

高温作业专用服装设计

摘要

通过研究不同性质的隔热材料厚度和时间对作用之后的温度的影响,得到相关专业服装的参数以及对应的温度变化的分布. 具体研究内容如下:

针对第一问,从其入射方向进行研究,得到一个一维导热模型,并通过无内热源的论证,得出此模型是稳态的. 进而,利用微元方法,结合能量守恒定律,能量储存等公式,构建出一维导热模型的偏微分方程. 结合稳态的性质和傅里叶定律,成功将此方程转化为二阶的齐次线性常微分方程组,并且结合第一类边界条件,能够计算出同一时间内同一介质的温度随时间的变化,得到结果为:第一层温度由 74. 01438 到缓慢变化到最终的 74. 30176,第二层温度由 71. 83002 摄氏度缓慢变化到最终温度 72. 75432 摄氏度,第三层由 61. 05388 摄氏度缓慢变化到最终温度 65. 12028 摄氏度,第四层由一开始 37 摄氏度缓慢变化到最终温度 48. 08 摄氏度,详细数据见附件 problem1. xlsx.

针对第二问,在确定最优厚度的保证性能同时,追求厚度最小化. 根据第一问的建模思想,建立问题二的非稳态热传导模型. 具体来说,为了求解问题二非稳态模型的偏微分方程,需要确定左右边界条件以及初始条件. 其中,可以根据题目条件恒温确定左边界条件,为 65 摄氏度. 再根据牛顿冷却定律并且结合题目推导出来的极限条件来确定了右边界条件,为 $T = 47 - 10e^{-3.65 \times 10^{-4}t}$. 最后根据偏微分方程求解的特点,进行模型的简化,即利用加权计算平均热扩散系数最终确定出了此问题初始条件,为 $t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta_{总}}x$. 再利用把II层厚度枚举的方法,将第二层厚度[0. 6mm,25mm]等分成长度为运用枚举法列出 123 个符合题目条件的厚度,解偏微分方程的数值解. 最终找出符合题目条件的并找出最薄的厚度,得出最合适厚度为 8. 4mm.

针对第三问,沿用了第二问的建立初值条件模型和边界条件的模型的思想,根据题目所要求的不同情况,比如左边界条件由于外界温度的变化而修改成 80 摄氏度,利用牛顿冷却定律得到右边界条件,为 $T = 47 - 10e^{-4.82 \times 10^{-4}t}$,同理初始条件为 $t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta_I + \delta_{II} + \delta_{III} + \delta_{IV}}x$. 修改第二问中参数并将第二层和第四层分别分割为间隔 0. 2mm 的小段,即从题目要求的各个层的厚度范围下界开始,每增加 0. 2mm 取一段,则需要枚举 123×30 个点,取出能够满足的点,同理在保证厚度最低的情况下,存在一种情况:刚好在 25 分钟的时刻,温度到达 44 度,而此时对应的第二层厚度为 10mm,第四层厚度为 4. 4mm.

关键词: 一维稳态导热模型; 边界条件; 初始条件; 牛顿冷却定律; 枚举法

1. 问题重述

现实生活的特定情况中, 我们需要用专业服装来降低高温环境对人的干扰.

专用服装通常由三层织物材料构成, 记为 I、II、III 层, 其中 I 层与外界环境接触, III 层与皮肤之间还存在空隙, 将此空隙记为 IV 层.

为设计专用服装, 将体内温度控制在 37°C 的假人放置在实验室的高温环境中, 测量假人皮肤外侧的温度. 为了降低研发成本、缩短研发周期, 请你们利用数学模型来确定假人皮肤外侧的温度变化情况, 并解决以下问题:

(1) 专用服装材料的某些参数值由附件 1 给出, 对环境温度为 75°C 、II 层厚度为 6 mm、IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的情形开展实验, 测量得到假人皮肤外侧的温度(见附件 2). 建立数学模型, 计算温度分布, 并生成温度分布的 Excel 文件(文件名为 problem1.xlsx).

(2) 当环境温度为 65°C 、IV 层的厚度为 5.5 mm 时, 确定 II 层的最优厚度, 确保工作 60 分钟时, 假人皮肤外侧温度不超过 47°C , 且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟.

(3) 当环境温度为 80°C 时, 确定 II 层和 IV 层的最优厚度, 确保工作 30 分钟时, 假人皮肤外侧温度不超过 47°C , 且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟.

2. 问题分析

问题一的分析:通过分析数据, 将问题一所展现的模型转化为一维稳态导热模型. 接着由微元法开始, 结合能量储存公式, 能量守恒公式, 稳态的隐藏条件, 将此问题降为常微分方程. 求解之后, 结合温度向着壁厚方向的线性分布, 傅里叶定律得到平壁的热流密度. 最终在边界条件的确定之后, 通过求解多个公式, 得到四个接触面的温度对时间分布.

