

文章编号:1007-130X(2019)04-0692-07

基于直觉模糊熵的群组聚类决策方法^{*}

张 冰¹,董骁雄²,李 文¹,孟祥飞¹,李 超¹

(1. 空军工程大学装备管理与无人机工程学院,陕西 西安 710051;2. 空军编余飞机储存中心,河南 平顶山 467300)

摘 要:针对直觉模糊群决策问题,依据专家的直觉模糊评价信息,利用直觉模糊相似度和相异度构造直觉模糊相似矩阵,为了得到合理的专家聚类结果,设计风险参数并提出聚类阈值变化率分析方法,综合聚类结果和直觉模糊熵对各专家进行组合赋权。提出基于离散正态分布的位置权重确定方法,构造直觉模糊集混合加权集结算子对各专家关于方案集的直觉模糊评价信息进行综合集成。结合算例验证了方法的可行性和有效性。

关键词:直觉模糊群决策;聚类;直觉模糊熵;直觉模糊混合加权算子

中图分类号:C93

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1007-130X.2019.04.016

A group decision-making method based on intuitionistic fuzzy entropy

ZHANG Bing¹, DONG Xiao-xiong², LI Wen¹, MENG Xiang-fei¹, LI Chao¹

(1. College of Equipment Management & UAV Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710051;

2. Air Force Surplus Aircraft Storage Center, Pingdingshan 467300, China)

Abstract: Aiming at intuitionistic fuzzy group decision-making problem, according to experts' intuitionistic fuzzy evaluation information, we use intuitionistic fuzzy similarity and dissimilarity to construct the intuitionistic fuzzy similarity matrix. In order to obtain reasonable expert clustering results, we design risk parameters and a clustering threshold rate analysis method. The weights of expert combinations are determined according to the classification result and the entropy of intuitionistic fuzzy vectors. We also propose a method for determining position weight based on discrete normal distribution. We construct intuitionistic fuzzy sets and mix them with weighted aggregation operators to integrate intuitionistic fuzzy evaluation information of each expert on the solution set. The feasibility and effectiveness of this method is verified through examples.

Key words: intuitionistic fuzzy group decision-making; clustering; intuitionistic fuzzy entropy; intuitionistic fuzzy set mixed with weighted aggregation operator

1 引言

直觉模糊群决策问题是通过对各决策者给出的各方案直觉模糊评价信息进行集结,从而对备选方案进行优选与排序的过程^[1,2]。目前,解决直觉模糊群决策问题的方法大致可以分为 2 个步骤:

(1)对专家进行赋权;(2)通过信息集结方法,对各专家给出的直觉模糊判断信息进行集结,最终实现对备选方案的优选与排序。

在群组决策专家赋权中通常利用系统聚类分析的思想对专家先聚类再赋权,现有的直觉模糊聚类方法大都通过构建直觉模糊相似矩阵和直觉模糊等价矩阵,设定聚类阈值 λ 得到 λ -截矩阵,最终

^{*} 收稿日期:2018-02-27;修回日期:2018-07-03

基金项目:国家自然科学基金(71601183)

通信地址:710051 陕西省西安市空军工程大学装备管理与无人机工程学院

Address: College of Equipment Management & UAV Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, Shaanxi, P. R. China

得出分类结果,如文献[3,4]。首先,这些方法缺乏对聚类阈值 λ 选取过程的分析, λ 的取值直接影响着聚类结果,因此取值的合理性尤为重要。其次,现有方法没有考虑专家给出的直觉模糊评价值所含信息量的大小,使直觉模糊判断信息不确定性大的专家被赋予了与其他专家相同甚至更大的权重^[5,6]。

决策信息集结方法一直是群决策问题研究的主要内容之一。针对此类问题,目前已有不少学者提出了有效集结算法,如直觉模糊线性加权平均算子、直觉模糊有序加权平均 IFOWA(Intuitionistic Fuzzy Ordered Weighted Average)算子^[7]、逼近于理想解的排序方法 TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution)^[8]等。但是,直觉模糊集加权集结算子仅考虑待集结直觉模糊集自身的重要程度,而直觉模糊集有序加权集结算子仅对待集结直觉模糊集所在的位置进行赋权,二者均有一定的片面性。

基于以上考虑,本文根据专家给出的直觉模糊数评价值利用直觉模糊相似度和相异度构造直觉模糊相似矩阵,通过提出阈值变化率分析方法和设计风险参数,使决策者可选择合适的聚类阈值和风险参数,得到合理的专家聚类结果,根据聚类结果中的专家人数和直觉模糊评价值的熵为各专家组合赋权,使得在整体评价中专家数目多、共识较好的类别具有更高的权重,在同一类内的专家中,为逻辑清晰、思维严密的专家赋予更高的类内权重,从而获得更加合理的专家权值;融合直觉模糊集加权集结算子反映待集结直觉模糊集自身的重要性和直觉模糊集有序加权集结算子反映待集结直觉模糊集所在位置的重要程度的特点,构造直觉模糊集混合加权算子对直觉模糊信息进行集结,最终对备选方案实现更加合理的优选与排序。

