



厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

_____学院_____系_____年级_____专业

试卷类型:(理工类 A 卷)

考试时间:2019. 04. 13

一、(本题 6 分) 已知空间中四个点的坐标分别为 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(6, 0, 6)$ 、 $C(4, 3, 0)$ 、 $D(2, -1, 3)$, 求以 AB 、 AC 和 AD 为棱的平行六面体的体积。

得 分	
评阅人	

二、(每小题 6 分, 共 12 分) 求解下列微分方程:

1. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = -\sin^2(x+y)$ 的通解;

得 分	
评阅人	

2. 求满足初始条件 $y(0) = y'(0) = 1$ 的微分方程 $y'' = 2y^3$ 的特解。

三、(本题 8 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 且满足:

$$f(x) = e^x + \int_0^x f(t) dt,$$

试求 $f(x)$ 。

得 分	
评阅人	

四、(本题 10 分) 求微分方程 $y'' - 2y' + y = 1 + \sin x$ 的通解。

得 分	
评阅人	

五、(本题 8 分) 求两异面直线 $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 与 $x-1 = y = \frac{z}{2}$ 的距离。

得 分	
评阅人	

六、(本题 10 分) 平面上的广义极坐标 (ρ, θ) 与直角坐标 (x, y) 满足

关系式: $\begin{cases} x = a\rho \cos \theta \\ y = b\rho \sin \theta \end{cases}$, 其中 $a, b > 0$ 为常数, 试求 Jacobi 行列式

得 分	
评阅人	

$\frac{\partial(\rho, \theta)}{\partial(x, y)} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}$ 的值。

七、(本题 10 分) 设二元函数 $z = f(x - y, \frac{x}{y})$, 其中 f 具有连续的二

阶偏导数, 试求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

得 分	
评阅人	

八、(本题 12 分, 第一小题 3 分, 第二小题 9 分) 已知椭球面

$x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 5$ 被平面 $y = z$ 所截, 得到的曲线为一椭圆, 求:

得 分	
评阅人	

- (1) 该椭圆在 xoy 坐标面的投影曲线方程。
- (2) 该椭圆上的点到原点 $(0, 0, 0)$ 的最长距离和最短距离。

九、(本题 8 分) 求曲线 $\begin{cases} 3x^2 + y - z - 1 = 0 \\ x - y^2 + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 2, 1)$ 处的切线方程和法平面方程。

得 分	
评阅人	

十、(本题 10 分，第一小题 6 分，第二小题 4 分) 设二元函数

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

得 分	
评阅人	

(1) 试问 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处是否可微? 请给出判定理由;

(2) 试问 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处沿方向 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 的方向导数是否存在? 若存在, 试求之。

十一、(本题 6 分) 设二元函数 $f(x, y)$ 在全平面 \mathbf{R}^2 上有连续的一阶

偏导数, 且满足: $\lim_{\rho \rightarrow +\infty} (x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}) = 1$, 其中 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。证明:

得 分	
评阅人	

$f(x, y)$ 在全平面 \mathbf{R}^2 上能取到最小值。