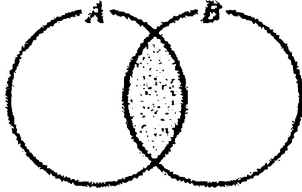


2021년 태성고 수학(하) 중간고사

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 오른쪽 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 원소나열법으로 나타내면? [4.1점]



- ① $\{1, 2\}$ ② $\{3, 6\}$ ③ $\{9, 12\}$
 ④ $\{1, 2, 3, 6\}$ ⑤ $\{3, 6, 9, 12\}$

2. 참인 명제를 고르면? [4.1점]

- ① 마름모이면 정사각형이다.
 ② 직사각형이면 정사각형이다.
 ③ 사다리꼴은 평행사변형이다.
 ④ 정사각형이면 직사각형이다.
 ⑤ 정사각형이 아니면 직사각형이 아니다.

3. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 를 구하면? [4.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 18$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하면? [4.3점]

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 54

5. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 고르면? [4.3점]

<보기>	
ㄱ. $0 \notin A$	ㄴ. $\emptyset \subset A$
ㄷ. $\{0, 1\} \subset A$	ㄹ. $\{0, 1\} \notin A$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

6. <보기>의 명제 중 그역이 참인 명제만을 있는 대로 고르면? [4.5점]

<보기>	
ㄱ. $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.	
ㄴ. $x = y$ 이면 $x^2 = y^2$ 이다.	
ㄷ. 마름모이면 직사각형이다.	
ㄹ. 실수 a, b 에 대하여 $ a + b = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.	

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것을 고르면? (단, x, y 는 실수이다.) [4.5점]

- | | |
|-------------------|----------------|
| ① $p: x > 1$ | $q: x > 1$ |
| ② $p: x > y$ | $q: y < 0$ |
| ③ $p: x^2 = y^2$ | $q: x = y$ |
| ④ $p: 2x - 4 < 0$ | $q: x < 2$ |
| ⑤ $p: x > y > 0$ | $q: x^2 > y^2$ |

8. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 <보기>에서 X 에서 Y 로의 함수인 것만을 고르면? [4.5점]

<보기>	
ㄱ. $f(x) = x$	ㄴ. $f(x) = x + 2$
ㄷ. $f(x) = -x^2 + x + 1$	ㄹ. $f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ -x+1 & (x < 1) \end{cases}$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

9. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 에서 정의된 두 조건
 $'p: x \text{는 } 6\text{의 양의 약수이다.}', 'q: 3x - 24 \geq 0'$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 할 때, $P \subset X \subset Q$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면? [4.7점]

- ① 4 ② 16 ③ 64 ④ 256 ⑤ 1024

10. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$ 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 C 의 개수를 구하면? [4.7점]

- ① 8 ② 15 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

11. 명제 ' $k-1 \leq x \leq k+3$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $1 \leq x \leq 2$ 이다.'가 참이 되게 하는 정수 k 의 개수를 구하면? [4.7점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-1 & (x \geq 0) \\ (a+1)x-1 & (x < 0) \end{cases}$ 가
일대일 대응이 되도록 하는 상수 a 값의 범위를 구하면? [5점]

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ① $-1 < a < 3$ | ② $-3 < a < 1$ |
| ③ $-3 < a < -1$ | ④ $a < -1$ 또는 $a > 3$ |
| ⑤ $a < -3$ 또는 $a > 1$ | |

13. 실수 전체 집합에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(f \circ g)(x) = x^2 - 1$, $h(x) = x - 3$ 일 때, $(f \circ (g \circ h))(x) = 24$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합을 구하면? [5점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = k$ 를 만족시키는 실수 k 의 최댓값을 구하면? [5점]

① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{20}{3}$

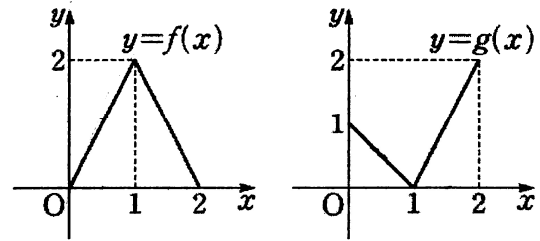
15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 8 \text{이하의 자연수}\}$ 에 대하여 조건 ' $p: x^2 - 6x + 8 \leq 0$ '의 진리집합을 P , 두 조건 q, r 의 진리집합을 각각 Q, R 라고 하자. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 모두 참일 때, 두 집합 Q, R 의 순서쌍 (Q, R) 의 개수를 구하면? [5.3점]

① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

16. 집합 $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 모든 원소 x 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 ' $3x$ 를 5로 나눈 나머지'로 정의하고, X 에서 X 로의 함수 $g(x)$ 는 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족시킨다. $g(2) = 3$ 일 때, $g(0) + g(4)$ 의 값을 구하면? [5.3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

17. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같고, X 에서 실수 전체 집합으로의 함수 h 가 $h(x) = x^2$ 이다. 이 때 $(h \circ f \circ g)(x) = 1$ 를 만족하는 서로 다른 실수 x 의 합을 구하면? [5.7점]



① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

18. 명제 ‘ $\sqrt{3}$ 은 유리수가 아니다.’가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오. [6점]

19. 좌표평면에서 기울기가 a ($0 < a < 2$)인 직선 l 과 기울기가 b 인 직선 m 이 원 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$ 의 넓이를 4등분한다. 직선 l 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_1 , 직선 m 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최솟값을 구하시오. [7점]

20. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 5) \\ -5x + 30 & (x > 5) \end{cases}$ 에

대하여 합성함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프가 이차함수

$y = -x^2 + 13x + k$ 의 그래프와 오직 한 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값을 구하시오. [7점]

-
- 1) ②
 - 2) ④
 - 3) ⑤
 - 4) ④
 - 5) ③
 - 6) ①
 - 7) ⑤
 - 8) ④
 - 9) ②
 - 10) ③
 - 11) ③
 - 12) ①
 - 13) ②
 - 14) ②
 - 15) ⑤
 - 16) ①
 - 17) ⑤
 - 18)
 - 19) 21
 - 20) –51