{z}}$，求 du.

2 设 $z=f(x^2-y^2,xy)+g(x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有二阶导数，

求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3 设 $f(x,y)$ 在闭区间 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le y,x\ge 0\}$ 上连续，且

$f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\dfrac{8}{\pi}\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，求 $f(x,y)$.

4 求 $\iiint\limits_{\Omega}(y^2+z^2)dv$, 其中 Ω 是xoy平面上曲线 $y^2=2x$ 绕x轴旋转而成的曲面与平面 $x=8$ 所围成的闭区域.

5 设空间曲线 $\Gamma:\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+2z-2=0 \end{cases}$. 求:（1）$\Gamma$ 在 xOy 面内的投影曲线；

（2）Γ 在点 $(-1,-1,2)$ 处切线方程和法平面方程；（3）原点到 Γ 的最长和最短距离。

四、（8 分）设函数 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{3/2}} & x^2+y^2\neq 0 \\ 0 & x^2+y^2=0 \end{cases}$

问：(1）函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）是否连续？（2）计算函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）的偏导数 $f'_x(0,0)$ 及 $f'_y(0,0)$，在点（0，0）是否可微？说明理由。

五 证明（每小题 4 分，共 8 分）

（1）试证曲面 $f(x-ay,z-by)=0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行（其中 f 为可微函数，a,b 为常数）.

（2）设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，证明：$2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=\left[\int_0^a f(x)dx\right]^2$.

9 浙江理工大学 2010—2011 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 选择题（本题共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分，每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。）

1 二元函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(x_0,y_0\right)$ 处两个偏导数 $f_x'\left(x_0,y_0\right)$，$f_y'\left(x_0,y_0\right)$ 存在，是 $f\left(x,y\right)$ 在该点可微的[　　]

（A）充分非必要条件　　（B）既非充分又非必要条件

（C）充要条件　　（D）必要非充分条件

2 设 $f\left(x,y\right)$ 是连续函数，则 $I=\int_0^a dx\int_0^x f\left(x,y\right)dy(a>0)=$ [　　]

（A）$\int_0^a dy\int_0^y f\left(x,y\right)dx$　　（B）$\int_0^a dy\int_y^a f\left(x,y\right)dx$

（B）（C）$\int_0^a dy\int_a^y f\left(x,y\right)dx$　　（D）$\int_0^a dy\int_0^a f\left(x,y\right)dx$

3 曲面 $z=xy$ 上点 M 处的法线垂直于平面 $2x-y-z=5$，则点 M 的坐标是[　　]

（A）$\left(-1,2,-2\right)$　　（B）$\left(1,2,2\right)$　　（C）$\left(-1,-2,2\right)$　　（D）$\left(1,-2,-2\right)$

4 二重积分 $\iint\limits_D xyd\sigma$（其中 $D:0\le y\le x^2,0\le x\le 1$）的值为[　　]

（A）$\dfrac{1}{6}$　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）$\dfrac{1}{12}$　　（D）$\dfrac{1}{4}$

5 设 Ω 是由曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=4$ 所围成的闭区域，则 $\iiint\limits_\Omega zdv$ 为[　　]

（A）$\dfrac{64}{3}$　　（B）π　　（C）$\dfrac{64}{3}\pi$　　（D）8π

6 设 $z=z\left(x,y\right)$ 由 $z=z\left(u,v\right),u=x+ay,v=x+by$ 复合而成，且 $z=z\left(x,y\right)$ 有二阶连续偏导数，欲把方程：$6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial^2 y}=0$ 化简为 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$，则常数 a,b 满足[　　]

（A）$a=-2,b=-2$　　（B）$a=3,b=3$　　（C）$a=-2,b=3$　　（D）$a=2,b=-3$

7 设 $D:x^2+y^2\le a^2$，若 $\iint\limits_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy=\pi$，则 a 为[　　]

（A）$\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　　（B）$\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$　　（C）1　　（D）$\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

二 填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1、已知 $u=x^y$，则 $du=$ ____________________

2、设积分区域 D 是由直线 $y=0,x=1$ 及 $y=2x$ 所围成的闭区域，则

$\iint\limits_D xy d\sigma =$ ______________________

3、设 $D=\{(x,y)|1\le x\le 2,1\le y\le 2\}$，则 $\iint\limits_D |x+y-3|dxdy =$ ____________________

