

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

# 年金与按揭

QIUFEI

*Email:* hfqiufei@163.com

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- $n$ 期年金，每月支付1元，
- 每期支付的现值为 $pc_t$ ，
- 月利率为 $i$ ，
- 算年金的总现值 $A_n$ 。

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$pc_1 = \frac{1}{1+i} = v$$

$$pc_2 = \frac{1}{(1+i)^2} = v^2$$

$$pc_3 = \frac{1}{(1+i)^3} = v^3$$

$$\dots$$

$$pc_n = \frac{1}{(1+i)^n} = v^n$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$A_n = pc_1 + pc_2 + pc_3 + \dots + pc_n$$

$$= v + v^2 + v^3 + \dots + v^n$$

$$= v \frac{(1 - v^n)}{1 - v}$$

把  $v = \frac{1}{1+i}$  代入上式子，得到

$$A_n = \frac{1}{1+i} \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$A_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

上面公式是每月还1元钱，月利率为*i*的年金总额，

现在房贷是年利率为*i*，每月还mp元钱。于是公式变为

$$mb = mp \times \frac{\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n}}\right]}{\frac{i}{12}}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

也就是

$$mp = \frac{mb \frac{i}{12}}{\left[ 1 - \frac{1}{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12n}} \right]}$$

$$= \frac{mb \frac{i}{12} \left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12n}}{\left( 1 + \frac{i}{12} \right)^{12n} - 1}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

一个类比，下面是月供的公式

$$\frac{mb \frac{i}{12} \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1}$$

里面有个余额乘以利息项目  $mb \frac{i}{12}$ ,

那么在算本金还有多少的时候,

是不是应该把利息项目拿掉?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

于是公式变为：

$$\frac{mb \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1}$$

以上是全部期限内的本金，我们还了  $t$  期的本金应该是

$$\frac{mb \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1}$$



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

于是还剩下的本金就应该等于总本金减去已经还了的本金

$$mb_{\text{new}} = \frac{mb \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1} - \frac{mb \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1}$$

即为

$$mb_{\text{new}} = \frac{mb \left[ \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t \right]}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1}$$

**Table 2   Amortization Schedule**

Original balance	\$200,000.00
Note rate	7.50%
Term	30 years
Monthly payment	\$1,398.43

<u>Month</u>	<u>Beginning Balance</u>	<u>Interest</u>	<u>Principal Repayment</u>	<u>Ending Balance</u>
1	\$200,000.00	\$1,250.00	\$148.43	\$199,851.57
2	199,851.57	1,249.07	149.36	199,702.21
3	199,702.21	1,248.14	150.29	199,551.92
4	199,551.92	1,247.20	151.23	199,400.69
5	199,400.69	1,246.25	152.17	199,248.52
6	199,248.52	1,245.30	153.13	199,095.39
7	199,095.39	1,244.35	154.08	198,941.31
8	198,941.31	1,243.38	155.05	198,786.27