



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 **함수의 연속성을 판단하는 문제**가 자주 출제된다. 함수의 그래프 또는 주어진 함수식에서 좌극한, 우극한 그리고 함숫값이 동일한지를 판단하게 된다. 해당 과정에서 함수의 범위에 따라 함수식이 다르게 정의되어 있는 경우가 많으므로 연속성을 판단하는 과정에서 실수하지 않도록 한다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

1. 다음 함수 중 모든 실수에서 연속인 함수를 고르면?

- ① $y = \frac{x+1}{x-3}$ ② $y = \frac{5x+1}{x^2+x}$
③ $y = \frac{3}{2x+1}$ ④ $y = \frac{5x}{x^2+x+1}$
⑤ $y = \frac{7x}{x^2+4x+4}$

[중단원 학습 점검]

2. 함수 $f(x) = \begin{cases} -3x+b & (x>0) \\ x^2+2x+a & (x\leq 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[중단원 학습 점검]

3. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x+2} & (x\neq -2) \\ 5 & (x=-2) \end{cases}$ 가 $x=-2$ 에서 연속일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 14
③ 17 ④ 20
⑤ 23

[중단원 학습 점검]

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} x(x-1) & (|x|>1) \\ -x^2+ax+b & (|x|\leq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 3

[대단원 학습 점검]

5. 연속함수 $f(x)$ 가 $(x+3)f(x) = \sqrt{x^2-x-3}+ax$ 를 만족시킬 때, $f(-3)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{6}$
③ 1 ④ $\frac{1}{6}$
⑤ $\frac{1}{4}$

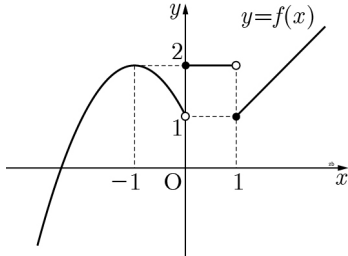
[중단원 학습 점검]

6. 두 함수 $f(x) = x-4$, $g(x) = \begin{cases} x^2+4 & (x\geq a) \\ 5x-2 & (x< a) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

[대단원 학습 점검]

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 고른 것은?



<보기>

㉠. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$

㉡. $\lim_{x \rightarrow -1+} f(-x) = f(1)$

㉢. 함수 $f(x)f(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㉠ ② ㉡
③ ㉠, ㉢ ④ ㉡, ㉢
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

[대단원 학습 점검]

8. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-1} & (x \neq 1) \\ 3 & (x = 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 연속일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?

- ① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

[중단원 학습 점검]

9. 구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & (x \neq 2) \\ 0 & (x = 2) \end{cases}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하면?

- ① 최댓값: 4, 최솟값: -4
② 최댓값: 2, 최솟값: $-\frac{1}{2}$
③ 최댓값은 없다, 최솟값: $-\frac{1}{2}$
④ 최댓값: 1 최솟값은 없다.
⑤ 최댓값과 최솟값 모두 없다.

[중단원 학습 점검]

10. 방정식 $x^2+x+a=0$ 이 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 한 개의 실근을 갖기 위한 a 값의 범위는?

- ① $-2 < a < -1$ ② $-2 < a < 0$
③ $-1 < a < 1$ ④ $-1 < a < 2$
⑤ $0 < a < 2$

[중단원 학습 점검]

11. 함수 $f(x) = 2x^2 + 5$, $g(x) = x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 학습 점검]

12. $f_0(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$,
 $f_1(x) = x(x-2)(x-3)$, $f_2(x) = x(x-1)(x-3)$,
 $f_3(x) = x(x-1)(x-2)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를
 $f(x) = f_0(x) + f_1(x) + f_2(x) + f_3(x)$ 라 할 때, 방정식
 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[대단원 학습 점검]

13. 연속함수 $f(x)$ 가 $f(-1) = 0, f(0) = -1$
 $f(1) = 2, f(2) = 3$ 을 만족할 때,
방정식 $f(x) - x = 0$ 은 구간 $[-1, 2]$ 에서 적어도 몇
개의 실근을 갖게 되는가?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[대단원 학습 점검]

14. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} -2x+a & (x < 0) \\ x^3 & (x \geq 0) \end{cases}$,
 $g(x) = \begin{cases} x^2+3 & (x < 0) \\ x+b & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여 함수
 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수
 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?
 ① -2 ② -3
 ③ -4 ④ -5
 ⑤ -6

실전문제

15. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가
 $(x+1)f(x) = ax^2 - bx$, $f(1) = 3$ 을 만족시킬 때,
 $f(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)
 ① -7 ② -5
 ③ -3 ④ 1
 ⑤ 3

16. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2+a & (x \geq 1) \\ 2x+1 & (-1 \leq x < 1) \\ x+b & (x < -1) \end{cases}$ 가 모든 실
 수 x 에서 연속일 때, $f(2)+f(-2)$ 의 값은?
 ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

17. 두 함수 $f(x)$, $f(x)g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때,
 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $f(x)\{f(x)+g(x)\}$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄷ

18. 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고
 $f(0) = 2$, $f(1) = 0$ 일 때, 실근이 열린구간 $(0, 1)$ 에
 반드시 존재하는 방정식만을 <보기>에서 있는 대로
 고른 것은?

