



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [거듭제곱]

• 어떤 수  $a$ 의 거듭제곱:  $a, a^2, a^3, \dots, a^n, \dots$ (1)  $a^n$ 에서 거듭제곱의 밑:  $a$ (2)  $a^n$ 에서 거듭제곱의 지수:  $n$ •  $a, b$ 가 실수이고  $m, n$ 이 자연수일 때의 지수법칙

①  $a^m a^n = a^{m+n}$

②  $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \end{cases} \quad (\text{단, } a \neq 0)$

③  $(a^m)^n = a^{mn}, (ab)^n = a^n b^n$

④  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (\text{단, } b \neq 0)$

## [거듭제곱근]

•  $n \geq 2$ 인 자연수일 때,(1)  $a$ 의  $n$ 제곱근: 방정식  $x^n = a$ 를 만족시키는  $x$ (2) 실수  $a$ 의  $n$ 제곱근 중 실수

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
$n$ 이 짝수	$\sqrt[n]{a}$ $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
$n$ 이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

## [거듭제곱근의 성질]

•  $a > 0, b > 0$ 이고  $m$ 과  $n$ 이 2 이상의 자연수일 때

①  $(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}, \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

③  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

④  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[nm]{a^p} \quad (\text{단, } p \text{는 양의 정수})$

## 기본문제

[문제]

1. 다음 식을 간단히 한 것으로 옳은 것은?  
(단,  $a \neq 0, b \neq 0$ )

①  $ab^2 \times ab^3 = a^2b^5$

②  $(a^3b^2)^2 = a^6b^2$

③  $a^2b^6 \div \left(\frac{b}{a^3}\right)^2 = a^{-1}b^4$

④  $a^3b^2 \times ab^3 = a^4b^6$

⑤  $\frac{a^2}{b^3} \times \frac{1}{a^3} = \frac{a}{b^3}$

[예제]

2. 다음 거듭제곱근 중 실수를 가지지 않는 것은?

①  $-8$ 의 세제곱근

②  $-16$ 의 네제곱근

③  $8$ 의 다섯제곱근

④  $-4$ 의 세제곱근

⑤  $2$ 의 아홉제곱근

[문제]

3. 다음 거듭제곱근 중 실수가 2개인 것은?

①  $-16$ 의 제곱근

②  $-16$ 의 네제곱근

③  $8$ 의 다섯제곱근

④  $-4$ 의 세제곱근

⑤  $2$ 의 네제곱근

[문제]

4. 다음 값을 계산한 것 중 옳지 않은 것은?

①  $\sqrt[4]{16} = 2$

②  $\sqrt[3]{125} = 5$

③  $\sqrt[3]{-64} = -4$

④  $-\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$

⑤  $\sqrt[4]{\frac{1}{(-2)^4}} = -\frac{1}{2}$

[문제]

5.  $a > 0, b > 0$ 이고  $m, n$ 이 2 이상인 자연수일 때, 성립하지 않는 것은?

①  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

③  $a^m \times a^n = a^{mn}$

④  $a^m \div a^n = a^{m-n}$

⑤  $(a^m \times a^n)^l = a^{ml+nl}$

[문제]

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = 4$       ②  $\frac{\sqrt[4]{64}}{\sqrt[4]{4}} = 2$   
 ③  $(\sqrt[3]{9})^6 = 81$       ④  $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = 2$   
 ⑤  $\sqrt[3]{64} \times \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = 6$

[문제]

7. 다음 중 가장 작은 값은?

- ①  $\sqrt[6]{216} - 5\sqrt{6}$   
 ②  $\sqrt{8} + \sqrt{\sqrt{1024}} - \sqrt[3]{\sqrt{512}}$   
 ③  $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{9}$   
 ④  $-\sqrt[4]{3} + 4\sqrt[20]{243} + \sqrt[16]{81}$   
 ⑤  $-\sqrt[3]{56} + \sqrt[6]{49}$

[문제]

8. 다음 식을 계산한 것으로 옳은 것은?

$$\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}}$$

- ①  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{(-11)^9} + \sqrt[4]{81^4}$   
 $= -11^3 + 81 = -1250$   
 ②  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3^4)^4}$   
 $= -11^3 - 81 = -1412$   
 ③  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{(-11)^9} + \sqrt[4]{(-1)^{16} 3^{16}}$   
 $= 11^3 + 81 = 1412$   
 ④  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}}$   
 $= 11^3 - 81 = 1250$   
 ⑤  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{(-11)^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}}$   
 $= -11^3 - 81 = -1412$