2 预备知识

定义 1 直觉模糊集^[1]:设 X 是一个论域。若 X 上的两个映射 $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ 和 $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$,使得 $x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0,1]$ 和 $x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0,1]$ 并满足条件: $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$,则称 μ_A 和 ν_A 确定了论域 X 上的一个直觉模糊集 A ,可简记为:

$$A = \{ \langle \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1)$$

分别称 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 为元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度,称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为 A

中元素 x 的直觉模糊指标或犹豫度。

论域 X 中的元素 x 属于 A 的隶属度与非隶属度所组成的有序对 $\langle \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 称为直觉模糊数,直觉模糊集 A 可以看作是全体直觉模糊数的集合,表示为:

$$A = \{ \langle \mu_A(x_1), \nu_A(x_1) \rangle, \dots, \langle \mu_A(x_n), \nu_A(x_n) \rangle \} \quad (2)$$

定义 2 直觉模糊矩阵^[4]:对于任意 $z_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ 都是直觉模糊数,则矩阵 $Z = [z_{ij}]_{m \times n}$ 称为直觉模糊矩阵。

定义 3 直觉模糊相似矩阵^[9]:将 $\mu_i(x_j)$ 表示为 μ_{ij} , $\nu_i(x_j)$ 表示为 ν_{ij} ,若直觉模糊矩阵 $Z = [\langle \mu_{ij}, \nu_{ij} \rangle]_{m \times n}$ 满足以下条件:

(1)自反性: $\langle \mu_{ij}, \nu_{ij} \rangle = \langle 1, 0 \rangle, i = 1, 2, \dots, m$ 。

(2)对称性: $\langle \mu_{ij}, \nu_{ij} \rangle = \langle \nu_{ji}, \mu_{ji} \rangle, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ 。

则称 Z 为直觉模糊相似矩阵。

3 直觉模糊聚类组合赋权

3.1 问题描述

假设现有 n 个决策者 $O_j \in \{O_1, O_2, \dots, O_n\}$,对 m 个有效方案 $x_k \in \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 进行评价,决策者 O_j 对方案 x_k 的评价值表示为直觉模糊矩阵 $O = [\langle \mu_j(x_k), \nu_j(x_k) \rangle]$,其中 $j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m$, $\mu_j(x_k)$ 、 $\nu_j(x_k)$ 分别表示决策者对方案的满意度、不满意度,直觉模糊指标为 $\pi_j(x_k) = 1 - \mu_j(x_k) - \nu_j(x_k)$,且 $0 \leq \mu_j(x_k) \leq 1, 0 \leq \nu_j(x_k) \leq 1, 0 \leq \mu_j(x_k) + \nu_j(x_k) \leq 1$ 。于是,决策者 O_j 对方案 x_k 的评价结果可表示为直觉模糊集决策矩阵:

$$O = [\langle \mu_{kj}, \nu_{kj} \rangle]_{m \times n} = \begin{matrix} & O_1 & O_2 & \dots & O_n \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \langle \mu_{11}, \nu_{11} \rangle & \langle \mu_{12}, \nu_{12} \rangle & \dots & \langle \mu_{1n}, \nu_{1n} \rangle \\ \langle \mu_{21}, \nu_{21} \rangle & \langle \mu_{22}, \nu_{22} \rangle & \dots & \langle \mu_{2n}, \nu_{2n} \rangle \\ \langle \mu_{31}, \nu_{31} \rangle & \langle \mu_{32}, \nu_{32} \rangle & \dots & \langle \mu_{3n}, \nu_{3n} \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mu_{m1}, \nu_{m1} \rangle & \langle \mu_{m2}, \nu_{m2} \rangle & \dots & \langle \mu_{mn}, \nu_{mn} \rangle \end{bmatrix} \end{matrix}$$

直觉模糊聚类分析方法大致可分为 3 大类:其一是分类数不定,根据不同要求对事物进行动态聚类,此类方法基于直觉模糊等价矩阵进行聚类,称为直觉模糊等价矩阵动态聚类分析法;其二是分类数给定,寻找出对事物的最佳分类方案,此类方法基于目标函数进行聚类,称为直觉模糊 C 均值聚

