

#### 구역 | 중3 교과서 변형문제 <mark>발전</mark>



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2022-01-03
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

# 단원 ISSUE

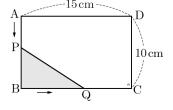
이 단원에서는 조건에 따라 이차방정식을 구하는 문제, 이차방정식의 활용 문제 등이 자주 출제되며 이차방정식의 활용 문제의 경우, 주어진 조건을 정확하게 파악하여 구하려는 값을 x로 두고, 이차방정식을 세우는 것이 가장 중요합니다. 이때 문제의 조건을 놓치지 않도록 주의합니다.

평가문제

[단원 마무리]

- **1.** 연속한 3의 배수인 세 수의 제곱의 합이 693일 때, 세 수의 합은?
  - ① 54
- ② 45
- ③ 36
- 4) 27
- ⑤ 18
- 2. □ABCD는 직사각형이고 점 P는 AB 위를 점 A에서 점 B까지 1초에 2cm씩 움직이고, 점 Q는

 $\overline{\text{DC}}$  위를 점 B에서 점 C까지 1초에 3cm씩 움직인다. 두 점 P, Q가 동시에 출발할 때, 처음으로  $\triangle PBQ$ 의 넓이가 18cm $^2$ 가 되는 순간을 구하면?



- ① 1초 후
- ② 2초 후
- ③ 3초 후
- ④ 4초 후
- ⑤ 5초 후

서작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

[중단원 학습 점검]

- **3.** 이차방정식  $x^2 ax (a+1) = 0$ 에서 일차항의 부호를 바꾸어서 풀었더니 한 근이 3이 되었다. 처음 이차방정식의 두 근의 차는?
  - $\bigcirc -4$
- ② 2

3 3

4

**⑤** 6

[중단원 학습 점검]

- **4.** 연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 452일 때, 이 두 수의 제곱의 차는?
  - 1) 40
- 2 48
- 352
- **4**) 60
- **⑤** 68

- [중단원 학습 점검]
- 5. 이차방정식  $x^2-6x+k=0$ 이 중근을 가질 때, 이 차방정식  $(2k-1)x^2+\frac{k}{3}x+1=0$ 의 실근의 개수는?
  - ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 알 수 없다.

[중단원 학습 점검]

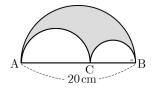
- **6.** 이차방정식  $x^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데, 지우는 일차 항의 계수를 잘못 보고 풀어서 해가  $x = 1 \pm \sqrt{3}$  이 있고 예나는 상수항을 잘못 보고 풀어서 해가  $x = -2 \pm \sqrt{3}$  이었다. 이때 처음 이차방정식의 해는?
- ②  $1 \pm \sqrt{6}$
- 3 2, -1
- $(4) 2 \pm \sqrt{6}$
- ⑤ -1(중근)

#### [중단원 학습 점검]

- 7. 하민이는 친구들과 바다로 여행을 가서 예쁜 조개 껍질을 주웠다. 친구들과 함께 모은 조개껍질의 개 수가 54개다. 이 조개껍질을 친구들과 똑같이 나누 어 팔찌를 만들었더니 한 사람이 가진 조개껍질의 수가 친구들 수보다 3만큼 클 때, 한 사람당 가지는 조개껍질의 수는 몇 개인가?
  - ① 3개
- ② 6개
- ③ 9개
- ④ 12개
- ⑤ 18개

#### [중단원 학습 점검]

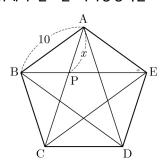
8. 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다.  $\overline{AB} = 20 \, \mathrm{cm}$ ,  $\overline{AC} > \overline{BC}$  이고 색칠한 부분의 넓이가  $24\pi \, \mathrm{cm}^2$ 일 때,  $\overline{BC}$  의 길이는?



