



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA
DIPARTIMENTO DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI
LAUREA TRIENNALE IN FISICA

Teletrasporto su computer quantistico IBM

Relatore interno:

Dr. Andrea Giachero

Tesi di:

Dario Tona

Mat. 826150

Relatore esterno:

Dr. Leonardo Banchi

Correlatore:

Dr. Marco Faverzani

Giugno 2021



- Introduzione al *quantum computing*
- Il protocollo del teletrasporto quantistico
- Simulazione del protocollo
- Esecuzione su computer quantistico

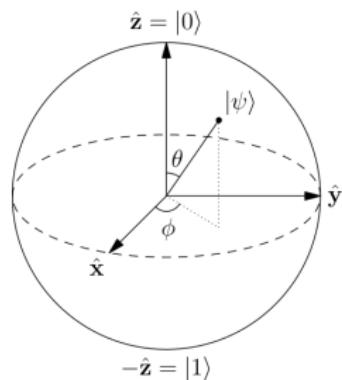
Quantum Computing

elementi di base



2

- I qubit: sistemi quantistici a due livelli
 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$
- Quantum gates*: l'analogo quantistico delle porte logiche classiche
- I risultati: misure
- Circuiti quantistici



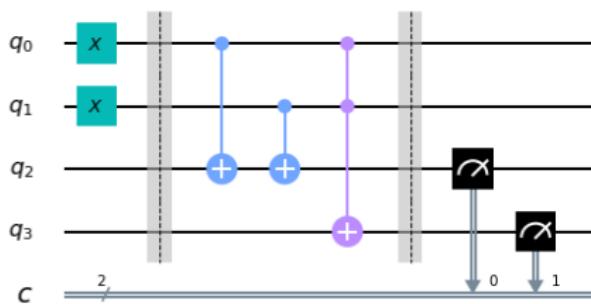
Sfera di Bloch

Quantum Computing

IBM quantum experience



- IBM Quantum Experience
- Qiskit: framework open-source



Qiskit: esempio di circuito quantistico

Il teletrasporto quantistico

Il protocollo



- Protocollo di comunicazione quantistico (1993)
- Trasferimento di uno stato quantistico ignoto
- No trasporto fisico del portatore dell'informazione
- Limite: teorema di *no-cloning*

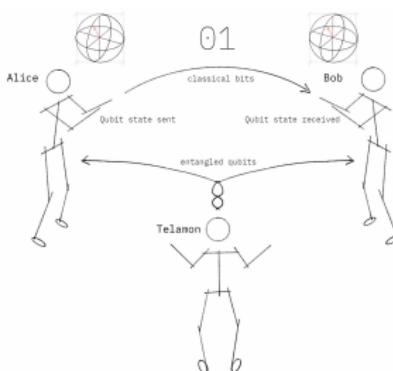
Il teletrasporto quantistico

Il protocollo



Risorse necessarie:

- Stato da teletrasportare: $|\psi\rangle = \alpha|0_1\rangle + \beta|1_1\rangle$
- Condivisione di uno Stato di Bell: $|\beta\rangle = \frac{|0_20_3\rangle + |1_21_3\rangle}{\sqrt{2}}$
- 2 bit classici, canale di comunicazione classico



Protocollo teletrasporto quantistico

Il teletrasporto quantistico

Il protocollo



- Lo stato completo dei tre qubit del sistema sarà dato dal prodotto tra i due stati:

$$|\phi_a\rangle = |\psi\rangle |\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha |0_1\rangle (|0_2 0_3\rangle + |1_2 1_3\rangle) + \beta |1_1\rangle (|0_2 0_3\rangle + |1_2 1_3\rangle)]$$

- Alice applica ai propri qubit delle porte quantistiche in modo da ottenere il seguente stato:

$$\begin{aligned} |\phi_b\rangle = \frac{1}{2} [& |0_1 0_2\rangle (\alpha |0_3\rangle + \beta |1_3\rangle) + |0_1 1_2\rangle (\alpha |1_3\rangle + \beta |0_3\rangle) + \\ & + |1_1 0_2\rangle (\alpha |0_3\rangle - \beta |1_3\rangle) + |1_1 1_2\rangle (\alpha |1_3\rangle - \beta |0_3\rangle)] \end{aligned}$$

