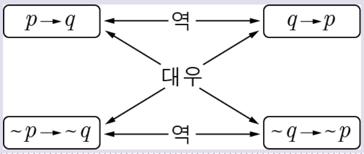
01 명제의 역과 대우

명제 $p \to q$에서

(1) 가정과 결론을 서로 바꾸어 놓은 명제 $q \to p$를 명제 $p \to q$의 역이라 한다.

(2) 가정과 결론을 각각 부정하여 서로 바꾸어 놓은 명제 $\sim q \to \sim p$를 명제 $p \to q$의 대우라 한다.



◪ 다음 $\boxed{\quad}$ 안에 역, 대우 중 알맞은 말을 써넣어라.

1. 명제 $p \to \sim q$는 명제 $\sim q \to p$의 $\boxed{\quad}$이다.

2. 명제 $p \to \sim q$는 명제 $q \to \sim p$의 $\boxed{\quad}$이다.

3. 명제 $\sim p \to q$는 명제 $q \to \sim p$의 $\boxed{\quad}$이다.

4. 명제 $\sim p \to q$는 명제 $\sim q \to p$의 $\boxed{\quad}$이다.

5. 명제 $q \to \sim p$는 명제 $p \to \sim q$의 $\boxed{\quad}$이다.

6. 명제 $\sim q \to p$는 명제 $p \to \sim q$의 $\boxed{\quad}$이다.

7. 명제 $q \to p$는 명제 $p \to q$의 $\boxed{\quad}$이다.

8. 명제 $\sim q \to \sim p$는 명제 $p \to q$의 $\boxed{\quad}$이다.

◪ 다음 명제의 역과 대우를 구하여라.

9. $p \to q$

10. $q \to p$

11. $q \to \sim p$

12. $p \to \sim q$

13. $\sim p \to \sim q$

14. $\sim q \to p$

15. $\sim q \to \sim p$

16. $\sim p \to q$

◪ 다음 명제의 역과 대우를 구하여라.

17. $x^2 = 16$이면 $x = 4$이다.

18. $x = 0$이면 $xy = 0$이다.

19. $x = y = 0$이면 $xy = 0$이다.

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

20. $a>0$ 또는 $b>0$이면 $a+b>0$이다.

21. $x>1$이면 $3x-2>3$이다.

22. $x>2$이면 $x^2>4$이다

23. $\mathrm{A} \subset \mathrm{B}$이면 $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{B}$이다.

24. 사각형의 네 변의 길이가 같으면 정사각형이다.

25. x가 12의 약수이면 x는 6의 약수이다.

26. x가 8의 약수이면 x는 16의 약수이다.

27. $x+y$가 유리수이면 x, y는 모두 유리수이다.

28. 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 $a^2+b^2=c^2$이면 직각삼각형이다.

02 명제와 그 대우의 참, 거짓의 관계

(1) 명제 $p \to q$가 참이면 그 대우 $\sim q \to \sim p$도 반드시 참이다.

(2) 명제 $p \to q$가 거짓이면 그 대우 $\sim q \to \sim p$도 반드시 거짓이다.

◪ 두 조건 p, q에 대하여 다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

29. 명제 $\sim p \to \sim q$가 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

30. 명제 $p \to \sim q$가 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

31. 명제 $\sim p \to q$가 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

32. 명제 $p \to \sim q$의 역이 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

33. 명제 $p \to q$의 역이 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

34. 명제 $\sim p \to q$의 역이 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

35. 명제 $p \to q$가 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

36. 명제 $\sim p \to \sim q$의 역이 참이면 명제 $\boxed{}$는 반드시 참이다.

◪ 세 조건 p, q, r에 대하여 다음 명제 중 반드시 참인 것에는 ○, 아닌 것에는 ×표를 ( )안에 써넣어라.

37. 명제 $\sim p \rightarrow q$의 역이 참일 때

(1) $p \rightarrow q$ ( )

(2) $p \rightarrow \sim q$ ( )

(3) $\sim p \rightarrow \sim q$ ( )

38. 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참일 때

(1) $p \rightarrow q$ ( )

(2) $q \rightarrow \sim p$ ( )

(3) $\sim q \rightarrow p$ ( )

◪ 두 조건 p, q에 대하여 주어진 명제가 참일 때, 반드시 참인 명제를 <보기>에서 골라라. (단, 주어진 명제는 제외한다.)