4、设函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2+2y$ 在点 $(1,-1)$ 取得极值，则常数 $a=$ ____________

5、设 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，且满足 $(\vec{a}+3\vec{b})\perp(7\vec{a}-5\vec{b}),(\vec{a}-4\vec{b})\perp(7\vec{a}-2\vec{b})$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\theta=$ ________

三 计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1 设 $z=x^3+y^3-3xy^2$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2 设 $e^z-xyz=0$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3 计算 $\iint\limits_D \ln(1+x^2+y^2)d\sigma$，其中 D 是由圆周 $x^2+y^2=1$ 及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域

4 已知函数 $z=f\left(xy^2,x^2y\right)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

5 若 D 满足：$x^2+y^2\le 2x$，求 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$

四、（本题 8 分）设 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 问：（1）函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(0,0\right)$ 是否连续？（2）求 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(0,0\right)$ 的偏导数 $f_x'\left(0,0\right)$ 及 $f_y'\left(0,0\right)$，在点 $\left(0,0\right)$ 是否可微？说明理由。

五、设 $z=z\left(x,y\right)$ 是由 $x^2-6xy+10y^2-2yz-z^2+18=0$ 确定的函数，求 $z=z\left(x,y\right)$ 的极值点和极值。（本题 6 分）

六、证明题（本题共 2 小题，满分 8 分）

1、设 $z=x^y\left(x>0,x\neq 1\right)$，求证 $\frac{x}{y}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{\ln x}\frac{\partial z}{\partial y}=2z$（本题 3 分）

2、若函数 $f\left(\xi,\eta\right)$ 具有连续二阶偏导数且满足拉普拉斯方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}=0$，证明函数 $z=f\left(x^2-y^2,2xy\right)$ 也满足拉普拉斯方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$（本题 5 分）

10 浙江理工大学 2009-2010 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1.二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f'_x(x_0,y_0)$，$f'_y(x_0,y_0)$ 存在，是 $f(x,y)$ 在该点可微的（　　）

（A）充分非必要条件　（B）既不充分也不必要　（C）充分必要　（D）必要非充分

2.函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0)\\ 0, \qquad (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处（　　）

（A）连续且偏导存在　　（B）连续但偏导不存在

（C）不连续但偏导存在　　（D）不连续且偏导不存在

3.累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ 可写成（　　）

（A）$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　（B）$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

（C）$\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　（D）$\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

4.对函数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2-3x-6y$，在点 $(0,3)$（　　）

（A）不是驻点　（B）是极大值点　（C）是极小值点　（D）是驻点但非极值点

5.函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿 A 指向 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数是(　　)

（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{4}$　（C）$-\frac{1}{2}$　（D）$-\frac{1}{4}$

6.设 D 是平面上以 $(1,1)$，$(-1,1)$，$(-1,-1)$ 为顶点的三角形区域，D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D(xy+\cos x\sin y)dxdy$ 的值为（　　）

（A）$2\iint\limits_{D_1}(\cos x\sin y)dxdy$　　（B）$2\iint\limits_{D_1}(xy)dxdy$

（C）$4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)dxdy$　　（D）0

7.设 l 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，其周长记为 a，则 $\int\limits_l\left(2xy+3x^2+4y^2\right)ds=$（　　）

（A）$2a$　（B）$6a$　（C）$12a$　（D）24^a

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1.设 $z=e^{\cos xy}$，则 $dz=$______________________________

2.设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+2y^2+3z^2+xy-z-9=0$ 确定，则函数 z 的驻点是______

3.曲面 $z-e^x+2xy=3$ 在点 $(0,2,1)$ 处的切平面方程为____________________

4. $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy =$________________

5.设 L 是以 $A(0,0)$，$B(0,2)$，$C(2,0)$ 为顶点的三角形区域的周界，且沿 $ABCA$ 方向，则积分 $I=\int_L (3x-y)dx+(x-2y)dy$ 的值为____________

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1.设 $z=f\left(x^2+y^2,xy\right)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

