

# 华中师范大学

## 实验报告书

2022 年 11 月 23 日

课程名称:	时间序列分析
专    业:	统计学
年    级:	2020 级
学生姓名:	陈启源
学    号:	2020211946
指导教师:	张晓飞

华中师范大学数学与统计学学院

## 1 5.10

### 1.1 问题重述

非平稳 ARIMA 序列可以由以下方法模拟：首先模拟相应的平稳 ARMA 系列，然后对其“求和”（实际上部分求和），使用统计软件来模拟具有不同参数值的各种 IMA 的 (1, 1) 和 IMA(2, 2) 序列。注意在这些模拟序列中出现的任何随机“趋势”。

### 1.2 问题分析与解答

函数 ARMA\_func 用来模拟生成参数为  $p, q$  的 ARMA( $p, q$ ) 过程。再利用 ARMA 过程函数和 ARIMA 过程生成参数为  $p, d, q$  的 ARIMA( $p, d, q$ ) 过程。代码如下：

```
1 ARMA_func = function(AR_params, MA_params, seq_length) {
2   AR_params_length = length(AR_params)
3   MA_params_length = length(MA_params)
4   if (AR_params_length == 0 & MA_params_length == 0) {
5     print("parameter_error!") # p和q都是0需要报错
6     return(0)
7   }
8   Y = c(rep(0, AR_params_length + MA_params_length),
9         rep(NA, seq_length))
10  e = rnorm(n = (seq_length + AR_params_length + MA_params_length))
11  for (i in seq(AR_params_length + MA_params_length + 1, length(Y))) {
12    AR = 0
13    MA = 0
14    if (AR_params_length != 0) {
15      AR = (Y[(i - AR_params_length):(i - 1)] %*% AR_params)[1, 1]
16    }
17    if (MA_params_length != 0) {
18      # 是一个矩阵，取第一个元素
19      MA = (e[(i - MA_params_length):(i - 1)] %*% MA_params)[1, 1]
20    }
21    Y[i] = AR - MA + e[i]
22  }
23  return(Y[(AR_params_length + MA_params_length + 1):length(Y)])
24  # 忽略前几项
25 }
26
27 ARIMA_func = function(AR_params, MA_params, seq_length, diff) {
```

```

28 w = ARMA_func(AR_params, MA_params, seq_length)
29 w = c(0, w)
30 # cat("ARMA series length:", length(w), '\n')
31 d = diff
32 while (d > 0) {
33     w = cumsum(w) #逆差分
34     d = d - 1
35 }
36 y = w
37 # cat("ARIMA series length:", length(y), '\n')
38 return(y)
39 }
40
41 draw_ARIMA = function(AR_params,
42                       MA_params,
43                       seq_length,
44                       diff,
45                       batch) {
46     # 绘图
47     results = list(NULL)
48     max_num = 0
49     min_num = 0
50     for (i in 1:batch) {
51         result = ARIMA_func(AR_params, MA_params, seq_length, diff)
52         if (max(result) > max_num)
53             max_num = max(result)
54         if (min(result) < min_num)
55             min_num = min(result)
56         results[[i]] = result
57     }
58     plot(
59         results[[1]],
60         type = 'o',
61         ylim = c(min_num, max_num),
62         pch = 16,
63         xlab = "time",
64         ylab = "value"
65     )

```

```

66   for (i in 2:batch) {
67       points(1:(seq_length + 1),
68             results[[i]],
69             pch = 16)
70       lines(results[[i]])
71   }
72 }

```

### 主程序:

```

1  source("./5.10_func.R")
2  # IMA11
3  AR_params = NULL
4  MA_params_list = list(c(1), c(0.3), c(-0.3), c(-1))
5  seq_length = 9; diff = 1; batch = 10; j = 1;
6  for (MA_params in MA_params_list) {
7      png(
8          filename = paste("MA11_", MA_params[1], ".png", collapse = NULL),
9          width = 480,
10         height = 480,
11         units = "px",
12         bg = "white",
13         res = 72
14     )
15     draw_ARIMA(AR_params, MA_params, seq_length, diff, batch)
16     dev.off()
17     j = j + 1
18 }
19 # IMA22
20 AR_params = NULL
21 MA_params_list = list(c(1, -0.6), c(-1, 0.6), c(2, -1.2), c(-2, 1.2))
22 seq_length = 9; diff = 2; batch = 10; j = 1;
23 for (MA_params in MA_params_list) {
24     png(
25         filename = paste("MA22_", MA_params[1], "_",
26         MA_params[2], ".png", collapse = NULL),
27         width = 480,
28         height = 480,
29         units = "px",

