

《概率论与数理统计》模拟题01

一、填空题 (本大题共 8 小题, 10 个空, 每空 2 分, 共 20 分)

- 1、若事件 A, B 互斥, 且 $P(A)=0.4, P(B)=0.3$, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) = \underline{0.3}$ 。
- 2、甲、乙、丙三人等可能地被分到四个房间中的任一间内, 则三个人分在同一间的概率为 $\underline{\frac{1}{16}}$ 。
- 3、若随机变量 $X \sim U(a, b)$, 则 X 的概率密度函数为 $\underline{f(x) = \frac{1}{b-a}, a < x < b}$ 。
- 4、若随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$ 则 $P\{X < 0\} = \underline{0.2}$ 。
- 5、设随机变量 X 的标准差是 3, 则 $D(-3X+1) = \underline{81}$ 。
- 6、设随机变量 X 与 Y 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 则 $F(-\infty, y) = \underline{0}$ 。
- 7、设随机变量 $X \sim B(10, 0.5), Y \sim N(2, 10)$, 又 $E(XY) = 14$, 则 X 与 Y 相关系数 $\rho_{XY} = \underline{0.8}$ 。
- 8、设随机变量 X 的期望 $E(X) = 100$, 方差 $D(X) = 10$, 则由切比雪夫不等式, $P\{80 < X < 120\} \geq \underline{0.875}$ 。

- 9、若 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自总体 $N(2, \sigma^2)$ 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $\frac{4\bar{X}-8}{\sigma}$ 服从 $\underline{N(0, 1)}$ 。

- 10、设总体 X 服从二项分布 $B(n, p)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 其样本均值和样本方差分别为 \bar{X} 和 S^2 , 若 $\bar{X} + kS^2$ 为 np^2 的无偏估计, 则 $k = \underline{-1}$ 。

二、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每题只有一个正确答案, 答对一题得 2 分, 共 10 分)

- 1、已知事件 \bar{A}, \bar{B} 互斥, 则 $P(\overline{A \cup B}) = \underline{C}$ 。
A. $1-P(A)$ B. $1-P(A)-P(B)$ C. 0 D. $P(\bar{A})P(\bar{B})$
- 2、一次抛 3 枚质地均匀的硬币, 恰好有两枚正面向上的概率为 \underline{D} 。
A. 0.75 B. 0.25 C. 0.625 D. 0.375
- 3、随机变量 X 与 Y 独立同分布, $P\{X = -1\} = 0.5, P\{X = 1\} = 0.5$, 则下列结果不正确的是 \underline{C} 。
A. $P\{XY = 1\} = 0.5$ B. $P\{X+Y = 0\} = 0.5$
C. $P\{X=Y\} = 1$ D. $P\{X=Y\} = 0.5$
- 4、设随机变量 X 与 Y 相互独立, 分别服从正态分布 $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$ 则 \underline{A} 。
A. $P\{X+Y \geq 0\} = \frac{1}{2}$ B. $P\{X+Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$
C. $P\{X-Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ D. $P\{X-Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$

- 5、若 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 且均服从参数为 p 的 0-1 分布, 记 $Y_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - np}{\sqrt{np(1-p)}}$,

则 n 充分大时, Y_n 近似服从 \underline{B} 。

- A. 非标准正态分布 B. 标准正态分布 C. 二项分布 D. 不确定

三、计算题(本大题共 4 小题, 共 44 分。)

1、(10 分) 一道单项选择题, 列有 m 个答案, 学生甲知道正确答案的概率为 p , 而乱猜的概率为 $1-p$ 。设他乱猜而猜对的概率为 $1/m$ 。求 (1) 学生甲答对的概率; (2) 如果他答对了, 问他确实知道正确答案的概率。

2、(10 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数 k ; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $P\{1 < X \leq 2\}$ 。

3、(10 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0	1/3
1	1/3	1/3

求 (1) X 和 Y 的边缘分布; (2) $Cov(X, Y)$; (3) ρ_{XY} 。

4、(14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-y}, & x > 0, y > x; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数 A ; (2) 求 X, Y 的边缘概率密度, 并判断 X 与 Y 是否独立; (3) 求 $P\{2X > Y\}$ 。

四、统计题(本大题共 2 小题, 共 16 分。)

1、(9 分) 设总体 X 的概率密度函数为:

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\alpha^2}(\alpha - x), & 0 < x < \alpha, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求未知参数 α 的矩估计量。

2、(9 分) 从某超市一年的来的发票存根中随机抽取 26 张, 计算得平均金额为 78.5 元, 样本标准差为 20 元, 假设发票金额服从正态分布, 试给出该超市一年来发票平均金额的 90% 的置信区间

五、应用题(本大题共 1 小题, 共 10 分。)

1、(10 分) 一个复杂的系统由 100 个相互独立起作用的部件所组成, 在整个运行期间每个部件损坏的概率为 0.1, 为使整个系统工作, 至少有 85 个部件正常工作, 求系统能正常工作的概率。

($t_{0.05}(25) = 1.708$, $\Phi(1.67) = 0.9525$)