Matroid

an intuitive explanation about what is base in unabhängigkeitssystem.

$E = \{1,2,3,4\}$ $\quad F = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{3,4\}\}$

My Question: warum sind die Basen von E genau $\{1,2\}$ und $\{3,4\}$? Aus meiner Sicht sind sie nur Menge der Zahlen.

Antwort:

① Definition

> E endliche Grund Menge, $\mathcal{F}$ Teilmenge der Potenzmenge 2^E
> Das Paar $(E, \mathcal{F})$ heißt Unabhängigkeitssystem, falls gilt:
> $\boxed{1}$ $\emptyset \in \mathcal{F}$ $\qquad$ $\boxed{2}$ $Y \in \mathcal{F}, X \subseteq Y \Rightarrow X \in \mathcal{F}$

> sei $(E, \mathcal{F})$ ein Unabhängigkeitssystem und $X \subseteq E$
> Teilmengen $F \in \mathcal{F}$ heißen unabhängig.
> Teilmengen $F \in 2^E \setminus \mathcal{F}$ heißen abhängig.
> Basis ist bezüglich Inklusion maximale unabhängige Teilmenge von E.
> Kreis ist bezüglich Inklusion minimale abhängige Teilmenge von E.

② Basis hängt nicht daran, dass es Zahlen sind, sondern daran, welche Teilmengen als unabhängig vorgegeben sind.

③ 观察 Basis 的限定词汇

Teilmenge von ~~B~~ etwas, 意味着 $T \subseteq$ Etwas

unabhängige Teilmenge von E, 意味着 $T \in \mathcal{F}$, $\mathcal{F} \subseteq 2^E$

bezüglich Inklusion maximal — 意味着 nicht erweiterbar, $T \in \mathcal{F}$, T ist maximal bzgl. Inklusion, 意味着 es gibt keine Menge $J \in \mathcal{F}$ mit $T \subset J$, 也就是说, T ist echt Teilmenge von J. 即不可能再往里面 um ein Element erweitern.

区分 maximal & maximum 两个概念:

maximal: nicht erweiterbar

maximum: hat größte Kardinalität unter allen

Now observe E and F again

$E = \{1,2,3,4\}$, $F = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{3,4\}\}$

$\{1,2\} \in F$ und hat keine echte Obermenge davon, die in F liegt

$\Rightarrow \{1,2\}$ ist unabhängig und maximal

$\{3,4\}$ analog

$\{1\} \in F$, aber es existier $\{1,2\}$ mit $\{1\} \subset \{1,2\}$

$\Rightarrow \{1\}$ ist unabhänig aber nicht maximal.

In einem Vektormatroid:

die Elemente bezeichnen die Spaltennummern einer Matrix.

Eine Basis ist eine Menge von Spaltenindizes, die maximal linear unabhängig.

Beispiele. Aufgabe 3. c) 2018-Oktober

$E = \{a,b,c,d,e\}$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Graphischer Matroid:

Es sei $G = (V, E)$ Graph und F Familie der kreisfreien Kantenteilmengen.

Unabhängigkeitssystem (E, F) ist ein Matroid. (graphisches Matroid)

Beispiele: Aufgabe 3. d) 2018 Oktober

$E = \{a,b,c,d\}$ $\quad B = \{\{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}\}$

Zeichnen Sie alle Kanten-gelabelten Graphen $G = (V, E)$, so dass (E, I) das graphische Matroid von G ist.