```

```

30     bg = "white",
31     res = 72
32 )
33 draw_ARIMA(AR_params, MA_params, seq_length, diff, batch)
34 dev.off()
35 j = j + 1
36 }

```

**结果:**

详见项目文件夹

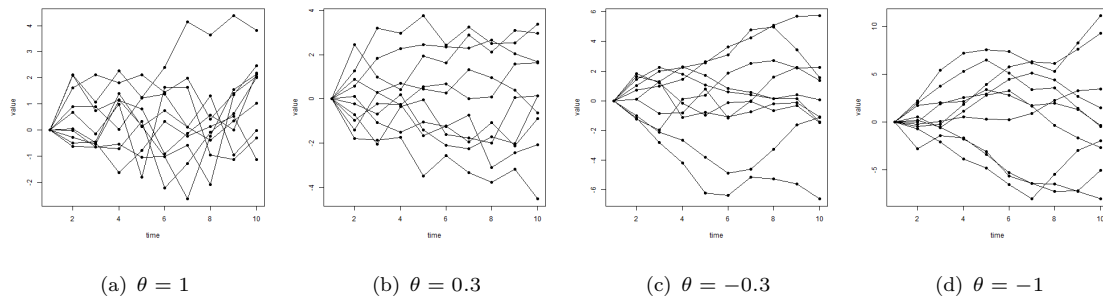


图 1: MA(1,1) 结果图

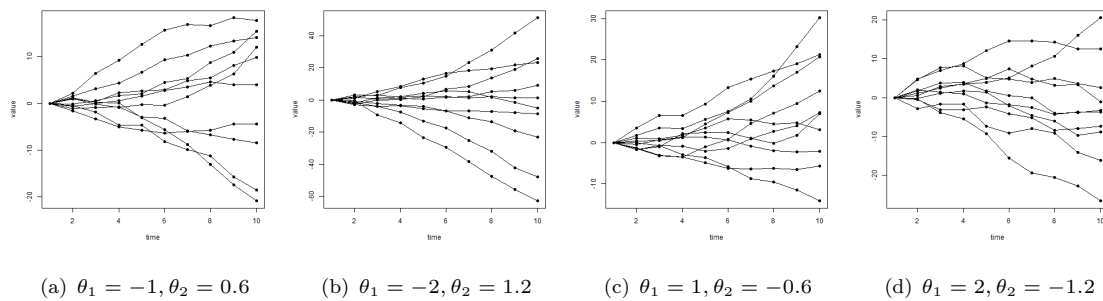


图 2: MA(2,2) 结果图

## 2 5.11

### 2.1 问题重述

数据文件 winnebago 包含了 1966 年 11 月至 1972 年 2 月 Winnebago 公司休闲车 (RV) 的每月销售量。

(a) 画出这些数据的时间序列图并进行阐释。

(b) 现在, 对月度销售量求自然对数, 并画出变换后数据的时间序列图。描述对数变换对这个序列走势的影响。

(c) 计算用小数表示的相对变化率  $(Y_t, Y_{t-1})/Y_{t-1}$ , 并与 (自然) 对数的差分  $\nabla \log(Y_t) = \log(Y_t) - \log(Y_{t-1})$  进行比较。当数值较小和较大时, 两者的对比结果如何?

