



◇ 「콘텐츠산업 진흥법 시행령」 제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2016-10-25
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇ 「콘텐츠산업 진흥법」 외에도 「저작권법」에 의하여
보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를
무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

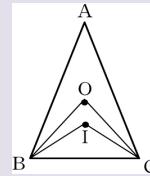
1. 삼각형의 외심과 내심의 혼합

- 1) 정삼각형: 외심과 내심이 일치
- 2) 이등변삼각형: 외심과 내심이 모두 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

2. 외심과 내심의 혼합에서 각의 크기 구하기

오른쪽 그림에서 두 점 O, I가 각각 $\triangle ABC$ 의 외심, 내심일 때

- 1) $\angle BOC = 2\angle A$, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$
- 2) $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle IBA = \angle IBC$



3. 직각삼각형의 내접원과 외접원

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

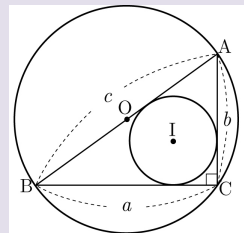
- 1) 외접원의 반지름의 길이 R

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} \times (\text{빗변의 길이}) = \frac{1}{2}c$$

- 2) 내접원의 반지름의 길이 r

$$\Rightarrow (\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$



삼각형의 외심과 내심

■ 다음 명제 중 옳은 것에 ○, 틀린 것에 ×를 표시하여라.

1. 삼각형의 외심에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다. ()
2. 정삼각형의 내심과 외심은 일치한다. ()
3. 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점은 외접원의 중심이다. ()
4. 모든 삼각형의 외심은 삼각형 외부에 있다. ()

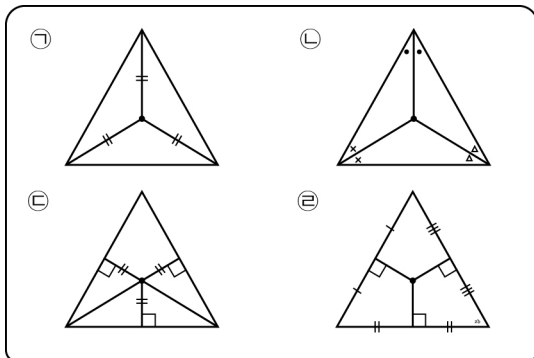
5. 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다. ()
6. 삼각형의 내심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다. ()
7. 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다. ()
8. 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다. ()
9. 삼각형의 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다. ()

■ 다음 중 내심에 대한 내용이면 '내', 외심에 대한 내용이면 '외'라고 써라.

10. 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이다. ()
11. 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다. ()
12. 삼각형의 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. ()
13. 삼각형의 세 꼭짓점에서 같은 거리에 있는 점이다. ()
14. 직각삼각형에서는 빗변의 중점과 같은 위치에 있다. ()

■ 다음 []안에 알맞은 것을 써넣어라.

15. 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점은 []이다.
16. 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점은 []이다.
17. 다음 삼각형에 나타난 점이 외심인 것과 내심인 것을 각각 골라라.



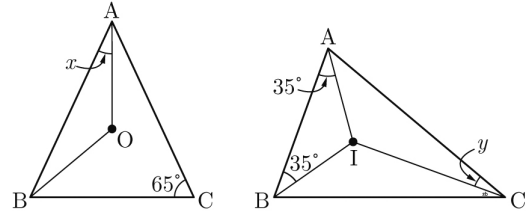
- (1) 외심 ()
- (2) 내심 ()



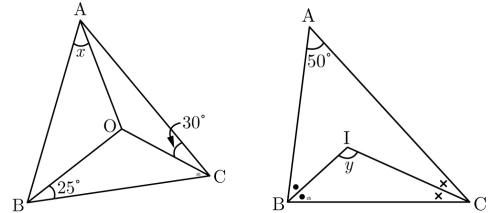
삼각형의 외심과 내심에서 각의 크기 구하기

■ 다음 그림에서 점 O는 삼각형의 외심이고 점 I는 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.

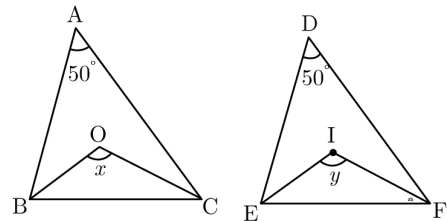
18.



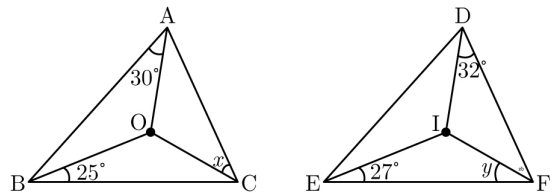
19.