<보기>

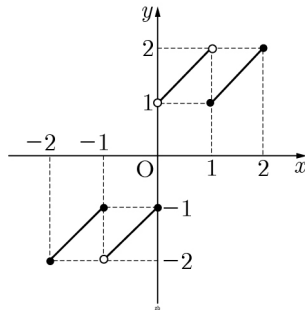
- ㄱ. $f(x) + 2x = 0$ ㄴ. $f(x) - x^2 = 0$
 ㄷ. $f(x) - \frac{1}{x+1} = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
 ⑤ ㄴ, ㄷ

19. 다음 중 모든 실수에서 연속인 함수가 아닌 것
 은?

- ① $y = 3x^2 + 2x + 6$
 ② $y = \frac{x}{x^2 - 2x + 3}$
 ③ $y = \begin{cases} x+2 & (x < -1) \\ x^2 & (x \geq -1) \end{cases}$
 ④ $y = \begin{cases} \frac{x^2+3x+2}{x+1} & (x \neq -1) \\ 3 & (x = -1) \end{cases}$
 ⑤ $y = |x^2 - 2x - 2|$

20. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 가 존재한다.
- ㄴ. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $(g \circ g)(x)$ 가 불연속인 점은 1개이다.
- ㄷ. 방정식 $g(g(x)) = -1$ 의 실근이 0과 2 사이에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] ① $y = \frac{x+1}{x-3}$: $x=3$ 에서 불연속

② $y = \frac{5x+1}{x^2+x}$: $x=0$, $x=-1$ 에서 불연속

③ $y = \frac{3}{2x+1}$: $x = -\frac{1}{2}$ 에서 불연속

⑤ $y = \frac{7x}{x^2+4x+4}$: $x = -2$ 에서 불연속

2) [정답] ①

[해설] $f(x) = \begin{cases} -3x+b & (x>0) \\ x^2+2x+a & (x\leq 0) \end{cases}$ 가

$x=0$ 에서 연속이므로

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = b$ 가 같아야 한다.

그러므로 $a=b$, 즉 $a-b=0$ 이다.

3) [정답] ⑤

[해설] $x=-2$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2)$

$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+ax+b}{x+2} = 5 \dots\dots \textcircled{A}$

$x \rightarrow -2$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이므로
(분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2+ax+b) = 0$ 에서

$4-2a+b=0 \therefore b=2a-4 \dots\dots \textcircled{B}$

따라서 ㉠을 ㉡에 대입하면

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+ax+2a-4}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+a-2)}{x+2}$

$= \lim_{x \rightarrow -2} (x+a-2) = a-4=5$

$\therefore a=9, b=14, a+b=23$

4) [정답] ①

[해설] $f(x) = \begin{cases} x(x-1) & (|x|>1) \\ -x^2+ax+b & (|x|\leq 1) \end{cases}$ 이므로

$x=\pm 1$ 에서 연속이면 모든 실수에서 연속이다.

(i) $x=1$ 일 때, $f(1)=-1+a+b$,

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2+ax+b) = -1+a+b$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x(x-1) = 0$

$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 이므로

$-1+a+b=0, \therefore a+b=1 \dots\dots \textcircled{A}$

(ii) $x=-1$ 일 때, $f(-1)=-1-a+b$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} x(x-1) = 2$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-x^2+ax+b) = -1-a+b$

$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ 이므로

$-1-a+b=2, \therefore -a+b=3 \dots\dots \textcircled{B}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$

따라서 $a-b=-1-2=-3$ 이다.

5) [정답] ②

[해설] $(x+3)f(x) = \sqrt{x^2-x-3}+ax$ 에서

$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-3}+ax}{x+3}$ (단, $x \neq -3$)

이때, $f(x)$ 가 연속함수이므로

$f(-3) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2-x-3}+ax}{x+3}$ 에서

$\lim_{x \rightarrow -3} (x+3) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2-x-3}+ax) = 0$ 이어야 한다. 즉,

$\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2-x-3}+ax)$

$= \sqrt{(-3)^2-(-3)-3}+3a = 3-3a=0, a=1$

$\therefore f(-3) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2-x-3}+x}{x+3}$

$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(\sqrt{x^2-x-3}+x)(\sqrt{x^2-x-3}-x)}{(x+3)(\sqrt{x^2-x-3}-x)}$

$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-1}{\sqrt{x^2-x-3}-x}$

$= \frac{-1}{\sqrt{(-3)^2-(-3)-3}-(-3)} = -\frac{1}{6}$

6) [정답] ③

[해설] 함수 $y=f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $x=a$ 에서도 연속이다.

