

安徽大学

本科毕业论文

题 目： 模糊最大熵模型及其应用

学生姓名： 覃浩蓝 学号： A01714003

院（系）： 数学科学学院 专业： 信息与计算科学

入学时间： 二〇一七年 九月

导师姓名： 吴涛 职称/学位： 教授

导师单位： 数学科学学院

完成时间： 二〇二一年 四月

模糊最大熵模型及其应用

摘 要

在模糊 C 均值 (Fuzzy C-means) 算法中, 通过与模糊数学的融合, 给出了相比于 K-means 硬聚类更灵活的聚类结果。

关键字: 模糊熵, 最大熵, 聚类

Fuzzy Maximum Entropy Model and Its Application

Abstract

In the.

Keywords: Fuzzy Sets;

目 录

摘 要	i
Abstract	ii
1 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究内容	1
1.3 研究意义	1
2 模糊数学理论	2
2.1 模糊集及其表示方法	2
2.1.1 模糊集的定义	2
2.1.2 模糊集的表示方法	2
3 熵相关理论概述	3
3.1 熵的定义	3
4 模糊最大熵模型	4
4.1 模型建立	4
4.2 模型求解算法	4
4.3 模型应用	4
5 总结与展望	5
5.1 总结	5
5.2 展望	5
参考文献	6
附录 A 致谢	7

1 绪论

1.1 研究背景

人类从原始社会一步步走到现在，经历了漫长的进化和发展，站到了食物链的顶端，步入了信息时代，这一切都得益于我们对信息的获取和加工能力在不断进步。进入信息时代后，我们周围的信息越来越多，五花八门各式各样的信息充斥在我们的生活中，这些信息有的是确定的，但更多的是不确定的、带有模糊性的信息。所谓模糊性是指不确定的，介于是和不是两者之间的性质。例如，对于优等生的判定，有的人觉得 90 就可以了，有的人却觉得需要达到 95 分以上才算优秀，所以我们很难这种非此即彼的性质去衡量一个人是不是优等生。

我们所处的是一个复杂多变、时刻在运动的世界，大到星系运动，小到粒子碰撞，里面蕴含的规律都是复杂多样的。信息本身就包含着确定性和不确定性，无所谓的好坏之分，它取决于我们如何认识信息，了解信息和使用信息。比如，我们在评价某一个菜品时，会用“好吃”、“还行”、“难吃”来形容；描述天气时说“多云”、“晴朗”；说一个人的衣服搭配好看等等。这些问题很难用统一的标准去衡量，但是我们却可以得到清晰的结论，我们已经习惯在生活中运用模糊性所谓语言描述事物，用模糊的方法认识生活中的事物。虽然信息带着不确定性，但是我们所处的客观世界是确定的，所以我们需要一种方法研究模糊的信息，得到清晰的结论。于是数学诞生了一个新的分支：模糊数学。1965 年，L.A.Zadeh 在期刊 Information and Control 上发表了论文《Fuzzy Sets》，标志着模糊理论的诞生。

1.2 研究内容

最大熵模型是一种分类学习模型，模糊熵是模糊数学里面的概念，本文在模糊理论框架下，将最大熵推广到模型信息情形，与传统的模糊 C 均值聚类（FCM）进行比较，建立模糊最大熵模型并应用于实际的分类问题中，通过进一步的研究探索模糊最大熵模型在实际问题中的应用。

1.3 研究意义

随着人工智能的大热，机器学习开始迅速应用于我们的生活中，比如商品推荐、语音识别和智能导航等。其中，分类问题是机器学习领域的一个重要问题。生活中许多的分类问题是模糊的，计算机无法直接处理这些模糊信息，而我们的人脑却可以很好地从这些模糊信息中得到精确的结论。随着熵理论和模糊数学的发展，模糊数学和最大熵模型的应用范围也越来越广泛，为了处理分类问题中的不确定性，国内外的许多这方面的学者也进行了许多研究，寻找分类问题模糊性的度量方式，探寻新的实际应用。本文将模糊熵与最大熵原理结合，

2 模糊数学理论

2.1 模糊集及其表示方法

2.1.1 模糊集的定义

在经典集合理论里面，一个集合就是某一个概念的内涵。对于论域上的一个对象，它要么属于这个集合，要么不属于这个集合，两者只能选一个，不能两者兼之，也不能有模棱两可的情况。而对模糊数学研究的对象来说，我们不能简单地用是或否来描述一个对象是否属于一个集合。由此，我们把集合的特征函数的取值从 $\{0, 1\}$ 这个集合扩充到 $[0, 1]$ 这个区间上的连续取值。越靠近 1，说明该对象属于集合的程度越大，反之，越靠近 0 就越小。这样我们就把经典集合扩充到带有模糊边界的模糊集了，从而我们可以用这样的集合表示模糊概念。

定义 2.1.1 (模糊子集^[1]). 设 U 为自论域，

$$\mu_{\tilde{A}} : U \longrightarrow [0, 1]$$

称 μ 确定了 U 上的一个模糊子集，记为 \tilde{A} 。 μ 称为 \tilde{A} 的隶属函数，把 $\mu_{\tilde{A}}(u)(u \in U)$ 的值称为 u 对于模糊子集 \tilde{A} 的隶属度。 $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 越大，代表 u 隶属于 \tilde{A} 的程度越高。通常，我们也把模糊子集简称为模糊集。

2.1.2 模糊集的表示方法

3 熵相关理论概述

3.1 熵的定义

balabala

4 模糊最大熵模型

4.1 模型建立

巴拉巴拉

4.2 模型求解算法

巴拉巴拉打算拿彩票

4.3 模型应用

5 总结与展望

5.1 总结

5.2 展望

参考文献

- [1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [2] ZADEH L A. Probability measures of fuzzy events[J]. Journal of mathematical analysis and applications, 1968, 23(2): 421-427.
- [3] LI P, LIU B. Entropy of credibility distributions for fuzzy variables[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(1): 123-129.
- [4] 李安贵, 张志宏. 模糊数学及其应用 [M]. (第 2 版). 北京: 冶金工业出版社, 2005.

附录 A 致谢