

2020년 삼계고 수학(하) 중간고사

1. 집합이 아닌 것은? [3.6점]

- ① 유리수의 모임
- ② 4의 배수의 모임
- ③ 이차방정식 $x^2=4$ 의 해의 모임
- ④ 우리 반에서 안경을 쓰지 않은 학생의 모임
- ⑤ 인구가 적은 도시의 모임

2. 두 집합 $A=\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B=\{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.0점]

< 보 기 >

ㄱ. $\emptyset \in A$

ㄴ. 두 집합 A 와 B 는 서로소이다.

ㄷ. 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. 자연수 a, b 에 대하여 두 집합 $A=\{a^2, 9\}$, $B=\{4, b^2\}$ 가 서로 같을 때, $a+b$ 의 값은? [3.9점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 어느 학교 학생 30 명을 대상으로 학교 안전 홍보물을 제작하기 위하여 두 가지 안 A, B에 대해 선호도 조사를 했더니 A 안을 택한 학생은 20 명, B 안을 택한 학생은 15 명이였다. A 안과 B 안을 모두 택한 학생 수의 최댓값과 최솟값의 합은? [4.5점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

5. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, $A \cup C = \{3, 4, 5\}$ 일 때, $A \cup (B \cap C)$ 는? [4.2점]

- ① $\{3\}$
- ② $\{2, 4\}$
- ③ $\{1, 3, 5\}$
- ④ $\{1, 2, 4, 5\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $(B-A) \cup (A \cup B)^C$ 와 같은 집합은? [4.4점]

- ① A ② A^C ③ $A-B$ ④ $B-A$ ⑤ $A \cup B$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 30$,
 $n(A) = 15$, $n(B) = 10$, $n(A^C \cap B^C) = 10$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는?
 [4.3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

8. 참인 명제는? [3.8점]

- ① 인생은 아름답다.
 ② x 는 10의 약수이다.
 ③ 7은 소수이다.
 ④ 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + 3 < 0$ 이다.
 ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 1 > 0$ 이다.

9. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 반드시 참인 것은? [4.1점]

- ① $p \rightarrow q$
 ② $p \rightarrow \sim q$
 ③ $q \rightarrow p$
 ④ $\sim q \rightarrow p$
 ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

10. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각
 P, Q 라 할 때, 옳은 것은? [4.4점]

- ① $P \cup Q = Q$ 이면 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이다.
 ② 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $Q \subset P$ 이다.
 ③ $P - Q = \emptyset$ 이면 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이다.
 ④ $P \neq U$ 이면 '모든 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.
 ⑤ $P = \emptyset$ 이면 '어떤 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.

11. 두 조건 p, q 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.2점]

$p : x$ 는 12의 약수이다. $q : x$ 는 4의 약수이다.

- ① p 의 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$ 이다.
 ② q 의 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$ 이다.
 ③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ④ 명제 ' p 이면 q 이다'는 참이다.
 ⑤ q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

12. 두 조건 p, q 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.3점]

$$p : x^2 - 8x + 16 = 0 \quad q : x^3 - 8x^2 + 16x = 0$$

- ① p 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.
 ② q 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.
 ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 ④ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ⑤ q 는 p 이기 위한 충분조건이다.

13. 실수 a, b, c 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

㉠. $ac=bc$ 이면 $a=b$ 이다.

㉡. $a=0, b=0$ 은 $a+b\sqrt{2}=0$ 이기 위한 필요충분조건이다.

㉢. $|a+b|=|a|+|b|$ 은 $ab=0$ 이기 위한 필요조건이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

14. 양수 a, b 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 각각 다음과 같다.

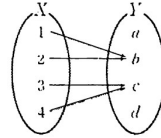
$$p : x^2 < a \quad q : x^2 - 4 < 3x \quad r : x + b \geq 0$$

p 는 q 이기 위한 필요조건이고, q 는 r 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 합은? [4.7점]

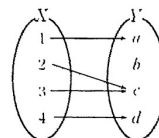
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 16 ⑤ 17

15. 다음 대응 중에서 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 아닌 것은? [3.7점]

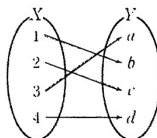
①



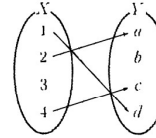
②



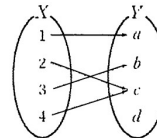
③



④



⑤



16. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합일 때, 일대일함수를 <보기>에서 모두 고른 것은? [4.0점]

㉠. $y = 3x + 1$

㉡. $y = -x^2 + 2$

㉢. $y = |x|$

㉣. $y = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ 2x & (x < 0) \end{cases}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

17. 일차함수 f 에 대하여 $f^{-1}(3)=2$, $(f \circ f)(2)=4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f(2x-1)=6x+4$ 가 성립할 때, 역함수는 $f^{-1}(x)=ax+b$ 이다. 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.6점]

- ① $-\frac{13}{3}$ ② -2 ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 5

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=|x|x+a$ 와 그 역함수 f^{-1} 에 대하여 $f^{-1}(1)=-3$ 일 때, $(f \circ f)^{-1}(14)$ 의 값은? [4.9점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 0
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수 $f(x)=|x|$, $g(x)=x^2-2x$, $h(x)=-x^2+kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

< 보 기 >

- ㄱ. $(f \circ g)(1)=1$
ㄴ. 함수 $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다.
ㄷ. 함수 $y=(g \circ f)(x)+h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는 5이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

논술형

[논술형 1] 다음 물음에 답하시오. [총 4점]

(1) 명제 ' $ab=0$ 이면 $a=0$ 또는 $b=0$ 이다.'의 역을 구하시오.

(2점)

(2) 명제 ' $ab=0$ 이면 $a=0$ 또는 $b=0$ 이다.'의 대우를 구하시오.

(2점)

[논술형 2] $a > 2$ 일 때, $2a + \frac{8}{a-2}$ 의 최솟값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [5점]

[논술형 3] 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a| - |b| \leq |a-b|$ 이 성립함을 증명하고 등호가 성립할 조건을 논술하시오. [6점]

정답

- 1) ⑤
- 2) ⑤
- 3) ④
- 4) ④
- 5) ①
- 6) ②
- 7) ①
- 8) ③
- 9) ②
- 10) ③
- 11) ②
- 12) ④
- 13) ③
- 14) ⑤
- 15) ④
- 16) ③
- 17) ②
- 18) ②
- 19) ①
- 20) ③

[논술형 1] (1) $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이면, $ab = 0$ 이다.

(2) $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0$ 이면, $ab \neq 0$ 이다.

[논술형 2] 12

[논술형 3]

(i) $|a| < |b|$ 일 경우.
 $|a| - |b| < 0$ 이고 $|a - b| \geq 0$ 이므로
 $|a| - |b| < |a - b|$ 이다.

(ii) $|a| \geq |b|$ 일 경우.

$|a| - |b| \geq 0$, $|a - b| \geq 0$

$$|a - b|^2 - (|a| - |b|)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2|a||b| - b^2$$

$$= 2(|a||b| - ab)$$

$|a||b| \geq ab$ 이므로

$$(|a| - |b|)^2 \leq |a - b|^2 \text{ 이다.}$$

따라서 $|a| - |b| \leq |a - b|$

즉 $|a| \geq |b|$ 일 때 성립한다.