

2020학년도 1학기 제2차 지필평가

3학년 확률과통계

92

과목코드 04

2020. 7. 28. 1교시

- 본 시험은 선택형 [17]문항, 논술형 [3]문항, 쪽수는 [5]쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 **●**와 같이 표기하시오.
- 논술형 답안은 OMR카드에 볼펜으로 기입하시오. 논술형 답안 수정은 볼펜으로 두줄 긋고 푸시오.

1. 1부터 30까지의 자연수가 각각 적힌 30장의 카드 중 임의로 1장을 뽑을 때, 카드에 적힌 수가 2의 배수 또는 3의 배수일 확률은?

[3.8점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2 → 15

3 → 10

6 → 5

20
30

2. A, B, C 세 사람이 태어난 달은 모두 7월이라고 한다. 세 사람 중에서 적어도 두 사람의 생일이 같을 확률은? [3.8점]

- ① $\frac{90}{961}$ ② $\frac{91}{961}$ ③ $\frac{92}{961}$ ④ $\frac{3}{31}$ ⑤ $\frac{94}{961}$

1- $\frac{30 \times 29}{31 \times 31 \times 31}$

30
29
210
60

810

31 C3

31³

31⁵ 3029 × 1/8

41 × 31 × 31

30.

145

145
961

31
31

810
961

31
31
93

961

961
- 810
91

3. 한 개의 주사위를 던져 소수의 눈이 나왔을 때, 그것이 3의 배수일 확률은? [3.8점] 2.3 5.

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{6}$
 $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{2}$

$$\frac{P(A \cap B^c)}{P(A)} = \frac{1 - P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

4. 표본공간 S의 서로 다른 두 사건 A, B에 대하여 <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $P(A) > 0$, $P(B) > 0$) [3.8점]

<보 기>

- ㉠ $0 \leq P(A \cup B) \leq 1$
㉡ $A \cup B = S$ 이면 $P(A) + P(B) = 1$ 이다.
㉢ $P(B^c|A) = 1 - P(B|A)$
㉣ 두 사건 A, B가 서로 독립이면 $P(A|B) = P(B|A)$ 이다.

3.8

① ☒ ㉠

④ ☐ ㉠, ㉡, ㉢

② ☒ ㉡, ㉢

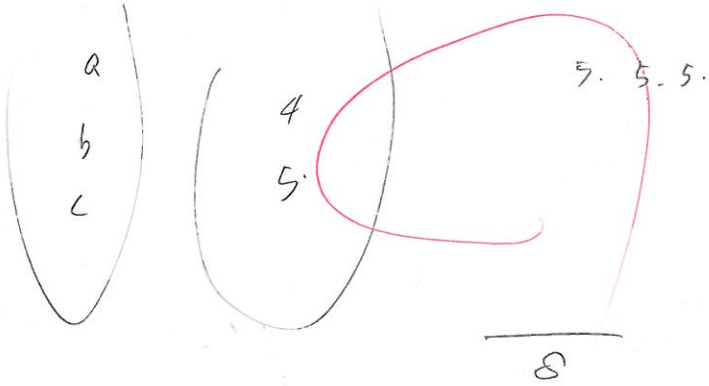
⑤ ☐ ㉡, ㉢, ㉣

③ ☒ ㉢, ㉣

$$\frac{P(B^c|A)}{P(A)} = \frac{1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)^2} = \frac{P(A \cap B^c)}{P(A)}$$

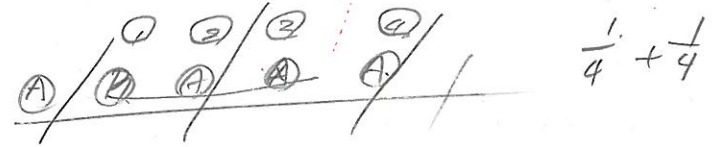
5. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 를 만들 때, 이 함수가 $f(a) + f(b) + f(c) \leq 14$ 를 만족시킬 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$



