



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 합성함수의 그래프를 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하는 문제, 역함수의 그래프의 성질에 대한 문제 등이 자주 출제되며 합성함수와 역함수에 대한 정확한 이해가 있어야 응용 문제에 대한 접근이 용이하므로 이를 중점적으로 학습합니다.



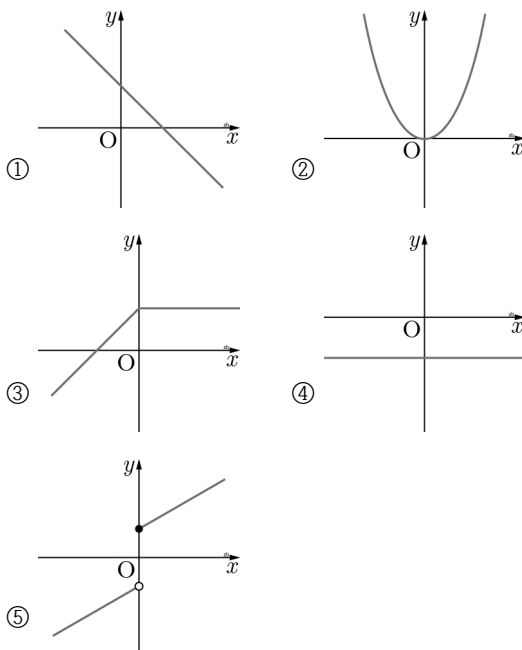
[대단원 마무리]

1. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = a|x-1| + bx + 2$ 이 일대일 대응이 되도록 하는 실수 a, b 의 관계식 중 항상 옳은 것은? (단, $ab \neq 0$)

- ① $a+b > 0$ ② $b-a > 0$
③ $a^2 - b^2 > 0$ ④ $b^2 - a^2 > 0$
⑤ $b^2 - a^2 = 0$

[대단원 마무리]

2. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 다음 함수의 그래프 중 일대일 함수이지만 일대일 대응이 아닌 것은?



[중단원 마무리]

3. 두 집합 $X = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y | -2 \leq y \leq 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응이 될 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a < 0$)

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[대단원 마무리]

4. 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수

$f(x) = x^2 + x$, $g(x) = -5x - 3$ 에 대하여 $f = g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 마무리]

5. 두 집합 $X = \{x | x \geq 3\}$, $Y = \{y | y \geq 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = x^2 - 4x + k$ 가 일대일 대응일 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 4 ② 6
③ 8 ④ 10
⑤ 12

[중단원 마무리]

6. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것은?

- ① $y = x^2 + 1$ ② $y = |x| - 1$
③ $y = x$ ④ $y = x^2 - 2x + 1$
⑤ $y = -x^2 + x + 1$

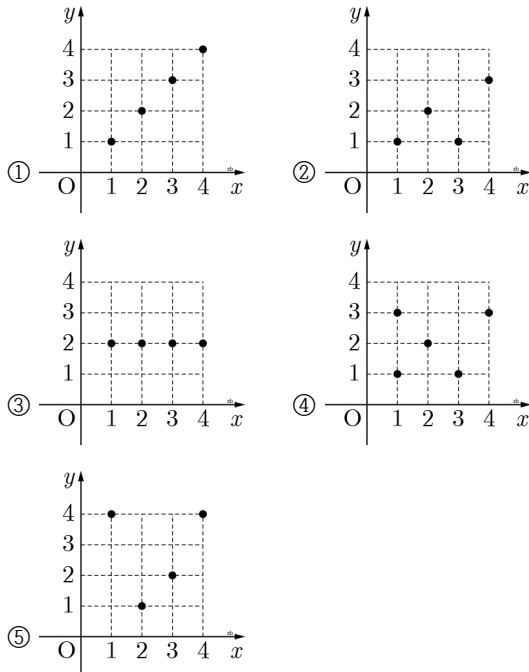
[중단원 마무리]

7. 집합 $X = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f, g, h 는 각각 일대일대응, 항등함수, 상수함수이고 $f(0)=g(2)=h(1)$, $f(0)-f(1)=2f(2)$ 일 때, $f(2)+g(0)+h(0)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[대단원 마무리]

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 함수가 아닌 것은?