### 2.2 问题分析与解答

#### 2.2.1 (a)

```
1 library(TSA)
2 data("winnebago")
3 plot(winnebago, type = "o")
```

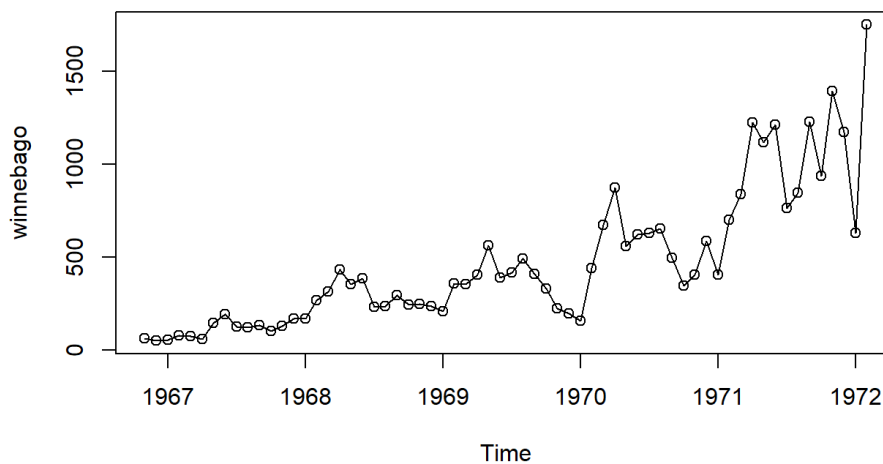


图 3: 5.11(a) 题图

可以看出, Winnebago 休闲车的月度销量整体上随着时间的推移逐渐增长, 并且呈现出一定的季节性趋势。从因变量取值的极差 ( $> 1500$ ) 可以看出, 这一序列是不平稳的。同时, 观察到销售

量的变化幅度也随着销售量的增大而变大了，说明销售量的方差和期望有关。因此我们需要对其进行变换来得到一个平稳的序列用于进一步的研究。

### 2.2.2 (b)

```
1 log_winnebago = log(winnebago)
2 plot(log_winnebago, type = "o")
```

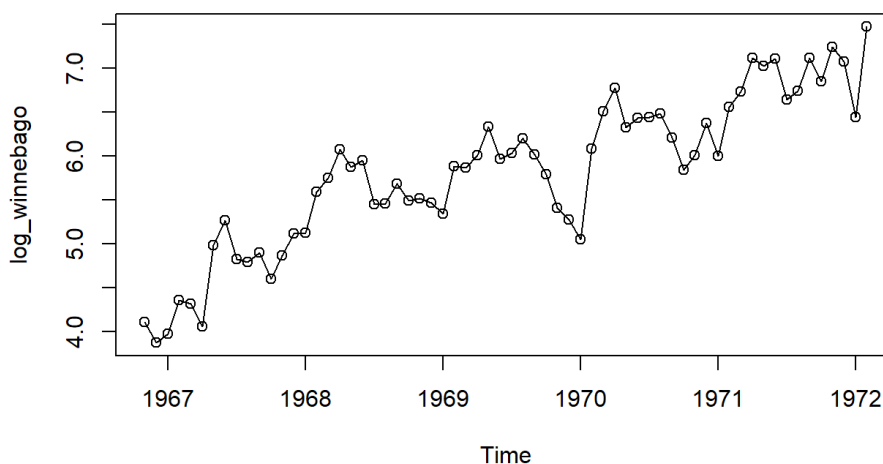


图 4: 5.11(b) 题图

对月度销售量求对数后，观察时间序列图，发现整体依旧呈现增长趋势，但是增长速度相对放缓，此时因变量的极差也降低了，大约在 3.5 左右。同时，销售量的变化幅度也相对更加统一，也就说不会随着销售量的增加变化幅度也改变太多。说明对数变换可以产生随着时间变化方差约为常数的序列。

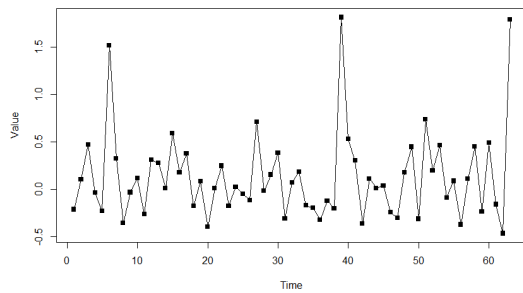
### 2.2.3 (c)

```
1 change_rate=(tail(winnebago,-1)-head(winnebago,-1))/head(winnebago,-1)
2 diff_log=log(tail(winnebago,-1))-log(head(winnebago,-1))
3 cor(change_rate, diff_log)
4 # 输出: [1] 0.9649738
5 plot(change_rate, type = "o", pch = 15, xlab = "Time", ylab = "Value")
6 plot(diff_log, type = "o", pch = 15, xlab = "Time", ylab = "Value")
7
```

