

◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1-2.로그

- 1) 제작연월일 : 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[로그의 정의]

- a>0, $a\neq 1$ 일 때, 양수 N에 대하여
- (1) 로그 $(\log_a N)$: $a^x = N$ 을 만족시키는 실수 x
- (2) 로그의 밑과 진수의 조건
- ① 밑의 조건 : a > 0, $a \neq 1$
- ② 진수의 조건 : N > 0



[로그의 성질]

- a>0, $a\neq 1$, M>0, N>0일 때
- ① $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- $\bigcirc \log_a MN = \log_a M + \log_a N$
- ④ $\log_a M^k = k \log_a M$ (단, k는 실수)

[로그의 밑의 변환 공식]

- a > 0, a ≠ 1, b > 0일 때
- ① $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_a a}$ (단, c > 0, $c \neq 1$) ② $\log_a b = \frac{1}{\log_a a}$ (단, $b \neq 1$)

[로그의 여러 가지 성질]

- a > 0, $a \neq 1$, b > 0일 때
- ① $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ (단, $b \neq 1$)
- ② $\log_a m b^n = \frac{n}{m} \log_a b$ (단, m, n은 실수, $m \neq 0$)
- ③ $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ (단, c > 0, $c \neq 1$)

[로그의 정수 부분과 소수 부분]

- a>0, a≠1, N>0일 때
- 정수 n에 대하여 $n < \log_a N < n + 1$ 인 경우
- ① $\log_a N$ 의 정수 부분: n
- ② $\log_a N$ 의 소수 부분: $\log_a N n$

기본문제

1. 다음 식을 계산한 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $\log_3 \sqrt{3^3} = \frac{3}{2}$ ② $2\log 2 + \log 5^2 = 20$
- (3) $\log_2 8^{\frac{1}{3}} = 1$ (4) $\log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2$
- $\bigcirc 10g_7147 10g_73 = 2$

[문제]

2. 다음 등식 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

- ① $\log_1 27 = -3$
- $2 \log_2 16 = 4$
- ③ $\log_{25} 1 = 0$ ④ $\log_{\frac{1}{2}} 16 = 4$

[예제]

3. 다음 등식 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

- ① $2^5 = 32$
- $2^{-4} = \frac{1}{81}$
- $3 \log_6 216 = 3$
- $5 \log_4 64 = 4$

[문제]

4. 로그의 성질을 이용하여 구한 식이다. 다음 식이 만족하도록 k의 값으로 알맞은 것은?

$$-\log_{\frac{1}{5}} 625^{\frac{1}{5}} = k\log_{25} 5$$

$\mathbf{5}$. 다음 등식을 만족시키는 N의 값 중에서 가장 작

- ① $\log_3 27 = N$ ② $\log_3 N = \frac{3}{2}$
- $3 \log_{\frac{1}{2}} N = 4$ $4 \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = N$
- $\log_N \sqrt{5} = -\frac{1}{2}$

$\mathbf{6}$. 다음 등식을 만족시키는 N의 값 중에서 가장 큰 것은?

- ① $\log_{N} 27 = \frac{3}{4}$
- ② $\log_{25}N = 2$
- ③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2048} = N$ ④ $N \log_{3} 2 = \log_{\frac{1}{3}} 16$

[문제]

7. 다음 식의 값으로 옳은 것은?

$\log_2 \frac{8}{2} + 3\log_2 \sqrt[3]{}$	12
3	

1 2

② 3

- 3 5
- **4** 7

⑤ 9

[예제]

8. 다음 식의 값으로 옳은 것은?

 $5\log_2 3 \times \log_{81} 16 + 2\log_7 343$

- 10
- ② 11
- ③ 12
- (4) 13
- ⑤ 14

다음 등식 중 옳지 않은 것은?

①
$$2\log_3 \sqrt[3]{81} + \log_{\frac{1}{\sqrt{8}}} 128 = -2$$

$$2 \log_{0.5} 64 - \frac{1}{2} \log_5 \sqrt{625} = -7$$

3
$$\log_7 \frac{1}{7} - 2\log_{13} 13\sqrt{13} + \log_6 \sqrt{6} = \frac{9}{2}$$

$$(8\log_3 2) \times \left(\frac{1}{2}\log_8 81\right) - \log_2 8\sqrt{8} = \frac{5}{6}$$

$$\text{(5) } \log_2\frac{8}{7} + \log_2\sqrt{98} = \frac{7}{2}$$

[예제]

[문제]

10. $\log_{\frac{1}{2}} 2 = a$, $\log_{25} \sqrt{2} = b$ 일 때 $\log_2 75$ 를 a, b로

올바르게 표현한 것을 고르시오.

