

73. Geometrische Verteilung, Vorübung, 6 Punkte

- (a) (2 Punkte) Wie oft muss man (im Erwartungswert) mit einem einzelnen Würfel würfeln, bis man insgesamt drei Sechsen geworfen hat?
- (b) (4 Punkte) Gegeben sind  $n$  verschiedene Zahlen. Wir wählen zufällig eine Zahl  $a$  davon aus und bestimmen dann die Anzahl der  $n^-$  der Zahlen  $< a$  und die Anzahl  $n^+$  der Zahlen  $> a$ . Wir wiederholen diesen Versuch solange, bis  $n^- \geq 10$  und  $n^+ \geq 10$  ist. Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Versuche, in Abhängigkeit von  $n$ ?
- (c) (0 Punkte, schwierig) Wie oft muss man im Erwartungswert mit einem einzelnen Würfel würfeln, bis man drei Sechsen hintereinander geworfen hat?

74. Suche nach Rang, Textaufgabe, 7 Punkte

Erweitern Sie folgende Wörterbuch-Datenstrukturen (sofern das sinnvoll ist), so dass es effizient möglich ist, bei Eingabe von  $k$  den  $k$ -kleinsten Schlüssel in der gespeicherten Schlüsselmenge zu finden. Beschreiben und analysieren Sie auch die nötigen Modifikationen für die anderen Wörterbuchoperationen:

- (a) Skipliste
- (b) Digitaler Suchbaum (*trie*, nicht komprimiert), mit lexikographischer Ordnung
- (c) Hashtabelle
- (d) 2-3-Baum

75. Backtracking, 0 Punkte

Eine Halbdame kann sich wie eine Dame beim Schachspiel bewegen, außer dass sie nur in *einer* Diagonalenrichtung (von links unten nach rechts oben) ziehen kann und nicht in der anderen Diagonalenrichtung. (Sie kann nach wie vor waagrecht oder senkrecht ziehen.)

- (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 8 Halbdamen auf das Schachbrett zu stellen, sodass sie sich nicht gegenseitig angreifen können?
- (b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn man gedrehte oder gespiegelte Konfigurationen als gleich betrachtet?
- (c) Zeigen Sie, dass man auf jedem  $(n \times n)$ -Schachbrett  $n$  Halbdamen unterbringen kann.

76. Drachenschach, 7 Punkte, Programmieraufgabe

Der Drache vereint die Bewegungsmöglichkeiten einer Dame und eines Springers im klassischen Schachspiel: Zusätzlich zu Zeilen, Spalten und Diagonalen kann ein Drache von Position  $(i, j)$  auf Position  $(i', j')$  ziehen, wenn  $\{|i - i'|, |j - j'|\} = \{1, 2\}$  ist.

- (a) Wie viele Drachen, die sich nicht angreifen können, kann man auf dem  $8 \times 8$  Schachbrett maximal aufstellen?
- (b) Was ist das kleinste  $(n \times n)$ -Schachbrett mit  $n \geq 2$ , auf dem man  $n$  Drachen aufstellen kann?

Schreiben Sie ein Backtracking-Programm für diese Aufgaben. Zählen Sie die rekursiven Aufrufe insgesamt und auch getrennt für jede Ebene des Lösungsbaums.