

3-1-1.이차함수의 뜻과 함숫값 구하기

[영역] 3.함수



중 3 과정



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2016-03-14
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

1. 이차함수의 뜻

(1) 이차함수: 함수 y=f(x)에서 y가 x에 관한 이차식 $y=ax^2+bx+c(a,\ b,\ c$ 는 상수, \mathbf{w} $a\neq 0$ 일 때, $a \neq 0$)로 나타내어질 때, 함수 y를 x에 관한 이차함수라고 한다.

- $ax^2 + bx + c \Rightarrow$ 이차식
- $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow$ 이차방정식
- $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ 이차함수

2. 이차함수의 함숫값

(1) 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에서 x = k일 때의 함숫값은 $f(k) = ak^2 + bk + c$ 이다.

(

)



이차함수의 뜻

8.
$$y = \frac{x^2}{3} - 2$$

☑ 다음 중 이차함수인 것은 O표, 이차함수가 아닌 것은 X표 하여라.

1.
$$y = -3x + 2$$

9. $y=2x^2-(x-1)^2$

)

2.
$$y = (x-3)^2 - x^2$$

10.
$$y = \frac{x^2 - x}{3}$$

3.
$$y = -4x^2 - 5$$

11.
$$y = x(x^2 - 2x) - x^3$$

4.
$$y = x(x+2) - 5$$

12.
$$y = -x(x+5) + x^2$$

5.
$$y = \frac{1}{x^2}$$

13.
$$y = -2x + 3$$

14. $y = \frac{2x^2}{3} - 4$

6.
$$y = x^2(x-5) - x^3$$

7.
$$y = \frac{1}{2}(x-4)(x+6)$$

()
$$15. \quad y = \frac{-7}{x^2 + 3} + 2x$$

16. $y = -2x^2 - (3x - 2x^2)$

()

□ 다음 주어진 함수가 이차함수가 되기 위한 상수 a의 조건 을 구하여라.

17. $y = \frac{1}{3}(x-5)(x+7) + \frac{35}{3}$

()

30. $y = 2x^2 - 3 - ax^2 + x$

18. $y=3(x+1)^2-3(x^2+1)$

()

31. $y = 3x^2 - x(ax+1)$

19. y = (2x-1)(2-x)

()

32. $y = a^2x^2 - 3a(x+1)^2$

20. $y = -x^2 + x(x-3)$

()

21. $y = x^2(x-1) - x(x^2+1)$

()

33. $y = x^2 + \frac{a}{4}x^2 - 3x + 9$

22. $y = \frac{x^2}{2} - x$

()

34. $y = 3x^2 - 4 - ax(1 - x)$

23. $y = \frac{8}{x^2}$

()

35. $y = 2x^2 - x(5 + ax)$

24. y = (x+2)(x+4)

()

36. $y = a^2x^2 - a(3x^2 - 4a - 4)$

25. $y = x(x+3) - x^2$

()

37. $y = a^2x^2 + 2a(x-1)^2$

26. y = (1+x)(1-x)-1

()

27. $y = (x-1)^2 - x^2$

()

38. $y = (2x+1)^2 - ax^2 - x$

28. $y = (2x+1)^2 - 2x^2$

()

39. $y = (ax-1)^2 - 4x^2 + 1$

29. $y = -3x^2 + 3(x + x^2)$

()

40. $y = ax^3 + 2x^2(x+1) - 3$

- \square 다음 y를 x에 대한 식으로 나타내고, 이차함수인지 말하여라.
- 41. 반지름의 길이가 x cm 인 원의 넓이 $y \text{cm}^2$
- 42. 가로의 길이가 x+2, 세로의 길이가 x-3인 직사각형의 넓이 y
- 43. 한 변의 길이가 각각 x, x-2인 정사각형의 넓이의 합 y
- 44. 한 변의 길이가 4xcm 인 정사각형의 넓이 ycm 2
- 45. 한 변의 길이가 각각 x cm, (x+3) cm 인 두 정사각형의 넓이의 합 y cm²
- 46. 한 모서리의 길이가 x cm 인 정육면체의 모서리의 길이의 합 y cm
- 47. 가로의 길이가 8 cm 이고, 세로의 길이가 x cm 인 직사각형 의 넓이 $y \text{cm}^2$
- 48. 윗변의 길이가 3xcm, 아랫변의 길이가 5xcm, 높이가 3cm 인 사다리꼴의 넓이 ycm 2
- 49. 가로의 길이가 $\frac{1}{2}x$ cm 이고, 세로의 길이가 가로의 길이보다 3 cm 긴 직사각형의 넓이 y cm 2

