02

나머지정리

예제 01

x에 대한 항등식

등식 $a(x+1)+b(x-1)=2x$가 x에 대한 항등식일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

접근 방법

항등식의 뜻과 성질을 이용하여 미지의 계수의 값을 결정하는 미정계수법에는 다음 두 가지 방법이 있습니다.

(1) 수치대입법 : 항등식은 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립함을 이용하여 적당한 수를 대입하여 계수를 결정하는 방법

(2) 계수비교법 : 항등식의 양변에 있는 동류항의 계수가 서로 같음을 이용하여 양변의 동류항의 계수를 비교하여 결정하는 방법

Bible

(1) 항등식의 뜻 : x에 대한 항등식은 모든 x에 대하여, 즉 x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식

(2) 항등식의 성질 : $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$이 x에 대한 항등식이면

$$a=a',\ b=b',\ c=c'$$

상세 풀이

주어진 등식이 x에 대한 항등식이므로

양변에 $x=1$을 대입하면

$$2a=2 \qquad \therefore a=1$$

양변에 $x=-1$을 대입하면

$$-2b=-2 \qquad \therefore b=1$$

다른 풀이

주어진 등식의 좌변을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a+b)x+a-b=2x$$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로 $a+b=2$, $a-b=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$

정답 ➡ $a=1$, $b=1$

보충 설명

x에 대한 항등식이란 주어진 식의 x에 어떤 수를 대입하여도 항상 성립하는 등식을 뜻합니다.
직접 항등식이라는 표현을 쓰지 않아도 '모든 x에 대하여 성립', 'x의 값에 관계없이 항상 성립', 'x가 어떤 값을 가지더라도 항상 성립' 한다는 표현은 모두 x에 대한 항등식을 뜻합니다.
또한 x에 대한 항등식에서 미지의 계수를 정하는 미정계수법에는 x에 적당한 수를 대입하여 계수를 결정하는 수치대입법과 좌변과 우변을 각각 x에 대한 내림차순으로 정리하여 양변의 동류항의 계수를 비교하여 계수를 결정하는 계수비교법이 있습니다.

풀이집 p.14

숫자 바꾸기

◆ 다른 풀이

01-1 등식 $a(x-1)+b(x+1)=4x+2$가 x에 대한 항등식일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

표현 바꾸기

◆ 다른 풀이

01-2 임의의 실수 x에 대하여 등식 $x^2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$가 성립할 때, 상수 a, b, c의 값을 각각 구하여라.

개념 넓히기 ★★☆

01-3 다항식 $f(x)$에 대하여 등식 $x^4-ax^3+bx^2=(x-1)(x+2)f(x)-x-6$이 x에 대한 항등식일 때, $f(3)$의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)

정답 **01-1** $a=1$, $b=3$ **01-2** $a=1$, $b=2$, $c=1$ **01-3** 0

예제 02

x, y에 대한 항등식

임의의 실수 x, y에 대하여 등식

$$(x+y)a+(x-2y)b=5x-y$$

가 성립할 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

접근 방법

임의의 실수 x, y에 대하여 성립하는 등식은 x, y에 대한 항등식입니다.
주어진 등식의 양변에 적당한 x, y의 값을 대입하여 미지의 계수를 결정하는 수치대입법이나 주어진 등식의 좌변을 x, y에 대하여 정리한 후, 양변의 동류항의 계수를 비교하여 미지의 계수를 결정하는 계수비교법을 이용합니다.

Bible 임의의 실수 x, y에 대하여
(1) $ax+by+c=0$이면 $a=0$, $b=0$, $c=0$
(2) $ax+by=a'x+b'y$이면 $a=a'$, $b=b'$

상세 풀이

주어진 등식이 임의의 실수 x, y에 대하여 성립하므로 x, y에 대한 항등식입니다.
등식의 좌변을 전개하여 x, y에 대하여 정리하면

$$(a+b)x+(a-2b)y=5x-y$$

이 등식이 x, y에 대한 항등식이므로

$$a+b=5,\ a-2b=-1$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=3,\ b=2$$

다른 풀이

주어진 등식이 임의의 실수 x, y에 대하여 성립하므로
등식의 양변에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$$(1+0)a+(1-0)b=5-0 \qquad \therefore a+b=5 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

등식의 양변에 $x=0$, $y=1$을 대입하면

$$(0+1)a+(0-2)b=0-1 \qquad \therefore a-2b=-1 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=3,\ b=2$$

정답 ➡ $a=3$, $b=2$

보충 설명

임의의 실수 x, y에 대하여 성립하는 등식은 x, y에 대한 항등식이므로 등식에서 미지의 계수를 정할 때에는 미정계수법을 이용하여 구할 수 있습니다.