7. A팀과 B팀이 결승경기 5번을 치른다. 먼저 3승을 거둔 팀이 우승을 한다고 할 때, 1차전에서 승리한 A팀이 5차전에서 우승할 확률은? (단, 매 경기에 무승부는 없고, A, B 두 팀이 이길 확률은 서로 같다) [4.1점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$



- ① A. A. $\rightarrow \frac{1}{4}$
 ② B A A $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 ③ B B A A $\frac{3}{16}$
- $3 \times (\frac{1}{2})^3$
 $\frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$
 $\frac{3}{16}$

6. 빨간 공 4개와 노란 공 2개가 들어있는 상자에서 A, B 두 사람이 차례로 공을 뽑을 때, B가 노란 공을 뽑을 확률은? (단, 뽑은 공은 다시 넣지 않는다.) [4.0점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

OO OO
X X

$$\frac{4}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{10}{30}$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{8+2}{30}$$

8. 두 사건 A, B는 서로 독립이고

$P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$P(B) = \frac{1}{3}$ $P(A) = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{7}{12} - 1 = \frac{6}{12}$$

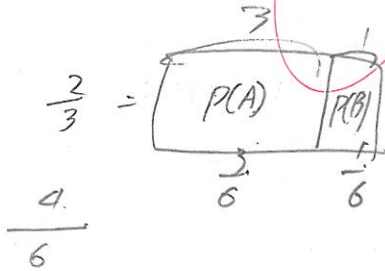
9. 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고

$P(A) = 3P(B)$, $P(A \cap B^c) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은

A의 여사건, B^c 은 B의 여사건이다.) [4.1점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$P(A) + P(B) = \frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

10. 어떤 회사에서 합격품과 불합격품을 옳게 판별할 확률이 80%인 제품검사기를 도입하였다. 어느 날 생산한 제품의 10%가 불합격품이라할 때, 그 날 임의로 1개의 제품을 제품검사로 검사한 결과가 합격품으로 판별 되었다면 이 제품이 실제로 합격품일 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{15}{37}$ ④ $\frac{36}{37}$ ⑤ $\frac{23}{39}$

$$90\% \text{ 정} \rightarrow \frac{9}{10} \times \frac{4}{5}$$

$$10\% \text{ 불} \rightarrow \frac{1}{10} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{36}{50} = \frac{36}{50}$$

11. 표는 이산확률변수 X의 확률분포표이다. $E(16X) = 5$ 일 때, 상수 a, b에 대하여 a+b의 값은? [4.2점]

X	-2	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$3a$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

$$-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$$

$$3a \quad a \quad b \quad \frac{4}{8} \quad \frac{1}{8}$$

$$-6a - a + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8} - 7a = \frac{5}{16}$$

$$-7a = \frac{5}{16} - \frac{12}{16}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{16}$$

12. 연속확률변수 X가 정규분포 $N(10, a^2)$ 을 따르고

$P(X \leq 14) = 0.9772$ 라 한다. $P(6 \leq X \leq 12)$ 의 값을 다음 표준 정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.2점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328

② 0.6247

③ 0.7745

④ 0.8185

⑤ 0.9104

$$X \sim N(10, a^2)$$

$$P(X \leq 14) = 0.9772$$

$$P\left(Z \leq \frac{14-10}{a}\right) = P(Z \leq 2)$$

$$\frac{14-10}{a} = 2$$

$$\frac{4}{a} = 2 \quad a = 2$$

$$P\left(\frac{6-10}{2} \leq Z \leq \frac{12-10}{2}\right)$$

$$= -2 \leq Z \leq 1$$

13. 전체집합 $U = \{a, b, c\}$ 의 모든 부분집합이 각각 적힌 같은 크기의 카드 8장이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 카드를 한 장씩 두 번 꺼낼 때, 첫 번째 카드에 적힌 집합을 A , 두 번째 카드에 적힌 집합을 B 라고 하자. $A \not\subset B$ 이고 $B \not\subset A$ 일 확률을 $\frac{p}{q}$ 라고 할 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이며, 꺼낸 카드는 다시 주머니에 넣는다.) [4.3점]

