

# 교과서 변형문제 기본

### 6-1-3.조합 천재(류희찬)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-07-13
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

#### 개념check

#### [조합]

•서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 r  $(0 < r \le n)$ 개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로  ${}_n\mathbf{C}_r$ 과 같이 나타낸다.

#### [조합의 수]

- **0**  $_{n}$ C $_{r} = \frac{_{n}P_{r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$  (단,  $0 \le r \le n$ )
- ③  $_{n}\mathbf{C}_{r} = _{n}\mathbf{C}_{n-r}$  (단,  $0 \le r \le n$ )

기본문제

[문제]

- **1.** <sub>4</sub>C<sub>2</sub>+<sub>3</sub>C<sub>0</sub>의 값은?
  - ① 3

- ② 4
- 3 5
- **4** 6

⑤ 7

[예제]

- 2. 남학생 4명과 여학생 3명으로 구성된 보컬 동아리에서 음악 경연 대회에 출전할 3명의 학생을 뽑을 때, 남학생 2명과 여학생 1명을 뽑는 경우의 수는?
  - ① 12
- 2 14
- 3 16
- 4) 18
- (5) 20

[문제]

- 3. 철수네 가족은 철수의 생일파티를 위해 여러 음식을 배달시키려 한다. A 음식점에서는 6가지 메뉴중에서 서로 다른 2가지를 주문하고, B 음식점에서는 4가지 메뉴 중에서 서로 다른 3가지를 주문하고 자하였다. 음식을 주문하는 경우의 수는?
  - 12
- ② 24
- 3 36
- 48
- **⑤** 60

[예제]

- **4.**  ${}_{10}C_{r+1} = {}_{10}C_{3+r}$ 을 만족하는 자연수 r의 값은?
  - 1 1

② 2

3 3

4

**⑤** 5

[문제]

- **5.**  ${}_{2}C_{2}+{}_{3}C_{2}+{}_{4}C_{2}+{}_{5}C_{2}+\cdots+{}_{9}C$ 의 값은?
  - ① 45
- 2 60
- 3 80
- 4 100
- ⑤ 120

[문제]

- **6.** 등식  ${}_{n}\text{C}_{7} = {}_{n}\text{C}_{8}$ 를 만족시키는 자연수 n의 값을 a, 등식  ${}_{19}\text{C}_{r} = {}_{19}\text{C}_{2r+1}$ 를 만족시키는 자연수 r의 값을 b라 할 때, 두 상수 a, b의 합 a+b의 값은?
  - ① 17
- 2 18
- 3 19
- **4** 20
- ⑤ 21

평가문제

[스스로 확인하기]

**7.** 다음 (¬), (L)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

 $* _{2n} C_{2r} = \frac{_{2n} P_{2r}}{\boxed{( \neg )}} = \frac{2n!}{\boxed{( \cup )}}$  (단,  $0 \le 2r \le 2n$ )

- ①  $(\neg):(2r)!$
- (L): (2r)!(2n-2r)!
- ②  $(\neg)$ : (2r)!
- $(\sqcup)$ : 2r!(n-2r)!
- (3) (7) : 2(n-r)!
- (L): (2r)!(2n-2r)!
- $(4) (\neg) : 2(n-r)!$
- $(\mathrel{\sqsubseteq}) : 2r!(n-2r)!$
- ⑤  $(\neg)$ : (n-r)!
- (L): (n-r)!

[스스로 확인하기]

- **8.** <sub>10</sub>C<sub>8</sub>+<sub>8</sub>C<sub>6</sub>의 값은?
  - ① 58
- ② 63
- 3 68
- ④ 73
- (5) 78

[스스로 확인하기]

- **9.** 인원이 30명인 어느 학급에서 기획위원 3명을 뽑 는 경우의 수를 나타낸 것은?
  - 1 27P3
- $\Im_{30}P_{3}$
- 4 30C3
- $\bigcirc 3_3P_3$

[스스로 확인하기]

- **10.** 7개의 문자 A, B, C, D, E, F, G 중에서 서로 다른 4개의 문자를 택할 때, 자음을 3개만 택하는 경우의 수는?
  - 10
- 2 15
- 3 20
- 4) 25
- (5) 30

[스스로 확인하기]

- **11.** 1부터 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 네 수 를 택할 때, 네 수의 곱이 홀수가 되는 경우의 수 는?
  - $\bigcirc$  2

② 5

- ③ 7
- **4**) 10
- (5) 12

[스스로 확인하기]

**12.** 철수는 방학 중 연속된 6일 동안 다음 규칙에 따 라 하루에 한 가지씩 봉사활동을 실시하는 계획을 세우려고 한다. 철수가 세우는 계획의 경우의 수는?

[규칙]

- (1) 2일은 주민센터에서 실시한다.
- (2) 3일은 헌혈의 집에서 실시한다.
- (3) 하루는 고아원, 양로원 중에서 한 군데를 골라 실시한다.
- 1 45
- 3 80
- (4) 100
- (5) 120
- 2 60