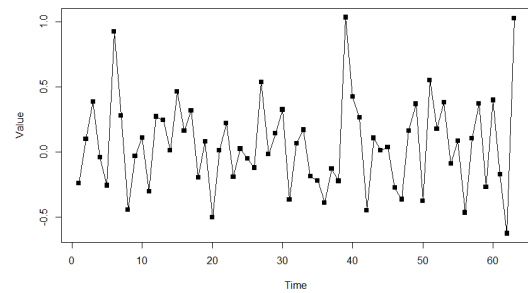
```

8 # 画在一起
9 plot(change_rate,type = "o",pch = 15,col = "blue",
10 xlab = "Time",ylab = "Value")
11
12 points(1:63, diff_log, pch = 16, col = "red")
13 lines(diff_log, col = "red", lty = 3)
14 legend(45,1.5,c("change_rate", "diff_log"),col = c("blue", "red"),
15       text.col = c("blue", "red"),lty = c(1, 2))

```



(a) 变化率



(b) 对数差分

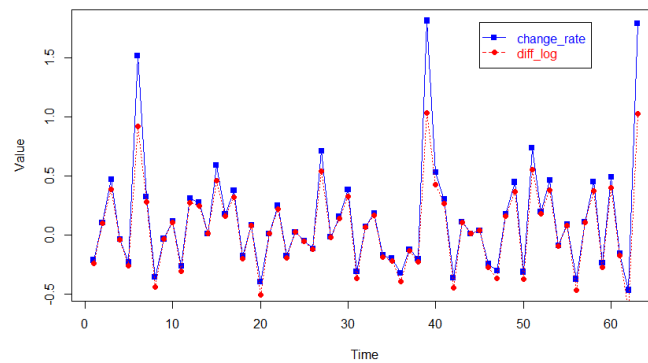


图 5: 5.11(c) 合并图

可以发现，使用对数差分和变化率的增减趋势基本一致。但是，使用对数差分的变化幅度明显较小，尤其是取值较大的情况下。这说明对数差分序列相比于变化率序列，方差更小。同时计算得到相关系数是 0.96，说明二者的相关性较强。



## 3 5.12

### 3.1 问题重述

数据文件 SP 包含了从 1936 年第 1 季度至 1977 年第 4 季度的季度股票价格的标准普尔综合指数。

(a) 画出这些数据的时间序列图并进行阐释。

(b) 现在，对季度数据求自然对数，并画出变换后数据的时间序列图。描述对数变换对这个序列走势的影响。

(c) 计算 (用小数表示的) 相对变化率  $(Y_t, Y_{t-1})/Y_{t-1}$ ，并与 (自然) 对数的差分  $\nabla \log(Y_t) = \log(Y_t) - \log(Y_{t-1})$  进行比较。当数值较小和较大时，两者的对比结果如何？

### 3.2 问题分析与解答

#### 3.2.1 (a)

```
1 library(TSA)
2 data("SP")
3 plot(SP, type = "o")
```

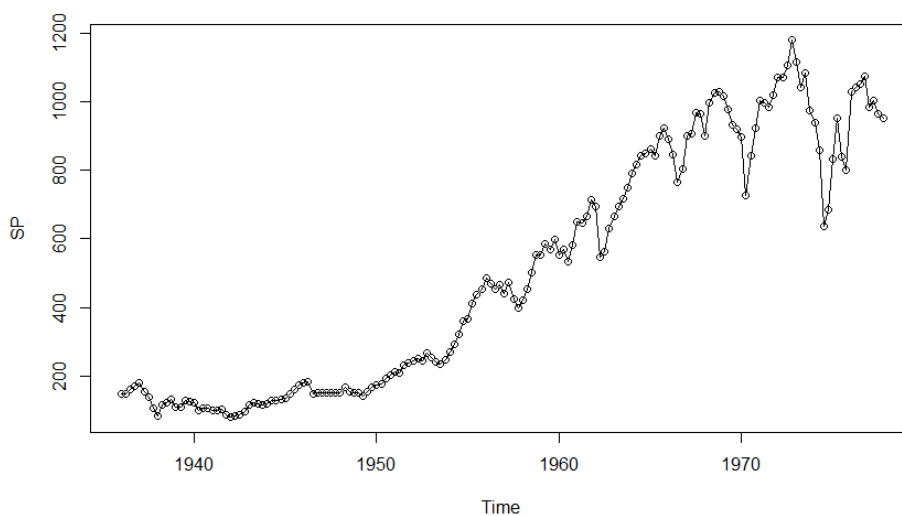


图 6: 5.12(a) 题图

可以看出，标准普尔综合指数整体上随着时间的推移逐渐增长。同时，观察到综合指数的变化幅度也随着综合指数的增大而变大了，说明综合指数的方差和期望有关。所以这个序列是不平稳的。

