



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[원의 방정식]

중심이 점 $C(a, b)$ 이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

<참고> 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$

[원의 방정식의 일반형]

방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 - 4C > 0$)은

$$\left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4}$$

즉, 중심의 좌표가 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$,

반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}$ 인 원을 나타낸다.

기본문제

[문제]

1. 중심이 $(-2, 3)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은?

- ① $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 3$
- ② $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$
- ③ $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 3$
- ④ $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$
- ⑤ $x^2 + y^2 = 9$

[예제]

2. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(5, 4)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ① $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
- ② $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 10$
- ③ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 8$
- ④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
- ⑤ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$

[문제]

3. 두 점 $A(4, 0)$, $B(0, -2)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$
- ② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$
- ③ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$
- ④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$
- ⑤ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

[예제]

4. 중심이 x 축 위에 있고, 두 점 $(5, 0)$, $(2, 3)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + (y-3)^2 = 4$
- ② $(x-2)^2 + y^2 = 9$
- ③ $x^2 + (y-2)^2 = 5$
- ④ $(x-1)^2 + y^2 = 10$
- ⑤ $x^2 + (y-1)^2 = 8$

[문제]

5. 중심이 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 $(-3, 1)$, $(1, 5)$ 를 지나는 원의 방정식은?

- ① $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$
- ② $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$
- ③ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$
- ④ $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$
- ⑤ $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 8$

[예제]

6. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ 이 나타내는 원의 중심을 (a, b) , 반지름을 r 이라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은? (단, a , b , r 은 상수)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[문제]

7. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 이 나타내는 원의 중심을 (a, b) , 반지름을 r 이라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

평가문제

[소단원 확인 문제]

8. 방정식 $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$ 이 나타내는 원의 중심을 (a, b) , 반지름을 r 이라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은? (단, a, b, r 은 상수)

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[소단원 확인 문제]

9. 두 점 $A(-2, 3)$, $B(0, 1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 일 때, 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[소단원 확인 문제]

10. 방정식 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k = 0$ 이 원이 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < 11$ ② $k < 13$
③ $k < 15$ ④ $k < 17$
⑤ $k < 19$

[소단원 확인 문제]

11. 중심이 직선 $y=2x$ 위에 있고, 두 점 $(-2, 2)$, $(1, 5)$ 를 지나는 원의 방정식은?

- ① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$
② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$
③ $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$
④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
⑤ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

[소단원 확인 문제]

12. 세 점 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(0, 4)$ 를 지나는 원의 방정식은?

- ① $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 13$
② $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 14$
③ $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 15$
④ $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 13$
⑤ $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 14$

[중단원 연습 문제]

13. 중심이 $(-1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은?

- ① $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$
② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$
③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$
④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$
⑤ $x^2 + y^2 = 4$

[중단원 연습 문제]

14. 방정식 $x^2 + y^2 - 6y = 0$ 이 나타내는 원의 중심을 (a, b) , 반지름을 r 이라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 연습 문제]

15. 중심이 x 축 위에 있고, 두 점 $(1, -4)$, $(2, 3)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ① $(x+2)^2 + y^2 = 25$ ② $x^2 + (y+2)^2 = 5$
 ③ $(x+1)^2 + y^2 = 20$ ④ $x^2 + (y+1)^2 = 10$
 ⑤ $(x-1)^2 + y^2 = 10$

[중단원 연습 문제]

16. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축과 y 축에 동시에 접하는 두 원의 넓이의 합은?

- ① 20π ② 22π
 ③ 24π ④ 26π
 ⑤ 28π

[중단원 연습 문제]

17. 원 $x^2 + y^2 + 4ax - 2ay + 2a^2 + 6a - 7 = 0$ 의 넓이가 최소일 때, 이 원의 반지름의 길이는? (단, a 는 실수)

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1
 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$
 ⑤ 2

[대단원 종합 문제]

18. 점 $(-1, 0)$ 에서 x 축에 접하고 점 $(2, 1)$ 을 지나는 원의 넓이는?

- ① π ② 4π
 ③ 9π ④ 16π
 ⑤ 25π

[대단원 종합 문제]

19. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 33 = 0$ 과 직선 $x - 2y + 4 = 0$ 의 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + y^2 = 5$ ② $x^2 + (y-2)^2 = 15$
 ③ $(x-2)^2 + y^2 = 15$ ④ $x^2 + (y-2)^2 = 45$
 ⑤ $(x-2)^2 + y^2 = 45$

유사문제

20. 두 점 $(-1, 1)$, $(2, 5)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 중심의 좌표를 (a, b) , 반지름의 길이를 r 라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6
 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7
 ⑤ $\frac{15}{2}$

21. 세 점 $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(-4, 2)$ 를 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 표현될 때, $A - B + C$ 의 값은?

- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

22. 방정식 $x^2 + y^2 + 4kx - 4y + 5k^2 - 2k - 11 = 0$ 이 나타내는 도형이 원이 되도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

23. 중심이 직선 $y = -2x$ 위에 있고, 두 점 $(2, 1)$, $(5, 0)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 - 8x - 8y - 5 = 0$
 ② $x^2 + y^2 - 8x + 8y - 5 = 0$
 ③ $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$
 ④ $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 10 = 0$
 ⑤ $x^2 + y^2 - 8x + 16y - 5 = 0$



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 중심이 $(-2, 3)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 3^2$,
즉 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$

2) [정답] ⑤

[해설] 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a = \frac{-1+5}{2} = 2, \quad b = \frac{2+4}{2} = 3$$

원의 중심은 $C(2, 3)$

반지름의 길이는 선분 AC의 길이와 같으므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(2+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$$

3) [정답] ①

[해설] 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a = \frac{4+0}{2} = 2, \quad b = \frac{0+(-2)}{2} = -1$$

원의 중심은 $C(2, -1)$

반지름의 길이는 선분 AC의 길이와 같으므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(2-4)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

4) [정답] ②

[해설] 구하는 원의 중심의 좌표를 $(a, 0)$, 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + y^2 = r^2$$

이 원이 두 점 $(5, 0)$, $(2, 3)$ 을 지나므로

$$(5-a)^2 = r^2, \quad (2-a)^2 + 3^2 = r^2$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $r=3$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + y^2 = 9$$

5) [정답] ①

[해설] 구하는 원의 중심의 좌표를 (a, a) , 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$$

이 원이 두 점 $(-3, 1)$, $(1, 5)$ 를 지나므로

$$(-3-a)^2 + (1-a)^2 = r^2, \quad (1-a)^2 + (5-a)^2 = r^2$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $r=4$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$$

6) [정답] ④

[해설] $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = (x-2)^2 + (y+1)^2 - 9$

$$\text{즉 } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 3^2$$

원의 중심은 $(2, -1)$, 반지름은 3이므로

따라서 $a=2$, $b=-1$, $r=3$ 이고

$$a+b+r=4$$

7) [정답] ⑤

[해설] $x^2 + y^2 - 4x = (x-2)^2 + y^2 - 4$

$$\text{즉 } (x-2)^2 + y^2 = 2^2$$

원의 중심은 $(2, 0)$, 반지름은 2이므로

따라서 $a=2$, $b=0$, $r=2$ 이고

$$a+b+r=4$$

8) [정답] ③

[해설] $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = (x+3)^2 + (y-2)^2 - 25$

$$\text{즉 } (x+3)^2 + (y-2)^2 = 5^2$$

원의 중심은 $(-3, 2)$, 반지름은 5이므로

따라서 $a=-3$, $b=2$, $r=5$ 이고

$$a+b+r=4$$

9) [정답] ④

[해설] 구하는 원의 중심을 $C(m, n)$ 라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$m = \frac{-2+0}{2} = -1, \quad n = \frac{3+1}{2} = 2$$

원의 중심은 $C(-1, 2)$

반지름의 길이는 선분 AC의 길이와 같으므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(-1+2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2}$$

구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$,

$$\text{즉 } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$$

따라서 $a=2$, $b=-4$, $c=3$ 이고

$$a+b+c=1$$

10) [정답] ②

[해설] $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k$

$$= (x+2)^2 + (y-3)^2 + k - 13$$

$$\text{즉 } (x+2)^2 + (y-3)^2 = 13 - k$$

$13 - k > 0$ 이어야 원이 되므로

$$k < 13$$

11) [정답] ⑤

[해설] 구하는 원의 중심의 좌표를 $(a, 2a)$, 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-2a)^2 = r^2$$

이 원이 두 점 $(-2, 2)$, $(1, 5)$ 를 지나므로

$$(-2-a)^2 + (2-2a)^2 = r^2,$$

$$(1-a)^2 + (5-2a)^2 = r^2$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $r=3$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

12) [정답] ①

[해설] 원점을 지나는 원의 방정식

$$x^2 + y^2 + ax + by = 0 \text{ 이 두 점 } A(6, 0), B(0, 4) \text{ 를}$$

지나므로

$$36+6a=0 \text{에서 } a=-6, 16+4b=0 \text{에서 } b=-4$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-6x-4y=0, \text{ 즉 } (x-3)^2+(y-2)^2=13$$