즉, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)g(x) = f(a)g(a)$

$\lim_{x \rightarrow a^-} (x-4)(5x-2) = (a-4)(5a-2) \dots\dots \textcircled{A}$

$\lim_{x \rightarrow a^+} (x-4)(x^2+4) = (a-4)(a^2+4) \dots\dots \textcircled{B}$

$\textcircled{A} = \textcircled{B}$ 에서 $(a-4)(5a-2) = (a-4)(a^2+4)$

$(a-4)(a^2-5a+6) = 0, (a-4)(a-2)(a-3) = 0$

$a=2$ 또는 $a=3$ 또는 $a=4$ 이다.

따라서 구하는 모든 실수 a 의 값의 합은
 $2+3+4=9$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ (참)

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(-x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ 이고,

$f(1) = 1$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(-x) \neq f(1)$ 이다. (거짓)

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)f(x+1)$

$= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \times 2 = 2,$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)f(x+1)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 2 \times 1 = 2$$

$$f(0)f(1) = 2 \times 1 = 2 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)f(x+1) = f(0)f(1)$$

즉, 함수 $f(x)f(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

8) [정답] ③

[해설] 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \text{ 에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-1} = 3 \dots\dots ㉠$$

$x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x+3}-b) = 0 \text{ 이므로}$$

$$2a-b=0, \quad b=2a \dots\dots ㉡$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3}-2a}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x+3-4)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

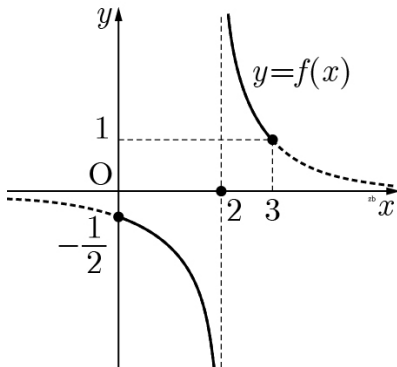
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{a}{4} = 3$$

$$\therefore a=12, \quad b=24, \quad b-a=12$$

9) [정답] ⑤

[해설] 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 불연속이므로

최대, 최소의 정리를 적용할 수 없다. 실제로
 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로
최댓값, 최솟값이 모두 존재하지 않는다.



⑤ 최댓값과 최솟값 모두 없다.

10) [정답] ②

[해설] $f(x)=x^2+x+a$ 라 하면 함수 $f(x)$ 가 구간
[0, 1]에서 연속이므로 $f(0)f(1) < 0$ 이면 방정식
 $f(x)=0$ 이 구간 (0, 1)에서 적어도 한 개의
실근을 갖는다. 즉, $a(a+2) < 0$ 에서
 $-2 < a < 0$

11) [정답] ⑤

[해설] 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면
모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \neq 0$ 이어야 한다.

방정식 $x^2-4x+a=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D=16-4a < 0$, 즉 $4 < a$

따라서 자연수 a 의 최솟값은 5이다.

12) [정답] ④

[해설] $f(x)=0$ 은 삼차방정식이므로 최대 3개의

서로 다른 실근을 가질 수 있다. ㉠

이때, $y=f_i(x)$, ($i=0,1,2,3$)은 각각 연속함수
이므로 연속함수의 성질에 의하여

$f(x)$ 는 연속함수이다. 또한, $x=0,1,2,3$ 일 때

$f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f(x)$ 의 부호를

표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	1	2	3
$f_0(x)$	-	0	0	0
$f_1(x)$	0	+	0	0
$f_2(x)$	0	0	-	0
$f_3(x)$	0	0	0	+
$f(x)$	-	+	-	+

즉 $f(0)f(1) < 0, f(1)f(2) < 0, f(2)f(3) < 0$ 이므로
사이값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$ 은 열린구간
(0, 1), (1, 2), (2, 3)에서 각각 적어도 한 개씩의
실근을 갖는다. ㉡

㉠, ㉡에 의하여 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른
3개의 실근을 갖는다.

13) [정답] ③

[해설] $g(x)=f(x)-x$ 라 하면 $g(x)$ 는 연속함수이고

$$g(-1)=f(-1)-(-1)=1 > 0,$$

$$g(0)=f(0)-0=-1 < 0,$$

$$g(1)=f(1)-1=1 > 0,$$

$$g(2)=f(2)-2=1 > 0 \text{ 이므로 방정식}$$

$$f(x)-x=0 \text{은 } -1 \text{과 } 0, 0 \text{과 } 1 \text{사이에서}$$

적어도 한 개씩의 실근을 갖는다.

