₩

교과서 변형문제 발전



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-11
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 **복소수와 그 연산, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하여 해결하는 문제** 등이 자주 출제됩니다. 허수단위 i의 개념을 정확히 이해하여야 하며 <u>근과 계수의 관계 관련 문제에는</u> 앞의 곱셈공식 내용을 제대로 학습하여야 합니다.

평가문제

[중단원 연습 문제]

- **1.** $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -2$

- ③ 0
- (4) 1

⑤ 2

[중단원 연습 문제]

- **2.** 복소수 z에 대하여 등식 $(2+i)z+3i\overline{z}=2+6i$ 가 성립할 때, $z\overline{z}$ 의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, $z\overline{z}$ 는 z의 켤레복소수이다.)
 - ① 2
- ② 5
- 3 8
- **4**) 10
- (5) 13

[대단원 종합 문제]

- **3.** 복소수 z에 대하여 $\frac{2z}{1-z}$ 가 실수일 때, $\frac{\overline{z}}{z}$ 의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -2$
- 30
- (4) 1
- (5) 2

[대단원 종합 문제]

- **4.** $(1+i)z=\overline{z+i}$ 를 만족시키는 복소수 z=a+bi 에 대하여 a^2+b^2 의 값을 구하면? (단, \overline{z} 는 z의 켤레복 소수이고 $i=\sqrt{-1}$ 이다.)
 - $\bigcirc -2$

3 0

(4) 1

⑤ 2

[중단원 연습 문제]

- **5.** 다음 복소수의 계산 중 옳은 것은?
 - ① (4+i)(2-5i)-3i(1+2i)=-19+21i
 - (2)(i-5)-(2i-10)=i-15
 - $(3) (1+i)^2 + (3+i)(1-3i) = 6-6i$
 - $(4) (1-i^2)(1+i^2) = 2$
 - $\bigcirc \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} = 2i$

[중단원 연습 문제]

- **6.** 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -5$
- $\Im 0$

4 3

⑤ 6

[소단원 확인 문제]

7. 0이 아닌 복소수 z에 대하여 \langle 보기 \rangle 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, \overline{z} 는 z의 켤레복 소수이다.)

<보기>

- ㄱ. zz=0 을 만족시키는 복소수 z 는 존재한다.
- ㄴ. $z^2 + (z^2)^2 = 0$ 와 zz = 2 를 만족시키는 복소수 z 의 개수는 4 개이다.
- $\begin{bmatrix} z^2 \\ z-z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ z \end{bmatrix}$ 를 만족시키는 실수부분이 0 인 허수 z 가
- ① L
- ③ ¬, ∟
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ ¬, ⊏

[소단원 확인 문제]

- **8.** 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi)=8-2i$ 을 만족하 는 실수 x, y에 대하여 xy의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -2$
- 3 0
- **4**) 1
- (5) 2

[소단원 확인 문제]

- **9.** $(2-i)(2+i)(3-\sqrt{2}i)^2(3+\sqrt{2}i)^2$ 을 계산하면?
 - ① 242
- ② 363
- ③ 484
- **4**) 605
- (5) 715

[소단원 확인 문제]

10. 복소수 z 의 켤레 복소수 $\overline{z} = \frac{1}{z}$ 일 때,

 $1+2z+3z^2+4z^3+\cdots+10z^9=a+bi$ 를 만족하는 두 실수 a, b에 대하여 두 수의 곱 ab의 값을 구하 면? (단. $i = \sqrt{-1}$)

- ① 20
- ② 27
- 3 30
- **4**2
- (5) 60

- **11.** $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}} = a + bi$ 일 때, a + b의 값을 구하면? (단, a, b는 실수)
 - $\bigcirc -2$
- (2) -1

- 30
- (4) 1

(5) 2

[중단원 연습 문제]

