Table of Contents

- 1 数学函数
 - 1.1 三角/双曲函数
 - 1.2 指数和对数
 - 1.3 算术操作
 - 1.4 自动域
- 2 数值计算
 - 2.1 舍入
 - 2.2 和积差
 - 2.3 符号函数
 - 2.4 截断
 - 2.5 插值
- 3 导数和微积分
 - 3.1 梯度
 - 3.2 梯形公式
- 4 多项式
 - 4.1 简介
 - 4.2 便捷类
- 5 关系运算
 - 5.1 真值测试
 - 5.2 值和类型
 - 5.3 逻辑运算
 - 5.4 比较
- 6 二进制运算
 - 6.1 位运算
 - 6.2 左右移
 - 6.3 打包解包
- 7 字符串
 - 7.1 基本操作
 - 7.2 比较
 - 7.3 基本信息
- 8 小结
- 9 参考

Out[1]: '1.22.3'

文档阅读说明:

- 💍 表示 Tip
- 🛦 表示注意事项

数学函数

NumPy内置了很多数学函数,包括:

- 三角/双曲函数
- 四舍五入
- 和、积、差
- 导数和微积分
- 指数和对数
- 算术操作
- 综合

关于这一部分,我们主要介绍一些特殊的方法,对比较简单的就跳过了,可以参考:

Mathematical functions — NumPy v1.23.dev0 Manual

三角/双曲函数

三角函数和双曲中大部分都很容易理解,也都是通函数,我们主要介绍一个看起来不太明显的: unwrap ,它的主要目的是对周期取大增量补码。参数如下:

• p: 数组

In [72]: # 超过 pi 的处理掉!

np.unwrap([1, 1.1+np.pi]), 1.1+np.pi-2*np.pi

Out[72]: (array([1. , -2.04159265]), -2.0415926535897935)

- discont: 数值间的最大中断,默认 period/2 ,低于该值的被设为该值
- axis:轴,默认最后一个轴period:周期范围,默认 2pi

```
In [42]: phase = np.linspace(0, np.pi, num=5) phase[3:] += np.pi phase
Out[42]: array([0. , 0.78539816, 1.57079633, 5.49778714, 6.28318531])
In [43]: # 超过pi的, 剪掉period np.unwrap(phase)
Out[43]: array([ 0. , 0.78539816, 1.57079633, -0.78539816, 0. ])
In [67]: # 要减掉 1 个周期 np.unwrap([1, 5]), 5 - 2*np.pi
Out[67]: (array([ 1. , -1.28318531]), -1.2831853071795862)
In [66]: # 要减掉3个周期 np.unwrap([1, 20]), 20 - 3*2*np.pi
Out[66]: (array([1. , 1.15044408]), 1.15044440784612413)
```

再看几个例子:

```
In [77]: # 超过4/2, 加4
         np.unwrap([0, 1, 2, -1, 0], period=4)
Out[77]: array([0, 1, 2, 3, 4])
In [83]: # 为什么要加而不是减,因为只有加才能满足条件
         np.unwrap([1, -2, -1, 0], period=4)
Out[83]: array([1, 2, 3, 4])
In [85]: # 同上, 5 后面的数字都要加 4
         np.unwrap([2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5], period=4)
Out[85]: array([2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
         另外需要注意的是, deg2rad == radians , rad2deg == degrees , 前面的表达
         更加清晰一些。
         更多细节可查阅:

    https://numpy.org/devdocs/reference/routines.math.html

         指数和对数
         大部分的API都比较容易理解,比如自然指数 np.exp , 2为底指数 np.exp2 等, 对应的
         log也有 np.log , np.log2 , np.log10 等 , 而且所有API都是通函数。
         另外,也有 np.expm1 表示exp后减1,对应的就是加1后log的 np.log1p:
In [242...
        np.log(np.exp(2)), np.log1p(np.expm1(2))
Out[242... (2.0, 2.0)
         还有两个求和的 np.logaddexp 和以2为底的 np.logaddexp2 ,计算公式:
         log(exp(x1) + exp(x2))
In [247...
        np.logaddexp([1], [2]), np.log(np.exp(1) + np.exp(2))
Out[247... (array([2.31326169]), 2.3132616875182226)
In [253...
        np.logaddexp2([1], [2]), np.log2(np.exp2(1) + np.exp2(2))
Out[253... (array([2.5849625]), 2.584962500721156)
         np.frexp 和 np.ldexp 是一对操作,后者等于 x1 * 2**x2 , 而前者是将一个数组分
         解成mantissa和exponent, 而依据就是 x = mantissa * 2**exponent , 就是对应前
         面的x1和x2了。
In [269...
         np.ldexp(2, np.arange(5)), 2 * 2**np.arange(5)
```

```
Out[269... (array([ 2., 4., 8., 16., 32.], dtype=float16), array([ 2, 4, 8, 16, 32]))
In [283...
         np.frexp(np.arange(2, 5))
Out[283... (array([0.5, 0.75, 0.5]), array([2, 2, 3], dtype=int32))
In [285...
         np.array([0.5, 0.75, 0.5]) * 2 ** np.array([2, 2, 3]), np.arange(2, 5)
Out[285... (array([2., 3., 4.]), array([2, 3, 4]))
         算术操作
         主要是中小学学过的加减乘除、乘方、开方、取余、倒数、绝对值,以及对应的一些特殊
         方法等,它们也都是通函数。按照惯例,我们主要介绍特殊的。
         关于除法和Python的类似:
         # 地板除,等价于python的 //
In [326...
         np.floor_divide(5, 2)
Out[326...
In [327...
         np.floor_divide([7, 8], [3, 5])
Out[327... array([2, 1])
         绝对值有相应的兼容复数的方法。
In [411...
         np.abs(-1-1j)
Out[411... 1.4142135623730951
In [412...
         np.fabs(-1-1j)
        TypeError
                                               Traceback (most recent call last)
        <ipython-input-412-0b4518d62178> in <module>
        ----> 1 np.fabs(-1-1j)
        TypeError: ufunc 'fabs' not supported for the input types, and the inputs could n
        ot be safely coerced to any supported types according to the casting rule ''saf
        e''
         还有几个关于取余的方法:
         # 等价于Python的 x1%x2
In [341...
         np.remainder(np.arange(3), 2)
Out[341... array([0, 1, 0])
In [344...
         # 和 np.reminder 一样
         np.mod([12, 13], [4, 5])
```

