

교과서 변형문제 기본

2-1-2.다항식의 곱셈의 응용_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-18
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[곱셈 공식을 이용한 수의 계산]

- 수의 제곱의 계산:
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 2ab + b^2$ 을 이용한다.
- •두 수의 곱의 계산: $(a+b)(a-b) = a^2 b^2$ 을 이용한다.

[곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 식의 계산]

곱셈 공식을 이용하여 전개한 후 근호 안의 수가 같은 것끼리 덧셈과 뺄셈을 한다.

[곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화]

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수일 때,

곱셈공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화한다. $a>0,\ b>0,\ a\neq b$ 일 때,

$$\begin{split} &\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \\ &= \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b} \end{split}$$

[곱셈 공식의 변형]

- $a^2 + b^2 = (a+b)^2 2ab$, $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
- $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$, $(a-b)^2 = (a+b)^2 4ab$

•
$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$$
, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$

•
$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4$$
, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4$

기본문제

[문제]

1. 다음은 곱셈 공식을 이용하여 302×298 를 계산하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 수 모두 더하면?

 302×298

=(300+ (가))(300+ (나))

= 90000-[다]

=89996

 \bigcirc -4

② -2

3 0

4) 2

(5) 4

평가문제

[중단원 학습 점검]

2. $\frac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}$ 을 유리화 하면?

① $3-2\sqrt{6}$

② $3-\sqrt{6}$

 $35-2\sqrt{6}$

(4) $5+2\sqrt{6}$

 $57-2\sqrt{6}$

유사문제

3. 89×91을 계산할 때 가장 편리한 곱셈 공식은?

①
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

②
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

(5)
$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

4. 다음은 곱셈공식을 이용하여 97^2 을 계산하는 과 정이다. ①, ②, ②, ②, ②에 들어갈 값으로 알맞지 않은 것은?

 $97^2 = (100 - \boxed{\bigcirc)^2$

 $= \boxed{\bigcirc}^2 - 2 \times \boxed{\bigcirc} + \boxed{\bigcirc} = \boxed{\bigcirc}$

① ①:3

② ①: 100

③ 🗀:600

4 2:9

⑤ @: 9409

- **5.** 다음은 96^2 과 503×507 을 곱셈 공식을 이용하여 계산하는 과정이다. 이때 A+B의 값은?
- $96^2 = (100 4)^2 = 100^2 A + 16$
- $503 \times 507 = (500 + 3)(500 + 7) = 500^2 + B \times 500 + 21$
- 2 510
- ③ 803
- 4) 807
- **⑤** 810
- **6.** a+b=22, ab=120일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?
 - ① 1
- 3 9

- 4) 16
- (5) 25
- **7.** a-b=3, $a^2+b^2=5$ 일 때, $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 의 값은?
 - $\bigcirc -2$
- ② $-\frac{3}{2}$
- $3\frac{3}{2}$
- 4) 2
- **8.** x+y=3, xy=-2일 때, $2x^2+3xy+2y^2$ 의 값은?
 - ① 12
- 2 14
- ③ 16
- (4) 18
- (5) 20
- **9.** x+y=6, xy=4일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 의 값은?
 - 1 7
- 3 9
- **4**) 10
- **⑤** 11

- **10.** $2020 \times 2000 = 2010^2 A$ 이 성립할 때, A의 값
- 10
- 2 20
- ③ 25
- **4**) 50
- (5) 100
- **11.** 곱셈공식을 이용하여 $rac{2015 imes2017+1}{2016}$ 을 계산하 면?
 - ① 2014
- ② 2015
- 3 2016
- 4 2017
- (5) 2018
- **12.** $\frac{7+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} = a+b\sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b에 대하여 a+5b**의 값은?**
 - 5
- ② 6

