



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-04

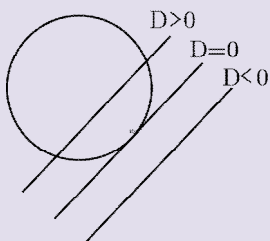
2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

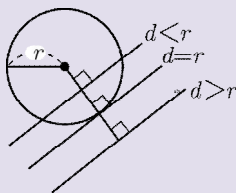
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 원과 직선의 위치관계**(1) 판별식 이용**원의 방정식과 직선의 방정식에서 한 문자를 소거하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D 라 할 때

- ① $D > 0 \rightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ② $D = 0 \rightarrow$ 한 점에서 만난다.
 ③ $D < 0 \rightarrow$ 만나지 않는다.

**(2) 원의 중심과 직선 사이의 거리 이용**

- ① $d < r \rightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ② $d = r \rightarrow$ 한 점에서 만난다.
 ③ $d > r \rightarrow$ 만나지 않는다.



■ 원 O 와 직선 l 의 방정식이 다음과 같을 때, 원 O 와 직선 l 의 위치관계를 말하여라.

1. $O: x^2 + y^2 = 1, l: y = 2x + 3$

2. $O: x^2 + y^2 = 1, l: y = 2x + 4$

3. $O: x^2 + y^2 = 2, l: y = -3x - 5$

4. $O: x^2 + y^2 = 4, l: y = -x + 1$

5. $O: x^2 + y^2 = 4, l: 3x + 4y + 4 = 0$

6. $O: x^2 + y^2 = 5, l: 2x + y - 5 = 0$

7. $O: x^2 + y^2 = 9, l: y = 2x + 1$

8. $O: x^2 + y^2 = 10, l: y = x - 1$

9. $O: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 6, l: 3x - y - 1 = 0$

10. $O: x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0, l: x - y - 3 = 0$

11. $O: x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0, l: x - 2y + 2 = 0$

12. $O: x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0, l: x + 3y - 2 = 0$

13. $O: x^2 + y^2 - 3x + y - 2 = 0, l: x + y - 4 = 0$

14. $O: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0, l: 3x + 4y = 0$

15. $O: x^2 + y^2 + 4x - 3y - 6 = 0, l: x - 2y + 1 = 0$

16. $O: x^2 + y^2 + 4x + 6y + 3 = 0, l: x = 2$

17. $O: x^2 + y^2 + 10x + 2y + 17 = 0, l: x + 2y + 3 = 0$

■ 다음 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

18. $x^2 + y^2 = 2, y = x + k$

19. $x^2 + y^2 = 2, y = 2x + k$

20. $x^2 + y^2 = 4, y = 3x + k$

21. $x^2 + y^2 = 4, 3x + 4y + k = 0$

22. $x^2 + y^2 = 5, y = 2x + k$

23. $x^2 + y^2 = 5, y = kx - 3$

24. $x^2 + y^2 = 9, y = x + k$

25. $x^2 + y^2 = 9, y = -x + k$

26. $x^2 + y^2 = 9, y = \sqrt{3}x + k$

27. $x^2 + y^2 = k^2, y = 2x + 3$

28. $(x - 1)^2 + y^2 = 2, y = x + k$

29. $(x - 2)^2 + y^2 = 2, y = -x + k$

30. $(x-4)^2 + y^2 = 16, y = kx + 2$

31. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2, y = x + k$

32. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1, y = kx$

33. $(x+7)^2 + (y-3)^2 = 36, 3x - 4y + k = 0$

34. $x^2 + y^2 - 2x = 0, kx - y + 1 = 0$

35. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0, y = 2x + k$

36. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0, y = x + 2k$

37. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0, y = 2x + k$

38. $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0, y = -2x - k$

■ 다음 원과 직선이 접할 때, 실수 k 의 값을 구하여라.