类算法 FMCA (Fuzzy Mean Clustering Algorithm) 或称为直觉模糊聚类分析法; 其三是在摄动有意义的情况下, 根据直觉模糊相似矩阵聚类, 此类方法称为基于摄动的直觉模糊聚类分析方法。本文所研究的专家群组聚类赋权问题属于第 1 类, 即分类数不定的动态聚类, 传统的基于直觉模糊等价矩阵动态聚类分析法, 首先要建立直觉模糊相似矩阵, 然后改造相似矩阵为等价矩阵, 计算量特别大。本文提出一种简便的直觉模糊聚类方法, 利用直觉模糊相似度(如式(3)所示)^[10]、直觉模糊相异度(如式(4)所示)^[11]公式构造直觉模糊相似矩阵, 通过设计风险参数, 决策者可根据情况选择合适的风险参数进行聚类^[12]。其中, $\tilde{\mu}_{ki}$ 、 $\tilde{\nu}_{ki}$ 、 $\tilde{\pi}_{ki}$ 分别表示元素 x_k 属于 A 的隶属度、非隶属度、犹豫度的值。

$$s(O_i, O_j) = 1 - \left(\frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m (|\tilde{\mu}_{ki} - \tilde{\mu}_{kj}|^p + |\tilde{\nu}_{ki} - \tilde{\nu}_{kj}|^p + |\tilde{\pi}_{ki} - \tilde{\pi}_{kj}|^p) \right)^{1/p},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$d(O_i, O_j) = 1 - \sqrt[p]{\frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m (|\tilde{\mu}_{ki} - \tilde{\mu}_{kj}|^p + |\tilde{\nu}_{ki} - \tilde{\nu}_{kj}|^p)},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

其中, $1 \leq p \leq +\infty$ 。

设 $s_{ij} = s(O_i, O_j)$, $d_{ij} = d(O_i, O_j)$, 则 $r_{ij} = \langle s_{ij}, d_{ij} \rangle_n$ 为满足定义 2 的关于 n 个对象 $\{O_1, O_2, \dots, O_n\}$ 的直觉模糊相似矩阵的元素。

这样就可以构造出一个对象与对象之间的直觉模糊相似矩阵 $R = [r_{ij}]_{n \times n}$, 即三角矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & r_{nn} \end{bmatrix}$$

其中, $r_{ij} = \langle s_{ij}, d_{ij} \rangle$ 。

不同情况下, 人们对风险的控制是不同的, 参考文献[12], 设 $h \in [0, 1]$ 为风险因子, 令 $r_{ij} = s_{ij} + h(1 - s_{ij} - d_{ij})$, 这样直觉模糊相似矩阵就转化为了实数矩阵。

取聚类阈值 $\theta = \theta_i \in [0, 1]$, 如果:

$$r_{ij} \geq \theta_i, i \neq j \quad (5)$$

则认为元素 U_i 和 U_j 具有相同特性。阈值 θ 越接近 1, 分类就越细。

3.2 阈值变化率分析方法

最优聚类阈值 θ_i 的选取, 可以通过分析 θ_i 的变化率 C_i 进行确定:

$$C_i = \frac{\theta_{i-1} - \theta_i}{n_i - n_{i-1}} \quad (6)$$

其中, i 为 θ 由大到小的聚类次数, n_i 和 n_{i-1} 分别为第 i 次和第 $i-1$ 次聚类的对象个数, θ_i 和 θ_{i-1} 分别为第 i 次和第 $i-1$ 次聚类时的阈值, 若:

$$C_i = \max_j (C_j) \quad (7)$$

则认为第 i 次聚类的阈值最优。

由式(6)可知, θ_i 的变化率 C_i 越大, 其对应的相邻 2 次聚类, 类间差异越大, 类间边界越明显, 以 C_i 最大时的 θ_i 作为最优聚类阈值, 可以使得该次聚类的类间差异最大, 边界最明显, 从而最能体现聚类的目的。

3.3 基于直觉模糊熵的专家组合赋权分析

专家组合赋权, 不仅要考虑专家所在类中的人数, 还要同时考虑专家给出的直觉模糊评价所蕴含的信息量。

对于人数多的类, 其专家给出的评价信息符合较多专家的意见, 应赋予较大的权值; 相反, 人数较少的类则应赋予较小的权重。

类内专家权值可以用专家给出的直觉模糊评价所蕴含的信息量来度量, 熵作为信息不确定性以及信息量的度量, 如果专家给出的直觉模糊评价信息的熵越小, 说明该专家的逻辑越清晰, 给出的直觉模糊评价信息的不确定性小, 提供的信息量大, 在综合评价中所起的作用也越大, 应赋予更大的权重, 因此类内权重可以用直觉模糊熵进行度量。