[문제]

9. 다음 식을 간단히 한 것으로 옳은 것은?

$$\sqrt[4]{3^4} - 2\sqrt[3]{-27} + \sqrt{\sqrt{81}}$$

- ① 10      ② 11  
 ③ 12      ④ 13  
 ⑤ 14

[문제]

10. 다음은  $a > 0$ 이고  $m, n, p$ 가 2 이상의 정수일

때, 등식  $\sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$ 이 성립함을 보이는 과정이  
 다. □ 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

&lt;증명&gt;

$$\sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{\sqrt[p]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{\sqrt[p]{(a^{\square})^p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

- ①  $p, p, m$       ②  $p, p, 0$   
 ③  $p, m, m$       ④  $m, m, m$   
 ⑤  $p, m, p$

평가문제

[중단원 마무리하기]

11. 다음 거듭제곱근 중 실수가 존재하는 것을 모두  
 고른 것은?

- ① 125의 네제곱근      ②  $-\frac{1}{81}$ 의 제곱근  
 ③ 63의 일곱제곱근      ④ -64의 여섯제곱근  
 ⑤ -9의 제곱근

[중단원 마무리하기]

12. 다음 값을 구한 것으로 옳지 않은 것은?

- ①  $\sqrt{6} \times \sqrt[4]{72} = 6\sqrt[4]{2}$       ②  $\frac{\sqrt[4]{0.0027}}{\sqrt[4]{27}} = 0.01$   
 ③  $\left(\sqrt[6]{\frac{3}{16}}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{4}$       ④  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{729}} = \sqrt[3]{9}$   
 ⑤  $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{64}}\right)^2 = \frac{1}{16}$

[대단원 평가하기]

13.  $-\sqrt[3]{4}$ 의 네제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $a$ ,  
 $\sqrt[4]{256}$ 의 여섯제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $b$   
 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구한 것은?

- ① 1      ② 2  
 ③ 3      ④ 4  
 ⑤ 5

[대단원 평가하기]

14. 다음 중 옳은 것은?

- ①  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^3}} = \sqrt[3]{3}$   
 ②  $\sqrt[3]{-8} \times \sqrt[9]{27} = -2\sqrt[3]{3}$   
 ③  $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{49}} \div \sqrt[7]{7}\right)^{10} = \frac{1}{7^{-6}}$   
 ④  $\sqrt[6]{-\sqrt[3]{-512}} = -2$   
 ⑤  $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3}$

유사문제

15.  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}} + 4\sqrt[4]{6} + \sqrt[4]{\sqrt[3]{36}}$  을 간단히 하면?

- ①  $\sqrt[4]{2^3}$                       ②  $2\sqrt[4]{3}$                       ③  $3\sqrt[4]{3}$   
 ④  $4\sqrt[4]{6}$                       ⑤  $6\sqrt[4]{6}$

16.  $\sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{4} \sqrt[6]{16} + \frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$  의 값은?

- ① -5                              ② -3  
 ③ -1                              ④ 1  
 ⑤ 3

17.  $\sqrt[4]{16^2} \times (\sqrt{2})^6 \div \sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$  의 값은?

- ① 4                              ② 8  
 ③ 16                              ④ 32  
 ⑤ 64

18. -27의 세제곱근 중 실수인 것을  $a$ 라 하고, 81의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를  $b$ 라 하자.  $a+b$ 의 값을 구하시오.

- ① -1                              ② -3  
 ③ 3                              ④ 0  
 ⑤ 1

19. 다음 중 옳은 것은?

- ① 16의 네제곱근은  $\pm 2$ 이다.  
 ② 27의 세제곱근은  $\sqrt[3]{27}$ 이다.  
 ③ 네제곱근 16은 2이다.  
 ④  $\sqrt{81}$ 의 네제곱근은  $\sqrt{3}$ 이다.  
 ⑤ -16의 네제곱근 중 실수인 것은  $\sqrt{-16}$ 이다.

20. 다음은  $a > 0$ 이고,  $m, n$ 은 2 이상의 정수일 때, $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ 가 성립함을 증명한 것이다.