[중단원 마무리]

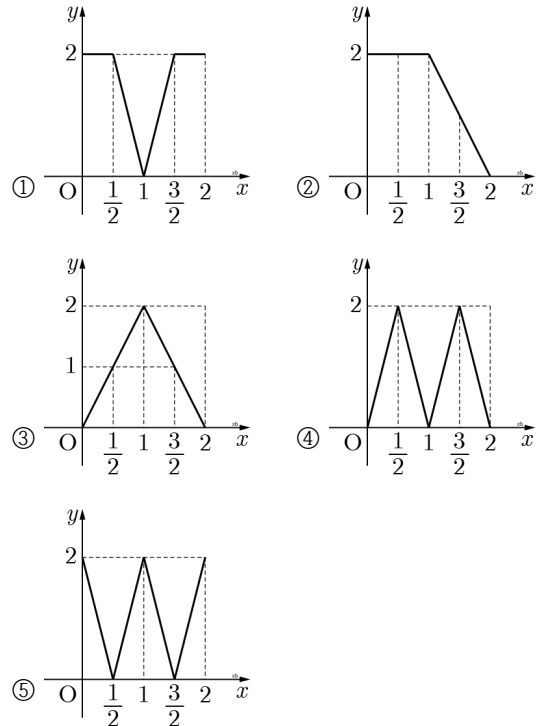
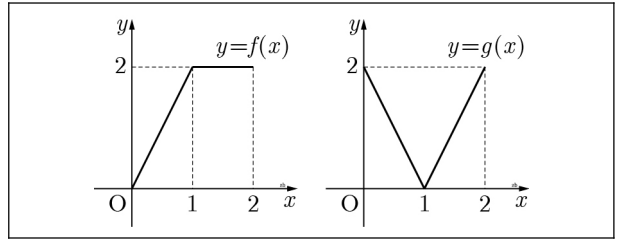
9. $x \neq -1$, $x \neq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 등식 $\frac{a}{x+1} - \frac{b}{x+3} = \frac{c}{x^2+4x+3}$ 가 성립할 때 실수

a, b, c 에 대하여 $\frac{c}{a}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[중단원 마무리]

10. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프는?



[중단원 마무리]

11. $f(x)=2x+3$, $g(x)=-x-5$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x)$ 를 구하면?

- ① $-x+2$ ② $-2x-3$
③ $-2x+5$ ④ $-4x-15$
⑤ $-4x+6$

[중단원 마무리]

12. 함수 $f(x) = ax + b$ ($a < 0$)에 대하여 $(f \circ f)(x) = 9x - 4$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① -4 ② -3
 ③ -2 ④ -1
 ⑤ 0

[중단원 마무리]

13. 두 함수 $f(x) = ax + 2$, $g(x) = bx + 1$, $g(2) = 7$ 이고 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립한다. 이 때 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

[중단원 마무리]

14. 두 함수 $(g \circ f)(x) = 2x - 5$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

- ① $x + 6$ ② $x + 8$
 ③ $2x - 1$ ④ $2x + 3$
 ⑤ $2x + 7$

[중단원 마무리]

15. $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < 1) \\ 2 & (x = 1) \\ 0 & (1 < x \leq 2) \end{cases} \text{ 일 때, } f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)에 대하여 $f^{50}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$
 ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1
 ⑤ 2

[대단원 마무리]

16. 두 함수 $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = ax + b$ 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 두 양수 a , b 에 대하여 ab 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 4 ④ 8
 ⑤ 16

[중단원 마무리]

17. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = 3x + 7$ 에 대하여 $(f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f)(k) = -2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 마무리]

18. 함수 $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$)의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 b 의 값에 관계없이 항상 $f = f^{-1}$ 가 성립하는 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 3

[중단원 마무리]

19. 함수 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < 4) \\ 3x-6 & (x \geq 4) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(3) + f^{-1}(9)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 마무리]

