



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-05  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [이차방정식의 실근과 허근]

• 계수가 실수인 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 근:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(1) 이차방정식의 실근:  $b^2 - 4ac \geq 0$

(2) 이차방정식의 허근:  $b^2 - 4ac < 0$

#### [이차방정식의 근의 판별]

• 계수가 실수인 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 판별식을

$D = b^2 - 4ac$ 라 할 때

(1)  $D > 0$ : 서로 다른 두 실근

(2)  $D = 0$ : 중근 (서로 같은 두 실근)

(3)  $D < 0$ : 서로 다른 두 허근

### 기본문제

[예제]

### 1. 다음 중 허근을 해로 갖는 이차방정식은?

- ①  $x^2 + 4x + 2 = 0$       ②  $x^2 + 3x + 2 = 0$   
③  $x^2 + 3x - 1 = 0$       ④  $x^2 + 2x + 3 = 0$   
⑤  $x^2 + 2x - 3 = 0$

[문제]

### 2. 다음 중 실근을 해로 갖는 이차방정식은?

- ①  $2x^2 + 3x + 4 = 0$       ②  $x^2 + 3x + 3 = 0$   
③  $2x^2 + 3x + 1 = 0$       ④  $x^2 + 2x + 3 = 0$   
⑤  $2x^2 + x + 2 = 0$

[문제]

### 3. 다음 중 서로 다른 두 실근을 해로 갖는 이차방정식은?

- ①  $2x^2 + x - 1 = 0$       ②  $x^2 + 4x + 4 = 0$   
③  $2x^2 + x + 1 = 0$       ④  $x^2 + 2x + 1 = 0$   
⑤  $2x^2 - 5x + 4 = 0$

[예제]

### 4. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

- ①  $k < -2$       ②  $k > -2$   
③  $k \geq -2$       ④  $k < 2$   
⑤  $k > 2$

[문제]

### 5. 이차방정식 $x^2 + 5x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때, 실수 $k$ 의 범위는?

- ①  $k > 28$       ②  $k < 28$   
③  $k > 7$       ④  $k > \frac{37}{4}$   
⑤  $k < \frac{37}{4}$

### 평가문제

[스스로 확인하기]

### 6. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $a, b, c$ 는 실수)

- ① 판별식은  $b^2 - 4ac$ 이다.  
②  $b = 2b'$ 이면 판별식은  $b'^2 - 2ac$ 이다.  
③  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
④  $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.  
⑤  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

[스스로 확인하기]

### 7. 다음 중 허근을 해로 갖는 이차방정식은?

- ①  $x^2 + x - 2 = 0$       ②  $x^2 - x - 2 = 0$   
③  $x^2 + 2x + 1 = 0$       ④  $x^2 - 2x + 3 = 0$   
⑤  $x^2 + 3x + 1 = 0$

[스스로 확인하기]

8. 다음 중 서로 같은 두 실근을 갖는 이차방정식은?

- ①  $3x^2+4x+4=0$       ②  $2x^2+3x+4=0$   
 ③  $x^2+3x+9=0$       ④  $x^2+4x+1=0$   
 ⑤  $x^2+6x+9=0$

[스스로 확인하기]

9. 이차방정식  $x^2-6x+3-2k=0$ 이 실근을 가질 때, 실수  $k$ 의 값의 범위는?

- ①  $k < -3$       ②  $k > -3$   
 ③  $k \geq -3$       ④  $k < 3$   
 ⑤  $k > 3$

[스스로 확인하기]

10.  $x$ 에 대한 이차방정식

$x^2-2(k+a)x+k^2-4k+b+4=0$ 이 실수  $k$ 의 값과 관계없이 중근을 가질 때, 실수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-1$   
 ③  $0$       ④  $1$   
 ⑤  $2$

[스스로 확인하기]

11. 1부터 9까지의 자연수가 각각 적힌 9장의 카드 중에서 서로 다른 2장을 뽑아 다음 그림의 빈칸에 한 장씩 놓았더니 서로 다른 두 실근을 갖는 이차방정식이 되었고, 카드의 위치를 서로 바꾸었더니 중근을 갖는 이차방정식이 되었다고 할 때, 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 합은?

$$\Rightarrow x^2 + \square x + \square = 0$$

- ① 3      ② 8  
 ③ 12      ④ 15  
 ⑤ 17

[스스로 마무리하기]

12. 이차방정식  $ax^2-8x+3a+2=0$ 이 중근  $p$ 를 가질 때,  $ap$ 의 값은? (단,  $a > 0$ ,  $a, p$ 는 상수)