따라서 방정식 $f(x)-x=0$ 은

구간 $[-1, 2]$ 에서 적어도 2개의 실근을 갖는다.

14) [정답] ②

$$[해설] f(x) = \begin{cases} -2x+a & (x < 0) \\ x^3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2+3 & (x < 0) \\ x+b & (x \geq 0) \end{cases} \text{에 대하여}$$

함수 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이려면

$$\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x)+g(x)\} = f(0)+g(0) \text{ 이어야 한다.}$$

$$f(0)+g(0) = b,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} \{f(x)+g(x)\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0-} \{(-2x+a)+(x^2+3)\} = a+3,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \{f(x)+g(x)\} = \lim_{x \rightarrow 0+} \{(x^3)+(x+b)\} = b$$

이므로 $a+3=b$, $a-b=-3$ 이다.

15) [정답] ③

[해설] $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 상수 k 에 대해서

$$ax^2 - bx = x(ax - b) = kx(x + 1)$$

가 성립한다.

$$\therefore a = k, -b = k$$

이때 $f(1) = 3, 2f(1) = a - b = 6$ 이므로

$$k - (-k) = 6 \quad \therefore k = 3$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{3x(x+1)}{x+1} = 3x \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -3$$

16) [정답] ⑤

[해설] 모든 실수 x 에서 연속이므로

$x = 1, x = -1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 + a) = \lim_{x \rightarrow 1-} (2x + 1) \quad \therefore a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} (2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -1-} (x + b) \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore f(2) + f(-2) = 4 + a - 2 + b = 4$$

17) [정답] ④

[해설] \neg . $f(x) = 0$ 이면 $f(x), f(x)g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이지만 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 불연속일 수 있다.

$$\neg$$
. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)\}^2 = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \{f(1)\}^2$$

$$\neg$$
. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)\{f(x) + g(x)\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)\}^2 + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = \{f(1)\}^2 + f(1)g(1)$$

18) [정답] ⑤

[해설] \neg . $f(x) + 2x$ 에 $x = 0$ 과 $x = 1$ 을 각각 대입하면 $f(0) + 0 = 2, f(1) + 2 = 2$

즉 $\{f(0) + 0\}\{f(1) + 2\} > 0$ 이므로 열린구간 $(0, 1)$ 에 실근이 존재하는지 알 수 없다.

\neg . $f(x) - x^2$ 에 $x = 0$ 과 $x = 1$ 을 각각 대입하면

$$f(0) - 0^2 = 2, f(1) - 1^2 = -1$$

즉 $\{f(0) - 0^2\}\{f(1) - 1^2\} < 0$ 이므로 열린구간 $(0, 1)$ 에 실근이 반드시 존재한다.

\neg . $f(x) - \frac{1}{x+1}$ 에 $x = 0$ 과 $x = 1$ 을 각각 대입하

$$\text{면 } f(0) - \frac{1}{0+1} = 1, f(1) - \frac{1}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{즉 } \left\{f(0) - \frac{1}{0+1}\right\}\left\{f(1) - \frac{1}{1+1}\right\} = -\frac{1}{2} < 0 \text{ 이므로}$$

열린구간 $(0, 1)$ 에 실근이 반드시 존재한다.

19) [정답] ④

[해설] ④에서 $x = -1$ 일 때, $y = 3$ 이고,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 2) = 1 \neq 3$$

이므로 ④의 함수는 $x = -1$ 에서 연속이 아니다.

20) [정답] ②

[해설] $y = f(-x)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대해 대칭시킨 것과 같다.

즉 함수 $g(x)$ 는 구간 $[-2, 2]$ 에서 다음과 같다.

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \neq 2) \\ -2 & (x = 0) \end{cases}$$

$$\neg$$
. $\lim_{x \rightarrow 0-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0-} f(-x) = 0$ 이고,

$$\lim_{x \rightarrow 0+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(-x) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \text{ 이다.}$$

\neg . 함수 $(g \circ g)(x)$ 는 다음과 같다.

$$(g \circ g)(x) = \begin{cases} -2 & (x \neq 2) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

즉 주어진 구간에서 $(g \circ g)(x)$ 가 불연속인 점은 $x = 0$ 에서 1개이다.

\neg . \neg 에 의해 함수 $g(g(x))$ 는 주어진 구간에서 -1 을 함숫값으로 갖지 않는다.

즉 방정식 $g(g(x)) = -1$ 의 실근은 주어진 구간에서 존재하지 않는다.