МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

Освітній компонент
«Імовірнісно-статистичні методи інформаційних технологій»

ЗВІТ
З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ № 1

Виконав
студент групи КН-24-1
Конько Ярослав

Кременчук 2025

Тема. Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей

Мета: набути практичних навичок у розв'язанні задач з комбінаторики.

Хід роботи

1. 9) (Задача Д. Ільченко). Є 1000 доменів, на кожному з яких повинен бути набір з 6-ти блоків контенту, кожен набір повинен відрізнятися 2-ма блоками від будь-якого іншого. Скільки необхідно всього унікальних блоків, щоб задовольнити такій умові?

   1.1. Позначимо, що

   n – кількість унікальних блоків контенту

   $k = 6$ – кількість блоків у наборі

   $m = 1000$ – кількість доменів

   1.2. Маємо знайти мінімальне n, для якого можливо вибрати $m = 1000$ комбінацій з $C(n, 6)$, таким чином, щоб жодні дві не мали відмінностей менше ніж у 2 елементи.

   1.3. Формула: $m \leq \frac{C(n,6)}{1+6(n-6)}$, підставимо $m = 1000$, аби знайти n. При розрахунках найменшою кількістю унікальних блоків є $n = 24$

2. 10) У пасажирському потязі 9 вагонів. Скількома способами можливо розсадити в потязі 4 людей за умови, що всі вони повинні їхати в різних вагонах?

   1.1. Оскільки люди мають сидіти в різних вагонах, можна спочатку взяти 4 вагони з 9, в яких вони знаходитимуться. Це можна зробити $\binom{9}{4}$ способами.

1.2. Потім, ми маємо 4 вагони: a1,a2,a3,a4. У перший з обраних вагонів ми можемо розташувати будь-кого з 4 людей, у другий – будь-кого з 3, у третій – будь-кого з 2, і в четвертий – останню людину. Зробити це можна 4! способами.

1.3. Шукаючи загальну кількість способів, маємо $\binom{9}{4} * 4! = \frac{9*8*7*6}{4*3*2*1} * 24 = 126 * 24 = 3024$

3. 11) На колі вибрано 10 точок.

а) скільки можливо провести хорд з кінцями в цих точках?

1.1. Загалом ми маємо десять точок, а щоби провести хорду потрібно дві точки, тому аби дізнатися скільки хорд можна провести, треба порахувати кількість способів узяти дві точки з десяти, тобто $C(10,2) = 10 \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10*9*8!}{2*1*8!} = \frac{10*90}{2} = 45$

б) скільки існує трикутників з вершинами в цих точках

1.1. Трикутник визначається трьома точками, тому аби дізнатися можливу кількість трикутників у цих точках, знаходимо кількість способів узяти три точки з десяти: $\mathrm{C}(10,3) = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10*9*8*7!}{3*2*1*7!} = \frac{10*9*8}{6} = \frac{720}{6} = 120$

4. 12) Довести тотожність $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$

1.1. Розглянемо множину з $n + 1$ елемента та позначимо один як A

1.2. Вибірки з k елементів, що містять A: C_n^{k-1}

1.3. Вибірки з k елементів, що не містять A: C_n^k

1.4. Оскільки випадки не перетинаються: $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$

5. 13) Протягом чотирьох тижнів студенти здають 4 іспити, в тому числі і два іспити з математики. Скількома способами можливо розподілити іспити по тижнях так, щоб іспити з математики не йшли один за одним?

1.1. При загальному впорядкуванні чотирьох іспитів у чотири тижні матимемо $4! = 24$

1.2. Далі потрібно порахувати кількість упорядкувань, коли дві математики йдуть поспіль. Якщо вважати їх за один блок, то маємо 3 об'єкти, які можна переставити 3! способами. Усередині блоку математики їх порядок може бути 2! способами. Тоді, поспіль: $3! * 2! = 6 * 2 = 12$

1.3. Не поспіль, відповідно, дорівнюватиме $4! - 3! * 2! = 24 - 12 = 12$

Контрольні питання

1. Що вивчає комбінаторика?

   Комбінаторика вивчає способи підрахунку кількості комбінацій об'єктів.

2. Що таке класична урнова схема і яке значення вона має для комбінаторики?

   Урнова схема - це модель вибору кульок з урни; основа для основних комбінаторних формул.

3. Що таке перестановка і як знаходити їхню кількість для заданої множини елементів?

   Перестановка — це впорядкований набір усіх елементів множини. Їх кількість: n!

4. Яка кількість розміщень можлива для k елементів у множині з n елементів?

   Кількість розміщень з n по k: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

5. Як визначити кількість способів вибору k елементів із множини, де порядок не має значення?

   Кількість способів вибору k елементів без урахування порядку: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$