Il teletrasporto quantistico

Il protocollo



Alice misura i propri qubit:

- 00 → $(\alpha |0_3\rangle + \beta |1_3\rangle)$ → Bob ottiene $|\psi\rangle$
- 01 → $(\alpha |1_3\rangle + \beta |0_3\rangle)$ → Bob applica una X-gate
- 10 → $(\alpha |0_3\rangle - \beta |1_3\rangle)$ → Bob applica una Z-gate
- 11 → $(\alpha |1_3\rangle - \beta |0_3\rangle)$ → Bob applica ZX-gates

Il teletrasporto quantistico

Il protocollo



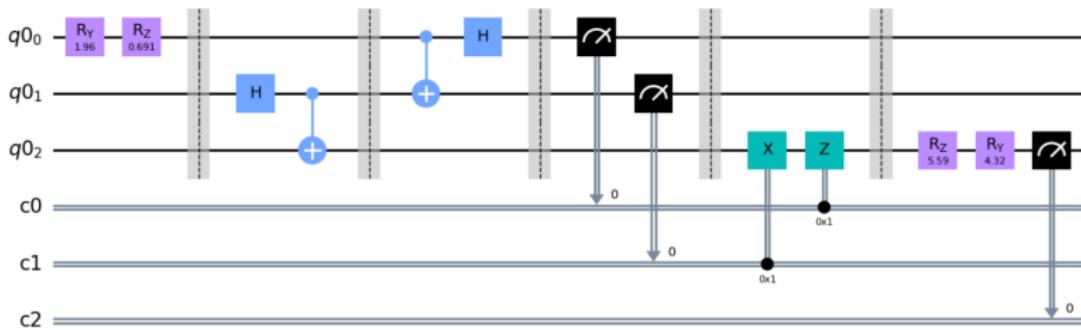
- Alla fine Bob riesce a ricostruire lo stato di Alice
- Lo stato originario di Alice decade in $|0\rangle$ o $|1\rangle$, lo stato di Bob è l'unico rimasto: preservato il teorema di *no-cloning*
- Teletrasporto non è sinonimo di istantaneità

Simulazione del protocollo

Qasm simulator



- Il programma è stato eseguito sul simulatore Qasm per verificarne il corretto funzionamento



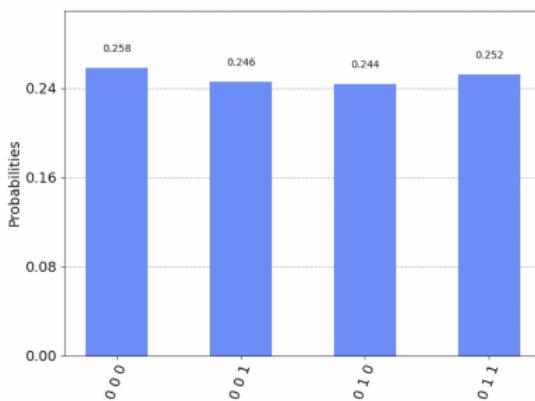
Simulazione del protocollo

Qasm simulator



10

- Il programma è stato lanciato 1000 volte, si ottengono le seguenti probabilità:

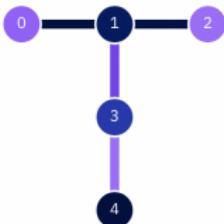


- Ogni bin ha una probabilità teorica del 25% ($\sigma_{stat} \simeq 0,01$)
- Come previsto la misura del terzo qubit dà 0 nel 100% dei casi

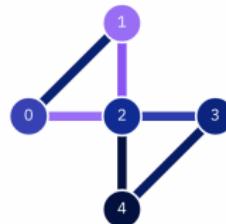
Esperimento su computer quantistico



■ Dispositivi utilizzati



Topologia Quito



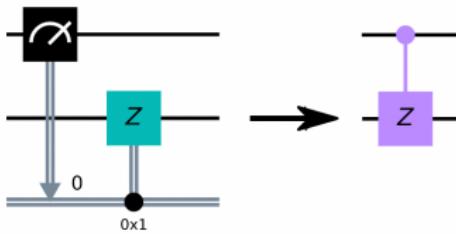
Topologia Yorktown

	<i>ibmq_quito</i>	<i>ibmq_5_yorktown</i>
Quantum Volume	16	8
Avg. CNOT Error:	1.122e-2	2.023e-2
Avg. Readout Error:	3.040e-2	5.822e-2
Avg. T1:	88.76 μ s	50.95 μ s
Avg. T2:	69.96 μ s	40.75 μ s