问题二的分析:希望通过解热传导方程, 就必须确定初始条件, 左右边界条件. 通过一维稳态模型的使用推测出一维导热模型初始条件能够转化成线性方程, 再通过题目条件得知这是一个左边不变的温度场, 确定左边界的边界条件, 再通过分析流体和固体之间的导热规律, 又结合牛顿冷却定律和题目所给的条件来确定右边界条件. 最终求解导热方程的关于时间和位置的数值解, 并且使用枚举法找出最优解.

问题三的分析:希望能够使用前面两问所建立的模型的思想, 把四个层看作一个整体, 得到它是符合一维稳态模型的. 接着, 参考问题二中解题的方法, 结合枚举法对所有的可行解进行输出. 最终结合题意, 选出最优结果.

3. 基本假设

- (1) 当织物的长和宽远远大于厚度的时候, 可以简化为一维导热问题.
- (2) 当发生热传递的时候, 织物结果假定不变
- (3) 实际上, 热传递是向着垂直皮肤方向执行的, 因此认为是一维的.
- (4) 此文只考虑热传递, 其中包含热辐射, 热传导以及热对流. 不对湿传递予以考虑.
- (5) 注意到空隙处的空气层厚度没有超过 6. 4mm, 热对流的影响很小, 因此忽略热对流问题.
- (6) 能量从外面到皮肤的过程中, 存在热对流和热辐射. 根据现有对专业服装的研究, 外层即 I 层会阻挡大多数辐射, 所以织物层与皮肤这个热传递过程中, 可以忽略热辐射.
- (7) 由于附件二数据是实际测出来的, 已经在内热源的考虑中出来的结果, 因此我们不考虑内热源.
- (8) 假设层与层之间忽略层与层之间的空气

以上“假设(1). (5). (6)”参考自文献[1]

4. 符号说明

表 1:符号及其说明

序号	符号	符号说明
1	C_0	第一层的左边界与外界环境接触的交界处
2	C_1	第一层右边界和第二层左边界的交界处
3	C_2	第二层右边界与第三层左边界的交界处
4	C_3	第三层右边界与第四层左边界的交界处
5	C_4	第四层右边界与人皮肤外侧的交界处
6	T_i	人体皮肤外侧温度
7	dx	每一个微元
8	Q_x	x 方向上, 微元单元的点导入的热量
9	Q	热量
10	λ	热导率

11	q	单位体积物质中的能量产生速率
12	E_{st}	微元单元内部储存的能量
13	ρ	物质密度
14	c_p	比热容
15	τ	时间
16	a	热扩散系数
17	t	温度
18	δ	材料的厚度
19	A	热传导的垂直表面积
20	$\lambda_i(i = 1,2,3,4)$	第 <i>i</i> 层热导率
21	k	导热系数
22	T_0	人体皮肤外侧温度到达稳态的温度
23	\bar{a}	平均热扩散系数

5. 模型建立与求解

5. 1 对于问题一,通过分析,发现专业服装模型的讨论基于经典导热学模型的讨论.