39. $x^2 + y^2 = 1, y = x + k$

40. $x^2 + y^2 = 4, y = 3x + k$

41. $x^2 + y^2 = 4, x - y + k = 0$

42. $x^2 + y^2 = 5, y = 2x + k$

43. $x^2 + y^2 = 8, y = -2x + k$

44. $x^2 + y^2 = 9, x - y + k = 0$

45. $x^2 + y^2 = 9, y = kx + 5$

46. $x^2 + y^2 = 10, y = 3x + k$

47. $(x-1)^2 + y^2 = 2, y = x + k$

48. $x^2 + (y+3)^2 = 10, x+3y+k=0$

49. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2, y=x+k$

50. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2, y=x+k$

51. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9, 2x-y+k=0$

52. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 20, 2x+y+k=0$

53. $(x+7)^2 + (y-3)^2 = 36, 3x-4y+k=0$

54. $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0, y=-2x-k$

55. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0, x+2y+k=0$

56. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0, y=x+2k$

■ 다음 원과 직선이 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

57. $x^2 + y^2 = 1, y=k(x-3)$

58. $x^2 + y^2 = 1, y=-kx-2$

59. $x^2 + y^2 = 2, x-y+k=0$

60. $x^2 + y^2 = 4, y=-2x+k$

61. $x^2 + y^2 = 4, y=3x+k$

62. $x^2 + y^2 = 9, x-y+k=0$

63. $x^2 + y^2 = 9, 3x-4y+k=0$

64. $(x-1)^2 + y^2 = 2, y=x+k$

65. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2, y=x+k$

66. $(x+7)^2 + (y-3)^2 = 36, 3x-4y+k=0$

67. $x^2 + y^2 = k, y = -x + 1$

68. $(x-k)^2 + y^2 = 1, x+y=2$

69. $x^2 + (y-k)^2 = 10, y = x - 1$

70. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0, y = -x + k$

71. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0, y = -x + k$

72. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0, y = x + 2k$



정답 및 해설

1) 만나지 않는다.

⇒ $y = 2x + 3$ 을 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$5x^2 + 12x + 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 6^2 - 5 \cdot 8 = -4 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

2) 만나지 않는다.

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + (2x + 4)^2 = 1, \quad x^2 + 4x^2 + 16x + 16 = 1$$

$$\therefore 5x^2 + 16x + 15 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 8^2 - 5 \cdot 15 = -11 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

3) 만나지 않는다.

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + (-3x - 5)^2 = 2, \quad x^2 + 9x^2 + 30x + 25 = 2$$

$$\therefore 10x^2 + 30x + 23 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 15^2 - 10 \cdot 23 = -5 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

4) 서로 다른 두 점에서 만난다.

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + (-x + 1)^2 = 4, \quad x^2 + x^2 - 2x + 1 = 4$$

$$\therefore 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2 \cdot (-3) = 7 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

5) 서로 다른 두 점에서 만난다.

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$\text{직선 } l \text{에서 } 4y = -3x - 4 \therefore y = -\frac{3}{4}x - 1$$

이 식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + \left(-\frac{3}{4}x - 1\right)^2 = 4, \quad 16x^2 + (3x + 4)^2 = 64$$

$$16x^2 + 9x^2 + 24x + 16 = 64 \therefore 25x^2 + 24x - 48 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 12^2 - 25 \cdot (-48) > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

6) 접한다.(한 점에서 만난다.)

⇒ 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $2x + y - 5 = 0$ 사이의 거

$$\text{리는 } \frac{|0+0-5|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이고 $\sqrt{5} = \sqrt{5}$ 이므로 원 O 와 직선 l 은 접한다.(한 점에서 만난다.)

7) 서로 다른 두 점에서 만난다.

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + (2x + 1)^2 = 9, \quad x^2 + 4x^2 + 4x + 1 = 9$$

$$\therefore 5x^2 + 4x - 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 5 \cdot (-8) = 44 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

8) 서로 다른 두 점에서 만난다.

⇒ $y = x - 1$ 을 $x^2 + y^2 = 10$ 에 대입하면

$$x^2 + (x - 1)^2 = 10 \therefore 2x^2 - 2x - 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2 \cdot (-9) = 19 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

9) 만나지 않는다.