- $3 \frac{a-2b}{ab}$

[문제]

11. $\log_2 \frac{1}{3} = a$, $\log_{\frac{1}{2}} 5 = b$ 일 때, $\log_2 \frac{40}{3}$ 를 a, b로 올바르게 표현한 것을 고르시오.

- ① a+b+3
- ② a-b+3
- 3a+b-3
- a b 3
- $\bigcirc -a+b+3$

[문제]

12. 다음 식의 값으로 옳은 것은?

 $\left(\log_2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_2 6\right) \times \log_{\sqrt{8}} 256 \times \log_3 27$

- $\bigcirc -2$
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 10

13. 1이 아닌 세 양수 a, b, c에 대하여 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?

- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- ② $(\log_a b)(\log_b c)(\log_c a) = 1$
- (4) $3^{\log_3 a} = a$

[예제]

14. $\log_3 2 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_3 80$ 을 a와 b에 대 한 식으로 올바르게 나타낸 것은?

- ① 2a-3b
- ② 2a+3b
- $3 4a \frac{1}{b}$
- 4a + b
- (5) $4a + \frac{1}{h}$

[문제]

15. $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_8 27$ 을 a, b에 대 한 식으로 올바르게 나타낸 것은?

- (1) ab
- \mathfrak{G} b^a
- $\bigcirc \frac{b}{a}$
- $\bigcirc \frac{a}{b}$

평가문제

[중단원 마무리하기]

16. 다음 값 중 가장 큰 것은?

- ① $\log_{0.125} 4$
- ② $\log_{\sqrt{7}} \sqrt{343}$
- $(\log_3 2\sqrt{2})(\log_2 9\sqrt[3]{3})$ $(\log_1 1000 \log_1 \sqrt[5]{1000})$
- $(5) \log 2 + \log 15 \log 3$

$oxed{17.} \quad \log_{x-3}(8-x)$ 가 정의되도록 하는 정수 x의 개수 는?

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

[중단원 마무리하기]

18. 세 수
$$A=4^{\frac{1}{2}(\log_8 24 - \log_8 3)}$$
, $B=\log_2 9 \times \log_3 4$, $C=\log_{16}\{\log_2(\log_5 625)\}$ 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

- (1) A > B > C
- ② B > A > C
- 3 B > C > A
- $\textcircled{4} \ C > A > B$
- ⑤ C > B > A

- **19.** $\log_2(\log_5 6) + \log_2(\log_6 7) + \log_2(\log_7 8) + \cdots$ +log₂(log₆₂₄625) 의 값을 구한 것으로 옳은 것은?
 - 1

② 2

- 3 3
- **4**
- **⑤** 5

[중단원 마무리하기]

20. $\log_{25} 2 = a$, $\log_{5} 9 = b$ 일 때, 다음을 a와 b에 대한 식으로 나타낸 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

①
$$\log_2 3 = \frac{b}{4a}$$

①
$$\log_2 3 = \frac{b}{4a}$$
 ② $\log_2 24 = 3 + \frac{b}{4a}$

$$3 \log_5 162 = 2a + b$$

③
$$\log_5 162 = 2a + b$$
 ④ $\log_5 \frac{8}{9} = 6a - b$

[중단원 마무리하기]

21. 이차방정식 $x^2 + 8x - 8 = 0$ 의 두 근이

 $\log_5 a$, $\log_5 b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값을 구한 것은?

- $\bigcirc -10$
- ③ 0
- **4**) 5
- **⑤** 10

[대단원 평가하기]

22. 두 실수 a, b에 대하여 $343^a \times 49^b = 5$ 일 때, 3a+2b의 값을 구한 것은?

- ① log₇5
- 2 log₄₉5
- $3 \log_5 7$
- 4 log₅49
- $(5) \frac{1}{2}$

[대단원 평가하기]

23. 모든 실수 x에 대하여

 $\log_7(x^2+2ax+15-2a)$ 이 정의되도록 하는 정수 a 의 개수를 구한 것은?