&lt;증명&gt;

 $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ 에서 근호를 없애기 위하여  $nm$ 제곱을 하면 $(\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}})^{nm} = \boxed{\text{(가)}}$  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} > 0$ 이므로  $\boxed{\text{(나)}}$ 는  $a$ 의  $\boxed{\text{(다)}}$ 의 제곱근 중에서도 양수이다. $\therefore \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ 

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | (가)     | (나)                     | (다)            |
|---------|-------------------------|----------------|
| ① $a$   | $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ | $nm$           |
| ② $a$   | $\sqrt[m]{a}$           | $m$            |
| ③ $a$   | $\frac{1}{a^{nm}}$      | $\frac{1}{nm}$ |
| ④ $a^m$ | $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ | $m$            |
| ⑤ $a^m$ | $\frac{1}{a^{nm}}$      | $nm$           |



## 정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] ①  $ab^2 \times ab^3 = a^2 \times b^{2+3} = a^2b^5$ 

②  $(a^3b^2)^2 = a^6b^4$

③  $a^2b^6 \div \left(\frac{b}{a^3}\right)^2 = a^2b^6 \times \frac{a^6}{b^2} = a^8b^4$

④  $a^3b^2 \times ab^3 = a^4b^5$

⑤  $\frac{a^2}{b^3} \times \frac{1}{a^3} = \frac{1}{ab^3}$

2) [정답] ②

[해설]  $a$ 의  $n$ 제곱근이 실근을 가질 조건은 다음과 같다.1)  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 홀수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ 로 하나의 실근을 가진다.③ 8의 다섯제곱근( $\sqrt[5]{8}$ )⑤ 2의 아홉제곱근( $\sqrt[9]{2}$ )2)  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 짝수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ ,  $-\sqrt[n]{a}$ 로 두 개의 실근을 가진다.3)  $a$ 가 음수이고,  $n$ 이 홀수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ 로 하나의 실근을 가진다.① -8의 세제곱근( $-\sqrt[3]{8}$ )④ -4의 세제곱근( $-\sqrt[3]{4}$ )

따라서 답은 ②이다.

3) [정답] ⑤

[해설]  $a$ 의  $n$ 제곱근이 두 개의 실근을 가질 조건은  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 짝수인 경우이다.

⑤ 2의 네제곱근

따라서 답은 ⑤이다.

4) [정답] ⑤

[해설] ①  $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ 

②  $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

③  $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$

④  $-\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = -\frac{1}{2}$

⑤  $\sqrt[4]{\frac{1}{(-2)^4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{2}$

5) [정답] ③

[해설]  $a^m \times a^n = a^{m+n} \neq a^{mn}$ 이므로 정답은 ③이다.

6) [정답] ⑤

[해설] ⑤  $\sqrt[3]{64} \times \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = 4 \times 3 = 12$ 

7) [정답] ①

[해설] ①  $\sqrt[6]{216} - 5\sqrt{6} = \sqrt[6]{6^3} - 5\sqrt{6}$   
 $= \sqrt{6} - 5\sqrt{6} = -4\sqrt{6}$ 

②  $\sqrt{8} + \sqrt{\sqrt{1024}} - \sqrt[3]{\sqrt{512}}$

$$= 2\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} - \sqrt[6]{2^9} = 2\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

③  $\sqrt[3]{81} - \sqrt{\sqrt[3]{9}} = 3\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$

④  $-\sqrt[4]{3} + 4\sqrt[20]{243} + \sqrt[16]{81} = -\sqrt[4]{3} + 4\sqrt[20]{3^5} + \sqrt[16]{3^4}$   
 $= -\sqrt[4]{3} + 4\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{3} = 4\sqrt[4]{3}$

⑤  $-\sqrt[3]{56} + \sqrt[6]{49} = -2\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7} = -\sqrt[3]{7}$

8) [정답] ①

[해설]  $\sqrt[3]{-11^9} + \sqrt[4]{(-3)^{16}} = \sqrt[3]{(-11)^9} + \sqrt[4]{81^4}$   
 $= -11^3 + 81 = -1250$ 

9) [정답] ③

[해설]  $\sqrt[4]{3^4} - 2\sqrt[3]{-27} + \sqrt{\sqrt{81}}$   
 $= 3 - 2(-3) + 3 = 3 + 6 + 3 = 12$ 

10) [정답] ①

[해설]  $\sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{\sqrt[p]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{\sqrt[p]{(a^m)^p}} = \sqrt[n]{a^m}$ 

11) [정답] ①, ③

[해설]  $a$ 의  $n$ 제곱근이 실근을 가질 조건은 다음과 같다.1)  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 홀수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ 로 하나의 실근을 가진다.③ 63의 일곱제곱근( $\sqrt[7]{63}$ )2)  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 짝수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ ,  $-\sqrt[n]{a}$ 로 두 개의 실근을 가진다.① 125의 네제곱근( $\sqrt[4]{125}$ ,  $-\sqrt[4]{125}$ )3)  $a$ 가 음수이고,  $n$ 이 홀수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ 로 하나의 실근을 가진다.

