

93

2022학년도

1학기 2차 지필평가

과목코드 : 13

( 선택중심 ) 교육과정

2학년

( 수학 I )

일시 : 2022년 6월 29일 (수) 3교시

객관식 : 15 문항  $\times$  ( 5.0 ~ 5.8 ) 점 = 80 점  
 논술형 : 3 문항  $\times$  ( 6.0 ~ 7.0 ) 점 = 20 점  
 총면수 : 5면 총 점수 : 100 점

1. 첫째항이  $\frac{1}{8}$ , 공비가 2인 등비수열의 제6항을 구하면? [5점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

$\frac{1}{8} \times 2^5$   
32

2.  $\sum_{k=1}^9 (2k+1)$ 의 값은? [5.1점]

- ① 97      ② 98      ③ 99      ④ 100      ⑤ 101

$1+3+5+7+9+11+13+15+17$   
99

3.  $\sum_{k=1}^{20} a_k = 4$ ,  $\sum_{k=1}^{20} b_k = 9$  일 때,  $\sum_{k=1}^{20} (5a_k + 3b_k + 1)$ 의 값은?

[5.1점]

- ① 65      ② 66      ③ 67      ④ 68      ⑤ 69

$20 \times 20 = 20$   
 $40 \times 60$

4. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{10} = 52$ ,  $a_1 = 7$  일 때,

$\sum_{k=1}^9 a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$ 의 값은? [5.1점]

- ① 41      ② 42      ③ 43      ④ 44      ⑤ 45

$a_2 \sim a_{10} - a_1 \sim 45$

$-17 + 92$

5.  $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{25}}$ 의 값은?

[5.2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$\frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$

$\frac{1}{2} (\sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+1 + \dots + \sqrt{23}-1 + \sqrt{23}+1)$

6. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $8a_2 = (a_6)^2$  일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [5.2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

$8 \times ar = a^2 r^{10}$

$ar = 8$

7. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_7 = 15$  이고

$$\sum_{k=5}^9 |3a_k - 45| = 45 \text{ 이다. 이때 } a_{11} \text{의 값은? [5.3점]}$$

- ①  $\frac{35}{2}$     ② 20    ③  $\frac{45}{2}$     ④ 25    ⑤  $\frac{55}{2}$

$$3a_5 + 3a_6 + \dots + 3a_9 = 45$$

$$3(a_5 + a_6 + \dots + a_9) = 45$$

$$a_5 + a_6 + \dots + a_9 = 15$$

$$15a + 10d - 45 = 45$$

$$15a + 10d = 90$$

$$3a + 2d = 18$$

$$a_7 = 15 \Rightarrow 3a + 6d = 45$$

$$3a + 6d = 45$$

$$3a + 2d = 18$$

$$4d = 27 \Rightarrow d = \frac{27}{4}$$

$$3a + 2 \cdot \frac{27}{4} = 18$$

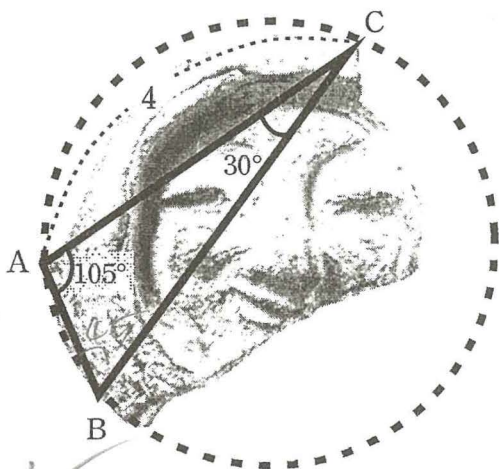
$$3a + \frac{27}{2} = 18$$

$$3a = 18 - \frac{27}{2} = \frac{36 - 27}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a_{11} = a + 10d = \frac{3}{2} + 10 \cdot \frac{27}{4} = \frac{3}{2} + \frac{270}{2} = \frac{273}{2}$$

8. 1934년 일제강점기시대에 경주에 살던 한 일본인이 읍내의 고물상에서 아주 귀중한 신라 시대의 유물 '얼굴무늬 수막새' 기와를 발견했다. 하지만, 안타깝게도 얼굴의 일부가 사라져 버렸다. 이 수막새의 원형을 복원하기 위해 수막새의 테두리에 적당히 떨어진 세 점 A, B, C를 찍은 뒤, 세 점을 이어 만든 삼각형의 바깥에 접하는 원을 이용하여 원래의 모양을 찾으려고 한다.  $\overline{AC} = 4$ ,  $\angle A = 105^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ 일 때, 이 원의 반지름을 구하면? [5.3점]



- ① 1    ②  $2\sqrt{2}$     ③  $2\sqrt{3}$     ④  $4\sqrt{2}$     ⑤  $3\sqrt{3}$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{4}{\sin 30^\circ} = 2R$$

$$\frac{4}{\frac{1}{2}} = 2R$$

$$8 = 2R$$

$$R = 4$$

9. 부등식  $\sum_{k=1}^{10} k < \sum_{k=1}^n 2^{k-1} < \sum_{k=1}^{10} k^2$  을 만족시키는 모든