<보기>	
ㄱ. $p \rightarrow q$	ㄴ. $p \rightarrow \sim q$
ㄷ. $\sim p \rightarrow q$	ㄹ. $\sim p \rightarrow \sim q$
ㅁ. $q \rightarrow p$	ㅂ. $q \rightarrow \sim p$
ㅅ. $\sim q \rightarrow p$	ㅇ. $\sim q \rightarrow \sim p$

39. $\sim p \rightarrow q$

40. $\sim q \rightarrow \sim p$

41. $q \rightarrow p$

42. $p \rightarrow q$

◪ 다음 명제의 대우를 구하고, 명제의 참, 거짓과 대우의 참, 거짓을 각각 판별하여라.

43. $x \geq 1$이면 $x \geq 0$이다.

44. $a=0$이면 $ab=0$이다.

45. $x \leq 1$이면 $x^2 \leq 1$이다.

46. $x^2=1$이면 $x=1$이다.

47. mn이 짝수이면 m 또는 n은 짝수이다.

48. x가 4의 배수이면 x는 2의 배수이다.

49. x가 2의 양의 약수이면 x는 8의 양의 약수이다.

50. x가 2의 양의 배수이면 x는 4의 양의 배수이다.

51. 사각형이 평행사변형이면 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

52. $\triangle \mathrm{ABC}$가 정삼각형이면 $\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$이다

◪ 주어진 명제가 참일 때, a의 값을 구하여라.

53. $x^2+5x-6 \neq 0$ 이면 $x \neq a$ 이다. (단, $a>0$)

54. $x^2-4x+a \neq 0$ 이면 $2x-5 \neq 1$ 이다.

55. $x^2-ax+2 \neq 0$ 이면 $x-2 \neq 0$ 이다.

56. $x^2-ax+3 \neq 0$이면 $x-1 \neq 0$

57. $x^2-ax+6 \neq 0$이면 $x-3 \neq 0$이다.

03 명제의 증명

(1) **삼단논법**: 명제 $p \to q$가 참이고 명제 $q \to r$가 참이면 명제 $p \to r$는 참이다.

참고 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 하면 명제 $p \to q$가 참이고 명제 $q \to r$가 참이므로 $P \subset Q$, $Q \subset R$
따라서 $P \subset R$이므로 명제 $p \to r$도 참이다.

(2) **명제의 증명**
명제 'p이면 q이다'가 참임을 직접 증명할 수 없을 때,
❶ 대우를 이용: 명제의 대우 '$\sim q$이면 $\sim p$이다.'가 참임을 증명한다.
❷ 귀류법을 이용: 명제의 결론을 부정하면 모순이 생긴다는 것을 보인다.

◪ 세 조건 p, q, r에 대하여 다음 명제 중 반드시 참인 것에는 ○, 아닌 것에는 ×표를 ( )안에 써넣어라.

58. 명제 $\sim p \to \sim q$, $r \to q$가 모두 참일 때
(1) $\sim q \to \sim p$ ( )
(2) $r \to p$ ( )
(3) $\sim p \to \sim r$ ( )

59. 두 명제 $p \to q$, $\sim r \to \sim q$가 모두 참일 때
(1) $p \to r$ ( )
(2) $p \to \sim r$ ( )
(3) $\sim r \to \sim p$ ( )

60. 두 명제 $p \to \sim q$, $\sim r \to q$가 모두 참일 때
(1) $p \to r$ ( )
(2) $p \to \sim r$ ( )
(3) $\sim r \to \sim p$ ( )

61. 명제 $p \to q$, $r \to \sim q$가 모두 참일 때
(1) $p \to \sim r$ ( )
(2) $p \to r$ ( )
(3) $\sim r \to p$ ( )

62. 두 명제 $p \to \sim q$, $r \to q$가 모두 참일 때
(1) $\sim p \to r$ ( )
(2) $p \to \sim r$ ( )
(3) $r \to \sim p$ ( )

63. 두 명제 $\sim p \to \sim q$, $\sim r \to q$가 모두 참일 때
(1) $\sim r \to p$ ( )
(2) $\sim p \to \sim r$ ( )
(3) $\sim p \to r$ ( )

◪ 주어진 명제의 대우를 이용하여 명제가 참임을 증명하여라.

