



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[함수]

공집합이 아닌 두 집합 X, Y 에 대하여 집합 X 의 각 원소에
집합 Y 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때,
이 대응 f 를 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수라 하고,
기호로 $f: X \rightarrow Y$ 와 같이 나타낸다.

[여러 가지 함수]

(1) 일대일대응: 일대일함수이고 치역과 공역이 같은 함수
즉, $f: X \rightarrow Y$ 에서

① $x_1, x_2 \in X$ 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ (일대일함수)

② $\{f(x) | x \in X\} = Y$

(2) 항등함수: 정의역과 공역이 같고, 정의역의 각 원소에 자기 자신이
대응하는 함수

$f: X \rightarrow X, f(x) = x (x \in X)$

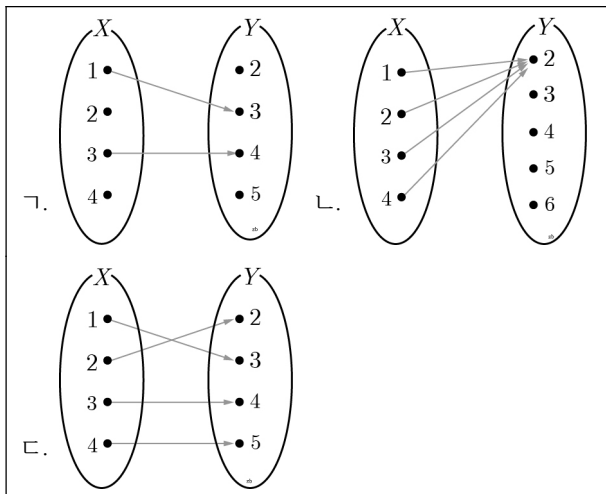
(3) 상수함수: 정의역의 모든 원소가 공역의 단 하나의 원소로만 대응
하는 함수

$f: X \rightarrow Y, f(x) = c (x \in X, y \in Y, c \text{는 상수})$

기본문제

[문제]

1. 다음 대응 중에서 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수
인 것을 있는 대로 고른 것은?



- ① A
② B
③ A, B
④ A, C
⑤ B, C

[문제]

2. 함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 치역을 나타낸 것은?

- ① $\{y | y \geq -2\}$
② $\{y | y \leq -2\}$
③ $\{y | y \geq 0\}$
④ $\{y | y \leq 2\}$
⑤ $\{y | y \geq 2\}$

[문제]

3. 정의역이 $\{0, 1, 2\}$ 인 두 함수

$f(x) = -|x-1|+2, g(x) = ax^2+bx+c$ 에 대하여

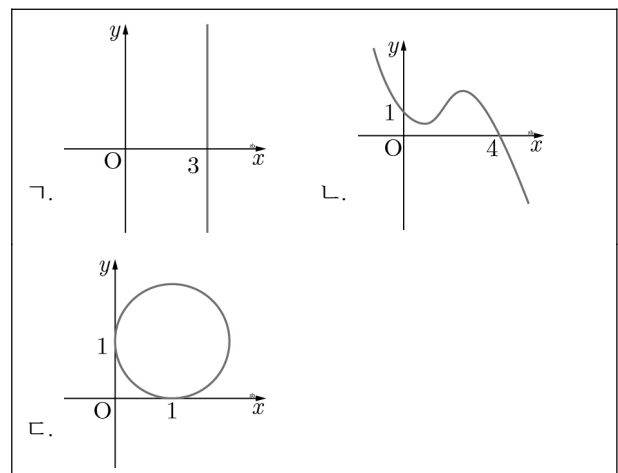
$f=g$ 가 성립할 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여

$a-b+c$ 의 값은?

- ① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

[문제]

4. 다음 그림 중에서 함수의 그래프인 것만을 있는
대로 고른 것은?



- ① A
② B
③ B, C
④ A, C
⑤ A, B, C

[문제]

5. 정의역이 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 인 함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 의 치역의 모든 원소의 합은?

- ① 13 ② 14
 ③ 15 ④ 16
 ⑤ 17

[문제]

6. 다음 함수 중에서 일대일함수인 것의 개수는?

㉠. $y = 2x - 1$

㉡. $y = x^2 + 3$

㉢. $y = |x - 2|$

㉣. $y = \begin{cases} 3x-1 & (x \geq 1) \\ x+1 & (x < 1) \end{cases}$

- ① 0개 ② 1개
 ③ 2개 ④ 3개
 ⑤ 4개

평가문제

[중단원 마무리]

7. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

㉠. $y = -x^2 + 5$

㉡. $y = 2x + 1$

㉢. $y = x^2$

- ① ㉠ ② ㉡
 ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

[중단원 마무리]

8. 다음 함수 중에서 일대일대응의 개수는?