### 3.2.2 (b)

```
1 log_SP = log(SP)
2 plot(log_SP, type = "o")
```

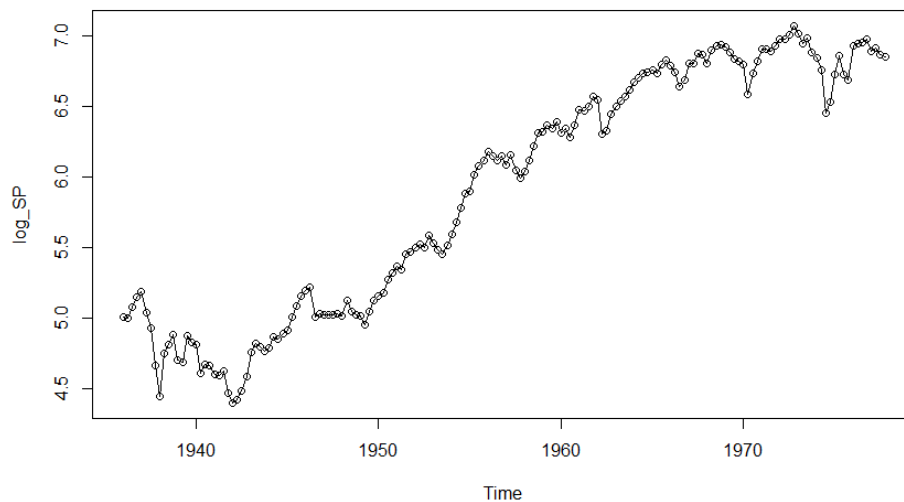


图 7: 5.12(b) 题图

对综合指数求对数后，观察时间序列图，发现整体依旧呈现增长趋势，但是增长速度相对放缓。同时，综合指数的变化幅度也相对更加统一，也就说不会随着综合指数的增加变化幅度也改变太多，方差更加稳定。说明对数变换可以产生随着时间变化方差约为常数的序列。

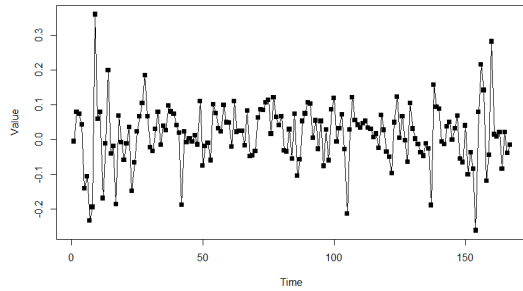
### 3.2.3 (c)

```
1 change_rate=(tail(winnebago,-1)-head(winnebago,-1))/head(winnebago,-1)
2 diff_log=log(tail(winnebago,-1))-log(head(winnebago,-1))
3 cor(change_rate,diff_log)
4 # 输出: [1] 0.9963424
5 plot(change_rate,type="o",pch=15,xlab="Time",ylab="Value")
6 plot(diff_log,type="o",pch=15,xlab="Time",ylab="Value")
7
8 # 画在一起
9 plot(change_rate,type="o",pch=15,col="blue",
10       xlab="Time",ylab="Value")
11
```

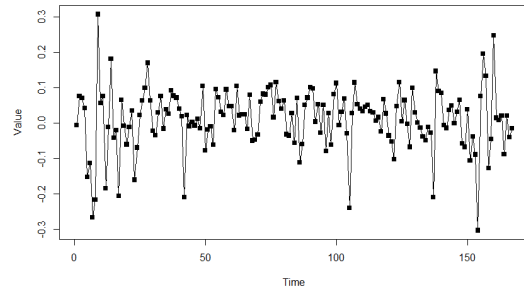
```

12 points(1:167, diff_log, pch = 16, col = "red")
13 lines(diff_log, col = "red", lty = 3)
14 legend(45, 1.5, c("change_rate", "diff_log"), col = c("blue", "red"),
15        text.col = c("blue", "red"), lty = c(1, 2))

