01 e의 정의를 이용한 지수함수의 극한

$a>0$, $a\neq 1$일 때

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$ (2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$

◪ 다음 극한값을 구하여라.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^x}{x}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{3x}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}x^{\frac{2}{x-1}}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-3^x}{x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{3x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^x-1}{3x}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^x-3^x}{x}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{7^x-1}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{2x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{5x}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{3x}-1}{7x}$

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{x^2+2x}$

14. $\lim_{x \to 0} \frac{2^x - 1}{3x}$

15. $\lim_{x \to 0} \frac{3^x - 1}{5^x - 1}$

16. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{5x}$

17. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} + 3^x - 2}{3x}$

18. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{4x} - 1}{3x}$

19. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{4x^2}$

20. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{5x} - e^{3x} - e^{2x} + 1}{x^2}$

21. $\lim_{x \to 0} \frac{e^x + e^{2x} + e^{3x} + \cdots e^{9x} - 9}{x}$

02 e의 정의를 이용한 로그함수의 극한

$a > 0$, $a \neq 1$일 때

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ (2) $\lim_{x \to 0} \frac{\log_a(x+1)}{x} = \frac{1}{\ln a}$

◪ **다음 극한값을 구하여라.**

22. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{\ln(1+4x)}$

24. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{4x}$

25. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+5x)}{x}$

26. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$

27. $\lim_{x \to 0} \frac{\log_3(4+x) - \log_3 4}{x}$

28. $\lim_{x \to 0} \frac{\log_3(1+2x)}{4x}$

29. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_5(5+x)-1}{x}$

30. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2x+1)}{1-e^{4x}}$

31. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_3(1+3x)}{x}$

32. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_3(1+2x)}{\log_3(1+3x)}$

33. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+4x)}{10x}$

34. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_4(1+x)}{\log_2(1+8x)}$

35. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{2x}$

36. $\lim_{x\to 0+}\frac{1}{x}\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)$

37. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{x}$

38. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_3(1+2x)}{x^2+x}$

39. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+4x)}{2x}$

40. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(3+x)-\ln 3}{2x}$

41. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{8x}$

42. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_3(1-2x)}{x}$

◪ **다음 극한값을 구하여라.**

43. $\lim_{x\to\infty}x\{\ln(x+2)-\ln x\}$

44. $\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)$

45. $\lim_{x\to\infty} x\{\ln(x+3)-\ln x\}$

46. $\lim_{x\to\infty} x\{\ln(1+2x)-\ln 2x\}$

47. $\lim_{x\to\infty} x\{\ln(x+1)-\ln x\}$

48. $\lim_{x\to\infty} x\{\ln(x+1)-\ln(x-3)\}$

49. $\lim_{x\to\infty} x\{\log_2(1+2x)-\log_2 2x\}$

50. $\lim_{x\to\infty} x\{\log_2(1+4x)-\log_2 4x\}$

◪ **다음 극한값을 구하여라.**

51. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$

52. $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{\log_2(1+x)}$

53. $\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+2x)\}(3^x-1)}{x^2}$

54. $\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+2x)\}(4^x-1)}{x^2}$

55. $\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+x)\}(4^x-1)}{x^2}$

56. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-4x)}{e^{3x}-1}$

57. $\lim_{x\to 0}\frac{8^x-2^x}{\ln(2x+1)}$

58. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{4x}-2e^{2x}+1}{x\ln(x+1)}$

59. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{\ln(1+3x)}$

◪ 치환을 이용하여 다음 값을 구하여라

60. $\lim_{x\to2}\ln\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2-x}}$

61. $\lim_{x\to1}\frac{x^2-e^{x-1}}{x-1}$

62. $\lim_{x\to\infty}x(\sqrt[x]{e}-1)$

63. $\lim_{x\to1}\frac{9^{x-1}-1}{x^2-1}$

64. $\lim_{x\to1}\frac{e^x-e}{x^2-1}$

65. $\lim_{x\to1}\frac{\ln x}{x^2-1}$

66. $\lim_{x\to2}\frac{\frac{1}{4}\times2^x-1}{\log_2(2x-3)}$

67. $\lim_{x\to3}\frac{\ln(1+x)-\ln4}{x-3}$

68. $\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{1-4^{x-\frac{1}{4}}}{1-4x}$

◪ 다음 물음에 답하여라.

69. $\lim_{x\to0}\frac{\ln(a+3x)}{x}=b$을 만족하는 두 상수 a, b를 구하여라.

70. $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{\ln(1+ax)+b}=2$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $2a^2+b^2$의 값을 구하여라.

71. $\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{a}{2x}\right)=5\ln2-2a$를 만족시키는 실수 a의 값을 구하여라.

72. $\lim_{x\to0}\frac{(a+8)^x-a^x}{x}=\ln3$을 만족하는 상수 a를 구하여라.

73. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x+a}-1}{x^2+2x}=b$을 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

74. $\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)\ln(1+x)}{ax^2+b}=3$를 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 $3a+b$의 값을 구하여라.

75. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}+b}{x}=8$을 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

76. $\lim_{x\to 3}\frac{e^{x-3}+a}{x^2-9}=b$를 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값을 구하여라.

77. $\lim_{x\to 0}\frac{(e^{2x}-1)\ln(1+3x)}{ax^2-b}=1$을 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

78. $\lim_{x\to 0}\frac{a^x+b}{\ln(1+3x)}=1$을 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

79. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+ax)}{x^2+2x}=b$을 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값을 구하여라. (단, $a\neq 0$, $b\neq 0$)

80. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x=e^{20}$을 만족시키는 상수 a의 값을 구하여라.

81. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax+b}-1}{\ln(1+cx)}=4$를 만족하는 세 상수 a, b, c에 대하여 $\frac{a+b}{c}$의 값을 구하여라. (단, $c\neq 0$)

82. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(a+2x)}{e^{3x}-1}=b$을 만족하는 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

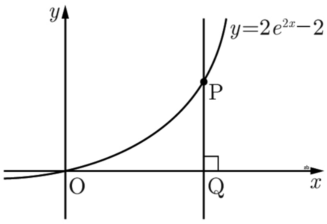
83. $\lim_{x\to\infty}x^a\{\log_3(x^2+b)-\log_3 x^2\}=\frac{5}{\ln 3}$을 만족하는 두 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

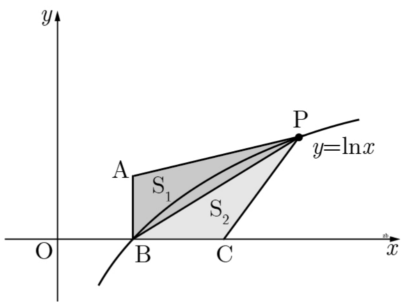
03 지수함수의 극한과 로그함수의 극한의 활용

◪ 다음 물음에 답하여라.

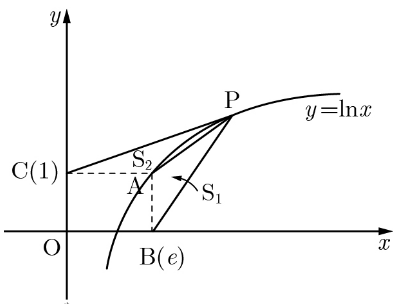
84. 다음 그림과 같이 $x=t$가 곡선 $y=2e^{2x}-2$과 만나는 점을 P, x축과 만나는 점을 Q라고 할 때, $\lim_{t\to0+}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\overline{\mathrm{OQ}}}$의 값을 구하여라.



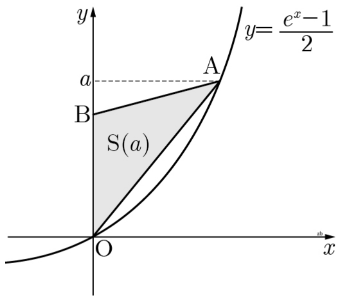
85. 곡선 $y=\ln x$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(a,\ \ln a)$와 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, $\mathrm{B}(1,\ 0)$, $\mathrm{C}(e,\ 0)$이 있다. $\triangle\mathrm{PAB}$, $\triangle\mathrm{PBC}$의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $\lim_{a\to1}\frac{S_1}{S_2}$의 값을 구하여라.



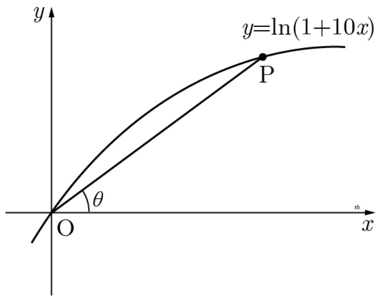
86. 다음 그림과 같이 곡선 $y=\ln x$위의 점 $\mathrm{A}(e,\ 1)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하자. 곡선 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(t,\ \ln t)$에 대하여 삼각형 PAB의 넓이를 S_1, 삼각형 PAC의 넓이를 S_2라 할 때, $\lim_{t\to e+}\frac{\mathrm{S}_1}{\mathrm{S}_2}$의 값을 구하여라.(단, $t>e$)



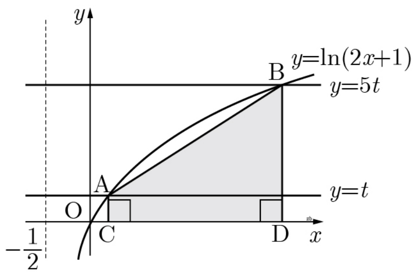
87. 곡선 $y=\frac{e^x-1}{2}$ 위를 움직이는 점 A와 y축 위의 점 $\mathrm{B}(0,\ 1)$이 있다. 점 A의 y좌표를 a라 하고 삼각형 OAB의 넓이를 $S(a)$라 할 때, $\lim_{a\to0+}\frac{S(a)}{a}$의 값을 구하여라.