Esperimento su computer quantistico



- La computazione quantistica non può prescindere dalle tecnologie dell'hardware attuali
- Le scale di tempo sono diverse per misure e gates
- *Deferred measurements principle*

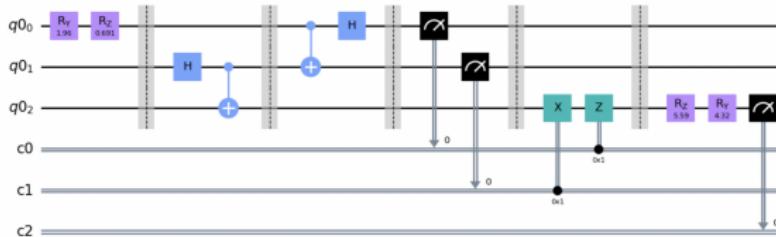


Esperimento su computer quantistico

Modifica del codice

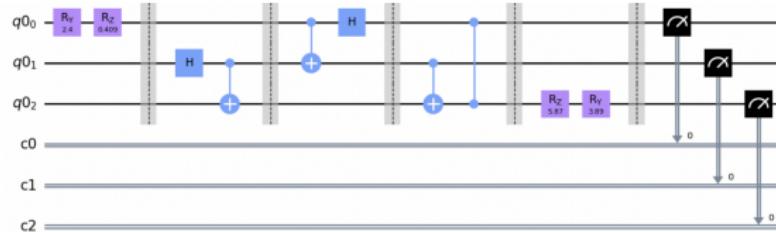


13



Circuito simulatore

- Compromesso: Non utilizziamo più un canale classico



Circuito Dispositivo reale

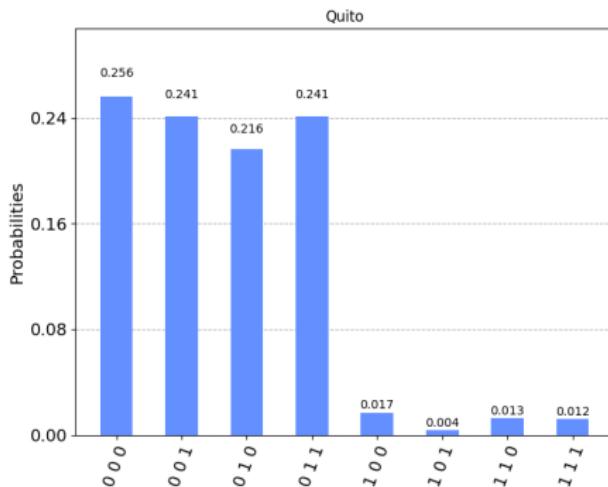
Esperimento su computer quantistico

ibmq_quito



14

- Discrepanza dal valore atteso del 4.6%
- Rumore dovuto al dispositivo reale ($\sigma_{noise} \simeq 0,01$)



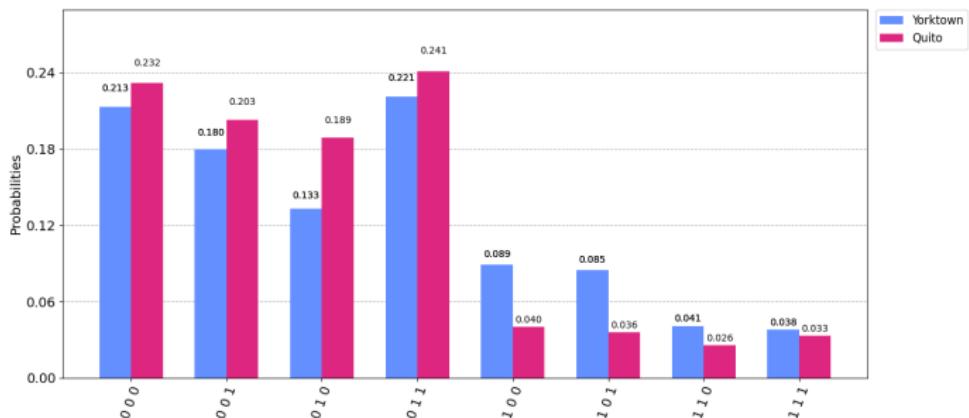
Esperimento su computer quantistico

ibmq_5_yorktown



15

- Discrepanza dal valore atteso del 25%
- Dispositivo meno efficiente ($\sigma_{noise} \simeq 0,06$), volume quantistico minore