- **12.** x에 대한 이차방정식 $x^2-4x-k=0$ 은 허근을 갖 고, $x^2-6x-k=0$ 은 실근을 갖도록 하는 정수 k값 들의 합을 구하면?
- $\bigcirc -35$
- \bigcirc -12
- (3) -1
- 4) 27
- (5) 39

- [대단원 종합 문제]
- **13.** x에 대한 다음 두 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$, $x^2 + 2ax + a^2 + a - 3 = 0$ 중 적어도 하나는 허근을 가질 때, 실수 a의 값의 범위를 구하면?
 - ① $a > \frac{1}{4}$
- ③ $0 < a < \frac{1}{4}$ ④ 0 < a < 3
- $\frac{1}{4} < a < 3$

[소단원 확인 문제]

- **14.** x에 대한 이차방정식 $x^2 2ax + b^2 + 1 = 0$ 이 중근 을 가질 때, 이차방정식 $x^2 + 4ax + 2b + 1 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a, b는 실수이다.)
 - ① 해가 없다.
 - ② 실근을 갖는다.
 - ③ 중근을 갖는다.
 - ④ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

[소단원 확인 문제]

- **15.** x에 대한 이차방정식 $x^2 + 4bx + 4a^2 + 4c^2 = 0$ 이 중근을 가질 때, a, b, c를 삼각형의 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?
 - 예각삼각형
- ② 둔각삼각형
- ③ 직각삼각형
- ④ 이등변삼각형
- ⑤ 정삼각형

[중단원 연습 문제]

- **16.** 세 실수 a, b, c 사이에 b=a+c인 관계가 있을 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근을 판별하면?
 - ① 해가 없다.
 - ② 실근을 갖는다.
 - ③ 중근을 갖는다.
 - ④ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

[중단원 연습 문제]

- **17.** 이차식 $5x^2-2x+3$ 을 복소수의 범위에서 인수분 해하면 $\frac{1}{5}(5x-a)(5x-b)$ 이다. 복소수 $a,\ b$ 에 대하
 - 여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -26$
- 2 17
- (3) 3
- **4**) 6
- (5) 25

[소단원 확인 문제]

- 18. 이차방정식 $x^2-x+1=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\frac{\beta^2+\beta+1}{\alpha}+\frac{\alpha^2+\alpha+1}{\beta}$ 의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -2$
- 2 1
- ③ 0
- **(4)** 1
- ⑤ 2

[소단원 확인 문제]

- **19.** 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\left|\frac{\beta}{\alpha}\right|$, $|\alpha\beta|$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?
 - ① $x^2 4x + 4 = 0$
 - ② $x^2-4x+4=0$ 또는 $2x^2-3x+2=0$
 - ③ $x^2-2x+1=0$ $\pm 2x^2-3x+2=0$
 - (4) $x^2 2x + 1 = 0$ $\pm \frac{1}{2} 2x^2 5x + 2 = 0$
 - ⑤ $x^2-4x+4=0$ 또는 $2x^2-5x+2=0$

[소단원 확인 문제]

- **20.** 동준, 채린 두 학생이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데 동준이는 이차항의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $\frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$ 을 얻었고, 채린이는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $\frac{4}{3}$, -3을 얻었다. 이 이차방 정식의 옳은 근의 곱을 구하면? (단, a, b, c는 실수이다.)
 - $\bigcirc -\frac{2}{3}$
- ② -1

3 0

- (4) 1
- ⑤ $\frac{3}{4}$

[중단원 연습 문제]

- **21.** 이차방정식 $x^2-3x-5=0$ 의 두 근을 α,β 라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값을 구하면?
 - ① 18
- ② 24
- 356
- **4** 63
- **⑤** 72

[중단원 연습 문제]

- **22.** 두 실수 a, b에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 i 2일 때, a + b, ab를 근으로 가지는 이차항의 계수가 1인 이차방정식의 일 차항의 계수와 상수항의 합을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)
 - ① 46
- ② 92
- ③ 111
- 4 151
- (5) 209

[중단원 연습 문제]

- **23.** 이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha^2-3\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta^2-3\beta+1}$ 의 값을 구하면?
 - 1) 8
- 2 9
- ③ 10
- ④ 12
- **⑤** 14

[중단원 연습 문제]

24. x에 대한 이차방정식

 $4x^2+2(2k+m)x+k^2-k+n=0$ 이 실수 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, m+n의 값은? (단, m,n은 실수이다.)