풀이집 p.14

숫자 바꾸기

◆ 다른 풀이

02-1 임의의 실수 x, y에 대하여 등식

$$(2x-y)a+(x-y)b=3x-2y$$

가 성립할 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

표현 바꾸기

02-2 $x-y=2$를 만족시키는 모든 실수 x, y에 대하여 등식

$$ax^2+bxy+y^2+x+cy-6=0$$

이 성립할 때, 상수 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하여라.

개념 넓히기 ★★☆

02-3 x, y의 값에 관계없이 $\dfrac{ax+by+3}{x+2y-1}$이 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라. (단, $x+2y\neq1$)

정답 **02-1** $a=1$, $b=1$ **02-2** 2 **02-3** 18

예제 03

다항식의 나눗셈과 항등식

x에 대한 다항식 x^3+ax+b를 x^2-x+1로 나누었을 때의 나머지가 $2x+3$일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

접근 방법

삼차식 x^3+ax+b를 이차식 x^2-x+1로 나누었을 때의 몫은 일차식이고, x^3+ax+b에서 x^3의 계수가 1이고 x^2-x+1에서 x^2의 계수가 1이므로 몫을 $x+m$(m은 상수)이라고 할 수 있습니다.
이때, 나머지가 $2x+3$이므로 $x^3+ax+b=(x^2-x+1)(x+m)+2x+3$이고, 이 등식은 x에 대한 항등식이므로 좌변을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리한 후, 계수비교법을 이용합니다.

Bible 다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫이 Q, 나머지가 R일 때,
$A=BQ+R$ (단, (R의 차수)<(B의 차수))

상세 풀이

다항식 x^3+ax+b를 x^2-x+1로 나누었을 때의 몫을 $x+m$(m은 상수)이라고 하면
나머지가 $2x+3$이므로

$$\begin{aligned} x^3+ax+b&=(x^2-x+1)(x+m)+2x+3 \\ &=x^3+(m-1)x^2+(3-m)x+m+3 \end{aligned}$$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$$0=m-1,\ a=3-m,\ b=m+3$$

$$\therefore\ m=1,\ a=2,\ b=4$$

다른 풀이

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline x^2-x+1 & x^3 \qquad +\ ax+b \\ & x^3-x^2+x \\ \hline & x^2+(a-1)x+b \\ & x^2-x+1 \\ \hline & ax+b-1 \end{array}$$

이때, 나머지가 $2x+3$이므로

$$ax+b-1=2x+3 \qquad \therefore\ a=2,\ b=4$$

정답 ➡ $a=2$, $b=4$

보충 설명

다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫이 Q, 나머지가 R일 때,
$A=BQ+R$ ((R의 차수)<(B의 차수))
와 같은 등식이 성립하며, 이는 항등식입니다.

풀이집 p.15

02

숫자 바꾸기

03-1 x에 대한 다항식 $2x^3+ax+b$를 x^2-2x-1로 나누었을 때의 나머지가 $13x+2$일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

표현 바꾸기

◆다른 풀이

03-2 다항식 $2x^3+7x^2+5x-6$을 어떤 다항식 A로 나누었을 때의 몫이 $2x^2+3x-1$이고 나머지가 -4일 때, 다항식 A를 구하여라.

개념 넓히기 ★★☆

◆다른 풀이

03-3 다항식 $x^4+4x^3+2x^2-1$을 다항식 $f(x)$로 나누었을 때의 몫이 x^2+4x+3, 나머지가 $4x+2$일 때, $f(x)$를 구하여라.

정답 **03-1** $a=3$, $b=-2$ **03-2** $x+2$ **03-3** x^2-1

예제 04

나머지정리

다항식 x^3-4x^2-2x+8을 다음 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

(1) x (2) $x-1$ (3) $2x+1$

접근 방법

다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하는 것이므로 나머지정리를 이용하면 직접 나누어 계산하지 않고도 나머지를 구할 수 있습니다.

즉, 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-\alpha$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 하면

$$f(x)=(x-\alpha)Q(x)+R$$

이고, 이 식은 x에 대한 항등식이므로 양변에 $x=\alpha$를 대입하면 $R=f(\alpha)$입니다.

Bible 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지는 $f(\alpha)$이다.