- ① 6 cm
- ② 7 cm
- 3 8 cm
- 4) 9 cm
- ⑤ 10 cm

#### [중단원 학습 점검]

**9.** 다음의 그림은 한 변의 길이가 10인 정오각형의 대각선을 모두 그은 것이다.  $\overline{AP} = x$ 일 때 x의 값을 구하기 위해서 필요한 이차방정식은?



- ①  $x^2 20x 100 = 0$
- ②  $x^2 10x 100 = 0$
- $3x^2 + 10x 100 = 0$
- (4)  $x^2 10x 200 = 0$
- (5)  $x^2 + 10x + 200 = 0$

#### [단원 마무리]

- **10.** 원가가 5000원인 물건에 원가의 x%의 이윤을 붙여 정가를 매겼다. 하지만 팔리지 않아 정가의 x%를 할인하여 팔았더니 450원의 손해를 보았다. 이때, x의 값은?(단, x>0)
- ① 25
- ② 30
- 3 35
- **4**0
- **⑤** 45

#### [단원 마무리]

- 11. 정사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한변의 길이가  $2 \, \mathrm{cm}$ 인 정사각형을 잘라내고 그 나머지로 부피가  $162 \, \mathrm{cm}^3$ 인 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상 자를 만들려고 한다. 이때, 처음의 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는?
  - ① 9 cm
- ② 11 cm
- ③ 13 cm
- 4 15 cm
- ⑤ 17cm

- [단원 마무리]
- **12.** 이차방정식  $x^2+x+1=0$ 의 한 해를 x=p라고 할 때,  $-4p^2+p-1+\frac{1}{p}-\frac{4}{p^2}$ 의 값을 구하시오.
  - 1 4

- 2 2
- $3\frac{1}{4}$
- (4) -2
- (5) 4

# 실전문제

- **13.** 이차방정식  $x^2+2(1-k)x+2k+1=0$ 이 중근을 갖도록 하는 양수 k의 값은?
  - 1

② 2

3

**(4)** 4

⑤ 5

- **14.** 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $x = \frac{1}{2}$  또 는 x = -3일 때, a + b의 값은? (단, a, b는 실수)
  - ① 2
- 3 3
- $\frac{7}{2}$
- (5) 4
- **15.** 대각선의 개수가 104 개인 다각형으로 알맞은 것 은?
  - ① 십일각형
- ② 십이각형
- ③ 십사각형
- ④ 십육각형
- ⑤ 십팔각형
- **16.** 사탕 80 개를 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 줄 때, 학생의 수는 한 학생이 받는 사탕 개수의  $\frac{1}{2}$ 보다 3 만큼 더 작다고 한다. 학생은 몇 명인가?
  - 1 5
- ② 7
- 3 8
- 4) 11
- **⑤** 16

# **P**

#### 정답 및 해설

#### 1) [정답] ②

[해설] 연속한 세 3의 배수를 x-3, x, x+3이라 하면 세 수의 제곱의 합이 693임을 이용하여 식을 세워 풀면 다음과 같다.

$$(x-3)^2 + x^2 + (x+3)^2 = 693$$

$$3x^2 + 18 = 693$$

$$x^2 = 225$$

$$\therefore x = 15 \ (\because x > 0)$$

그러므로 연속한 세 3의 배수는 12, 15, 18이고 세 수의 합은 45이다.

# 2) [정답] ②

[해설] t초 후에  $\overline{AP}=2t$ ,  $\overline{BP}=10-2t$ ,  $\overline{BQ}=3t$  이때  $\Delta PBQ$ 의 넓이가 18이므로

$$\frac{1}{2}(10-2t)3t = 18$$

$$15t - 3t^2 = 18, \ t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$(t-2)(t-3)=0$$
  $\therefore t=2 + 1 = 3$ 

따라서  $\triangle PBQ$ 의 넓이가 처음으로  $18\,cm^2$ 이 되는 순간은 2초 후이다.

# 3) [정답] ②

[해설] 이차방정식  $x^2-ax-(a+1)=0$ 에서 일차항의

부호를 바꾸면  $x^2 + ax - (a+1) = 0$ 이다.

 $3^2+3a-(a+1)=0$ 을 만족하는 a의 값은

$$2a = -8$$
,  $a = -4$ 이다.