假设现有 n 位专家被分为 t 类, 第 i 类中专家的个数为 φ_i ($\varphi_i \leq n$), 专家类间权值 λ_i 为:

$$\lambda_i = \frac{\varphi_i^2}{\sum_{k=1}^t \varphi_k^2}, k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

对于直觉模糊数 $a = \langle \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$, 其直觉模糊熵表示为^[13]:

$$H(i) = \frac{1 - |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)| + \pi_A(x_i)}{1 + |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)| + \pi_A(x_i)} \quad (9)$$

第 i 个专家的类内权值 α_i 为:

$$\alpha_i = \frac{1 - H(i)}{\sum_{i=1}^n [1 - H(i)]} \quad (10)$$

4 专家群决策信息集结

在群决策问题中, 决策信息、偏好等集结方法一直是研究的主要内容之一。本文提出基于离散正态分布的位置权重确定方法, 构造直觉模糊集混

合加权算子对直觉模糊信息进行集结,不仅能够反映待集结直觉模糊集自身的重要性,而且还能够反映待集结直觉模糊集所在位置的重要程度。

定义 4^[14] 记直觉模糊集 $A = \{\langle \mu, \nu \rangle\}$ 的得分值与精确值分别为:

$$\begin{cases} M(A) = \mu - \nu \\ \Delta(A) = \mu + \nu \end{cases} \quad (11)$$

显然, $M(A) \in [0, 1]$, $\Delta(A) \in [0, 1]$ 。

直觉模糊集的得分值与精确值类似于统计学中的期望和方差。因此,可认为得分值越大的直觉模糊集就越大;而在得分值相等的情况下,精确值越大,则相应的直觉模糊集也越大。于是,可以规定 2 个直觉模糊集 A_j 和 A_k 的大小关系或排序如下:

(1) 如果 $M(A_j) > M(A_k)$, 则 $A_j > A_k$ 。

(2) 如果 $M(A_j) = M(A_k)$, 则:

① 如果 $\Delta(A_j) = \Delta(A_k)$, 则 $A_j = A_k$;

② 如果 $\Delta(A_j) < \Delta(A_k)$, 则 $A_j < A_k$;

③ 如果 $\Delta(A_j) > \Delta(A_k)$, 则 $A_j > A_k$ 。

定义 5^[14] 设 $A_j = \{\langle \mu_1, \nu_1 \rangle, \dots, \langle \mu_j, \nu_j \rangle, \dots, \langle \mu_n, \nu_n \rangle\} (j = 1, 2, \dots, n)$ 是直觉模糊集。若映射 $f_{w, \omega}^H: F^n \rightarrow F$ 使得:

$$f_{w, \omega}^H(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{k=1}^n w_k \hat{B}_k \quad (12)$$

则称 $f_{w, \omega}^H$ 为直觉模糊集混合加权算子。

式(12)中, H 为直觉模糊集集合, $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 是位置权重向量, $w_k \in [0, 1], k = 1, 2, \dots, n$ 且 $\sum_{k=1}^n w_k = 1$, 位置权重只与集结过程中第 k 个位置有关,可根据实际管理决策问题特点与需要选择合适的方法确定^[15], $\hat{B}_k = \langle \bar{\mu}_k, \bar{\nu}_k \rangle, k = 1, 2, \dots, n$ 。决策过程中,某些决策者可能会感情用事,对他所偏好或者憎恶的候选人往往给出不合理的评分。因此,在对决策数据进行集结的过程中,要尽量削弱这样的感情因素所造成的不公平现象,使得决策的结果尽量体现出公平。位置权重很好地削弱了感情因素在决策过程中的不良影响,无论决策者对候选人出于偏好给出的高分,还是出于憎恶给出的低分,都被排到权重值相对较小的位置,使得决策的结果更加公平。本文提出基于离散正态分布的位置权重确定方法:

$$w'_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(k-\mu_n)^2}{2\sigma_n^2}}, k = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

其中, μ_n 是由 $(1, 2, \dots, n)$ 赋以权重 $\tilde{\omega} = [\frac{1}{n}, \frac{1}{n},$

$\dots, \frac{1}{n}]$ 得出的数学期望, σ_n 是根据 μ_n 及权重 $[\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]$ 得出的标准差, μ_n 和 σ_n 分别由式(14)和式(15)给出:

$$\mu_n = \frac{1}{n} \frac{n(1+n)}{2} = \frac{1+n}{2} \quad (14)$$

其中, $\bar{B}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 是 n 个直觉模糊集 $\hat{A}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 中按照定义 4 的排序方法确定的第 k 个最大元素。