Out[344... array([0, 3])

```
In [367...
         # mod 结果的符号是x2的符号
         np.mod([-3, -2, -1, 1, 2, 3], 2)
Out[367...
         array([1, 0, 1, 1, 0, 1])
In [368...
         np.mod([2, 3], -2)
Out[368... array([ 0, -1])
In [369...
         # 而fmod 结果的符号是x1的符号
         np.fmod([-3, -2, -1, 1, 2, 3], 2)
Out[369... array([-1, 0, -1, 1, 0, 1])
In [370...
         np.fmod([2, 3], -2)
Out[370... array([0, 1])
         接下来这两个稍微不一样些。
In [358...
         #按元素返回数组的小数部分和整数部分。
         np.modf([0, 3.5, 2.0])
Out[358... (array([0., 0.5, 0.]), array([0., 3., 2.]))
In [359...
         np.modf(-1)
Out[359... (-0.0, -1.0)
In [371...
         # 同时返回(x // y, x % y)
         np.divmod([12, 13, 15], 2)
Out[371... (array([6, 6, 7]), array([0, 1, 1]))
In [372...
         np.divmod([-3, -2, -1, 1, 2, 3], 2)
Out[372... (array([-2, -1, -1, 0, 1, 1]), array([1, 0, 1, 1, 0, 1]))
         还有两个小学数学用过的:最大公倍数和最小公约数。
         # 最小公倍数
In [296...
         np.lcm(12, 20)
Out[296...
         60
         # 多个值可以用reduce
In [298...
         np.lcm.reduce([2, 3, 5, 8])
Out[298... 120
         # 同时求多个
In [302...
         np.lcm([2, 3, 5, 8], 3)
Out[302... array([6, 3, 15, 24])
```

```
In [304...
          # 最大公约数
          np.gcd(12, 20)
Out[304...
In [306...
         np.gcd.reduce([15, 20, 30])
Out[306... 5
In [312...
         np.gcd([2, 3, 5, 8], 20)
Out[312... array([2, 1, 5, 4])
          自动域
          函数的输出数据类型与输入的某些域中的输入数据类型不同时,可以使用 np.emath。
          支持以下API:
           • sqrt , power
           • log , log2 , log10 , logn
           • arccos, arcsin, arctan
In [564...
         np.emath.sqrt(-1)
Out[564... 1j
In [565...
         np.sqrt(-1)
        <ipython-input-565-597592b72a04>:1: RuntimeWarning: invalid value encountered in
         sqrt
          np.sqrt(-1)
Out[565... nan
In [573...
          import math
          np.emath.log(-math.exp(1)) == 1+1j*math.pi
Out[573... True
In [575...
         np.power([2, 4], -2)
        ValueError
                                                 Traceback (most recent call last)
        <ipython-input-575-f02dcfa4fde4> in <module>
         ----> 1 np.power([2, 4], -2)
        ValueError: Integers to negative integer powers are not allowed.
In [576... np.emath.power([2, 4], -2)
Out[576... array([0.25 , 0.0625])
In [581...
         # 如果x包含负数则转为复数
          np.emath.power([-2, 4], 1)
```

数值计算

舍入

然后是四舍五入, round 和 around 一样。

```
In [105...
          rng = np.random.default_rng(42)
          arr = rng.random((2,3))
          array([[0.77395605, 0.43887844, 0.85859792],
Out[105...
                 [0.69736803, 0.09417735, 0.97562235]])
In [106...
         np.around(arr, 2)
Out[106... array([[0.77, 0.44, 0.86],
                 [0.7, 0.09, 0.98]
In [107...
         np.array(arr).round(2)
Out[107... array([[0.77, 0.44, 0.86],
                 [0.7, 0.09, 0.98]])
          其他的接口都比较类似,除了 fix 的其他函数都是通函数。如下,不再赘述:
In [155...
         lst = [2.1, -1.5, 3.2, 4.9]
In [156...
         np.fix(lst)
Out[156... array([ 2., -1., 3., 4.])
In [157...
         np.trunc(lst)
Out[157... array([ 2., -1., 3., 4.])
In [139...
         np.rint(lst)
Out[139... array([ 2., -2., 3., 5.])
In [140...
         np.floor(1st)
Out[140... array([ 2., -2., 3., 4.])
In [141...
         np.ceil(lst)
Out[141... array([ 3., -1., 4., 5.])
```

和积差

这里包含了基础和积和累积和积,以及对应的有空值(nan)版本,API都比较简单,此处就不再赘述。主要介绍剩下的几个不太熟悉的。

首先是 diff, 它包含以下参数:

- 数组
- 计算次数,就是计算几次diff
- 维度
- prepend/append: 沿着维度放在原数组前面/后面然后再计算

```
In [210...
          rng = np.random.default_rng(42)
          a = rng.integers(0, 10, (3, 4))
Out[210... array([[0, 7, 6, 4],
                 [4, 8, 0, 6],
                 [2, 0, 5, 9]])
In [211...
         np.diff(a)
Out[211... array([[ 7, -1, -2],
                 [4, -8, 6],
                 [-2, 5, 4]])
In [237...
         #注意,连续算两次
          np.diff(a, 2)
Out[237...
         array([[ -8, -1],
                 [-12, 14],
                 [ 7, -1]])
In [238...
         np.diff(a, 2, append=[[0], [0], [0]])
Out[238... array([[ -8, -1, -2],
                 [-12, 14, -12],
                 [ 7, -1, -13]])
         # 等价于
In [240...
          pd = np.full((3, 1), 0)
          cct = np.concatenate((a, pd), axis=1)
          np.diff(cct, 2)
Out[240... array([[ -8, -1, -2],
                 [-12, 14, -12],
                 [ 7, -1, -13]])
         # prepend 同理
In [241...
          np.diff(a, 2, prepend=[[0], [0], [0]])
Out[241...
         array([[ 7, -8, -1],
                 [0, -12, 14],
                 [-4, 7, -1]
          值得一提的是也可以对时间进行处理:
In [252...
         dts = np.arange("2022-01-02", "2022-01-05", dtype=np.datetime64)
          np.diff(dts, 1)
Out[252... array([1, 1], dtype='timedelta64[D]')
```

