

2021학년도 1학기 제1차 지필평가

3학년 확률과통계

과목코드 05

2021. 4. 28. 1교시

- 본 시험은 선택형 (17) 문항, 논술형 (3) 문항, 쪽수는 (4) 쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR카드 논술형 답란에 검정 색 펜(볼펜)으로 서술하고, 답안 수정시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 7명의 학생이 원탁에 둘러앉은 모든 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) [3.9점]

- ① 120 ② 240 ③ 360
④ 720 ⑤ 5040

$$\frac{7!}{7} = 6! = 720$$

2. 5개의 문자 P, O, G, O, K를 일렬로 배열하는 모든 경우의 수는? [3.9점]

- ① 120 ② 60 ③ 32
④ 24 ⑤ 10

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

3. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(A^c \cap B^c) = \frac{3}{10}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3.9점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(A \cup B)^c = \frac{3}{10}$$

$$P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{10}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} - \frac{2}{10}$$

4. $(2x+1)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [4.0점]

- ① 8 ② 35 ③ 70
④ 140 ⑤ 280

$${}^7C_3 \cdot (2x)^3 \cdot (1)^4$$

$$= \frac{7!}{3!4!} \cdot 8$$

$$= 35 \cdot 8$$

$$= 280$$

5. 부모를 포함한 6명의 가족이 원형탁자에 둘러 앉을 때, 부모가 마주보고 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) [4.0점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$$\frac{6!}{6} \quad (\text{저녁 저녁})$$

$$\frac{4!}{5!} = \frac{1}{5}$$

6. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여

함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 임의로 하나를 택할 때, 그 함수가 $f(1) > f(2) > f(3)$ 를 만족할 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

$$X \rightarrow Y$$

$$Y$$

$$2! \cdot 3! = 4^3$$

$$f(1) > f(2) > f(3)$$

$$4^3$$

$$\frac{4}{4^3} = \frac{1}{16}$$

7. 그림과 같은 사각형의 네 칸 A, B, C, D는 빨간색, 주황색, 노란색의 3가지 색으로, 두 칸 E, F는 초록색, 파란색의 2가지 색으로 칠하려고 한다. 칠할 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 한 칸에는 1가지 색을 칠할 수 있고, 사용하지 않는 색이 있을 수 있다.) [41점]

A	D	F
B	C	E

- ① 4 ② 81 ③ 162
 ④ 324 ⑤ 648

A, B, C, D $\Rightarrow 3^4 \cdot 2^2$

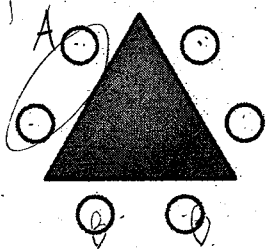
E, F $\Rightarrow 2^2 \cdot 2^2 = 81 \cdot 4 = 324$

8. 한 바구니에 빨간 장미, 노란 장미, 흰 장미가 각각 4송이씩 들어 있다. 이 바구니에서 4송이의 장미를 동시에 꺼낼 때, 빨간 장미가 하나도 나오지 않을 확률은? [41점]

- ① $\frac{14}{99}$ ② $\frac{5}{33}$ ③ $\frac{16}{99}$
 ④ $\frac{17}{99}$ ⑤ $\frac{2}{11}$

$\frac{8C_4}{12C_4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9} = \frac{14}{99}$

9. 두 사람 A, B를 포함한 6명의 학생이 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 둘러앉을 때, A, B가 정삼각형의 같은 변에 앉지 않는 모든 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 모두 같은 것으로 본다.) [41점]



- ① 24 ② 48 ③ 192
 ④ 240 ⑤ 720

$\frac{6!}{3} = 5! \cdot 2 = 240$

$2! \times 4! = 48$

A, B가 같은 변에

10. 서로 다른 3개의 상자 A, B, C에 서로 다른 4개의 공을 넣는 모든 방법의 수를 a, 서로 다른 3개의 상자 A, B, C에 똑같은 4개의 공을 넣는 모든 방법의 수를 b라고 할 때, a-b의 값은? (단, 두 방법 모두 빈 상자가 있을 수 있다.) [41점]

