

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

Освітній компонент
«Імовірісно-статистичні методи інформаційних технологій»

ЗВІТ
З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ № 3

Виконав
студент групи КН-24-1
Конько Ярослав

Кременчук 2025

Тема: Геометрична ймовірність. Аксиоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

Мета роботи: набути практичних навичок у розв'язанні задач з підрахунку ймовірностей на основі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитись застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Байєса.

Хід роботи

1. Задача №9

Ймовірність того, що по одному купленому білету лотереї можна виграти, складає $1/7$. Знайти ймовірність того, що, купивши 5 білетів, можна:

- виграти по всім п'яти білетам;
- не виграти по жодному білету;
- виграти хоча б по одному білету.

1.1.Розв'язання

1.1.1. Позначимо імовірність виграшу одного білета як $p = \frac{1}{7}$, тоді

$$\text{ймовірність програшу } q = 1 - p = \frac{6}{7}$$

1.1.2. Позаяк купівля 5 білетів – це 5 незалежних випробувань, маємо:

$$\text{a) } p^5 = \left(\frac{1}{7}\right)^5 = \frac{1}{16807}$$

$$\text{b) } q^5 = \left(\frac{6}{7}\right)^5 = \frac{7776}{16807}$$

$$\text{c) } 1 - q = 1 - \frac{7776}{16807} = \frac{9031}{16807}$$

1.2.Відповідь

$$\text{a) } \frac{1}{16807}$$

$$\text{b) } \frac{7776}{16807}$$

$$\text{c) } \frac{9031}{16807}$$

2. Задача №10

Екзаменаційний білет складається з 3-х питань. Ймовірності того, що студент відповість на перше та друге питання, складають 0,9, на третє питання – 0,8. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти:

- а) на всі питання;
- б) хоча б на 2 питання.

1.1.Розв'язання

1.1.1. Позначимо події:

- A_1 – відповів на перше запитання, $P(A_1) = 0.9$
- A_2 – відповів на перше запитання, $P(A_2) = 0.9$
- A_3 – відповів на перше запитання, $P(A_3) = 0.8$

1.1.2. Знайдемо ймовірність складання іспиту студентом, якщо для цього потрібно відповісти:

а) На всі питання: $P = P(A_1) * P(A_2) * P(A_3) = 0.9 * 0.9 * 0.8 = 0.648$

б) хоча б на 2 питання:

- На перше та друге, але не на третє: $0.9 * 0.9 * (1 - 0.8) = 0.9 * 0.9 * 0.2 = 0.162$
- На перше та третє, але не на друге: $0.9 * (1 - 0.9) * 0.8 = 0.9 * 0.1 * 0.8 = 0.072$
- На друге та третє, але не на перше: $(1 - 0.9) * 0.9 * 0.8 = 0.1 * 0.9 * 0.8 = 0.072$

1.1.3. Знайдемо суму ймовірностей для двох вірних відповідей: $P_2 = 0.162 + 0.072 + 0.072 = 0.306$

1.1.4. Імовірність відповісти на всі три: $P_3 = 0.648$, тоді загальна ймовірність: $P = P_2 + P_3 = 0.306 + 0.648 = 0.954$

1.2.Відповідь

а) 0.648

b) 0.954

3. Задача №11

Мисливець зробив три постріли по цілі, що віддаляється. Ймовірність влучення в ціль в началі стрільби складає 0,8, а після кожного пострілу зменшується на 0,1. Знайти ймовірність того, що мисливець:

- a) не влучить всі три рази;
- b) влучить хоча б один раз;
- c) влучить 2 рази.

1.1.Розв'язання

1.1.1. Позначимо події:

Імовірності влучення:

- Перший постріл: $p_1 = 0.8$
- Другий постріл: $p_2 = 0.7$
- Третій постріл: $p_3 = 0.6$

Імовірності промаху:

- $q_1 = 1 - p_1 = 0.2$
- $q_2 = 1 - p_2 = 0.3$
- $q_3 = 1 - p_3 = 0.4$

1.1.2. Знайдемо ймовірність, що мисливець не влучить жодного

$$\text{разу(a): } P_0 = q_1 * q_2 * q_3 = 0.2 * 0.3 * 0.4 = 0.024$$

1.1.3. Знайдемо ймовірність, що мисливець улучить бодай один

$$\text{раз(b): } P_{\geq 1} = 1 - P_0 = 1 - 0.024 = 0.976$$

1.1.4. Знайдемо ймовірність, що мисливець улучить два рази:

Можливі варіанти:

- $p_1 * p_2 * q_3 = 0.8 * 0.7 * 0.4 = 0.224$
- $p_1 * q_2 * p_3 = 0.8 * 0.3 * 0.6 = 0.144$
- $q_1 * p_2 * p_3 = 0.2 * 0.7 * 0.6 = 0.084$

$$\text{Сума: } P_2 = 0.224 + 0.144 + 0.084 = 0.452$$

1.2.Відповідь

- a) 0.024
- b) 0.976
- c) 0.452

4. Задача №12

Відомо, що логін користувача комп'ютерної мережі складається з 5 маленьких латинських літер, що не повторюються, пароль складається з 6 цифр, що також не повторюються. Знайти ймовірність того, що при одній спробі можна успішно пройти авторизацію, якщо для цього необхідно правильно ввести логін і пароль.