⇒ 원의 중심 $(3,-2)$ 와 직선 $3x - y - 1 = 0$ 사이의

$$\text{거리는 } \frac{|9+2-1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \sqrt{10}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 이고 $\sqrt{10} > \sqrt{6}$ 이므로 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

10) 접한다.(한 점에서 만난다.)

⇒ $x - y - 3 = 0$ 에서 $y = x - 3$

이것을 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (x - 3)^2 + 2x - 4(x - 3) - 13 = 0$$

$$2x^2 - 8x + 8 = 0 \therefore x^2 - 4x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \cdot 4 = 0$$

따라서 원 O 와 직선 l 은 접한다.(한 점에서 만난다.)

11) 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\Rightarrow x - 2y + 2 = 0, \quad \text{즉 } y = \frac{1}{2}x + 1 \text{을}$$

$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ 에 대입하여 정리하면

$$5x^2 + 4x - 28 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 5 \cdot (-28) = 144 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

12) 접한다.(한 점에서 만난다.)

⇒ 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$\text{직선 } l \text{에서 } 3y = -x + 2 \therefore y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

위 식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + \left(-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right)^2 - 2x + 6\left(-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$9x^2 + x^2 - 4x + 4 - 18x - 18x + 36 = 0$$

$$10x^2 - 40x + 40 = 0$$

$$\therefore x^2 - 4x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \cdot 4 = 0$$

따라서 원과 직선은 접한다.(한 점에서 만난다.)

13) 접한다.(한 점에서 만난다.)

$$\Rightarrow x + y - 4 = 0, \text{ 즉 } y = -x + 4 \text{ 를}$$

$x^2 + y^2 - 3x + y - 2 = 0$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 3^2 - 1 \cdot 9 = 0$$

따라서 원과 직선은 접한다.(한 점에서 만난다.)

14) 만나지 않는다.

\Rightarrow 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$\text{직선 } l \text{에서 } 4y = -3x \therefore y = -\frac{3}{4}x$$

이 식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$x^2 + \left(-\frac{3}{4}x\right)^2 - 4x - 2\left(-\frac{3}{4}x\right) + 4 = 0$$

$$16x^2 + (3x+4)^2 = 64$$

$$16x^2 + 9x^2 - 64x + 24x + 64 = 0 \therefore 25x^2 - 40x + 64 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-20)^2 - 25 \cdot 64 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

15) 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\Rightarrow x - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x = 2y - 1$$

이것을 $x^2 + y^2 + 4x - 3y - 6 = 0$ 에 대입하면

$$(2y-1)^2 + y^2 + 4(2y-1) - 3y - 6 = 0$$

$$\therefore 5y^2 + y - 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-9) = 181 > 0$$

따라서 원 O 와 직선 l 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

16) 만나지 않는다.

\Rightarrow 직선 l 의 방정식을 원 O 의 방정식에 대입하면

직선 l 의 식을 원 O 의 방정식에 대입하면

$$4 + y^2 + 8 + 6y + 3 = 0$$

$$\therefore y^2 + 6y + 15 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 3^2 - 15 = -6 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

17) 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 2y + 17 = 0 \text{에서}$$

$$(x+5)^2 + (y+1)^2 = 9$$

원의 중심 $(-5, -1)$ 과 직선 $x + 2y + 3 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-5-2+3|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

원의 반지름의 길이가 3이고 $\frac{4\sqrt{5}}{5} < 3$ 이므로 원 O

와 직선 l 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

18) $-2 < k < 2$

$$\Rightarrow y = x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 2 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + (x+k)^2 = 2 \therefore 2x^2 + 2kx + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 2) = -k^2 + 4 > 0$$

$$k^2 - 4 < 0 \therefore -2 < k < 2$$

19) $-\sqrt{10} < k < \sqrt{10}$

$$\Rightarrow y = 2x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 2 \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 2) > 0, -k^2 + 10 > 0$$