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (i - \mu_n)^2} \quad (15)$$

考虑到 $w_k \in [0, 1]$ 和 $\sum_{k=1}^n w_k = 1$, 对式(13)给出的结果做单位化处理:

$$w_k = \frac{w'_k}{\sum_{k=1}^n w'_k} = \frac{e^{-\frac{(k-\frac{1+n}{2})^2}{2\sigma_n^2}}}{\sum_{k=1}^n e^{-\frac{(k-\frac{1+n}{2})^2}{2\sigma_n^2}}}, k = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

\hat{A}_j 是对 $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 进行 $n\omega_j$ 加权得到的直觉模糊集,即:

$$\hat{A}_j = n\omega_j A_j \quad (17)$$

其中, $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$ 是专家权重向量,可由第 3 节中提出的直觉模糊聚类组合赋权法确定。

定理 1^[1] 设 $A_j = \{\langle \mu_1, \nu_1 \rangle, \dots, \langle \mu_j, \nu_j \rangle, \dots, \langle \mu_n, \nu_n \rangle\} (j = 1, 2, \dots, n)$ 是直觉模糊集。 $\bar{B}_k = \langle \bar{\mu}_k, \bar{\nu}_k \rangle (k = 1, 2, \dots, n)$ 是 n 个直觉模糊集 $\hat{A}_j = n\omega_j A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 中按照某种排序方法确定的第 k 个最大元素,则由直觉模糊集混合加权集结算子即式(13)运算得到的结果仍为直觉模糊集,且

$$f_{w, \omega}^H(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle 1 - \prod_{k=1}^n (1 - \bar{\mu}_k)^{w_k}, \prod_{k=1}^n \bar{\nu}_k^{w_k} \rangle \quad (18)$$

5 算例分析

假设现有 9 个专家 $O_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ 组成一个决策群体,对某新型飞机的 4 个备件保障方案 $x_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 进行择优。采用专家咨询的方法,可以得到各个专家 $O_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ 对于方案 $x_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 给出的满意度 μ_{ij}^k 、不满意度 ν_{ij}^k , 其中 k 为风险因子,具体数据见表 1。

算例分析的步骤如下。

步骤 1 计算直觉模糊相似矩阵。运用式(3)和式(4)计算 2 个专家评估信息之间的直觉模糊相

Table 1 Expert evaluation information on the program
表 1 专家对方案的评估信息

专家	x_1	x_2	x_3	x_4
O_1	$\langle 0.56, 0.34 \rangle$	$\langle 0.40, 0.50 \rangle$	$\langle 0.30, 0.40 \rangle$	$\langle 0.71, 0.10 \rangle$
O_2	$\langle 0.41, 0.40 \rangle$	$\langle 0.28, 0.60 \rangle$	$\langle 0.55, 0.35 \rangle$	$\langle 0.30, 0.55 \rangle$
O_3	$\langle 0.38, 0.52 \rangle$	$\langle 0.72, 0.21 \rangle$	$\langle 0.68, 0.22 \rangle$	$\langle 0.61, 0.30 \rangle$
O_4	$\langle 0.70, 0.20 \rangle$	$\langle 0.58, 0.32 \rangle$	$\langle 0.52, 0.40 \rangle$	$\langle 0.20, 0.70 \rangle$
O_5	$\langle 0.31, 0.60 \rangle$	$\langle 0.70, 0.20 \rangle$	$\langle 0.75, 0.20 \rangle$	$\langle 0.60, 0.30 \rangle$
O_6	$\langle 0.44, 0.45 \rangle$	$\langle 0.31, 0.60 \rangle$	$\langle 0.56, 0.40 \rangle$	$\langle 0.31, 0.52 \rangle$
O_7	$\langle 0.31, 0.61 \rangle$	$\langle 0.74, 0.22 \rangle$	$\langle 0.70, 0.25 \rangle$	$\langle 0.50, 0.40 \rangle$
O_8	$\langle 0.58, 0.30 \rangle$	$\langle 0.37, 0.52 \rangle$	$\langle 0.30, 0.50 \rangle$	$\langle 0.55, 0.35 \rangle$
O_9	$\langle 0.43, 0.45 \rangle$	$\langle 0.24, 0.70 \rangle$	$\langle 0.57, 0.40 \rangle$	$\langle 0.29, 0.55 \rangle$

似度和直觉模糊相异度作为直觉模糊相似矩阵 R 的隶属度和非隶属度,为简化计算取 $p=1$,直觉模糊相似矩阵 R 如图 1 所示。

选择风险因子 $k=0.5$,即中度风险,得到实数矩阵 F 为:

