2020학년도 2학기 제1차 지필평가

2학년 수학 II

과목코드	0	2

2020. 10. 20. 3교시

○ 본 시험은 선택형 [17]문항, 논술형 [3]문항, 쪽수는 [6]쪽입니다.

○ 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.

1. $\lim_{x \to -1} (x^2 - 2x + 3)$의 값은? [4.1점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

-1

$1 + 2 + 3 = 6$

2. 다음 중 극한값을 잘못 구한 것은? [4.1점]

① $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = 5$ o

② $\lim_{x \to 2} \frac{3 - \sqrt{11 - x}}{x - 2} = \frac{1}{6}$ o

③ $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} = 3$

④ $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1} = 2$ o

⑤ $\lim_{x \to \infty} \frac{x + 1}{x^2 - 1} = 0$

$\frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = 5$

$\frac{(3 - \sqrt{11-x})(3 + \sqrt{11-x})}{\cancel{(x-2)}(3 + \sqrt{11-x})}$ $\frac{1}{6}$

$2x^2 - x - 1$

$\frac{(2x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}$

3. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 1$에 대하여 $f'(1) = 2$일 때, 상수 a의 값은? [4.1점]

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

$f(x) = 2x^2 + ax + 1$

$f'(x) = 4x + a$

$f'(1) = 4 + a = 2$

$a = -2$

4. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 2}$가 $x \neq a$, $x \neq b$인 모든 실수 x에서 연속일 때, $a + b$의 값은? [4.5점]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

$x^2 - x - 2$

$(x-2)(x+1)$

$\frac{\cancel{x+1}}{(x-2)\cancel{(x+1)}}$

$2 + -1$

①

5. <보기> 중 $x = 2$에서 연속인 함수를 모두 고른 것은? [4.5점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = x - 2$ o ㄴ. $f(x) = \frac{2}{x - 2}$ X

ㄷ. $f(x) = (x - 2)(x + 3)$ o ㄹ. $f(x) = \frac{|x - 2|}{x}$ o

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄷ, ㄹ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

6. 함수 $f(x) = x^3 - 9x + 5$에 대하여 닫힌구간 $[0, 3]$에서 롤의 정리를 만족시키는 실수 c의 값은? [4.5점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

$f'(x) = 3x^2 - 9$

$3(x^2 - 3) = 0$

$x = \sqrt{3}$ $-\sqrt{3}$

7. 함수 $f(x)=(x-a)(x+1)(x-3)$는 $x=3$에서 극솟값을 갖는다. 이때, $f(2)$의 값은? [4.7점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$f(x) = (x-a)(x+1)(x-3)$

$f'(x) = (x+1)(x-3) + (x-a)(x-3) + (x-a)(x+1)$

$f'(3) = (3-a)\cancel{(3+1)}\ 4 = 0$

$12-4a=0$

$a=3$

$f(x)=(x-3)(x+1)(x-3)$

$f(2) = -1\cdot 3\cdot -1$

③

8. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x-2} & (x\neq 2) \\ k & (x=2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x에서 연속일 때, 상수 k의 값은? [4.7점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2	1	−2	−1	2
		2	0	−2
	1	0	−1	0

$\dfrac{\cancel{(x-2)}(x^2-1)}{\cancel{x-2}}$

$4-1=3$

9. 다항식 x^8+ax+b를 $(x-1)^2$으로 나누면 나머지가 10이다. 이때 상수 a,b에 대하여 $b-a$의 값은? [4.7점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$x^8+ax+b=(x-1)^2Q(x)+10$

$x=1$

$1+a+b=10 \rightarrow a+b=9$

$f'(x)=$

$8x^7+a=0$

$x=1$ $8+a=0$

$a=-8$

$b=17$

$17+8=25$

10. 함수 $f(x)=x^3+2ax^2+2ax-1$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 정수 a의 개수는? [4.7점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$D\leq 0$