상세 풀이

$f(x)=x^3-4x^2-2x+8$이라고 하면

(1) 다항식 $f(x)$를 x로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$$f(0)=0-4\cdot0-2\cdot0+8=8$$

(2) 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$$f(1)=1^3-4\cdot1^2-2\cdot1+8=1-4-2+8=3$$

(3) 다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^3-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+8=-\frac{1}{8}-1+1+8=\frac{63}{8}$$

정답 ➡ (1) 8 (2) 3 (3) $\frac{63}{8}$

보충 설명

다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 하면

$$f(x)=(ax+b)Q(x)+R$$

이고, 이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-\frac{b}{a}$를 대입하면

$$f\left(-\frac{b}{a}\right)=\left\{a\cdot\left(-\frac{b}{a}\right)+b\right\}Q\left(-\frac{b}{a}\right)+R=R \qquad \therefore\ R=f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

따라서 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$입니다.

풀이집 p.16

숫자 바꾸기

04-1 다항식 $4x^3-2x^2-1$을 다음 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

(1) $2x-1$ (2) $x+2$ (3) $4x-3$

표현 바꾸기

04-2 다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-6)$으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$일 때, $f(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

개념 넓히기 ★☆☆

04-3 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 7이고, $f(x)-g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 3일 때, 다항식 $f(x)g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

정답 **04-1** (1) -1 (2) -41 (3) $-\frac{7}{16}$ **04-2** -5
04-3 10

예제 05

인수정리

다항식 $x^3-4kx+9$가 다음 일차식으로 나누어떨어질 때, 상수 k의 값을 각각 구하여라.

(1) $x+1$　　(2) $x-3$　　(3) $2x-1$

접근 방법

$f(x)=x^3-4kx+9$라고 하면 $f(x)$가 주어진 일차식으로 나누어떨어지므로 나머지는 0입니다.
즉, 다항식 $f(x)$가 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$임을 이용하여 상수 k의 값을 구합니다.

Bible 다항식 $f(x)$에 대하여
(1) $f(x)$가 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$이다.
(2) $f(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어진다.

상세 풀이

$f(x)=x^3-4kx+9$라고 하면

(1) 다항식 $f(x)$가 일차식 $x+1$로 나누어떨어지므로

$$f(-1)=(-1)^3-4k\cdot(-1)+9=0$$

$$4k+8=0 \qquad \therefore k=-2$$

(2) 다항식 $f(x)$가 일차식 $x-3$으로 나누어떨어지므로

$$f(3)=3^3-4k\cdot 3+9=0$$

$$-12k+36=0 \qquad \therefore k=3$$

(3) 다항식 $f(x)$가 일차식 $2x-1$로 나누어떨어지므로

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3-4k\cdot\frac{1}{2}+9=0$$

$$-2k+\frac{73}{8}=0 \qquad \therefore k=\frac{73}{16}$$

정답 ➡ (1) -2 (2) 3 (3) $\frac{73}{16}$

보충 설명

다항식 $f(x)$와 일차식 $x-\alpha$에 대하여 다음은 모두 $f(\alpha)=0$임을 나타냅니다.
(1) $f(x)$가 $x-\alpha$로 나누어떨어집니다.
(2) $f(x)$를 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지가 0입니다.
(3) $x-\alpha$가 $f(x)$의 인수입니다.
(4) $f(x)=(x-\alpha)Q(x)$ (단, $Q(x)$는 다항식)

풀이집 p.17

숫자 바꾸기

05-1 다항식 x^3+5x^2+kx-k가 다음 일차식으로 나누어떨어질 때, 상수 k의 값을 각각 구하여라.

(1) $x+1$ (2) $x-3$ (3) $2x-1$

표현 바꾸기

05-2 다항식 x^3+ax^2-5x+b가 $x+2$, $x-3$으로 각각 나누어떨어질 때, 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하여라.

개념 넓히기 ★☆☆

05-3 다항식 $f(x)=x^3-2x^2+ax+b$에 대하여 $f(x+2)$는 $x+1$로 나누어떨어지고, $f(x-2)$는 $x-1$로 나누어떨어질 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

정답 **05-1** (1) 2 (2) -36 (3) $\frac{11}{4}$ **05-2** 40 **05-3** $a=-1$, $b=2$

예제 06

나머지정리의 활용

다항식 $f(x)$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -8이고, $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 4일 때, $f(x)$를 $(x+2)(x-2)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

접근 방법

다항식 $f(x)$를 이차식 $(x+2)(x-2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x+2)(x-2)Q(x)+ax+b$$

이고, 이 등식은 x에 대한 항등식입니다.