np.ediff1d 会先flattern再diff, 所以返回的是一维。

符号函数

```
In [11]: # 小于0为-1, 等于0, 为0, 大于0为1
        np.sign([-5, 0, 5])
Out[11]: array([-1, 0, 1])
In [12]: # x1<0时为0, x1=0时为x2, x1>0时为1
         np.heaviside([-5, 0, 5], 0.5)
Out[12]: array([0., 0.5, 1.])
         截断
In [36]: # 截断
         np.clip(np.arange(10).reshape(2,5), a_min=3, a_max=7)
Out[36]: array([[3, 3, 3, 3, 4],
               [5, 6, 7, 7, 7]])
        插值
         np.interp 是一维线性插值方法,支持弧度。
In [29]: def func(x):
            return 2 * x + 3
In [30]: x = np.arange(1, 5)
         y = func(x)
         x, y
Out[30]: (array([1, 2, 3, 4]), array([ 5, 7, 9, 11]))
In [31]: np.interp([2.5, 8], x, y), func(2.5), func(8)
Out[31]: (array([ 8., 11.]), 8.0, 19)
In [32]: # 指定左右边界
         np.interp([0.5, 2, 5.5], x, y)
Out[32]: array([ 5., 7., 11.])
In [33]: np.interp([0.5, 2, 5.5], x, y, left=1, right=60)
Out[33]: array([ 1., 7., 60.])
```

导数和微积分

梯度

梯度是使用内部点中的二阶精确中心差和边界处的一阶精确单侧(向前或向后)差异计算的。

主要是利用泰勒二阶展开计算导数:

$$f(x)pprox f\left(x_{0}
ight)+f^{\prime}\left(x_{0}
ight)\left(x-x_{0}
ight)+rac{f^{\prime\prime\prime}\left(x_{0}
ight)}{2!}\left(x-x_{0}
ight)^{2}+rac{f^{\prime\prime\prime}\left(x_{0}
ight)}{3!}\left(x-x_{0}
ight)^{3}+\cdots.$$

1

等价于:

$$f(x_0+h)pprox f\left(x_0
ight)+f'\left(x_0
ight)(h)+rac{f''\left(x_0
ight)}{2!}h^2+O(h^3)$$

又有:

$$f(x_{0}-h)pprox f\left(x_{0}
ight)-f^{\prime}\left(x_{0}
ight)\left(h
ight)+rac{f^{\prime\prime}\left(x_{0}
ight)}{2!}h^{2}+O(h^{3})$$

两式相减,得到:

$$f(x_0 + h) - f(x_0 - h) = 2 \cdot f'(x_0)(h)$$

即:

$$f'(x_0) = rac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} + O(h^2)$$

接下来就是利用上式来计算梯度(导数)。

参数如下:

• f, 就是f(x), 数组

• varargs: f值的间隔, 有多种可能的取值

• edge order: 在边界时采用顺序1或2计算

• axis: 坐标轴

In [144... # 表示f(0)=1, f(1)=2 ... fx = np.array([1, 2, 4, 7, 11, 16])

In [145... # 默认 h=1, 第一个和最后一个(边界)有点特殊 # $f'(\theta) = (f(\theta+1) - f(\theta))$ / 1 = (2-1)/1 = 1 # f'(1) = (f(1+1) - f(1-1)) / 2 = (4-1)/2*1 = 1.5 # f'(2) = (f(2+1) - f(2-1)) / 2 = (7-2)/2*1 = 2.5 # ... # f'(5) = (f(5) - f(5-1)) / 1 = (16-11)/1 = 5 np.gradient(fx)

Out[145... array([1., 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.])

```
# h 这个可以为其他数,比如0.5,此时表示 f(0)=1, f(0.5)=2 ...
In [146...
          # f'(0.0) = (f(0+0.5) - f(0)) / 0.5 = (2-1)/0.5 = 2
          # f'(0.5) = (f(0.5+0.5) - f(0.5-0.5)) / 2*0.5 = (4-1)/1.0 = 3
          # f'(1.0) = (f(1.0+0.5) - f(1.0-0.5)) / 2*0.5 = (7-2)/1.0 = 5
                               -f(2.5-0.5)) / 2*0.5 = (16-11)/0.5 = 10
          # f'(2.5) = (f(2.5))
          np.gradient(fx, 0.5)
         array([ 2., 3., 5., 7., 9., 10.])
Out[146...
          输入数组,会按照行列分别计算后返回,也可以指定坐标轴。
         rng = np.random.default_rng(42)
In [155...
          arr = rng.integers(1, 10, (2, 3))
          arr
Out[155...
          array([[1, 7, 6],
                [4, 4, 8]])
In [162...
         np.gradient(arr)
Out[162... [array([[ 3., -3., 2.],
                 [3., -3., 2.]]),
           array([[ 6. , 2.5, -1. ],
                 [0., 2., 4.]])]
In [163...
         np.gradient(arr[:, 0]), np.gradient(arr[:, 1]), np.gradient(arr[:, 2])
Out[163... (array([3., 3.]), array([-3., -3.]), array([2., 2.]))
         np.gradient(arr[0,:]), np.gradient(arr[1,:])
In [164...
Out[164... (array([ 6. , 2.5, -1. ]), array([0., 2., 4.]))
In [165...
         # 指定坐标轴
          np.gradient(arr, axis=0)
Out[165... array([[ 3., -3., 2.],
                 [ 3., -3., 2.]])
```

第二个参数 varargs 控制fx值之间的间隔, 但它有多种方式:

- 1. 单个标量,用于指定所有尺寸的样本距离
- 2. N 个标量,用于为每个维度指定恒定的采样距离,即 "dx", "dy", "dz", ...
- 3. N 个数组,用于指定值沿 F 的每个维度的坐标,数组的长度必须与相应尺寸的大小匹配
- 4. N 个标量/数组的任意组合,含义为 2 和 3