2.计算二重积分 $\iint_D (x+y)dxdy$，其中 D 是由直线 $x+y=4, x+y=12$ 及抛物线 $y^2=2x$ 所围成的平面区域。

3. $I=\iiint_\Omega z^2dv$，其中 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 与 $x^2+y^2+z^2=2Rz\ (R>0)$ 所围成的闭区域。

四、（9 分）计算曲线积分 $I=\int_L \left[\cos\left(x+y^2\right)+2y\right]dx+\left[2y\cos\left(x+y^2\right)+3x\right]dy$，其中 L 为正弦曲线 $y=\sin x$ 上自 $x=0$ 到 $x=\pi$ 的弧段。

五、(9分) 求 $\iint\limits_{S}\left(y^2-z\right)dydz+\left(z^2-x\right)dzdx+\left(x^2-y\right)dxdy$，其中 S 是圆锥面 $x^2+y^2=z^2$ 在 $0\le z\le h$ 部分的外侧。

六、证明题（每小题5分，共10分）

1.设函数 $u=f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$，满足 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\iint\limits_{s^2+t^2\le x^2+y^2}\dfrac{1}{1+s^2+t^2}dsdt$， $f''(x)$ 存在，求证：$f''(r)+f'(r)\dfrac{1}{r}=\pi\ln\left(1+r^2\right)$。

2.利用拉格朗日乘数法，证明圆的内接三角形中，正三角形面积最大。

11 浙江理工大学 2006-2007 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一 填空题（每题 5 分，共 20 分）

1 设 $z=e^{\sin xy}$，则 $dz=$____________________

2 设 $z=xyf\left(\dfrac{y}{x}\right)$，$f\left(u\right)$ 可导，则 $xz'_x+yz'_y=$________________________

3 曲面 $z-e^z+2xy=3$ 在点 $\left(1,2,0\right)$ 处的切平面方程为________________________

4 设 L 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$，则曲线积分 $\oint_L\left(2xy-2y\right)dx+\left(x^2-4x\right)dy$ 的值是___

二 选择题（每题 5 分，共 25 分）

1 二元函数 $f\left(x,y\right)$ 在点 $\left(x_0,y_0\right)$ 处两个偏导数存在，是函数在该点连续的（　　）

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充分且必要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

2 在曲线 $x=t,y=-t^2,z=t^3$ 的所有切线中与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线（　　）

(A) 只有 1 条　　(B) 只有 2 条　　(C) 至少有 3 条　　(D) 不存在

3 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f\left(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta\right)\rho d\rho$ 可以写成（　　）

(A) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f\left(x,y\right)dx$　　(B) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f\left(x,y\right)dx$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^1 f\left(x,y\right)dy$　　(D) $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f\left(x,y\right)dy$

4 函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 A$\left(1,0,1\right)$ 处沿点 A 指向点 B$\left(3,-2,2\right)$ 方向的方向导数为（　　）

(A) $\dfrac{1}{4}$　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) $-\dfrac{1}{2}$　　(D) $-\dfrac{1}{4}$

5 设 l 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长记为 a，则 $\oint_l\left(2xy+3x^2+4y^2\right)ds=$（　　）

(A) $2a$　　(B) $6a$　　(C) $12a$　　(D) $24a$

三 求下列多元函数偏导数

1 设 $z=f\left(x^2+y^2,xy\right)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.　　（8 分）

2 设 $x^2+y^2+z^2-xyz=0$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}.$ （8 分）

四 求下列多元函数的积分。

1 计算 $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy.$ （8 分）

2 计算二重积分 $\iint\limits_D ydxdy$，其中 D 是由直线 $x=-2, y=0, y=2$ 及曲线 $x=-\sqrt{2y-y^2}$ 所围成的平面区域。（8 分）

3 求均匀半球体的质心。（8 分）

五 要造一个容积等于定数 a^2 的长方体无盖水池，如何选择水池的尺寸，方可使它的表面积最小。（8 分）

六 计算曲线积分 $I=\int_L \frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$，其中 L 是以点 $\left(1,0\right)$ 为中心，R 为半径的圆周 $\left(R>1\right)$，取逆时针方向。（7 分）