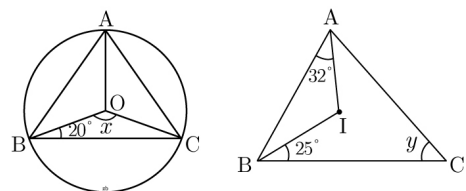
20.



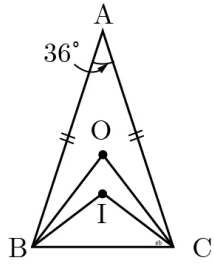
21.



22.



■ 다음 그림에서 점 O, I는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심일 때, 다음을 구하여라.

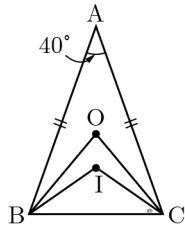


23. $\angle OBC$ 의 크기

24. $\angle IBC$ 의 크기

25. $\angle OBI$ 의 크기

■ 다음 그림에서 점 O, I는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심일 때, 다음을 구하여라.



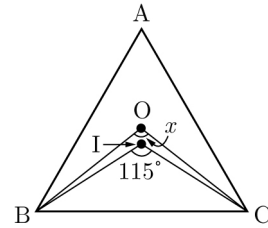
26. $\angle OBC$ 의 크기

27. $\angle IBC$ 의 크기

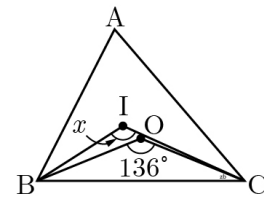
28. $\angle OBI$ 의 크기

■ 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심, 점 I는 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

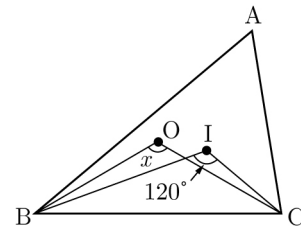
29.



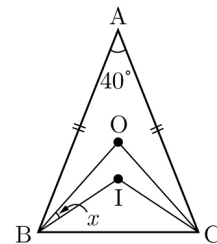
30.



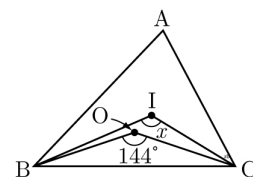
31.



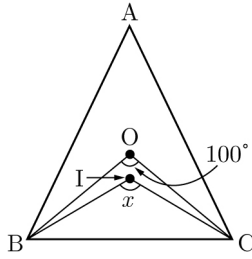
32.



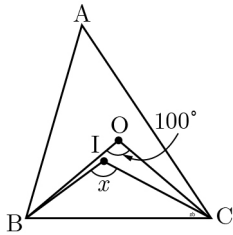
33.



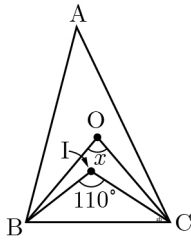
34.



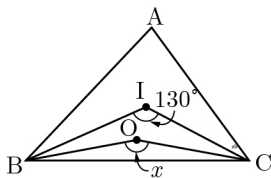
35.



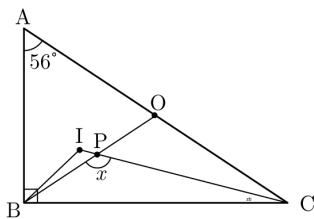
36.



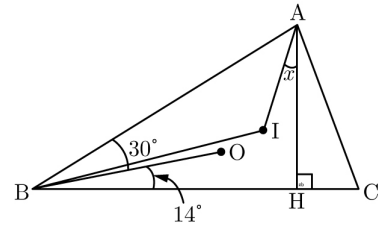
37.



38.

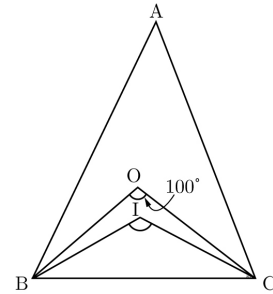


39.

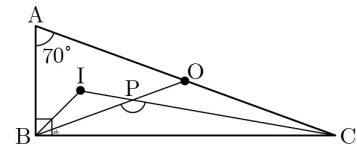


■ 다음 그림에서 점 O, I는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, 물음에 답하여라.

