1-2.로그_미래엔(황선욱)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 **로그의 여러 가지 성질을 이용하여 계산하는 문제, 상용로그의 실생활의 활용과 관련된 문제** 등이 자주 출제되며 로 그의 밑과 진수조건이 누락되지 않도록 학습합니다.

평가문제

[중단원 마무리하기]

- **1.** $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \frac{2}{c} = 0$ 일 때, $4^a = 3^b = x^c$ 을 만족하는 x의 값을 구하면?
 - ① $\sqrt{3}$
- ② $2\sqrt{3}$
- ③ $3\sqrt{3}$
- (4) $4\sqrt{3}$
- (5) $5\sqrt{3}$

[대단원 평가하기]

- **2.** $x = \log_4(2\sqrt{5})$ 일 때, $4^x + 4^{-x} = \frac{q}{p}\sqrt{5}$ 가 성립한다. 이때 서로소 p, q에 대하여 q p의 값을 구하면?
 - ① 10
- ② 11
- 3 12
- ④ 13
- (5) 14

[대단원 평가하기]

- $egin{array}{llll} {\bf 3.} & 1$ 보다 큰 세 실수 a,b,c에 대하여 $\log_a b: \log_a c = 1:4$ 일 때, $\log_b c + \log_c b$ 의 값을 구하면?
 - ① $\frac{9}{4}$
- ② $\frac{13}{4}$
- $\frac{21}{4}$
- $\bigcirc \frac{25}{4}$

- [중단원 마무리하기]
- **4.** 이차방정식 $x^2 x \log_3 5 + \log_3 100 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha 2)(\beta 2) = \log_3 k$ 가 성립 한다. 이때 k의 값을 구하면?
 - 1 1

② 2

3 3

(4) 4

(5) 5

[중단원 마무리하기]

- **5.** $\log_3 20 = a, \log_3 \frac{5}{2} = b$ 일 때, $\log_3 40 = pa + qb$ 가 성립한다. 상수 p, q에 대하여 p + q의 값을 구하 면?
 - 1 1

② 2

3 3

(4) 4

⑤ 5

- [중단원 마무리하기]
- **6.** 모든 실수 x에 대하여 $\log_a(x^2 + 2ax + 3a)$ 가 정의되도록 하는 정수 a를 구하면?
 - 1
- ② 2
- 3 3
- 4
- **⑤** 5

[대단원 평가하기]

- **7.** $\log_{x-2}(-x^2+4x+5)$ 가 정의되도록 하는 정수 x의 값을 구하면?
 - ① 1
- ② 2

3

4

(5) 5

[중단원 마무리하기]

- 8. $\left(4^{\left(\log_36+\log_3\frac{2}{3}\right)\right)^{\log_29}}+\left(9^{\left(\log_23+\log_49\right)\right)^{\log_32}}$ 의 값을 구하면?
 - ① 317
- ② 327
- 3 337
- (4) 347
- **⑤** 357

[대단원 평가하기]

- 9. $\log_a 3 = 7, \log_b 27 = -14$ 일 때, $\log_a b$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$)
 - ① $-\frac{5}{2}$
- $3 \frac{3}{2}$
- (4) -1

[대단원 평가하기]

- **10.** $(\log_4 9 + \log_{\sqrt{2}} 3) \times \log_3 2\sqrt{2}$ 의 값을 구하면?
 - ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{5}{2}$
- $3 \frac{7}{2}$
- $4 \frac{9}{2}$

[중단원 마무리하기]

- **11.** $(\log_4 25 + \log_{16} 5)(\log_5 4 + \log_{5} \sqrt{5} 4 \sqrt{2}) = \frac{q}{p}$ **2 4**
 - 서로소 p,q에 대하여 p+q의 값을 구하면?
 - ① 61
- ② 67
- 3 73
- **4**) 79
- ⑤ 85

[중단원 마무리하기]

- **12.** $\log_4(\log_2 3) + \log_4(\log_3 4) + \log_4(\log_4 5) + \dots + \log_4(\log_6 364)$ 의 값을 구하면?
 - 1

- $2 \log_4 5$
- $3 \log_4 6$
- 4 log₂5
- ⑤ log₂6

[대단원 평가하기]