- ① -66 ② -49 ③ 0
 ④ 49 ⑤ 66

$a = 3^4 = 81$

$b = \frac{4!}{4!} = 1$
 $A + B + C = 4$
 $3H4 = \frac{6!}{4!} = 15$

11. 같은 종류의 초콜릿 12개를 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 줄 때, 각 학생이 적어도 2개의 초콜릿을 받는 모든 경우의 수는? [41점]

- ① 10 ② 28 ③ 36
 ④ 56 ⑤ 91

$A + B + C = 12$

$3H6 = \frac{8!}{6!} = 28$

12. ${}^6C_0 - {}^6C_1\left(\frac{4}{3}\right) + {}^6C_2\left(\frac{4}{3}\right)^2 - {}^6C_3\left(\frac{4}{3}\right)^3 + {}^6C_4\left(\frac{4}{3}\right)^4 - {}^6C_5\left(\frac{4}{3}\right)^5 + {}^6C_6\left(\frac{4}{3}\right)^6$ 의 값은? [42점]

- ① $\frac{1}{81}$ ② $\frac{1}{243}$ ③ $\frac{2048}{243}$
 ④ $\frac{1}{729}$ ⑤ $\frac{4096}{729}$

$6C_r \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^r \cdot (1)^{6-r}$
 $\left(-\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$

$$2nC_{2n-3} \quad 2nC_{2n-2}$$

13. 2보다 큰 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{n-1} 2nC_{2k-1} - \sum_{k=1}^{n-1} 2nC_{2k} = -16$

일 때, n 의 값은? [4.2점]

- ① 7 ② 8
④ 10 ⑤ 11

③ 9

$$\sum_{k=1}^{n-1} 2nC_{2k-1} - 2nC_{2k} = -16$$

$$2nC_1 - 2nC_2 + 2nC_3 - 2nC_4 + 2nC_5 - 2nC_6 + \dots + 2nC_{2n-2-1} - 2nC_{2n-1}$$

$$2nC_1 - 2nC_2 + \dots + 2nC_{2n-3} - 2nC_{2n-2} = -16$$

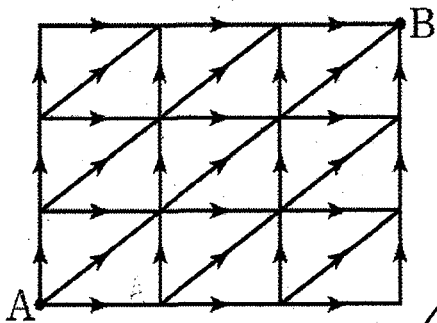
$$2nC_1 + 2nC_{2n-1} - 2nC_{2n}$$

$$(-1+1)^{2n} \Rightarrow 2nC_0 - 2nC_1 + 2nC_2 - \dots + 2nC_{2n} = 0$$

$$-2nC_0 + 2nC_1 - 2nC_2 + \dots - 2nC_{2n} = 0$$

$$2nC_0 + 2nC_{2n} - 2nC_{2n-1} = -16 \quad -2nC_{2n-1} = -18 \quad 2nC_{2n-1} = 18 \quad 2nC_1 = 18 \quad n=9$$

14. 그림과 같은 도로망이 있다. 화살표 방향을 따라 지점 A에서 지점 B까지 가는 경로 중 하나를 선택할 때, 적어도 한번 대각선을 이용할 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4.3점]



- ① 104 ② 105
④ 107 ⑤ 108

③ 106

$$\begin{aligned} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow &\Rightarrow \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \\ \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \nearrow &\Rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 15 \\ \rightarrow \uparrow \nearrow \nearrow &\Rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \\ \nearrow \nearrow \nearrow &\Rightarrow \frac{3!}{3!} = 1 \end{aligned}$$

$$1 - \frac{20}{63} = \frac{43}{63} = 106$$

15. 다음 조건을 만족시키는 홀수인 양의 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4.3점]