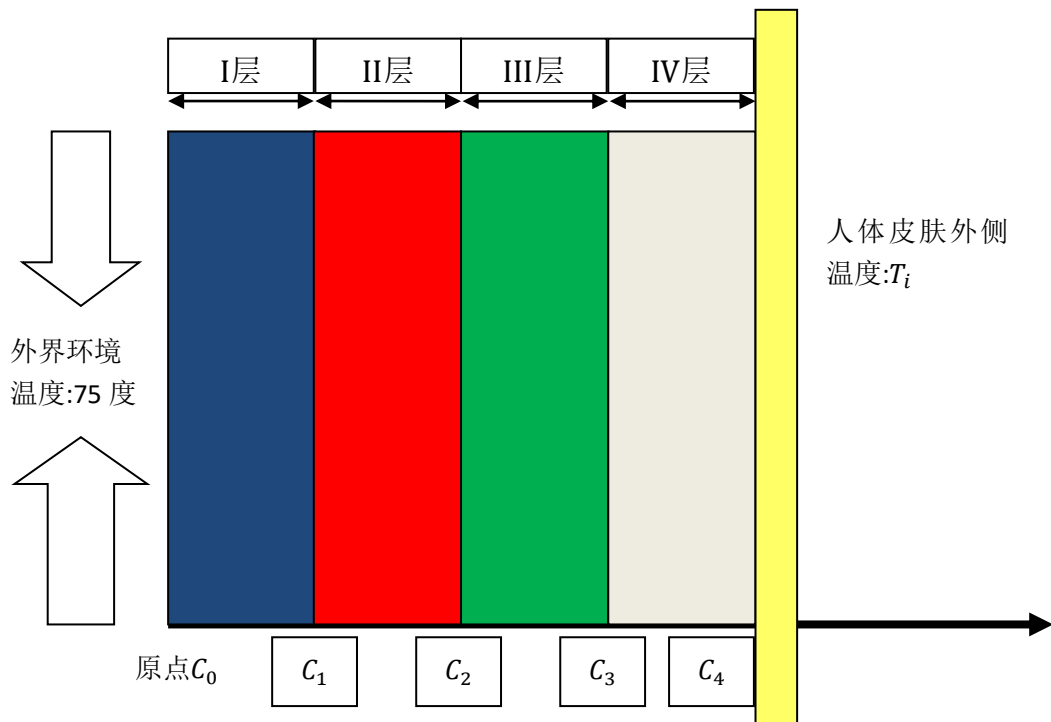


图 1:专业服装模型的标记

图 1 中:I层是与外界所接触的层,II层是中间层,III层是和皮肤之间有空隙的层,并且将这个空隙记为IV层. 根据基本假设 1, 我们讨论一维传热模型, 因此以厚度建立单向坐标轴. 原点记为 C_0 , 即第一层的左边界与外界环境接触的交界处为 C_0 . 同理, 第一层右边界和第二层左边界的交界处成为 C_1 , 第二层右边界与第三层左边界的交界处成为 C_2 , 第三层右边界与第四层左边界的交界处成为 C_3 ,

第四层右边界与人皮肤外侧的交界处成为 C_4 。外界环境是 75 摄氏度，人体皮肤外侧温度记为 T_i 。

通过分析附件二数据，结合实际情况，相当于外界环境的热量单向穿入专业服装，从而才可以通过一层空隙与人们的皮肤接触，而这个模板就相当于热量沿着壁厚方向垂直穿入板壁。在此基础上，根据假设 7，可知已经考虑了内热源问题，因此在系统的求解方面，并不需要考虑内热源。在这种情况下，相当于物体温度仅仅是关于 x 的函数，热量也是同样的情况，即只是在这个方向传递，这种情况称为稳态情况，因此我们利用了一维稳态导热模型。

具体来说，分析一个导热的问题，核心在于能否求得导热物体在右边界条件下的温度随时间变化的关系。一旦知道它之后，我们就能够使用傅里叶定律来得到任意一点或者表面的传热速率及其他量。

在这个题目，利用微元方法，结合能量守恒定律，进而加上对应的能量传输所代表的速率方程，可以快速得到热传导的微分方程。并且通过分析实际意义，用此微分方程可以解出导热物质温度的分布。

具体来说，针对每一个微元 dx ，对于 x 处经过此微元单元的点导入的热量是[2]:

$$Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}, \quad (1)$$

并且，在 $x + dx$ 的地方，经过此微元单元而导出的热量是:

$$Q_{x+dx} = Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx = Q_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx = Q_x - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx, \quad (2)$$

联立上述两个方程，容易得到在 x 方向上导入的净热量分布为

$$\Delta Q_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx, \quad (3)$$

如果注意到物质中存在内热源，则存在以下关系:

$$Q = q dx, \quad (4)$$

其中, q 是单位体积物质中的能量产生速率。对于非稳态导热，微元单元内部储存的总内能肯定会变化，而其能量的储存项可以用下面式子表达:

$$E_{st} = \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dx, \quad (5)$$

其中, ρ 是物质密度, c_p 是比热容, τ 是时间。

结合能量守恒，能够推导出微元单元的能量方程表达式:

$$\Delta Q + Q = \Delta Q_x + Q = E_{st}, \quad (6)$$

联立上述所有式子进入(8)，整理得到导热微分方程:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) + \frac{q}{\rho c_p}, \quad (7)$$

其中, 热扩散系数 $a = \frac{q}{\rho c_p}$, (m^2/s), 而且热扩散系数也叫做导温系数, 值越大, 代表物质的导热传导热量能力和储存能力之比越大.

而如果没有内热源, $\frac{q}{\rho c_p}$ 为 0, 则方程可以变成下面式子:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right), \quad (8)$$

再有, 当达到稳态之后, 温度 t 的变化与时间 τ 无关, 所以式子左边项为 0, 并且 a 是个系数, 因此可以推测出:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0, \quad (9)$$

在此之后, 通过一维稳态导热问题的研究, 我们成功将此问题降为常微分方程:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0, \quad (10)$$

对此进行常微分求解, 并且结合初始条件: $x = 0, t = t_{w1}$ 和 $x = \delta, t = t_{w2}$ 得到下列单层平壁的温度向着壁厚方向的线性分布:

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} x, \quad (11)$$

其中, t 是左右隔板的热量, t_{w1} 代表 $C_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 处的温度值, t_{w2} 代表 $C_{i+1} (i = 1, 2, 3, 4)$ 处的温度值, x 代表以 $C_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 为原点以距原点的长度为自变量的参数.