- **13.** $7^a = 12$, $7^b = 18$ 일 때, $\log_7 6 = pa + qb$ 가 성립한다. 상수 p, q에 대하여 p + q의 값을 구하면?
 - ① $\frac{2}{3}$
- $2 \frac{4}{3}$

- 3 2
- $4 \frac{8}{3}$
- $\bigcirc \frac{10}{3}$

[대단원 평가하기]

- **14.** 소리의 에너지 E와 소리의 크기A 사이에는 $\log E = 12 + 4A$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이때 크기가 20인 소리의 에너지는 크기가 5인 소리의 에너지의 몇 배인지 구하면?
 - $\bigcirc 10^{20}$
- $(2) 10^{30}$
- $3 10^{40}$
- $4 \ 10^{50}$
- (5) 10^{60}

- [중단원 마무리하기]
- **15.** log45.8 = 1.6609일 때, logx = -0.3391을 만족시키는 x의 값을 구하면?
 - ① 22.9
- ② 4.58
- ③ 2.29
- **(4)** 0.458
- **⑤** 0.0458

[중단원 마무리하기]

- **16.** $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ 일 때, $\log 25 + \log 6$ 의 값을 구하면?
 - ① 0.9010
- 2 1.9542
- ③ 2.1761
- **4**) 2.3010
- **⑤** 2.4771

[중단원 마무리하기]

- **17.** 어느 야구 선수는 앞으로 6년 동안 타율을 매년 5%씩 증가시키려는 목표를 가지고 있다. 이 야구 선수가 목표를 달성했을 때, 6년 후 타율은 현재 타율의 몇 배가 되는지를 구하면? (단, $\log 1.05 = 0.02$, $\log 1.32 = 0.12$ 으로 계산한다.)
 - ① 1.12
- ② 1.22
- ③ 1.32
- **4** 1.42
- (5) 1.52

실전문제

18. 이차방정식

$$x^2 + x_{10g_3} 8\sqrt{2} - \log_3 \frac{1}{24} + \log_3 \sqrt{2} = 0$$
의 두 실근을

 α , β 라 할 때, $(\alpha+1)(\beta+1)$ 의 값은?

- (1) 2
- (2) -1

- 3 0
- (4) 1

- (5) 2
- **19.** a, b, x, y가 1이 아닌 양수일 때, $\log_a x + \log_b y = 2$, $\log_a x + \log_b y = -1$ 이 성립한다. 이

때, $(\log_a x)^2 + (\log_b y)^2$ 의 값은?

① 2

- 2 4
- 3 6

- **4** 8
- (5) 10

20. 두 양수 a, b가 $a^{100}=10^{7}$, $b^{50}=10$ 을 만족한다. $N=a^{34}b^{52}$ 라 할 때, N의 값을 다음의 <상용로그표> 를 이용하여 구하면?

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378

- 1 2540
- 2600
- 3 2620
- ② 2630
- **⑤** 2710

@

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설]
$$4^a = 3^b = x^c = k$$
 라고 하면 $a = \log_4 k$, $b = \log_3 k$, $c = \log_x k$ 이다. 따라서 $\frac{1}{a} = \log_k 4$, $\frac{1}{b} = \log_k 3$, $\frac{1}{c} = \log_k x$ 이다.
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{c} = 0$$
에 위의 값을 대입하면 $\log_k 4 + \log_k 3 - 2\log_k x = 0$ 를 만족하므로 $x^2 = 4 \times 3$ 이다. 따라서 $x = 2\sqrt{3}$

2) [정답] ②

[해설]
$$x=\log_4(2\sqrt{5})$$
에서 로그의 정의에 의해
$$4^x=2\sqrt{5}\,,$$

$$4^x+4^{-x}=2\sqrt{5}+\frac{1}{2\sqrt{5}}=2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{21}{10}\sqrt{5}$$
 따라서 $p=10,\ q=21,\ q-p=11$

3) [정답] ③

[해설]
$$\log_a b : \log_a c = 1 : 4$$
에서 $\log_a c = 4\log_a b$, 밑이 같으므로 $c = b^4$ 이다.
$$\log_b c + \log_c b = \log_b b^4 + \log_b b = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

