# 1、决策树概述

决策树是属于有监督机器学习的一种，起源非常早，符合直觉并且非常直观，模仿人类做决策的过程，早期人工智能模型中有很多应用，现在更多的是使用基于决策树的一些集成学习的算法。这一章我们把决策树算法理解透彻了，非常有利于后面去学习集成学习。

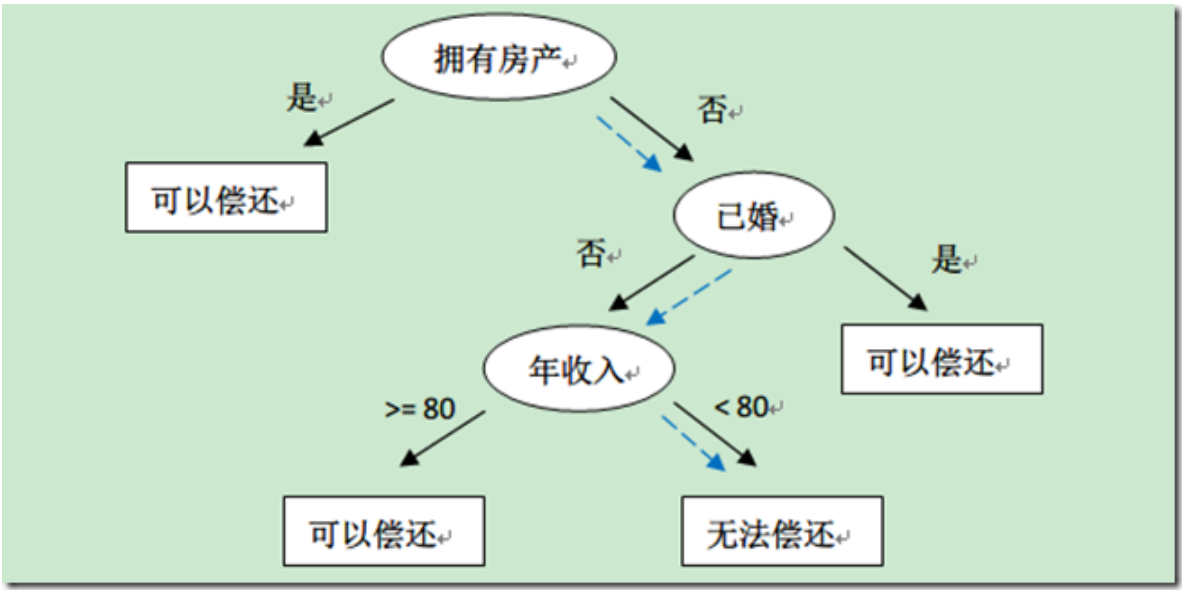
## 1.1、示例一

我们有如下数据：

| ID | 拥有房产（是/否） | 婚姻[单身，已婚，离婚] | 年收入（单位：千元） | 无法偿还债务（是/否） |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 是 | 单身 | 125 | 否 |
| 2 | 否 | 已婚 | 100 | 否 |
| 3 | 否 | 单身 | 70 | 否 |
| 4 | 是 | 已婚 | 120 | 否 |
| 5 | 否 | 离婚 | 95 | 是 |
| 6 | 否 | 已婚 | 60 | 否 |
| 7 | 是 | 离婚 | 220 | 否 |
| 8 | 否 | 单身 | 85 | 是 |

| ID | 拥有房产（是/否） | 婚姻[单身，已婚，离婚] | 年收入（单位：千元） | 无法偿还债务（是/否） |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 否 | 单身 | 85 | 是 |
| 9 | 否 | 已婚 | 75 | 否 |
| 10 | 否 | 单身 | 90 | 否 |

上表根据历史数据，记录已有的用户是否可以偿还债务，以及相关的信息。通过该数据，构建的决策树如下：

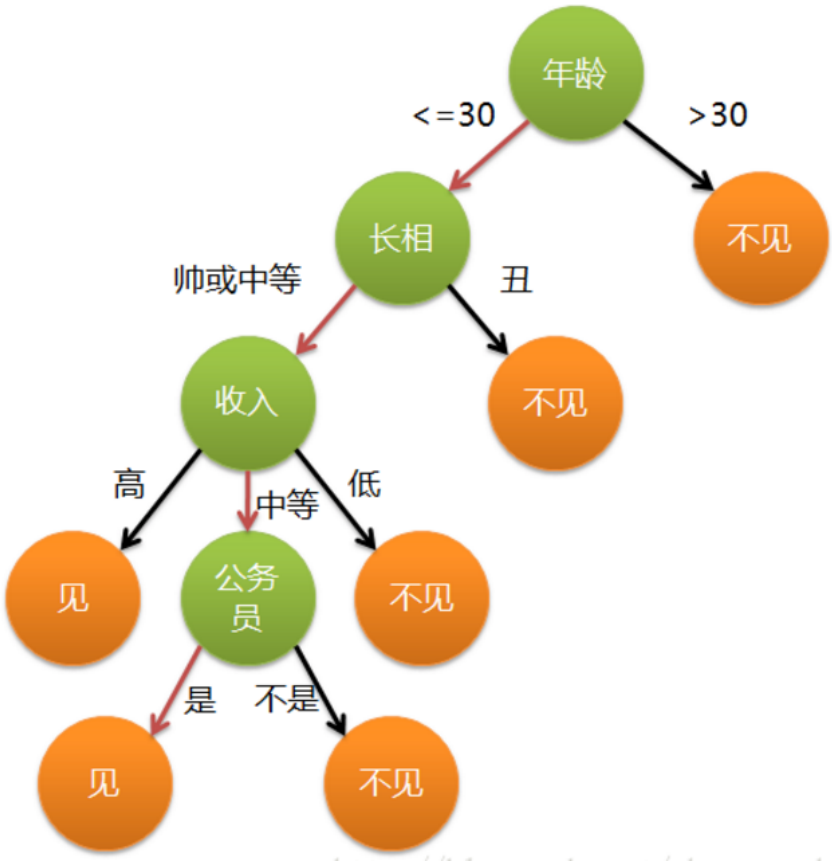



比如新来一个用户：无房产，单身，年收入55K，那么根据上面的决策树，可以预测他无法偿还债务（蓝色虚线路径）。从上面的决策树，还可以知道是否拥有房产可以很大的决定用户是否可以偿还债务，对借贷业务具有指导意义。

## 1.2、示例二

女孩母亲要给她介绍对象，年龄是多少，母亲说24。长得帅吗？挺帅的。收入高吗？中等收入。是公务员吗？母亲说，是的。女孩：好，我去见见。

根据**实力**构建决策树：




问题：图片是二叉树吗?