- ① $-\frac{3}{4}$
- $2 \frac{1}{4}$
- 3 0
- $4 \frac{1}{4}$

[중단원 연습 문제]

- **25.** 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\sqrt{\alpha}$, $\sqrt{\beta}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2+bx+c=0$ 이다. 이때 상수 b, c에 대하여 b^2+c^2 의 값을 구하면?
 - 1 1

② 3

3 4

4 6

⑤ 7

[대단원 종합 문제]

- **26.** x에 대한 이차방정식 $x^2 + (m^2 2m 3)x m + 2$ 의 두 근은 절댓값이 같고, 부호가 서로 다르다. 이 때, 상수 m의 값을 구하면?
 - 1 1
- 2 2
- 3 3
- (4) 4
- **⑤** 5

4

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설]
$$\begin{split} \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = f(-i) + f(i) \\ &= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010} = i^{2010} + (-i)^{2010} \\ &= (i^4)^{502} \cdot i^2 + \left\{(-i)^4\right\}^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= -1 + (-1) = -2 \text{ 이다}. \end{split}$$

2) [정답] ②

[해설] z=a+bi (단, a,b는 실수)라 하자. 그러면 켤 레복소수 z는 $z=\overline{a+bi}=a-bi$ 이다. 주어진 식에 대입하면 (2+i)(a+bi)+3i (a-bi)=2+6i이고 실수부와 허수부로 나누어 정리하면 (2a+2b)+i(4a+2b)=2+6i이다. 복소수가 서로 같을 조건에 의해 2a+2b=2, 4a+2b=6이고 두 식을 연립하면 a=2, b=-1이다. 그러므로 구하는 복소수 z는 z=2-i이고 $z\overline{z}=(2-i)(2+i)=4+1=5$ 이다.

3) [정답] ④

[해설]
$$z=a+bi(a,b$$
는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$ 이다.
$$\frac{2z}{1-z}=\frac{2(a+bi)}{1-(a+bi)}=\frac{2(a+bi)\{(1-a)+bi\}}{\{(1-a)-bi\}\{(1-a)+bi\}}$$

$$=\frac{2\{a(1-a)+abi+bi(1-a)-b^2\}}{(1-a)^2+b^2}$$

$$=\frac{2a-2a^2-2b^2+2bi}{(1-a)^2+b^2}$$
 이 실수가 되려면 허수부분 이 0이어야 하므로 $\frac{2b}{(1-a)^2+b^2}=0$ 이고 $b=0$ 이다. 따라서 $\frac{\overline{z}}{z}=\frac{a-0\cdot i}{a+0\cdot i}=\frac{a}{a}=1$ 이다.

4) [정답] ④

[해설]
$$z=a+bi$$
라 하면 $\overline{z}=a-bi$ 이고
$$(1+i)z=\overline{z}-i$$

$$(1+i)(a+bi)=a-(b+1)i$$

$$(a-b)+(a+b)i=a-(b+1)i$$

$$\begin{cases} a-b=a\\ a+b=-b-1 \end{cases} = 연립하여 풀면$$

$$a=-1,\ b=0$$
이다. 따라서 $a^2+b^2=1$ 이다.