上面的例子是最简单的「单个标量」的情况,接下来看N个标量的情况。

$$a = rac{rac{-dx_2}{dx_1}}{dx_1 + dx_2} \ b = rac{1}{dx_1} - rac{1}{dx_2} \ c = rac{rac{dx_1}{dx_2}}{dx_1 + dx_2} \ a + b + c = 0$$

```
# N 个标量
In [219...
          x = np.array([0, 1, 1.5, 3.5, 4, 6])
          fx = np.array([1, 2, 4, 7, 11, 16])
          np.gradient(fx, x)
Out[219... array([1., 3., 3.5, 6.7, 6.9, 2.5])
In [220...
         ax dx = np.diff(x)
          dx1 = ax_dx[0:-1]
          dx2 = ax_dx[1:]
          a = -dx2 / (dx1 * (dx1 + dx2))
          b = (dx2 - dx1) / (dx1 * dx2)
          c = dx1 / (dx2 * (dx1 + dx2))
          N = fx.ndim
          slice1 = [slice(None)]*N
          slice2 = [slice(None)]*N
          slice3 = [slice(None)]*N
          slice4 = [slice(None)]*N
          axis = 0
          slice1[axis] = slice(1, -1)
          slice2[axis] = slice(None, -2)
          slice3[axis] = slice(1, -1)
          slice4[axis] = slice(2, None)
In [221...
         a, b, c
Out[221... (array([-0.33333333, -1.6
                                          , -0.1
                                                  , -1.6
                                                                    ]),
           array([-1. , 1.5, -1.5, 1.5]),
           array([1.33333333, 0.1
                                    , 1.6
                                                   , 0.1
                                                                ]))
In [222... fx[tuple(slice2)], fx[tuple(slice3)], fx[tuple(slice4)]
Out[222... (array([1, 2, 4, 7]), array([ 2, 4, 7, 11]), array([ 4, 7, 11, 16]))
In [223...
         \# \text{ out}[1:-1] = a * f[:-2] + b * f[1:-1] + c * f[2:]
          out = np.empty_like(fx, dtype=np.float16)
          out[tuple(slice1)] = a * fx[tuple(slice2)] + b * fx[tuple(slice3)] + c * fx[tupl
          out
Out[223... array([0., 3., 3.5, 6.7, 6.9, 0.], dtype=float16)
```

多个数组或数组与标量的组合,此时会分别对应到各自轴上计算:

```
In [189...
          arr
Out[189... array([[1, 7, 6],
                 [4, 4, 8]])
In [188...
          np.gradient(arr, [3,5], [1,2,3])
Out[188...
          [array([[ 1.5, -1.5, 1. ],
                  [1.5, -1.5, 1.]
           array([[ 6. , 2.5, -1. ],
                  [0., 2., 4.]])]
          np.gradient(arr, [3,5], axis=0)
In [194...
Out[194... array([[ 1.5, -1.5, 1. ],
                 [ 1.5, -1.5, 1. ]])
         np.gradient(arr, [1,2,3], axis=1)
In [196...
Out[196... array([[ 6. , 2.5, -1. ],
                 [ 0. , 2. , 4. ]])
          还有一个 edge_order 参数需要说明一下,它主要控制在边界位置如何计算梯度。
In [216...
         x = np.array([1, 2, 4, 7])
          y = x ** 2 + 2 * x + 1
Out[216... array([ 4, 9, 25, 64])
         np.gradient(y, x), 2*x + 2., np.gradient(y, x, edge_order=2)
In [205...
Out[205...
          (array([ 5., 6., 10., 13.]),
           array([ 4., 6., 10., 16.]),
           array([ 4., 6., 10., 16.]))
         (9 - 4)/(2-1), (64-25)/(7-4)
In [218...
Out[218... (5.0, 13.0)
```

具体公式如下:

$$f'(x_l) = rac{f(x_l+h)-f(x_l)}{h} \ f'(x_r) = rac{f(x_r)-f(x_r-h)}{h}$$

梯形公式

另一个API是梯形公式,可用来求积分,原理就是把被积函数切成很多个小的梯形。

$$\int_{a}^{b}f(x)dxpproxrac{\Delta x}{2}(f\left(x_{0}
ight)+2f\left(x_{1}
ight)+2f\left(x_{2}
ight)+2f\left(x_{3}
ight)+2f\left(x_{4}
ight)+\cdots+2f\left(x_{l}
ight)$$

参数如下:

- y, 就是f(x)
- x, 默认为None, 如果指定则根据x的元素计算dx
- dx, 默认1.0, 如果没有x, 则使用dx
- axis, 坐标轴

更多参考:

• Trapezoidal rule - Wikipedia

```
In [100... y = np.array([1, 2, 3])
          x = np.array([4, 6, 8])
In [101... np.trapz(y), 1/2 * (1 + 2*2 + 3)
Out[101... (4.0, 4.0)
In [117... diff = np.diff(x)
          np.trapz(y, x), 1/2*((1+2)*diff[0] + (2+3)*diff[1])
Out[117... (8.0, 8.0)
In [119...
          z = np.array([1, 2, 4])
          diff = np.diff(z)
          np.trapz(y, z), 1/2*((1+2)*diff[0] + (2+3)*diff[1])
Out[119... (6.5, 6.5)
In [138...
          y = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
          У
Out[138... array([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6]])
          # 按行
In [139...
          np.trapz(y, axis=1)
Out[139... array([ 4., 10.])
          # 列
In [140...
          np.trapz(y, axis=0)
Out[140... array([2.5, 3.5, 4.5])
```

多项式

多项式的在新的版本有专门的library: polynomial。其中包括:

- 幂级数
- 切比雪夫多项式
- 埃尔米特多项式 (物理学)
- 埃尔米特多项式 (概率学)
- 拉盖尔多项式
- 勒让德多项式

具体概念可参考:

- 幂级数-维基百科,自由的百科全书
- 切比雪夫多项式 维基百科, 自由的百科全书
- 埃尔米特多项式-维基百科,自由的百科全书
- 拉盖尔多项式 维基百科, 自由的百科全书
- 勒让德多项式-维基百科,自由的百科全书

```
In [117... from numpy.polynomial import Polynomial as P
```