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 3, 7, 9\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f , g 가 각각 $f(n) = \begin{cases} 2n-1 & (n \leq 2) \\ 2n+1 & (n \geq 3) \end{cases}$, $g(n) = (3^n \text{의 일의 자리 숫자})$ 일 때, $(f \circ g)^{-1}(7) + (g \circ f)^{-1}(3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

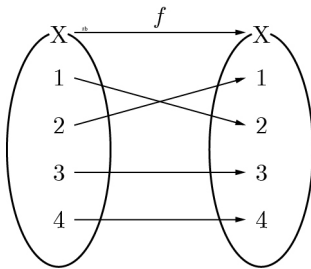
[중단원 마무리]

21. 함수 $f(x) = 3x - 5$ 에 대하여 $f^{-1}(4) + f(4)$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[중단원 마무리]

22. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같다. 함수 $g: X \rightarrow X$ 의 역함수가 존재하고, $g(1) = 4$, $g^{-1}(3) = 2$, $(g \circ f)(3) = 1$ 일 때, $g^{-1}(2) + (f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은?



- ① 3 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] $f(x) = \begin{cases} (a+b)x - a + 2 & (x \geq 1) \\ (b-a)x + a + 2 & (x < 1) \end{cases}$

 $f(x)$ 는 일대일 대응이므로

(i) $a+b > 0, b-a > 0, b^2 - a^2 > 0$

(ii) $a+b < 0, b-a < 0, b^2 - a^2 > 0$

따라서 $b^2 - a^2 > 0$ ($ab \neq 0$)

2) [정답] ⑤

[해설] ① 일대일 대응, 일대일 함수

② 일대일 함수가 아니다.

③ 일대일 함수가 아니다.

④ 상수함수이다.

⑤ 일대일함수이지만 일대일 대응이 아니다.

3) [정답] ④

[해설] $a < 0$ 이고 $f(x)$ 는 감소하므로

$f(1)=7, f(2)=-2$

$f(x)=ax+b$

$f(-1)=-a+b=7 \dots \textcircled{1}$

$f(2)=2a+b=-2 \dots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면

$-3a=9, a=-3, b=4$

$a+b=1$

4) [정답] ③

[해설] $f=g$ 이므로 $f(x)=g(x)$

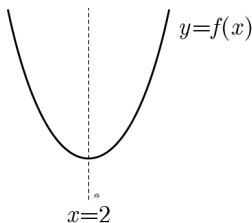
$x^2+x=-5x-3$ 에서 $x^2+6x+3=0$

이 이차방정식의 두 실근을 α, β 라 하면 집합 X 는 집합 $\{\alpha, \beta\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이다.따라서 집합 X 의 개수는 $2^2-1=3$ 이다.

5) [정답] ⑤

[해설] $f(x)=x^2-4x+k$

$=x^2-4x+4-4+k=(x-2)^2-4+k$

함수 $f(x)$ 의 그래프는 $f(x)$ 는 일대일 대응이므로 $f(3)=4$

$f(3)=9-12+k=4, k=7$

$f(x)=x^2-4x+7, f(5)=25-20+7=12$

6) [정답] ④

[해설] ④ $f(x)=x^2-2x+1$ 이라 하면

$f(-1)=4, f(0)=1, f(1)=0$

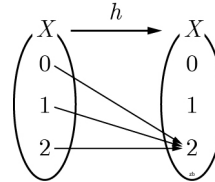
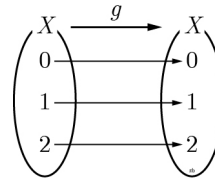
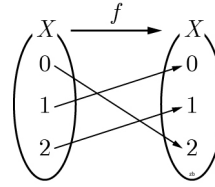
 $4 \notin Y$ 이므로 $y=x^2-2x+1$ 은 X 에서 Y 로의

함수가 아니다.

①, ②, ③, ⑤는 모두 함숫값이 공역에 존재하므로 함수이다.

7) [정답] ④

[해설] 주어진 조건에 의해



$f(2)=1, g(0)=0, h(0)=2$ 이므로

$f(2)+g(0)+h(0)=3$

8) [정답] ④

[해설] ④ $x=1$ 의 함숫값이 1, 3의 2개이므로 함수가 아니다.

