

## 《概率论与数理统计》期末考试模拟题

### 一、随机事件及概率计算（本大题共 6 小题，共 30 分）

- 1、（5 分）若事件  $A, B$  互斥，且  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$ ，求  $P(\bar{A}\bar{B})$ 。
- 2、（5 分）甲、乙、丙三人等可能地被分到四个房间中的任一间内，求三个人分在同一间的概率  $p$ 。
- 3、（5 分）若随机变量  $X \sim N(2, \sigma^2)$ ，且  $P\{2 < X < 4\} = 0.3$ ，计算  $P\{X < 0\}$ 。
- 4、（5 分）设随机变量  $X$  的标准差是 3，求  $D(-3X + 1)$ 。
- 5、（5 分）设随机变量  $X \sim B(10, 0.5), Y \sim N(2, 10)$ ，又  $E(XY) = 14$ ，求  $X$  与  $Y$  相关系数  $\rho_{XY}$ 。
- 6、（5 分）设总体  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本，其样本均值和样本方差分别为  $\bar{X}$  和  $S^2$ ，若  $\bar{X} + kS^2$  为  $np^2$  的无偏估计，求  $k$  的值。

### 二、计算题（本大题共 4 小题，共 40 分。）

- 7、（10 分）一道单项选择题，列有  $m$  个答案，学生甲知道正确答案的概率为  $p$ ，而乱猜的概率为  $1-p$ 。设他乱猜而猜对的概率为  $1/m$ 。求（1）学生甲答对的概率；（2）如果他答对了，问他确实知道正确答案的概率。

- 8、（10 分）设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$   
求（1）常数  $k$ ；（2） $X$  的分布函数  $F(x)$ ；（3） $P\{1 < X \leq 2\}$ 。

- 9、（10 分）设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0	1/3
1	1/3	1/3

- 求（1） $X$  和  $Y$  的边缘分布；（2） $Cov(X, Y)$ ；（3） $\rho_{XY}$ 。

- 10、（10 分）设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-y}, & x > 0, y > x; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- （1）求常数  $A$ ；（2）求  $X, Y$  的边缘概率密度，并判断  $X$  与  $Y$  是否独立；（3）求  $P\{2X > Y\}$ 。

### 三、统计题（本大题共 2 小题，共 20 分。）

- 11、（10 分）设总体  $X$  的概率密度函数为：

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\alpha^2}(\alpha - x), & 0 < x < \alpha \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \text{求未知参数 } \alpha \text{ 的矩估计量。}$$

- 12、（10 分）从某超市一年的来的发票存根中随机抽取 26 张，计算得平均金额为 78.5 元，样本标准差为 20 元，假设发票金额服从正态分布，试给出该超市一年来发票平均金额的 90% 的置信区间。

### 四、应用题（本大题共 1 小题，共 10 分。）

- 13、（10 分）一个复杂的系统由 100 个相互独立起作用的部件所组成，在整个运行期间每个部件损坏的概率为 0.1，为使整个系统工作，至少有 85 个部件正常工作，求系统能正常工作的概率。（ $t_{0.05}(25) = 1.708$ ， $\Phi(1.67) = 0.9525$ ）