13) [정답] ②

[해설] 중심이 $(-1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-2)^2=2^2$,

$$\text{즉 } (x+1)^2+(y-2)^2=4$$

14) [정답] ⑤

[해설] $x^2+y^2-6y=x^2+(y-3)^2-9$

$$\text{즉 } x^2+(y-3)^2=3^2$$

원의 중심은 $(0, 3)$, 반지름은 3이므로

따라서 $a=0, b=3, r=3$ 이고

$$a+b+r=6$$

15) [정답] ①

[해설] 구하는 원의 중심의 좌표를 $(a, 0)$, 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은

$$(x-a)^2+y^2=r^2$$

이 원이 두 점 $(1, -4), (2, 3)$ 을 지나므로

$$(1-a)^2+(-4)^2=r^2, (2-a)^2+3^2=r^2$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, r=5$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+2)^2+y^2=25$$

16) [정답] ④

[해설] 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 중심은 직선 $y=x$ 위에 있다.

구하는 원의 중심을 (a, a) 라고 하면

$$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2 \text{이고}$$

$$(2-a)^2+(1-a)^2=a^2, a^2-6a+5=0$$

$$\text{즉 } (a-1)(a-5)=0, a=1 \text{ 또는 } a=5$$

(i) $a=1$ 일 때, 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y-1)^2=1 \text{이므로}$$

원의 넓이는 π

(ii) $a=5$ 일 때, 원의 방정식은

$$(x-5)^2+(y-5)^2=25 \text{이므로}$$

원의 넓이는 25π

따라서 두 원의 넓이의 합은 26π

17) [정답] ⑤

[해설] $x^2+y^2+4ax-2ay+2a^2+6a-7=0$ 을 변형하면

$$(x+2a)^2+(y-a)^2=3a^2-6a+7$$

원의 넓이는 $(3a^2-6a+7)\pi$ 이고

$$3a^2-6a+7=3(a-1)^2+4 \text{이므로}$$

원의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최솟값 4π 를 가진다.

따라서 반지름의 길이는 $\sqrt{4}=2$ 이다.

18) [정답] ⑤

[해설] 구하는 원의 반지름을 r 이라고 하면

점 $(-1, 0)$ 에서 x 축에 접하므로

$$(x+1)^2+(y-r)^2=r^2$$

점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$3^2+(1-r)^2=r^2, \text{ 즉 } 2r=10, r=5$$

따라서 구하는 원의 넓이는 25π

19) [정답] ④

[해설] 직선의 방정식을 원의 방정식에 대입하여 정리하면

$$y^2-4y-5=0, y=-1 \text{ 또는 } y=5$$

따라서 원과 직선의 두 교점의 좌표는

$$(-6, -1), (6, 5)$$

한편 원의 중심은 두 점 $(-6, -1), (6, 5)$ 을 이은 선분의 중점이므로

$$\left(\frac{-6+6}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) \text{ 즉 } (0, 2)$$

또, 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{6^2+(5-2)^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ 이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2+(y-2)^2=45$$

20) [정답] ②

[해설] 원의 중심은 두 점 $(-1, 1), (2, 5)$ 의 중점이

$$\text{므로 } (a, b)=\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

반지름의 길이는 두 점 $(-1, 1), \left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 사이의

$$\text{거리이므로 } r=\sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2+(3-1)^2}=\frac{5}{2}$$

$$\therefore a+b+r=\frac{1}{2}+3+\frac{5}{2}=6$$

21) [정답] ④

[해설] $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 이 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$C=0$$

점 $(2, 2)$ 를 지나므로 $A+B=-4 \dots (1)$

점 $(-4, 2)$ 를 지나므로 $2A-B=10 \dots (2)$

$$(1)+(2) \text{를 하면 } A=2, B=-6$$

$$\therefore A-B+C=2-(-6)+0=8$$

22) [정답] ⑤

[해설] $(x+2k)^2+(y-2)^2+k^2-2k-15=0$ 이 원

이 되려면 $-k^2+2k+15>0$ 이어야 한다.

따라서 $k^2-2k-15<0$ 이므로 $-3<k<5$

모든 정수 k 의 개수는 $5-(-3)-1=7$

23) [정답] ③

[해설] 중심이 직선 $y=-2x$ 위에 있으므로 $(a, -2a)$ 라 하면 반지름의 길이 r 인

원의 방정식은 $(x-a)^2+(y+2a)^2=r^2$ 이다.

점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1+2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$$

점 (5, 0)을 지나므로

$$(5-a)^2 + 4a^2 = r^2 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면

$$10a = 20 \quad \therefore a = 2, \quad r = 5$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$$