

## Max-Heapify Laufzeit Analyse $O(h)$

Lemma <sup>[a]</sup>: Ist die Max-Heap-Eigenschaft für die Binärbäume unterhalb  $\text{left}(i)$  und  $\text{right}(i)$  erfüllt, so ist sie nach  $\text{Max-Heapify}(A, i)$  für den gesamten Binärbaum unterhalb von  $i$  erfüllt.

[b] Die Laufzeit ist linear in der Höhe des Binärbaums unterhalb von  $i$ .

Beweis:

IA:  $\text{height} = 0$ .  $i$  ist Blatt, hat kein left Blatt, kein right Blatt.

$\Rightarrow \text{largest} = i$

$\Rightarrow$  kein weiterer Schritt wird durchgeführt.

IV: Die Laufzeit ist linear in der Höhe des Binärbaums unterhalb von  $i$ .

IS:  $i \rightarrow \text{itl}$

ist  $i$  kein Blatt, so wird in den ersten 4 Schritten ermittelt, welches ist der größte Element von  $A[i]$ ,  $A[l]$ ,  $A[r]$

Falls  $\text{largest} \neq i$ , dann werden  $A[i]$ ,  $A[\text{largest}]$  getauscht, Umtauschen könnte die Max-Heap-Eigenschaft verletzen. Das wird repariert durch rekursiven Aufruf.

$\Rightarrow$  der Teilbaum mit Wurzel in  $i$  wird Max-Heap sein

im schlimmsten Fall geht die Rekursion bis zur maximalen Höhe des Baumes.

$\Rightarrow \text{Laufzeit} \in O(h)$