① 일대일 대응

③ 상수함수

②, ⑤ 함수

9) [정답] ④

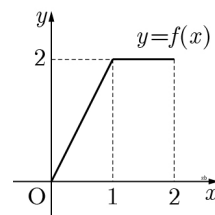
[해설] $\frac{a}{x+1} - \frac{b}{x+3} = \frac{c}{x^2+4x+3}$

$\frac{(a-b)x + 3a-b}{x^2+4x+3} = \frac{c}{x^2+4x+3}$

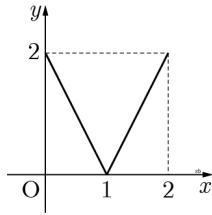
$a-b=0, 3a-b=c$ 에서 $a=b, c=2b$ 이다.

따라서 $\frac{c}{a} = \frac{2b}{b} = 2$ 이다.

10) [정답] ①

[해설] 함수 f, g 는 다음과 같다.

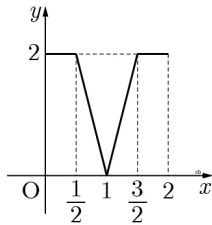
$f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x \leq 1) \\ 2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$



$$g(x) = \begin{cases} -2x+2 & (0 \leq x \leq 1) \\ 2x-2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

$$y = f(g(x)) = \begin{cases} 2(g(x)) & (0 \leq g(x) \leq 1) \\ 2 & (1 \leq g(x) \leq 2) \end{cases}$$

$$y = f(g(x)) = \begin{cases} 2 & \left(0 \leq x \leq \frac{1}{2}\right) \\ 2(-2x+2) & \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \\ 2(2x-2) & \left(1 \leq x \leq \frac{3}{2}\right) \\ 2 & \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 2\right) \end{cases}$$



11) [정답] ④

[해설] $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
 $= 2g(x) + 3 = 2(-x-5) + 3 = -2x - 7$
 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
 $= -f(x) - 5 = -(2x+3) - 5 = -2x - 8$
 $(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x)$
 $= (-2x - 7) + (-2x - 8) = (-4x - 15)$

12) [정답] ①

[해설] $f(x) = ax + b (a < 0)$
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = af(x) + b$
 $= a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$
 $(f \circ f)(x) = 9x - 4$ 이므로
 $a^2x + ab + b = 9x - 4$ 이다.
 $a^2 = 9, a = -3 (a < 0)$
 $-3b + b = -4, b = 2$
 $f(x) = -3x + 2, f(2) = -6 + 2 = -4$

13) [정답] ④

[해설] $f(x) = ax + 2, g(x) = bx + 1$ 에서
 $g(2) = 2b + 1 = 7, b = 3$
 $g(x) = 3x + 1$ 이다.
 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 이므로
 $f(g(x)) = ag(x) + 2 = a(3x + 1) + 2 = 3ax + a + 2$
 $g(f(x)) = 3f(x) + 1 = 3(ax + 2) + 1 = 3ax + 7$
 $3ax + a + 2 = 3ax + 7$
 $a + 2 = 7, a = 5, a + b = 8$

14) [정답] ①

[해설] $h(x) = ax + b (a \neq 0)$ 라 하면

$$(g \circ f)(x) = 2x - 5, g(x) = 2x + 1 \text{ 이므로}$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h((g \circ f)(x)) = a((g \circ f)(x)) + b$$

$$= a(2x - 5) + b = 2ax - 5a + b$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$2ax - 5a + b = 2x + 1$$

$$a = 1, b = 6$$

$$h(x) = x + 6$$

15) [정답] ⑤

[해설] $f^1\left(\frac{1}{3}\right) = 1,$
 $f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f(1) = 2,$
 $f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f(2) = 0,$
 $f^4\left(\frac{1}{3}\right) = f(0) = 1,$
 $f^5\left(\frac{1}{3}\right) = f(1) = 2,$
 $f^6\left(\frac{1}{3}\right) = f(2) = 0,$
 \dots
 $f^{49}\left(\frac{1}{3}\right) = f(0) = 1$
 $f^{50}\left(\frac{1}{3}\right) = f(1) = 2$