利用得到的温度分布表达式, 我们结合傅里叶定律, 能够得到平壁的热流密度符合以下式子:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta / \lambda}, \quad (12)$$

$$Q = -\lambda A \frac{dt}{dx} = \lambda A \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta / \lambda A}, \quad (13)$$

接着, 我们在求解稳态问题之前, 需要对边界条件进行确定: 根据文献[2], 问题一边界条件符合第一类边界条件, 即给出了物体的边界上每一个时刻温度的分布. 因此边界条件可以表示为:

$$\tau > 0, t_w = f_1(x, \tau) \quad (14)$$

最终, 结合三个式子(11)(12)(13), 利用循环结构计算出温度分布, 得到各个层的各个时间点的温度分布都可以求出, 具体答案见附件 problem1, 具体编程代码详见附录(1).

各个接触面的温度分布图像如下图所示

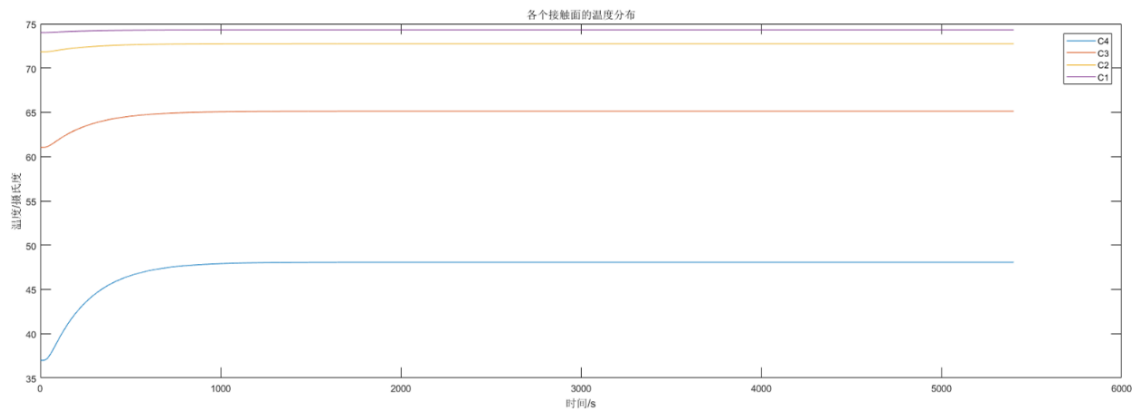


图 2:关于四个界面温度变化的结果图 •

如图所示, 结果为: C_1 为第一层和第二层的交界处, 由一开始 74. 01438 摄氏度缓慢变化到最终温度 74. 30176 摄氏度, C_2 为第二层与第三层的交界处成, 由一开始 71. 83002 摄氏度缓慢变化到最终温度 72. 75432 摄氏度, C_3 为第三层与第四层的交界处成, 由一开始 61. 05388 摄氏度缓慢变化到最终温度 65. 12028 摄氏度, C_4 为第四层与人皮肤的交界处, 由一开始 37 摄氏度缓慢变化到最终温度 48. 08 摄氏度.

5.2 问题二的求解:

为了求出II层最优厚度, 在处理问题之前, 先要定义最优厚度:根据实际防热服装[3]的效用性, 需要考虑到性能的同时也需要保证质量不会对使用者造成巨大的干扰. 总言之, 最优厚度一定会在保证性能的同时, 使得质量不会过大. 进而, 由于质量等于密度乘以体积, 而体积在长宽相同情况下取决于其厚度, 因此要保证质量不会过大, 即选择满足性能后, 厚度最小的值作为最优值.

由于不确定温度分布是否与时间有关, 但为了作合适的讨论, 我们用的是一维非稳态导热模型, 通过借鉴稳态的处理方法, 即对公式(8)这个偏微分方程求解的方法, 想要完成对问题二厚度最优值的求解. 因此需要推导其中具体的关系式如图 3 所示

第一步, 我们先确定右边界条件:

为了能够准确找出关系, 考虑到交换的界面是一个流体和固体的交界面, 并且温度相差不大, 没有超过 20 度, 所以我们可以使用牛顿冷却定律来确定边界上温度随着时间的变化关系. [4]

因此可以得出系统的散热速率是:

$$v = \frac{dT}{dt} = k(T - T_0), \quad (15)$$

其中, T 为固体层表面温度, T_0 是为最后达到稳态时候的温度, k 为散热系数, 由于

使得气体温度升高, 所以 k 为一个负值.