$$k^2 - 10 < 0 \therefore -\sqrt{10} < k < \sqrt{10}$$

20) $-2\sqrt{10} < k < 2\sqrt{10}$

$$\Rightarrow y = 3x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 4 \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$10x^2 + 6kx + k^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = 9k^2 - 10(k^2 - 4) > 0, -k^2 + 40 > 0$$

$$k^2 < 40 \therefore -2\sqrt{10} < k < 2\sqrt{10}$$

21) $-10 < k < 10$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $3x + 4y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|k|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{5} < 2, |k| < 10$$

$$\therefore -10 < k < 10$$

22) $-5 < k < 5$

$$\Rightarrow y = 2x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 5 \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 5 = 0$$

위에서 구한 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과

직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 5) > 0, \quad -k^2 + 25 > 0$$

$$(k+5)(k-5) < 0 \quad \therefore -5 < k < 5$$

$$23) \quad k < -\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{또는} \quad k > \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow y = kx - 3 \text{을 } x^2 + y^2 = 5 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + (kx - 3)^2 = 5$$

$$(1 + k^2)x^2 - 6kx + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-3k)^2 - 4(1 + k^2) = 9k^2 - 4 - 4k^2 = 5k^2 - 4 > 0$$

$$k^2 > \frac{4}{5} \quad \therefore k < -\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{또는} \quad k > \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$24) \quad -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 3, \quad |k| < 3\sqrt{2}$$

$$\therefore -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

$$25) \quad -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

$\Rightarrow y = -x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하여 정리하면
 $2x^2 - 2kx + k^2 - 9 = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 9) > 0, \quad -k^2 + 18 > 0$$

$$k^2 - 18 < 0$$

$$\therefore -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

$$26) \quad -6 < k < 6$$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $\sqrt{3}x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{2}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{2} < 3, \quad |k| < 6 \quad \therefore -6 < k < 6$$

$$27) \quad k < -\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \text{또는} \quad k > \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$\Rightarrow y = 2x + 3$ 을 $x^2 + y^2 = k^2$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x + 3)^2 = k^2, \quad 5x^2 + 12x + 9 - k^2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 6^2 - 5(9 - k^2) = 5k^2 - 9 > 0$$

$$k^2 > \frac{9}{5} \quad \therefore k < -\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \text{또는} \quad k > \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$28) \quad -3 < k < 1$$

\Rightarrow 원의 중심 $(1, 0)$ 과 직선 $y = x + k$, 즉

$x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|1 + k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|1 + k|}{\sqrt{2}} < \sqrt{2}, \quad |1 + k| < 2$$

$$-2 < 1 + k < 2 \quad \therefore -3 < k < 1$$

$$29) \quad 0 < k < 4$$

\Rightarrow 원의 중심 $(2, 0)$ 과 직선 $y = -x + k$, 즉

$x + y - k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|2 - k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|2 - k|}{\sqrt{2}} < \sqrt{2}, \quad |2 - k| < 2$$

$$-2 < 2 - k < 2 \quad \therefore 0 < k < 4$$

$$30) \quad k < \frac{3}{4}$$

$\Rightarrow y = kx + 2$ 를 $(x - 4)^2 + y^2 = 16$ 에 대입하여 정리하면

$$(k^2 + 1)x^2 + 2(2k - 4)x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (2k - 4)^2 - 4(k^2 + 1) > 0, \quad -16k + 12 > 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{4}$$

$$31) \quad -4 < k < 0$$

\Rightarrow 원의 중심 $(1, -1)$ 과 직선 $y = x + k$, 즉

$x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1 + 1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|2 + k|}{\sqrt{2}} < \sqrt{2}, \quad |2 + k| < 2$$

$$-2 < 2 + k < 2 \quad \therefore -4 < k < 0$$

$$32) \quad 0 < k < \frac{4}{3}$$

$\Rightarrow y = kx$ 를 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 에 대입하면

$$(x - 2)^2 + (kx - 1)^2 = 1$$

$$(1 + k^2)x^2 - 2(2 + k)x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (2+k)^2 - 4(1+k^2) \\ &= k^2 + 4k + 4 - 4 - 4k^2 = -3k^2 + 4k > 0 \\ 3k^2 - 4k < 0, \quad k(3k-4) < 0 \\ \therefore 0 < k < \frac{4}{3}\end{aligned}$$

