江苏大学

JIANGSU UNIVERSITY

《网络科学基础》

第五次平时作业

学院名称：计算机学院

专业班级：物联网 2303 班

学生姓名：邱佳亮

学生学号：3230611072

教师姓名：熊书明

2024 年 11 月

1. 题一

给出定理 3-1 的证明过程：考虑一个概率分布函数$f(x)$，假设$f(1)f'(1)\neq 0$。如果对任意给定常数a，存在常数b，使得$f(x)$满足如下“无标度条件”：

$$f(ax)=bf(x) \tag{1.1}$$

那么必有

$$f(x)=f(1)x^{-\gamma},\gamma=-f'(1)/f(1) \tag{1.2}$$

也就是说，幂律分布函数是唯一满足无标度条件的概率分布函数。

证明 在式（1-1）中，取$x=1$，有$f(a)=bf(1)$，从而$b=f(a)/f(1)$，有

$$f(ax)=\frac{f(a)f(x)}{f(1)} \tag{1.3}$$

由于上述方程对任意的a都成立，两边对a求导可得

$$x\frac{df(ax)}{d(ax)}=\frac{f(x)}{f(1)}\frac{df(a)}{da} \tag{1.4}$$

若取$a=1$，则有

$$x\frac{df(x)}{d(x)}=\frac{f'(1)}{f(1)}f(x) \tag{1.5}$$

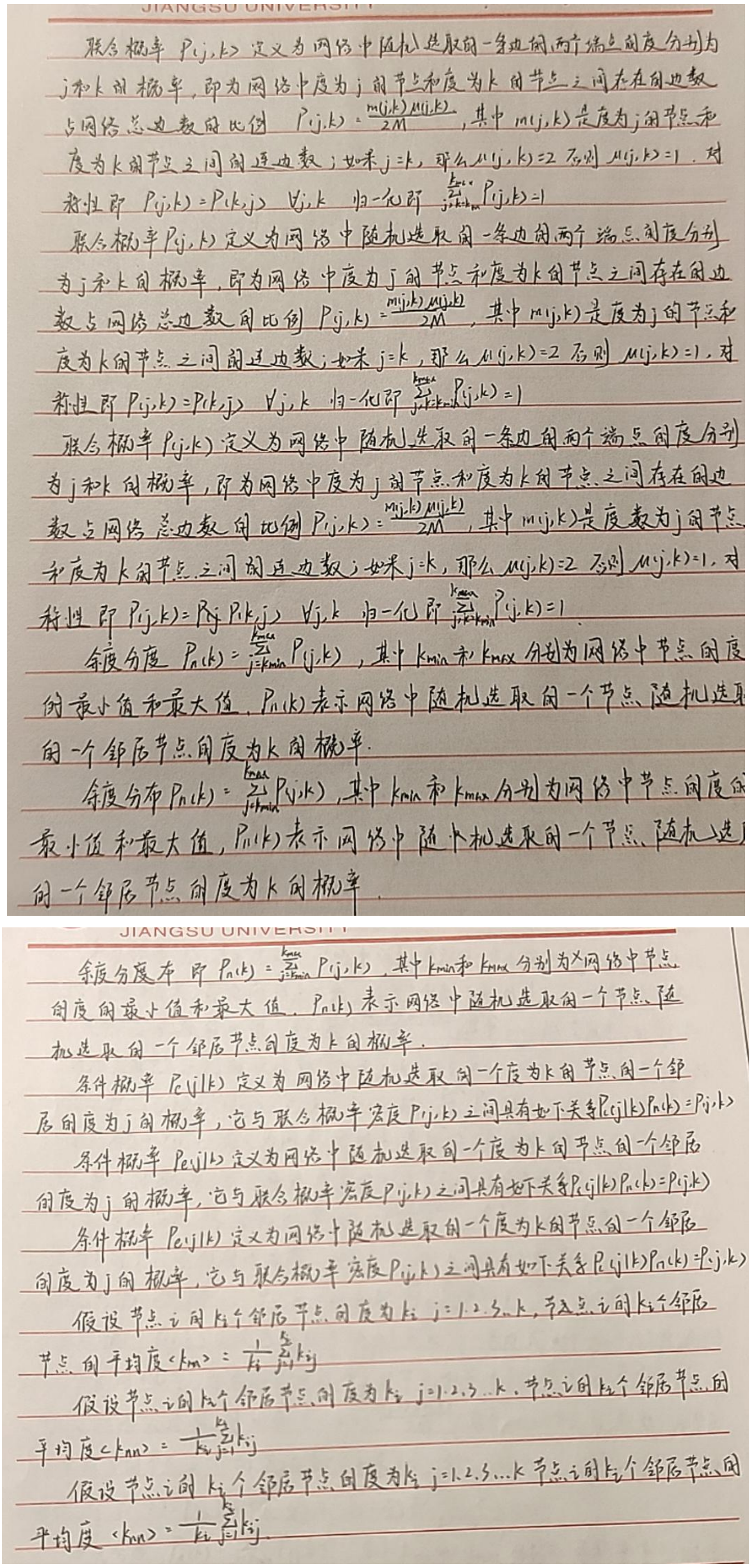
微分方程（1.5）的解为

$$\ln f(x)=\frac{f'(1)}{f(1)}\ln x+\ln f(1) \tag{1.6}$$

两边取指数，即有公式（1.2）。证毕。

2. 题二

抄写：1）联合概率分布 2）余度分布 3）条件概率 4）余平均度--这四个概念的定义和数学表达式各三遍。



JIANGSU UNIVERSITY

联合概率 $P(j,k)$ 定义为网络中随机选取的一条边的两个端点的度分别为j和k的概率，即为网络中度为j的节点和度为k的节点之间存在的边数占网络总边数的比例 $P(j,k)=\frac{m(j,k)\mu(j,k)}{2M}$，其中 $m(j,k)$ 是度为j的节点和度为k的节点之间的连边数；如果 $j=k$，那么 $\mu(j,k)=2$ 否则 $\mu(j,k)=1$。对称性即 $P(j,k)=P(k,j)$ $\forall j,k$ 归一化即 $\sum_{j,k=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)=1$

联合概率 $P(j,k)$ 定义为网络中随机选取的一条边的两个端点的度分别为j和k的概率，即为网络中度为j的节点和度为k的节点之间存在的边数占网络总边数的比例 $P(j,k)=\frac{m(j,k)\mu(j,k)}{2M}$，其中 $m(j,k)$ 是度为j的节点和度为k的节点之间的连边数；如果 $j=k$，那么 $\mu(j,k)=2$ 否则 $\mu(j,k)=1$，对称性即 $P(j,k)=P(k,j)$ $\forall j,k$ 归一化即 $\sum_{j,k=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)=1$

