二维形状稳健重建与简化的最优传输方法

Fernando de Goes
David Cohen-Steiner
Pierre Alliez
Mathieu Desbrun

摘要: 我们提出了一种鲁棒的二维形状重建和简化算法，该算法将含有噪声和离群点的缺陷点集作为输入。我们介绍了一种最优迁移驱动的方法，其中输入点集被认为是 Dirac 测度的和，而单纯复形被认为是 0-和 1-单形上的一致测度的和。通过对输入点集的 Delaunay 三角剖分进行贪婪抽取，设计了一种由细到粗的方案来构造所得到的单纯复形。我们的方法在从线条图到灰度图像的各种具有或不具有噪声、特征和边界的示例上表现良好。

目录

1 引言

从散乱的点集重建形状是几何处理中的一个基本问题：尽管取得了重大进展，但其固有的不适定性和几何数据集增加的异质性使得当前的方法仍然远远不能令人满意。即使是该问题的 2D 实例，即平面中的形状重建，在包括计算机视觉和图像处理的各种应用领域中仍然是一个挑战。二维点集通常从传感器获取或从图像中提取，因此经常受到混叠、噪声和离群点的阻碍。此外，基于图像的点集通常表现出各种各样的特征，例如拐角、交点、分叉和边界。噪声、异常值以及边界和特征的存在的这种组合使得大多数众所周知的策略（包括泊松、Delaunay 或基于 MLS 的方法）存在缺陷。

形状重建也与形状简化密切相关。虽然一些作者（特别是在计算几何中）将重建问题限制为寻找所有输入点的连通性，但噪声的存在和大多数数据集的绝对大小要求最终重建的形状比输入更简洁。然而，重建和简化通常是顺序执行的，而不是协调执行的。

相反，我们通过一个统一的框架来共同解决二维形状的重建和简化问题，该框架植根于测量的最优传输。具体效益包括：（I）稳健-对大量噪声和异常值的敏感性；（II）保留明显特征；（三）边界保护；以及（IV）保证输出是（可能是非流形的）嵌入单纯复形。

1.1 以前的工作

为了激发我们的方法并强调它如何满足理论和实践的需要，我们首先回顾了以前在二维点集的重建和简化方面的工作。

重建。对于无噪声数据集，现有的重建方法大多基于采样假设而变化。可以使用图像细化 [MIB01]、阿尔法形状 [EKS83] 或 R-规则形状 [ATT97] 来处理均匀采样的数据集；对于非均匀采样，大多数可证明正确的方法依赖于 Delaunay 滤波 [ABE98]，并改进了计算效率 [GS01]、采样边界 [DK99，DMR99] 以及拐角和开放曲线的处理 [FR01，DW02]。

在过去的十年中，噪声数据集已经通过各种方法进行了处理 [LEE00，CFG*03，MD07，MTSM10]。

最近的成功包括自交曲线的提取 [RVC11]。这些重建方法中的大多数首先通过聚类、细化或平均来执行噪声去除，这通常导致特征的显著钝化。从数据聚类 [SON10] 和稳健统计 [FCOS05]，到 k 阶阿尔法形状 [KP08]、谱方法 [KSO04] 和 p1 最小化 [ASGCO10]，对异常值的稳健性也进行了较小程度的研究，但通常以

2 方法

我们首先回顾了最优运输的基础知识，然后详细介绍了我们如何使用这个强大的框架来制定我们的重建任务。

2.1 最优传输方案

最优运输是指优化运输成本和资源分配的问题 [VIL10]（对于几何计算中的应用，见 [LD10，MEMM11，MMDD11]）。最佳运输的一个直观例子（最初由 Gaspard Monge 在 1781 年使用）在于确定将一堆沙子移动到相同体积的洞中的最有效方式——这里的“最有效”是指沙子移动的距离（一次一个无限小的体积单位）的积分最小。这个问题的公式被称为蒙日变分公式，并假设沙子通过称为运输计划的点到点映射来移动。坎托罗维奇放宽了这一限制，他将该公式扩展到处理两个概率测度 µ 和 之间的运输计划。