<조건>

$$(가) \ 8 < a+b+c+d < 14$$

$$(나) \ d \leq 3 \text{ 이고 } c \geq d \text{ 이다.}$$

$$a+b+c+d = 2n$$

- ① 34 ② 55 ③ 165
④ 680 ⑤ 900

$$d = 1 \quad 3$$

$$10 \quad 12$$

$$\begin{aligned} a &= 2x+1 \\ b &= 2y+1 \\ c &= 2z+1 \\ d &= 2w+1 \end{aligned}$$

$$(1) 2x+1 + 2y+1 + 2z+1 + 2w+1 = 10$$

$$2x+2y+2z+2w = 6$$

$$x+y+z = 3$$

$$3H_3 = 5C_3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

$$2x+1 + 2y+1 = 8$$

$$2x+2y = 6$$

$$2H_3 = 4C_3 = 4$$

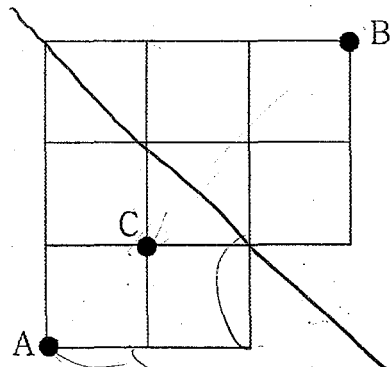
$$(2) 2x+1 + 2y+1 + 2z+1 + 2w+1 = 10$$

$$2x+2y+2z = 4$$

$$x+y+z = 2$$

$$3H_2 = 4C_2 = 6$$

16. 그림과 같이 정사각형 8개로 이루어진 도로망이 있다. 형은 지점 A에서 지점 B까지 갔다가 다시 지점 C까지 최단거리로 간다. 동생은 형이 지점 B에서 출발할 때 동시에 지점 A에서 지점 B까지 최단거리로 간다. 이때, 두 사람이 서로 만나지 않는 모든 경우의 수는? (단, 형의 속력과 동생의 속력은 같다.) [4.4점]



- ① 236 ② 361 ③ 1140
④ 1532 ⑤ 2166

$$\frac{19}{21 \cdot 21} = 6$$

$$\frac{6!}{2! \cdot 3!} - 1 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 1} - 1 = 19 \times 6 = 114$$

$$19 \times$$

$$\frac{7!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!} - \frac{3!}{2!}$$

$$\frac{8!}{8!} = 1$$

$$\frac{163}{1026} = 114$$

$$163$$

17. $(x+a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 A , $(2x+\frac{b^2}{8x})^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 B 라 할 때, $A+B=40$ 이다. $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

① -12

② -8

③ 0

④ 8

⑤ 12

[4.4점]

[논술형 2] 크기가 다른 2개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서, 나오는 두 눈의 수의 합이 4의 배수가 되거나 두 눈의 수의 차이가 2가 될 확률을 구하고, 그 과정을 쓰시오. [10.0점]

Handwritten solutions for problem 17 and 2. For 17, the binomial expansion of $(x+a)^5$ is shown, leading to $5a^2$ for the coefficient of x^3 . For $(2x+\frac{b^2}{8x})^5$, the expansion is shown, leading to $5 \cdot 2^4 \cdot \frac{b^2}{8} = 5b^2$ for the coefficient of x^3 . The equation $5a^2 + 5b^2 = 40$ is derived, simplifying to $a^2 + b^2 = 8$. The maximum and minimum values of $a+b$ are found to be $2\sqrt{2}$ and $-2\sqrt{2}$ respectively, so $M \times m = -8$.

[논술형 3] $(x+a)^3(x-1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 -26일 때, 정수 a 의 값을 구하고 그 과정을 쓰시오. [10.0점]

Handwritten solutions for problem 3. The expansion of $(x+a)^3(x-1)^5$ is shown, leading to the equation $-3a^2 + 15a^2 - 10a^3 = -26$. This simplifies to $-3a + 15a^2 - 10a^3 = -26$. The solutions $a=2$ and $a=-1$ are found.

[논술형 1] 주어진 숫자를 일렬로 나열하여 자연수를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1-1 숫자 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만든 세 자리의 자연수의 모든 경우를 일일이 나열하시오.

[4.0점]

1-2 숫자 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 N 중에서 다음 조건을 만족시키는 N 의 모든 개수를 구하고 그 과정을 쓰시오. [6.0점]

<조건>

- (가) $N = a_1 + 10a_2 + 100a_3 + 1000a_4 + 10000a_5$
- (나) a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 는 10보다 작은 자연수
- (다) $a_2 \leq a_3, a_1 < a_4$

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.