- 50. 반지름의 길이가 xcm, 높이가 10cm $\mathbf O$ 원기둥의 부피 ycm 3
- 51. 거리가 $2000 \mathrm{m}$ 인 산책로를 분속 $x \mathrm{m}$ 로 걸을 때, 걸리는 시간 y분
- 52. 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 $60\,^{\circ}$ 인 부채 꼴의 넓이 y cm 2
- 53. 분속 $\frac{1}{2}x$ m로 (x+1)분 동안 걸은 거리 y m
- 54. 지름의 길이가 2x인 원의 넓이 y
- 55. 밑변의 길이가 10이고 높이가 x인 삼각형의 넓이 y
- 56. 대각선의 길이가 x, 2x인 마름모의 넓이 y
- 57. 가로의 길이가 x이고, 세로의 길이가 y+2인 직사각형의 둘레의 길이가 20이다.
- $58. \quad 500$ 원짜리 장미 x송이와 400원짜리 카네이션 y송이의 총 가격은 3400원이다.
- 59. 꼭짓점의 개수가 x개인 다각형의 대각선의 개수 y개

이차함수의 함숫값

- $oldsymbol{\square}$ 이차함수 $f(x)=x^2-3x$ 에 대하여 다음 함숫값을 구하여 라.
- 60. f(2)
- 61. f(-1)
- 62. f(-3)
- 63. f(3)
- ightharpoons 이차함수 $y=2x^2-5x+3$ 에 대하여 다음 함숫값을 구하여 라.
- 64. f(0)
- 65. f(1)
- 66. f(3)
- 67. $f\left(-\frac{1}{2}\right)$
- $oldsymbol{\square}$ 이차함수 $f(x) = 2x^2 4x 3$ 에 대하여 다음 함숫값을 구 하여라.
- 68. f(2)
- 69. f(3)
- 70. f(-1)

- 71. f(1) + f(-1)
- 72. f(2) + f(-2)
- \square 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ 에 대하여 다음 함숫값을 구 하여라.
- 73. f(3)
- 74. $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- 75. f(5)
- 76. f(1) f(-2)
- ☑ 주어진 이차함수에 대한 알맞은 함숫값을 구하여라.
- 77. $f(x) = 2x^2 5x 1$ 에 대하여 f(-1) + f(0) + f(1)의 값
- 78. $f(x) = 2(x-1)^2 4$ 에 대하여 3f(2) + f(1)의 값
- 79. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$ 에 대하여 $3f(2) \frac{1}{2}f(4)$ 의 값
- 80. $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ 에 대하여 f(3) f(1)의 값
- 81. $f(x) = -2x^2 + x + 3$ 에 대하여 3f(2) + f(1)의 값

- 82. $f(x) = -\frac{3}{2}x^2$ 에 대하여 f(2) f(-4)의 값
- 83. $y=2x^2+1$ 에 대하여 f(2)-f(1)의 값
- 84. $f(x) = 3x^2 2x + 1$ 에 대하여 f(1) + f(2)의 값
- 85. $f(x) = x^2 4x + 1$ 에 대하여 f(-1) + f(2)의 값
- 86. $y = -x^2 + 6x 5$ 에 대하여 $f(3) \times f(0) f(-1)$ 의 값
- 87. $f(x) = (x-2)^2 + 3$ 에 대하여 $2f(2) \frac{1}{4}f(3)$ 의 값
- ightharpoonup 이차함수 $f(x) = x^2 + 3x + k$ 에 대하여 다음을 구하여라.
- 88. f(1) = 2일 때, 상수 k의 값
- 89. f(-1) = 4일 때, 상수 k의 값
- 90. f(3) = 1일 때, f(1)의 값
- 91. f(-2) = -3일 때, f(-1)의 값