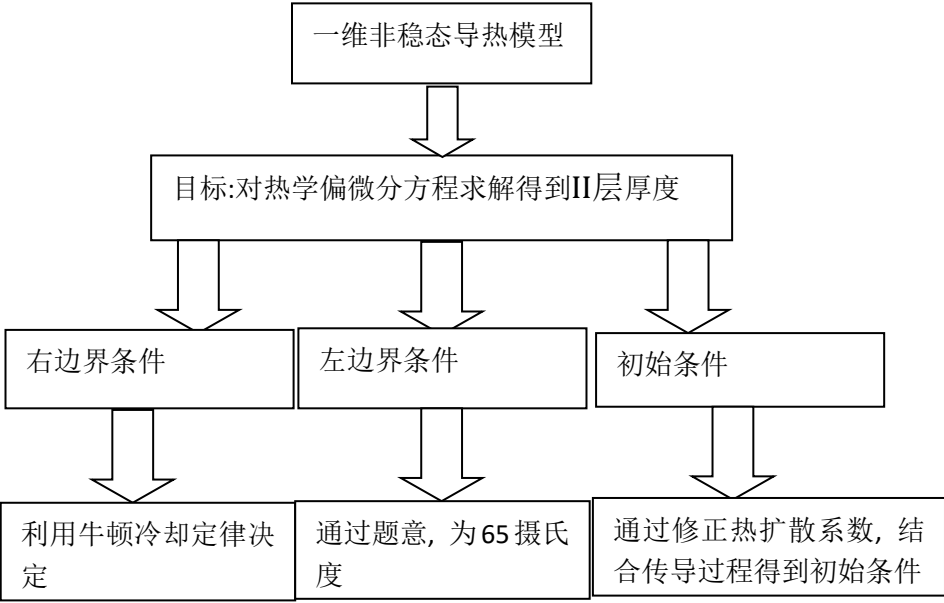


图 3:问题二的流程图

通过解常微分方程可得:

$$T = T_0 - Ce^{-kt}, \quad (16)$$

接着, 根据实际情况, 可以列出以下条件来求解(16)式子中的未知量:

1. 首先通过 0s 时, 温度恰好为人体体温 37 度.
2. 讨论极限情况:要求 3300s 的时候, 温度为 44 度.
3. 此外可以通过温度确定最终的达到稳态时候的温度为 47 度来确定:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} T = T_0 = 47 \quad (17)$$

因此我们可以获得有关温度变化与时间变化关系的表达式是:

$$T = 47 - 10e^{-3.65 \times 10^{-4}t} \quad (18)$$

第二步, 寻找左边界条件:依据题意, 外界环境是一个恒温场, 为 65 度.

第三步, 去找到初始条件:

注意到问题的核心偏微分方程是公式(8)所代表的热传导模型, 然而在问题二中, 由于是非线性偏微分方程, 需要做一些简化才可以求解.

具体来说, 首先使用热传导方程的条件是在同一均匀介质中间. 而从题目中, 可以知道有四种不同介质, 所以对于这样一个非线性偏微分方程所构成的一个系统, 输出的数值解几位小数的误差可能会对下一个结果的输出造成一个很大的影响, 就像蝴蝶效应一样, 因此我们在此处希望通过简化模型, 成为一个只有一种介质的模型来减弱这种影响, 还可以简化模型求解的难度.

通过文献[5], 可以推出对于平均热扩散系数, 可以对长度进行加权得到一个新介质看成一个均匀稳定的介质使得模型简化, 成为一个一维单一均匀介质

的导热模型, 并且可以以长度为权重通过加权平均来求有关平均热扩散系数.

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n \delta_i} , \tag{19}$$

其中 δ_i 代表第*i*块材料的厚度, \bar{a} 为热扩散系数的平均数, a_i 为第*i*块材料的热扩散系数.

接着, 在把各个层都看成一个整体之后, 从问题一中对一维稳态性质的使用从而推导出了导热模型中的思路, 可以知道, 一维导热模型初始条件能够转化成线性方程.

因此, 由于在求解平均热扩散系数 \bar{a} 的时候用到了整体化思想, 所以接下来讨论的对象将由四层变成了一个整体的对象, 因此这一个系统的温度随着位置变化的初始条件可以对应一个线性方程:

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1}-t_{w2}}{\delta_{总}} x , \tag{20}$$

其中, t_{w1} =65 度, t_{w2} = 37 度, 并且存在关系:

$$\delta_{总} = \delta_I + \delta_{II} + \delta_{III} + \delta_{IV} , \tag{21}$$

其中, δ_{II} 为需要求解的量, 其他皆为已知量.