5) [정답] ③

[해설] ①
$$(4+i)(2-5i)-3i(1+2i)=19-21i$$

② $(i-5)-(2i-10)=5-i$

$$(3)$$
 $(1+i)^2+(3+i)(1-3i)=6-6i$

$$(1-i^2)(1+i^2)=(1+1)(1-1)=0$$

6) [정답] ④

[해설]
$$\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} = \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} = \frac{a+5+(a-3)i}{2}$$

$$\frac{a+5+(a-3)i}{2}$$
이 실수가 되려면 허수부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$ 이고 $a=3$ 이다.

7) [정답] ①

[해설] z = a + bi (a,b는 실수)라고 하자.

ㄱ.
$$z\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$$
이므로 $a^2+b^2=0$ 이면 $a=b=0$ 이다. 따라서 $z=0$ 이므로 성립하지 않는다.

L.
$$z^2 + \overline{z}^2 = (a+bi)^2 + (a-bi)^2 = 2a^2 - 2b^2 = 0$$
이 명 $a = \pm b$ 이다.

$$z\bar{z} = a^2 + b^2 = 2$$

$$a = b$$
이면 $2a^2 = 2$, $a = b = \pm 1$ 이므로 $z = \pm 1 \pm i$ 이다.

$$a=-b$$
이면 $2a^2=2$, $a=\pm 1$, $b=\mp 1$ 이므로 $z=\pm 1\mp i$ 이다.

따라서 복소수 z는 4개다.

$$\Box . \frac{(a+bi)^2}{a+bi-a+bi} = \frac{a^2-b^2+2abi}{2bi} = a-bi$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 2bi(a - bi)$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 2abi + 2b^2$$

따라서
$$a^2 - b^2 = 2b^2$$
, $a^2 = 3b^2$ 이다.

여기서
$$a=0$$
이면 $b=0$ 이므로 실수부분이 0 인 허수 z 는 존재하지 않는다.

8) [정답] ②

[해설]
$$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi)=8-2i$$
 에서 $4x+4yi=8-2i$ 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $4x=8,\ 4y=-2$ 이고 $x=2,\ y=-\frac{1}{2}$ 이다. 따라서 $xy=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$ 이다.

9) [정답] ④

[해설]
$$(2-i)(2+i)(3-\sqrt{2}i)^2(3+\sqrt{2}i)^2$$

= $(4+1)(9-6\sqrt{2}i-2)(9+6\sqrt{2}i-2)$
= $5(7-6\sqrt{2}i)(7+6\sqrt{2}i)=5(49+72)=605$

10) [정답] ③

[해설]
$$\overline{z} = \frac{1}{i} = \frac{i}{i^2} = -i$$
이므로 $z = i$ 이다.
$$1 + 2z + 3z^2 + 4z^3 + \dots + 10z^9$$

$$\begin{split} &= 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 10i^9 \\ &= 1 + 2i - 3 - 4i + 5 + 6i - 7 - 8i + 9 + 10i \\ &= (1 - 3 + 5 - 7 + 9) + (2i - 4i + 6i - 8i + 10i) \\ &= 5 + 6i$$
이다.
따라서 $ab = 30$ 이다.

11) [정답] ①

[해설]
$$\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}}$$

$$= \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}\right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8}\right)$$

$$+ \dots + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}}\right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}}$$

$$= \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right)$$

$$+ \dots + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1\right) + \frac{1}{i} - 1 = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1$$
이다.
$$a + bi = -1 - i$$
이저 $a = -1$, $b = -1$ 이므로 $a + b = -2$ 이다.

12) [정답] ①

[해설] (i)
$$x^2-4x-k=0$$
이 허근을 갖기 위해서는
$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (-k) < 0$$
이고 $k < -4$ 이다. (ii) $x^2-6x-k=0$ 이 실근을 갖기 위해서는

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - (-k) \ge 0$$
이고 $k \ge -9$ 이다.

(i), (ii)에서
$$-9 \le k < -4$$
이므로 정수 k 는 -9 , -8 , -7 , -6 , -5 로 그 합은 -35 이다.