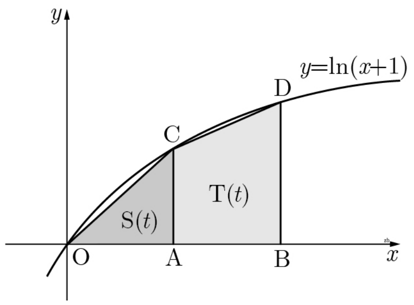
88. 곡선 $y=\ln(1+10x)$ 위를 움직이는 점 P와 원점 O를 이은 선분이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 한다. 점 P가 원점 O에 한없이 가까워질 때, $\tan\theta$의 극한값을 구하여라.



89. 그림과 같이 함수 $y=\ln(2x+1)$의 그래프와 두 직선 $y=t$, $y=5t(t>0)$의 교점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to0+}\frac{S(t)}{t^2}$의 값을 구하여라.



90. x축 위의 두 점 $\mathrm{A}(t,\ 0)$, $\mathrm{B}(2t,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\ln(x+1)$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 삼각형 OAC의 넓이를 $S(t)$, 사다리꼴 ABCD의 넓이를 $T(t)$라 할 때, $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{T(t)}{S(t)}$의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{x}=2\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{2x}=2\cdot1=2$

2) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-e^{x}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1-(e^{x}-1)}{x}$

$=3\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1}{3x}-\lim_{x\to0}\frac{e^{x}-1}{x}=3-1=2$

3) $\frac{2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{3x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{2x}\times\frac{2}{3}$

$=1\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

4) e^2

⇨ $x-1=t$로 놓으면 $x\to1$일 때

$t\to0$이고 $x=1+t$이므로

$\lim_{x\to1}x^{\frac{2}{x-1}}=\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{2}{t}}=\lim_{t\to0}\left\{(1+t)^{\frac{1}{t}}\right\}^2=e^2$

5) $\ln\frac{2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{2^x-3^x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{2^x-1-(3^x-1)}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{2^x-1}{x}-\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{x}$

$=\ln2-\ln3=\ln\frac{2}{3}$

6) $\frac{1}{3}\ln3$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{3x}=\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{x}\times\frac{1}{3}=\ln3\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\ln3$

7) $\frac{2}{3}\ln2$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{4^x-1}{3x}=\lim_{x\to0}\frac{4^x-1}{x}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\cdot\ln4=\frac{2}{3}\ln2$

8) $3\ln2-\ln3$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{8^x-3^x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{8^x-1-(3^x-1)}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{8^x-1}{x}-\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{x}$

$=\ln8-\ln3=3\ln2-\ln3$

9) $\frac{1}{\ln7}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{x}{7^x-1}=\lim_{x\to0}\frac{1}{\frac{7^x-1}{x}}=\frac{1}{\ln7}$

10) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{4x}\times2=1\times2=2$

11) $\frac{4}{5}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{5x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{4x}\times\frac{4}{5}=1\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$

12) $\frac{3\ln5}{7}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{5^{3x}-1}{7x}=\lim_{x\to0}\frac{5^{3x}-1}{3x}\times\frac{3}{7}=\ln5\times\frac{3}{7}=\frac{3\ln5}{7}$

13) $\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1}{x^2+2x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1}{3x}\times\frac{3x}{x^2+2x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1}{3x}\times\lim_{x\to0}\frac{3}{x+2}$

$=1\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

14) $\frac{\ln2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{2^x-1}{3x}=\lim_{x\to0}\frac{2^x-1}{x}\times\frac{1}{3}=\ln2\times\frac{1}{3}=\frac{\ln2}{3}$

15) $\frac{\ln3}{\ln5}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{5^x-1}=\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{x}\times\frac{x}{5^x-1}=\frac{\ln3}{\ln5}$

16) $\frac{2}{5}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{5x}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{e^{2x}-1}{x}}{5}=\frac{2}{5}$

17) $\frac{2+\ln3}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\frac{e^{2x}-1}{x}+\frac{3^x-1}{x}}{3}=\frac{2+\ln3}{3}$

18) $\frac{4}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{3x}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{e^{4x}-1}{x}}{3}=\frac{4}{3}$

19) $\frac{1}{4}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{(e^x-1)^2}{4x^2}=\lim_{x\to0}\frac{1}{4}\left(\frac{e^x-1}{x}\right)^2=\frac{1}{4}$