㉠. $y = 0$

㉡. $y = 3x - 1$

㉢. $y = x$

㉣. $y = \begin{cases} 2x-1 & (x > 1) \\ -x+2 & (x \leq 1) \end{cases}$

- ① 0개 ② 1개
 ③ 2개 ④ 3개
 ⑤ 4개

[중단원 마무리]

9. 두 집합 $X = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$, $Y = \{y | -5 \leq y \leq 11\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 두 상수 a, b 의 합은? (단, $a < 0$ 이다.)

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[중단원 마무리]

10. 집합 $X = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(2) + g(3)$ 의 값은?(가) f 는 항등함수이고, g 는 일대일대응이다.(나) $f(0) = g(0)$ (다) $f(1)g(2) = f(3)g(1)$

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[대단원 마무리]

11. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것은?

① $f(x) = |x|$

② $f(x) = x + 1$

③ $f(x) = -x + 4$

④ $f(x) = \begin{cases} x-1 & (x > 0) \\ 2x-1 & (x \leq 0) \end{cases}$

⑤ $f(x) = \begin{cases} 5-x & (x \geq 1) \\ 3 & (x < 1) \end{cases}$

[대단원 마무리]

12. 정의역이 $\{1, 4\}$ 인 두 함수 $f(x) = x^2 - 3x - 2$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -12 ② -8
 ③ -4 ④ -2
 ⑤ -1

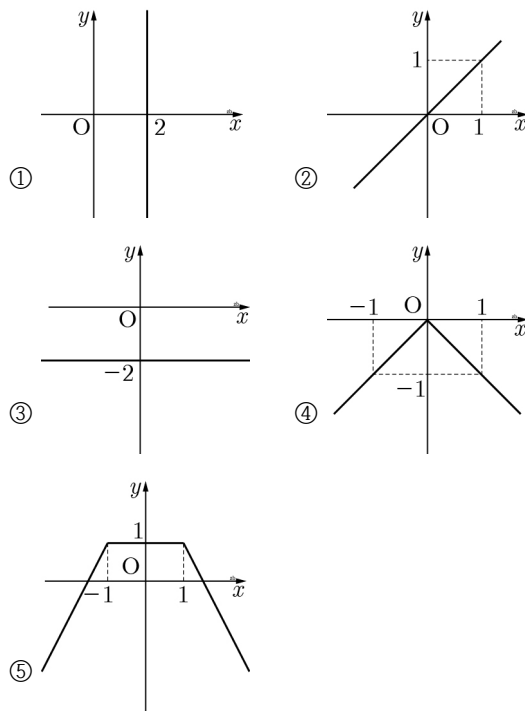
[대단원 마무리]

13. 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2+3 & (x \geq 0) \\ (a-5)x+3 & (x < 0) \end{cases}$ 가 일대일대응이 되도록 하는 자연수 a 값의 개수는?

- ① 1개 ② 2개
③ 3개 ④ 4개
⑤ 5개

[대단원 마무리]

14. 다음 중에서 상수함수의 그래프인 것은?



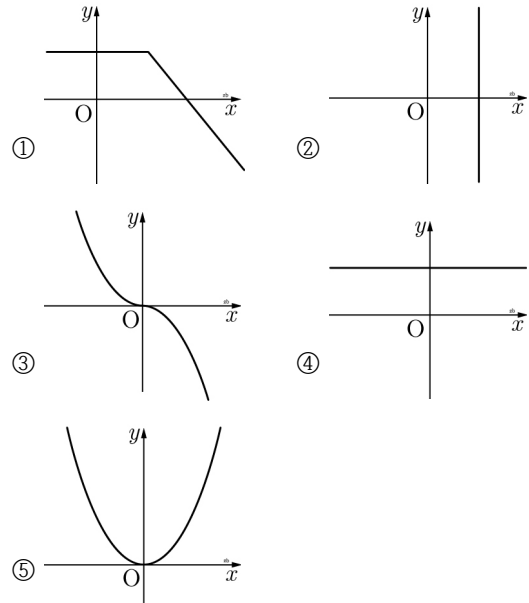
[대단원 마무리]

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = |ax-2|+3x-1$ 이 일대일대응이 되도록 하는 정수 a 값의 개수는?

- ① 1개 ② 3개
③ 5개 ④ 7개
⑤ 9개

유사문제

16. 다음 중 함수의 그래프가 아닌 것은?



17. 집합 $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합은?

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

18. 집합 $X = \{-1, 1\}$ 을 정의역으로 하는 두 함수

$f(x) = x+1, g(x) = x^2+ax+b$ 에 대하여 $f=g$ 일 때 상수 a, b 의 합은?