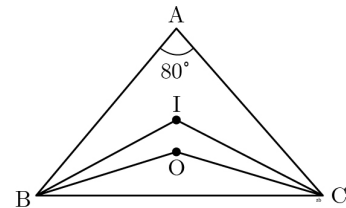
40. $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



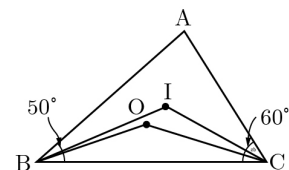
41. $\angle BPC$ 의 크기



42. $\angle BOC - \angle BIC$ 의 크기

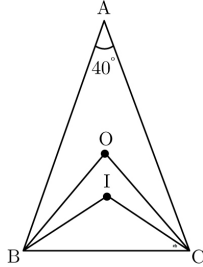


43. $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle BOC + \angle BIC$ 의 크기

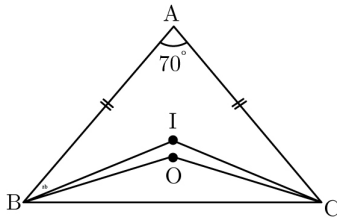


▣ 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, 물음에 답하여라.

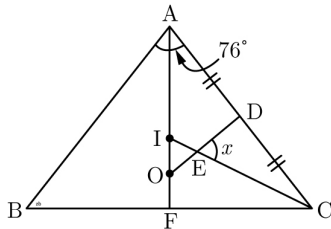
44. $\angle A = 40^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



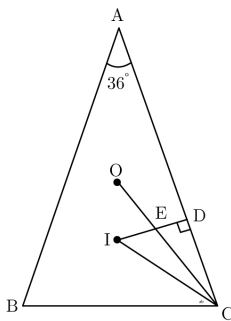
45. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기



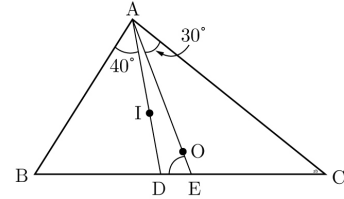
46. $\angle BAC = 76^\circ$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기



47. $\angle A = 36^\circ$ 이고 $\angle IDC = 90^\circ$ 일 때, $\angle IEC$ 의 크기를 구하여라.



▣ 다음 그림의 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이고, $\overline{AI}, \overline{AO}$ 의 연장선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 각각 D, E 라고 하자. $\angle BAD = 40^\circ, \angle CAE = 30^\circ$ 일 때, 다음을 구하여라.



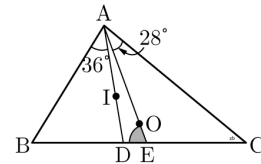
48. $\angle IAO$ 의 크기

49. $\angle ACE$ 의 크기

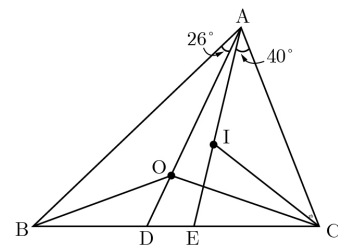
50. $\angle AED$ 의 크기

▣ 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, 물음에 답하여라.

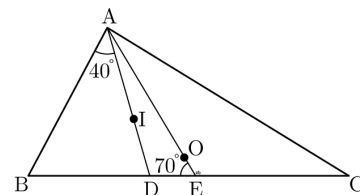
51. $\angle AED$ 의 크기



52. $\angle ADE$ 의 크기

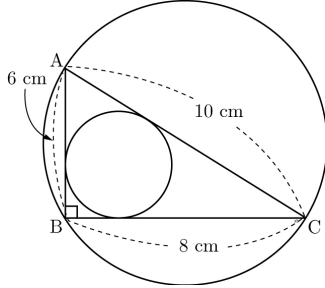


53. $\angle CAO$ 의 크기



삼각형의 외접원과 내접원

■ $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 다음을 구하여라.



54. 내접원의 반지름

55. 내접원의 넓이

56. 외접원의 반지름

57. 외접원의 넓이

58. 내접원과 외접원의 넓이의 합

■ 다음 조건이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

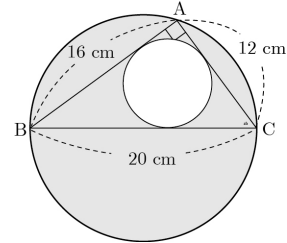
59. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원과 외접원의 넓이가 각각 $4\pi(\text{cm}^2)$, $25\pi(\text{cm}^2)$ 일 때

60. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외접원과 내접원의 넓이가 각각 $81\pi\text{cm}^2$, $4\pi\text{cm}^2$ 일 때,

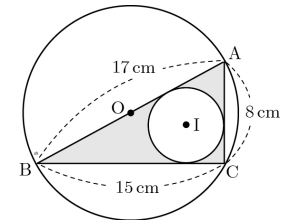
61. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외접원과 내접원의 넓이가 각각 $81\pi\text{cm}^2$, $16\pi\text{cm}^2$ 일 때,

■ 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원과 외접원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

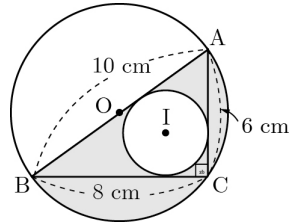
62.