20) 6

⇨ $e^{5x}-e^{3x}-e^{2x}+1$

$=e^{3x}(e^{2x}-1)-(e^{2x}-1)$

$=(e^{3x}-1)(e^{2x}-1)$

$=(e^x-1)(e^{2x}+e^x+1)(e^x+1)(e^x-1)$

$=(e^x-1)^2(e^{3x}+2e^{2x}+2e^x+1)$

$\therefore \lim_{x\to0}\frac{e^{5x}-e^{3x}-e^{2x}+1}{x^2}$

$=\lim_{x\to0}\frac{(e^x-1)^2(e^{3x}+2e^{2x}+2e^x+1)}{x^2}$

$=\lim_{x\to0}(e^{3x}+2e^{2x}+2e^x+1)=1+2+2+1=6$

21) 45

⇨

$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}+2\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{2x}+3\lim_{x\to0}\frac{e^{3x}-1}{3x}+\cdots+9\lim_{x\to0}\frac{e^{9x}-1}{9x}$

$=1+2+3+\cdots+9=45$

22) 3

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+3x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+3x)}{3x}\times3=3$

23) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{\ln(1+4x)}$

$=\frac{1}{2}\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{2x}\cdot\lim_{x\to0}\frac{4x}{\ln(1+4x)}=\frac{1}{2}$

24) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{4x}=\frac{1}{2}\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{2x}=\frac{1}{2}$

25) 5

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+5x)}{x}=5\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+5x)}{5x}=5$

26) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=2\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{2x}$

$=2\lim_{x\to0}\ln(1+2x)^{\frac{1}{2x}}=2\ln e=2$

27) $\frac{1}{4\ln3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(4+x)-\log_3 4}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_3\left(1+\frac{x}{4}\right)}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_3\left(1+\frac{x}{4}\right)}{\frac{x}{4}}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{\ln3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4\ln3}$

28) $\frac{1}{2\ln3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{4x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{2x}\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\ln3}=\frac{1}{2\ln3}$

29) $\frac{1}{5\ln5}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_5(5+x)-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_5\left(1+\frac{x}{5}\right)}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_5\left(1+\frac{x}{5}\right)}{\frac{x}{5}}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{\ln5}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{5\ln5}$

30) $-\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(2x+1)}{1-e^{4x}}$

$=\frac{1}{2}\lim_{x\to0}\frac{\ln(2x+1)}{2x}\cdot\frac{4x}{1-e^{4x}}$

$=\frac{1}{2}\cdot1\cdot(-1)=-\frac{1}{2}$

31) $\frac{3}{\ln3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+3x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+3x)}{3x}\times3$

$=\frac{1}{\ln3}\times3=\frac{3}{\ln3}$

32) $\frac{2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{\log_3(1+3x)}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{2x}\times\frac{3x}{\log_3(1+3x)}\times\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{\ln3}\times\ln3\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

33) $\frac{2}{5\ln2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_2(1+4x)}{10x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_2(1+4x)}{4x}\times\frac{4}{10}$

$=\frac{1}{\ln2}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{5\ln2}$

34) $\frac{1}{16}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_4(1+x)}{\log_2(1+8x)}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_4(1+x)}{x}\times\frac{8x}{\log_2(1+8x)}\times\frac{1}{8}$

$=\frac{1}{\ln4}\times\ln2\times\frac{1}{8}=\frac{1}{2\ln2}\times\ln2\times\frac{1}{8}=\frac{1}{16}$

35) $\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+3x)}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+3x)}{3x}\times\frac{3}{2}=1\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

36) $-\frac{2}{\ln2}$

⇨ (주어진 식)

$=-\lim_{x\to0+}\frac{1}{x}\log_2(2x+1)$

$=-2\lim_{x\to0+}\frac{\log_2(2x+1)}{2x}=-2\times\frac{1}{\ln2}=-\frac{2}{\ln2}$

37) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{2x}\times2=1\times2=2$

38) $\frac{2}{\ln3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{x^2+x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{2x}\times\frac{2x}{x^2+x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1+2x)}{2x}\times\lim_{x\to0}\frac{2}{x+1}$

$=\frac{1}{\ln3}\times2=\frac{2}{\ln3}$

39) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+4x)}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+4x)}{4x}\times2$

$=1\times2=2$

40) $\frac{1}{6}$

⇨ $f(x)=\ln(3+x)$라 하면

$f(0)=\ln3$이고 $f'(x)=\frac{1}{3+x}$이다.