64. 자연수 a, b에 대하여 $a+b$가 홀수이면 a, b 중 적어도 하나는 홀수이다.

65. n이 자연수일 때, n^2이 짝수이면 n도 짝수이다.

66. x, y가 자연수일 때, xy가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.

67. a, b, c가 자연수일 때, $a^2+b^2=c^2$이면 a, b, c 중 적어도 하나는 짝수이다.

68. n이 자연수일 때, n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수이다.

69. n이 자연수일 때, n^2이 홀수이면 n도 홀수이다.

◪ 귀류법을 이용하여 다음 명제가 참임을 증명하는 과정에 맞게 $\boxed{}$에 알맞은 답을 서술하여라.

70. $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

<증명>

$\sqrt{2}$를 유리수라고 가정하면

$\sqrt{2}=\dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 서로소인 자연수)

으로 나타낼 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$n^2=2m^2$ …… ㉠

이때, n^2이 $\boxed{}$이므로 n은 짝수이다.

여기서, $n=\boxed{}$ (k는 자연수)로 놓고 이것을 ㉠에 대입하면

$(2k)^2=2m^2$, 즉 $m^2=2k^2$

이때, m^2이 짝수이므로 m은 $\boxed{}$이다.

이것은 m, n이 $\boxed{}$인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

71. $\sqrt{2}$는 무리수이다.

[증명]

결론을 부정하여 $\sqrt{2}$를 유리수라고 가정하면

$\sqrt{2}=\dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 서로소인 자연수)

으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면

$2=\dfrac{n^2}{m^2}$ $\quad\therefore\ n^2=2m^2$

즉, n^2은 짝수이므로 n도 $\boxed{}$이다.

$n=2k$(k는 자연수)로 놓으면

$(2k)^2=2m^2$ $\quad\therefore\ m^2=2k^2$

이때, m^2이 짝수이므로 m도 $\boxed{}$이다.

이것은 m, n이 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$는 무리수이다.

72. $\sqrt{3}$ **은 무리수이다.**

[증명]

결론을 부정하여 $\sqrt{3}$ 을 $\boxed{}$라고 가정하면

$\sqrt{3} = \dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 $\boxed{}$인 자연수)

으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면

$3 = \dfrac{n^2}{m^2}$ $\therefore$ $n^2 = 3m^2$

즉, n^2은 3의 $\boxed{}$이므로 n도 3의 $\boxed{}$이다.

$n = 3k$ (k는 자연수)로 놓으면

$(3k)^2 = 3m^2$ $\therefore$ $m^2 = 3k^2$

이때, m^2이 3의 $\boxed{}$이므로 m도 3의 $\boxed{}$이다.

이것은 m, n이 $\boxed{}$인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.

정답 및 해설

1) 역

2) 대우

3) 역

4) 대우

5) 대우

6) 역

7) 역

8) 대우

9) 역: $q \to p$, 대우: $\sim q \to \sim p$

10) 역 : $p \to q$, 대우 : $\sim p \to \sim q$

11) 역 : $\sim p \to q$, 대우 : $p \to \sim q$

12) 역 : $\sim q \to p$, 대우 : $q \to \sim p$

13) 역 : $\sim q \to \sim p$, 대우 : $q \to p$

14) 역 : $p \to \sim q$, 대우 : $\sim p \to q$

15) 역 : $\sim p \to \sim q$ 대우 : $p \to q$

16) 역 : $q \to \sim p$, 대우 : $\sim q \to p$

17) 역 : $x=4$이면 $x^2=16$이다.
대우 : $x \neq 4$이면 $x^2 \neq 16$이다.

18) 역: $xy=0$이면 $x=0$이다.
대우: $xy \neq 0$이면 $x \neq 0$이다.

19) 역: $xy=0$이면 $x=y=0$이다.
대우: $xy \neq 0$이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$이다.

20) 역: $a+b>0$이면 $a>0$ 또는 $b>0$이다.
대우: $a+b \leq 0$이면 $a \leq 0$이고 $b \leq 0$이다.