33) $3 < k < 63$

\Rightarrow 원의 중심 $(-7, 3)$ 과 직선 $3x - 4y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-21 - 12 + k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|k - 33|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 6이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\begin{aligned}\frac{|k - 33|}{5} < 6, \quad |k - 33| < 30 \\ -30 < k - 33 < 30 \quad \therefore 3 < k < 63\end{aligned}$$

34) $k < 0$

$\Rightarrow y = kx + 1$ 을 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 에 대입하여 정리하면

$$(k^2 + 1)x^2 + 2(k-1)x + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (k-1)^2 - (k^2 + 1) > 0, \quad -2k > 0 \\ \therefore k < 0\end{aligned}$$

35) $-5\sqrt{5} < k < 5\sqrt{5}$

$\Rightarrow y = 2x + k$ 를 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ 에 대입하여 정리하면

$$5x^2 + 2(2k-5)x + k^2 - 4k - 20 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (2k-5)^2 - 5(k^2 - 4k - 20) > 0, \quad -k^2 + 125 > 0 \\ k^2 > 125 \quad \therefore -5\sqrt{5} < k < 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

36) $-\frac{9}{2} < k < -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0$ 에서 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 8$ 원의 중심 $(3, -2)$ 와 직선 $y = x + 2k$, 즉 $x - y + 2k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 + 2 + 2k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|5 + 2k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\begin{aligned}\frac{|5 + 2k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2}, \quad |5 + 2k| < 4 \\ -4 < 5 + 2k < 4, \quad -9 < 2k < -1 \\ \therefore -\frac{9}{2} < k < -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

37) $-9 < k < 1$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ 에서 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$ 원의 중심 $(3, 2)$ 와 직선 $y = 2x + k$, 즉 $2x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|6 - 2 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|4 + k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\begin{aligned}\frac{|4 + k|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5}, \quad |4 + k| < 5 \\ -5 < 4 + k < 5 \\ \therefore -9 < k < 1\end{aligned}$$

38) $0 < k < 10$

$\Rightarrow y = -2x - k$ 를 $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ 에 대입하여 정리하면

$$5x^2 + 2(2k+5)x + k^2 + 2k + 5 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (2k+5)^2 - 5(k^2 + 2k + 5) > 0, \quad -k^2 + 10k > 0 \\ k(k-10) < 0 \quad \therefore 0 < k < 10\end{aligned}$$

39) $k = \pm \sqrt{2}$

$\Rightarrow y = x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$2x^2 + 2kx + k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= k^2 - 2(k^2 - 1) = 0, \quad -k^2 + 2 = 0 \\ k^2 &= 2 \quad \therefore k = \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

40) $k = \pm 2\sqrt{10}$

$\Rightarrow y = 3x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 4$ 에 대입하여 정리하면

$$10x^2 + 6kx + k^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= 9k^2 - 10(k^2 - 4) = 0, \quad -k^2 + 40 = 0 \\ k^2 &= 40 \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

41) $k = \pm 2\sqrt{2}$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} = 2, \quad |k| = 2\sqrt{2} \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{2}$$

42) ± 5

$\Rightarrow y = 2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 5 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 5) = -k^2 + 25 = 0$$

$$k^2 = 25 \quad \therefore k = \pm 5$$

$$43) k = \pm 2\sqrt{10}$$

$\Rightarrow y = -2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 8$ 에 대입하여 정리하면

$$5x^2 - 4kx + k^2 - 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 8) = 0, \quad -k^2 + 40 = 0$$

$$k^2 = 40 \quad \therefore k = \pm 2\sqrt{10}$$

$$44) k = -3\sqrt{2} \text{ 또는 } k = 3\sqrt{2}$$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