- ☑ 주어진 이차함수에서 알맞은 함숫값을 구하여라.
- 92. 이차함수 $f(x)=x^2-3a$ 에서 f(-2)=10일 때, f(1)의 값
- 93. 이차함수 $f(x) = x^2 2x + a$ 에서 f(-1) = 7일 때, f(2)의 값
- 94. 이차함수 $f(x) = ax^2 + 5x + 2$ 에서 f(4) = -10일 때, f(-1)의 값
- 95. 이차함수 $f(x) = -2x^2 + x a$ 에서 f(0) = 3일 때, f(-1) 의 값
- ☑ 알맞은 a의 값을 구하여라.
- 96. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + a$ 에서 f(2) = 4일 때, a의 값
- 97. 이차함수 $f(x) = 4x^2 ax + 8$ 에서 f(2) = 10일 때, a의 값
- 98. 이차함수 $f(x) = 3x^2 + 2x 1$ 에서 f(a) = 4일 때, 정수 a의 값
- 100. 이차함수 $f(x) = x^2 a$ 에서 f(f(1)) = -1을 만족하는 a의 값



정답 및 해설

- 1) ×
- 2) ×
- $\Rightarrow y = x^2 6x + 9 x^2 = -6x + 9$ 이므로 이차함수가 아니다.
- 3) 🔾
- 4) 🔾
- $\Rightarrow y = x^2 + 2x 5$ 이므로 이차함수이다.
- 5) ×
- 6) \bigcirc
- $\Rightarrow y = x^3 5x^2 x^3 = -5x^2$ 이므로 이차함수이다.
- 7) (
- $\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 + 2x 24)$ 이므로 이차함수이다.
- 8) 🔾
- 9) (
- $\Rightarrow y = 2x^2 (x^2 2x + 1) = x^2 + 2x 10$ 므로 이차함수이다.
- 10) 🔾
- 11) \bigcirc
- $\Rightarrow y = x(x^2 2x) x^3 = x^3 2x^2 x^3 = -2x^2$ 이므로 이차함수이다.
- 12) ×
- $\Rightarrow y = -x(x+5) + x^2 = -x^2 5x + x^2 = -5x$ 이므로 이차함수 가 아니다.
- 13) ×
- 14) 🔾
- 15) ×
- 16) ×
- $\Rightarrow y = -2x^2 (3x 2x^2) = -3x$ 이므로 이차함수가 아니다.
- 17) 🔾
- 18) ×
- $\Rightarrow y = 3(x+1)^2 3(x^2+1) = 6x + 3$ 이므로 이차함수가 아니다.
- 19) ()

- 20) ×
- 21) (
- $\Rightarrow y = x^2(x-1) x(x^2+1) = -x^2 x$ 이므로 이차함수이다.
- 22) 🔾
- 23) ×
- 24) ()
- 25) ×
- 26) 🔾
- 27) ×
- 28) 🔾
- 29) ×
- 30) $a \neq 2$
- $y=(2-a)x^2+x-3$ 이 이차함수가 되려면 $2-a\neq 0 \qquad \therefore a\neq 2$
- 31) $a \neq 3$
- $y=3x^2-x(ax+1)$ 이 이차함수가 되려면 이차항의 계수 가 0이 되면 안되므로 $3-a\neq 0$ $\therefore a\neq 3$
- 32) $a \neq 0, a \neq 3$
- ightharpoonup 이차함수가 되려면 (이차항의 계수) $\neq 0$ $a^2-3a\neq 0$ $a(a-3)\neq 0$ \therefore $a\neq 0$ $,a\neq 3$
- 33) $a \neq -4$
- $\Rightarrow 1 + \frac{a}{4} \neq 0 , \frac{a}{4} \neq -1 \therefore a \neq -4$
- 34) $a \neq -3$
- $\Rightarrow y = (3+a)x^2 kx 4$ 가 이차함수가 되려면 $3+a \neq 0$ $\therefore a \neq -3$
- 35) $a \neq 2$
- 36) $a \neq 0$, $a \neq 3$
- $\Rightarrow y = a^2x^2 a(3x^2 4a 4)$ 을 정리하면 $y = (a^2 3a)x^2 + 4a^2 + 4a$ 이차함수의 조건에 의해 $a^2 3a \neq 0$ $a(a-3) \neq 0$ $\therefore a \neq 0$ 이고 $a \neq 3$