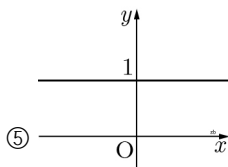
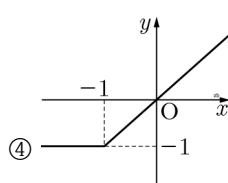
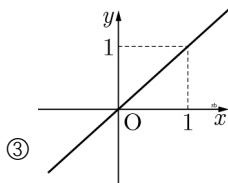
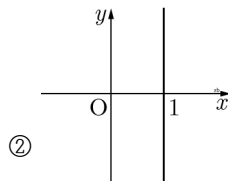
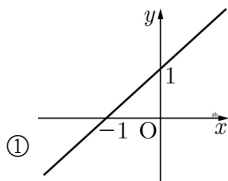
- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

19. 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음과 같을 때,
일대일대응이 되도록 하는 상수 a 의 범위는?

$$f(x) = \begin{cases} (a-1)x+5 & (x < 2) \\ (a+1)x+1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

- ① $a \leq -1$ or $a > 1$
 ② $a < -1$ or $a > 1$
 ③ $a \leq -1$ or $a \geq 1$
 ④ $-1 < a < 1$
 ⑤ $-1 \leq a \leq 1$

20. 다음 중에서 항등함수의 그래프인 것은?





정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. X 의 원소 2, 4가 Y 에 대응하는 원소가 없으므로 함수가 아니다.
 ㄴ. 상수함수이다.
 ㄷ. X 의 모든 원소에 Y 의 원소가 하나씩 대응되었기에 함수이다.
 따라서 함수인 것은 ㄴ, ㄷ이다

2) [정답] ①

[해설] $y = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$ 에서
 x 의 값은 실수 전체이므로 $y \geq -2$ 이다.
 치역은 y 값의 범위이므로
 치역을 나타낸 것은 ① $\{y | y \geq -2\}$ 이다.

3) [정답] ①

[해설] $f=g$ 이므로 $f(0)=g(0)$, $f(1)=g(1)$,
 $f(2)=g(2)$ 가 성립한다.
 $f(0)=1=c$, $f(1)=2=a+b+c$,
 $f(2)=1=4a+2b+c$
 세 식을 연립하면 $a=-1$, $b=2$, $c=1$ 이다.
 따라서 $a-b+c=-2$ 이다.

4) [정답] ②

[해설] 함수의 그래프이기 위해서는 함수의 정의역에
 해당하는 범위 내에서 y 축에 평행한 직선을 그었
 을 경우, 그래프와의 교점이 1개이어야 한다.
 ㄱ. 교점이 무한히 많으므로 함수의 그래프가 아
 니다.
 ㄴ. 함수의 그래프이다.
 ㄷ. x 의 값이 0에서 2 사이일 때 직선과 곡선의
 교점이 2개이므로 함수의 그래프가 아니다.
 따라서 함수의 그래프인 것은 ㄴ이다.

5) [정답] ④

[해설] $y = x^2 - 3x + 1$ 에서 정의역이
 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 x 에 -2 부터 2까지의
 정수를 대입하면 y 의 값은 11, 5, 1, -1 , -1
 이므로 치역은 $\{11, 5, 1, -1\}$ 이다. 따라서
 치역의 모든 원소의 합은 16이다.

6) [정답] ③

[해설] 일대일함수이기 위해서는 서로 다른 x_1, x_2 에
 대하여 대응하는 y_1, y_2 의 값이 달라야 한다.
 ㄱ. $x_1 \neq x_2$ 이면 $2x_1 - 1 \neq 2x_2 - 1$ 이므로
 일대일함수이다.
 ㄴ. $x=-1$, $x=1$ 에서의 함수값이 같으므로
 일대일함수가 아니다.
 ㄷ. $x=1$, $x=3$ 에서의 함수값이 같으므로
 일대일함수가 아니다.
 ㄹ. x 의 값이 계속 커질수록, y 의 값도 계속
 커지므로 일대일함수이다.

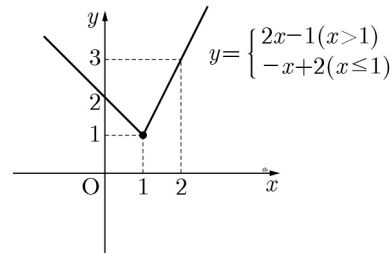
따라서 일대일함수는 ㄱ, ㄹ이다.