주어진 식은

$\lim_{x\to0}\frac{\ln(3+x)-\ln3}{2x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{2x}=\frac{1}{2}f'(0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

41) $\frac{1}{4}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{4}\ln(1+2x)^{\frac{1}{2x}}=\frac{1}{4}\ln e=\frac{1}{4}$

42) $-\frac{2}{\ln3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1-2x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\log_3(1-2x)}{-2x}\times(-2)$

$=\frac{1}{\ln3}\times(-2)=-\frac{2}{\ln3}$

43) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\{\ln(x+2)-\ln x\}=\lim_{x\to\infty}x\ln\frac{x+2}{x}$

$=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)\cdots$ ㉠

$\frac{2}{x}=t$로 놓으면 $x\to\infty$일 때, $t\to0$이므로 ㉠은

$\lim_{t\to0}\frac{2}{t}\times\ln(1+t)=\lim_{t\to0}2\times\frac{\ln(1+t)}{t}=2\times1=2$

44) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{2x\times\frac{1}{2}}=\ln e^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$

45) 3

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\frac{x+3}{x}\right)}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)}{\frac{1}{x}}=3$

46) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\{\ln(1+2x)-\ln2x\}$

$=\lim_{x\to\infty}x\left(\ln\frac{1+2x}{2x}\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x$

$=\lim_{x\to\infty}\ln\left\{\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{2x}\right\}^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$

47) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\{\ln(x+1)-\ln x\}=\lim_{x\to\infty}x\ln\frac{x+1}{x}$

$=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\ln e=1$

48) 4

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\ln\frac{x+1}{x-3}=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{4}{x-3}\right)$

$=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x}{x-3}\right)\ln\left(1+\frac{4}{x-3}\right)^{\frac{x-3}{4}}=4$

49) $\frac{1}{2\ln2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\left\{\log_2\frac{1+2x}{2x}\right\}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2}\cdot2x\left\{\log_2\frac{1+2x}{2x}\right\}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2}\cdot\log_2\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{2x}=\frac{1}{2}\log_2 e=\frac{1}{2\ln2}$

50) $\frac{1}{4\ln 2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty} x\{\log_2(1+4x)-\log_2 4x\}=\lim_{x\to\infty} x\log_2\left(\frac{1+4x}{4x}\right)$

$=\lim_{x\to\infty} x\log_2\left(1+\frac{1}{4x}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{4}\times 4x\log_2\left(1+\frac{1}{4x}\right)$

$\frac{1}{4x}=h$로 치환하자.

$\lim_{h\to 0+}\frac{1}{4}\frac{\log_2(1+h)}{h}=\frac{1}{4\ln 2}$

51) $\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\ln(1+3x)}{3x}\times 3}{\frac{e^{2x}-1}{2x}\times 2}=\frac{3}{2}$

52) $\ln 2\ln 3$

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{3^x-1}{x}}{\frac{\log_2(1+x)}{x}}=\frac{\ln 3}{\frac{1}{\ln 2}}=\ln 2\ln 3$

53) $\frac{2\ln 3}{\ln 2}$

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+2x)\}(3^x-1)}{x^2}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+2x)}{2x}\times\frac{3^x-1}{x}\times 2$

$=\frac{1}{\ln 2}\times\ln 3\times 2=\frac{2\ln 3}{\ln 2}$

54) 4

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+2x)\}(4^x-1)}{x^2}$

$=2\lim_{x\to 0}\frac{\{\log_2(1+2x)\}}{2x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{4^x-1}{x}$

$=2\cdot\frac{1}{\ln 2}\cdot\ln 4=2\cdot\frac{1}{\ln 2}\cdot 2\ln 2=4$

55) 2

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+x)}{x}\cdot\frac{4^x-1}{x}=\frac{1}{\ln 2}\cdot\ln 4$

$=\frac{1}{\ln 2}\cdot 2\ln 2=2$

56) $-\frac{4}{3}$

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\ln(1-4x)}{-4x}\times(-4)}{\frac{e^{3x}-1}{3x}\times 3}=-\frac{4}{3}$

57) $\ln 2$

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{8^x-2^x}{\ln(2x+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{2^x(2^{2x}-1)}{\ln(2x+1)}$

$=\lim_{x\to 0}2^x\cdot\frac{2^{2x}-1}{2x}\cdot\frac{2x}{\ln(2x+1)}=2^0\cdot\ln 2=\ln 2$

58) 4

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{e^{4x}-2e^{2x}+1}{x\ln(x+1)}$

$=4\lim_{x\to 0}\frac{(e^{2x}-1)^2}{(2x)^2}\cdot\frac{x}{\ln(x+1)}$

$=4\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{2x}-1}{2x}\right)^2\cdot\frac{x}{\ln(x+1)}$

$=4\cdot 1^2\cdot 1=4$

59) 1

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{\ln(1+3x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^{3x}-1}{3x}}{\frac{\ln(1+3x)}{3x}}=\frac{1}{1}=1$

60) $-\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to 2}\ln\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2-x}}=\lim_{x\to 2}\frac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{2-x}=\frac{1}{2}\lim_{x\to 2}\frac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\frac{x}{2}}$

여기서 $\frac{x}{2}-1=t$라 하면

$\frac{1}{2}\lim_{x\to 2}\frac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\frac{x}{2}}=-\frac{1}{2}\lim_{t\to 0}\frac{\ln(t+1)}{t}=-\frac{1}{2}$

61) 1

⇨ $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-e^{x-1}}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1-(e^{x-1}-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}-\lim_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1}(x+1)-\lim_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}$ ⇦ $x-1=t$로 놓자.