决策树是标准的二叉树，每个节点只有两个分支~

- 上面那棵树中，属性：绿色的节点（年龄、长相、收入、是否是公务员）
  - 属性叫做，data，数据，一般使用X表示
  - 跟属性对应，目标值（橘色节点），一般使用y表示
- 构建这棵树时，先后顺序，每个人，标准不同，树结构不同
- 计算机，构建树，标准一致的，构建出来的树，一致

### 1.3、决策树算法特点

- 可以处理非线性的问题
- 可解释性强，没有方程系数 $\theta$
- 模型简单，模型预测效率高 if else

## 2、DecisionTreeClassifier使用

### 2.1、算例介绍

| 日志密度 | 好友密度 | 是否使用真实头像 | 账号是否真实 |
|---|---|---|---|
| s | s | no | no |
| s | l | yes | yes |
| l | m | yes | yes |
| m | m | yes | yes |
| l | m | yes | yes |
| m | l | no | yes |
| m | s | no | no |
| l | m | no | yes |
| m | s | no | yes |
| s | s | yes | no |

其中s、m和l分别表示小、中和大。

账号是否真实跟属性：**日志密度、好友密度、是否使用真实头像**有关系~

### 2.2、构建决策树并可视化

数据创建

```
import numpy as np
import pandas as pd
y = np.array(list('NYYYYYNYYN'))
print(y)
X = pd.DataFrame({'日志密度':list('sslmlmmlms'),
                  '好友密度':list('slmmmlsmss'),
                  '真实头像':list('NYYYYNYYYY'),
                  '真实用户':y})
X
```

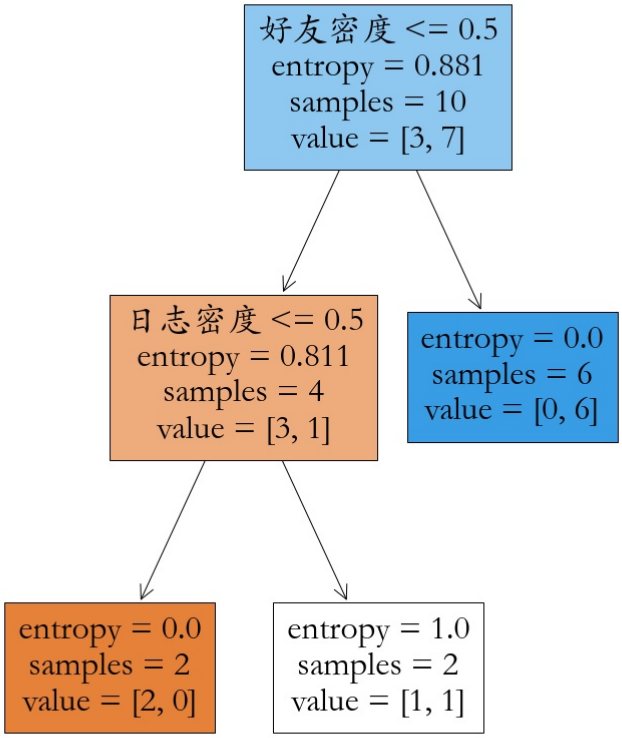
数据修改（map函数，进行数据转换）

```
X['日志密度'] = X['日志密度'].map({'s':0,'m':1,'l':2})
X['好友密度'] = X['好友密度'].map({'s':0,'m':1,'l':2})
X['真实头像'] = X['真实头像'].map({'N':0,'Y':1})
y = X['真实用户']
X = X.iloc[:,:3]
display(X,y)
```

模型训练可视化

```
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier # 分类
from sklearn import tree
```

```
4
5  # 使用信息熵，作为分裂标准
6  model =
   DecisionTreeClassifier(criterion='entrop
   y')
7  model.fit(X,y)
8
9  plt.rcParams['font.family'] = 'STKaiti'
10 plt.figure(figsize=(12,16))
11
12 # 图形绘制
13 fn = X.columns # 列名
14 _ = tree.plot_tree(model,
15                    filled = True,# 着色
16                    feature_names=fn) #
   属性二叉树裂分
17 plt.savefig('./tree1.jpg')
```