联合概率 $P(j,k)$ 定义为网络中随机选取的一条边的两个端点的度分别为j和k的概率，即为网络中度为j的节点和度为k的节点之间存在的边数占网络总边数的比例 $P(j,k)=\frac{m(j,k)\mu(j,k)}{2M}$，其中 $m(j,k)$ 是度数为j的节点和度为k的节点之间的连边数；如果 $j=k$，那么 $\mu(j,k)=2$ 否则 $\mu(j,k)=1$，对称性即 $P(j,k)=P(k,j)$ $\forall j,k$ 归一化即 $\sum_{j,k=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)=1$

余度分度 $P_n(k)=\sum_{j=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)$，其中 k_{min} 和 k_{max} 分别为网络中节点的度的最小值和最大值，$P_n(k)$ 表示网络中随机选取的一个节点、随机选取的一个邻居节点的度为k的概率。

余度分布 $P_n(k)=\sum_{j=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)$，其中 k_{min} 和 k_{max} 分别为网络中节点的度的最小值和最大值，$P_n(k)$ 表示网络中随机选取的一个节点、随机选取的一个邻居节点的度为k的概率。

JIANGSU UNIVERSITY

余度分度布即 $P_n(k)=\sum_{j=k_{min}}^{k_{max}}P(j,k)$，其中 k_{min} 和 k_{max} 分别为网络中节点的度的最小值和最大值，$P_n(k)$ 表示网络中随机选取的一个节点、随机选取的一个邻居节点的度为k的概率。

条件概率 $P_c(j|k)$ 定义为网络中随机选取的一个度为k的节点的一个邻居的度为j的概率，它与联合概率密度 $P(j,k)$ 之间具有如下关系 $P_c(j|k)P_n(k)=P(j,k)$

条件概率 $P_c(j|k)$ 定义为网络中随机选取的一个度为k的节点的一个邻居的度为j的概率，它与联合概率密度 $P(j,k)$ 之间具有如下关系 $P_c(j|k)P_n(k)=P(j,k)$

条件概率 $P_c(j|k)$ 定义为网络中随机选取的一个度为k的节点的一个邻居的度为j的概率，它与联合概率密度 $P(j,k)$ 之间具有如下关系 $P_c(j|k)P_n(k)=P(j,k)$

假设节点i的 k_i 个邻居节点的度为 k_{ij} $j=1,2,3,\ldots,k$，节点i的 k_i 个邻居节点的平均度 $\langle k_{nn}\rangle=\frac{1}{k_i}\sum_{j=1}^{k_i}k_{ij}$

假设节点i的 k_i 个邻居节点的度为 k_{ij} $j=1,2,3,\ldots,k$，节点i的 k_i 个邻居节点的平均度 $\langle k_{nn}\rangle=\frac{1}{k_i}\sum_{j=1}^{k_i}k_{ij}$

假设节点i的 k_i 个邻居节点的度为 k_{ij} $j=1,2,3,\ldots,k$ 节点i的 k_i 个邻居节点的平均度 $\langle k_{nn}\rangle=\frac{1}{k_i}\sum_{j=1}^{k_i}k_{ij}$

图 1　抄写