● 3회차

01 ⑤	02 ⑤	03 ②	04 ②	05 ④
06 ④	07 ②	08 ④	09 ③	10 ④
11 ②	12 ①	13 ⑤	14 ⑤	15 ②
16 ③	17 ③			

[서술형 1] 28
[서술형 2] $y=\pm\sqrt{2}x$
[서술형 3] $(x+4)^2+(y-1)^2=16$

01 $x^2-4x\le 0$에서 $x(x-4)\le 0$
$\therefore 0\le x\le 4$
따라서 구하는 정수 x는 0, 1, 2, 3, 4로 그 개수는 5이다.

02 해가 $-3<x<1$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+3)(x-1)<0$
$\therefore x^2+2x-3<0$
따라서 $a=2$, $b=-3$이므로
$a+b=2+(-3)=-1$

03 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2kx-5k\ge 0$이 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2-2kx-5k=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-k)^2-(-5k)\le 0$
$k^2+5k\le 0$, $k(k+5)\le 0$
$\therefore -5\le k\le 0$
따라서 $a=-5$, $b=0$이므로
$a+b=-5+0=-5$

04 부등식 $f(x)\le 0$의 해가 $2\le x\le 8$이므로 양수 a에 대하여 $f(x)=a(x-2)(x-8)$이라 하면
$f(3x-1)=a(3x-1-2)(3x-1-8)$
$\quad=9a(x-1)(x-3)$
부등식 $f(3x-1)\le 0$, 즉 $9a(x-1)(x-3)\le 0$에서
$(x-1)(x-3)\le 0$
$\therefore 1\le x\le 3$
따라서 구하는 정수 x는 1, 2, 3으로 그 개수는 3이다.

05 $3x-2\ge 2x+1$에서 $x\ge 3$ …… ㉠
$x^2+7<8x$에서 $x^2-8x+7<0$
$(x-1)(x-7)<0$ $\quad\therefore 1<x<7$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $3\le x<7$
따라서 모든 정수 x의 값의 합은
$3+4+5+6=18$

06 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+\{-1-(-2)\}^2}=\sqrt{10}$

07 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a-2)^2+(0-5)^2=\{a-(-3)\}^2$
$a^2-4a+29=a^2+6a+9$
$-10a=-20$
$\therefore a=2$
따라서 구하는 점 P의 x좌표는 2

08 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는
$\left(\frac{1\cdot(-1)+2\cdot 2}{1+2}, \frac{1\cdot 7+2\cdot 1}{1+2}\right)$
$\therefore (1, 3)$

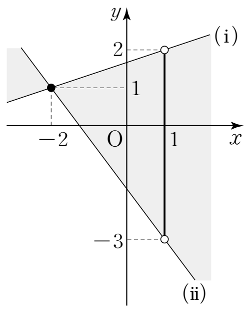
09 두 점 $(4, 1)$, $(-2, -2)$를 지나는 직선의 방정식은
$y-1=\frac{-2-1}{-2-4}(x-4)$
$\therefore y=\frac{1}{2}x-1$
따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-1$이므로
$2a+b=2\cdot\frac{1}{2}+(-1)=0$

10 직선 $y=3x-1$에 평행한 직선의 기울기는 3이고 y절편이 -7이므로
$y=3x-7$
따라서 $a=3$, $b=-7$이므로
$a+b=3+(-7)=-4$

11 $kx-y+2k+1=0$에서

$y=(x+2)k+1$ ⋯⋯ ㉠

이므로 직선 ㉠은 k의 값에 관계없이 점 $(-2,\ 1)$을 지난다. 오른쪽 그림과 같이



(ⅰ) 직선 ㉠이 점 $(1,\ 2)$를 지날 때

$2=3k+1$ $\therefore k=\dfrac{1}{3}$

(ⅱ) 직선 ㉠이 점 $(1,\ -3)$을 지날 때

$-3=3k+1$ $\therefore k=-\dfrac{4}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\dfrac{4}{3}<k<\dfrac{1}{3}$이므로 구하는 정수 k의 값의 합은

$-1+0=-1$

12 $x^2+y^2+4x-2y-5=0$에서

$(x^2+4x+4)+(y^2-2y+1)=10$

$\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=10$

즉 원의 중심의 좌표는 $(-2,\ 1)$이고 반지름의 길이는 $\sqrt{10}$이므로

$a=-2,\ b=1,\ r=\sqrt{10}$

$\therefore abr=-2\cdot1\cdot\sqrt{10}=-2\sqrt{10}$

13 중심의 좌표가 $(4,\ 3)$인 원의 방정식을

$(x-4)^2+(y-3)^2=r$ (r는 양수)