```



(a) 变化率



(b) 对数差分

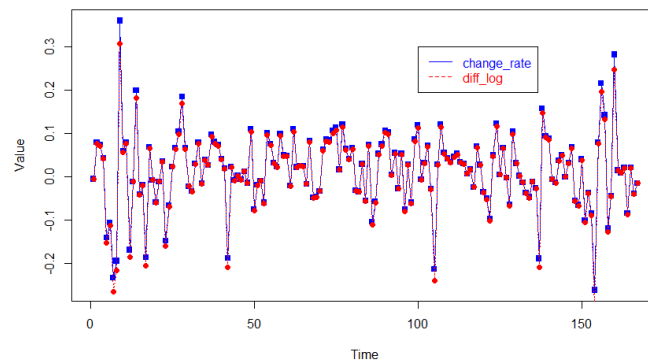


图 8: 5.12(c) 合并图

可以发现，使用对数差分和变化率的增减趋势基本一致。但是，使用对数差分的变化幅度明显较小，尤其是取值较大的情况下。这说明对数差分序列相比于变化率序列，方差更小。同时计算得到相关系数是 0.99，说明二者的相关性较强。

## 4 5.13

### 4.1 问题重述

数据文件 `airpass` 包含了 1960 年 1 月至 1971 年 12 月月度国际航班乘客数量 (单位千人), 这是 Box 和 Jenkins(1976) 中分析过的一个典型的时间序列。

(a) 画出这些数据的时间序列图并进行阐释。

(b) 现在, 对月度数据求自然对数, 并画出变换后数据的时间序列图, 描述对数变换对这个序列走势的影响。

(c) 计算 (用小数表示的) 相对变化率  $(Y_t - Y_{t-1})/Y_{t-1}$ , 并与 (自然) 对数的差分  $\nabla \log(Y_t) = \log(Y_t) - \log(Y_{t-1})$  进行比较. 当数值较小和较大时, 两者的对比结果如何?