1.1.Розв'язання

$$1.1.1. \text{ Позначимо кількість можливих логінів та паролів: } N_{\text{логіни}} = 26 * 25 * 24 * 23 * 22, N_{\text{паролі}} = 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5$$

$$1.1.2. \text{ Знайдемо загальну кількість комбінацій «логін + пароль»: } N_{\text{загал}} = N_{\text{логіни}} * N_{\text{пароль}} = 7893600 * 151200 = 1,193,763,200,000$$

$$1.1.3. \text{ Знайдемо ймовірність угадати одну комбінацію: } P = \frac{1}{N_{\text{загал}}} = \frac{1}{1,193,763,200,000} \approx 8.37 * 10^{-13}$$

1.2.Відповідь

Ймовірність того, що при одній спробі можна успішно пройти авторизацію, дорівнює $8.37 * 10^{-13}$

5. Задача №13

Зловмиснику відомо, що користувач комп'ютерної мережі має пароль, що складається з 5 символів, та логін, що складається з 6 символів. В алфавіт пароля входять цифри та маленькі латинські літери. В алфавіт логіна – лише маленькі латинські літери. Символи і логіна, і пароля можуть повторюватися. На той випадок, коли користувач забув логін,

існує цифровий код з 4 знаків, що не повторюються. Цей код є аналогом логіна. Знайти ймовірність того, що зломисник зможе пройти авторизацію в мережі, якщо для цього необхідно правильно ввести логін і пароль.

1.3.Розв'язання

1.3.1. Зазначимо потрібні дані:

- Кількість можливих паролів: $N_{\text{пар}} = 36^5$
- Кількість можливих логінів: $N_{\text{лог}} = 26^6$
- Кількість можливих цифрових кодів: $N_{\text{код}} = 10 * 9 * 8 * 7 = 5040$
- Загальна кількість комбінацій для входу: $N_{\text{заг}} = (N_{\text{лог}} + N_{\text{код}}) * N_{\text{пар}}$
- Імовірність угадати: $P = \frac{1}{N_{\text{заг}}}$

1.3.2. Виконаємо обчислення:

1. $N_{\text{пар}} = 36^5 = 60466176$
2. $N_{\text{лог}} = 26^6 = 308915776$
3. $N_{\text{код}} = 5040$
4. $N_{\text{лог}} + N_{\text{код}} = 308915776 + 5040 = 308920816$
5. $N_{\text{заг}} = 308920816 * 60466176 \approx 1.867 * 10^{16}$
6. $P \approx \frac{1}{1.867 * 10^{16}} \approx 5.36 * 10^{-17}$

1.4.Відповідь

Імовірність того, що зломисник зможе пройти авторизацію в мережі, дорівнює $5.36 * 10^{-17}$

Контрольні питання

1. Дати визначення геометричної ймовірності.

Геометрична ймовірність - імовірність попадання точки в область А, яка пропорційна мірі цієї області

2. Навести основні правила алгебри подій.

- Комутативність: $A + B = B + A$, $AB = BA$
- Асоціативність: $(A + B) + C = A + (B + C)$, $(AB)C = A(BC)$
- Дистрибутивність: $A(B + C) = AB + AC$
- Правила де Моргана: $A + B = \bar{A} * \bar{B}$, $AB = \bar{A} + \bar{B}$

3. Як виглядає формула множення ймовірностей для двох незалежних подій?

Формула множення ймовірностей для двох незалежних подій:

$$P(A * B) = P(A) * P(B)$$

4. Як виглядає формула множення ймовірностей для двох залежних подій?

Формула множення ймовірностей для двох незалежних подій:

$$P(A * B) = P(A) * P(B | A) = P(B) * P(A | B)$$

5. Як виглядає формула додавання ймовірностей для двох сумісних подій?

Формула додавання ймовірностей для двох сумісних подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A * B)$$

6. Як виглядає формула додавання ймовірностей для двох несумісних подій?

Формула додавання ймовірностей для двох несумісних подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

7. Дати визначення повної ймовірності.

Якщо H_1, H_2, \dots -повна група подій, то: $P(A) = \sum P(H_i) * P(A|H_i)$

8. Як можна пояснити поняття апіорної та апостеріорної ймовірності, користуючись формулою Байєса?

- Апіорна $P(H_i)$ – ймовірність гіпотези до експерименту
- Апостеріорна $P(H_i|A)$ - уточнена ймовірність гіпотези після настання події A