

Analisi delle disuguaglianze di Bell su computer quantistico IBM: l'esperimento BARBEQuE

Marco Gobbo

Relatore: Andrea Giachero

Relatore esterno: Paolo Solinas

Correlatore: Matteo Borghesi

Università degli studi di Milano - Bicocca

Dipartimento di Fisica G. Occhialini
Corso di Laurea Triennale in Fisica

1. Introduzione

Paradosso EPR

Disuguaglianze di Bell

2. Esperimento BARBEQuE

Quantum Computing

Algoritmo quantistico

Risultati

3. Conclusioni e piani futuri

4. Approfondimenti

Introduzione

Paradosso EPR

Il 15 maggio del 1935 fu pubblicato, nel volume 47 del *Physical Review*, un articolo a cura di Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen intitolato: «*Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*».

Stato di singoletto

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$P(|\uparrow\rangle_1) = \frac{1}{2},$$

$$P(|\downarrow\rangle_1) = \frac{1}{2},$$

$$P(|\uparrow\rangle_2) = \frac{1}{2},$$

$$P(|\downarrow\rangle_2) = \frac{1}{2},$$

$$|\psi\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle \quad \text{oppure} \quad |\psi\rangle = |\downarrow\uparrow\rangle$$

Violazione del principio di località: una misura effettuata in una regione non può influenzare istantaneamente una misura che viene effettuata in un'altra regione casualmente disconnessa dalla precedente!

- La teoria della **meccanica quantistica** è NON completa;
- La **meccanica quantistica** appartiene a una descrizione molto più grande e completa, fornita in questo caso da **teorie a variabili nascoste**.

Disuguaglianze di Bell

Nel 1964, John Stewart Bell, pubblicò un articolo dal nome «*On the Einstein Podolsky Rosen paradox*»

Previsioni teorie a variabili nascoste

\neq

Previsioni meccanica quantistica

Teorema di Bell: nessuna teoria fisica locale a variabili nascoste può riprodurre le predizioni della meccanica quantistica.

Bell riuscì a dimostrare che l'assunzione a priori del realismo locale fatta da EPR impone dei vincoli, non richiesti, su alcuni fenomeni che però vengono violati dalla meccanica quantistica. Questi vincoli prendono il nome di **disuguaglianze di Bell**.

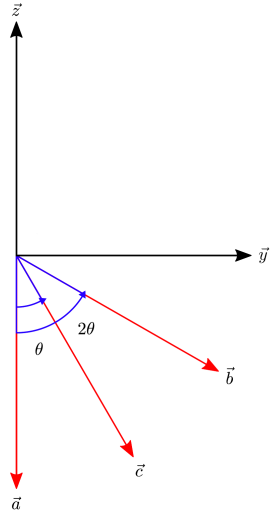
Disuguaglianze di Bell

Una derivazione particolare della disuguaglianza di Bell è stata ricavata negli anni '70 da Eugene Paul Wigner.

- Stato di singoletto;
- Tre versori \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .

Misure di spin: $\hat{S} \cdot \vec{a}$, $\hat{S} \cdot \vec{b}$, $\hat{S} \cdot \vec{c}$

Per la particolare configurazione in cui i versori sono **complanari** e il versore \vec{c} è **bisettrice** tra \vec{a} e \vec{b} .



Disuguaglianza di Bell nella versione di Wigner

$$0 \leq P(\vec{a}+, \vec{c}+) + P(\vec{c}+, \vec{b}+) - P(\vec{a}+, \vec{b}+)$$

La disuguaglianza è violata, secondo la meccanica quantistica standard, per angoli compresi nell'intervallo

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Esperimento BARBEQuE

Quantum Computing: paradigma di calcolo che sfrutta le proprietà e i principi della meccanica quantistica.

- *sovrapposizione;*
- *entanglement;*
- *interferenza.*

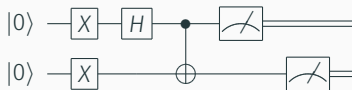
Circuito quantistico: modello di Quantum Computing.

