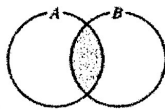


2021년 태성고 수학(하) 중간고사

객관식 : 17 문항 × (4.1 ~ 5.7) 점 = 80 점
 논술형 : 3 문항 × (6 ~ 7) 점 = 20 점
 총면수 : 4면 총 점수 : 100 점

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 12\}$

에 대하여 오른쪽 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 원소나 열거법으로 나타내면? [4.1점]



- ① $\{1, 2\}$ ② $\{3, 6\}$ ③ $\{9, 12\}$
 ④ $\{1, 2, 3, 6\}$ ⑤ $\{3, 6, 9, 12\}$

2. 참인 명제를 고르면? [4.1점]

- ① 마름모이면 정사각형이다.
 ② 직사각형이면 정사각형이다.
 ③ 사다리꼴은 평행사변형이다.
 ④ 정사각형이면 직사각형이다.
 ⑤ 정사각형이 아니면 직사각형이 아니다.

3. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 를 구하면? [4.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 두 집합 A, B 에 대하여

$$n(A) = 30, \quad n(B) = 24, \quad n(A \cap B) = 18$$

일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하면? [4.3점]

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 54

5. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 고르면? [4.3점]

<보 기>

- ㄱ. $0 \notin A$ ㄴ. $\emptyset \subset A$
 ㄷ. $\{0, 1\} \subset A$ ㄹ. $\{0, 1\} \notin A$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

6. <보기>의 명제 중 그 역이 참인 명제만을 있는 대로 고르면? [4.5점]

<보 기>

- ㄱ. $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.
 ㄴ. $x = y$ 이면 $x^2 = y^2$ 이다.
 ㄷ. 마름모이면 직사각형이다.
 ㄹ. 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것을 고르면? (단, x, y 는 실수이다.) [4.5점]

- ① $p: |x| > 1$ $q: x > 1$
 ② $p: |x| > y$ $q: y < 0$
 ③ $p: x^2 = y^2$ $q: x = y$
 ④ $p: 2x - 4 < 0$ $q: x < 2$
 ⑤ $p: x > y > 0$ $q: x^2 > y^2$

8. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 <보기>에서 X 에서 Y 로의 함수인 것만을 고르면? [4.5점]

<보 기>	
㉠. $f(x) = x$	㉡. $f(x) = x + 2$
㉢. $f(x) = -x^2 + x + 1$	㉣. $f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ -x+1 & (x < 1) \end{cases}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 에서 정의된 두 조건
 'p: x 는 6의 양의 약수이다.', 'q: $3x - 24 \leq 0$ '
 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 할 때, $P \subset X \subset Q$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면? [4.7점]
- ① 4 ② 16 ③ 64 ④ 256 ⑤ 1024

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$ 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 C 의 개수를 구하면? [4.7점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

11. 명제 ' $k-1 \leq x \leq k+3$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $1 \leq x \leq 2$ 이다.'가 참이 되게 하는 정수 k 의 개수를 구하면? [4.7점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 실수 전체 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} (3-a)x-1 & (x \geq 0) \\ (a+1)x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a 값의 범위를 구하면? [5점]

- ① $-1 < a < 3$
 ② $-3 < a < 1$
 ③ $-3 < a < -1$
 ④ $a < -1$ 또는 $a > 3$
 ⑤ $a < -3$ 또는 $a > 1$

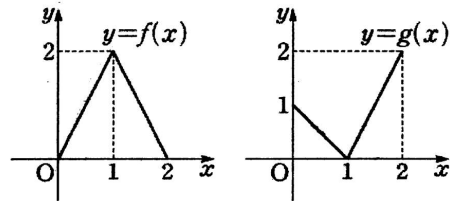
13. 실수 전체 집합에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = x^2 - 1$, $h(x) = x - 3$
 일 때, $(f \circ (g \circ h))(x) = 24$ 을 만족시키는 모든 실수 x
 의 값의 합을 구하면? [5점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = k$ 를 만족시키는
 실수 k 의 최댓값을 구하면? [5점]
- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{20}{3}$

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 조건 ' $p: x^2 - 6x + 8 \leq 0$ '의 진리집합을 P , 두 조건 q, r 의 진리집합을 각각 Q, R 라고 하자. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim p \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 두 집합 Q, R 의 순서쌍 (Q, R) 의 개수를 구하면? [5.3점]
- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

16. 집합 $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 모든 원소 x 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 '3x를 5로 나눈 나머지'로 정의하고, X 에서 X 로의 함수 $g(x)$ 는 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족시킨다. $g(2) = 3$ 일 때, $g(0) + g(4)$ 의 값을 구하면? [5.3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

17. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 에 대하여 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같고, X 에서 실수 전체 집합으로의 함수 h 가 $h(x) = x^2$ 이다. 이 때 $(h \circ f \circ g)(x) = 1$ 를 만족하는 서로 다른 실수 x 의 합을 구하면? [5.7점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

※ 여기서부터 논술형 문제입니다.

논술형 답안지에 반드시 풀이과정을 포함하여 답안을 작성하시오. 답안만 작성 시 '0' 점 처리됩니다.

[논술형 1]

명제 ' $\sqrt{3}$ 는 유리수가 아니다.'가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오. [6점]

[논술형 2]

좌표평면에서 기울기가 $a(0 < a < 2)$ 인 직선 l 과 기울기가 b 인 직선 m 이 원 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$ 의 넓이를 4등분한다. 직선 l 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_1 , 직선 m 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최솟값을 구하시오. [7점]

[논술형 3]

실수 전체 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 5) \\ -5x + 30 & (x > 5) \end{cases}$$

에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y = -x^2 + 13x + k$ 의 그래프와 오직 한 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값을 구하시오. [7점]

정답)

1) ②

2) ④

3) ⑤

4) ④

5) ③

6) ①

7) ⑤

8) ④

9) ②

10) ③

11) ③

12) ①

13) ②

14) ②

15) ⑤

16) ①

17) ⑤

[논술형 1]

[논술형 2] 21

[논술형 3] -51