最后, 利用枚举法, 首先划分得到一个合适的长度, 本文选取以 0.2mm 为间隔. 这个间隔不会过大, 从而使得精确度没有保障, 也没有过小而使得程序在循环的过程中步长太小, 循环次数激增而导致程序运行速度过慢. 因此在第二问中, 本文从 0.6mm 开始每次增加 0.2mm, 然后一直增加 123 次到达第二层的最大值 25mm, 然后通过循环算法找到最优解. 通过让厚度成为自变量, 以步长为 0.0002 米, 初始值为 0.006 米开始循环求解偏微分方程的数值解, 具体厚度的式子是:

$$\delta_i = 0.0002 * n + 0.006 , \tag{22}$$

根据我们对题目的分析: 存在一个II层的厚度, 使得能够满足在前五十五分钟恰好接近 44 度, 而在最后五分钟都可以维持在 44 度到 47 度之间. 在所有可行解里面, 选择值最小的可行解, 即可以把此厚度视为满足题意的最优厚度.

通过边界条件和初始条件的确定, 结果如下表所示:

表 2: 在不同II层厚度下, 讨论 3300 秒与 3600 秒的温度情况

序号	II层厚度	第 3300 秒的温 度	第 3301 秒的温 度	第 3600 秒的 温度
11	8.2 毫米	44.0001	44.0012	44.3138
12	8.4 毫米	43.9996	44.0007	44.3134
13	8.6 毫米	43.9991	44.0002	44.3129

从上表, 可以知道第 11 个序号的厚度, 即II层为 8.2 毫米时候, 在第 3300 秒的时候温度已经超过 44 度, 意味着这个厚度一定会使假人的皮肤外温度在 44 度到 47 度这个区间的时间超过 5 分钟. 而对于第 12 和 13 包括以后的序号的厚度来说, 都是符合题意的, 但是根据之前的原则, 我们选择质量最小的, 即厚度最小的, 从而给使用者带来便利.

综上所述, II层的最优厚度为 8.4 毫米, 具体每个厚度下的温度分布如下图所示:

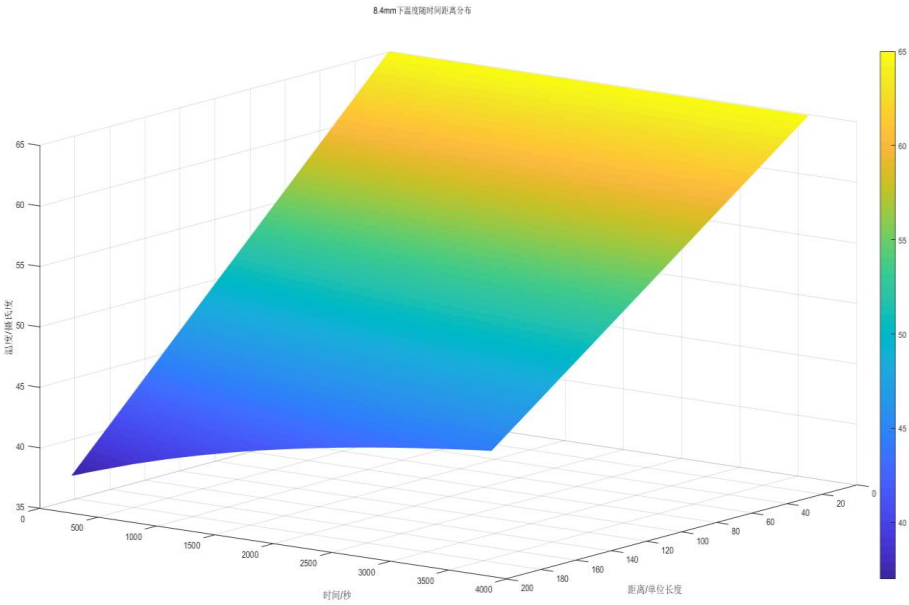


图 4:温度关于不同II层厚度和时间的图像

图中代表, 不同时间和厚度下对其温度的影响. 而通过数据间的比对, 能够检验出 8.4mm 确实是满足题意的最优厚度.

5.3 问题三的求解

根据问题二的启示, 我们结合枚举法, 能够把非线性偏微分方程简化, 并且保证解的正确性.

经过分析, 问题三与问题二相似, 皆为非线性偏微分方程. 若要求得数值解, 和问题二一样, 需要左右边界条件以及初始条件.