$f(x)= x^3+2ax^2+2ax-1$

$f'(x)= 3x^2+4ax+2a$

$D/4 = 4a^2-6a \leq 0$

$2a(2a-3)\leq 0$

$0\leq a\leq \frac{3}{2}$

0 1

11. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 다섯 개의 점 $(-2,\ -2)$, $(-1,\ 0)$, $(0,\ -1)$, $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$을 지날 때, 열린구간 $(-2,\ 2)$에서 방정식 $f(x)=\dfrac{x}{2}$의 실근의 개수의 최솟값은? [4.8점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

$\boxed{f(x)-\frac{x}{2}=0}$

$f(-2)=-2$, $f(-1)=0$, $f(0)=-1$, $f(1)=2$, $f(2)=1$

$x=-2$, $f(-2)-\frac{(-2)}{2}=-2+1=-1$

$x=-1$　$f(-1)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

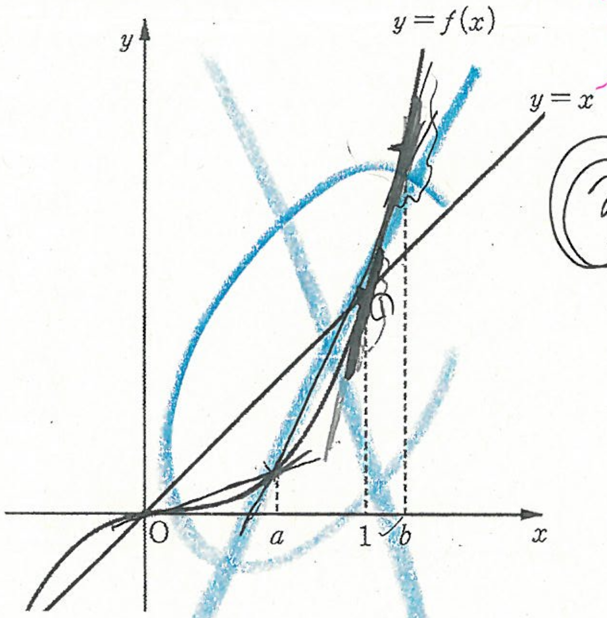
$x=0$　$f(0)-0=-1$

$x=1$　$f(1)-\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$x=2$　$f(2)-1=0$

③

12. 그림과 같은 다항함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$에서 $0<a<1<b$일 때, 옳은 것은? [4.9점]



① $\dfrac{f(a)}{a}>1$　X

② $f(b)-f(a)<b-a$　X　$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

③ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1+x)-f(1)}{x}>1$　$\dfrac{f(1+x)-f(1)}{x}$

④ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(b+h)-f(b)}{h}<1$　X　$f'(b)$

⑤ $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(b)$　X

$f'(a)=f'(b)$

13. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 있다. $f(2)=2$, $f'(2)=3$이다. 이 때, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)g(x)-f(2)}{x-2}=11$을 만족하는 $g'(2)$의 값은? [4.9점]

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

$f(2)=2$　$f'(2)=3$

$g(2)=1$

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)g(x)-f(2)}{x-2}=11$

$f(2)g(2)-f(2)=0$

$f(2)=f(2)g(2)$

$2=2g(2)$

$g(2)=1$

$\dfrac{f(2)g(2)-f(2)}{x-2}$

$f(2)\{g(2)-1\}$

$\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=11$

14. 주어진 조건을 만족하는 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 값은? [4.9점]

(가) $x\ge 2$인 실수 x에 대하여 $\dfrac{2x-10}{x}\le\dfrac{f(x)}{x^2}\le\dfrac{2x+1}{x}$
(나) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{(x-3)}=10$