4) [정답] ④

[해설] 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여
$$x^2-x\log_35+\log_3100-4=0$$
의 두 근이 α,β 이므로 $\alpha+\beta=\log_35$, $\alpha\beta=\log_3100-4$
$$(\alpha-2)(\beta-2)=\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+4$$

$$=\log_3100-4-2\log_35+4=\log_3\frac{100}{25}=\log_34,$$
 따라서 $k=4$

5) [정답] ①

[해설]
$$\log_3 20 = a$$
에서 $2\log_3 2 + \log_3 5 = a$ $\log_3 \frac{5}{2} = b$ 에서 $\log_3 5 - \log_3 2 = b$ 두 식을 연립하면 $\log_3 2 = \frac{a-b}{3}$, $\log_3 5 = \frac{a+2b}{3}$ $\log_3 40 = 3\log_3 2 + \log_3 5 = 3\left(\frac{a-b}{3}\right) + \frac{a+2b}{3}$ $= \frac{4a-b}{3}$ 따라서 $p = \frac{4}{3}$, $q = -\frac{1}{3}$, $p+q=1$

6) [정답] ②

[해설] 로그가 정의되려면 (진수)>0이어야 하므로
$$x^2 + 2ax + 3a > 0 \text{에서 판별식 } \frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0 \text{ 을 만족해야 한다. 따라서 } 0 < a < 3$$
 또한, (밑)>0, (밑) \neq 1이어야 하므로

$$a > 0$$
, $a \ne 1$ 이다.
위의 조건을 모두 만족하는 정수 a 는 2이다.

7) [정답] ④

[해설] 로그가 정의되려면 (진수)> 0이어야 하므로
$$-x^2+4x+5>0,\ x^2-4x-5=(x-5)(x+1)<0$$
에서 $-1< x<5$
또한, (밑)>0, (밑) $\neq 1$ 이어야 하므로 $x-2>0,\ x-2\neq 1$, 따라서 $x>2,\ x\neq 3$
따라서 모든 조건을 만족하는 정수 x 는 4이다.

8) [정답] ③

[해설] 식을 정리하면
$$\log_3 6 + \log_3 \frac{2}{3} = \log_3 4$$
 $\log_2 3 + \log_4 9 = \log_2 9$ 이고, 따라서
$$\left(4^{\left(\log_3 6 + \log_3 \frac{2}{3}\right)\right)^{\log_2 9}} + \left(9^{\left(\log_2 3 + \log_4 9\right)\right)^{\log_3 2}}$$
 $= \left(4^{\log_3 4}\right)^{\log_2 9} + \left(9^{\log_2 9}\right)^{\log_3 2}$ $= 4^{2\log_3 2 \times 2\log_2 3} + 9^{2\log_2 3 \times \log_3 2} = 4^4 + 9^2 = 337$

9) [정답] ③

[해설]
$$\log_a 3 = 7$$
에서 $\log_3 a = \frac{1}{7}$
$$\log_b 27 = -14$$
에서 $3\log_b 3 = -14$, $\log_3 b = -\frac{3}{14}$
$$\log_a b = \frac{\log_3 b}{\log_2 a} = -\frac{3}{2}$$

10) [정답] ④

[해설]
$$(\log_4 9 + \log_{\sqrt{2}} 3) \times \log_3 2 \sqrt{2}$$

= $(\log_2 3 + \log_2 9) \times \log_3 2 \sqrt{2} = 3\log_2 3 \times \frac{3}{2} \log_3 2$
= $\frac{9}{2}$

11) [정답] ②

[해설]
$$(\log_4 25 + \log_{16} 5) (\log_5 4 + \log_{5\sqrt{5}} 4\sqrt{2})$$

 $= (\log_2 5 + \frac{1}{4} \log_2 5) (2\log_5 2 + \frac{5}{3} \log_5 2)$
 $= \frac{5}{4} \times \frac{11}{3} \log_2 5 \times \log_5 2 = \frac{55}{12}$
따라서 $p+q=67$

12) [정답] ③

[해설]
$$\log_4(\log_2 3) + \log_4(\log_3 4) + \log_4(\log_4 5)$$

 $+ \dots + \log_4(\log_6 364)$
 $= \log_4\{(\log_2 3) \times (\log_3 4) \times (\log_4 5) \times \dots \times (\log_6 364)\}$
 $= \log_4(\log_2 64) = \log_4 6$