21) '$3x-2>3$이면 $x>1$이다.'
'$3x-2 \leq 3$이면 $x \leq 1$이다.'
⇨
명제 : $x>1$이면 $3x-2>3$이다.
역 : $3x-2>3$이면 $x>1$이다.
대우 : $3x-2 \leq 3$이면 $x \leq 1$이다.

22) 역 : $x^2>4$이면 $x>2$이다.
대우 : $x^2 \leq 4$이면 $x \leq 2$이다.

23) 역 : $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{B}$이면 $\mathrm{A} \subset \mathrm{B}$이다.
대우 : $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} \neq \mathrm{B}$이면 $\mathrm{A} \not\subset \mathrm{B}$이다.

24) 역 : 정사각형은 네 변의 길이가 같다
대우 : 정사각형이 아니면 네 변의 길이가 모두 같은 것은 아니다.

25) 'x가 6의 약수이면 x는 12의 약수이다.'
'x가 6의 약수가 아니면 x는 12의 약수가 아니다.'
⇨ 명제 : x가 12의 약수이면 x는 6의 약수이다.
역 : x가 6의 약수이면 x는 12의 약수이다.
대우 : x가 6의 약수가 아니면 x는 12의 약수가 아니다.

26) 역 : x가 16의 약수이면 x는 8의 약수이다.
대우 : x가 16의 약수가 아니면 x는 8의 약수가 아니다.

27) 'x, y가 모두 유리수이면 $x+y$는 유리수이다.'
'x 또는 y가 유리수가 아니면 $x+y$는 유리수가 아니다.'
⇨ 명제 : $x+y$가 유리수이면 x, y는 모두 유리수이다.
역 : x, y가 모두 유리수이면 $x+y$는 유리수이다.
대우 : x 또는 y가 유리수가 아니면 $x+y$는 유리수가 아니다.

28) 역 : 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 직각삼각형이면 $a^2+b^2=c^2$이다.
대우 : 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 직각삼각형이 아니면 $a^2+b^2 \neq c^2$이다.

29) $q \to p$

30) $q \to \sim p$

31) $\sim q \to p$

32) $\sim p \to q$

33) $\sim p \to \sim q$

34) $p \to \sim q$

35) $\sim q \to \sim p$

36) $p \to q$

37) (1) × (2) ○ (3) ×
⇨ 명제 $\sim p \to q$의 역 $q \to \sim p$가 참이므로 그 대우인 $p \to \sim q$도 참이다.

38) (1) × (2) × (3) ○
⇨ 명제 $\sim p \to q$가 참이므로 그 대우인 $\sim q \to p$는 항상 참이다.

39) ㅅ
⇨ $\sim p \to q$의 대우는 $\sim q \to p$ ∴ ㅅ

40) ㄱ
⇨ $\sim q \to \ \sim p$의 대우는 $p \to q$ $\therefore$ ㄱ

41) ㄹ
⇨ $q \to p$의 대우는 $\sim p \to \ \sim q$ $\therefore$ ㄹ

42) ㅇ
⇨ $p \to q$의 대우는 $\sim q \to \ \sim p$ $\therefore$ ㅇ

43) 대우 : $x<0$이면 $x<1$이다. 참

44) 대우 : $ab \neq 0$이면 $a \neq 0$이다. 참

45) 대우 : $x^2>1$이면 $x>1$이다. (거짓)

46) 대우 : $x \neq 1$이면 $x^2 \neq 1$이다. 거짓

47) 대우 : m과 n이 짝수가 아니면 mn은 짝수가 아니다. 참

48) 대우 : x가 2의 배수가 아니면 x는 4의 배수가 아니다. (참)

49) 대우 : x가 8의 양의 약수가 아니면 x는 2의 양의 약수가 아니다. 참

50) 대우 : x가 4의 양의 배수가 아니면 x는 2의 양의 배수가 아니다. 거짓

51) 대우 : 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같지 않은 사각형은 평행사변형이 아니다. 참

52) 대우: $\angle A \neq \angle B$ 또는 $\angle B \neq \angle C$ 또는 $\angle C \neq \angle A$이면 $\triangle ABC$는 정삼각형이 아니다. (참)