$F=$

1	0.78	0.75	0.69	0.72	0.795	0.695	0.91	0.765
	1	0.76	0.735	0.74	0.975	0.77	0.83	0.97
		1	0.67	0.955	0.77	0.935	0.76	0.75
			1	0.655	0.74	0.655	0.775	0.73
				1	0.745	0.95	0.73	0.72
					1	0.78	0.83	0.98
						1	0.72	0.76
							1	0.825
								1

步骤 2 确定类间专家权重。根据 2.2 节中提出的阈值变化率分析方法绘制动态聚类图,得到最优聚类阈值,确定类间权重。

根据式(6)可得:

$$C_1 = \frac{1-0.98}{2-0} = 0.01,$$

$$C_2 = \frac{0.98-0.975}{3-2} = 0.005,$$

$$C_3 = \frac{0.975-0.955}{5-3} = 0.01,$$

$$C_4 = \frac{0.955-0.95}{6-5} = 0.005,$$

$R=$

$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.76,0.20 \rangle$	$\langle 0.73,0.23 \rangle$	$\langle 0.68,0.30 \rangle$	$\langle 0.70,0.26 \rangle$	$\langle 0.78,0.19 \rangle$	$\langle 0.67,0.28 \rangle$	$\langle 0.90,0.08 \rangle$	$\langle 0.75,0.22 \rangle$
	$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.75,0.23 \rangle$	$\langle 0.72,0.25 \rangle$	$\langle 0.73,0.25 \rangle$	$\langle 0.97,0.02 \rangle$	$\langle 0.76,0.22 \rangle$	$\langle 0.81,0.15 \rangle$	$\langle 0.96,0.02 \rangle$
		$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.65,0.31 \rangle$	$\langle 0.95,0.04 \rangle$	$\langle 0.76,0.22 \rangle$	$\langle 0.93,0.06 \rangle$	$\langle 0.75,0.23 \rangle$	$\langle 0.75,0.25 \rangle$
			$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.63,0.32 \rangle$	$\langle 0.72,0.24 \rangle$	$\langle 0.65,0.34 \rangle$	$\langle 0.76,0.21 \rangle$	$\langle 0.72,0.26 \rangle$
				$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.74,0.25 \rangle$	$\langle 0.95,0.05 \rangle$	$\langle 0.72,0.26 \rangle$	$\langle 0.72,0.28 \rangle$
					$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.77,0.21 \rangle$	$\langle 0.82,0.16 \rangle$	$\langle 0.97,0.01 \rangle$
						$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.72,0.26 \rangle$	$\langle 0.76,0.24 \rangle$
							$\langle 1,0 \rangle$	$\langle 0.80,0.15 \rangle$
								$\langle 1,0 \rangle$

Figure 1 Intuitionistic fuzzy similarity matrix R
图 1 直觉模糊相似度矩阵 R

$$C_5 = \frac{0.95-0.91}{8-6} = 0.02,$$

$$C_6 = \frac{0.91-0.78}{9-8} = 0.13$$

由于所有专家归为一类没有实际意义,所以不考虑 C_6 ,则有:

$$C_5 = \max(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5)$$

由此可见,聚类阈值取 $\theta=0.91$ 时最优,此时的聚类结果,类间差异最大,类间边界最明显,由图 2 可以看出此时的聚类结果为:

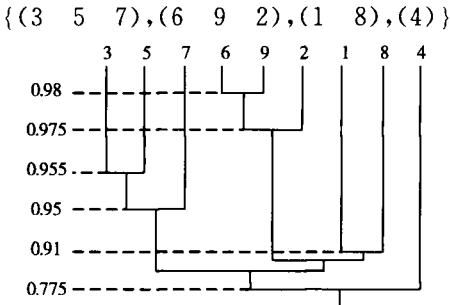


Figure 2 Dynamic clustering diagram
图 2 动态聚类图

根据式(8)得出类间权重为:

$$\lambda_1 = \frac{9}{23}, \lambda_2 = \frac{9}{23}, \lambda_3 = \frac{4}{23}, \lambda_4 = \frac{1}{23}$$

步骤 3 确定类内专家权重。根据专家给出的直觉模糊熵确定专家的类内权重。

由式(9)得到专家直觉模糊熵向量 H 为:

$$\begin{bmatrix} 0.5934 & 0.6498 & 0.6232 & 0.5871 & 0.5588 \\ 0.7020 & 0.5740 & 0.6343 & 0.6325 \end{bmatrix}$$

由式(10)得到的类内专家权重如表 2 所示。

Table 2 Expert inter-class weights
表 2 专家类内权重

类别	类内权重
第 1 类	$\alpha_{13}=0.3029, \alpha_{15}=0.3547, \alpha_{17}=0.3424$
第 2 类	$\alpha_{26}=0.2934, \alpha_{29}=0.3618, \alpha_{22}=0.3448$
第 3 类	$\alpha_{31}=0.5265, \alpha_{38}=0.4735$
第 4 类	$\alpha_{44}=1$