$=2-\lim_{t\to 0}\frac{e^t-1}{t}=2-1=1$

62) 1

⇨ $t=\frac{1}{x}$라 하면 $x\to\infty$일 때, $t\to 0$이고

$\lim_{x\to\infty}x(\sqrt[x]{e}-1)=\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}(e^t-1)=1$

63) $\ln 3$

⇨ $\lim_{x\to 1}\frac{9^{x-1}-1}{(x-1)(x+1)}$

$x-1=t$로 치환하자.

$\lim_{t\to 0}\frac{9^t-1}{t(t+2)}=\frac{\ln 9}{2}=\ln 3$

64) $\dfrac{e}{2}$

⇨ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^x-e}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e(e^{x-1}-1)}{(x+1)(x-1)}$

$x-1=t$로 치환하자.

$\lim\limits_{t\to0}\dfrac{e(e^t-1)}{(t+2)t}=\dfrac{e}{2}$

65) $\dfrac{1}{2}$

⇨ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x^2-1}$에서 $x-1=t$라 치환하면

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\ln(t+1)}{t(t+2)}$

$=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{1}{t+2}\times\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\ln(t+1)}{t}=\dfrac{1}{2}\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\ln(t+1)}{t}=\dfrac{1}{2}$

66) $\dfrac{(\ln2)^2}{2}$

⇨ $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2^{x-2}-1}{\log_2(2(x-2)+1)}$

$x-2=t$로 치환하자.

$\lim\limits_{t\to0}\dfrac{2^t-1}{\log_2(2t+1)}=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\dfrac{2^t-1}{t}}{\dfrac{\log_2(2t+1)}{2t}\times2}=\dfrac{\ln2}{\dfrac{2}{\ln2}}=\dfrac{(\ln2)^2}{2}$

67) $\dfrac{1}{4}$

⇨ $g(x)=\ln(1+x)$라 하면

$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\ln(1+x)-\ln4}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{g(x)-g(3)}{x-3}$

$=g'(3)=\dfrac{1}{1+3}=\dfrac{1}{4}$

68) $\dfrac{1}{2}\ln2$

⇨ $x-\dfrac{1}{4}=t$로 치환하자.

$\lim\limits_{t\to0}\dfrac{1-4^t}{-4t}=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{4^t-1}{4t}=\dfrac{1}{4}\ln4=\dfrac{\ln2}{2}$

69) $a=1,\ b=3$

⇨ $x\to0$일 때, (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이다.

즉, $\lim\limits_{x\to0}\ln(a+3x)=0$이므로 $\ln a=0$ $\quad\therefore a=1$

이 값을 주어진 식에 대입하면

$b=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+3x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+3x)}{3x}\times3=1\times3=3$

$\therefore a=1, b=3$

70) 2

⇨ 주어진 극한값에서 분자가 0으로 수렴하므로 분모도 0으로 수렴한다.

$\therefore\ \ln1+b=0,\ b=0$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+ax)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\dfrac{e^{2x}-1}{x}}{\dfrac{\ln(1+ax)}{x}}=\dfrac{2}{a}=2$

$\therefore\ a=1$

$\therefore\ 2a^2+b^2=2+0=2$

71) $2\ln2$

⇨ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a}{2}\ln\left(1+\dfrac{a}{2x}\right)^{\frac{2x}{a}}=\dfrac{a}{2}=5\ln2-2a$

$\therefore a=2\ln2$

72) 4

⇨ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(a+8)^x-a^x}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(a+8)^x-1}{x}-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{a^x-1}{x}$

$=\ln(a+8)-\ln a=\ln3$

$\ln\dfrac{a+8}{a}=\ln3,\ \dfrac{a+8}{a}=3$

$a+8=3a\qquad\therefore\ a=4$

73) 1

⇨ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x+a}-1}{x^2+2x}=b$에서 분모가 0으로 수렴하므로 분자도 0으로 수렴한다.

즉, $e^a-1=0\qquad\therefore\ a=0$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-1}{x^2+2x}=\lim\limits_{x\to0}2\cdot\dfrac{e^{2x}-1}{2x(x+2)}=1=b$

$\therefore\ a+b=1$

74) 1

⇨ 분자가 0에 수렴하므로, 분모도 0에 수렴한다.