따라서 답은 ①, ③이다.

12) [정답] ②

[해설] ①  $\sqrt{6} \times \sqrt[4]{72} = \sqrt[4]{36} \times \sqrt[4]{72} = \sqrt[4]{2 \times 6^4} = 6\sqrt[4]{2}$ 

②  $\frac{\sqrt[4]{0.0027}}{\sqrt[4]{27}} = \sqrt[4]{\frac{0.0027}{27}} = \sqrt[4]{0.0001} = 0.1$

③  $\left(\sqrt[6]{\frac{3}{16}}\right)^3 = \sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

④  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[9]{3^6} = \sqrt[3]{9}$

⑤  $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{64}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{2^6}}\right)^2 = \frac{1}{16}$

13) [정답] ②

[해설]  $a$ 의  $n$ 제곱근에 대하여 다음을 만족한다.1)  $a$ 가 음수이고,  $n$ 이 짝수인 경우 실근을 가지지 않는다.따라서  $-\sqrt[3]{4}$ 의 네제곱근 중 실수는 없다.2)  $a$ 가 양수이고,  $n$ 이 짝수인 경우  $\sqrt[n]{a}$ ,  $-\sqrt[n]{a}$ 로 두 개의 실근을 가진다.따라서  $\sqrt[4]{256}$ 의 여섯제곱근 중 실수는 2개다. $a=0$ ,  $b=2$ 이므로  $a+b=2$

14) [정답] ②

[해설] ①  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^3}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{3^3}} = \sqrt[5]{3}$ 

②  $\sqrt[3]{-8} \times \sqrt[9]{27} = \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{3} = -2\sqrt[3]{3}$

③  $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{49}} \div \sqrt{7}\right)^{10} = \frac{1}{49^2} \times \frac{1}{7^5} = \frac{1}{7^9}$

④  $\sqrt[6]{-\sqrt[3]{-512}} = \sqrt[6]{-\sqrt[3]{(-2)^9}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^3} \times \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{3^5}$

15) [정답] ⑤

[해설]  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}} + 4\sqrt[4]{6} + \sqrt{\sqrt[4]{36}} = \sqrt[4]{6} + 4\sqrt[4]{6} + \sqrt[4]{6} = 6\sqrt[4]{6}$

16) [정답] ③

[해설]  $\sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt[6]{64} + \sqrt[4]{\frac{48}{3}} = -5 + 2 + \sqrt[4]{16} = -5 + 2 + 2 = -1$

17) [정답] ③

[해설]  $\sqrt[4]{16^2} \times (\sqrt{2})^6 \div \sqrt[3]{\sqrt[4]{64}} = \sqrt[4]{4^4} \times 2^3 \div \sqrt[6]{2^6} = 4 \times 8 \div 2 = 16$

18) [정답] ①

[해설] -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

$$\therefore a = -3$$

81의 네제곱근 중 실수인 것은  $\pm 3$ 이다.

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

19) [정답] ③

[해설] ① 16의 네제곱근은  $\pm 2, \pm 2i$ 이다.②  $\sqrt[3]{27}$ 은 27의 세제곱근 중 실수인 것이다.③ 네제곱근 16은  $\sqrt[4]{16}$ 이므로 2이다.④  $\sqrt{81}$ 은 9이므로 9의 네제곱근은  $\pm \sqrt[4]{9}, \pm \sqrt[4]{9}i$ 이다.

⑤ -16의 네제곱근 중 실수인 것은 없다.

20) [정답] ①

[해설]  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ 에서 근호를 없애기 위하여  $nm$ 제곱을

하면  $(\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}})^{nm} = \boxed{a}$

 $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} > 0$ 이므로  $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}}$ 는  $a$ 의  $\boxed{nm}$ 의 제곱근 중에서 양수이다.

$$\therefore \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$