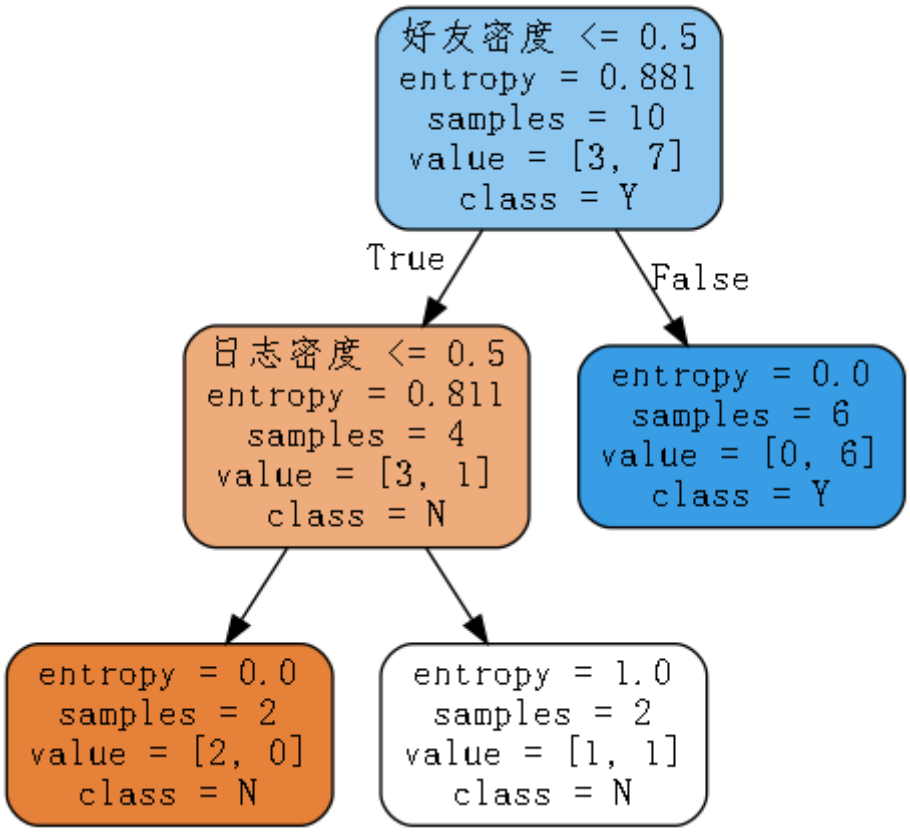

数据可视化另一种方式，安装教程

```
from sklearn.datasets import load_iris
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
import graphviz # pip install graphviz
from sklearn import tree

#建模
model = DecisionTreeClassifier(criterion='entropy')
model.fit(X,y)
```

```
9
10 # 绘图
11 dot_data = tree.export_graphviz(model,
12
    out_file=None,
13
    feature_names = X.columns,# 特征名
14                                 class_names
   = np.unique(y),# 类别名
15                                 filled=True,
   # 填充颜色
16
    rounded=True) # 圆角
17
18 graph = graphviz.Source(dot_data)
19 graph.render('tree2',format='png')
```

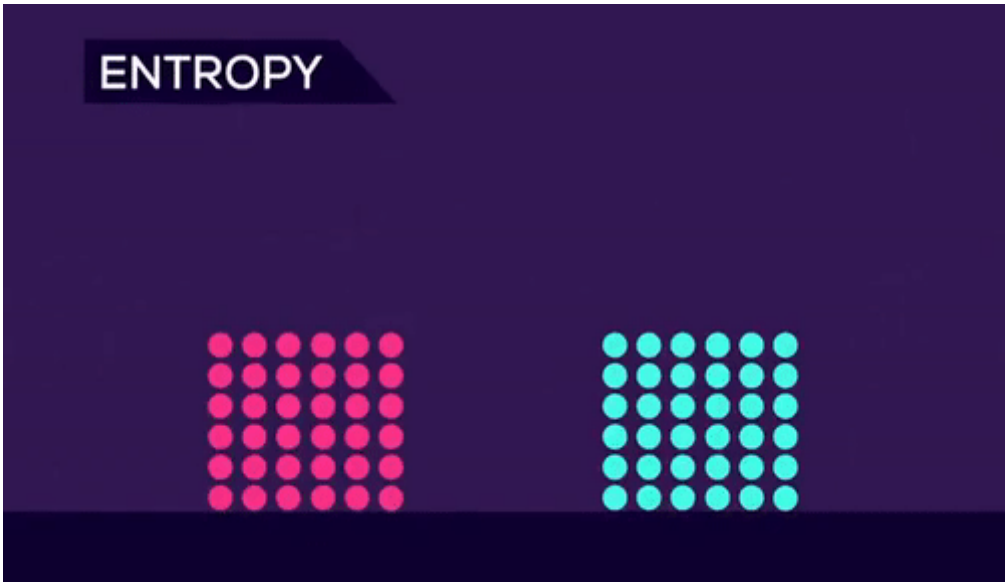
修改中文乱码

```python
import re
# 打开 dot_data.dot，修改 fontname="支持的中文字体"
f = open('tree2', 'r', encoding='utf-8')
text = f.read()
f.close()

with open('./tree3', 'w', encoding="utf-8") as file:

 file.write(re.sub(r'fontname="helvetica"', 'fontname="STKaiti"', text))

# 从文件中加载，展示
graph = graphviz.Source.from_file('./tree3')
graph.render('new_tree1')
```