13) [정답] ①

[해설] (i)
$$x^2+x+a=0$$
이 허근을 가지려면
$$D=1^2-4a<0$$
이고 $a>\frac{1}{4}$ 이다.

(ii)
$$x^2+2ax+a^2+a-3=0$$
이 허근을 가지려면
$$\frac{D}{4}=a^2-(a^2+a-3)=-a+3<0$$
이고 $a>3$ 이다.

(i), (ii)에서 두 방정식 중 적어도 하나의 방정 식이 허근을 가지는 실수 a의 값의 범위는 $a > \frac{1}{4}$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] 이차방정식 $x^2 - 2ax + b^2 + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면

$$\begin{split} \frac{D_1}{4} &= (-a)^2 - (b^2 + 1) = 0$$
이고 $a^2 = b^2 + 1$ 이다. 이차방정식 $x^2 + 4ax + 2b + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면 $a^2 = b^2 + 1$ 에 의해
$$\frac{D_2}{4} &= 4a^2 - (2b + 1) = 4(b^2 + 1) - (2b + 1) \end{split}$$

$$=4b^2-2b+3=4\bigg(b-\frac{1}{4}\bigg)^2+\frac{11}{4}>0$$

따라서 이차방정식 $x^2 + 4ax + 2b + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

15) [정답] ③

[해설] 이차방정식 $x^2 + 4bx + 4a^2 + 4c^2 = 0$ 이 중근을 가지므로 $\frac{D}{4} = (2b)^2 - (4a^2 + 4c^2) = 0$ 이다. $4b^2 - 4a^2 - 4c^2 = 0$ 이고 $b^2 = a^2 + c^2$ 이다. 따라서 a, b, c를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 b가 빗변인 직각삼각형이다.

16) [정답] ②

[해설] 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 판별식 D를 구하면 $D=b^2-4ac$ 이다. 주어진 조건에서 b=a+c이므로 이를 위의 식에 대입하면 $D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2 \ge 0$ 다. 따라서 주어진 이차방정식의 판별식 $D \ge 0$ 이 므로 실근을 갖는다.

17) [정답] ①

[해설] 이차방정식 $5x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{1 \pm \sqrt{14}i}{5}$ 따라서 $5x^2 - 2x + 3$ 을 복소수의 범위에서 인수분

$$egin{aligned} &5 igg(x - rac{1 + \sqrt{14}\,i}{5}igg) igg(x - rac{1 - \sqrt{14}\,i}{5}igg) \ &= rac{1}{5} \big(5x - 1 - \sqrt{14}\,i\big) \big(5x - 1 + \sqrt{14}\,i\big)$$
이다.
따라서 $a^2 + b^2 = \big(1 + \sqrt{14}\,i\big)^2 + \big(1 - \sqrt{14}\,i\big)^2 = -26$ 이다.

18) [정답] ①

[해설] $x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 하면 $\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$, $\beta^2 - \beta + 1 = 0$ $\alpha^2 + \alpha + 1 = 2\alpha$, $\beta^2 + \beta + 1 = 2\beta$ 이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 1$, $\alpha \beta = 1$ 이고 $\frac{\beta^2 + \beta + 1}{\alpha} + \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\beta} = \frac{2\beta}{\alpha} + \frac{2\alpha}{\beta} = 2\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right)$ $=\frac{2[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta]}{\alpha\beta}=2(1^2-2)=-2\circ |\text{CF}|.$

19) [정답] ⑤

[해설] $x^2 - x - 2 = 0$ 에서 x = -1 또는 x = 2이다. $\alpha = -1$, $\beta = 2$ 또는 $\alpha = 2$, $\beta = -1$ 이므로 $\left| \frac{\beta}{\alpha} \right| = 2, \frac{1}{2}$ 이고 $|\alpha\beta| = 2$ 이다. 따라서 $\left| \frac{\beta}{\alpha} \right|$, $|\alpha\beta|$ 를 두 근으로 하는 이차 방정식은 $(x-2)^2=0$ 또는 $(x-2)\Big(x-\frac{1}{2}\Big)=0$ 이 고 $x^2-4x+4=0$ 또는 $2x^2-5x+2=0$ 이다.