- 37) $a \neq 0$, $a \neq -2$
- 38) $a \neq 4$
- 39) $a \neq -2$. $a \neq 2$
- $\Rightarrow y = a^{2}x^{2} 2ax + 1 4x^{2} + 1$ $= (a^{2} 4)x^{2} 2ax + 2$ $\therefore a^{2} 4 \neq 0 \qquad \therefore a \neq \pm 2$
- 40) a = -2
- 41) $y = \pi x^2$, 이차함수이다.
- 42) $y = x^2 x 6$. 이차함수이다.
- $\Rightarrow y = (x+2)(x-3) = x^2 x 6$
- 43) $y = 2x^2 4x + 4$, 이차함수이다.
- $\Rightarrow y = x^2 + (x-2)^2 = 2x^2 4x + 4$
- 44) $y = 16x^2$, 이차함수이다.
- $\Rightarrow y = (4x)^2 = 16x^2$, 이차함수이다.
- 45) $y = x^2 + (x+3)^2$, 이차함수이다.
- 46) y = 12x, 이차함수가 아니다.
- 47) y = 8x. 이차함수가 아니다.
- 48) y = 12x, 이차함수가 아니다.
- $\Rightarrow y = \frac{1}{2} \times (3x + 5x) \times 3$, 이차함수가 아니다. $= \frac{1}{2} \times 8x \times 3 = 12x$
- 49) $y = \frac{1}{2}x(\frac{1}{2}x+3)$, 이차함수이다.
- 50) $y = 10\pi x^2$, 이차함수이다.
- $\Rightarrow y = \pi x^2 \times 10 = 10\pi x^2$. 이차함수이다.
- 51) $y = \frac{2000}{x}$, 이차함수가 아니다.
- $\Rightarrow (시간) = \frac{(거리)}{(속력)} \text{이므로 } y = \frac{2000}{x},$ 이차함수가 아니다.
- 52) $y = \frac{\pi}{6}x^2$, 이차함수이다.
- 53) $y = \frac{1}{2}x(x+1)$, 이차함수이다.
- 54) $y = x^2 \pi$, 이차함수이다.
- 55) y = 5x, 이차함수가 아니다.

- 56) $y = x^2$, 이차함수이다.
- 57) y = 8 x. 이차함수가 아니다.
- $\Rightarrow 2(x+y+2) = 20, x+y+2=10, y=8-x$
- 58) $y = -\frac{5}{4}x + \frac{17}{2}$, 이차함수가 아니다.
- $\Rightarrow 500x + 400y = 3400, \ y = -\frac{5}{4}x + \frac{17}{2}$
- 59) $y = \frac{x(x-3)}{2}$, 이차함수이다.
- 60) -2
- $\Rightarrow f(2) = 2^2 3 \times 2 = -2$
- 61) 4
- $\Rightarrow f(-1) = (-1)^2 3(-1) = 1 + 3 = 4$
- 62) 18
- $\Rightarrow f(-3) = (-3)^2 3 \times (-3) = 18$
- 63) 0
- 64) 3
- 65) 0
- $\Rightarrow f(1) = 2 5 + 3 = 0$
- 66) 6
- $\Rightarrow f(3) = 18 15 + 3 = 6$
- 67) 6
- $\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + 3 = 6$
- 68) -3
- $\Rightarrow f(2) = 8 8 3 = -3$
- 69) 3
- $\Rightarrow f(3) = 2 \times 3^2 4 \times 3 3 = 18 12 3 = 3$
- 70) 3
- $\Rightarrow f(-1) = 2 + 4 3 = 3$
- 71) -2
- 다 f(1) = 2 4 3 = -5이고, f(-1) = 3이므로 f(1) + f(-1) = -5 + 3 = -2
- 72) 10
- \Rightarrow f(-2) = 8 + 8 3 = 130 | 고, f(2) = -30 | 므로 <math>f(2) + (-2) = -3 + 13 = 10
- 73) (
- $\Rightarrow f(3) = -9 + 6 + 3 = 0$

