



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[무리식]

근호 안에 문자가 포함된 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식

[무리함수와 정의역]

정의역이 주어지지 않은 경우에는 (근호 안에 있는 식의 값) ≥ 0 인
실수 전체의 집합을 정의역으로 한다.

[무리함수와 그래프]

• 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ ($a \neq 0$)의 그래프:

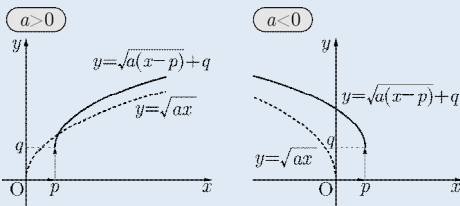
함수 $y = \frac{x^2}{a}$ ($x \geq 0$)의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

• 무리함수 $y = \sqrt{a(x-p)} + q$ ($a \neq 0$)의 그래프

① 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방
향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $a > 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \geq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$

$a < 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \leq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$



기본문제

[문제]

1. 다음 중 무리식 $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$ 의 값이 실수가
되도록 하는 x 의 값이 아닌 것은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[예제]

2. $(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5})$ 를 계산하
면?

- ① $x-4$ ② $x+6$
③ $2x-4$ ④ $3x-4$
⑤ $3x+6$

[문제]

3. 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{\sqrt{x^2+2}-x}{\sqrt{x^2+2}+x} = x^2 + a + bx \sqrt{x^2+2} \text{가 성립할 때, 두}$$

상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[문제]

4. 함수 $y = \sqrt{3x-6} - 4$ 의 정의역을 옳게 나타낸 것
은?

- ① $\{x | x \leq 2\}$
② $\{x | x \geq 2\}$
③ $\{x | x \leq -4\}$
④ $\{x | x \geq -4\}$
⑤ $\{x | x \leq 4\}$

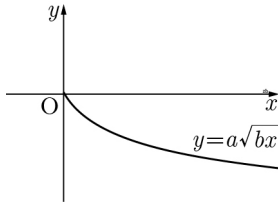
[문제]

5. 함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만
큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 그래프에
해당하는 함수는?

- ① $y = \sqrt{-x-3} + 2$
② $y = \sqrt{-x+3} + 2$
③ $y = \sqrt{-x+3} - 2$
④ $y = \sqrt{-x-3} - 2$
⑤ $y = \sqrt{-x+2} + 3$

[문제]

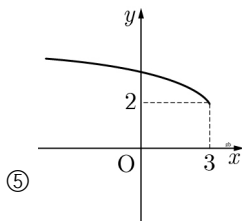
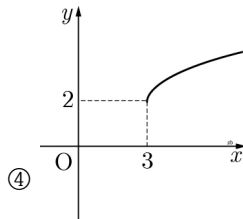
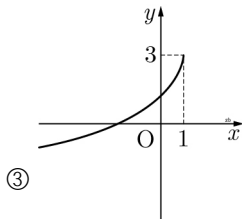
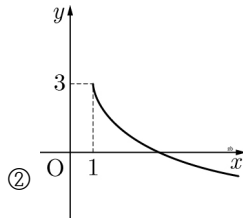
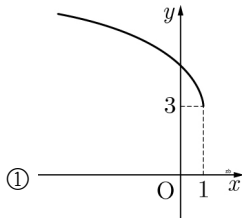
6. 다음은 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프를 표현한 것이다. 이때 상수 a, b 의 부호를 바르게 구한 것은?



- ① $a < 0, b = 0$ ② $a > 0, b > 0$
 ③ $a > 0, b < 0$ ④ $a < 0, b > 0$
 ⑤ $a < 0, b < 0$

[문제]

7. 함수 $y = -\sqrt{2x-2} + 3$ 의 그래프를 그린 것으로 가장 적절한 것은?



[예제]

8. 함수 $y = -2\sqrt{x-4} + 3$ 에서의 정의역이 $\{x | x \geq a\}$, 치역이 $\{y | y \leq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $3a - 2b$ 의 값은?

- ① 6 ② 4
 ③ 2 ④ 0
 ⑤ -2

[문제]

9. 함수 $y = \sqrt{-x-3} + 2$ 에서의 정의역이 $\{x | x \leq a\}$, 치역이 $\{y | y \geq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

평가문제

[중단원 마무리]

10. 다음 중 $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ 를 간단히 한 것은? (단, $x \neq y$)

- ① 2 ② $2(\sqrt{x} - \sqrt{y})$
 ③ $\frac{2x+2y}{x-y}$ ④ $2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
 ⑤ $\frac{2x-2y}{x+y}$

[중단원 마무리]

11. 함수 $y = -\sqrt{x-3} + a$ 에서의 정의역이 $\{x | x \geq b\}$, 치역이 $\{y | y \leq 2\}$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

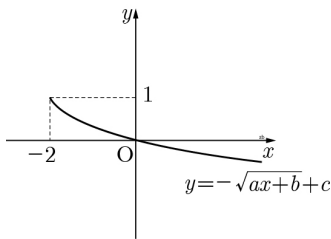
[중단원 마무리]

12. $x = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $(x-9)^2$ 의 값은?