20) [정답] ①

[해설] $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 동준이는 이차항의 계수를 잘못 보고 풀었으므로 b, c의 값은 바르게 보았다.

$$-\frac{b}{c} = \left(-\frac{b}{a}\right) \div \frac{c}{a} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$
이므로 $c = -\frac{2}{5}b$ 이다.

채린이는 상수항을 잘못 보고 풀었으므로 a, b의 값은 바르게 보았다.

두 근의 합이
$$-\frac{b}{a} = \frac{4}{3} - 3 = -\frac{5}{3}$$
이므로 $a = \frac{3}{5}b$ 이다. 따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 $\frac{3}{5}bx^2 + bx - \frac{2}{5}b = 0$ 이고 $a \neq 0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로 $3x^2 + 5x - 2 = 0$, $(3x - 1)(x + 2) = 0$

따라서
$$x = \frac{1}{3}$$
 또는 $x = -2$ 이다.

21) [정답] ⑤

[해설] 근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-5$ 이 고, $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=27+45=72$ 이다.

22) [정답] ④

[해설] 계수가 실수인 방정식에서 한 근이 -2+i이면 다른 한 근은 -2-i이다. 근과 계수의 관계에 의해 -a=(-2+i)+(-2-i)=-4, b=(-2+i)(-2-i)=5 $\therefore a=4$, b=5 $\therefore a+b=9$, ab=20 따라서 a+b, ab를 근으로 가지는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은 근과 계수의 관계에 의해 $x^2-29x+180=0$ 이다. -29+180=151이다.

23) [정답] ⑤

[해설]
$$x^2-4x+1=0$$
의 두 근이 α,β 이므로 $\alpha^2-3\alpha+1=\alpha$ 이코 $\beta^2-3\beta+1=\beta$ 이다. 따라서 $\frac{\beta}{\alpha^2-3\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta^2-3\beta+1}$
$$=\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{4^2-2\times 1}{1}=14$$
이다.

24) [정답] ①

[해설] 주어진 이차방정식이 중근을 가지므로 $\frac{D}{4} = (2k+m)^2 - 4 \times (k^2 - k + n) = 0 \ \cdots \ \bigcirc$ 이다. 이때 \bigcirc 의 식을 k에 대하여 정리하면, $4(m+1)k + m^2 - 4n = 0 \ \cdots \ \bigcirc$ 이고 \bigcirc 의 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로

m+1=0. $m^2-4n=0$ 이다.

따라서
$$m=-1$$
, $n=\frac{1}{4}$ 이므로 $m+n=-\frac{3}{4}$ 이다.

25) [정답] ④

[해설] $x^2-3x+1=0$ 의 두 근이 α , β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$ 이다. $\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}=\sqrt{\alpha\beta}=1$ $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=5$ 이때 $\alpha+\beta>0$, $\alpha\beta>0$ 에서 α , β 모두 양수이므로 $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{5}$ 이다. 그러므로 $\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}=1$, $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{5}$ 에 의해 $\sqrt{\alpha}$, $\sqrt{\beta}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2-(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})x+\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}=x^2-\sqrt{5}x+1=0$ 이다. 따라서 $b=-\sqrt{5}$, c=1이므로 구하는 값은 $b^2+c^2=(-\sqrt{5})^2+1^2=6$ 이다.

26) [정답] ③

[해설] 주어진 이차방정식의 두 근을 α , $-\alpha$ 라 하면 $\alpha+(-\alpha)=0=-(m^2-2m-3)=-(m+1)(m-3)$ 이므로 m=-1 또는 m=3이다. $\alpha\cdot(-\alpha)=-\alpha^2=-m+2<0$ 이므로 m>2이다. 따라서 m=3이다.