简介

In [116... p.convert()

```
# 幂序列
In [987...
           p = np.polynomial.Polynomial([3, 2, 1])
Out[987... x \mapsto 3.0 + 2.0 x + 1.0 x^2
In [995...
          p(3)
Out[995...
          18.0
In [988...
          rng = np.random.default_rng(42)
           x = np.arange(10)
          y = x + rng.standard_normal(10)
In [100...
           fitted = np.polynomial.Polynomial.fit(x, y, deg=1)
           fitted
Out[100... x\mapsto 4.1644286915941295+4.216899419361024 (-1.0 + 0.22222222222222222 x
In [100...
          fitted.convert()
          x\mapsto -0.05247072776689432 + 0.9370887598580052 x
Out[100...
          # 根据根得到表达式
In [116...
           p = P.fromroots([1, 2])
Out[116... x \mapsto 2.0 - 3.0 \, x + 1.0 \, x^2
```

```
Out[116... x\mapsto 2.0-3.0\,x+1.0\,x^2
In [117...
         p.convert(domain=[0,1])
Out[117... x\mapsto 0.75-1.0\;(-1.0+2.0x)+0.25\,(-1.0+2.0x)^2
          类型之间转换也可以,不过不建议使用。当级数增加时会造成精度损失严重。
         from numpy.polynomial import Chebyshev as T
In [117...
         T.cast(p)
In [118...
Out[118... x\mapsto 2.5\,T_0(x)-3.0\,T_1(x)+0.5\,T_2(x)
In [100...
         c1 = (1,2,3)
          c2 = (3,2,1)
          sum = P.polyadd(c1,c2)
In [100...
          P.polyval(2, sum)
Out[100...
          28.0
```

便捷类

NumPy提供了不同类型多项式的便捷使用方式,提供了统一的创建、操作、拟合接口。 以下的介绍以幂级数为例,更多可访问文档。

- Power Series (numpy.polynomial.polynomial) NumPy v1.23.dev0 Manual
- Chebyshev Series (numpy.polynomial.chebyshev) NumPy v1.23.dev0
 Manual
- Hermite Series, "Physicists" (numpy.polynomial.hermite) NumPy v1.23.dev0
 Manual
- HermiteE Series, "Probabilists" (numpy.polynomial.hermite_e) NumPy v1.23.dev0 Manual
- Laguerre Series (numpy.polynomial.laguerre) NumPy v1.23.dev0 Manual
- Legendre Series (numpy.polynomial.legendre) NumPy v1.23.dev0 Manual

```
In [101... # 初始化一个实例 p = P([1, 2, 3]) p Out[101... x \mapsto 1.0 + 2.0 \, x + 3.0 \, x^2 In [101... p.coef, p.domain, p.window Out[101... (array([1., 2., 3.]), array([-1, 1]), array([-1, 1])) In [108... # x\_new = -1+x p1 = P([1, 2, 3], domain=[0, 1], window=[-1, 0]) p1
```

```
Out[108... x\mapsto 1.0+2.0 \; (\text{-}1.0+x)+3.0 \; (\text{-}1.0+x)^2
In [108...
         \# x_new = -1+x + x
          p2 = P([1, 2, 3], domain=[0, 1], window=[-1, 1])
          x\mapsto 1.0+2.0\;(\text{-}1.0+2.0x)+3.0\,(\text{-}1.0+2.0x)^2
Out[108...
In [110...
          p3 = P([1, 2, 3], domain=[2, 5], window=[-1, 1])
          рЗ
Out[110...
          from numpy.polynomial import polyutils as pu
In [110...
         # 映射domain
In [112...
          pu.mapparms([2, 5], [-1, 1])
Out[112... (-2.33333333333335, 0.666666666666666)
In [111... (5*-1 - 2*1)/(5-2), (1--1)/(5-2)
Out[111... (-2.33333333333335, 0.666666666666666)
In [101...
         print(p)
         1.0 + 2.0 \cdot X^{1} + 3.0 \cdot X^{2}
          可以选择不同的打印风格:
In [102...
         np.polynomial.set_default_printstyle("ascii")
In [102... print(p)
         1.0 + 2.0 x^{**}1 + 3.0 x^{**}2
          # 或
In [102...
          print(f"{p:unicode}")
         1.0 + 2.0 \cdot X^{1} + 3.0 \cdot X^{2}
          多项式的基本运算:
In [102...
         p + p
Out[102... x\mapsto 2.0+4.0\,x+6.0\,x^2
In [102... p - p
Out[102... x\mapsto 0.0
In [102... p * p
Out[102... x \mapsto 1.0 + 4.0 x + 10.0 x^2 + 12.0 x^3 + 9.0 x^4
```

```
In [102...
          p ** 2
Out[102... x \mapsto 1.0 + 4.0 x + 10.0 x^2 + 12.0 x^3 + 9.0 x^4
In [103...
          p // P([-1, 1])
Out[103... x\mapsto 5.0+3.0\,x
In [103...
Out[103... x\mapsto 1.0+2.0\,x+3.0\,x^2
In [103...
          P([-1, 1]) * P([5, 3])
Out[103... x \mapsto -5.0 + 2.0 \, x + 3.0 \, x^2
           # 可以整除(因式分解)
In [104...
           P([2, 3, 1]) == P([1, 1]) * P([2, 1])
Out[104...
          True
In [104...
          #取余
           p % P([-1, 1])
Out[104... x\mapsto 6.0
          # 分解+余
In [105...
           divmod(p, P([-1, 1]))
           (Polynomial([5., 3.], domain=[-1., 1.], window=[-1., 1.]),
Out[105...
            Polynomial([6.], domain=[-1., 1.], window=[-1., 1.]))
           # 求值
In [105...
           x = np.arange(5)
           p(x)
Out[105...
          array([ 1., 6., 17., 34., 57.])
In [105...
          3*x**2 + 2*x + 1.
Out[105...
          array([ 1., 6., 17., 34., 57.])
           # 嵌套
In [105...
           p(p)
           x \mapsto 6.0 + 16.0 \, x + 36.0 \, x^2 + 36.0 \, x^3 + 27.0 \, x^4
Out[105...
In [105...
           # 根
           p.roots()
Out[105...
          array([-0.33333333-0.47140452j, -0.33333333+0.47140452j])
In [106...
          # 有有理根
           P([2, -3, 1]).roots()
```

```
Out[106... array([1., 2.])
In [106...
Out[106... x \mapsto 1.0 + 2.0 x + 3.0 x^2]
In [106... p + [1, 2, 3]
Out[106... x\mapsto 2.0+4.0\,x+6.0\,x^2
In [106... p + [1,2]
Out[106... x\mapsto 2.0+4.0\,x+3.0\,x^2
In [107... p / 2
Out[107... x\mapsto 0.5+1.0\,x+1.5\,x^2
          注意:上面的运算在不同domain、window或类型时无法使用。
          # 不同domain
In [107...
          p + P([1], domain=[0, 1])
         TypeError
                                                   Traceback (most recent call last)
         <ipython-input-1073-c9477ae81d90> in <module>
               1 # 不同domain
         ----> 2 p + P([1], domain=[0, 1])
         /usr/local/lib/python3.8/site-packages/numpy/polynomial/_polybase.py in __add__(s
         elf, other)
             498
             499
                     def __add__(self, other):
                         othercoef = self._get_coefficients(other)
         --> 500
             501
                         try:
                             coef = self._add(self.coef, othercoef)
             502
         /usr/local/lib/python3.8/site-packages/numpy/polynomial/_polybase.py in _get_coef
         ficients(self, other)
             282
                                 raise TypeError("Polynomial types differ")
                             elif not np.all(self.domain == other.domain):
             283
         --> 284
                                 raise TypeError("Domains differ")
             285
                             elif not np.all(self.window == other.window):
             286
                                 raise TypeError("Windows differ")
        TypeError: Domains differ
          计算积分:
In [112...
         p = P([3, 2, 1])
          р
Out[112... x\mapsto 3.0+2.0\,x+1.0\,x^2
In [112... # 定积分
          p.integ()
```

```
# 指定积分次数
In [113...
     p.integ(m=2)
In [113... # 指定下界 (默认是0) 为-1, 常数项发生变化
     p.integ(lbnd=-1)
In [113... p.integ(k=[1], lbnd=-1)
计算导数:
In [115...
    p.deriv()
Out[115... x\mapsto 2.0+2.0\,x
In [115...
    p.deriv(2)
Out[115... x\mapsto 2.0
In [115... p.deriv()(1)
Out[115... 4.0
In [115... p.deriv(2)(10)
Out[115... 2.0
     关系运算
     NumPy中的关系运算一般用于判断数组是否满足指定条件,返回结果为布尔数组。这部
```

