

2021년 고림고 수학2 기말고사

1. 등식 $\int f(x)dx = 4x^5 - 5x^2 + C$ (C 는 적분상수)를 만족하는 함수 $f(x)$ 는? [4.1점]

- ① $5x^4 - 2x$ ② $5x^4 - 10x$
③ $20x^4 - 2x$ ④ $20x^4 - 10x$
⑤ $20x^4 - 10x + 5$

2. $\int_1^3 (2x^3 + 3x^2 - 2x)dx$ 의 값은? [4.1점]

- ① 34 ② 42 ③ 48 ④ 50 ⑤ 58

3. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 5$ 의 극댓값은? [4.3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

4. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$x = -t^3 + 2t^2 + 4t + k$ (k 는 상수)이다. 점 P 가 출발한 후 운동방향을 바꿀 때 점 P 의 위치는 20이다. k 의 값은? [4.3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 25

5. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$v(t) = 2t - t^2$ 일 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P 가 움직인 거리는? [4.5점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

6. 함수 $f(x) = -x^3 + ax^2 - 2ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 정수 a 의 개수는? [4.5점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고,
 $\int_{-2}^2 f(x)dx = 6, \int_0^{-3} f(x)dx = -4$ 일 때, $\int_{-3}^2 f(x)dx$ 의 값은?

- ① -1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 10

8. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 6x^2 - \int_{-1}^1 f(t)dt$ 를
 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4.6점]

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

9. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\int_3^x f(t)dt}{x^2 - 9}$ 의 값은? [4.7점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

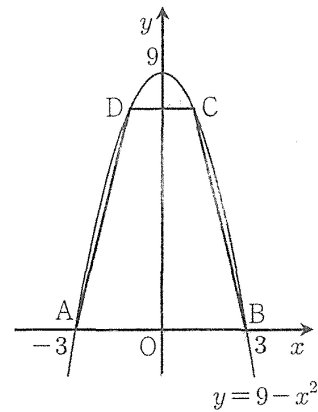
10. 함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x - 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지
 않은 것은? [4.7점]

- ① 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소한다.
 ② $f(x)$ 가 극값을 갖는 x 의 값은 1개다.
 ③ 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ④ 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 2이다.
 ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq k$ 를 만족하는 실수 k 가 존재한다.

11. 함수 $f(x) = x^2 (x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 두 곡선
 $y = f(x), y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4.8점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

12. 두 점 $A(-3, 0), B(3, 0)$ 에서 x 축과 만나는 곡선 $y = 9 - x^2$ 이
 있다. 그림과 같이 이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 부분에
 내접하는 사다리꼴 $ABCD$ 의 넓이의 최댓값은? [4.8점]



- ① 24 ② 25 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

13. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 - 6x^2 - 8x - a^2 + 10a + 8 \geq 0$ 이
항상 성립하도록 하는 정수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을
 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은? [4.9점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 실수 전체에서 연속인 함수 $f'(x)$ 가
 $f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + a & (x \leq 0) \\ 2x - 3 & (x > 0) \end{cases}$ 이고, $f(x)$ 의 극댓값이 5이다. $f(x)$ 의
극솟값을 m 이라 할 때, $40m$ 의 값은? (단, a 는 상수) [4.9점]

① -90 ② -60 ③ -30 ④ 30 ⑤ 60

15. 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = \int_{x-1}^{x+1} (t-1)^2 dt$ 의 최솟값은?
[5.1점]

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

16. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 를
만족시키고 $f(x) = -x^2 + 4$ ($-2 \leq x \leq 2$)이다. $3 \int_{-a}^a f(x) dx = 86$ 일
때, 상수 a 의 값은? [5.1점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 원점에서 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + k$ 에 서로 다른 2개의 접선을
그을 수 있을 때, 0이 아닌 실수 k 의 값은? [5.1점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

18. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + a$ 에 대하여 함수 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 가 극댓값과 극솟값을 모두 가질 때, 정수 a 의 최솟값은? [5.2점]

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

19. 함수 $f(x) = -x^3 + 3x + 4$ 와 실수 k 에 대하여 $x \leq k$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값을 $m(k)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.2점]

<보기>

- ㄱ. $m'(-1) = 0$ 이다.
 ㄴ. $|m(k) - f(k)|$ 의 최댓값은 4이다.
 ㄷ. 함수 $m(k)$ 가 $k=a$ 에서만 미분가능하지 않을 때,
 $\int_0^a m(k)dk = 4$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [5.2점]

- $f'(-1) \times f'(1) < 0$ 이고, $f'(0) = -4$ 이다.
- 함수 $|f(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극댓값 3을 갖는다.
- 함수 $|f(x)|$ 는 서로 다른 세 점에서 미분가능하지 않다.

- ① -1 ② 2 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

21. 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$ 를 만족한다. 구간 $[t-1, t]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 할 때, $4 \leq t \leq 5$ 에서 $g(t)$ 는 상수함수이다. 이때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{3+h}^3 g'(t)dt$ 의 값은? [5.3점]

- ① -40 ② -10 ③ 10 ④ 20 ⑤ 40

-
- 1) ④
 - 2) ⑤
 - 3) ④
 - 4) ①
 - 5) ③
 - 6) ③
 - 7) ④
 - 8) ⑤
 - 9) ①
 - 10) ⑤
 - 11) ②
 - 12) ⑤
 - 13) ②
 - 14) ④
 - 15) ①
 - 16) ③
 - 17) ③
 - 18) ②
 - 19) ④
 - 20) ③
 - 21) ①