$\therefore\ b=0$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(e^x-1)\ln(1+x)}{ax^2}$

$=\dfrac{1}{a}\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{e^x-1}{x}\right)\left(\dfrac{\ln(1+x)}{x}\right)=\dfrac{1}{a}=3$

$a=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ 3a+b=1+0=1$

75) 7

⇨ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}+b}{x}=8$에서 $x\to0$일 때, (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $e^0+b=0\ \ \therefore b=-1$

$b=-1$을 주어진 식에 대입하면

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}+b}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}-1}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}-1}{ax}\cdot a=a$

$\therefore a=8$

$\therefore a+b=8+(-1)=7$

76) -6

⇨ $x\to3$일 때, 분모$\to0$이고, 극한값을 가지므로 분자도 0으로 수렴한다.
즉, $x\to3$일 때, $e^0+a=0$ $\therefore a=-1$
$x-3=t$라 하면 $x=t+3$이고, $x\to3$일 때, $t\to0$이다.

$$b=\lim_{x\to3}\frac{e^{x-3}+a}{x^2-9}=\lim_{x\to3}\frac{e^{x-3}-1}{(x-3)(x+3)}$$
$$=\lim_{t\to0}\frac{e^t-1}{t(t+6)}=\lim_{t\to0}\frac{e^t-1}{t}\cdot\frac{1}{(t+6)}$$
$$=1\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$
$$\therefore\ \frac{a}{b}=\frac{-1}{\frac{1}{6}}=-6$$

77) 6
⇨ 분자가 0에 수렴하므로, 분모도 0에 수렴한다.
즉 $b=0$
$$\lim_{x\to0}\frac{(e^{2x}-1)\ln(1+3x)}{ax^2}=\frac{1}{a}\lim_{x\to0}\left(\frac{e^{2x}-1}{x}\right)\left(\frac{\ln(1+3x)}{x}\right)$$
$$=\frac{1}{a}\times2\times3=\frac{6}{a}=1$$
$\therefore\ a=6$
$\therefore\ a+b=6+0=6$

78) $-e^3$
⇨ 주어진 극한값의 분모가 0에 수렴하므로, 분자도 0에 수렴한다.
따라서 $1+b=0$ $\therefore\ b=-1$
$$\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{\ln(1+3x)}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{a^x-1}{x}}{\frac{\ln(1+3x)}{x}}=\frac{\ln a}{3}=1$$
$\ln a=3$ $\therefore\ a=e^3$
$\therefore\ ab=-e^3$

79) 2
⇨ 주어진 극한값을 구하면
$$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+ax)}{x^2+2x}=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+ax)}{ax}\cdot\frac{a}{(x+2)}$$
$$=1\cdot\frac{a}{2}=\frac{a}{2}=b$$
$$\therefore\frac{a}{b}=2$$

80) 10
⇨ $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2a}{x-a}\right)^x$$
$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2a}{x-a}\right)^{\frac{x-a}{2a}\cdot\frac{2ax}{x-a}}$$
$$=e^{2a}=e^{20}$$
$2a=20$ $\therefore a=10$

81) 4
⇨ 주어진 극한값이 4인 정수가 되기 위해서
$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$의 꼴을 만들어 푼다.
또한 $x\to0$일 때, (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.
즉, $e^{a\cdot0+b}-1=0$ $\therefore b=0$
$$\lim_{x\to0}\frac{e^{ax+b}-1}{\ln(1+cx)}=\lim_{x\to0}\frac{e^{ax}-1}{\ln(1+cx)}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{e^{ax}-1}{ax}\cdot\frac{cx}{\ln(1+cx)}\cdot\frac{a}{c}$$
$$=1\cdot1\cdot\frac{a}{c}=\frac{a}{c}=4$$
$\therefore a=4c$
$$\therefore\frac{a+b}{c}=\frac{4c+0}{c}=4$$

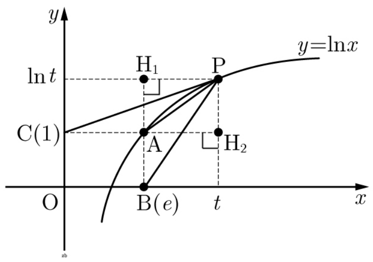
82) $\frac{2}{3}$
⇨ 주어진 함수의 극한값이 존재해야 하므로
$\lim_{x\to0}\ln(a+2x)=0$ $\therefore\ a=1$
또한 $$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{e^{3x}-1}=\frac{2}{3}\lim_{x\to0}\frac{\frac{\ln(1+2x)}{2x}}{\frac{e^{3x}-1}{3x}}=\frac{2}{3}=b$$
$$\therefore\ ab=\frac{2}{3}$$

83) 7
⇨ $$\lim_{x\to\infty}x^a\log_3\left(1+\frac{b}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}\log_3\left(1+\frac{b}{x^2}\right)^{\frac{x^2}{b}\times bx^{a-2}}$$
$$=\lim_{x\to\infty}bx^{a-2}\log_3e=\lim_{x\to\infty}\frac{bx^{a-2}}{\ln3}=\frac{5}{\ln3}$$
따라서 $a=2,\ b=5$이므로 $a+b=7$이다.