NumPy中的关系运算一般用于判断数组是否满足指定条件,返回结果为布尔数组。这部分的API大多都是通函数。

真值测试

常用于判断元素是否全部满足或任一满足条件。

```
In [39]: np.all(a, axis=0)
Out[39]: array([ True, False, False])
In [40]: np.any(a)
Out[40]: True
In [41]: np.any(a, axis=0)
Out[41]: array([ True, True, True])
In [42]: np.any([0, 0, 0])
Out[42]: False
In [43]: np.alltrue(a)
Out[43]: False
In [44]: np.alltrue([1, 2, 3])
Out[44]: True
        值和类型
        判断数组的值是否符合条件:
          • isfinite: 不是无穷并且不是非数字
          • isnan: 非数字
          • isnat: 非时间
          • isinf/isneginf/isposinf:正/负无穷
        类型:
         • iscomplex: 复数
         • iscomplexobj:复数类型
         • isfortran : F-Style
          • isreal: 实数
          • isrealobj: 不是复数类型
          • isscalar: 标量
In [45]: np.isfinite([np.nan, 0, np.inf, 1])
Out[45]: array([False, True, False, True])
In [46]: np.isnan([np.nan, 2, np.inf])
Out[46]: array([ True, False, False])
```

In [47]: np.isnat([np.datetime64("2016-01-01")])

```
Out[47]: array([False])
In [48]: # 只支持时间格式
         np.isnat([2])
                                                 Traceback (most recent call last)
        TypeError
        <ipython-input-48-b44857751f20> in <module>
             1 # 只支持时间格式
        ---> 2 np.isnat([2])
       TypeError: ufunc 'isnat' is only defined for datetime and timedelta.
In [49]: np.isinf([np.nan, np.inf])
Out[49]: array([False, True])
In [50]: np.isneginf([np.inf, -np.inf, np.NINF])
Out[50]: array([False, True, True])
In [51]: a = np.array([[2, 3], [1+1j, 0]])
Out[51]: array([[2.+0.j, 3.+0.j],
                [1.+1.j, 0.+0.j]])
In [52]: np.iscomplex(a)
Out[52]: array([[False, False],
                [ True, False]])
In [53]: np.iscomplexobj(a)
Out[53]: True
In [54]: np.isreal(a)
Out[54]: array([[ True, True],
                [False, True]])
In [55]: np.isrealobj(a)
Out[55]: False
In [56]: np.isfortran(a)
Out[56]: False
In [57]: np.isscalar(np.array([2, 3]))
Out[57]: False
In [58]: np.isscalar(2)
Out[58]: True
```

```
In [59]: np.isscalar("fdf")
Out[59]: True

逻辑运算
包括与、或、异或、非,以与为例。

In [60]: np.logical_and(True, False)
```

```
In [60]: np.logical_and(True, False)
Out[60]: False
In [61]: np.logical_and([2, 3], [4, False])
Out[61]: array([ True, False])
In [62]: a = np.arange(5)
np.logical_and(a>1, a<4)
Out[62]: array([False, False, True, True, False])
In [63]: # & 等价
np.array([1, 0]) & np.array([0, 1])</pre>
```

比较

Out[63]: array([0, 0])

相近判断:

allclose/isclose 用于判断所有值是否在阈值范围内:

$$|a-b| \le (\operatorname{atol} + \operatorname{rtol} * |b|)$$

- atol默认值为1e-08
- rtol默认值为1e-05

常用于验证精度。

```
In [64]: np.allclose(1.0000089, 1.000009)
Out[64]: True
In [65]: np.allclose([1e10, 1e-9], [1.000001e10, 1e-8])
Out[65]: True
In [66]: np.allclose([1, np.nan], [1, np.nan])
Out[66]: False
```

```
In [67]: np.allclose([1, np.nan], [1, np.nan], equal_nan=True)
Out[67]: True
In [68]: np.isclose(1.0000089, 1.000009)
Out[68]: True
In [69]: np.isclose([1e10, 1e-9], [1.000001e10, 1e-8])
Out[69]: array([ True, True])
In [70]: np.isclose([1, np.nan], [1, np.nan])
Out[70]: array([ True, False])
In [71]: np.isclose([1, np.nan], [1, np.nan], equal_nan=True)
Out[71]: array([ True, True])
         相等判断:
In [72]: a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
         b = np.array([[1, 2], [3, 4]])
         c = np.array([[1, np.nan], [3, np.nan]])
         d = np.array([[1, np.nan], [3, np.nan]])
In [73]: np.array_equal(a, b)
Out[73]: True
In [74]: np.array_equal(a, c)
Out[74]: False
In [75]: np.array_equal(c, d)
Out[75]: False
In [76]: np.array_equal(c, d, equal_nan=True)
Out[76]: True
In [77]: a = np.array([1, 2])
         b = np.array([[1, 2], [1, 2]])
         c = np.array([[1, 2]])
In [78]: np.array_equal(a, b)
Out[78]: False
In [79]: # shape一致值相等
         np.array_equiv(a, b)
Out[79]: True
```

```
In [80]: np.array_equiv(a, c)
Out[80]: True
In [81]: np.array_equiv(b, c)
Out[81]: True
         注意,这里的shape一致是指一个可以广播到另一个上。
         最后是比较运算,包括: >, >=, <, <=, ==,!=。
In [82]: a = np.array([[1, 2], [4, 2]])
         b = np.array([[1, 3], [2, 2]])
In [83]: np.greater(a, b)
Out[83]: array([[False, False],
                [ True, False]])
In [84]: np.greater_equal(a, b)
Out[84]: array([[ True, False],
                [ True, True]])
In [85]: np.less(a, b)
Out[85]: array([[False, True],
                [False, False]])
In [86]: np.less_equal(a, b)
Out[86]: array([[ True, True],
                [False, True]])
In [87]: np.equal(a, b)
Out[87]: array([[ True, False],
                [False, True]])
In [88]: np.not_equal(a, b)
Out[88]: array([[False, True],
                [ True, False]])
```