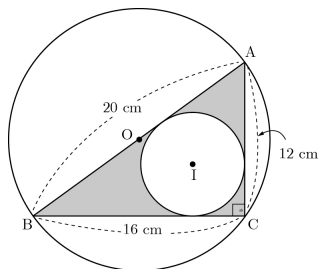
63.



64.



65.



정답 및 해설



- 1) ×
⇒ 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
- 2) ○
- 3) ×
⇒ 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점은 내접원의 중심이다.
- 4) ×
⇒ 예각삼각형의 외심은 삼각형의 내부, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점, 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.
- 5) ○
- 6) ×
⇒ 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
- 7) ○
- 8) ○
- 9) ○
- 10) 외
- 11) 내
- 12) 내
- 13) 외
- 14) 외
- 15) 외심
- 16) 내심
- 17) (1) ㉠, ㉡ (2) ㉢, ㉣
- 18) 45°
⇒ $\angle AOB = 2\angle C$ 이므로 $\angle C = 65^\circ$ 일 때,
 $\angle AOB = 130^\circ$ 이고, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle x = 25^\circ$ 이다.
또, $\angle y + 35^\circ + 35^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\angle y = 20^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 45^\circ$ 이다.
- 19) 150°
⇒ $\angle x = 35^\circ$, $\angle y = 115^\circ$
- 20) 215°

$$\Rightarrow \angle x = 2 \times 50 = 100^\circ, \angle y = 90 + \frac{1}{2} \times 50 = 115^\circ$$

$$21) 66^\circ$$

$$\Rightarrow \angle x = 90 - 30 - 25 = 35^\circ, \angle y = 90 - 32 - 27 = 31^\circ$$

따라서 $\angle x + \angle y = 66^\circ$ 이다.

$$22) 206^\circ$$

$$\Rightarrow \overline{OB} = \overline{OC} \text{ 이므로 } \angle x = 140^\circ \text{ 이고, 내심은 각을 이등분하므로 } \angle A = 64^\circ, \angle B = 50^\circ \text{ 이다. 즉, } \angle y = 66^\circ \text{ 이다. 따라서 } \angle x + \angle y = 140^\circ + 66^\circ = 206^\circ \text{ 이다.}$$

$$23) 54^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 2\angle A = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
$$\angle OBC = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$24) 36^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

$$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

$$25) 18^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

$$26) 50^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 2 \times \angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$27) 35^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$28) 15^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

$$29) 100^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 115^\circ \text{ 에서 } \angle A = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

$$30) 124^\circ$$

$$\Rightarrow \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 136^\circ = 68^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 68^\circ = 124^\circ$$

$$31) 120^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 120^\circ \text{에서 } \angle A = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

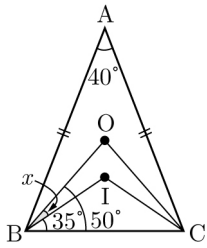
32) 15°

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로 } \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

한편 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이고 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$

$$\therefore \angle x = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$



33) 126°

$$\Rightarrow \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 144^\circ = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 72^\circ = 126^\circ$$

34) 115°

$$\Rightarrow \angle BOC = 2\angle A = 100^\circ \text{에서 } \angle A = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

35) 115°

[해답] $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

$$\therefore \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

36) 80°

[해답] $110^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ 이므로 $\angle A = 40^\circ$

$$\therefore \angle x = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

37) 160°

[해답] $130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ 이므로 $\angle A = 80^\circ$

$$\therefore \angle x = 2\angle A = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$$

38) 129°

39) 8°

40) 115°

$$\Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

41) 150°

42) 30°

$$\Rightarrow \angle A = 80^\circ \text{일 때, } \angle BOC = 2\angle A \text{이므로}$$

$$\angle BOC = 160^\circ \text{이고, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \text{이므로}$$

$$\angle BIC = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ \text{이다.}$$

$$\therefore \angle BOC - \angle BIC = 160^\circ - 130^\circ = 30^\circ$$

43) 265°

44) 15°

45) 7.5°

46) 64°

47) 108°

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \text{이고, 외심 O의 성질에 의해서 } \overline{OA} = \overline{OC} \text{이므로 } \angle OAC = \angle OCA = 18^\circ \text{이다.}$$