首先, 再第二问的基础上, 我们用相同的方法, 根据牛顿冷却定律来确定右边界条件, 我们可以得出如下表达式:

$$T = 47 - 10e^{-4.82 \times 10^{-4}t}, \tag{23}$$

而左边界为恒温 80 度，即左边界条件为 80 摄氏度。

接着，分析此时问题，仍然符合问题二的思想。先利用加权的方法，计算得到平均热扩散系数 \bar{a} 。接着，通过这样一个整体化思想的继续使用，结合问题一对一维导热模型的分析，成功使用以下线性公式反应温度对位置的变化过程

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta_I + \delta_{II} + \delta_{III} + \delta_{IV}}, \quad (24)$$

其中, δ_{II}, δ_{IV} 分别是第II层和第IV层的厚度，是未知量。其他皆为已知量

最后，通过枚举法进行求解。具体来说，思路和问题二相似:对两个区域都进行分割，间距为 0.2mm，将会有 123×30 个这样的间距。接下来采用控制变量法，固定一个量的同时，计算另外一个未知量的变化，并且找出最佳组合作。以下是分析出来的最优组合所呈现的皮肤外侧温度分布：

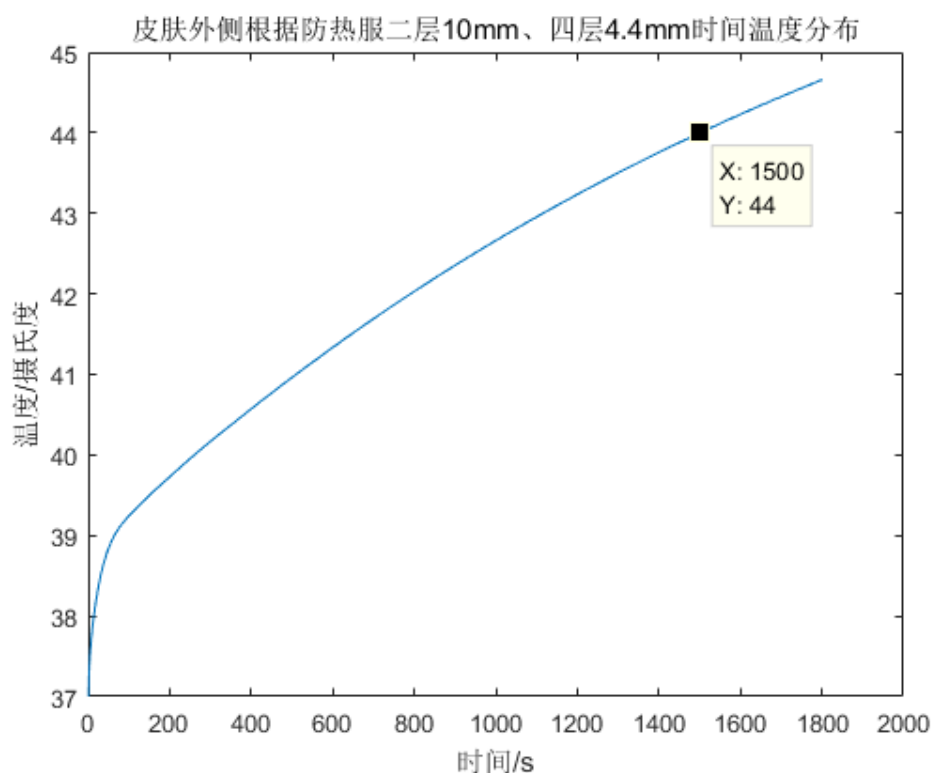


图 5:最佳II, IV 层的厚度下的温度关于时间的分布

通过上述图，经过检验，能够满足工作 30 分钟，且同时满足超过 44 度，少于 47 度的温度区间长度不超过 5 分钟。并且这种情况，刚好是临界情况。意味着，当时间为 1500 秒，即 25 分钟的时候，温度刚好达到 44 度。

综上所述，第二层厚度为 10mm，第四层厚度为 4.4mm。

6. 模型评价

6.1 好处:

问题一通过已有研究的推导, 将复杂且缺乏精确度的偏微分方程将为常微分方程, 从而进行求解.

通过枚举法, 从实际意义角度分析最佳的物质厚度, 保证实际操作意义.

在已有研究上, 巧妙确定边界条件和初始条件, 从而给解偏微分方程的数值解带来较准确的答案.

对问题中条件的分析, 能够提升模型的准确率.

6.2 未来工作:

可以通过考虑更一般的非稳态导热模型的偏微分方程的求解来获得一般的数值解.

7. 参考文献

[1]卢琳珍 徐映红 徐定华, 多层热防护服装的热传递模型及参数最优决定[J], 浙江理工大学, 2018.

[2]胡汉平, 物理学概论第二版[M], 合肥:中国科学技术大学出版社, 2009. 8.