처음 이차방정식은  $x^2 + 4x + 3 = 0$ 이므로

이 이차방정식의 두 근은

(x+3)(x+1)=0에서 -3, -1이므로

두 근의 차는 (-1)-(-3)=2이다.

#### 4) [정답] ④

[해설] 연속하는 두 짝수 중에서 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 x+2이다.

연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 452이므로

$$x^2 + (x+2)^2 = 452$$

이 이차방정식을 풀면

$$2x^2 + 4x + 4 = 452$$

$$x^2 + 2x - 224 = 0$$

(x+16)(x-14)=0이므로

x =-16 또는 14이다.

그러므로 연속하는 두 짝수는 14, 16이다.

이 두 수의 제곱의 차는

 $16^2 - 14^2 = (16 + 14)(16 - 14) = 30 \times 2 = 60$  of  $\Box$ .

# 5) [정답] ①

[해설] 이차방정식  $x^2-6x+k=0$ 이 중근을 가지므로  $D=(-6)^2-4k=0$ 

4k = 36, k = 9이다.

이때, 이차방정식  $(2k-1)x^2 + \frac{k}{3}x + 1 = 0$ 은

 $17x^2 + 3x + 1 = 0$ 이므로

 $D=3^2-4\times17\times1=9-68<0$ 에서 근의 개수는 0개다.

# 6) [정답] ④

[해설]  $x=1\pm\sqrt{3}$ 을 이용하여 식을 세우면

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$
이다.

지우는 x의 계수를 잘못 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -2이다.

 $x = -2 \pm \sqrt{3}$ 을 이용하여 식을 세우면

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$
이다.

예나는 상수항을 잘못 보았으므로 처음 이차식의 일차항의 계수는 4이다.

그러므로 처음 이차방정식은  $x^2+4x-2=0$ 이다. 이를 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$
  
=  $-2 \pm \sqrt{6}$ 이다.

# 7) [정답] ③

[해설] 한 사람당 가지는 조개껍질의 수를 x라고 할 때, 친구들의 수는 x-3이다.

조개껍질의 총 개수가 54임을 이용하여 x의 값을 구하면 다음과 같다.

$$x(x-3) = 54$$

$$x^2 - 3x - 54 = 0$$

$$(x+6)(x-9)=0$$

$$x = -6$$
 또는  $x = 9$ 

$$\therefore x = 9 \ (\because x > 0)$$

#### 8) [정답] ③

[해설]  $\overline{BC} = 2x$ 라 하면  $\overline{AC} = 20 - 2x$ 

이때 색칠한 부분의 넓이가 24π이므로

$$\frac{10^2}{2}\pi - \frac{x^2}{2}\pi - \frac{(10-x)^2}{2}\pi = 24\pi$$

$$100-x^2-(10-x)^2=48$$

$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$
,  $2x^2 - 20x + 48 = 0$ 

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$
,  $(x-6)(x-4) = 0$ 

그런데  $\overline{AC} > \overline{BC}$ 이므로

20 - 2x > 2x, 4x < 20 : x < 5

# $\therefore x = 4$

 $\therefore \overline{BC} = 2 \times 4 = 8$ 

#### 9) [정답] ③

[해설] 정오각형의 한 내각의 크기가  $108\degree$ 이므로  $\angle BAE = 108\degree$ 

 $\triangle ABE$ 는  $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2} (180\,^{\circ} - 108\,^{\circ}) = 36\,^{\circ}$$

 $\triangle ABE$ 와  $\triangle BCA$ 는 서로 합동인 이등변삼각형 이므로  $\angle AEB = \angle BAC = 36\,^\circ$ 

$$\triangle PBA$$
에서  $\angle PBA = \angle PAB = 36$  ° 이므로  $\overline{PB} = \overline{PA} = x$ 

$$\angle APE = 180^{\circ} - 108^{\circ} = 72^{\circ}$$

$$\angle EAP = 108^{\circ} - 36^{\circ} = 72^{\circ}$$

즉 
$$\triangle APE$$
에서  $\overline{AE} = \overline{PE} = 10$ 

이때 
$$\triangle ABE$$
와  $\triangle PBA$ 는 서로 닮음이므로

$$\overline{AB} : \overline{PB} = \overline{BE} : \overline{BA}$$

$$10: x = (x+10): 10$$

$$x(x+10) = 10 \times 10$$
  $\therefore x^2 + 10x - 100 = 0$ 

# 10) [정답] ②

[해설] 원가인 5000원에 x%의 이윤을 붙인 정가를 구하면  $5000 \left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