① 37 ② 38 ③ 39 ④ 40 ⑤ 41

a. $\{a\}$ $\{ab\}$ $\{ac\}$ $\{abc\}$
b. $\{b\}$ $\{bc\}$ $\{c\}$ $\{\emptyset\}$

a) $\{b\}$ $\{c\}$ $\{bc\}$ $\{\emptyset\}$

ab) $\{c\}$ $\{\emptyset\}$

$$\frac{12+6}{28} = \frac{18}{28}$$

$$\frac{9+3}{28} = \frac{12}{28}$$

$$\frac{13}{28}$$

14. A 고등학교에 다니는 학생들의 40%는 여학생이다. A 고등학교에서 150명을 임의로 택하였을 때, 남학생이 81명 이상 87명 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0919

④ 0.2417

② 0.1359

⑤ 0.2857

③ 0.1498

$$X = 86.4$$

$$X \sim B(150, \frac{6}{10})$$

$$E(X) = 90 \quad G(X) = 6$$

$$81 \leq X \leq 87$$

$$\frac{81-90}{6} \leq Z \leq \frac{87-90}{6}$$

$$-\frac{9}{6} \leq Z \leq -\frac{3}{6}$$

$$-2.5$$

$$-1.5 \leq Z \leq -0.5$$

$$\begin{array}{r} 1915 \\ 4332 \\ \hline 6247 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.4332 \\ 1915 \\ \hline 2417 \end{array}$$

15. A 고등학교에 다니는 학생들의 1000m 달리기 기록은 평균이 30 분, 표준편차가 10 분인 정규분포를 따른다. 동일한 기록이 없다 할 때, 기록이 우수한 10% 이내의 학생들에게 메달을 수여한다고 하면 메달을 받기 위한 기록의 커트라인은? (단, 표준정규분포 Z 에 대하여 $P(0 \leq Z \leq 1.28) = 0.4$ 로 계산한다.) [4.3점]

① 17.2 분

② 23.6 분

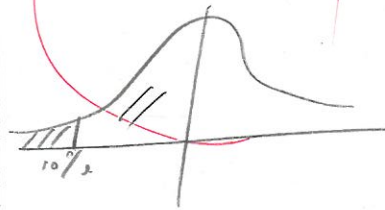
③ 30.0 분

④ 36.4 분

⑤ 42.8 분

$$E(X) = 30$$

$$\sigma(X) = 10$$



$$X: \text{시간}$$

$$30 - 12.8$$

$$X \sim N(30, 10^2)$$

$$30 - 12.8$$

$$= 17.2$$

$$P(X \leq \square) = 10\%$$

$$\frac{\square - 30}{10} = -1.28$$

16. 다음은 확률변수 X 가 이항분포 $B(15, \frac{1}{6})$ 를 따른다고 할 때,

$E(7^X)$ 를 구하는 과정이다. [가]에 해당하는 식을 $f(x)$,

[나]에 해당하는 값을 a 라 할 때, $f(a)$ 의 값은? [4.5점]

확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_{15}C_x \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{15-x} \text{ 이다.}$$

$$E(7^X) = \sum_{x=0}^{15} 7^x \cdot {}_{15}C_x \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(\frac{5}{6}\right)^{15-x}$$

$$= \sum_{x=0}^{15} {}_{15}C_x [\text{가}] \left(\frac{5}{6}\right)^{15-x} = ([\text{나}])^{15}$$

① 1 ② $\frac{49}{36}$ ③ $\frac{16}{9}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{25}{9}$

$$(\text{가}) \left(\frac{p}{6}\right)^x \quad 2^{+5}$$

$$f(x) = \left(\frac{2}{6}\right)^x \quad (\text{나}) = a$$

$$\frac{49}{36}$$

17. 확률변수 X 의 확률질량함수가 $P(X=x) = {}_{48}C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{48-x}$