12 浙江理工大学 2005-2006 学年第 2 学期《高等数学 A2》期中试卷

一、选择题（每小题 4 分，满分 28 分）

1. 设直线 $L:\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，设平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）。

（A）平行于 π　　（B）在 π 上　　（C）垂直于 π　　（D）与 π 斜交

2．设 $z=2^{x+y^2}$，则 $z_y=$（　　）。

（A）$y\cdot 2^{x+y^2}\ln 4$　　（B）$(x^2+y^2)\cdot 2y\ln 4$

（C）$2y(x+y^2)e^{x+y^2}$　　（D）$2y\cdot 4^{x+y^2}$

3．设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（　　）。

（A）$2\sqrt{6}$　　（B）4　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）24

4．函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的（　　）。

（A）充分必要条件　　（B）必要条件而非充分条件
（C）充分条件而非必要条件　　（D）既非充分又非必要条件

5．利用被积函数的对称性及区域的对称性，则 $\iint\limits_D (x+x^3y^2)d\sigma$ 的值（　　），其中 D 为 $x^2+y^2\le 4, y\ge 0$。

（A）大于 0　　（B）小于 0　　（C）等于 0　　（D）上述都不对

6. 设函数 $y=y(x,z)$ 由方程 $yz=\sin(x+y)$ 所确定，则 $\dfrac{\partial y}{\partial x}=$（　　）。

（A）$\dfrac{\cos(x+y)}{z}$　　（B）$\dfrac{1}{z-\cos(x+y)}$

（C）$\dfrac{\cos(x+y)}{z-\cos(x+y)}$　　（D）$\dfrac{1+\cos(x+y)}{z-\cos(x+y)}$

7．已知 $\dfrac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分，则 $a=$（　　）。

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）2

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1．设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+2y^2+3z^2+xy-z-9=0$ 确定，则函数 z 的驻点是____________。

2．曲面 $e^z-z+xy=3$ 在点 $(2,\ 1,\ 0)$ 处的切平面为________________。

3．设 $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} =$ ____________。

4．设积分区域 D 为 $x^2 + y^2 \le 1$，在 $\iint\limits_D \sqrt{1 + x^2 + y^2}\, d\sigma$ 与 $\iint\limits_D \sqrt{1 + x^4 + y^4}\, d\sigma$ 两者中比较大的值是 __________。

5．设 L 为 $x^2 + y^2 = 1$ 的一周，则 $\oint_L (x^2 + y^2) ds =$ ______________。

三、（本题满分 6 分） 设 $z = f(x^2 - y^2, xy) + g(x^2 + y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有二阶导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$。

四、计算下列二重积分（每小题 6 分，满分 12 分）

1．计算 $I = \iint\limits_D |\cos(x + y)|\, dxdy$，其中 $D: x = 0, x = \dfrac{\pi}{2}, y = 0, y = \dfrac{\pi}{2}$ 围成。

2．计算 $I = \iint\limits_D \ln(1 + x^2 + y^2) d\sigma$，其中 D 是由圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 及坐标轴所围成的第一象限内的闭区域。

五、计算下列三重积分（每小题 7 分，满分 14 分）

1．计算 $\iiint\limits_\Omega \sqrt{x^2 + y^2} \cdot z dv$，其中 Ω 是由圆柱面 $x^2 + y^2 = 4$，平面 $z = 0$ 和平面 $y + z = 2$ 所围成的区域。

2. 计算$\iiint\limits_{\Omega}(y+z)dv$，其中$\Omega$是由$z=\sqrt{x^2+y^2}$与$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$所围成的区域。

六、**（本题满分 6 分）**求锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$z^2=2x$所割下部分的曲面面积。

七、**（本题满分 8 分）**计算$I=\oint_L e^x(1-\cos y)dx-e^x(y-\sin y)dy$，其中$L$是区域$D:\sqrt{\sin x}\le y\le\sqrt{\cos x}$，$0\le x\le\dfrac{\pi}{4}$的正向边界曲线。

八、**（本题满分 6 分）**设$f(x)$在$[a,b]$上连续，且$f(x)>0$，证明：$\int_a^b f(x)dx\cdot\int_a^b\dfrac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2$。

高等数学试题资料目录