자연수  $n$ 의 값의 합은? [5.3점]

- ① 21    ② 22    ③ 24    ④ 26    ⑤ 30

$$\sum_{k=1}^{10} k = 55$$

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 = 385$$

$$55 < \sum_{k=1}^n 2^{k-1} < 385$$

$$2^n - 1 < 385$$

$$2^n < 386$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$256 < 386 < 512$$

$$n = 8, 9$$

$$2^8 - 1 = 255$$

$$2^9 - 1 = 511$$

$$255 < 386 < 511$$

$$n = 8, 9$$

$$2^8 - 1 = 255$$

$$2^9 - 1 = 511$$

$$255 < 386 < 511$$

$$n = 8, 9$$

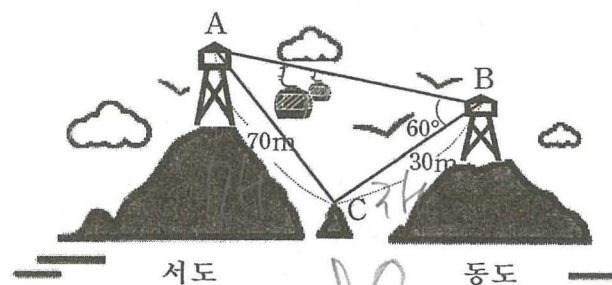
$$2^8 - 1 = 255$$

$$2^9 - 1 = 511$$

$$255 < 386 < 511$$

$$n = 8, 9$$

10. 독도의 서도와 동도를 연결하는 케이블카를 만들기 위해 아래 그림과 같이 거리와 각의 크기를 측정하였다.  $\overline{AC} = 70\text{m}$ ,  $\overline{BC} = 30\text{m}$ ,  $B = 60^\circ$ 일 때, 건설하려고 하는 케이블카의 케이블  $\overline{AB}$ 의 길이는? [5.4점]



- ① 50m    ② 60m    ③ 70m    ④ 80m    ⑤ 90m

$$4a^2 = 70^2 + 30^2 - 2 \cdot 70 \cdot 30 \cdot \cos 60^\circ$$

$$4a^2 = 4900 + 900 - 2100$$

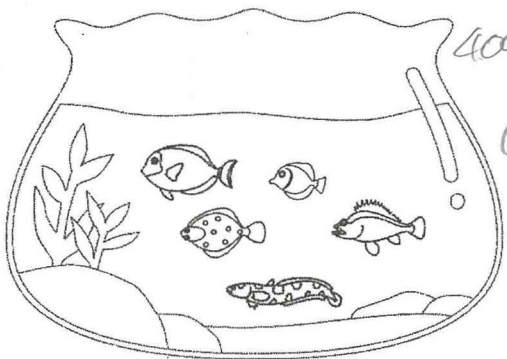
$$4a^2 = 3700$$

$$a^2 = 925$$

$$a = \sqrt{925} = 30.41$$



11. 어느 횃집 수족관에 물 400 L가 들어 있다. 생선의 신선도를 유지하기 위해 매일 수족관에 들어 있는 전날의 물의  $\frac{1}{4}$ 을 버리고 40 L의 물을 새로 넣는다.  $n$ 일 후 수족관에 남아 있는 물의 양을  $a_n$  L라 할 때,  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을 구하면? [5.4점]



- $$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n & \textcircled{2} \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + 40 & \textcircled{3} \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + 400 \\ \textcircled{4} \quad a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n & \textcircled{5} \quad a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 40 & \end{array}$$

$$\text{out} = \text{avg}^{3+40}$$

12. 공비가 양수이고  $a_1 = \frac{1}{4}$  인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $\frac{S_{10} - S_7}{a_8} = 7$  일 때,  $a_6$ 의 값은? [5.5점]

- ① 5                  ② 6                  ③ 7                  ④ 8                  ⑤ 9

$$v = 2a = 4$$
$$\frac{1}{4} + 25$$
$$a\sqrt{12}$$
$$\frac{ar^7 + ar^8 + ar^9}{ar^7}$$
$$(1 + r + r^2) = 17$$
$$r^2 + r - 6 = 0$$
$$(r+3)(r-2)$$
$$r = 2 \quad ar^6 = 3$$

13. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=7$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{a_n} & (\sqrt{a_n} \text{이 자연수인 경우}) \\ a_n + 2 & (\sqrt{a_n} \text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{82} a_n$ 의 값은? [5.6점]