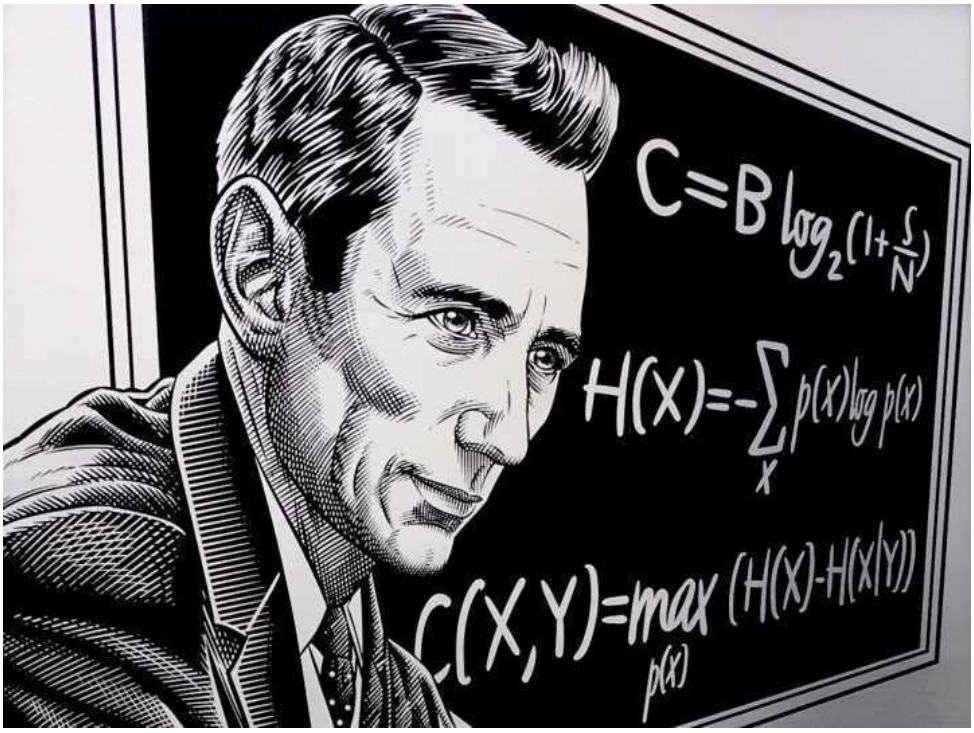


## 2.3、信息熵

- 构建好一颗树，数据变的有顺序了（构建前，一堆数据，杂乱无章；构建一颗，整整齐齐，顺序），用什么度量衡表示，数据是否有顺序：信息熵
- 物理学，热力学第二定律（熵），描述的是封闭系统的混乱程度




- 信息熵，和物理学中熵类似的



- $H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x) log_2 p(x)$
- $H(x) = \sum_{i=1}^{n} p(x) log_2 \frac{1}{p(x)}$

## 2.4、信息增益

信息增益是知道了某个条件后，事件的不确定性下降的程度。写作 g(X,Y)。它的计算方式为熵减去条件熵，如下

$$g(X, y) = \mathrm{H}(\mathrm{Y}) - \mathrm{H}(\mathrm{Y}|\mathrm{X})$$

表示的是，知道了某个条件后，原来事件不确定性降低的幅度。

## 2.5、手动计算实现决策树分类

1、账号数据

```
import numpy as np
import pandas as pd
y = np.array(list('NYYYYYNYYN'))
X = pd.DataFrame({'日志密度':list('sslmlmmlms'),
                  '好友密度':list('slmmmlsmss'),
                  '真实头像':list('NYYYYNYYYY'),
                  '真实用户':y})
X['日志密度'] = X['日志密度'].map({'s':0,'m':1,'l':2})
X['好友密度'] = X['好友密度'].map({'s':0,'m':1,'l':2})
X['真实头像'] = X['真实头像'].map({'N':0,'Y':1})
X
```

2、建模查看数据结构

```
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
import graphviz # pip install graphviz
from sklearn import tree

#建模
model = DecisionTreeClassifier(criterion='entropy')
model.fit(X.iloc[:,:3],y)
```

```
8
9  # 绘图
10 dot_data = tree.export_graphviz(model,
11
    out_file=None,
12
    feature_names = X.iloc[:,:3].columns,#
   特征名
13                                  class_names
   = np.unique(y),# 类别名
14                                  filled=True,
   # 填充颜色
15
    rounded=True) # 圆角
16
17 graph = graphviz.Source(dot_data)
18 graph
```

3、无条件信息熵

```
1 s = X['真实用户']
2 p = s.value_counts()/s.size
3 print(p)
4 raw_entropy = (p * np.log2(1/p)).sum()
5 print('无条件信息熵',raw_entropy)
```

4、日志密度划分条件信息熵

```
1 x = X['日志密度'].unique()
```

```
x.sort()
# 如何划分呢，分成两部分
for i in range(len(x) - 1):
    split = x[i:i+2].mean()
    cond = X['日志密度'] <= split
    # 概率分布
    p = cond.value_counts()/cond.size
    # 按照条件划分，两边的概率分布情况
    indexs =p.index
    entropy = 0
    for index in indexs:
        user = X[cond == index]['真实用户']
        p_user = user.value_counts()/user.size
        entropy += (p_user * np.log2(1/p_user)).sum() * p[index]
    print('分裂条件：',split,'信息熵：',entropy,'信息增益：',raw_entropy - entropy)
```

## 5、好友密度划分条件信息熵

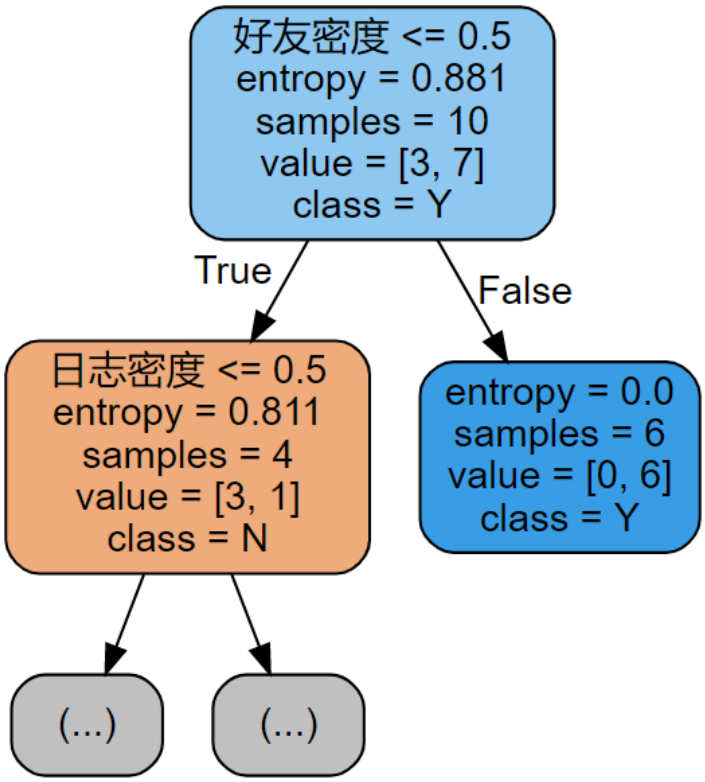
```
x = X['好友密度'].unique()
x.sort()
# 如何划分呢，分成两部分
for i in range(len(x) - 1):
    split = x[i:i+2].mean()
    cond = X['好友密度'] <= split
    # 概率分布
    p = cond.value_counts()/cond.size
```

```
    # 按照条件划分，两边的概率分布情况
    indexs =p.index
    entropy = 0
    for index in indexs:
        user = X[cond == index]['真实用户']
        p_user = user.value_counts()/user.size
        entropy += (p_user * np.log2(1/p_user)).sum() * p[index]
    print('分裂条件：',split,'信息熵：',entropy,'信息增益：',raw_entropy - entropy)
```

