《概率论与数理统计》模拟题01答案

一、填空题（本大题共 9 小题，10 个空，每空 2 分，共 20 分）

1、0.3　　2、1/16　　3、$f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$　　4、0.2　　5、81　　6、0　　7、0.8　　8、0.975

9、$N(0,1)$　　10、-1

二、单项选择题（本大题共 5 小题，答对一题得 2 分，共 10 分）

1、C　2、D　3、C　4、B　5、B

三、计算题(本大题共 4 小题，共 44 分。)

1 、解：(1) 解：设 A={学生知道正确答案}，$\bar{A}$={学生不知道正确答案}

B={学生答对}，则

$P(B|A)=1$，$P(B|\bar{A})=1/m$　（2 分）

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

$$=\mathrm{p}\times 1+(1-p)\times\frac{1}{m}=\frac{1+p(m-1)}{m}$$　（4 分）

(2) 由贝叶斯公式，有

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=\frac{mp}{1+p(m\text{-}1)}$$　（4 分）

2、解：(1)　$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^2 kx^2dx=\frac{k}{3}x^3|_0^2=\frac{8}{3}k$

$$A=\frac{3}{8}$$　（3 分

(2)　当$x<0$时，　$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=0$

当$0\le x<2$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^x\frac{3}{8}t^2dt=\frac{1}{8}x^3$

当$x\ge 2$时，　$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^2\frac{3}{8}t^2dt=1$

故 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{1}{8}x^3, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$　（5 分）

(3)　$P\{1<X\le 2\}=F(2)-F(1)=\frac{7}{8}$　（2 分）

3、解：(1) 边缘分布为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	0	1
P	1/3	2/3

（2 分）

(2) $E(X)=\frac{2}{3}$, $E(X^2)=\frac{2}{3}$, $D(X)=\frac{2}{9}$,　（2 分）

$E(Y)=\frac{2}{3}$，$E(Y^2)=\frac{2}{3}$， $D(X)=\frac{2}{9}$ （2 分）

$E(XY)=\frac{1}{3}$ （1 分）

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-\frac{1}{9}$ （1 分）

（3） $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$ （2 分）

4、解：(1) $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_{0}^{+\infty}\int_{x}^{+\infty}Ae^{-y}dxdy=A$

$A=1$ （3 分）

(2) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_{x}^{+\infty}e^{-y}dy=e^{-x}, & x>0,\\ 0, & \text{其它}\ .\end{cases}$ （3 分）

$f_Y(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{0}^{y}e^{-y}dx=ye^{-y}, & y>0,\\ 0, & \text{其它}\ .\end{cases}$ （3 分）

因为 $f(x,y)\neq f_X(x)f_Y(x)$，所以 X 与 Y 不相互独立。 （2 分）

(3) $P\{2X>Y\}=\int_{0}^{+\infty}dx\int_{x}^{2x}e^{-y}dy=\frac{1}{2}$ （3 分）

四、统计题(本大题共 2 小题，共 16 分)

1、解： 总体的一节样本矩为

$E(x)=\int_0^{\alpha}x\frac{2}{\alpha^2}(\alpha-x)\,dx=\frac{2}{\alpha^2}\int_0^{\alpha}x(\alpha-x)\,dx=\frac{\alpha}{3}$ （4 分）

令 $\frac{\alpha}{3}=\overline{X}$,解得 α 的矩估计为 （2 分）

$\hat{\alpha}=3\overline{X}$ （2 分）

2、解：选择统计量为

$T=\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(25)$ （2 分）

$\alpha=0.1$，$t_{0.05}(25)=1.708$，$\overline{x}=78.5, s=20$，置信区间为 （2 分）

μ 的置信度为 0.90 的置信区间为

$\left(\overline{X}-t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)=(71.667,\ 85.332)$ （4 分）

五、应用题(10 分)

1、解:设 X 表示正常工作的部件数量，则 $X\sim B(100,\ 0.9)$， （2分）

$EX=np=100\times0.9=90$ （2 分）

$DX=np(1-p)=100\times0.9\times0.1=9$ （2 分）

由于 n 较大，由棣莫夫−拉普拉斯定理， X 近似服从 $N(90,\ 9)$

$P\left\{X>85\right\}=1-P\left\{X\le 85\right\}$ （2分）

$=1-P\left\{\frac{X-90}{\sqrt{9}}<\frac{85-90}{\sqrt{9}}\right\}\approx 1-\Phi(-1.67)=\Phi(1.67)=0.9525$ （2 分）