- ① 70 ② 80
 ③ 90 ④ 100
 ⑤ 110

[중단원 마무리]

13. 함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?



- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$
 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

[중단원 마무리]

14. 함수 $f(x) = -\sqrt{ax+b}$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 모두 점 $(-2, -4)$ 를 지날 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 26 ② 28
 ③ 30 ④ 32
 ⑤ 34

[중단원 마무리]

15. 함수 $y = \sqrt{x-1}+1$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 m 의 값의 범위가 $\alpha \leq m < \beta$ 일 때, 두 상수 α, β 에 대하여 $(2\beta-\alpha)^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[대단원 마무리]

16. 다음 중에서 함수 $y = -\sqrt{2x+4}+1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x|x \geq -2\}$ 이다.
 ② 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
 ③ 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.
 ④ 직선 $y = -\frac{1}{2}x$ 과 함수의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ⑤ 함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

[대단원 마무리]

17. $2 \leq x \leq 6$ 에서 함수 $y = \sqrt{a-2x}+1$ 의 최솟값은 2이고, 최댓값은 M 이다. 이때, 두 상수 a, M 에 대하여 $a+M$ 의 값은?

- ① 16 ② 17
 ③ 18 ④ 19
 ⑤ 20

[대단원 마무리]

18. $x > 1$ 인 실수 전체의 집합을 정의역과 치역으로 하는 두 함수

$$f(x) = \frac{4}{x-1}+1, g(x) = \sqrt{x-1}+1 \text{에 대하여}$$

$$(f \circ g^{-1})(3) + (g \circ f^{-1})\left(\frac{13}{9}\right) \text{의 값은?}$$

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[대단원 마무리]

19. 함수 $f(x) = \sqrt{4x-4}+a$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 개의 교점을 가지며, 하나의 교점의 x 좌표는 1이다. 이때, 서로 다른 두 교점 사이의 거리는? (단, a 는 상수이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$
 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$
 ⑤ $5\sqrt{2}$



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 무리식 $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$ 의 값이 실수가 되려면 근호 안의 값이 0 이상이어야 하므로 $1 \leq x \leq 6$ 이어야 한다.
즉, ⑤ 7은 x 의 값이 될 수 없다.

2) [정답] ①

[해설] $(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5})$
 $= (\sqrt{2x+1})^2 - (\sqrt{x+5})^2$
 $= (2x+1) - (x+5) = x-4$ 이다.

3) [정답] ②

[해설] $\frac{\sqrt{x^2+2}-x}{\sqrt{x^2+2}+x} = \frac{(\sqrt{x^2+2}-x)^2}{(\sqrt{x^2+2}+x)(\sqrt{x^2+2}-x)}$
 $= \frac{2+2x^2-2x\sqrt{x^2+2}}{2}$
 $= x^2+1-x\sqrt{x^2+2}$
 따라서 $a=1$, $b=-1$ 이므로 $ab=-1$ 이다.

4) [정답] ②

[해설] $y = \sqrt{3x-6}-4$ 의 값이 실수이기 위해서는 근호 안의 값이 0 이상이어야 하므로 이 함수에서의 정의역을 옳게 나타낸 것은 ② $\{x | x \geq 2\}$ 이다.

5) [정답] ②

[해설] 함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y-2 = \sqrt{-(x-3)}$ 이므로 이를 정리하면 $y = \sqrt{-x+3}+2$ 가 된다.

6) [정답] ④

[해설] 함수의 정의역은 $\{x | x \geq 0 \text{인 모든 실수}\}$ 치역은 $\{y | y \leq 0 \text{인 모든 실수}\}$ 임을 통하여 상수 a , b 는 $a < 0$, $b > 0$ 이어야 한다.

7) [정답] ②

[해설] $y = -\sqrt{2x-2}+3$ 에서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이고 이에 따라 y 의 범위는 $y \leq 3$ 이다.
따라서 이에 알맞은 그래프는 ②이다.

8) [정답] ①

[해설] $y = -2\sqrt{x-4}+3$ 에서 x 의 범위는 $x \geq 4$ 이고 이에 따라 y 의 범위는 $y \leq 3$ 이다.
따라서 $a=4$, $b=3$ 이므로 $3a-2b=12-6=6$

9) [정답] ④

[해설] $y = \sqrt{-x-3}+2$ 에서 x 의 범위는 $x \leq -3$ 이고 이에 따라 y 의 범위는 $y \geq 2$ 이다.
따라서 $a=-3$, $b=2$ 이므로

$$a+2b=1$$

10) [정답] ③

[해설] $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$
 $= \frac{2x-2\sqrt{x}\sqrt{y}}{x-y} + \frac{2\sqrt{x}\sqrt{y}+2y}{x-y}$
 $= \frac{2x+2y}{x-y}$

11) [정답] ④

[해설] $y = -\sqrt{x-3}+a$ 에서의 x 의 범위는 $x \geq 3$ 이고 y 의 범위는 $y \leq a$ 이므로 $b=3$, $a=2$ 가 되어 $a+b=5$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] $x = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2}{5-4} = 9+4\sqrt{5}$ 이다.
따라서 $(x-9)^2 = (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$ 이다.