二进制运算

主要是位运算相关API。

首先是逐位位运算,均为通函数,包括:与、或、异或、非、左移、右移等。

位运算

```
In [487... int("000011", base=2), int("001100", base=2)
```

```
In [489...
         #逐位与
          np.bitwise_and(3, 12), 3 & 12
Out[489...
        (0, 0)
In [501...
         # 非
          x = np.invert(np.array(13, dtype=np.uint8))
         x, 2**7+2**6+2**5+2**4+2
Out[501... (242, 242)
         np.binary_repr(x, width=8), int("00001101", base=2)
In [502...
Out[502... ('11110010', 13)
         左右移
          或、异或和与 类似,不再赘述。接下来的按位移动,以左移为例。
         # 左移
In [505...
         2 << 1
In [508...
Out[508...
         np.left_shift(2, 1)
In [511...
Out[511... 4
In [512...
         np.left_shift(2, [1, 2, 3])
Out[512... array([ 4, 8, 16])
In [514...
         np.left_shift([1, 2, 3], 2)
Out[514... array([ 4, 8, 12])
         打包解包
          最后介绍下打包和解包,分别将二进制转为 uint8 数组或反之。
         arr = np.array([[1, 1, 0], [1, 0, 1]])
In [521...
In [546...
         # 打包
          np.packbits(arr)
Out[546... array([212], dtype=uint8)
In [527...
         np.packbits(np.ravel(arr))
Out[527... array([212], dtype=uint8)
```

Out[487... (3, 12)

```
In [537...
         # 110101
          int("11010100", base=2)
Out[537...
         212
In [540...
         # 2**7+2**6 2**7 2**6
          np.packbits(arr, axis=0)
Out[540... array([[192, 128, 64]], dtype=uint8)
         # 解包,注意, dtype 须为 uint8
In [552...
         b = np.array([2], dtype=np.uint8)
In [553... np.unpackbits(b)
Out[553... array([0, 0, 0, 0, 0, 1, 0], dtype=uint8)
         字符串
          字符串在 NumPy 中也有很好的支持。所有的API在 np.char 下面,针对以下两种数据类
          型:
In [611...
         np.str_, np.unicode_, np.str0
Out[611... (numpy.str_, numpy.str_, numpy.str_)
In [613...
         np.bytes_, np.string_
Out[613... (numpy.bytes_, numpy.bytes_)
          基本操作
          首先是一些常用的字符串操作,与Python自带的类似。
         a = np.array(["1", "2"], dtype=np.str_)
In [614...
          b = np.array(["a", "b"], dtype=np.str_)
          加法就是字符的拼接:
         # 加法
In [624...
          np.char.add(a, b)
Out[624... array(['1a', '2b'], dtype='<U2')
In [617...
         np.array([1, 2], dtype=np.bytes_) + np.array([1, 2], dtype=np.bytes_)
        UFuncTypeError
                                                Traceback (most recent call last)
        <ipython-input-617-49d28b8ba097> in <module>
        ----> 1 np.array([1, 2], dtype=np.bytes_) + np.array([1, 2], dtype=np.bytes_)
        UFuncTypeError: ufunc 'add' did not contain a loop with signature matching types
```