- **Qubit:** sistemi a due livelli indicati con $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;
- **Gate:** porte logiche quantistiche rappresentati da operatori unitari;
- **Operazione di misura.**

Stato di singoletto

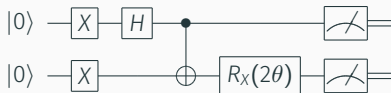
$$|\psi\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}$$

Circuito quantistico

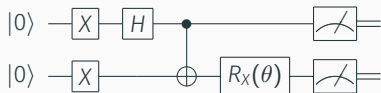


Algoritmo quantistico

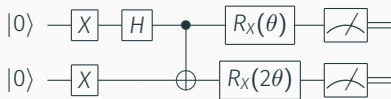
$$P(\vec{a}+, \vec{b}+)$$



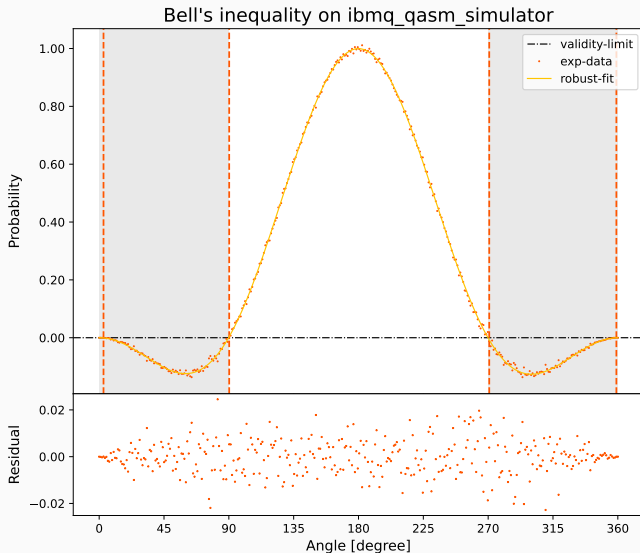
$$P(\vec{a}+, \vec{c}+)$$



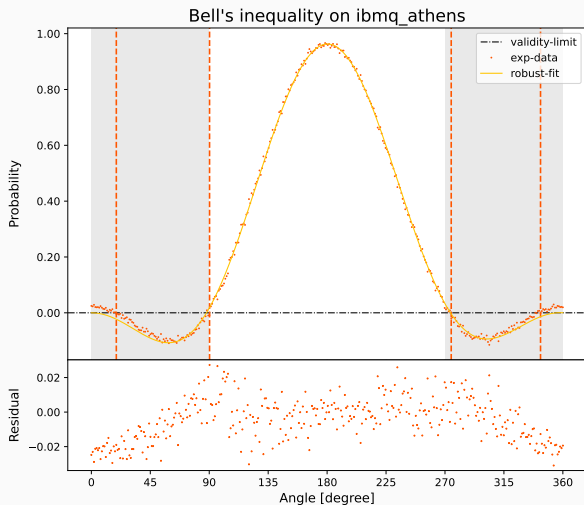
$$P(\vec{c}+, \vec{b}+)$$



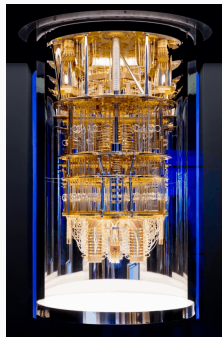
Simulazione su IBM Quantum Experience: qasm simulator



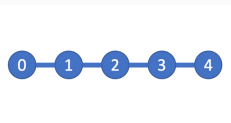
Esecuzione su IBM Quantum Experience: athens



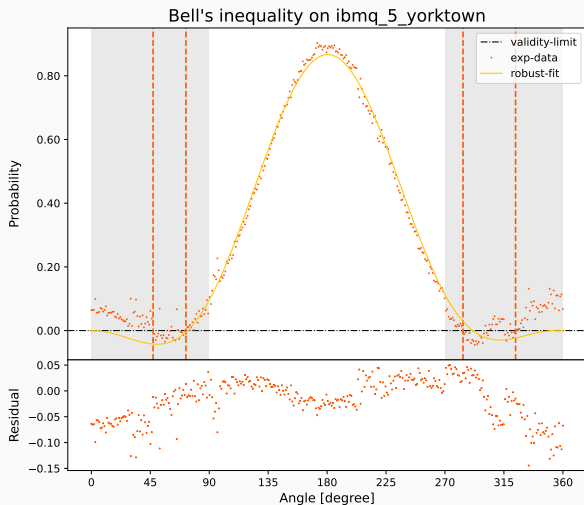
Criostato



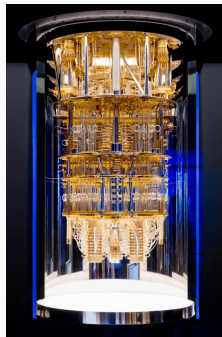
Disposizione qubit



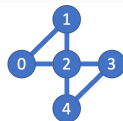
Esecuzione su IBM Quantum Experience: yorktown



Criostato



Disposizione qubit



Caratteristiche principali che caratterizzano un qubit:

1. **Frequenza**: progettati a frequenze nell'intervallo di 5-7 GHz;
2. **T1**: noto anche come **relaxation time**;
3. **T2**: noto anche come **dephasing time**;
4. **Readout Error**;
5. **CNOT Error**.