- ① 5개
- ② 6개
- ③ 7개
- ④ 8개
- ⑤ 9개

[대단원 평가하기]

24.
$$(\log_{\sqrt[4]{11}} 25 + \log_5 11)^2 - (\log_5 11 - \log_{\sqrt[4]{11}} 25)^2$$

- 값을 구한 것은?
- 1 2
- 2 4
- 3 8
- **4** 16
- **⑤** 32

[대단원 평가하기]

25. 1이 아닌 양수 x에 대하여

$$\frac{1}{\log_5 x^2} + \frac{1}{3\log_7 x} + \frac{1}{\log_9 x} = \frac{1}{\log_a x}$$
 라할때,

 $a=3^p \times 5^q \times 7^r$ 라 한다면, p+q+r의 값을 구한 것은?

- ① $\frac{11}{6}$
- $3\frac{15}{7}$
- $4 \frac{5}{2}$

[대단원 평가하기]

26. $\log 4 = a$, $\log \sqrt{3} = b$ 일 때, $\log_8 30$ 을 a, b에 대한 식으로 나타낸 것은?

- ① $\frac{2+3b}{4a}$
- ② $\frac{1+4b}{5a}$

[대단원 평가하기]

27. 두 양수 a, b에 대하여 $a^4 = b^3$ 일 때,

 $\log_{\sqrt{a}}a^3b^{\frac{3}{2}}$ 의 값을 구한 것은? (단, $a \neq 1$)

- 1 2
- ② 4
- 3 6

- **(4)** 8
- **⑤** 10

4

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] ①
$$\log_3 \sqrt{3^3} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

②
$$2\log 2 + \log 5^2 = 2\log 2 + 2\log 5 = 2\log 10 = 2$$

$$4 \log_2\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \log_2(2^2) = 2$$

2) [정답] ④

[해설] ①
$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = -\log_3 3^3 = -3$$

$$2 \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

$$3 \log_{25} 1 = 0$$

$$4 \log_{\frac{1}{2}} 16 = -\log_2 2^4 = -4$$

3) [정답] ⑤

4) [정답] ⑤

[해설]
$$-\log_{\frac{1}{5}} 625^{\frac{1}{5}} = -\log_{5^{-1}} 5^{\frac{4}{5}} = \frac{4}{5}$$

$$k_{\log_{25}}5 = k_{\log_{5^2}}5 = \frac{k}{2}$$

$$-\log_{\frac{1}{5}} 625^{\frac{1}{5}} = k\log_{25} 5$$
 이므로 $\frac{4}{5} = \frac{k}{2}$

$$k = \frac{8}{5}$$

5) [정답] ③

[해설] ①
$$\log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$$
 이므로 $N=3$

②
$$N=3^{\frac{3}{2}}=3\sqrt{3}$$

$$3 N = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$$

④
$$\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2$$
 이므로 $N = 2$

⑤
$$N^{-\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}}$$
이므로 $N = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

따라서 다음 중 가장 작은 N의 값은 $\frac{1}{81}$

6) [정답] ②

[해설] ①
$$N^{\frac{3}{4}} = 27 = 3^3 = (3^4)^{\frac{3}{4}} = 81^{\frac{3}{4}}, N = 81$$

②
$$N = 25^2 = 625$$

$$\Im \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 11 = N$$

$$N=-4$$

⑤
$$N^{\frac{5}{3}} = 243 = 3^5 = (3^3)^{\frac{5}{3}} = 27^{\frac{5}{3}}$$
, $N = 27$

7) [정답] ③

[해설]
$$\log_2 \frac{8}{3} + 3\log_2 \sqrt[3]{12} = \log_2 \frac{8}{3} + \log_2 12$$

= $\log_2 \left(\frac{8}{3} \times 12\right) = \log_2 32 = 5$

8) [정답] ②

[해설]
$$5\log_2 3 \times \log_{81} 16 + 2\log_7 343$$

$$=5\log_2 3 \times \log_{3^4} 2^4 + 2\log_7 7^3$$

$$=5\log_2 3 \times \log_3 2 + 6 = 11$$

9) [정답] ③

[해설] ①
$$2\log_3 \sqrt[3]{81} + \log_{\frac{1}{\sqrt{8}}} 128 = 2\log_3 3^{\frac{4}{3}} + \log_{\frac{2}{3}} 2^7$$

= $\frac{8}{3} + \left(-\frac{14}{3}\right) = -2$

②
$$\log_{0.5}64 - \frac{1}{2}\log_5\sqrt{625} = \log_{2^{-1}}2^6 - \frac{1}{2}\log_525$$