Bible 다항식 $f(x)$를 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 $ax+b$(a, b는 상수) 꼴이다.

상세 풀이

$f(x)$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -8이고, $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 4이므로 나머지정리에 의하여

$$f(-2)=-8,\ f(2)=4$$

$f(x)$를 $(x+2)(x-2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$(a, b는 상수)라고 하면

$$f(x)=(x+2)(x-2)Q(x)+ax+b$$

이므로 양변에 $x=-2$, $x=2$를 각각 대입하면

$$f(-2)=-2a+b=-8 \quad \cdots\cdots ㉠$$

$$f(2)=2a+b=4 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=3,\ b=-2$$

따라서 구하는 나머지는 $3x-2$입니다.

정답 ➡ $3x-2$

보충 설명

다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라고 하면 나머지는 나누는 다항식의 차수보다 낮아야 하므로 나누는 식의 차수에 따른 나머지의 차수와 이에 따른 다항식의 표현을 정리하면 다음과 같습니다.

나누는 식 $g(x)$	나머지 $R(x)$	나머지 $R(x)$의 표현
일차식	상수	$R(x)=a$ (a는 상수)
이차식	일차 이하의 다항식	$R(x)=ax+b$ (a, b는 상수)
삼차식	이차 이하의 다항식	$R(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수)

풀이집 p.17

숫자 바꾸기

06-1 다항식 $f(x)$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 -2일 때, $f(x)$를 $(x+2)(x+1)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

표현 바꾸기

06-2 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 -5이고, $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 3일 때, 다항식 $(x^2+2x)f(x)$를 x^2-1로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

개념 넓히기 ★★★

06-3 다항식 $f(x)$를 $x(x-1)$로 나누었을 때의 나머지는 $2x+1$이고, $(x-1)(x-2)$로 나누었을 때의 나머지는 $4x-1$일 때, $f(x)$를 $x(x-1)(x-2)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

정답 **06-1** $-7x-9$ **06-2** $2x+7$ **06-3** x^2+x+1

예제 07

조립제법

조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(1) $(5+3x^2-x^3)\div(x+2)$　　(2) $(2x^3-5x^2+7x-4)\div(2x-3)$

접근 방법

(1)에서는 나누어지는 식을 내림차순으로 정리하여 계수를 차례대로 쓰고, $x+2=0$이 되도록 하는 x의 값 -2를 왼쪽에 쓴 후, 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구합니다.

(2)에서는 나누는 일차식이 $2x-3=2\left(x-\frac{3}{2}\right)$이므로 $x-\frac{3}{2}=0$이 되도록 하는 x의 값 $\frac{3}{2}$을 왼쪽에 쓰고 조립제법을 이용하여 몫을 구합니다. 이때, 구하는 나눗셈의 몫은 조립제법을 이용하여 구한 몫의 $\frac{1}{2}$입니다.

Bible 계수만을 이용하여 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라고 한다.

상세 풀이

(1) 다항식 $5+3x^2-x^3$을 내림차순으로 정리하면 $-x^3+3x^2+5$이므로 오른쪽과 같이 계수 -1, 3, 0, 5를 차례대로 쓰고, $x+2=0$이 되도록 하는 x의 값 -2를 왼쪽에 씁니다.
따라서 구하는 몫은 $-x^2+5x-10$, 나머지는 25입니다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & -1 & 3 & 0 & 5 \\ & & 2 & -10 & 20 \\ \hline & -1 & 5 & -10 & \boxed{25} \end{array}$$

(2) $2x-3=2\left(x-\frac{3}{2}\right)$에서 $x-\frac{3}{2}=0$이 되도록 하는 x의 값 $\frac{3}{2}$을 오른쪽과 같이 왼쪽에 쓰고 몫과 나머지를 구하면 몫은 $2x^2-2x+4$, 나머지는 2입니다.

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{3}{2} & 2 & -5 & 7 & -4 \\ & & 3 & -3 & 6 \\ \hline & 2 & -2 & 4 & \boxed{2} \end{array}$$

이 나눗셈의 결과를 식으로 나타내면

$$\begin{aligned} 2x^3-5x^2+7x-4 &= \left(x-\frac{3}{2}\right)(2x^2-2x+4)+2 \\ &= (2x-3)(x^2-x+2)+2 \end{aligned}$$

따라서 구하는 몫은 x^2-x+2, 나머지는 2입니다.