Calibrazione athens

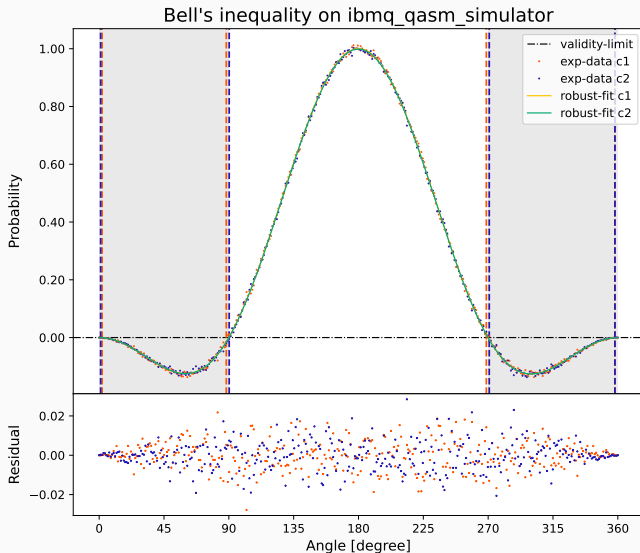
ibmq_athens

Qubit	Frequenza (GHz)	T1 (μ s)	T2 (μ s)	Readout Error	CNOT Error
0	5.175	90.064	101.008	0.809×10^{-2}	cx0_1: 9.955×10^{-3}
1	5.267	72.271	98.256	1.449×10^{-2}	cx1_2: 7.847×10^{-3} cx1_0: 9.955×10^{-3}
2	5.052	85.724	123.600	1.800×10^{-2}	cx2_3: 6.922×10^{-3} cx2_1: 7.847×10^{-3}
3	4.855	137.955	25.278	1.600×10^{-2}	cx3_4: 6.748×10^{-3} cx3_2: 6.922×10^{-3}
4	5.118	114.209	159.438	1.720×10^{-2}	cx4_3: 6.748×10^{-3}

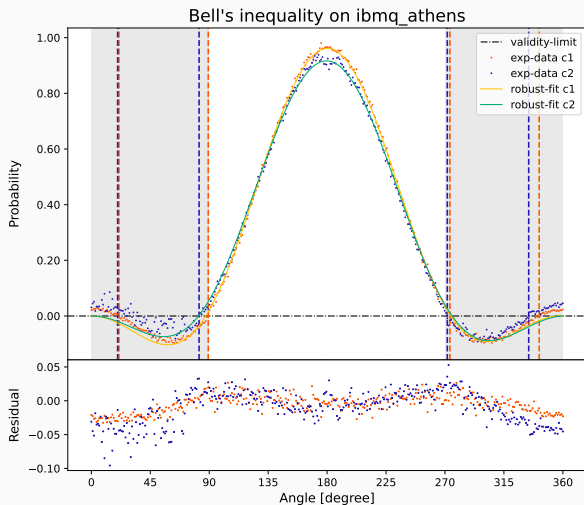
Calibrazione yorktown

<i>ibmq_5_yorktown</i>					
Qubit	Frequenza (GHz)	T1 (μ s)	T2 (μ s)	Readout Error	CNOT Error
0	5.283	42.157	20.021	2.229×10^{-2}	cx0_2: 1.371×10^{-2} cx0_1: 2.164×10^{-2}
1	5.247	58.408	26.439	2.980×10^{-2}	cx1_2: 1.998×10^{-2} cx1_0: 2.164×10^{-2}
2	5.033	60.282	76.485	7.530×10^{-2}	cx2_4: 1.314×10^{-2} cx2_3: 2.353×10^{-2} cx2_1: 1.998×10^{-2} cx2_0: 1.371×10^{-2}
3	5.292	47.668	31.841	6.220×10^{-2}	cx3_4: 2.366×10^{-2} cx3_2: 2.353×10^{-2}
4	5.078	59.234	40.169	3.839×10^{-2}	cx4_3: 1.314×10^{-3} cx4_3: 2.366×10^{-2}