라 하면 원점을 지나므로

$(0-4)^2+(0-3)^2=r$ $\therefore r=25$

따라서 점 $\mathrm{A}(a,\ 0)$이 원 $(x-4)^2+(y-3)^2=25$ 위의 점이므로

$(a-4)^2+(0-3)^2=25$

$a^2-8a=0,\ a(a-8)=0$ $\therefore a=8\ (\because a\neq0)$

또 점 $\mathrm{B}(0,\ b)$가 원 $(x-4)^2+(y-3)^2=25$ 위의 점이므로

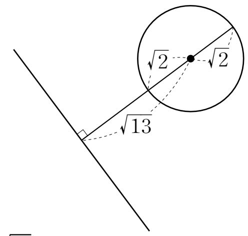
$(0-4)^2+(b-3)^2=25$

$b^2-6b=0,\ b(b-6)=0$ $\therefore b=6\ (\because b\neq0)$

$\therefore a^2+b^2=8^2+6^2=100$

14 원의 중심 $(-1,\ 2)$와 직선 $3x+2y+12=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\cdot(-1)+2\cdot2+12|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\sqrt{13}$



원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 오른쪽 그림에서

$M=\sqrt{13}+\sqrt{2}$

$m=\sqrt{13}-\sqrt{2}$

$\therefore Mm=(\sqrt{13}+\sqrt{2})(\sqrt{13}-\sqrt{2})=11$

15 점 $(-1,\ 5)$를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(1,\ 2)$라 하면

$-1+p=1,\ 5+q=2$

$\therefore p=2,\ q=-3$

따라서 $a+2=-2,\ b-3=4$이므로

$a=-4,\ b=7$

$\therefore a+b=-4+7=3$

16 직선 $y=ax+5$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y-4=a(x+2)+5$

$\therefore y=ax+2a+9$

이 직선이 $y=x+b$와 일치하므로

$a=1,\ 2a+9=b$, 즉 $b=2\cdot1+9=11$

$\therefore a+b=1+11=12$

17 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 3),\ (a,\ b)$를 이은 선분의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{1+a}{2},\ \dfrac{3+b}{2}\right)$

이 점이 직선 $y=\dfrac{1}{2}x$ 위의 점이므로

$\dfrac{3+b}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1+a}{2}$ $\therefore a-2b=5$ ⋯⋯ ㉠

또 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 3),\ (a,\ b)$를 지나는 직선이 직선 $y=\dfrac{1}{2}x$와 수직이므로

$\dfrac{b-3}{a-1}\cdot\dfrac{1}{2}=-1$ $\therefore 2a+b=5$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=-1$

$\therefore a+b=3+(-1)=2$

[서술형 1] $\overline{\mathrm{OA}}=|a|$, $\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{b^2+4}$,
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(a-2)^2+b^2}$
$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2=\overline{\mathrm{OB}}^2$이므로
$a^2=b^2+4 \qquad \therefore a^2-b^2=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

❶

$\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}$에서 $\overline{\mathrm{OB}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2$이므로
$b^2+4=(a-2)^2+b^2$
$a^2-4a=0$, $a(a-4)=0$
$\therefore a=4$ ($\because a\neq0$)

❷

$a=4$를 ㉠에 대입하면 $b^2=12$

❸

$\therefore a^2+b^2=28$

❹

채점 기준	배점
❶ a, b의 관계식을 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ b^2의 값을 구할 수 있다.	2점
❹ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 접선의 기울기를 m이라 하면 원점을 지나는 직선의 방정식은
$y=mx \qquad \therefore mx-y=0$

❶

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$이고 중심의 좌표가 $(3, 0)$이므로 원과 직선이 접하려면
$\dfrac{|3m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{6}$
$|3m|=\sqrt{6}\cdot\sqrt{m^2+1}$
양변을 제곱하면 $9m^2=6m^2+6$
$3m^2=6$, $m^2=2$
$\therefore m=\pm\sqrt{2}$

❷

따라서 구하는 접선의 방정식은
$y=\pm\sqrt{2}x$

❸

채점 기준	배점
❶ 원점을 지나는 직선의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❷ ❶의 직선의 기울기를 구할 수 있다.	3점
❸ 접선의 방정식을 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] 원 $(x-3)^2+(y+5)^2=16$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(y-3)^2+(x+5)^2=16$
$\therefore (x+5)^2+(y-3)^2=16 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

❶

따라서 원 ㉠을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원의 방정식은
$(x-1+5)^2+(y+2-3)^2=16$
$\therefore (x+4)^2+(y-1)^2=16$

❷

채점 기준	배점
❶ 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구할 수 있다.	3점
❷ ❶의 원을 평행이동한 원의 방정식을 구할 수 있다.	3점