이 때, $\angle IEC$ 는 $\triangle CDE$ 의 한 외각이므로 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$$\therefore \angle IEC = 90^\circ + 18^\circ = 108^\circ \text{이다.}$$

48) 10°

49) 40°

50) 70°

51) 74°

$$\Rightarrow \text{내심 I는 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 } \angle DAE = 8^\circ \text{이다.}$$

$$\text{이 때, 외심의 성질에 의해 } \angle BOC = 2\angle A = 144^\circ,$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle OCA = 28^\circ, \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 144^\circ) = 18^\circ \text{이다.}$$

$$\therefore \angle C = 46^\circ \text{이고, } \angle AED \text{는 } \triangle AEC \text{의 한 외각이므로 } \angle AED = 28^\circ + 46^\circ = 74^\circ \text{이다.}$$

52) 62°

$$\Rightarrow \text{외심 O에 의해서 } \overline{OA} = \overline{OB} \text{이므로 } \angle ABO = 26^\circ \text{이다.}$$

$$\text{내심 I에 의해서 } \angle BAI = \angle CAI = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle A = 80^\circ \text{이다. 이 때, } \angle BOC = 2\angle A = 160^\circ \text{이고,}$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 10^\circ \text{이다. } \angle ADE \text{는 } \triangle ABD \text{의 외각이므로 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.}$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAD + \angle ABD = 26^\circ + 36^\circ = 62^\circ \text{이다.}$$

53) 30°

$$\Rightarrow \text{점 I는 내심이므로 } \angle BAC = 80^\circ \text{이고, 점 O는 외심이므로 } \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이다.}$$

이 때, $\angle BOC = 2\angle A = 160^\circ$ 이므로 $\angle OCB = 10^\circ$ 이다.
 또, $\angle OED = 70^\circ$ 는 $\triangle OEC$ 의 외각이므로
 $\angle COE + 10^\circ = 70^\circ$, $\angle COE = 60^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle AOC = 120^\circ$ 이므로 $\angle CAO = 30^\circ$ 이다.

54) 2cm

⇒ 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\frac{1}{2}r(6+10+8) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$\therefore r = 2 \text{ (cm)}$$

55) $4\pi \text{ cm}^2$

56) 5 cm

⇒ \overline{AC} 가 외접원의 지름이므로, 외접원의 반지름의 길이는 5 cm이다.

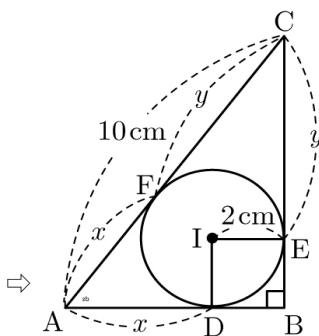
57) $25\pi \text{ cm}^2$

$$\Rightarrow \pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

58) $29\pi \text{ cm}^2$

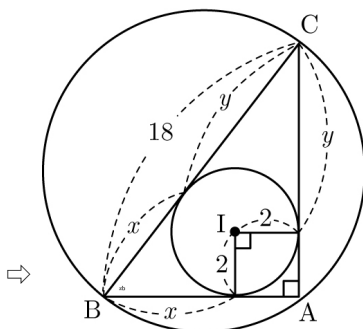
$$\Rightarrow 4\pi + 25\pi = 29\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

59) 24cm^2



⇒ 내접원과 외접원의 넓이가 각각 $4\pi\text{cm}^2$, $25\pi\text{cm}^2$ 이면 각각의 반지름의 길이는 2cm, 5cm이다. 위 그림에서 $\overline{AD} = x\text{cm}$, $\overline{CE} = y\text{cm}$ 라 하면 $x + y = 10$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\triangle AIC$, $\triangle AIB$, $\triangle BIC$ 의 합과 같으므로 $\frac{1}{2}\{10 \times 2 + 2(x+2) + 2(y+2)\} = \frac{1}{2} \times 48 = 24$ 이 성립한다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 24cm^2 이다.

60) 40cm^2



위 그림에서 외접원과 내접원의 넓이가 각각 $81\pi\text{cm}^2$, $4\pi\text{cm}^2$ 일 때, 각각의 반지름의 길이는 9cm, 2cm이다. 접선의 성질에 의해 $x + y = 18\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times 2 \times (4 + 2x + 2y) = 40$, $\therefore 40\text{cm}^2$

61) 88cm^2

62) $84\pi \text{ cm}^2$

63) $(60 - 9\pi) \text{ cm}^2$

64) $\frac{17}{2}\pi\text{cm}^2$

65) $(96 - 16\pi)\text{cm}^2$