7) [정답] ③

[해설] ㄱ. $x=0, 1, 2$ 를 대입하면 y 의 값은 5, 4, 1이
 므로 함수이다.
 ㄴ. $x=0, 1, 2$ 를 대입하면 y 의 값은 1, 3, 5이므
 로 함수이다.
 ㄷ. $x=0, 1, 2$ 를 대입하면 y 의 값은 0, 1, 4으로
 치역이 공역의 부분집합이 아니기 때문에 함수가
 아니다.
 따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

8) [정답] ③

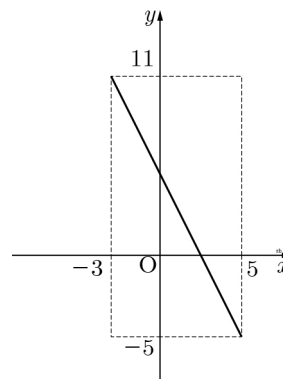
[해설] 일대일대응이 되기 위해서는 공역의 모든 원소
 y 에 대하여 대응하는 정의역의 원소 x 가 하나여
 야 한다.
 ㄱ. 상수함수이므로 일대일대응이 아니다.
 ㄴ. 일차함수이므로 일대일대응이다.
 ㄷ. 항등함수이므로 일대일대응이다.
 ㄹ.



그림과 같으므로 일대일대응이 아니다.
 따라서 일대일대응인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

9) [정답] ④

[해설]



정의역과 공역을 나타내면 다음과 같은 직사각형
 모양이다. 이 내부에서 일대일대응이 되려면
 $f(x)=ax+b$ 는 $(-3, 11)$, $(5, -5)$ 를 지나는 직선
 이어야 한다.
 따라서 $-3a+b=11$, $5a+b=-5$ 를 연립하면
 $a=-2$, $b=5$ 이므로
 $3=a+b$ 이다.

10) [정답] ③

[해설] 조건 (나)에 의해 $g(0)=0$ 이다.

조건 (다)에서 $g(2)=3g(1)$ 이므로
 $g(1)=1$, $g(2)=3$ 이므로 $g(3)=2$ 이다.
 따라서 $f(2)+g(3)=2+2=4$ 이다.

11) [정답] ④

[해설] X 에서 Y 로의 함수이려면

$f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ 가 모두 Y 의 원소여야 한다.

④ $f(0)=-1 \notin Y$ 이므로 함수가 아니다.

12) [정답] ①

[해설] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f=g$ 이므로

$f(1)=g(1)$, $f(4)=g(4)$ 이다. 즉,

$-4=a+b$, $2=4a+b$

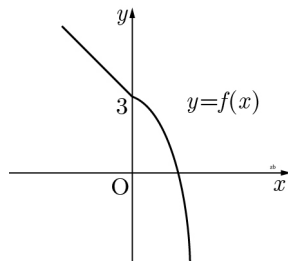
두 식을 연립하면 $a=2$, $b=-6$ 이므로

$ab=-12$ 이다.

13) [정답] ④

[해설] 함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+3 & (x \geq 0) \\ (a-5)x+3 & (x < 0) \end{cases}$ 가

일대일대응이려면 그림과 같이 $x < 0$ 에서
 직선의 기울기가 음수여야 한다.



즉, $a-5 < 0$

$a < 5$ 이므로 자연수 a 의 개수는 4이다.

14) [정답] ③

[해설] 상수함수는 모든 정의역의 원소 x 에 대하여
 치역의 원소 y 하나에 대응해야 하므로, x 축에
 평행한 직선의 그래프가 나온다. 이에 해당하는
 그래프는 ③이다.

15) [정답] ③

[해설] $f(x)=|ax-2|+3x-1$ 에서

$a=0$ 이면 $f(x)=3x+1$ 이 되어 일대일대응이다.

$a \neq 0$ 일 때 $x=\frac{2}{a}$ 의 좌우에서

$y=(3+a)x-3$, $y=(3-a)x+1$ 의 함수가

나타난다. 이 함수가 일대일대응이려면

두 함수식의 기울기의 부호가 동일해야 한다.

즉, $(3+a)(3-a) > 0$

$-3 < a < 3$

따라서 정수 a 값의 개수는 5이다.

16) [정답] ②

[해설] 함수의 그래프가 아닌 것은 ②이다.

17) [정답] ⑤

[해설] $f(2)=f(3)=f(5)=2$, $f(4)=3$, $f(6)=4$

이므로 치역의 원소는 2, 3, 4이다.

따라서 치역의 원소의 합은 9이다.

18) [정답] ①

[해설] $f(-1)=g(-1)$ 에서 $0=1-a+b$

$f(1)=g(1)$ 에서 $2=1+a+b$ 이다.

두 식을 연립하면 $a=1$, $b=0$ 이다.

$\therefore a+b=1$

19) [정답] ②

[해설] 일대일대응이므로 치역이 실수 전체의

집합이다. 따라서 $(a-1)x+5$ 의 기울기와

$(a+1)x+1$ 의 기울기의 부호가 같아야 한다.

즉 $(a-1)(a+1) > 0$ 이므로 $a < -1$ 또는 $a > 1$ 이다.

20) [정답] ③

[해설] 항등함수이므로

함수 $y=x$ 의 그래프를 찾으면 된다.