步骤 4 确定专家总权重。将类间专家权重

λ_i 和类内专家权重 α_{ik} 线性加权,得到专家总权重向量 ω 为:

$$\begin{bmatrix} 0.0915 & 0.1349 & 0.1185 & 0.0434 & 0.1388 \\ 0.1148 & 0.1340 & 0.0823 & 0.1416 \end{bmatrix}$$

步骤 5 专家直觉模糊群决策信息集结。首先,利用式(13)~式(16),由基于正态分布的赋权法可以确定位置权重 W 为:

$$\begin{bmatrix} 0.05 & 0.1 & 0.12 & 0.15 & 0.16 & 0.15 \\ 0.12 & 0.1 & 0.05 \end{bmatrix}$$

然后,由步骤 4 得到的专家总权重 ω ,利用式(17)对各专家的直觉模糊评价信息 A_{ij} 进行权重加权得到直觉模糊集 \hat{A}_{ij} ,然后利用式(11),得到专家 $O_i(i=1,2,\cdots,9)$ 关于方案 $x_j(j=1,2,3,4)$ 的评价信息 \hat{A}_{ij} 的得分值 $M(A_{ij})$,如表 3 所示。

Table 3 Expert scores on the evaluation value of the program
表 3 专家关于方案评价值的得分值

专家	x_1	x_2	x_3	x_4
O_1	0.080 1	-0.221 7	-0.215 7	0.489 1
O_2	0.144 3	-0.208 9	0.041 2	-0.132 4
O_3	-0.098 5	0.563 0	0.504 5	0.356 8
O_4	-0.158 1	-0.353 4	-0.449 8	-0.786 5
O_5	-0.157 4	0.643 9	0.689 1	0.459 5
O_6	0.012 5	-0.271 5	0.183 8	-0.190 4
O_7	-0.190 1	0.641 9	0.577 8	0.235 3
O_8	0.064 2	-0.326 3	-0.366 2	-0.013 0
O_9	0.150 0	-0.339 6	0.347 8	-0.113 1

最后,由定义 4 中得分值 $M(A_{ij})$ 的排序方法确定 $\bar{B}_k(k=1,2,\cdots,n)$,根据所确定的位置权重 W ,利用式(18),可得到备件保障方案 $x_j(j=1,2,3,4)$ 的综合评价结果为:

$$\begin{aligned} M[f_{w_j,w}^H(A_{11},A_{21},\cdots,A_{91})] &= -0.0273 \\ M[f_{w_j,w}^H(A_{12},A_{22},\cdots,A_{92})] &= 0.0771 \\ M[f_{w_j,w}^H(A_{13},A_{23},\cdots,A_{93})] &= 0.278 \\ M[f_{w_j,w}^H(A_{14},A_{24},\cdots,A_{94})] &= 0.1055 \end{aligned}$$

因此,可确定 4 个备件保障方案的优劣排序为 $x_3 > x_4 > x_2 > x_1$,最优方案为 x_3 。

通过上述分析过程可以看出,相对于文献[3,4]在对专家聚类赋权时,凭主观直接设定聚类阈值 λ 得到 λ -截矩阵,本文提出阈值变化率分析方法得到最优聚类阈值 λ ;相对于文献[5,6]未考虑专家给出的直觉模糊评价信息所蕴含的信息量,本文运用直觉模糊熵为类内专家赋权,使评价精确的专家被赋予更大的权重;相对于文献[7,8]仅反映待集结直觉模糊集自身的重要性的待集结直觉模糊集所在位置的重要程度,本文融合直觉模糊集加权集结

算子和直觉模糊集有序加权集结算子的特点,提出基于离散正态分布的位置权重确定方法,构造直觉模糊集混合加权算子对直觉模糊信息进行集结,提高了直觉模糊群决策精度。

6 结束语

根据对现有直觉模糊群决策方法的研究总结,本文提出一种基于直觉模糊集的专家聚类组合赋权决策方法,利用直觉模糊相似度和直觉模糊相异度构造直觉模糊相似矩阵,通过设计风险参数和提出阈值变化率分析方法,决策者可选择合适的风险参数和阈值得到合理的专家聚类结果,综合聚类结果和直觉模糊判断信息的熵对各专家进行组合赋权。构造直觉模糊集混合加权集结算子对各专家关于方案集的直觉模糊评价信息进行综合集成。经算例表明,该方法可行有效。

参考文献:

[1] Li Deng-feng. Intuitionistic fuzzy set decision and game analysis methodologies [M]. Beijing: National Defense Industry Press,2012. (in Chinese)

[2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems,1986,20(1):87-96.