84) 4
⇨ $$\lim_{t\to0+}\frac{\overline{PQ}}{\overline{OQ}}=\lim_{t\to0+}\frac{2e^{2t}-2}{t}=2\times2\lim_{t\to0+}\frac{e^{2t}-1}{2t}=4$$

85) $\frac{1}{e-1}$
⇨ 두 삼각형의 넓이 S_1, S_2를 각각 구하면
$$S_1=\frac{1}{2}\cdot1\cdot(a-1)=\frac{a-1}{2}$$
$$S_2=\frac{1}{2}\cdot(e-1)\cdot\ln a=\frac{(e-1)\ln a}{2}$$
$$\lim_{a\to1}\frac{S_1}{S_2}=\lim_{a\to1}\frac{\frac{a-1}{2}}{\frac{(e-1)\ln a}{2}}=\lim_{a\to1}\frac{a-1}{(e-1)\ln a}$$
$$=\lim_{t\to0}\frac{t}{\ln(1+t)}\cdot\frac{1}{e-1}=\frac{1}{e-1}$$

86) 1

⇨ 

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{PH_1} = \frac{1}{2}(t-e)$

$S_2 = \frac{1}{2}\overline{AC} \cdot \overline{PH_2} = \frac{1}{2}e(\ln t-1)$

$\therefore \lim\limits_{t\to e+}\frac{S_1}{S_2} = \lim\limits_{t\to e+}\frac{t-e}{e(\ln t-1)} = \lim\limits_{t\to e+}\frac{t-e}{e(\ln t-\ln e)}$

$= \frac{1}{e} \cdot \frac{1}{\lim\limits_{t\to e+}\frac{\ln t-\ln e}{t-e}}$ ($\ln t = f(t)$라 하면)

$= \frac{1}{e} \cdot \frac{1}{f'(e)} = \frac{e}{e} = 1 \left(\because f'(t) = \frac{1}{t}\right)$

87) 1

⇨ 삼각형 OAB에서 $\overline{OB}=1$이고 점 A의 y좌표가 a이므로 점 A의 x좌표는 $\frac{e^x-1}{2}=a$에서

$e^x = 2a+1,\ x = \ln(2a+1)$

따라서

$S(a) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \ln(2a+1) = \frac{1}{2}\ln(2a+1)$이므로

$\lim\limits_{a\to 0+}\frac{S(a)}{a} = \lim\limits_{a\to 0+}\frac{\ln(2a+1)}{2a}$

$= \lim\limits_{a\to 0+}\ln(1+2a)^{\frac{1}{2a}} = \ln e = 1$

88) 10

⇨ 곡선 $y=\ln(1+10x)$ 위의 점 P의 x좌표를 t로 놓으면 $P(t,\ \ln(1+10t))$

각 θ는 직선 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각이므로 $\tan\theta = \frac{\ln(1+10t)}{t}$

점 P가 원점 O에 한없이 가까워지면 $t\to 0$이므로

$\lim\limits_{t\to 0+}\tan\theta = \lim\limits_{t\to 0+}\frac{\ln(1+10t)}{t} = \lim\limits_{t\to 0+}\frac{\ln(1+10t)}{10t} \cdot 10$

$= 1 \cdot 10 = 10$

89) 6

⇨ $\ln(2x+1)=5t,\ 2x+1=e^{5t}$ $\therefore\ x = \frac{e^{5t}-1}{2}$

점 D의 x좌표는 $\frac{e^{5t}-1}{2}$

$\ln(2x+1)=t$

$2x+1=e^t$

$\therefore\ x = \frac{e^t-1}{2}$

점 C의 x좌표는 $\frac{e^t-1}{2}$

$S(t) = \frac{t+5t}{2} \times \left(\frac{e^{5t}-1}{2} - \frac{e^t-1}{2}\right)$

$\lim\limits_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t^2} = \lim\limits_{t\to 0+}\frac{3t}{t^2}\left(\frac{e^{5t}-1}{2} - \frac{e^t-1}{2}\right)$

$= \lim\limits_{t\to 0+}3\left(\frac{e^{5t}-1}{2t} - \frac{e^t-1}{2t}\right)$

$= 3 \times \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) = 6$

90) 3

⇨ $S(t) = \frac{1}{2}\overline{OA} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2}t\ln(1+t)$

$T(t) = \frac{1}{2}\overline{AB}(\overline{AC}+\overline{BD}) = \frac{1}{2}t\{\ln(1+t)+\ln(1+2t)\}$

$\therefore \lim\limits_{t\to 0}\frac{T(t)}{S(t)} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)+\ln(1+2t)}{\ln(1+t)}$

$= 1 + \lim\limits_{t\to 0}\frac{\ln(1+2t)}{\ln(1+t)}$

$= 1 + \lim\limits_{t\to 0}\frac{\frac{\ln(1+2t)}{2t} \cdot 2}{\frac{\ln(1+t)}{t}}$

$= 1 + \frac{2}{1} = 3$