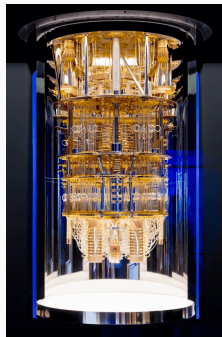
Simulazione su IBM Quantum Experience: qasm simulator



Esecuzione su IBM Quantum Experience: athens



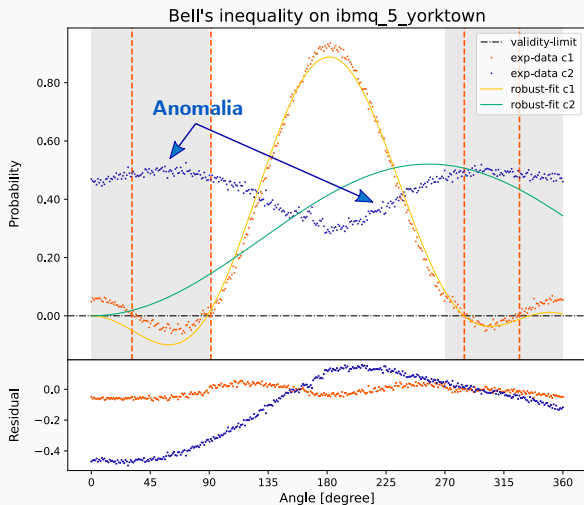
Criostato



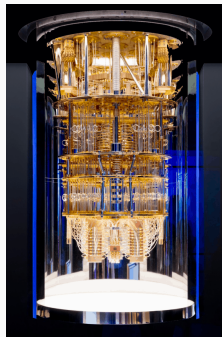
Disposizione qubit



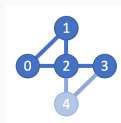
Esecuzione su IBM Quantum Experience: yorktown



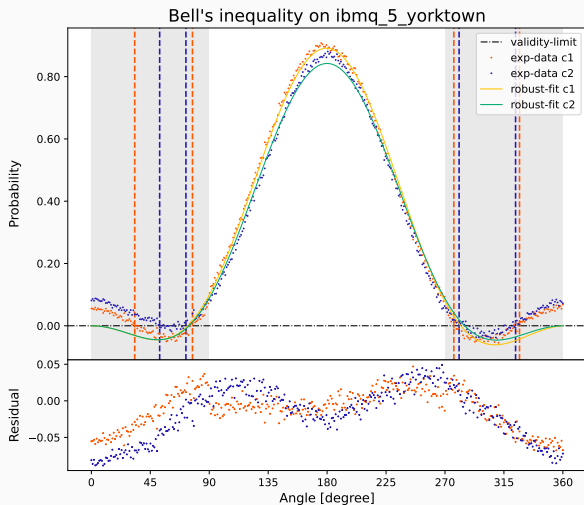
Criostato



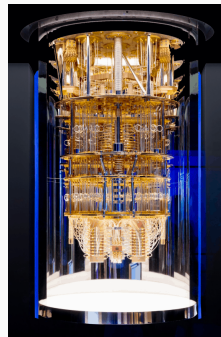
Qubit utilizzati



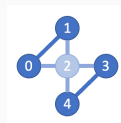
Cambio dei qubit utilizzati in yorktown



Criostato



Qubit utilizzati

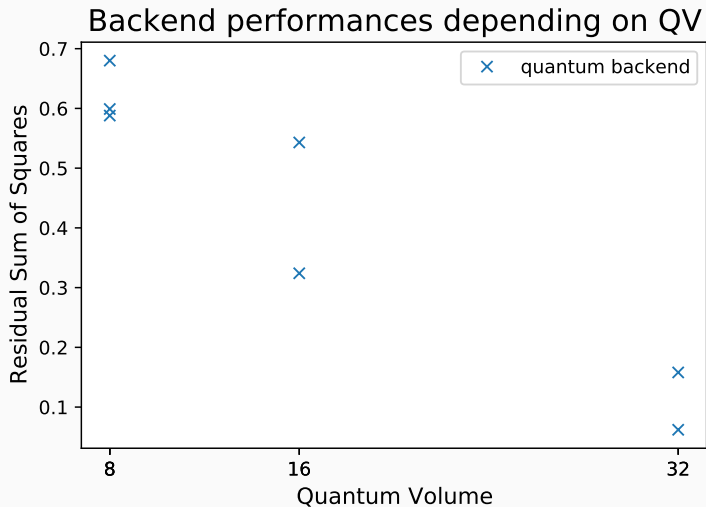


Quantum Volume

Quantum Volume: protocollo che consente di andare a quantificare quanto un device quantistico sia efficiente in termini **prestazionali** e di **coerenza**.