74)
$$\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + 1 + 3 = \frac{15}{4}$$

75)
$$-12$$

$$\Rightarrow f(5) = -25 + 10 + 3 = -12$$

$$f(1) = -1 + 2 + 3 = 4, \ f(-2) = -4 - 4 + 3 = -5$$

$$f(1) = -1 + 2 + 3 = 4, \ f(-2) = -4 - 4 + 3 = -5$$

77) 1

$$f(-1) = 2 + 5 - 1 = 6, f(0) = -1$$

$$f(1) = 2 - 5 - 1 = -4$$

$$f(-1) + f(0) + f(1) = 6 - 1 - 4 = 1$$

78)
$$-10$$

$$\Rightarrow f(2) = -2, \ f(1) = -4$$
$$\therefore 3f(2) + f(1) = -6 - 4 = -10$$

$$\Rightarrow f(2) = -2 + 2 = 0, \ f(4) = -8 + 4 = -4$$
$$\therefore 3f(2) - \frac{1}{2}f(4) = 0 - \frac{1}{2}(-4) = 2$$

- 80) 2
- 81) -7
- 82) 18
- 83) 6

$$\Rightarrow f(1) = 3 - 2 + 1 = 2, f(2) = 12 - 4 + 1 = 9$$
$$\therefore f(1) + f(2) = 2 + 9 = 11$$

85) 3

86)
$$-8$$

$$f(3) = -9 + 18 - 5 = 4, \ f(0) = -5$$

$$f(-1) = -1 - 6 - 5 = -12$$

$$\therefore f(3) \times f(0) - f(-1) = 4 \times (-5) - (-12)$$

$$= -20 + 12 = -8$$

87) 5

$$\Rightarrow f(2) = 3, \ f(3) = 1 + 3 = 4$$
$$\therefore 2f(2) - \frac{1}{4}f(3) = 2 \times 3 - \frac{1}{4} \times 4 = 6 - 1 = 5$$

88)
$$-2$$

$$\Rightarrow f(1) = 20$$
 으로
 $1^2 + 3 \times 1 + k = 2$, $4 + k = 2$ $\therefore k = -2$

89) 6

$$ightharpoonup f(-1) = 4$$
이므로 $(-1)^2 + 3 \times (-1) + k = 4, -2 + k = 4$ $\therefore k = 6$

90)
$$-13$$

$$\Rightarrow f(3) = 1$$
이므로 $3^2 + 3 \times 3 + k = 1, 18 + k = 1$ $\therefore k = -17$ $f(x) = x^2 + 3x - 17$ 이므로 $f(1) = 1 + 3 \times 1 - 17 = -13$

$$91) -3$$

92)

$$\Rightarrow f(-2) = 4 - 3a = 10$$
이므로 $a = -2$ 이다.
$$f(x) = x^2 + 6$$
이므로 $f(1) = 1 + 6 = 7$

93) 4

$$\Rightarrow f(-1) = 1 + 2 + a = 70$$
 으로 $a = 40$ 다.
 $f(x) = x^2 - 2x + 40$ 으로 $f(2) = 4 - 4 + 4 = 4$

$$94) -5$$

$$\Rightarrow f(0) = -a = 3$$
이므로 $a = -3$ 이다.
$$f(x) = -2x^2 + x + 3$$
이므로 $f(-1) = -2 - 1 + 3 = 0$

96) 6

$$\Rightarrow f(2) = -\frac{1}{2} \times 4 + a = -2 + a = 4$$
이므로 $a = 6$

- 97) 7
- 98) 1

99) 1

$$\Rightarrow$$
 $y=2x^2+4x+4$ 의 그래프가 점 $(a,10)$ 을 지나므로