정가의 
$$x\%를 할인한 금액은$$

$$5000 \bigg(1 + \frac{x}{100}\bigg) \bigg(1 - \frac{x}{100}\bigg)$$
이고 이 급액은

원가 5000원에서 450원의 손해를 계산한 4550원 이다.

# 그러므로

$$5000 \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 4550$$
이 성립한다.

$$500\left(1-\frac{x^2}{10000}\right)=455$$

$$1 - \frac{x^2}{10000} = \frac{455}{500}$$

$$\frac{x^2}{10000} = \frac{45}{500}$$

$$x^2 = \frac{45}{500} \times 10000 = 900$$

$$\therefore x = 30(\because x > 0)$$

#### 11) [정답] ③

[해설] 처음의 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이 를 x라고 하면 직육면체 모양의 상자의 밑면의 넓이는  $(x-4)^2$ 이다.

그러므로 그 부피는  $2(x-4)^2$ 이므로

이를 이용하여 x의 값을 구하면 다음과 같다.

$$2(x-4)^2 = 162$$

$$(x-4)^2 = 81$$

$$x - 4 = \pm 9$$

$$\therefore x = 13 (\because x > 0)$$

### 12) [정답] ②

[해설] 이차방정식  $x^2+x+1=0$ 의 한 해가 x=p이므로  $p^2+p+1=0$ 이다.

양 변을 
$$p$$
로 나누면  $p+1+\frac{1}{p}=0$ 이므로

$$p+\frac{1}{p}$$
의 값은  $-1$ 이다. 
$$-4p^2+p-1+\frac{1}{p}-\frac{4}{p^2} \equiv \text{ 인수분해하여 식의 값을 }$$
구하면 다음과 같다. 
$$-4\Big(p^2+\frac{1}{p^2}\Big)+\Big(p+\frac{1}{p}\Big)-1$$
 
$$=-4\Big(\Big(p+\frac{1}{p}\Big)^2-2\Big)+\Big(p+\frac{1}{p}\Big)-1$$
 
$$=-4\{(-1)^2-2\}+(-1)-1$$
 
$$=-4\times(-1)+(-1)-1=2$$

### 13) [정답] ④

[해설]  $x^2 + 2(1-k)x + 2k + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면  $(1-k)^2 = 2k + 1$ 

$$k^2 - 2k + 1 - 2k - 1 = 0$$

$$k^2 - 4k = 0$$
,  $k(k-4) = 0$ 

$$\therefore k=0 \quad \exists = k=4$$

## 14) [정답] ①

[해설] 
$$2x^2 + ax + b = 0$$
의 두 근이 
$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$
이므로 
$$(2x-1)(x+3) = 0$$
$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$
  
따라서  $a = 5$ .  $b = -3$ 이므로  $a+b=2$ 

# 15) [정답] ④

[해설] n각형의 대각선의 개수는  $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로

$$\frac{n(n-3)}{2} = 104$$

$$n^2 - 3n - 208 = 0$$

$$(n+13)(n-16)=0$$

따라서 대각선의 개수가 104개인 다각형은 십육각형 이다.

# 16) [정답] ①

[해설] 한 학생이 받는 사탕 개수를 x라 하면 학생

수는 
$$\frac{1}{2}x-3$$

$$x\left(\frac{1}{2}x - 3\right) = 80$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 80 = 0$$
,  $x^2 - 6x - 160 = 0$ 

$$(x-16)(x+10) = 0$$
  $\therefore x = 16(\because x > 0)$ 

$$\frac{1}{2} \times 16 - 3 = 5(명)$$