(dtype('S1'), dtype('S1')) -> None

```
np.char.add(np.array([1, 2], dtype=np.bytes_), np.array([1, 2], dtype=np.bytes_)
In [621...
Out[621... array([b'11', b'22'], dtype='|S2')
In [622...
         np.char.add(np.array([1, 2], dtype=np.bytes_), np.array([1, 2], dtype=np.str_))
        array(['11', '22'], dtype='<U2')
Out[622...
         乘法是字符的重复:
In [631...
         np.char.multiply(np.array([1],dtype=np.str_), 3)
        array(['111'], dtype='<U3')
Out[631...
In [632...
         # 次数小于0时为0
         np.char.multiply(np.array([1],dtype=np.str_), -3)
Out[632...
        array([''], dtype='<U1')
         其他API也与str自带的类似:
           • capitalize: 首字母大写
           • title:按标题大写
           • center:给定长度居中填充
           • ljust/rjust:给定长度左右填充
           • zfill: 0左填充
           • decode/encode: 解编码
           • expandtabs: tab会被替换成一个或多个空格
           • join:拼接
           • lower/upper: 大小写
           • swapcase: 大小写互换
           • lstrip/rstrip/strip : strip
           • replace: 替换
           • translate:转换
             partition/rpatition:分为三元组(左/右)
           • split/splitlines: 切分
         # 首字母大写
In [666...
         np.char.capitalize("ab b c")
Out[666...
        array('Ab b c', dtype='<U6')
         # 标题大写
In [667...
         np.char.title("ab b c")
Out[667... array('Ab B C', dtype='<U6')
In [687...
         # 给定长度居中
         (np.char.center("ab", 5, "~"),
          np.char.ljust("a", 5, "~"),
          np.char.rjust("a", 5, "~"),
```

```
np.char.zfill("a", 6)
Out[687...
           (array('~~ab~', dtype='<U5'),
            array('a~~~', dtype='<U5'),
            array('~~~a', dtype='<U5'),
            array('00000a', dtype='<U6'))
          #编解码
In [644...
          np.char.encode("abc", encoding="utf8")
         array(b'abc', dtype='|S3')
Out[644...
          # 替换tab
In [651...
          val = np.char.expandtabs("\ta", tabsize=1)
Out[651...
           array(' a', dtype='<U2')</pre>
          val.tolist(), val.tolist()[0] == " "
In [658...
Out[658...
         (' a', True)
In [704...
          #拼接
          np.char.join("a", "12345")
Out[704...
         array('1a2a3a4a5', dtype='<U9')
          # 大小写
In [709...
          np.char.lower(np.array(["A"],dtype=np.str_)), np.char.upper("a")
Out[709...
         (array(['a'], dtype='<U1'), array('A', dtype='<U1'))</pre>
          # 互换
In [741...
          np.char.swapcase("aBc")
Out[741... array('AbC', dtype='<U3')
In [715...
          # strip
          np.char.strip("abc "), np.char.strip("abc", "c")
Out[715...
         (array('abc', dtype='<U4'), array('ab', dtype='<U3'))</pre>
In [723...
          # replace
          np.char.replace("aaabc", "a", "A", count=2)
Out[723...
         array('AAabc', dtype='<U5')
          # 转换
In [824...
          np.char.translate(["abc", "a"], "1"*255, deletechars=None)
         array(['111', '1'], dtype='<U3')
Out[824...
          # 非unicode时才会删除
In [831...
          np.char.translate(
               np.array(["abc", "a"], dtype=np.bytes_), b"1"*256, deletechars=b"a")
```

```
array([b'11', b''], dtype='|S3')
Out[831...
In [738...
           # partition
               np.char.partition("abc", "b"),
               np.char.rpartition("abc", "b"),
               np.char.partition("abca", "a"),
               np.char.rpartition("abca", "a")
           (array(['a', 'b', 'c'], dtype='<U1'),
array(['a', 'b', 'c'], dtype='<U1'),</pre>
Out[738...
            array(['', 'a', 'bca'], dtype='<U3'),</pre>
            array(['abc', 'a', ''], dtype='<U3'))</pre>
In [841...
           # split
           np.char.split("a b c", " "), np.char.splitlines("a\nb\nc")
           (array(list(['a', 'b', 'c']), dtype=object),
Out[841...
            array(list(['a', 'b', 'c']), dtype=object))
           比较
           主要比较字符串大小相等。
          np.char.equal(["abc", "ab"], ["abd", "ab"])
In [867...
Out[867...
          array([False, True])
           np.char.not_equal(["abc", "ab"], ["abd", "ab"])
In [868...
Out[868...
           array([ True, False])
In [880...
           np.char.greater_equal(["abc", "ab"], ["abd", "ab"]), "abc">"abd"
Out[880...
           (array([False, True]), False)
           np.char.greater(["abc", "ab"], ["abd", "ab"])
In [881...
           array([False, False])
Out[881...
In [882...
           np.char.less_equal(["abc", "ab"], ["abd", "ab"])
Out[882...
          array([ True, True])
In [883...
          np.char.less(["abc", "ab"], ["abd", "ab"])
Out[883...
           array([ True, False])
In [890...
           # 比较
           # cmp可以取 < <= == >= > !=
           np.char.compare_chararrays(
               ["abc", "ab", "a"],
               ["ab", "ad", "ae"],
```

```
cmp="<",</pre>
              rstrip=True
Out[890... array([False, True, True])
          基本信息
          包括基本的判断和统计。
In [962...
         np.char.count("abcab", "a", start=0, end=None)
Out[962...
         array(2)
In [964...
         np.char.str_len(["abcab", "a"])
Out[964... array([5, 1])
In [959...
              np.char.find("abcab", "a", start=0, end=None),
              np.char.rfind("abcab", "a", start=0, end=None)
Out[959...
         (array(0), array(3))
In [906...
         # 找不到返回-1
          np.char.find("abcab", "d", start=2, end=None)
Out[906...
         array(-1)
In [961...
              np.char.index("abcab", "a", start=0),
              np.char.rindex("abcab", "a", start=0)
         (array(0), array(3))
Out[961...
In [908...
         # 找不到抛出异常
          np.char.index("abcab", "d", start=2)
```

```
Traceback (most recent call last)
         ValueError
         <ipython-input-908-6904110ea61f> in <module>
              1 # 找不到抛出异常
         ----> 2 np.char.index("abcab", "d", start=2)
         /usr/local/lib/python3.8/site-packages/numpy/core/overrides.py in index(*args, **
        kwargs)
         /usr/local/lib/python3.8/site-packages/numpy/core/defchararray.py in index(a, su
        b, start, end)
            742
            743
         --> 744
                  return _vec_string(
            745
                       a, int_, 'index', [sub, start] + _clean_args(end))
            746
        ValueError: substring not found
In [955...
         # starts/ends
          (
             np.char.endswith(["a", "ba"], "a", start=0, end=1),
             np.char.startswith(["a", "ba"], "a", start=1, end=3)
Out[955...
         (array([ True, False]), array([False, True]))
In [952...
         # 只有空格
          np.char.isspace([" \t\n", "a"])
Out[952... array([ True, False])
In [951...
         # 所有字符小/大写, 首字母大写
             np.char.islower(["a", "Ab"]),
             np.char.isupper(["a", "Ab", "AB"]),
             np.char.istitle(["Aa", "aB", "AB"])
          )
Out[951...
         (array([ True, False]),
           array([False, False, True]),
           array([ True, False, False]))
In [979...
         #判断
          lst = ["a", "1", "01", "03", "3.8.", "a1", "1.1", ""]
             #每个元素的所有字符都为字母,至少一个字符
             np.char.isalpha(lst),
             # 同上,字母或数字
              np.char.isalnum(lst),
              # 只有decimal (小数点不算)
              np.char.isdecimal(lst),
              # 只有digit
             np.char.isdigit(lst),
              # 只有numeric
              np.char.isnumeric(lst)
```

关于decimal、digit和numeric的区别可参考:

 string - What's the difference between str.isdigit, isnumeric and isdecimal in python? - Stack Overflow

它们的主要区别在处理unicode的方式上。

小结

参考

- NumPy documentation NumPy v1.23.dev0 Manual
- python Memory growth with broadcast operations in NumPy Stack Overflow

```
In [ ]:
```