- [스스로 마무리 하기]
- $oldsymbol{13.}$  등식  ${}_{7}{ extsf{C}}_{2r-5}={}_{7}{ extsf{C}}_{r}$ 를 만족시키는 자연수 r의 모든 값의 합은?
  - ① 6

- ② 7
- 3) 8
- (4) 9
- (5) 10

- [스스로 마무리 하기]
- **14.** 회원이 10명인 어느 동아리에서 회장 1명, 총무 2명을 뽑는 경우의 수는?
  - ① 270
- ② 360
- ③ 450
- **(4)** 540
- (5) 630

[스스로 마무리 하기]

- **15.** 6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 각각 적힌 6장의 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 일렬로 나열할 때, 제일 왼쪽에 놓인 카드가 3인 경우의 수 는?
  - ① 12
- ② 16
- 3 20
- 4 24
- (5) 28

[스스로 마무리 하기]

- 16. 7명으로 구성된 동아리에서 발표회를 개최하고자 한다. 발표회에서 사회를 볼 학생 2명을 선택하는 경우의 수는?
  - ① 21
- ② 22
- ③ 23
- (4) 24
- (5) 25

[스스로 마무리 하기]

**17.** 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f중에서 다 음을 만족시키는 함수 f의 개수는?

a < b이면 f(a) > f(b)이다.

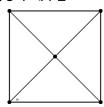
- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- (4) 14
- (5) 15

[스스로 마무리 하기]

- **18.** 남자 4명과 여자 3명으로 구성된 어느 소모임이 있다. 이 소모임에서 3명을 뽑아 발표회를 가질 때, 남자가 적어도 1명 포함되는 경우의 수는?
  - ① 28
- ② 30
- ③ 32
- **4** 34
- **⑤** 36

[스스로 마무리 하기]

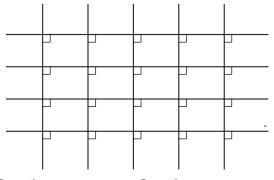
**19.** 다음 그림과 같이 정사각형의 꼭짓점과 대각선의 교점을 포함한 5개의 점 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

[스스로 마무리 하기]

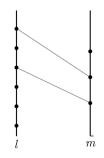
**20.** 다음 그림과 같이 4개의 수평선과 5개의 수직선 이 서로 직각을 이루며 만나고 있다. 이들 9개의 직 선으로 만들 수 있는 직사각형의 개수는?



- ① 12개
- ② 24개
- ③ 36개
- ④ 48개
- ⑤ 60개

[스스로 마무리 하기]

**21.** 다음 그림과 같이 두 개의 직선 l, m 위에 각각 6개, 3개의 점이 있다. 직선 l 위의 점과 직선 m 위의 점을 양 끝점으로 하는 2개의 선분을 그을 때, 그림과 같이 두 선분이 만나지 <u>않는</u> 경우의 수는?



- ① 30
- ② 35
- 3 40
- **4** 45
- (5) 50

## 4

#### 정답 및 해설

#### 1) [정답] ⑤

[해설] 
$$_4$$
C $_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ ,  $_3$ C $_0 = 1$ 이므로  $_4$ C $_2 + _3$ C $_0 = 7$ 이다.

#### 2) [정답] ④

[해설] 남학생을 순서에 상관없이 뽑는 경우의 수는  $_4C_2=6$ 이고, 여학생을 뽑는 경우의 수는  $_3C_1=3$ 이므로, 구하고자 하는 경우의 수는  $6\times 3=18$ 이다.

# 3) [정답] ⑤

[해설] A음식점에서 주문하는 경우의 수는

$$_{6}C_{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

이고, B음식점에서 주문하는 경우의 수는

$$_{4}C_{3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

이므로, 구하는 경우의 수는  $15 \times 4 = 60$ 이다.

#### 4) [정답] ③

[해설]  $_{10}\mathrm{C_{r+1}}=_{10}\mathrm{C_{3+r}}$ 이 성립하려면  $r+1\neq 3+r$ 이므로 (r+1)+(3+r)=10이 성립해야 한다.  $2r=6,\ r=3$ 이다.

### 5) [정답] ⑤

[해설] 
$${}_{2}C_{2} + {}_{3}C_{2} + {}_{4}C_{2} + {}_{5}C_{2} + \cdots + {}_{9}C$$
에서  ${}_{2}C_{2} = 1 = {}_{3}C_{3}$ 이므로 주어진 식은  ${}_{3}C_{3} + {}_{3}C_{2} + {}_{4}C_{2} + {}_{5}C_{2} + \cdots + {}_{9}C_{2}$   $= ({}_{3}C_{3} + {}_{3}C_{2}) + {}_{4}C_{2} + {}_{5}C_{2} + \cdots + {}_{9}C_{2}$   $= ({}_{4}C_{3} + {}_{4}C_{2}) + {}_{5}C_{2} + \cdots + {}_{9}C_{2}$   $= \cdots = {}_{9}C_{3} + {}_{9}C_{2} = {}_{10}C_{3}$  따라서 구하는 값은  ${}_{10}C_{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ 이다.