### 4.2 问题分析与解答

#### 4.2.1 (a)

```
1 library(TSA)
2 data("airpass")
3 plot(airpass, type = "o")
```

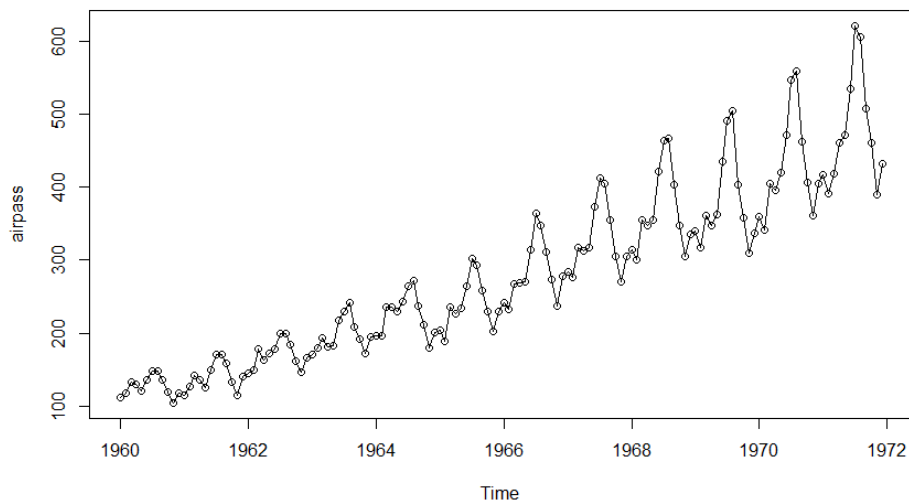


图 9: 5.13(a) 题图

可以看出, 月度国际航班乘客数量整体上随着时间逐渐增长。同时, 数据也呈现出一定的周期性。同时, 随着时间推移, 数量增长的同时, 变化程度也逐渐增大。

#### 4.2.2 (b)

```
1 log_SP = log(airpass)
2 plot(log_SP, type = "o")
```

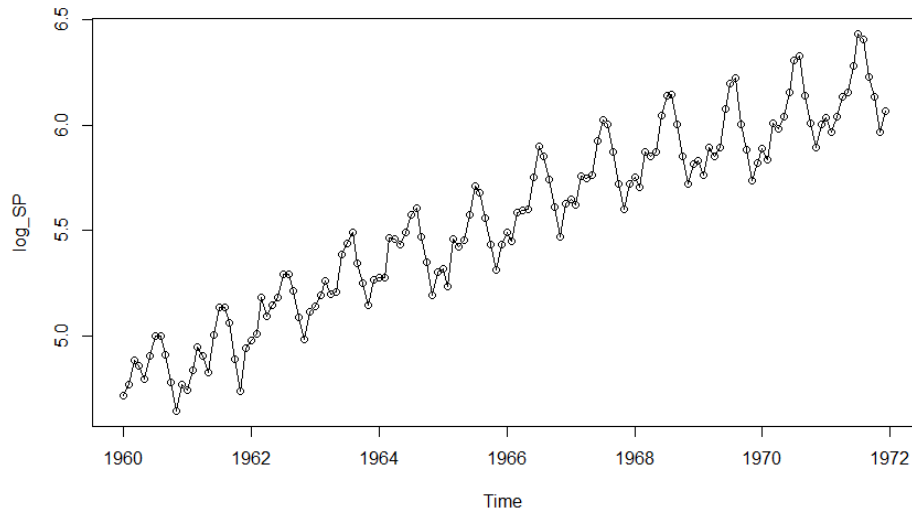


图 10: 5.13(b) 题图

对旅客量对数后，观察时间序列图，发现整体依旧呈现增长趋势，数据的趋势和周期保持不变。但是添加对数变换后，序列的变化程度更加一致，换言之，在一个时间点序列的方差与期望无关了。说明如果该序列的标准差与序列的水平值成正比，则对数变化将产生随着时间变化方差约为常数的序列。

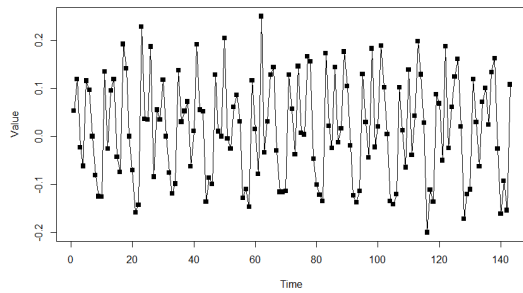
#### 4.2.3 (c)

```
1 change_rate=(tail(airpass,-1)-head(airpass,-1))/head(airpass,-1)
2 diff_log=log(tail(airpass,-1))-log(head(airpass,-1))
3 cor(change_rate,diff_log)
4 # 输出: [1] 0.9986758
5 plot(change_rate,type="o",pch=15,xlab="Time",ylab="Value")
6 plot(diff_log,type="o",pch=15,xlab="Time",ylab="Value")
7
8 # 画在一起
9 plot(change_rate,type="o",pch=15,col="blue",
10       xlab="Time",ylab="Value")
```

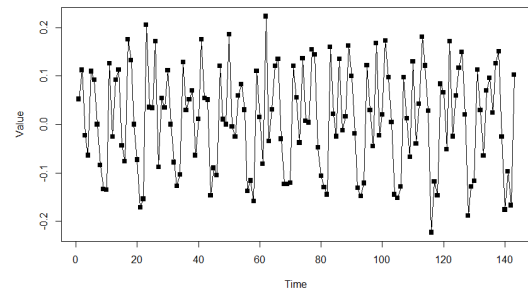
```

11
12 points(1:143, diff_log, pch = 16, col = "red")
13 lines(diff_log, col = "red", lty = 3)
14 legend (100,0.3,c("change_rate", "diff_log"),col = c("blue", "red"),
15         text.col = c("blue", "red"),lty = c(1, 2))

```



(a) 变化率



(b) 对数差分

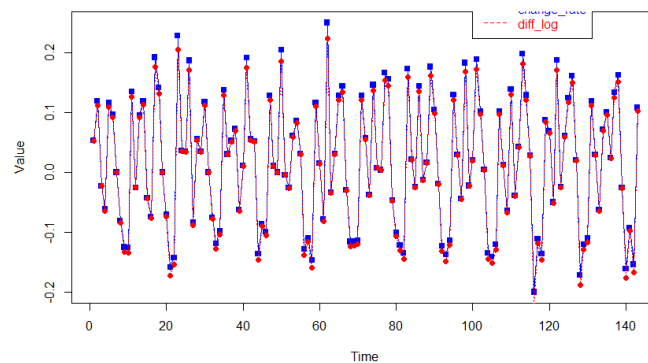


图 11: 5.13(c) 合并图

可以发现，使用对数差分和变化率的增减趋势基本一致。但是，使用对数差分的变化幅度明显较小，尤其是取值较大的情况下。这说明对数差分序列相比于变化率序列，方差更小。同时计算得到相关系数是 0.998，说明二者的相关性较强。