= $-6 - 1 = -7$

3
$$\log_7 \frac{1}{7} - 2\log_{13} 13\sqrt{13} + \log_6 \sqrt{6}$$

$$\hspace*{35pt} = \hspace*{35pt} -1 \hspace*{-2pt} -2 \hspace*{-2pt} (\frac{3}{2}) \hspace*{-2pt} + \hspace*{-2pt} \frac{1}{2} \hspace*{-2pt} = \hspace*{-2pt} -1 \hspace*{-2pt} -3 \hspace*{-2pt} + \hspace*{-2pt} \frac{1}{2} \hspace*{-2pt} = \hspace*{-2pt} -\frac{7}{2}$$

$$(8\log_3 2) \times (\frac{1}{2}\log_8 81) - \log_2 8\sqrt{8}$$

$$=4\times\log_32\times\log_{2^3}3^4-\log_22^{\frac{9}{2}}$$

$$=4\times\frac{4}{3}-\frac{9}{2}=\frac{5}{6}$$

(5)
$$\log_2 \frac{8}{7} + \log_2 \sqrt{98} = \log_2 \left(\frac{8}{7} \times \sqrt{98} \right)$$

$$= \log_2 8\sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{7}{2}} = \frac{7}{2}$$

10) [정답] ④

[해설]
$$\log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2 = a$$
 이므로 $\log_2 3 = -\frac{1}{a}$

$$\log_{25}\sqrt{2} = \log_{5^2}2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}\log_52 = b$$
 이므로

$$\log_2 5 = \frac{1}{4b}$$

$$\log_2 75 = \log_2 (5^2 \times 3) = 2\log_2 5 + \log_2 3 = \frac{1}{2b} - \frac{1}{a}$$

$$\therefore \log_2 75 = \frac{a - 2b}{2ab}$$

11) [정답] ②

[해설]
$$\log_2 \frac{1}{3} = -\log_2 3 = a$$
 이므로 $\log_2 3 = -a$ $\log_{\frac{1}{2}} 5 = -\log_2 5 = b$ 이므로 $\log_2 5 = -b$ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = 3 + \log_2 5 - \log_2 3$ $= 3 - b - (-a) = a - b + 3$

12) [정답] ④

[하 설]
$$\left(\log_2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_26\right) \times \log_{\sqrt{8}}256 \times \log_327$$

$$= \left(\log_2\sqrt{3} - \log_2\sqrt{6}\right) \times \log_{\frac{3}{2}}2^8 \times \log_33^3$$

$$= \log_2\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \times \log_{\frac{3}{2}}2^8 \times 3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{16}{3} \times 3 = -8$$

13) [정답] ⑤

[해설] ⑤
$$a=2$$
, $b=4$ 라 하면 $\log_2 2 \times \log_2 4 = 2 \neq \log_2 (2+4)$ 이므로 성립하지 않는다.

14) [정답] ⑤

[해설]
$$\log_3 80 = 4\log_3 2 + \log_3 5$$
 이고, $\log_3 5 = \frac{1}{b}$ 이므로 $\log_3 80 = 4a + \frac{1}{b}$

15) [정답] ④

[해설]
$$\log_8 27 = \frac{\log_5 27}{\log_5 8} = \frac{3\log_5 3}{3\log_5 2} = \frac{b}{a}$$

16) [정답] ③

[해설] ①
$$\log_{0.125}4 = \log_{2^{-3}}2^2 = -\frac{2}{3}$$

②
$$\log_{\sqrt{7}} \sqrt{343} = \log_{\sqrt{7}} (\sqrt{7})^3 = 3$$

③
$$(\log_3 2\sqrt{2})(\log_2 9\sqrt[3]{3})$$

= $(\frac{3}{2}\log_3 2)(\frac{7}{3}\log_2 3) = \frac{7}{2}$

$$4 \log 1000 - \log \sqrt[5]{1000} = 3 - \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\boxed{5} \log_2 + \log_1 15 - \log_3 = \log_3 0 - \log_3 = 1$$

17) [정답] ③

[해설] $\log_{x-3}(8-x)$ 가 정의되기 위해선, 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$x-3>0$$
, $x-3\neq 1$, $8-x>0$
즉, $x>3$, $x\neq 4$, $x<8$ 을 모두 만족하는 정수 x 는 $5,6,7$ 으로 3개다.

