

《算法分析与设计 I》课程考核要求

一、考核内容

算法设计，包括分治法、动态规划、贪心法、回溯法和分支限界法。

1. 分治法题目

- (1) 设计一个算法，采用分治法求一个整数序列中的最大和最小元素。
- (2) 假设二叉树采用二叉链存储结构进行存储，设计一个算法采用分治法求一棵二叉树的高度。
- (3) 假设二叉树采用二叉链存储结构进行存储，设计一个算法采用分治法求一棵二叉树中度为 2 的结点个数。
- (4) 请模仿二分查找过程设计一个三分查找算法。
- (5) 循环赛日程安排。问题描述：假设有 $n=2^k$ 个选手参加循环赛，请设计满足以下要求的比赛日程表：每个选手都必须与其他 $n-1$ 个选手比赛一次；每个选手一天只能参赛一次。

2. 动态规划题目

- (1) 一个机器人只能向下和向右移动，每次只能移动一步，设计一个算法求它从 $(0,0)$ 移动到 (m,n) 有多少条路径。
- (2) 两种水果杂交出一种新水果，现在给新水果取名，要求这个名字中包含了以前两种水果名字的字母，并且这个名字要尽量短。也就是说，以前的一种水果名字 $arr1$ 是新水果名字 arr 的子序列，另一种水果名字 $arr2$ 也是新水果名字 arr 的子序列。设计一个算法求 arr 。例如：输入以下两组水果名称：

apple peach

pear peach

输出的新水果名称如下：

appleach

pearch

(3) 排队买票问题

问题描述：本周末有一场电影首映，有 n 个观众在排队买票，一个人买一张票。售票处规定：一个人每次最多只能买两张票。假设第 i 位影迷买一张票的时间是 t_i ($1 \leq i \leq n$)，队伍里相邻的两位观众（第 i 个人和第 $i+1$ 个人）也可以由其中一个人一次买两张票，这样另外一位就不用排队了。此时他们买两张票的时间就变成了 e_i ，如果 $e_i < t_i + t_{i+1}$ ，就能够缩短后面观众等待的时间，加快售票过程。设计算法，求让每个人都能买到票的最短时间。

(4) 跨楼梯问题

问题描述：现有一段楼梯，共 n 层台阶，假设每次只能往上走一层或两层台阶。如果要走上第 n 层台阶，请设计算法，求出共有多少走法。

(5) 跳石板问题

问题描述：有一条石板路，每块石板都有编号，依次是 1、2、3、…。在这条石板路上前进需要依据特殊的规则：设当前所在石板的编号为 h ，单次只能往前跳 t 步（ t 是 h 的因子，但其中不含 1 和 h ），跳到 $h+t$ 的位置。假设当前所在石板的编号为 s ，请设计算法，求出要想跳到编号为 e 的石板，最少需要跳跃几次。

3. 贪心法题目

(1) 求解硬币问题。有 1 分、2 分、5 分、10 分、50 分和 100 分的硬币各若干枚，现在要用这些硬币来支付 W 元，最少需要多少枚硬币？

(2) 求解乘船问题。有 n 个人，第 i 个人体重为 w_i ($0 \leq i < n$)。每艘船的最大载重量均为 C ，且最多只能乘两个人。试用最少的船装载所有人。

(3) 求解会议安排问题。有一组会议 A 和一组会议室 B ， $A[i]$ 表示第 i 个会议的参加人数， $B[j]$ 表示第 j 个会议室最多可以容纳的人数。当且仅当 $A[i] \leq B[j]$ 时，第 j 个会议室可以用于举办第 i 个会议。给定数组 A 和数组 B ，最多可以同时举办多少个会议。例如， $A[] = \{1, 2, 3\}$ ， $B[] = \{3, 2, 4\}$ ，结果为 3；若 $A[] = \{3, 4, 3, 1\}$ ， $B[] = \{1, 2, 2, 6\}$ ，结果为 2。

(4) 假设要在足够多的会场里安排一批活动， n 个活动编号为 $1 \sim n$ ，每个活动有开始时间 b_i 和结束时间 e_i ($1 \leq i \leq n$)。设计一个贪心算法求出最少的会场个数。

(5) 加油站问题。问题描述：一辆汽车加满油可行驶 n 千米。旅途中有若干加油站。设计一个算法，指出应在哪些加油站停靠加油，使沿途加油次数最少。对于给定的 n ($n \leq 5000$) 和 k ($k \leq 1000$) 个加油站位置，编程计算最少的加油次数。

4. 回溯法和分支限界题目

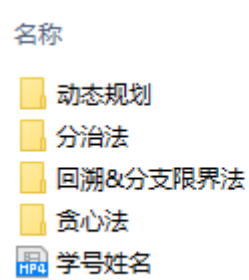
(1) 设计一个算法求解简单装载问题。设有一批集装箱要装上一艘载重量为 W 的轮船，其中编号为 i ($0 \leq i \leq n-1$) 的集装箱的重量为 w_i 。现要从 n 个集装箱中选出若干个装上轮船，使它们的重量之和正好为 W 。如果找到任一种解，返回 true，否则返回 false。

- (2) 设计求解有重复元素的排列问题的算法。设有 n 个元素 $a[] = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$, 其中可能含有重复的元素, 求这些元素的所有排列。例如 $a[] = \{1, 1, 2\}$, 输出结果是 $(1, 1, 2)$ 、 $(1, 2, 1)$ 、 $(2, 1, 1)$ 。
- (3) 采用回溯法设计一个算法, 求从 $1 \sim n$ 的 n 个整数中取出 m 个元素的排列, 要求每个元素最多只能取一次。例如: $n=3$, $m=2$ 的输出结果是 $(1, 2)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(3, 2)$ 。
- (4) 采用优先队列式分支限界法求解最优装载问题。给出以下装载问题的求解过程和结果: $n=5$, 集装箱重量为 $w = (5, 2, 6, 4, 3)$, 限重为 $W=10$ 。在装载重量相同时最优装载方案是集装箱个数最少的方案。
- (5) 有一个含 n 个顶点 (顶点编号为 $0 \sim n-1$) 的带权图, 用邻接矩阵数组 A 表示, 采用分支限界法求从起点 s 到目标点 t 的最短路径长度, 以及具有最短路径长度的路径条数。

二、考核要求

1. 请从每一类算法设计题中选择两道题, 编程实现;
2. 每一题完成后, 均需按照 算法分析与设计项目 (实验) 报告模板的样式, 完成实验报告, 实验报告的命名方式 算法类别-序号.doc, 例如
分治法中第一道题: 分治法-01.doc
动态规划中第二道题: 动态规划-02.doc
贪心法中第三道题: 贪心法-03.doc
回溯法和分支限界第四道题: 回溯法和分支限界-04.doc
3. 录制 5 分钟视频, 从四类题中各选择一道题, 脱稿讲述算法思路, 要求本人出境;

4. 将八个实验报告及一个短视频按照以下目录结构组织：



将以上目录及文件压缩为一个文件：学号姓名.rar 或者学号姓名.zip。

5. 将压缩文件以钉钉作业的形式提交至钉钉。

6. 提交截止时间：详见钉钉作业要求。