16) [정답] ①

[해설] $f(x) = 2x - 4, g(x) = ax + b$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2g(x) - 4$
 $= 2(ax + b) - 4 = 2ax + 2b - 4$
 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = af(x) + b$
 $= a(2x - 4) + b = 2ax - 4a + b$
 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 이므로
 $2ax + 2b - 4 = 2ax - 4a + b$
 $2b - 4 = -4a + b, 4a + b = 4$
 $a > 0, b > 0$ 이므로
 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여
 $\frac{4a+b}{2} \geq \sqrt{4ab}, 2 \geq \sqrt{4ab}$
 $4 \geq 4ab, 1 \geq ab$
 따라서 ab 의 최댓값은 1이다.

17) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = -2x + 1, g(x) = 3x + 7$
 $f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} \circ g \circ f$
 $= I \circ g \circ f = g \circ f$
 $(f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f)(k) = (g \circ f)(k)$ 이므로
 $(g \circ f)(k) = g(f(x)) = 3f(k) + 7$
 $= 3(-2k + 1) + 7 = -6k + 10$
 $(g \circ f)(k) = -2$ 에서 $-6k + 10 = -2$
 $-6k = -12, k = 2$

18) [정답] ②

[해설] $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$)

$$f = f^{-1}, f \circ f = f \circ f^{-1} = I_x$$

$$(f \circ f)(x) = I_x = x$$

$$f(f(x)) = af(x) + b$$

$$= a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = x \text{ 이므로}$$

$$a^2 = 1, a = 1 \text{ 또는 } a = -1$$

$$ab + b = 0, (a+1)b = 0$$

따라서 b 값에 관계없이 $a = -1$ 이다.

19) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < 4) \\ 3x-6 & (x \geq 4) \end{cases}$

i) $f^{-1}(3) = k, f(k) = 3$

⊙ $k < 4$ 이면 $k+2=3, k=1$ (참)

⊙ $k \geq 4$ 이면 $3k-6=3, k=3$ (거짓)

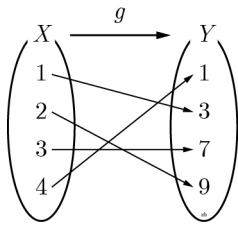
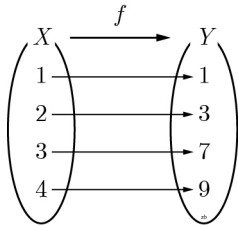
ii) $f^{-1}(9) = R, f(R) = 9$

⊙ $R < 4$ 이면 $R+2=9, R=7$ (거짓)

⊙ $R \geq 4$ 이면 $3R-6=9, R=5$ (참)

따라서 $f^{-1}(3) + f^{-1}(9) = k + R = 1 + 5 = 6$

20) [정답] ②

[해설] $f(n) = 2n-1, g(m) = (3^m \text{의 일의 자리 숫자})$ 

$$(f \circ g)^{-1}(7) = (g^{-1} \circ f^{-1})(7) = g^{-1}(3) = 1$$

$$(g \circ f)^{-1}(3) = (f^{-1} \circ g^{-1})(3) = f^{-1}(1) = 1$$

$$(f \circ g)^{-1}(7) + (g \circ f)^{-1}(3) = 2$$

21) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = 3x - 5, f(4) = 7$

$$f^{-1}(4) = k, f(k) = 4$$

$$3k - 5 = 4, k = 3$$

$$\therefore f^{-1}(4) = 3$$

$$f^{-1}(4) + f(4) = 10$$

22) [정답] ④

[해설] $g^{-1}(3) = 2$ 이므로 $g(2) = 3$ 이고

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 1 \text{ 이다.}$$

 g 는 역함수가 존재하므로 일대일대응함수이고 $g(1) = 4, g(2) = 3, g(3) = 1$ 이므로 $g(4) = 2$ 이다.

그러므로

$$g^{-1}(2) + f^{-1}(g(2)) = 4 + f^{-1}(3) = 4 + 3 = 7 \text{ 이다.}$$