18) [정답] ②

[해설]
$$A = 4^{\frac{1}{2}(\log_8 24 - \log_8 3)} = 2^{\log_8 24 - \log_8 3} = 2$$

$$B = \log_2 9 \times \log_3 4 = 2\log_2 3 \times 2\log_3 2 = 4$$

$$\begin{split} &C \! = \! \log_{16} \! \big\{ \! \log_{2} \big(\log_{5} \! 625 \big) \big\} \! = \! \log_{16} \! \big(\log_{2} \! 4 \big) \\ &= \! \log_{2^{\prime}} \! 2 \! = \! \frac{1}{4} \\ &B \! > \! A \! > \! C \end{split}$$

19) [정답] ②

[해설]

20) [정답] ③

[해설]
$$\log_{25} 2 = \frac{1}{2}\log_5 2 = a$$
, $\log_5 9 = 2\log_5 3 = b$ 이므로 $\log_5 2 = 2a$, $\log_5 3 = \frac{b}{2}$ 이다.

①
$$\log_2 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \frac{\frac{b}{2}}{2a} = \frac{b}{4a}$$

②
$$\log_2 24 = \log_2 8 + \log_2 3 = 3 + \frac{b}{4a}$$

$$3 \log_5 162 = \log_5 2 + 4\log_5 3 = 2a + 2b$$

(4)

$$\log_5 \frac{8}{9} = \log_5 8 - \log_5 9 = 3\log_5 2 - 2\log_5 3 = 6a - b$$

21) [정답] ①

[해설] 근과 계수와의 관계에 의하여

 $\log_5 a + \log_5 b = -8$, $\log_5 \log_5 b = -8$ 이다.

$$\log_a b + \log_b a = \frac{(\log_5 a)^2 + (\log_5 b)^2}{\log_5 a \log_5 b}$$

$$= \frac{(\log_5 a + \log_5 b)^2 - 2\log_5 a \log_5 b}{\log_5 a \log_5 b}$$

$$= \frac{(-8)^2 - 2(-8)}{-8} = -10$$

22) [정답] ①

[해설]
$$343^a \times 49^b = 5$$
는 $7^{3a} \times 7^{2b} = 5$ 이므로
양변에 밑을 7으로 하는 로그를 취하면 $3a + 2b = \log_7 5$ 이다.

23) [정답] ③

[해설] 모든 실수 x에 대하여 $\log_7(x^2 + 2ax + 15 - 2a)$ 가 정의되기 위해서는 $x^2 + 2ax + 15 - 2a > 0$ 가 만족되어야 한다.

따라서 짝수 판별식 $D/4 = a^2 - (15 - 2a) < 0$ 이 만족해야한다.

$$a^2 + 2a - 15 = (a - 3)(a + 5) < 0$$

-5 < a < 3을 만족하는 정수 a 는
-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2로 총 7개다.

24) [정답] ⑤

[해설]
$$(\log_{\sqrt{11}} 25 + \log_5 11)^2 - (\log_5 11 - \log_{\sqrt{11}} 25)^2$$

= $4(\log_{\sqrt{11}} 25)(\log_5 11)$
= $32(\log_{11} 5)(\log_5 11) = 32$

25) [정답] ⑤

[해설]
$$\dfrac{1}{\log_5 x^2} + \dfrac{1}{3\log_7 x} + \dfrac{1}{\log_9 x} = \dfrac{1}{\log_a x}$$
 에서
$$\log_m n = \dfrac{1}{\log_n m} \ \text{임을 이용하여 변형하면}$$

$$\dfrac{1}{2}\log_x 5 + \dfrac{1}{3}\log_x 7 + \log_x 9 = \log_x a$$

$$\log_x \sqrt{5} + \log_x \sqrt[3]{7} + \log_x 3^2 = \log_x (3^2 \times \sqrt{5} \times \sqrt[3]{7})$$

$$a = 3^2 \times \sqrt{5} \times \sqrt[3]{7} = 3^2 \times 5^{\dfrac{1}{2}} \times 7^{\dfrac{1}{3}}$$

$$p + q + r = \dfrac{17}{6}$$

26) [정답] ⑤

[해설]
$$\log 4 = a$$
, $\log \sqrt{3} = b$ 이므로
$$\log 2 = \frac{a}{2}$$
, $\log 3 = 2b$
$$\log_8 30 = \frac{\log 30}{\log 8} = \frac{1 + \log 3}{3 \log 2} = \frac{1 + 2b}{\frac{3}{2}a} = \frac{2 + 4b}{3a}$$

27) [정답] ⑤

[해설] 두 양수
$$a$$
, b 이므로 $a^3b^{\frac{3}{2}}=a^3(a^4)^{\frac{1}{2}}=a^5$
$$\log_{\sqrt{a}}a^3b^{\frac{3}{2}}=2\log_aa^3b^{\frac{3}{2}}=2\log_aa^5=10$$