- ① 2      ② 4  
 ③ 6      ④ 8  
 ⑤ 10

유사문제

13. 다음 <보기>의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

&lt;보기&gt;

- ㄱ.  $x^2+2x-7=0$       ㄴ.  $9x^2-6x+1=0$   
 ㄷ.  $2x^2+x+3=0$       ㄹ.  $3x^2+2x-1=0$   
 ㅁ.  $x^2+4x-1=0$

- ① ㄱ, ㄴ      ② ㄱ, ㄷ      ③ ㄱ, ㄹ, ㅁ  
 ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ      ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

14. 이차방정식  $x^2-6x+(5k-1)=0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 3      ② 7      ③ 8  
 ④ 11      ⑤ 12

15.  $x$ 에 대한 이차방정식

$x^2-2(a-k)x+k^2-4k+2a=0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수  $a$ 의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-1$   
 ③  $0$       ④  $1$   
 ⑤  $2$

16.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 8x + 2 + k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수  $k$ 값의 범위는?

- ①  $k > 2$                       ②  $k < 2$   
 ③  $k > 14$                     ④  $k < 14$   
 ⑤  $k > 62$

17. 이차방정식  $x^2 + mx + 2m - 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수  $m$ 의 값의 합은?

- ① 6                                ② 8  
 ③ 10                              ④ 12  
 ⑤ 14

18. 이차방정식  $x^2 + 4x - a + 8 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 자연수  $a$ 의 개수는?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ④

[해설] (i)근의 공식에서  $a=1, b=4, c=2$ 이므로

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$= -2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

(ii)  $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

(iii) 근의 공식에서  $a=1, b=3, c=-1$ 이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

(iv) 근의 공식에서  $a=1, b=2, c=3$ 이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

(v)  $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$ 이므로

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

## 2) [정답] ③

[해설] (i)근의 공식에서  $a=2, b=3, c=4$ 이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{23}i}{4}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

(ii) 근의 공식에서  $a=1, b=3, c=3$ 이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

(iii)  $2x^2 + 3x + 1 = (2x+1)(x+1)$ 이므로

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

(iv) 근의 공식에서  $a=1, b=2, c=3$ 이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

(v) 근의 공식에서  $a=2, b=1, c=2$ 이므로

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{4}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

## 3) [정답] ①

[해설] 서로 다른 두 실근을 해로 가지려면 판별식  $D > 0$ 이어야 한다.

$$(i) D = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 > 0$$

따라서  $D > 0$ 

$$(ii) \frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times 4 = 0$$

따라서  $D = 0$ 

$$(iii) D = 1^2 - 4 \times 2 \times 1 = -7 < 0$$

따라서  $D < 0$ 

$$(iv) \frac{D}{4} = 1^2 - 1 \times 1 = 0$$

따라서  $D = 0$ 

$$(v) D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 4 = -7 < 0$$

따라서  $D < 0$ 

## 4) [정답] ②

[해설] 주어진 이차방정식의 판별식을  $D$  라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times (2-k) = k+2$$

서로 다른 두 실근을 가지려면  $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하

므로

$$k+2 > 0, \text{ 즉 } k > -2$$

## 5) [정답] ④

[해설] 주어진 이차방정식의 판별식을  $D$  라 하면

$$D = 5^2 - 4 \times 1 \times (k-3) = 37 - 4k$$

서로 다른 두 허근을 가지려면  $D < 0$ 이어야 하므로

$$37 - 4k < 0, \text{ 즉 } k > \frac{37}{4}$$

## 6) [정답] ②

[해설] (i)근의 공식  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 의 근호 안 $b^2 - 4ac$ 가 판별식이다.(ii)  $b = 2b'$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \text{ 이므로}$$

 $b'^2 - ac$ 가 판별식이다.(iii)  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식의 부호가}$$

양이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(iv)  $b^2 - 4ac = 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식이 } 0 \text{이므로}$$

중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.

(v)  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식의 부호가}$$

음이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

7) [정답] ④

[해설] 서로 다른 두 허근을 해로 가지려면 판별식  $D < 0$ 이어야 한다.

(i)  $D = 1^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9 > 0$

따라서  $D > 0$

(ii)  $D = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9 > 0$

따라서  $D > 0$

(iii)  $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \times 1 = 0$

따라서  $D = 0$

(iv)  $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \times 3 = -2 < 0$

따라서  $D < 0$

(v)  $D = 3^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$

따라서  $D > 0$

8) [정답] ⑤

[해설] 서로 같은 두 실근을 해로 가지려면 판별식  $D = 0$ 이어야 한다.