$$RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

Device quantistico	Quantum Volume	RSS
<i>ibmq_5_yorktown</i>	8	0.680
<i>ibmq_ourense</i>	8	0.599
<i>ibmq_16_melbourne</i>	8	0.588
<i>ibmq_vigo</i>	16	0.543
<i>ibmq_valencia</i>	16	0.324
<i>ibmq_santiago</i>	32	0.158
<i>ibmq_athens</i>	32	0.062



Conclusioni e piani futuri

Conclusioni

- Studio di fenomeni quantistici → Sistemi quantistici
- Limiti hardware del Quantum Computing
 - Basso numero di qubit;
 - Alto rumore termico, elettronico e quantistico;
 - Brevi tempi di coerenza.

Piani futuri

- Migliorare l'esperimento sfruttando dispositivi quantistici migliori;
- Realizzare una miglior implementazione del codice.

Grazie per l'attenzione!

Approfondimenti

Quantum Volume

Il protocollo del **Quantum Volume** verifica quanto bene un computer quantistico può eseguire un circuito costituito da porte casuali a due qubit che agiscono in parallelo su un sottoinsieme di qubit del dispositivo.

- **Larghezza**: quanti qubit sono coinvolti;
- **Profondità**: il numero di passaggi temporali discreti durante i quali il circuito può eseguire le porte prima che i qubit perdano coerenza.

Il protocollo consente al computer quantistico di **riscrivere** il circuito in uno che può effettivamente eseguire in base alle sue porte disponibili e al modo in cui i suoi qubit sono interconnessi.

Il protocollo Quantum Volume identifica il circuito di forma quadrata più grande, quello in cui **larghezza** e **profondità** sono uguali, che può essere eseguito su un determinato dispositivo quantistico.

Quantum Volume

I circuiti quantistici possono produrre stringhe di bit differenti:

- Stringhe di bit **previste**;
- Stringhe di bit **impreviste** causate da errori qubit.

Validità delle stringhe di bit → **Problema della generazione di heavy output**.

Stringhe di output corrette → Probabilità misurabile.

Individuazione di una **probabilità mediana**. Gli **heavy output** del circuito sono tutte quelle stringhe per le quali la probabilità di misurarle è maggiore della probabilità mediana.

Esecuzione multipla del circuito incrementando profondità e larghezza contemporaneamente con conseguente esecuzione successiva.

Interruzione del processo alla profondità e larghezza **massima** per cui la probabilità di misurare una qualsiasi degli **output pesanti** sul dispositivo è maggiore di $2/3$ con un intervallo di confidenza maggiore del 97,725%.

Elevazione di 2 alla profondità ottenendo il Quantum Volume.

Esempio di calcolo del Quantum Volume

Computer quantistico a **27 qubit**.

Si imposta un circuito casuale a due qubit di profondità 2, lo si esegue molte volte e il test ha esito positivo: produce stringhe heavy output con una probabilità maggiore di $2/3$ e con un intervallo di confidenza maggiore del 97,725%.

- **tre** qubit alla profondità **tre**;
- **quattro** qubit a profondità **quattro**;
- **cinque** qubit a profondità **cinque**;
- **sei** qubit a profondità **sei**.

E il test funziona. Se ci spingessimo fino a **sette** qubit con un circuito di profondità **sette** e il test fallisce avremo che il **Quantum Volume** è $2^6 = 64$.

- **Qubit:** $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \longrightarrow |\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$
- **Gate:** operatori unitari;

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

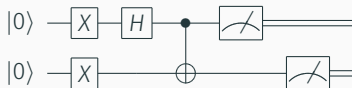
$$R_X(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Operazione di misura

Creazione di uno stato entangled

Circuito quantistico



Matematicamente

$$\begin{aligned} CNOT H_1 X_1 X_2 |00\rangle &= CNOT H_1 |11\rangle \\ &= CNOT \frac{|01\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$