6、筛选最佳划分条件

```
columns = ['日志密度','好友密度','真实头像']
lower_entropy = 1
condition = {}
for col in columns:
    x = X[col].unique()
    x.sort()
    # 如何划分呢，分成两部分
    for i in range(len(x) - 1):
        split = x[i:i+2].mean()
        cond = X[col] <= split
        # 概率分布
        p = cond.value_counts()/cond.size
```

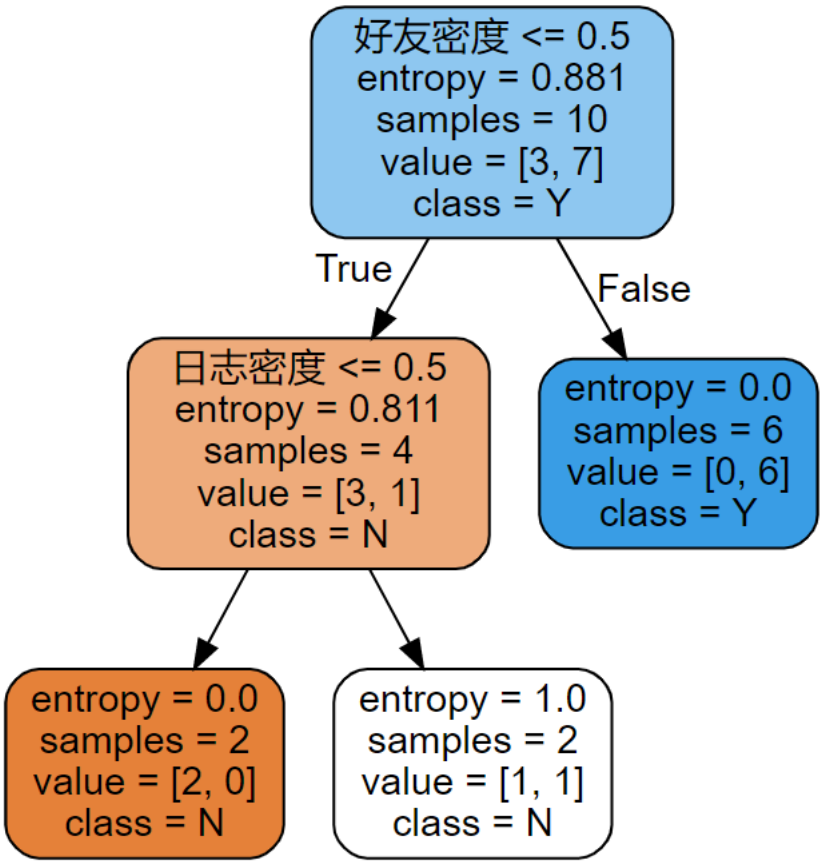
```
13          # 按照条件划分，两边的概率分布情况
14          indexs =p.index
15          entropy = 0
16          for index in indexs:
17              user = X[cond == index]['真实用户']
18              p_user = user.value_counts()/user.size
19              entropy += (p_user * np.log2(1/p_user)).sum() * p[index]
20          print('分裂条件：',col,split,'信息熵：',entropy,'信息增益：',raw_entropy - entropy)
21          if entropy < lower_entropy:
22              condition.clear()
23              lower_entropy = entropy
24              condition[col] = split
25  print('最佳列分条件是：',condition)
```



7、进一步列分

```
cond = X['好友密度'] < 0.5
X_ = X[cond]
columns = ['日志密度','真实头像']
lower_entropy = 1
condition = {}
for col in columns:
    x = X_[col].unique()
    x.sort()
    # 如何划分呢，分成两部分
    for i in range(len(x) - 1):
        split = x[i:i+2].mean()
        cond = X_[col] <= split
        # 概率分布
        p =
cond.value_counts()/cond.size
        # 按照条件划分，两边的概率分布情况
        indexs =p.index
        entropy = 0
        for index in indexs:
            user = X_[cond == index]['真
实用户']
            p_user =
user.value_counts()/user.size
            entropy += (p_user *
np.log2(1/p_user)).sum() * p[index]
        print('分裂条件：',col,split,'信息
熵：',entropy*0.4,'信息增益：',0.3244 -
entropy * 0.4)
```

```
        if entropy < lower_entropy:
            condition.clear()
            lower_entropy = entropy
            condition[col] = split
print('最佳列分条件是：',condition)
```




## 3、决策树分裂指标

常用的分裂条件时：

- 信息增益
- Gini系数
- 信息增益率
- MSE（回归问题）

## 3.1、信息熵（ID3）

在信息论里熵叫作信息量，即熵是对不确定性的度量。从控制论的角度来看，应叫不确定性。信息论的创始人香农在其著作《通信的数学理论》中提出了建立在概率统计模型上的信息度量。他把信息定义为“用来消除不确定性的东西”。在信息世界，熵越高，则能传输越多的信息，熵越低，则意味着传输的信息越少。还是举例说明，假设 Dammi 在买衣服的时候有颜色，尺寸，款式以及设计年份四种要求，而 Sara 只有颜色和尺寸的要求，那么在购买衣服这个层面上 Dammi 由于选择更多因而不确定性因素更大，最终 Dammi所获取的信息更多，也就是熵更大。所以信息量=熵=不确定性，通俗易懂。在叙述决策树时我们用熵表示不纯度（Impurity）。

