420-A02-AS Gr 5831 Lab1

Laboratoire 1 sur les Vecteurs en Python

Ce laboratoire est conçu pour être réalisé dans un **Jupyter Notebook**, en utilisant principalement les bibliothèques **NumPy** pour les calculs vectoriels et **Matplotlib** pour la visualisation.

Partie 1 : Opérations de Base et Résultante

Objectifs

- Définir et manipuler des vecteurs en utilisant **NumPy**.
- Calculer la somme, la différence, la multiplication par un scalaire.
- Représenter graphiquement des vecteurs et leur résultante.

1.1 Préparation

Dans une cellule de votre Notebook, importez les bibliothèques nécessaires :

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Configure l'affichage des graphiques dans le notebook
%matplotlib inline
```

1.2 Exercice 1 : Addition Vectorielle et Représentation (2D)

Soient les vecteurs $u = (4, 1)$ et $v = (-2, 3)$.

1. **Calculer** le vecteur résultant $r = u + v$ en utilisant **NumPy**.
2. **Afficher** les coordonnées des trois vecteurs.
3. **Visualiser** les vecteurs u, v et leur résultante r dans le plan 2D. (Utilisez la règle du parallélogramme pour l'illustration de la résultante).

1.3 Exercice 2 : Norme et Vecteur Unitaire (3D)

Soit le vecteur $w = (3, -4, 5)$.

1. **Calculer** la **norme** (longueur) de w.
2. **Calculer** le **vecteur unitaire** $\hat{w}$ de w.
3. **Vérifier** que la norme de $\hat{w}$ est bien 1.

Partie 2 : Produits Vectoriels et Scalaires

Objectifs

- Calculer le produit scalaire et le produit vectoriel.
- Utiliser ces produits pour déterminer des propriétés géométriques (angle, aire, orthogonalité).

2.1 Exercice 3 : Produit Scalaire et Angle

Soient les vecteurs $a = (1, 5, -2)$ et $b = (3, -1, 4)$.

1. **Calculer** le **produit scalaire** $a \cdot b$.
2. **Déterminer** l'**angle** θ (en degrés) entre les deux vecteurs en utilisant la formule :

$$\cos(\theta) = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

3. **Interpréter** le signe du produit scalaire par rapport à l'angle trouvé.

2.2 Exercice 4 : Produit Vectoriel et Aire

Soient les vecteurs $c = (2, 0, 0)$ et $d = (1, 3, 0)$ dans l'espace 3D.

1. **Calculer** le **produit vectoriel** $p = c \times d$.
2. **Calculer** l'**aire** du parallélogramme formé par c et d.
3. **Visualiser** les trois vecteurs c, d, et p dans un graphique 3D. (Le produit vectoriel doit être orthogonal au plan formé par c et d).

Partie 3 : Produit Mixte et Volume

Objectifs

- Calculer le produit mixte de trois vecteurs.
- Utiliser le produit mixte pour calculer le volume d'un parallélépipède.

3.1 Exercice 5 : Volume d'un Parallélépipède

Soient les trois vecteurs :

- $v_1 = (1, 0, 0)$
- $v_2 = (0, 3, 0)$
- $v_3 = (1, 1, 2)$

1. **Calculer** le **produit mixte** $(v_1 \times v_2) \cdot v_3$.
2. **Déterminer** le **volume** du parallélépipède construit à partir de ces trois vecteurs.
3. **Visualiser** les trois vecteurs dans un graphique 3D pour illustrer le volume calculé.

Partie 4 : Équations de Droites et Position Relative

Objectifs

- Déterminer les équations d'une droite sous différentes formes (paramétrique, symétrique).
- Déterminer la position relative de deux droites (parallèles, sécantes, gauches).

4.1 Exercice 6 : Équations de Droite

Soit la droite D_1 passant par le point $P_0 = (2, -1, 3)$ et ayant pour vecteur directeur $d_1 = (4, 0, -1)$.

1. **Afficher** les **équations paramétriques** de D_1.
2. **Afficher** les **équations symétriques** de D_1.
3. **Utiliser NumPy** pour trouver un deuxième point P_1 sur la droite (par exemple pour $t = 1$).
4. **Visualiser** la droite D_1 dans un graphique 3D en utilisant P_0 et P_1.

4.2 Exercice 7 : Position Relative des Droites

Soient deux droites dans l'espace :

- D_a : passant par $A = (1, 1, 0)$ avec $d_a = (1, -1, 2)$.
- D_b : passant par $B = (0, 0, 1)$ avec $d_b = (-2, 2, -4)$.

1. **Déterminer** si d_a et d_b sont **colinéaires** (pour savoir si les droites sont parallèles ou confondues).
2. **Déterminer** si les droites sont **confondues** (si elles sont parallèles, vérifiez si un point de l'une est sur l'autre).
3. **Afficher** la **position relative** des droites D_a et D_b.
4. **Visualiser** les deux droites dans un graphique 3D, en utilisant des couleurs différentes pour bien les distinguer.

Instructions pour la Visualisation dans Jupyter

Pour les graphiques 2D, vous utiliserez plt.plot() et plt.quiver(). Pour les graphiques 3D (Parties 2, 3 et 4), vous utiliserez l'objet Axes3D :

```
# Exemple de tracé 3D de vecteur (pour un vecteur 'v' = (x, y, z))
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# v = (vx, vy, vz) partant de l'origine (0, 0, 0)
ax.quiver(0, 0, 0, v[0], v[1], v[2], color='r', arrow_length_ratio=0.1)

# Définir les limites des axes pour un affichage clair
ax.set_xlim([-5, 5])
ax.set_ylim([-5, 5])
ax.set_zlim([-5, 5])
ax.set_xlabel('X')
ax.set_ylabel('Y')
ax.set_zlabel('Z')
plt.title("Visualisation 3D d'un Vecteur")
plt.show()
```