일 때, $\sum_{x=0}^{48} x^2 \cdot P(X=x)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 147 ② 150 ③ 153 ④ 156 ⑤ 159

$$B(48, \frac{1}{4})$$

$$E(x) = 12, V(x) = 9$$

$$\sum_{x=0}^{48} x^2 \cdot p = E(x^2)$$

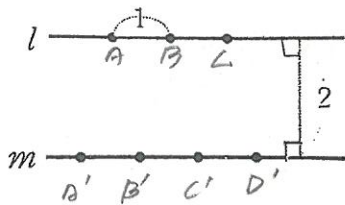
$$B(48, \frac{1}{4}) \quad E = 12, V(x) = 4 \times \frac{1}{4} = 9$$

$$E(x^2) - 144 = 9$$

$$E(x^2) = 153$$

[논술형 1] 아래 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 각각

3개, 4개의 점이 있고 이웃하는 두 점 사이의 거리는 1, 두 직선 사이의 거리는 2이다. 이 중에서 임의로 3개의 점을 택하여 이 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 삼각형의 넓이가 2이상일 확률을 구하고, 풀이과정을 논술하시오. [10.0점]



확률 $(3C_2 \times 4) + 4C_2 \times 3$

$$12 + 12$$

$$\frac{12}{30}$$

$$h = 2 \quad \text{밑변} \geq 2$$

$$\textcircled{1} \quad \text{밑변} \geq 2$$

$$(A, C) \quad m \text{ 꼭짓점} \rightarrow 4$$

$$\rightarrow 4 \text{ 개}$$

$$\textcircled{2} \quad m \text{ 에 밑변} \quad \text{밑변} \geq 2$$

$$A', B', C', D' \text{ 중 길이 2 이상 고르는 것?}$$

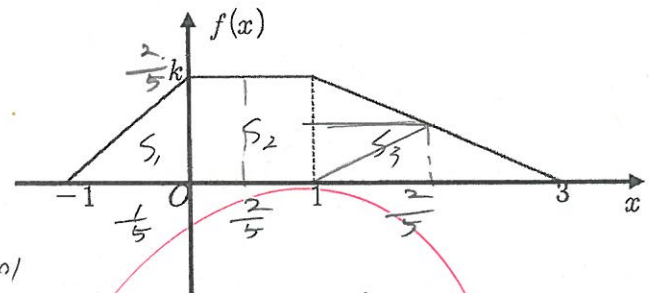
$$(A'C'), (A'D'), (B'D') \rightarrow 3$$

$$l \text{ 에 꼭짓점} \rightarrow 3$$

[논술형 2] A 주머니에는 흰 공 3개와 검은 공 2개, B 주머니에는 흰 공 4개와 검은 공 3개가 들어있다. 두 주머니에서 임의로 각각 2개의 공을 꺼낸다. 꺼낸 공 중 흰 공이 3개일 때, A 주머니에서 흰 공 2개를 꺼냈을 확률을 구하고, 풀이과정을 논술하시오. [10.0점]

$$\begin{aligned} & \frac{3C_2}{5C_2} \times \frac{4C_1 \times 3C_1}{7C_2} + \left(\frac{3C_1 \times 2C_1}{5C_2} \times \frac{4C_2}{7C_2} \right) \\ & \frac{3}{10} \times \frac{12}{21} + \left(\frac{6}{10} \times \frac{6}{21} \right) \\ & \frac{6}{35} + \frac{6}{35} = \frac{12}{35} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

[논술형 3] 그림은 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률 밀도함수 $f(x)$ 의 그래프이다. $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 2\right)$ 의 값을 구하고 풀이과정을 논술하시오. [10.0점]



공기

$$S_1 + S_2 + S_3 = 1 \quad P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 2\right)$$

$$\frac{k}{2} + 1 + k$$

$$= P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 1\right) + P(1 \leq X \leq 2)$$

$$= 2k + \frac{k}{2} = 1$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$4k + k = 2$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$5k = 2 \quad k = \frac{2}{5}$$

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.