对应公式如下：

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x) log_2 p(x)$$

熵的变化越大，说明划分越纯，信息增益越大~

## 3.2、Gini系数（CART）

基尼系数是指国际上通用的、用以衡量一个国家或地区居民收入差距的常用指标。

基尼系数最大为“1”，最小等于“0”。基尼系数越接近 0 表明收入分配越是趋向平等。国际惯例把 0.2 以下视为收入绝对平均，0.2-0.3 视为收入比较平均；0.3-0.4 视为收入相对合理；0.4-0.5 视为收入差距较大，当基尼系数达到 0.5 以上时，则表示收入悬殊。

基尼系数的实际数值只能介于 0～1 之间，基尼系数越小收入分配越平均，基尼系数越大收入分配越不平均。国际上通常把 0.4 作为贫富差距的警戒线，大于这一数值容易出现社会动荡。

Gini 系数越小，代表集合中的数据越纯，所有我们可以计算分裂前的值在按照某个维度对数据集进行划分，然后可以去计算多个节点的 Gini 系数。

对应公式如下：

$$\mathrm{gini} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{p_i}(1 - \mathrm{p_i})$$

在对数据进行分类是gini系数的变化越大，说明划分越纯，效果越好~

## 3.3、信息增益率

大学期末的数学考试只有单选题。对于一个完全没有学习过的学生。该如何过关呢?

4个选项是正确选项的概率都是1/4。那么单项选择题的答案的熵就是：

$$H(Y) = -0.25\log_2(0.25) \times 4 = 2\text{bit}$$

在学霸圈做单项选择题有一个秘籍：三长一短选最短，三短一长选最长。姑且假设学霸的秘籍一般都是正确的。

如果在某场考试中，有10%的单项选题是三长一短，10%的选题是三短一长。计算该考试单项选题的关于长短题的条件熵：

| 题目类型 | 答案概率 | 题目概率 |
| --- | --- | --- |
| 三长一短 | (1,0,0,0)熵是0，结果确定！ | 10% |
| 三短一长 | (1,0,0,0)熵是0 | 10% |
| 一样长 | (0.25,0.25,0.25,0.25)熵是2 | 80% |

计算条件熵（条件就是：题目不同类型）

$$H(Y|X) = 0.1 \times 0 + 0.1 \times 0 + 0.8 \times 2 = 1.6\text{bit}$$

那么信息增益是：

$$g(X,Y)=\mathrm{H(Y)}-\mathrm{H(Y|X)}=2-1.6=0.4\mathrm{bit}$$

**信息增益率**在信息增益的基础上增加了惩罚项，惩罚项是特征的固有值。

写作 gr(X,Y)。定义为信息增益除以特征的固有值，如下：

$$gr(X,Y)=\frac{g(X,Y)}{Info(X)}$$

$$Info(X)=-\sum_{v\in values(X)}\frac{num(v)}{num(X)}log_2\frac{num(v)}{num(X)}$$

计算上面单选题题目长短案例的信息增益率：

$$Info(X)=-(0.1\times log_2 0.1\times 2+0.8\times log_2 0.8)=0.92$$

$$gr(X,Y)=\frac{g(X,Y)}{Info(X)}=\frac{0.4}{0.92}=0.43$$

对于取值多的属性，尤其一些连续型数值，这个单独的属性就可以划分所有的样本，使得所有分支下的样本集合都是“纯的”（最极端的情况是每个叶子节点只有一个样本）。
一个属性的信息增益越大，表明属性对样本的熵减少的能力更强，这个属性使得数据由不确定性变成确定性的能力越强。
所以如果是取值更多的属性，更容易使得数据更“纯”（尤其是连续型数值），其信息增益更大，决策树会首先挑选这个属性作为树的顶点。结果训练出来的形状是

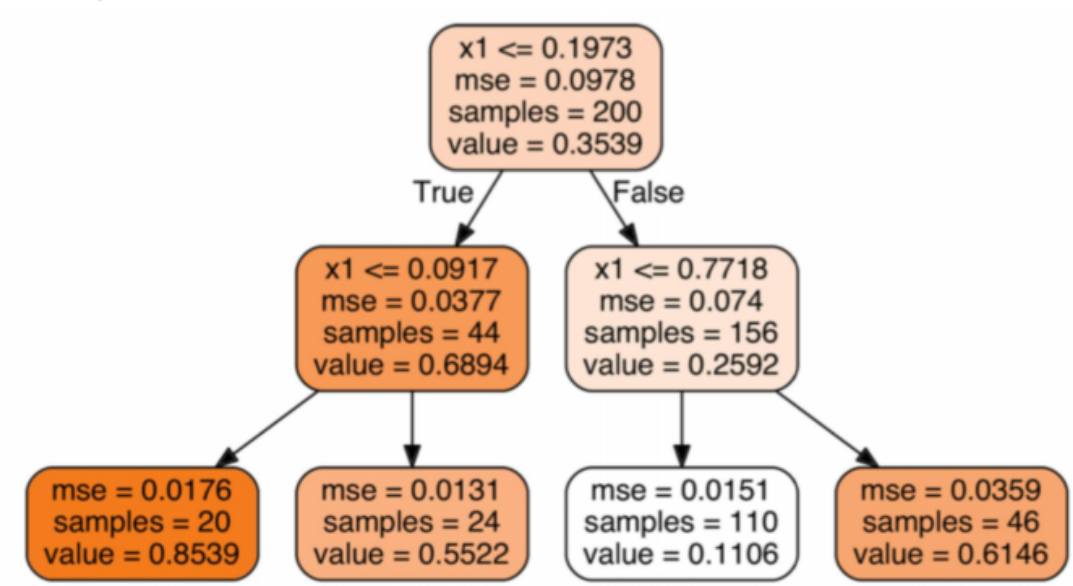
一棵庞大且深度很浅的树，这样的划分是极为不合理的。

| 编号 | 色泽 | 根蒂 | 敲声 | 纹理 | 脐部 | 触感 | 好瓜 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 青绿 | 蜷缩 | 浊响 | 清晰 | 凹陷 | 硬滑 | 是 |
| 2 | 乌黑 | 蜷缩 | 沉闷 | 清晰 | 凹陷 | 硬滑 | 是 |
| 3 | 乌黑 | 蜷缩 | 浊响 | 清晰 | 凹陷 | 硬滑 | 是 |
| 4 | 青绿 | 蜷缩 | 沉闷 | 清晰 | 凹陷 | 硬滑 | 是 |
| 5 | 浅白 | 蜷缩 | 浊响 | 清晰 | 凹陷 | 硬滑 | 是 |
| 6 | 青绿 | 稍蜷 | 浊响 | 清晰 | 稍凹 | 软粘 | 是 |
| 7 | 乌黑 | 稍蜷 | 浊响 | 稍糊 | 稍凹 | 软粘 | 是 |
| 8 | 乌黑 | 稍蜷 | 浊响 | 清晰 | 稍凹 | 硬滑 | 是 |

C4.5使用了信息增益率，在信息增益的基础上除了一项split information,来惩罚值更多的属性。从而使划分更加合理!