③ 7

(4) 8

- (5) 9
- **13.** $\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ 를 간단히 하면?
 - ① $1-3\sqrt{3}$ ② $1+2\sqrt{3}$
 - ③ 1
- **4**) 5
- ⑤ $5+2\sqrt{3}$
- **14.** $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 일 때, x^2-4x+3 의 값은?
- (1) 2

- ③ 0
- **4** 1
- ⑤ 2

정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 302×298

$$=(300+2)(300-2)$$

$$=300^2-2^2$$

$$=90000-4$$

=89996

따라서 (7) 2, (4) -2, (4) 4이므로 빈 칸에 들어갈 수를 모두 더하면

$$2+(-2)+4=4$$

2) [정답] ③

[해설]
$$\begin{split} & \frac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} = \frac{(3-\sqrt{6}\,)^2}{(3+\sqrt{6}\,)(3-\sqrt{6}\,)} \\ & = \frac{15-6\sqrt{6}}{3^2-(\sqrt{6}\,)^2} = \frac{15-6\sqrt{6}}{3} = 5-2\sqrt{6} \end{split}$$

3) [정답] ③

[해설] $89 \times 91 = (90-1)(90+1) = 90^2 - 1^2$

따라서 89×91 을 계산하는데 가장 편리한 곱셈 공식은

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

4) [정답] ③

[해설]
$$97^2 = (100-3)^2$$

$$=100^2-2\times100\times3+3^2=9409$$

$$\therefore \bigcirc = 3, \bigcirc = 100, \bigcirc = 300, \bigcirc = 9, \bigcirc = 9409$$

5) [정답] ⑤

[해설]
$$96^2 = (100-4)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 4 + 16$$
이므로

$$A = 800$$

$$503 \times 507 = (500 + 3)(500 + 7)$$

$$=500^2+(3+7)\times500+21$$

이므로
$$B=10$$

$$A + B = 800 + 10 = 810$$

6) [정답] ②

[해설]
$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$=22^2-4\times120=484-480=4$$

7) [정답] ③

[해설]
$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$
에서

$$5 = 9 + 2ab, \ 2ab = -4$$
 : $ab =$

$$\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} = \frac{-(a - b)}{ab} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

8) [정답] ⑤

[해설]
$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

= $3^2 - 2 \times (-2) = 9 + 4 = 13$

$$\therefore 2x^2 + 3xy + 2y^2 = 2(x^2 + y^2) + 3xy$$

$$=2\times13+3\times(-2)=26-6=20$$

9) [정답] ①

[해설]
$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$$
$$= \frac{6^2 - 2 \times 4}{4} = \frac{36 - 8}{4} = 7$$

10) [정답] ⑤

[해설] 2020×2000

$$=(2010+10)(2010-10)=2010^2-10^2$$

$$A = 10^2 = 100$$

11) [정답] ③

[해설]
$$\frac{2015 \times 2017 + 1}{2016} = \frac{(2016 - 1)(2016 + 1) + 1}{2016}$$
$$= \frac{(2016^2 - 1) + 1}{2016} = 2016$$

12) [정답] ①

[해설]
$$\frac{7+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} = \frac{(7+\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})} = \frac{40+12\sqrt{5}}{20}$$
$$= 2+\frac{3}{5}\sqrt{5}$$

따라서
$$a=2$$
, $b=\frac{3}{5}$ 이므로 $a+5b=2+3=5$

13) [정답] ③

[해설]
$$\sqrt{3}(\sqrt{3}+1) - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

= $3+\sqrt{3} - \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$
= $3+\sqrt{3} - \frac{8+4\sqrt{3}}{4}$
= $3+\sqrt{3}-(2+\sqrt{3})=1$

14) [정답] ⑤

[해설]
$$x = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

= $2-\sqrt{3}$
즉 $x = 2-\sqrt{3}$ 에서
 $x-2=-\sqrt{3}$, $(x-2)^2=3$
 $x^2-4x+4=3$ $\therefore x^2-4x=-1$
 $\therefore x^2-4x+3=-1+3=2$