① 9　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 13

$\dfrac{2x-10}{x}\le\dfrac{f(x)}{x^2}\le\dfrac{2x+1}{x}$

$2x^2-10x\le f(x)\le 2x^2+x$

(나) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{(x-3)}=10$

$f(x)=(x-3)$

$(2x+b)(x-3)$

$6+b=10$

$b=4$

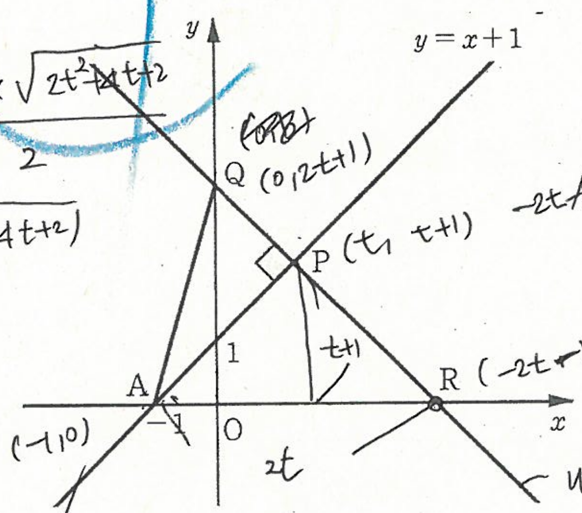
12

15. 그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q, x축과 만나는 점을 R라고 할 때, 삼각형 APQ의 넓이를 S, 삼각형 ARP의 넓이를 T라고 하자. $\lim_{t\to\infty}\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{S}}$의 값은? [5.3점]

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$

$t>0$

$S=\frac{\sqrt{2t^2}\times\sqrt{2t^2+4t+2}}{2}$



Q (0, 2t+1)

P (t, t+1)

R (−2t−1, 0)

$-2t-1$

$\sqrt{2t^2(2t^2+4t+2)}$

A(−1, 0)
P(t, t+1)
Q(0, 2t+1)

(−1, 0)

2t

$y=-x+2t+1$

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2t+1
−2t−1

△ APQ의 넓이

$\overline{AP}=\sqrt{(t+1)^2+(t+1)^2}$

$\sqrt{2t^2+4t+2}$

$t+1=-t+b$

$b=2t+1$

$2t\times(t+1)\times\frac{1}{2}$

$S=t^2+t$

$\overline{PQ}=\sqrt{(0-t)^2+(2t+1-t-1)^2}$

$=\sqrt{t^2+t^2}=\sqrt{2t^2}$

$\frac{\frac{\sqrt{2t^2(2t^2+4t+2)}}{2}}{t^2+t}$

$\frac{\sqrt{2t^2(2t^2+4t+2)}}{2(t^2+t)}$

16. 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy-1$을 만족시킨다. $\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-3}{x-1}=12$일 때, $f'(0)$의 값은? [5.3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy-1$

$f'(0)$

$\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-3}{x-1}=12$

$f(1)=3$

$\frac{f(x^2)-3+f(1)-f(1)}{(x-1)}$

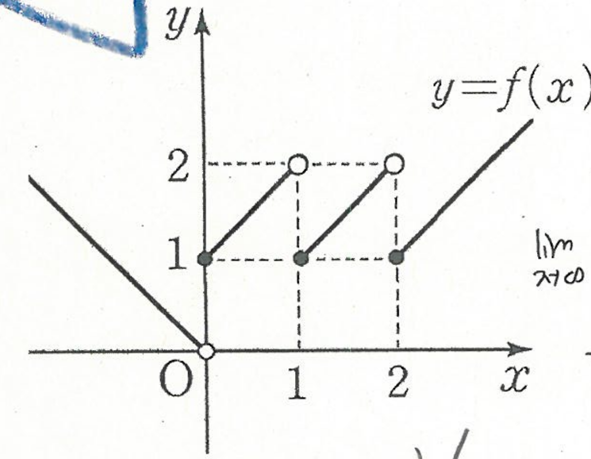
$\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-f(1)}{(x-1)(x+1)}\times(x+1)+\frac{f(1)-3}{x-1}\ \frac{f(1)-f(1)}{x-1}$

0

$2f'(1)=12$

$f'(1)=6$

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 다항함수 $g(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^3}=2$이고, 함수 $y=f(x)g(x)$가 모든 실수에 대하여 연속일 때, 닫힌구간 $[0,\ 3]$에서 함수 $y=|g(x)-4x|$의 최댓값은? [5.3점]