- ① 496      ② 487      ③ 480      ④ 475      ⑤ 472

$a_1 = 1$   
 $a_2 = 2$   
 $a_3 = 3$   
 $a_4 = 4$   
 $a_5 = 5$   
 $a_6 = 6$

14. 공차가  $\frac{1}{10}$  인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

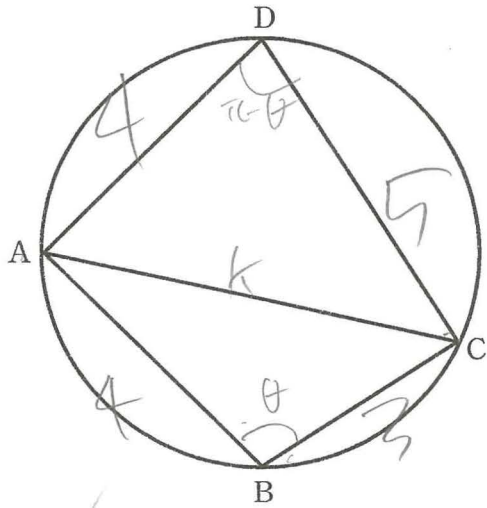
$$a_1 + 20d \quad \frac{1}{a_5} - \frac{1}{a_1} = 10$$

일 때,  $a_{21}$ 의 값은? [5.7점]

- ①  $\frac{7}{5}$       ②  $\frac{9}{5}$       ③  $\frac{11}{5}$       ④  $\frac{13}{5}$       ⑤ 3

[illegible]

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여  $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\overline{CD} = 5$  이다. 두 삼각형 ABC, ACD의 넓이의 합은? [5.8점]



- ①  $3\sqrt{15}$  ②  $4\sqrt{15}$  ③  $5\sqrt{15}$  ④  $6\sqrt{15}$  ⑤  $8\sqrt{15}$

$$k^2 = 16 + 9 - 2 \times 4 \times 3 \times \cos \theta$$

$$k^2 = 16 + 25 - 2 \times 4 \times 5 \times \cos \theta$$

$$25 - 24 \cos \theta = 4 + 40 \cos \theta$$

$$64 \cos \theta = -16 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{16}{64} = -\frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{\sqrt{15}}{4} + \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{2} + \frac{5\sqrt{15}}{2} = 4\sqrt{15}$$

※ 여기저부터 논술형 문제입니다. 논술형 답안지에 반드시 풀이 과정을 포함하여 답안을 작성하시기 바랍니다. 답안만 작성 시 '0'점 처리됩니다.

[논술형 1]

모든 자연수  $n$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 이  $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2k-1} = n^2 + 2n$ 을

만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{30} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. [6점]

$$\frac{30}{51}$$

$$n^2 + 2n = (n-1)^2 - 2(n-1) + 2$$

$$n^2 + 2n = n^2 - 2n + 1 - 2n + 2$$

$$n^2 + 2n = n^2 - 4n + 3$$

$$6n = 3$$

$$n = \frac{1}{2}$$

$$n^2 + 2n = 1 + 2n - 2$$

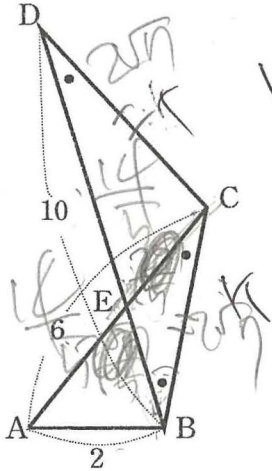
[논술형 2]

두 삼각형 ABC, BCD가 아래 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AC} = 6$ ,  $\overline{BD} = 10$

(나)  $\angle BCA = \angle CDB = \angle DBC$  이고  $\overline{BC} = \overline{CD}$  이다.

아래 그림과 같이 두 선분 AC, BD가 점 E에서 만날 때, 삼각형 BCE의 외접원의 넓이를 구하시오. [7점]



[논술형 3]

모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$2^n + 3^{3n-2}$$

이 5의 배수임을 수학적 귀납법으로 증명하시오. [7점]

$$k^2 = 36 + 4 - 2 \times 6 \times 2 \times$$

$$EC = \frac{14}{5}$$

$$100 = k^2 + 16 + 2 \times k \times 4 \cos 2\theta$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$4 = k^2 + 36 - 2 \times 6 \times k \times \cos \theta \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$k^2 - 12k \cos \theta + 32 = 0$$

$$k^2 = 100 + 16 - 2 \times 10 \times k \times \cos \theta$$

$$20 \cos \theta = 5$$

$$20 \cos \theta = 100$$

$$20 \cos \theta = 100$$

$$\cos \theta = \frac{5}{20}$$

$$k^2 - 60 + 32 = 0$$

$$k^2 = 28 \quad \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$k = 2\sqrt{7}$$

$$\frac{14}{5} \quad \frac{14}{5}$$

$$28 = \frac{146}{2500}$$

$$17 \times 128 \quad \frac{40^2 - 16}{16}$$

$$28 + \frac{14}{5} \quad \frac{14}{5}$$

▶ 확인사항 :

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인 하십시오.