13) [정답] ④

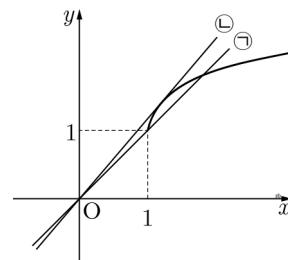
[해설] 그래프에 의해 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 시작점이 $(-2, 1)$ 이므로 $y = -\sqrt{a(x+2)}+1$ 이 됨을 알 수 있다.
또한, 원점을 지나므로 $0 = -\sqrt{2a}+1$
 $a = \frac{1}{2}$ 이 되어, $y = -\sqrt{\frac{1}{2}x+1}+1$ 이다.
따라서 $a = \frac{1}{2}$, $b=1$, $c=1$ 이 되므로 $abc = \frac{1}{2}$ 이다.

14) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = -\sqrt{ax+b}$ 와 역함수가 모두 $(-2, -4)$ 를 지나므로 $f(x)$ 는 $(-4, -2)$ 를 지난다. 따라서 $-4 = -\sqrt{-2a+b}$
 $-2 = -\sqrt{-4a+b}$
 두 식을 연립하면 $a=6$, $b=28$ 이다.
따라서 $a+b=34$ 이다.

15) [정답] ①

[해설] 함수 $y = \sqrt{x-1}+1$ 의 그래프와 함수 $y = mx$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.



직선 ㉠은 점 $(1, 1)$ 을 지날 때이므로 m 의 값은 $m=1$

직선 ㉠은 접할 때이므로

$$mx = \sqrt{x-1} + 1$$

$m^2x^2 - 2mx + 1 = x - 1$ 가 중근을 가져야 한다.

$$m^2x^2 - (2m+1)x + 2 = 0$$

$$D = 4m^2 + 4m + 1 - 8m^2 = 0$$

$$4m^2 - 4m - 1 = 0$$

$$m > 1 \text{ 이므로 } m = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

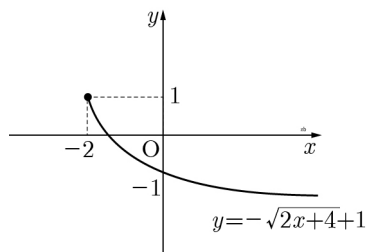
$$\text{따라서 } 1 \leq m < \frac{1+\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로,}$$

$$\alpha = 1, \beta = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{따라서 } (2\beta - \alpha)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ 이다.}$$

16) [정답] ⑤

[해설] $y = -\sqrt{2x+4} + 1 = -\sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프는 다음과 같다.



이 함수의 그래프는 함수 $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 ⑤는 옳지 않다.

17) [정답] ②

[해설] $y = \sqrt{a-2x} + 1$ 에서 x 의 계수는 음수이므로 $x=6$ 에서 최솟값을 갖고, $x=2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$x=6 \text{ 을 대입하면 } 2 = \sqrt{a-12} + 1 \text{ 에서}$$

$$a=13 \text{ 이다.}$$

$$x=2 \text{ 를 대입하면 } M = \sqrt{13-4} + 1 = 4 \text{ 이므로}$$

$$a+M=17 \text{ 이다.}$$

18) [정답] ⑤

[해설] $(f \circ g^{-1})(3) = f(g^{-1}(3))$ 이므로

$$g^{-1}(3) = k \text{ 라고 하면 } g(k) = 3 \text{ 에서 } k=5$$

$$\text{따라서 } (f \circ g^{-1})(3) = f(g^{-1}(3)) = f(5) = 2$$

$$(g \circ f^{-1})\left(\frac{13}{9}\right) = g\left(f^{-1}\left(\frac{13}{9}\right)\right) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}\left(\frac{13}{9}\right) = l \text{ 이라고 하면 } f(l) = \frac{13}{9} \text{ 에서 } l=10$$

$$\text{따라서 } (g \circ f^{-1})\left(\frac{13}{9}\right) = g\left(f^{-1}\left(\frac{13}{9}\right)\right) = g(10) = 4$$

$$(f \circ g^{-1})(3) + (g \circ f^{-1})\left(\frac{13}{9}\right) = 6$$

19) [정답] ④

[해설] 함수 $f(x) = \sqrt{4x-4} + a$ 와 역함수의 교점은

$y=x$ 위에 있다. 따라서 한 교점의 좌표가 $(1, 1)$ 이 되어 $a=1$ 이다.

$y=x$ 와 $y=f(x)$ 의 교점을 구하면

$$x = \sqrt{4x-4} + 1$$

$$(x-1)^2 = 4x-4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0,$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 두 교점의 좌표는 $(1, 1)$, $(5, 5)$ 가 되어

두 교점 사이의 거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.