정답 ➡ (1) 몫 : $-x^2+5x-10$, 나머지 : 25　(2) 몫 : x^2-x+2, 나머지 : 2

보충 설명

다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지만을 구할 때에는 나머지정리를 이용하고, 일차식으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구할 때에는 조립제법을 이용합니다. 하지만 이차식 이상으로 나누었을 때의 나머지를 구할 때에는 직접 나누거나 나눗셈의 결과를 항등식으로 나타내어 구합니다.

풀이집 p.18

숫자 바꾸기

07-1 조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(1) $(2x^3-x^2-4x+5)\div(x+2)$　　(2) $(5+6x^2-4x^3)\div(2x+1)$

표현 바꾸기

07-2 오른쪽은 조립제법을 이용하여 다항식 $2x^3+5x^2+3$을 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 과정이다. 상수 a, b, c, d에 대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

$$\begin{array}{c|cccc} a & 2 & 5 & 0 & 3 \\ & & -2 & c & 3 \\ \hline & b & 3 & -3 & \boxed{d} \end{array}$$

개념 넓히기 ★☆☆

07-3 다항식 $2x^3-7x^2+5x+1$을 $2x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R라고 할 때, $Q(2)+R$의 값을 구하여라.

정답 **07-1** (1) 몫 : $2x^2-5x+6$, 나머지 : -7 (2) 몫 : $-2x^2+4x-2$, 나머지 : 7
07-2 4　**07-3** 1

예제 08

조립제법의 활용

등식 $x^3-4x^2-2x+5=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$가 x에 대한 항등식일 때, 조립제법을 이용하여 상수 a, b, c, d의 값을 각각 구하여라.

접근 방법

조립제법을 이용하면 다항식 x^3-4x^2-2x+5를 $x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구할 수 있고, 그 때의 몫을 다시 $x-2$로 나누면 새로운 몫과 나머지를 구할 수 있습니다. 마찬가지 방법으로 조립제법을 이용하면 상수 a, b, c, d의 값을 각각 구할 수 있습니다.

Bible x에 대한 다항식을 조립제법을 이용하여 $x-a$에 대한 내림차순으로 정리한다.

상세 풀이

조립제법을 이용하여 계산하면 다음과 같습니다.

$$
\begin{array}{c|cccc l}
2 & 1 & -4 & -2 & 5 & \\
  &   & 2 & -4 & -12 & \\
\hline
2 & 1 & -2 & -6 & \boxed{-7} & \leftarrow (x-2)(x^2-2x-6)-7 \\
  &   & 2 & 0 & & \\
\hline
2 & 1 & 0 & \boxed{-6} & & \leftarrow (x-2)\{(x-2)x-6\}-7 \\
  &   & 2 & & & \\
\hline
  & 1 & \boxed{2} & & & \leftarrow (x-2)[(x-2)\{(x-2)+2\}-6]-7
\end{array}
$$

따라서 주어진 다항식을 $x-2$에 대한 내림차순으로 정리하면

$$
\begin{aligned}
& x^3-4x^2-2x+5 \\
&=(x-2)[(x-2)\{(x-2)+2\}-6]-7 \\
&=(x-2)^3+2(x-2)^2-6(x-2)-7 \\
&\therefore\ a=1,\ b=2,\ c=-6,\ d=-7
\end{aligned}
$$

정답 ➡ $a=1$, $b=2$, $c=-6$, $d=-7$

보충 설명

x에 대한 항등식이므로 우변을 전개하여 계수비교법을 이용하거나 수치대입법을 이용하여 상수 a, b, c, d의 값을 구할 수도 있습니다.

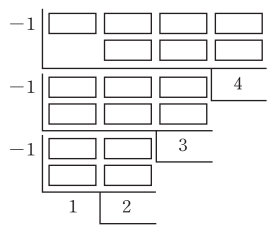
풀이집 p.19

숫자 바꾸기

08-1 등식 $2x^3+x^2-x+3=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$가 x에 대한 항등식일 때, 조립제법을 이용하여 상수 a, b, c, d의 값을 각각 구하여라.

표현 바꾸기

08-2 삼차식 $f(x)$에 대하여 조립제법을 계속 적용한 것이 다음과 같을 때, $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.



개념 넓히기 ★★☆ ◆다른 풀이

08-3 등식

$$x^4=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+a_4(x+1)^4$$

이 x에 대한 항등식일 때, a_1+a_3의 값은? (단, a_0, a_1, a_2, a_3, a_4는 상수이다.)

① 8 ② 4 ③ 0
④ -4 ⑤ -8

정답 **08-1** $a=2$, $b=7$, $c=7$, $d=5$ **08-2** 26
08-3 ⑤