## 3.4、MSE

用于回归树，后面章节具体介绍




# 4、鸢尾花分类代码实战

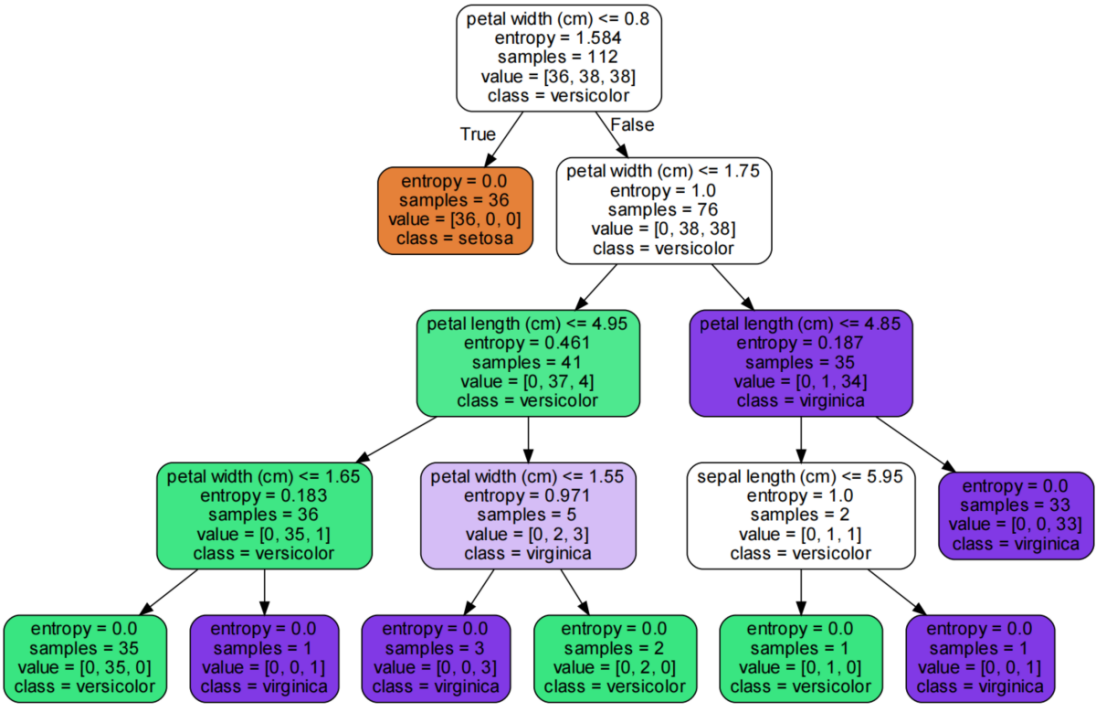
## 4.1、决策树分类鸢尾花数据集

```
import numpy as np
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn import datasets
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn import tree
import matplotlib.pyplot as plt
iris = datasets.load_iris()
X,y = datasets.load_iris(return_X_y=True)

# 随机拆分
X_train,X_test,y_train,y_test = train_test_split(X,y,random_state = 256)

# max_depth调整树深度：剪枝操作
# max_depth默认，深度最大，延伸到将数据完全划分开为止。
model = DecisionTreeClassifier(max_depth=None,criterion='entropy')
model.fit(X_train,y_train)
y_ = model.predict(X_test)
print('真实类别是：',y_test)
print('算法预测是：',y_)
print('准确率是：',model.score(X_test,y_test))
```

```
# 决策树提供了predict_proba这个方法，发现这个方法，返回值要么是0，要么是1
model.predict_proba(X_test)
```