한 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} = 3, \quad |k| = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore k = -3\sqrt{2} \text{ 또는 } k = 3\sqrt{2}$$

$$45) \pm \frac{4}{3}$$

$\Rightarrow y = kx + 5$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하면

$$x^2 + (kx + 5)^2 = 9$$

$$(1 + k^2)x^2 + 10kx + 16 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (5k)^2 - 16(1 + k^2) = 9k^2 - 16 = 0$$

$$k^2 = \frac{16}{9} \quad \therefore k = \pm \frac{4}{3}$$

$$46) k = \pm 10$$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $3x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{10}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}, \quad |k| = \sqrt{10} \quad \therefore k = \pm 10$$

$$47) k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

\Rightarrow 원 $(x - 1)^2 + y^2 = 2$ 의 중심 $(1, 0)$ 과 직선 $x - y + k = 0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로 직선이 원에 접하므로

$$\frac{|1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|1 + k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$|1 + k| = 2, \quad 1 + k = \pm 2$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

$$48) k = -1 \text{ 또는 } k = 19$$

\Rightarrow 원 $x^2 + (y + 3)^2 = 10$ 의 중심 $(0, -3)$ 에서 직선 $x + 3y + k = 0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으면 직선이 원에 접하므로

$$\frac{|0 - 9 + k|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \sqrt{10}, \quad |k - 9| = 10$$

$$k - 9 = \pm 10 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = 19$$

$$49) k = -4 \text{ 또는 } k = 0$$

\Rightarrow 원의 중심 $(1, -1)$ 과 직선 $y = x + k$, 즉 $x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1 + 1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|2 + k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \quad |2 + k| = 2$$

$$2 + k = \pm 2 \quad \therefore k = -4 \text{ 또는 } k = 0$$

$$50) k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

$\Rightarrow y = x + k$ 를 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ 에 대입하여 정리하면

$$2x^2 + 2(k - 1)x + k^2 - 4k + 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - 2(k^2 - 4k + 3) = 0, \quad -k^2 + 6k - 5 = 0$$

$$k^2 - 6k + 5 = 0, \quad (k - 1)(k - 5) = 0 \quad \therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

$$51) k = 1 \pm 3\sqrt{5}$$

\Rightarrow 원의 중심 $(1, 3)$ 과 직선 $2x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 - 3 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|-1 + k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|-1 + k|}{\sqrt{5}} = 3, \quad |k - 1| = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore k = 1 \pm 3\sqrt{5}$$

$$52) k = 4 \text{ 또는 } k = -16$$

\Rightarrow 원의 중심 $(1, 4)$ 와 직선 $2x + y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 + 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|6 + k|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}, \quad |6 + k| = 10$$

$$6 + k = \pm 10 \quad \therefore k = 4 \text{ 또는 } k = -16$$

$$53) k = 3 \text{ 또는 } k = 63$$

\Rightarrow 원의 중심 $(-7, 3)$ 과 직선 $3x - 4y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-21-12+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|k-33|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 6이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k-33|}{5} = 6, \quad |k-33| = 30$$

$$k-33 = \pm 30 \quad \therefore k = 3 \text{ 또는 } k = 63$$

$$54) \quad k = 2 \text{ 또는 } k = -8$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0 \text{에서 } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

원의 중심 $(2, -1)$ 과 직선 $2x + y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4-1+k|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|3+k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|3+k|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}, \quad |3+k| = 5$$

$$3+k = \pm 5 \quad \therefore k = 2 \text{ 또는 } k = -8$$

$$55) \quad k = -13 \text{ 또는 } k = -3$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0 \quad \therefore$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$$

원의 중심 $(2, 3)$ 과 직선 $x + 2y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2+6+k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|8+k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|8+k|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}, \quad |8+k| = 5, \quad 8+k = \pm 5$$

$$\therefore k = -13 \text{ 또는 } k = -3$$

$$56) \quad k = -\frac{9}{2} \text{ 또는 } k = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0 \text{에서 } (x-3)^2 + (y+2)^2 = 8$$