13) [정답] ①

[해설]
$$7^a=12$$
 에서 $a=\log_712=2\log_72+\log_73$ $7^b=18$ 에서 $b=\log_718=\log_72+2\log_73$

두 식을 연립하면
$$\log_7 2 = \frac{2a-b}{3}$$
, $\log_7 3 = \frac{2b-a}{3}$ $\log_7 6 = \log_7 2 + \log_7 3 = \frac{2a-b}{3} + \frac{2b-a}{3} = \frac{a+b}{3}$ 따라서 $p+q=\frac{2}{3}$

14) [정답] ⑤

[해설] 크기가 20인 소리의 에너지를 E_1 , 크기가 5인 소리의 에너지를 E_2 라 하면 $\log E_1 = 12 + 4 \times 20 = 92$, $E_1 = 10^{92}$ $\log E_2 = 12 + 4 \times 5 = 32$, $E_2 = 10^{32}$ $\frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{92}}{10^{32}} = 10^{60}$

15) [정답] ④

[해설] 10g45.8 = 1.6609, 10gx = -0.3391에서 10g45.8 - 10gx = 2따라서 10gx = 10g45.8 - 2 = 10g0.458

16) [정답] ③

[해설] $\log 5 = 1 - \log 2$ 이므로 $\log 25 + \log 6 = \log 150 = \log 3 + \log 5 + 1$ $= 2 + \log 3 - \log 2 = 2 + 0.4771 - 0.3010 = 2.1761$

17) [정답] ③

[해설] 현재 타율을 A라고 하면 매년 5%씩 증가하므로 6년 후 타율은 $A \Big(1 + \frac{5}{100}\Big)^6 = 1.05^6 A$ 이다. 1.05^6 의 값을 구하기 위하여 상용로그를 취하면 $\log 1.05^6 = 6 \log 1.05 = 6 \times 0.02 = 0.12$ 이때 $\log 1.32 = 0.12$ 이므로 $1.05^6 = 1.32$ 이다. 따라서 6년 후 타율은 현재 타율의 1.32배 이다.

18) [정답] ⑤

[해설] 근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-\log_3 8\sqrt{2}$ $\alpha\beta=-\log_3\frac{1}{24}+\log_3\sqrt{2}=\log_3 24\sqrt{2}$ $(\alpha+1)(\beta+1)$ $=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$ $=\log_3 24\sqrt{2}-\log_3 8\sqrt{2}+1$ $=\log_3 3+1=2$

19) [정답] ④

[해설] $\log_a x = A, \log_b y = B$ 라 두면 $\log_a x + \log_b y = 2$ 는 A + B = 2이고, $\log_x a + \log_y b = -1$ 는 $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = -1$. $\frac{A + B}{AB} = -1$ 이므로 AB = -(A + B) = -2 따라서 $(\log_a x)^2 + (\log_b y)^2$

$$= A^2 + B^2 = (A+B)^2 - 2AB = 2^2 - 2 \times (-2) = 8$$

20) [정답] ④

[해설] $a^{100} = 10^7$ 의 양변에 상용로그를 취하면 $\log a^{100} = \log 10^7$ $100 \log a = 7$ ∴ $\log a = \frac{7}{100} = 0.07$ $b^{50} = 10$ 의 양변에 상용로그를 취하면 $\log b^{50} = \log 10$ $50 \log b = 1$ ∴ $\log b = \frac{1}{50} = 0.02$ $N = a^{34}b^{52}$ 이므로 이 식의 양변에 상용로그를 취하면 $\log N = \log(a^{34}b^{52}) = \log a^{34} + \log b^{52}$ $= 34 \log a + 52 \log b = 34 \times 0.07 + 52 \times 0.02$ = 2.38 + 1.04 = 3.42 이다. 이때, 주어진 표에서 $\log 2.63 = 0.4200$ 이므로 $\log N = 3 + 0.4200 = 3 + \log 2.63$ $= \log(2.63 \times 10^3) = \log 2630$ 이다. ∴ N = 2630