53) 1
⇨ 명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.
대우 '$x=a$이면 $x^2+5x-6=0$이다.'가 참이려면
$a^2+5a-6=0$, $(a+6)(a-1)=0$
$\therefore a>0$이므로 $a=1$

54) 3
⇨ 주어진 명제가 참이면 명제의 대우가 참이다.
대우: '$2x-5=1$이면 $x^2-4x+a=0$이다.'는 참이다.
$2x=5=1$, $x=3$
$x=3$은 $x^2-4x+a=0$의 근이다.
$9-12+a=0$ $\therefore a=3$

55) 3

56) 4

57) 5
⇨ 명제가 참이면 대우도 참이다.
대우는 '$x-3=0$이면 $x^2-ax+6=0$이다'
$9-3a+6=0$ $\therefore a=5$

58) (1) × (2) ○ (3) ○
⇨ (2) $\sim p \to \sim q$가 참이면 그 대우 $q \to p$도 반드시 참이다.
$r \to q$, $q \to p$가 참이므로 $r \to p$도 참이다.
(3) (2)에서 $r \to p$가 참이므로 그 대우 $\sim p \to \sim r$도 반드시 참이다.

59) (1) ○ (2) × (3) ○
⇨ (1) $\sim r \to \ \sim q$가 참이므로 그 대우 $q \to r$도 참이다.
$p \to q$, $q \to r$가 참이므로 $p \to r$도 참이다.
(3) $p \to q$가 참이므로 그 대우 $\sim q \to \ \sim p$도 참이다.
$\sim r \to \ \sim q$, $\sim q \to \ \sim p$가 참이므로
$\sim r \to \ \sim p$도 참이다.

60) (1) ○ (2) × (3) ○
⇨ (1) $\sim r \to q$가 참이므로 그 대우 $\sim q \to r$도 참이다.
$p \to \ \sim q$, $\sim q \to r$가 참이므로 $p \to r$도 참이다.
(3) $p \to \ \sim q$가 참이므로 그 대우 $q \to \ \sim p$도 참이다.
$\sim r \to q$, $q \to \ \sim p$가 참이므로 $\sim r \to \ \sim p$도 참이다.

61) (1) ○ (2) × (3) ×
⇨ (1) $r \to \sim q$가 참이면 그 대우 $q \to \sim r$도 반드시 참이다.
$p \to q$, $q \to \sim r$가 참이므로 $p \to \sim r$도 참이다.

62) (1) × (2) ○ (3) ○
⇨ (2) $r \to q$가 참이므로 그 대우 $\sim q \to \ \sim r$도 참이다.
$p \to \ \sim q$, $\sim q \to \ \sim r$가 참이므로 $p \to \ \sim r$도 참이다.
(3) $p \to \ \sim q$가 참이므로 그 대우 $q \to \ \sim p$도 참이다.
$r \to q$, $q \to \ \sim p$가 참이므로 $r \to \ \sim p$도 참이다.

63) (1) ○ (2) × (3) ○
⇨ (1) $\sim p \to \ \sim q$가 참이므로 그 대우 $q \to p$도 참이다.
$\sim r \to q$, $q \to p$가 참이므로 $\sim r \to p$도 참이다.
(3) $\sim r \to q$가 참이므로 그 대우 $\sim q \to r$도 참이다.
$\sim p \to \ \sim q$, $\sim q \to r$가 참이므로 $\sim p \to r$도 참이다.

64) 주어진 명제의 대우는
'자연수 a, b에 대하여 a, b가 모두 짝수이면

$a+b$는 짝수이다.'이다.
즉 $a=2k$, $b=2l$ (k, l은 자연수)라 하면
$a+b=2k+2l=2(k+l)$이므로 $a+b$는 짝수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

65) 주어진 명제의 대우는
'n이 자연수일 때, n이 홀수이면 n^2도 홀수이다.' 이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
n이 홀수이므로 $n=2k-1$ (단, k는 자연수)로 나타낼 수 있으므로
$n^2=(2k-1)^2=4k^2-4k+1=2(2k^2-2k)+1$
이때, $2(k^2-2k)$는 0 또는 짝수이므로 n^2은 홀수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

66) 주어진 명제의 대우는
'x, y가 자연수일 때, x, y가 모두 홀수이면 xy는 홀수이다.'이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
자연수 x, y가 모두 홀수이면
$x=2m-1$, $y=2n-1$ (단, m, n은 자연수)로 나타낼 수 있다.
이때, $xy=2(2mn-m-n)+1$이므로 xy는 홀수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제는 참이다.