(i)  $\frac{D}{4} = 2^2 - 3 \times 4 = -8 < 0$

따라서  $D < 0$

(ii)  $D = 3^2 - 4 \times 2 \times 4 = -23 < 0$

따라서  $D < 0$

(iii)  $D = 3^2 - 4 \times 1 \times 9 = -27$

따라서  $D < 0$

(iv)  $\frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times 1 = 3 > 0$

따라서  $D > 0$

(v)  $\frac{D}{4} = 3^2 - 1 \times 9 = 0$

따라서  $D = 0$

9) [정답] ③

[해설] 이차방정식  $x^2 - 6x + 3 - 2k = 0$ 이 실근을 가지려면 판별식  $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times (3 - 2k) = 2k + 6$$

$$2k + 6 \geq 0, \text{ 즉 } k \geq -3$$

10) [정답] ①

[해설] 주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(k+a)\}^2 - 1 \times (k^2 - 4k + b + 4)$$

$$= 2(a+2)k + a^2 - b - 4$$

$2(a+2)k + a^2 - b - 4 = 0$ 이 실수  $k$ 의 값과 관계없이 성립한다.

따라서  $a = -2, b = 0$

$$a + b = -2$$

11) [정답] ④

[해설] 뽑은 2장의 카드 중에서 처음에  $x$ 의 계수와 상수항의 자리에 놓은 카드에 적힌 수를 각각  $p, q$ 라 하면

이차방정식  $x^2 + px + q = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가지므로  $p^2 - 4q > 0$

이차방정식  $x^2 + qx + p = 0$ 은 중근을 가지므로  $q^2 - 4p = 0$

이때  $q^2 - 4p = 0$ 을 만족시키는 순서쌍  $(p, q)$ 는  $(1, 2), (9, 6)$

이 중에서  $p^2 - 4q > 0$ 을 만족시키는 순서쌍  $(p, q)$ 는  $(9, 6)$

따라서 뽑은 2장의 카드에 적힌 수는 9와 6이므로 합은 15

12) [정답] ②

[해설] 이차방정식  $ax^2 - 8x + 3a + 2 = 0$ 이 중근  $p$ 를 가지므로 판별식을  $D$ 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-4)^2 - a \times (3a + 2) = -3a^2 - 2a + 16 = 0$$

$$-3a^2 - 2a + 16 = -(3a + 8)(a - 2) = 0 \text{이므로}$$

$$a = -\frac{8}{3} \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 2$$

$$2x^2 - 8x + 8 = 0, 2(x - 2)^2 = 0$$

즉 이차방정식  $2x^2 - 8x + 8 = 0$ 의 중근  $p = 2$

따라서  $ap = 4$

13) [정답] ③

[해설]  $D > 0$ 일 때 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄱ.  $D/4 = 1 + 7 = 8$

ㄴ.  $D/4 = 9 - 9 = 0$

ㄷ.  $D = 1 - 24 = -23$

ㄹ.  $D/4 = 1 + 3 = 4$

ㅁ.  $D/4 = 4 + 1 = 5$

∴ 서로 다른 두 실근을 갖는 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

14) [정답] ①

[해설] 서로 다른 두 허근을 가질 조건은

$$D < 0 \text{이므로 } D/4 = 9 - (5k - 1) < 0, k > 2$$

∴ 정수  $k$ 의 최솟값은 3이다.

15) [정답] ⑤

[해설] 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$D/4 = (a - k)^2 - (k^2 - 4k + 2a) = 0$$

$$2(2 - a)k + a^2 - 2a = 0$$

$k$ 에 대한 항등식이므로

$$2 - a = 0, a^2 - 2a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

16) [정답] ④

[해설] 서로 다른 두 실근을 가질 조건은

 $D > 0$ 이므로

$$D/4 = 16 - (2+k) > 0$$

$$\therefore k < 14$$

17) [정답] ②

[해설] 이차방정식  $x^2 + mx + 2m - 3 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라고 하면 } D = m^2 - 4(2m - 3) = 0,$$

$$m^2 - 8m + 12 = 0 \text{이다.}$$

근과 계수의 관계에 의해

모든 실수  $m$ 의 값의 합은 8이다.

18) [정답] ③

[해설]  $x^2 + 4x - a + 8 = 0$ 에서 판별식을 이용하면

$$D/4 = 4 - (-a + 8) < 0, \quad a < 4$$

자연수  $a$ 의 개수는 3개다.