[3] Li Peng, Liu Si-feng, Zhu Jian-jun. Clustering method based on new intuitionistic fuzzy similarity degree[J]. Control and Decision,2013,28(5):758-762. (in Chinese)

[4] He Zheng-hong,Lei Ying-jie,Wang Gang. Target recognition based on intuitionistic fuzzy clustering[J]. Systems Engineering and Electronics,2011,33(6):1283-1286. (in Chinese)

[5] Zhou Wei,He Jian-min,Yu De-jian. Accurate method of obtaining decision expert weights in intuitionistic fuzzy group decision making[J]. Control and Decision,2013,28(5):716-721. (in Chinese)

[6] Shi Chao,Cheng Yong-mei,Pan Quan. Method to aggregate hybrid preference information based on intuitionistic fuzzy and evidence theory[J]. Control and Decision,2012,27(8):1163-1168. (in Chinese)

[7] Zhou S M, Chiclana F C,John R I,et al. Fuzzification of the OWA operators for aggregating uncertain information with uncertain weights [J]. Studies in Fuzziness and Soft Computing,2011,265:91-109.

[8] Garcia-Cascales M S, Lamata M T, Verdegay J L. The TOPSIS method and its application to linguistic variables [M]// Preference and Decisions. Heidelberg:Springer,2010:383-395.

[9] Zhang Hong-mei, Xu Ze-shui, Chen Qi. On clustering approach to intuitionistic fuzzy sets[J]. Control and Decision,2007,22(8):882-888. (in Chinese)

[10] Liu Hua-wen. New similarity measures between intuitionistic fuzzy sets and between elements[J]. Mathematical and Computer Modelling,2005,42 (1-2):61-70.

[11] Li Deng-feng. Some measures of dissimilarity in intuitionistic

fuzzy structures [J]. Journal of Computer and System Sciences, 2004, 68(1): 115-122.

- [12] Li Peng, Liu Si-feng, Zhu Jian-jun. Clustering method based on new intuitionistic fuzzy similarity degree[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 758-762. (in Chinese)
- [13] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.
- [14] Li D F. The GOWA operator based approach to multiattribute decision making using intuitionistic fuzzy sets[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 53 (5-6): 1182-1196.
- [15] Xu Ze-shui. An overview of methods for determining OWA weights [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2005, 20(8): 843-865.

附中文参考文献:

- [1] 李登峰. 直觉模糊集决策与对策分析方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [3] 李鹏, 刘思峰, 朱建军. 基于新直觉模糊相似度的聚类方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 758-762.
- [4] 贺正洪, 雷英杰, 王刚. 基于直觉模糊聚类的目标识别[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6): 1283-1286.
- [5] 周伟, 何建敏, 余德建. 直觉模糊群决策中专家权重确定的一种精确方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 716-721.
- [6] 史超, 程咏梅, 潘泉. 基于直觉模糊和证据理论的混合型偏好信息集结方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(8): 1163-1168.
- [9] 张洪美, 徐泽水, 陈琦. 直觉模糊集的聚类方法研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(8): 882-888.
- [12] 李鹏, 刘思峰, 朱建军. 基于新直觉模糊相似度的聚类方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 758-762.

作者简介:



张冰(1985-), 男, 山东青岛人, 博士, 讲师, 研究方向为装备维修保障。E-mail: 840368757@qq.com

ZHANG Bing, born in 1985, PhD, lecturer, his research interest includes materi-

el maintenance support.



董晓雄(1990-), 男, 陕西西安人, 博士生, 研究方向为装备维修保障和装备发展论证。E-mail: zzz_699699@126.com

DONG Xiao-xiong, born in 1990, PhD candidate, his research interests include materiel maintenance support, and materiel development & demonstration.



李文(1981-), 女, 河南信阳人, 博士, 研究方向为装备管理决策、装备维修保障和装备发展论证。E-mail: Liwen9376@126.com

LI Wen, born in 1981, PhD, her research interests include materiel management decision-making, materiel maintenance support, and materiel development & demonstration.



孟祥飞(1989-), 男, 河北邢台人, 博士生, 研究方向为不确定多目标决策和空中交通管理。E-mail: mengxiangfeikgd@163.com

MENG Xiang-fei, born in 1989, PhD candidate, his research interests include uncertain multi-objective decision, and air traffic management.



李超(1984-), 男, 陕西西安人, 博士, 讲师, 研究方向为不确定多目标决策和整数编程。E-mail: leecharle@sina.com

LI Chao, born in 1984, PhD, lecturer, his research interests include uncertainty multi-objective decision-making, and integer programming.