## 4.2、决策树可视化

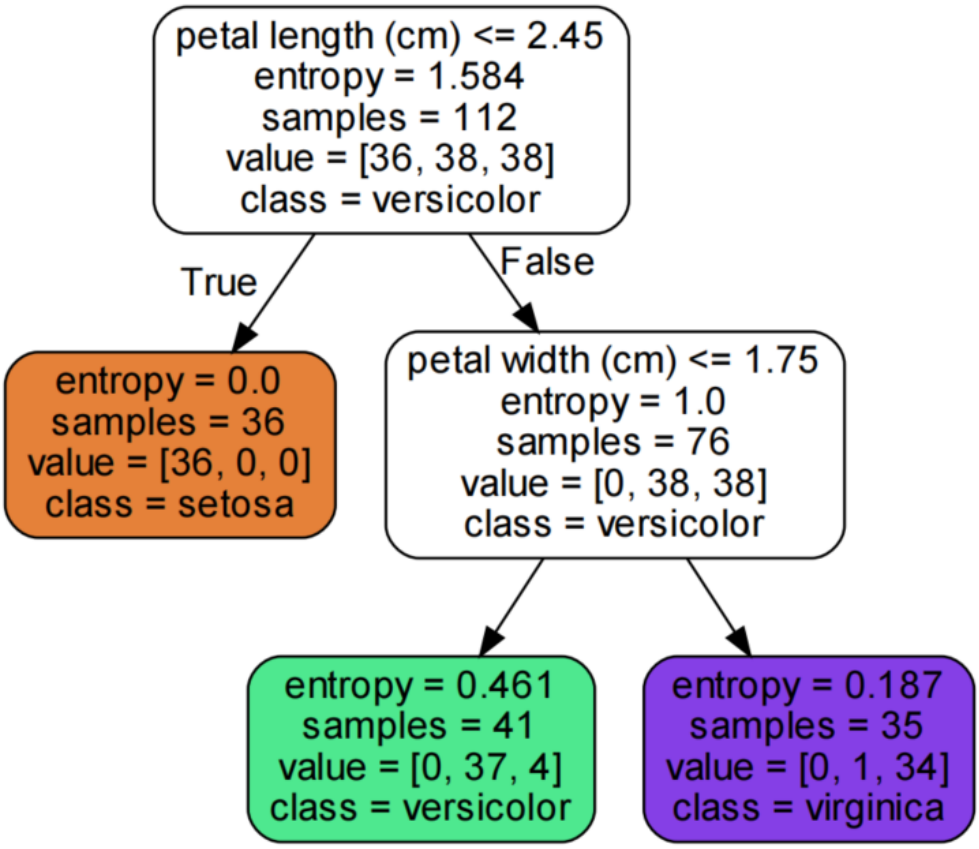
```
import graphviz
from sklearn import tree
# 导出数据
dot_data = tree.export_graphviz(model,feature_names= iris.feature_names,

class_names=iris['target_names'],# 类别名
                    filled=True, # 填充颜色
                    rounded=True,)
graph = graphviz.Source(dot_data)
graph
```




## 4.3、决策树剪枝

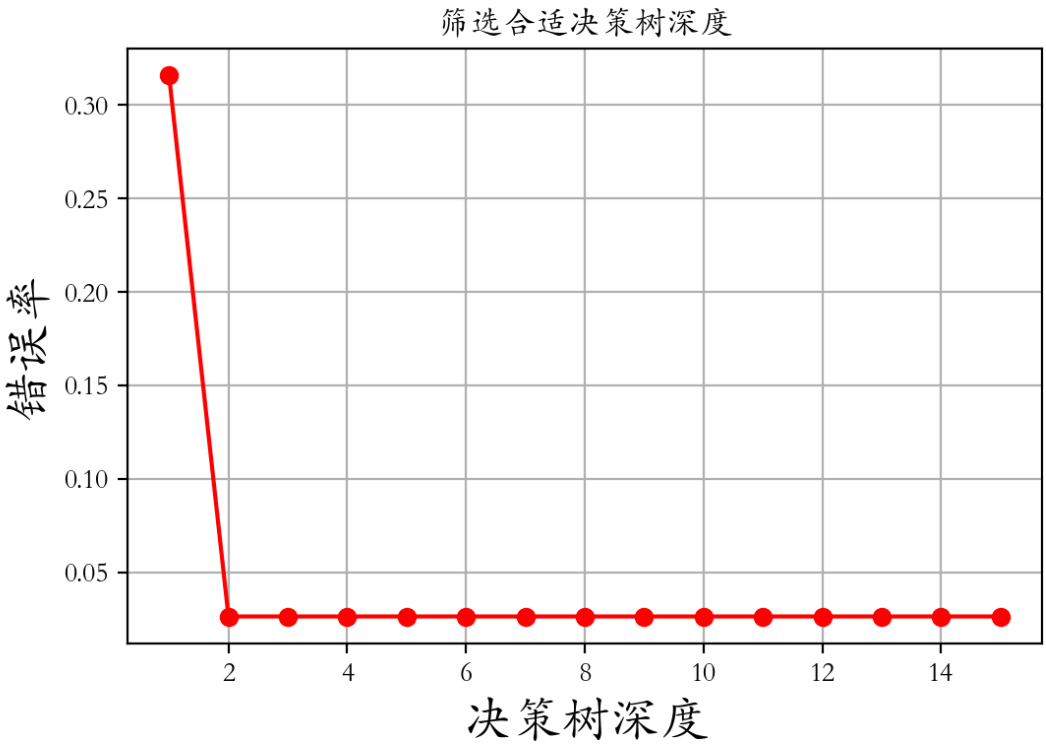
```
# max_depth默认，深度最大，延伸到将数据完全划分开为止。剪枝操作
# min_impurity_decrease（节点划分最小不纯度）如果某节点的不纯度(基尼系数，信息增益，均方差)小于这个阈值，
# 则该节点不再生成子节点
# min_samples_split（内部节点再划分所需最小样本数）
# min_samples_leaf（叶子节点最少样本数）
# max_leaf_nodes（最大叶子节点数）
model = DecisionTreeClassifier(criterion='entropy',min_impurity_decrease=0.2)
model.fit(X_train,y_train)
y_ = model.predict(X_test)
print('真实类别是：',y_test)
```

```
11 print('算法预测是：',y_)
12 print('准确率
   是：',model.score(X_test,y_test))
13 # 导出数据
14 dot_data =
   tree.export_graphviz(model,feature_names
   =iris.feature_names,
15
   class_names=iris['target_names'],# 类别名
16                          filled=True, # 填充
   颜色
17                          rounded=True,)
18 graph = graphviz.Source(dot_data)
19 graph
```



## 4.4、选择合适的超参数

```
depth = np.arange(1,16)
err = []
for d in depth:
    model = DecisionTreeClassifier(criterion='entropy',max_depth=d)
    model.fit(X_train,y_train)
    score = model.score(X_test,y_test)
    err.append(1 - score)
    print('错误率为%0.3f%%' % (100 * (1 - score)))
plt.rcParams['font.family'] = 'STKaiti'
plt.plot(depth,err,'ro-')
plt.xlabel('决策树深度',fontsize = 18)
plt.ylabel('错误率',fontsize = 18)
plt.title('筛选合适决策树深度')
plt.grid()
```




## 4.5、决策树特征重要性

- 特征重要性

```
model.feature_importances_
```

- 你想一下逻辑斯蒂回归，是否也有这个属性呢?