# 6) [정답] ⑤

[해설]  $_{n}C_{7}=_{n}C_{8}$ 가 성립하기 위해서는 n=7+8=15이어야 한다. 따라서 a=15이다.  $_{19}C_{r}=_{19}C_{2r+1}$ 가 성립하기 위해서는  $r+(2r+1)=19,\ r=6$ 이므로 b=6이다. 따라서 a+b=21이다.

### 7) [정답] ①

[해설] \* 
$$_{2n}$$
C $_{2r} = \frac{_{2n}P_{2r}}{(2r)!} = \frac{2n!}{(2r)!(2n-2r)!}$   
(단,  $0 \le 2r \le 2n$ )

### 8) [정답] ④

[해설] 
$$_{10}$$
C $_8 = _{10}$ C $_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$   $_8$ C $_6 = _8$ C $_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$   $_{10}$ C $_8 + _8$ C $_6 = 73$ 

### 9) [정답] ④

[해설] 서로 다른 30개에서 순서를 상관하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는 30C3이다.

### 10) [정답] ③

[해설] 7개의 문자 중에서 자음은 5개다. 그 중에서 3개를 택하는 경우는  ${}_5{\rm C}_3 = 10$ 이다. 또한 2개의 모음 중에서 1개를 택하는 경우는 2

이므로 구하고자 하는 경우의 수는 20이다.

### 11) [정답] ②

[해설] 네 수의 곱이 홀수이려면 네 수가 모두 홀수여야 한다. 1부터 10까지 홀수는 5개이므로 구하는 경우의 수는  $_5C_4=5$ 이다.

#### 12) [정답] ⑤

[해설] 주민센터에 갈 2일을 정하는 경우의 수는  $_6$ C<sub>2</sub> = 15이다.

나머지 4일 중 헌혈의 집에 갈 3일을 정하는 경우의 수는  ${}_{4}C_{3} = 4$ 이다.

나머지 1일에 갈 곳을 정하는 경우의 수가 2 이므로 총 경우의 수는  $15 \times 4 \times 2 = 120$ 이다.

#### 13) [정답] ④

[해설]  $_7{\rm C}_{2r-5}={}_7{\rm C}_r$ 에서 2r-5=r인 경우에는 r=5이다.  $2r-5\neq r$ 인 경우에는 (2r-5)+r=7 r=4이다. 따라서 가능한 모든 r 값의 합은 9이다.

### 14) [정답] ②

[해설] 먼저 회장을 뽑는 경우의 수는  $_{10}$ C $_{1}$ 이다. 이후 나머지 9명 중 총무 2명을 뽑는 경우의 수는  $_{9}$ C $_{2}$  = 36이므로 구하고자 하는 경우의 수는  $10 \times 36 = 360$ 이다.

### 15) [정답] ③

[해설] 제일 왼쪽에 놓인 카드가 3이므로 나머지 5장의 카드 중에서 2장의 카드를 뽑아 일렬로 나열해야 한다. 따라서 구하는 경우의 수는  ${}_5C_2 \times 2! = 20$ 이다.

### 16) [정답] ①

[해설] 서로 다른 7명 중에서 순서에 상관없이 2명을 선택하는 경우의 수이므로  $_{7}$ C $_{2}=21$ 이다.

#### 17) [정답] ⑤

[해설] 구하고자 하는 함수의 개수는 공역의 원소 6

개 중에서 순서에 상관없이 치역의 원소의 개수 인 4개를 뽑는 경우의 수와 같다. 따라서 구하고 자 하는 경우의 수는  $_6$ C $_4$  = 15이다.

### 18) [정답] ④

[해설] 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 <sub>7</sub>C<sub>3</sub> = 35이다.

이 중에서 남자를 한 명도 뽑지 않는 경우의 수 는  $_3C_3 = 1$ 이므로, 구하고자 하는 경우의 수는 35-1=34이다.

### 19) [정답] ③

[해설] 총 5개의 점 중에서 3개의 점을 정하는 경우 의 수는  $_5C_3 = 10$ 이다. 이 중에서 한 직선 위에 있는 세 점을 선택하면 삼각형을 만들 수 없으므 로 이 경우의 수는 2이다. 따라서 구하는 경우의 수는 10-2=8이다.

#### 20) [정답] ⑤

[해설] 4개의 수평선과 5개의 수직선 중에서 각각 2 개씩을 순서에 상관없이 선택하는 경우마다 1개 의 직사각형이 만들어진다. 따라서 구하는 경우의 수는  $_4$ C $_2 \times _5$ C $_2 = 6 \times 10 = 60$ 이다.

### 21) [정답] ④

[해설] 직선 l 위의 6개의 점 중에서 2개의 점을 순 서에 상관없이 정하고, 직선 m 위의 3개의 점 중에서 2개의 점을 순서에 상관없이 정하면 조건 에 맞도록 만나지 않는 두 선분을 1가지 만들 수 있다. 따라서 구하는 경우의 수는  $_{6}$ C $_{2}$ × $_{3}$ C $_{2}$  = 15×3 = 45이다.