Conclusioni

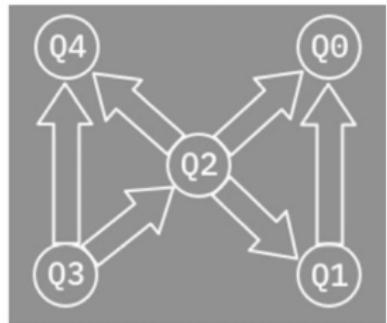
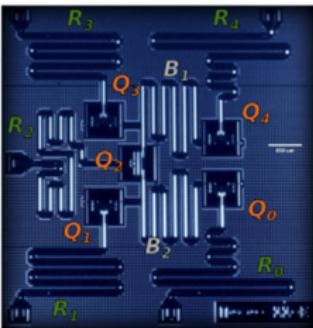


- Il teletrasporto quantistico sta alla base di algoritmi computazionali quali: *superdense coding* ed il *quantum gate teleportation*
- L'attuale record mondiale è di 143km per comunicazioni terrestri e di 1400km per comunicazioni terra-satellite
- Il teletrasporto quantistico getta le basi per un sistema di comunicazione quantistico a lunga distanza e per la creazione di un futuro *quantum internet*

Grazie per l'attenzione



- Circuiti elettronici a superconduttore
- Giunzione Josephson
- Qubit transmon
- Criostati $T < 100mK$



Rumore computer quantistico



- Errore misure
- Porte quantistiche non ideali
- Decoerenza
 - Rilassamento longitudinale (T_1)
 - Rilassamento trasverso (T_2)
- Molto difficile da stimare ed eliminare

Volume quantistico



il *quantum volume* è un parametro utile a quantificare l'efficienza generale del dispositivo. La più semplice definizione del volume quantistico è:

$$V_Q = \min[N, d(N)]^2 \quad \text{con} \quad d \simeq \frac{1}{N\epsilon_{eff}}$$

dove N è il numero totale di qubit, d è la profondità del circuito, dato dal numero totale di operazioni del circuito e ϵ_{eff} è l'errore medio di una gate a due qubit.

Porte quantistiche



$$X |0\rangle = |1\rangle$$

$$X |1\rangle = |0\rangle$$

$$Z |0\rangle = -|0\rangle$$

$$Z |1\rangle = |1\rangle$$

$$H |0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |+\rangle$$

$$H |1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |-\rangle$$

Teorema di *no-cloning*



Non esiste un operatore unitario U su $\mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$ tale per cui per tutti gli stati normalizzati $|\phi\rangle$ e $|e\rangle$ in \mathcal{H}

$$U(|\phi\rangle |e\rangle) = e^{i\theta} |\phi\rangle |\phi\rangle$$

Dimostrazione

Supponiamo per assurdo l'esistenza di un'operazione unitaria che permetta di copiare un qualsiasi stato e siano $|\psi\rangle$ e $|\phi\rangle$ due stati generici in \mathcal{H} , allora si avrà:

$$\langle \psi | \phi \rangle \langle e | e \rangle = \langle \phi | \langle e | U^\dagger U |\psi\rangle |e\rangle = e^{i(\alpha_1 - \alpha_2)} \langle \phi | \langle \phi | |\psi\rangle |\psi\rangle = e^{i(\alpha_1 - \alpha_2)} \langle \phi | \psi \rangle^2$$

dato che $|e\rangle$ è normalizzato otteniamo $|\langle \phi | \psi \rangle| = |\langle \phi | \psi \rangle|^2$. Questa equazione è soddisfatta solo per stati ortonormali ma questo contraddice le ipotesi del teorema che prevedevano degli stati arbitrari.