$\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^3}=2$

$f(x)g(x)$ 모든 실수

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$g(x)=2x^3+ax^2+bx+c$

$f(0)=-1$

$\frac{f(h)+f(0)-0-1-f(0)}{h}$

$\frac{f(h-0)-f(1)}{h}$

$\frac{2}{2}=1$

$\lim_{h\to0}\frac{f(h-0)+f(0)}{h}$

$f(0)=-1$

$f'(0)\ 3-\frac{1}{h}$

3

$\frac{f(x^2)-f(1)-3+f(1)}{x-1}$

$\frac{3-f(1)}{x-1}$

$\frac{f(x^2)-f(1)}{(x-1)(x+1)}\times(x+1)$

$\frac{f(1)+f(h)+3h-1-f(1)}{h}$

$2f'(1)=12$

$f'(1)=6$

$\lim_{h\to0}$

$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$\frac{f(h)}{h}+3=6$

$\frac{f(h)}{h}=3$

[논술형 1] $\lim_{x \to 3} \frac{a-\sqrt{b-x}}{x-3} = \frac{1}{6}$일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, b는 상수) [총 6.0점]

$a=\sqrt{b-3}$

(1) a를 b에 대한 식으로 나타내시오. [2.0점]

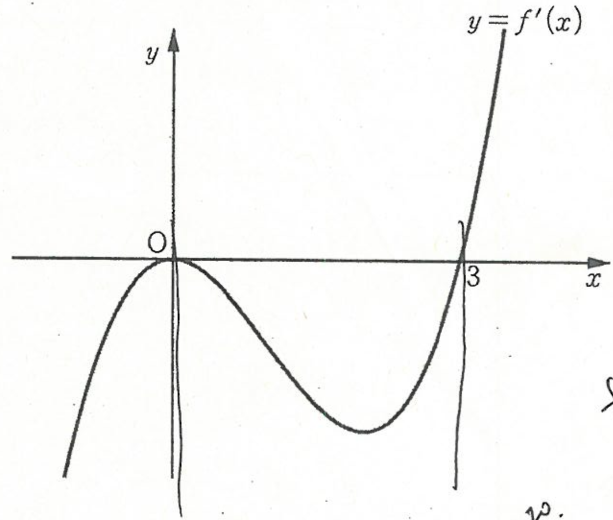
(2) a, b의 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오. [4.0점]

$b=12$ $a=3$

(1) $\lim_{x \to 3}$

[논술형 2] 함수 $f(x)=x^4+ax^3+b$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. $f(0)=20$일 때, 상수 a, b의 값과 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하는 과정을 설명하고 답을 쓰시오. (단, $f'(0)=0$, $f'(3)=0$이다.) [6.0점]

$4x^3+3ax^2$



$f'(x)=0$

$f(0)=20$.

$f'(0)=0$.

0 2 3

$f(x)$

$f'(x)$

910

$b=1$

76

65

65

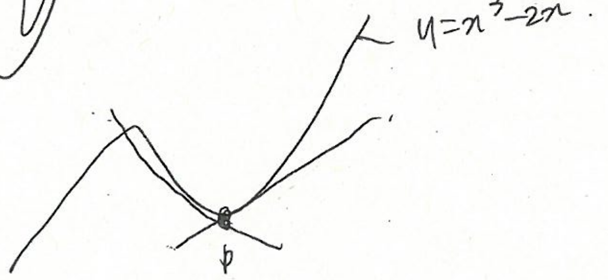
[논술형 3] 곡선 $y = x^3 - 2x$ 위의 점 P에서의 접선 l이 곡선과 다시 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q에서의 접선을 m이라 하자. 두 직선 l, m의 기울기의 곱이 $-\frac{5}{4}$일 때, 직선 PQ의 기울기의 최솟값을 구하는 과정을 설명하고 답을 쓰시오. [8.0점]

$3t^2 - 2t =$

$y - (t^3 - 2t) = (3t^2 - 2)(x - t)$

$y = (3t^2 - 2)x - 3t^3 \cancel{+2t} + t^3 \cancel{-2t}$

$(3t^2 - 2)x - 2t^3$



※ 확인사항
답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.