67) 주어진 명제의 대우는
'a, b, c가 자연수일 때, a, b, c가 모두 홀수이면 $a^2+b^2\neq c^2$이다.'이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
a, b, c가 모두 홀수이면 a^2, b^2, c^2은 모두 홀수이므로 a^2+b^2은 짝수, c^2은 홀수가 되어 $a^2+b^2\neq c^2$이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

68) 주어진 명제의 대우는
'n이 자연수일 때, n이 3의 배수가 아니면 n^2은 3의 배수가 아니다.'이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
n이 3의 배수가 아니면 $n=3k-1$ 또는 $n=3k-2$ (단, k는 자연수)로 나타낼 수 있다.
(ⅰ) $n=3k-1$일 때
$n^2=(3k-1)^2=9k^2-6k+1=3(3k^2-2k)+1$
이므로 n^2은 3의 배수가 아니다.
(ⅱ) $n=3k-2$일 때
$n^2=(3k-2)^2=9k^2-12k+4=3(3k^2-4k+1)+1$
이므로 n^2은 3의 배수가 아니다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

69) 주어진 명제의 대우는
'n이 자연수일 때, n이 짝수 이면 n^2도 짝수이다.' 이므로 이 명제가 참임을 보이게 된다.
자연수 n이 짝수이면 $n=2k$ (단, k는 자연수)로 나타낼 수 있으므로
$n^2=(2k)^2=4k^2=2(2k^2)$
이때, $2k^2$이 자연수이므로 n^2은 짝수 이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

70) 짝수, $2k$, 짝수, 서로소
⇨ $\sqrt{2}$를 유리수라고 가정하면
$\sqrt{2}=\dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 서로소인 자연수)
으로 나타낼 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하여 정리하면 $n^2=2m^2$ …… ㉠
이때, n^2이 $\boxed{\text{짝수}}$이므로 n은 짝수이다.
여기서, $n=\boxed{2k}$ (k는 자연수)로 놓고 이것을 ㉠에 대입하면
$(2k)^2=2m^2$, 즉 $m^2=2k^2$
이때, m^2이 짝수이므로 m은 $\boxed{\text{짝수}}$이다.
이것은 m, n이 $\boxed{\text{서로소}}$인 자연수라는 가정에 모순이다.
따라서 $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

71) 짝수, 짝수
⇨ 결론을 부정하여 $\sqrt{2}$를 유리수라고 가정하면
$\sqrt{2}=\dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 서로소인 자연수)
으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면
$2=\dfrac{n^2}{m^2}$ $\quad\therefore\ n^2=2m^2$
즉, n^2은 짝수이므로 n도 $\boxed{\text{짝수}}$이다.
$n=2k$(k는 자연수)로 놓으면
$(2k)^2=2m^2$ $\quad\therefore\ m^2=2k^2$
이때, m^2이 짝수이므로 m도 $\boxed{\text{짝수}}$이다.
이것은 m, n이 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.
따라서 $\sqrt{2}$는 무리수이다.

72) 유리수, 서로소, 배수, 배수, 배수, 배수, 서로소
⇨ 결론을 부정하여 $\sqrt{3}$을 $\boxed{\text{유리수}}$라고 가정하면
$\sqrt{3}=\dfrac{n}{m}$ (단, m, n은 $\boxed{\text{서로소}}$인 자연수)
으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면
$3=\dfrac{n^2}{m^2}$ $\quad\therefore\ n^2=3m^2$
즉, n^2은 3의 $\boxed{\text{배수}}$이므로 n도 3의 $\boxed{\text{배수}}$이다.
$n=3k$ (k는 자연수)로 놓으면

$(3k)^2 = 3m^2 \qquad \therefore\ m^2 = 3k^2$

이때, m^2이 3의 $\boxed{\text{배수}}$이므로 m도 3의 $\boxed{\text{배수}}$이다.

이것은 m, n이 $\boxed{\text{서로소}}$인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{3}$은 무리수이다.