SVM（soft margin)

hinge loss:

$loss = max(0, 1 - y_i(Wx_i + b))$
令$\xi_i = 1 - y_i(Wx_i + b), \xi_i \geq 0$
损失函数改为

$$\begin{cases} min_{W,b} \frac{1}{2}W^2 + C * \xi_i \\ s.t. \, y_i(WX_i + b) \geq 1 - \xi_i, \; \xi_i \geq 0 \end{cases}$$

拉格朗日函数：

$$L(W, b, \xi, \lambda, \mu) = \frac{1}{2}W^2 + C\sum_{i=1}^{N}\xi_i + \sum_{i=1}^{N}\lambda_i(1 - \xi_i - y_i(Wx_i + b)) - \sum_{i=1}^{N}\mu_i\xi_i$$

强对偶定理同样成立，求解min问题，

对W求导，$W = \sum_{i=0}^{N}\lambda_i y_i x_i$

对b求导，$\sum_{i=0}^{N}\lambda_i y_i = 0$

对ξ_i求导，$C - \lambda_i - \mu_i = 0$

$\lambda_i \geq 0$

$\mu_i \geq 0$

b的求解与hard margin类似，找一个非零的
λ_i，得到、$\xi_i = C - \lambda_i$，代入$1 - \xi_i - y_i(Wx_i + b) = 0$求解。

代入整理，将问题转化为

$$\begin{cases} \max_{\lambda} L = \sum_{i=1}^{N}\lambda_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\lambda_i\lambda_j y_i y_j x_i^T x_j \\ s.t. \, 0 \leq \lambda_i \leq C, \; \sum_{i=0}^{N}\lambda_i y_i = 0 \end{cases}$$

用SMO算法求解λ即可。