[3]卢业虎, 高温液体环境下热防护服装湿热传递与皮肤烧伤预测, 东华大学, 2013

[4]刘志华, 牛顿冷却定律的冷却规律研究[J], 山东理工大学, 2005

[5]黄冬梅, 低辐射强度条件下消防战斗服内部热湿传递机理研究, 中国科学技术大学, 2011

8. 附录

附录1. 第一问编程代码:

```
load('皮肤外侧温度.mat')

Tf=F2(:,2);
T1=75*ones(5401,1);
r1=0.0006/0.082;
r2=0.006/0.37;
r3=0.0036/0.045;
r4=0.005/0.028;
r=r1+r2+r3+r4;
T=zeros(5401,3);
for ii=1:5401
    q=(T1(ii)-Tf(ii))/r;
    T(ii,1)=75-q*r1;
    T(ii,2)=75-q*(r1+r2);
    T(ii,3)=75-q*(r1+r2+r3);
    T(ii,4)=75-q*(r1+r2+r3+r4);
end
```

附录2

问题二编程代码:

1. 主函数

```
jj=1;
for ii=0.0006:0.0002:0.024

    setGlobalx(ii)
    m = 0;
    L=getGlobalx;
    x = 0:0.0001:0.0097+L;
    t = 0:1:3600;
    sol = pdepe(m,@pdex1pde,@pdex1ic,@pdex1bc,x,t);
    An(:,jj)=sol(:,size((x),2));
    jj=jj+1;

end
```

2. 其他函数

```
function setGlobalx(var)
global x
x=var;
end
```

```
function setGlobaly(var)
global y
y=var;
end
```

```
function setGlobalx(var)
global x
x=var;
end
```

```
function [c,f,s] = pdex1pde(x,t,u,DuDx)
L1=getGlobalx;
L2=getGlobaly;
c = 1/((1. 38404e-9+L1*2. 04397e-7+L2*2. 36108e-5)/(0.
0042+L1+L2));

f = DuDx;
s = 0;
end
```

```
function u0 = pdex1ic(x)

    L1=getGlobalx;
    L2=getGlobaly;
u0 = 80-43*x/(0. 0042+L1+L2);
%u0=0;
%u0=sin(x);
%
-----
-----
end
```

```
function [pl,ql,pr,qr] = pdex1bc(xl,ul,xr,ur,t)

L1=getGlobalx;
L2=getGlobaly;
pl =ul-80;
ql = 0;
```

```
pr=10*exp(-4.82e-4*t)+31;
qr =0.0042+L1+L2;
end
```

附录三:

1. 问题三求解的主函数:

```
p=0;
q=0;
AN3=zeros(122,29);
for ii=0.0006:0.0002:0.025
    p=p+1;
    q=0;
    for jj=0.0006:0.0002:0.0064
        q=q+1;

        setGlobalx(ii)
        setGlobaly(jj)
        m = 0;
        L1=getGlobalx;
        L2=getGlobaly;
        x = 0:0.0001:0.0042+L1+L2;
        t = 0:1:1800;
        sol = pdepe(m,@pdex1pde,@pdex1ic,@pdex1bc,x,t);
        if sol(1500,size(sol,2))<=44

AN3(p,q)=find(sol(:,size(x,2))<=44,1,'last');
        end

    end
end
```

1. 其他函数

```
function r=getGlobaly
global y
r=y;
end

function r=getGlobalx
global x
r=x;
```

```
end
```

```
function [p1,q1,pr,qr] = pdex1bc3(x1,u1,xr,ur,t)
```

```
L1=getGlobalx;
```

```
L2=getGlobaly;
```

```
p1 =u1-80;
```

```
q1 = 0;
```

```
pr=10*exp(-4. 82e-4*t)+31. 1;
```

```
qr =0. 0042+L1+L2;
```

```
end
```

```
function u0 = pdex1ic3(x)
```

```
    L1=getGlobalx;
```

```
    L2=getGlobaly;
```

```
u0 = 80-43*x/(0. 0042+L1+L2);
```

```
%u0=0;
```

```
%u0=sin(x);
```

```
%
```

```
-----  
-----
```

```
end
```

```
function [c,f,s] = pdex1pde3(x,t,u,DuDx)
```

```
L1=getGlobalx;
```

```
L2=getGlobaly;
```

```
c = 1/((1. 38404e-9+L1*2. 04397e-7+L2*2. 36108e-5)/(0.  
0042+L1+L2));
```

```
f = DuDx;
```

```
s = 0;
```

```
end
```

```
function setGlobalx(var)
```

```
global x
```

```
x=var;
```

```
end
```

```
function setGlobaly(var)
```

```
global y
```

```
y=var;
```


end