원의 중심 $(3, -2)$ 와 직선 $y = x + 2k$, 즉 $x - y + 2k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3+2+2k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|5+2k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|5+2k|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}, \quad |5+2k| = 4, \quad 5+2k = \pm 4$$

$$2k = -9 \text{ 또는 } 2k = -1$$

$$\therefore k = -\frac{9}{2} \text{ 또는 } k = -\frac{1}{2}$$

$$57) \quad k < -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 또는 } k > \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow y = k(x-3) \text{을 } x^2 + y^2 = 1 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + k^2(x-3)^2 = 1$$

$$\therefore (1+k^2)x^2 - 6k^2x + 9k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-3k^2)^2 - (1+k^2)(9k^2-1)$$

$$= -8k^2 + 1 < 0$$

$$k^2 > \frac{1}{8}$$

$$\therefore k < -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 또는 } k > \frac{\sqrt{2}}{4}$$

[다른풀이]

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y = k(x-3)$,

즉 $kx - y - 3k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-3k|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}} = \frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}}$$

원의 반지름의 길이는 1이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}} > 1, \quad |3k| > \sqrt{k^2+1}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9k^2 > k^2 + 1, \quad k^2 > \frac{1}{8}$$

$$\therefore k < -\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ 또는 } k > \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$58) \quad -\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow y = -kx - 2 \text{를 } x^2 + y^2 = 1 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + (-kx-2)^2 = 1$$

$$\therefore (1+k^2)x^2 + 4kx + 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 3(1+k^2) = 4k^2 - 3 - 3k^2 = k^2 - 3 < 0$$

$$k^2 < 3 \quad \therefore -\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$$

$$59) \quad k < -2 \text{ 또는 } k > 2$$

\Rightarrow 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $x - y + k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 만나

지 않으려면 $\frac{|k|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, \quad |k| > 2 \quad \therefore k < -2 \text{ 또는}$

$$k > 2$$

$$60) \quad k < -2\sqrt{5} \text{ 또는 } k > 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow y = -2x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 4 \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$5x^2 - 4kx + k^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 4) < 0, \quad -k^2 + 20 < 0$$

$$k^2 - 20 > 0$$

$$\therefore k < -2\sqrt{5} \text{ 또는 } k > 2\sqrt{5}$$

$$61) \quad k < -2\sqrt{10} \text{ 또는 } k > 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow y = 3x + k \text{를 } x^2 + y^2 = 4 \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$10x^2 + 6kx + k^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = 9k^2 - 10(k^2 - 4) < 0, \quad -k^2 + 40 < 0$$

$$k^2 > 40 \quad \therefore k < -2\sqrt{10} \quad \text{또는} \quad k > 2\sqrt{10}$$

62) $k < -3\sqrt{2}$ 또는 $k > 3\sqrt{2}$

\Rightarrow 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

만나지 않으려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} > 3, \quad |k| > 3\sqrt{2}$$

$$\therefore k < -3\sqrt{2} \quad \text{또는} \quad k > 3\sqrt{2}$$

63) $k < -15$ 또는 $k > 15$

\Rightarrow 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $3x-4y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|k|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 만나지 않으려면 $\frac{|k|}{5} > 3, \quad |k| > 15$

$$\therefore k < -15 \quad \text{또는} \quad k > 15$$

64) $k < -3$ 또는 $k > 1$

\Rightarrow 원 $(x-1)^2+y^2=2$ 의 중심 $(1,0)$ 과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이보다 길어야 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{|1+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|1+k|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}$$

$$|1+k| > 2$$

$$1+k < -2 \quad \text{또는} \quad 1+k > 2$$

$$\therefore k < -3 \quad \text{또는} \quad k > 1$$

65) $k < -4$ 또는 $k > 0$

\Rightarrow 원의 중심 $(1,-1)$ 과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1+1+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|2+k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 만나지 않으려면

$$\frac{|2+k|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, \quad |2+k| > 2$$

$$2+k < -2 \quad \text{또는} \quad 2+k > 2$$

$$\therefore k < -4 \quad \text{또는} \quad k > 0$$

66) $k < 3$ 또는 $k > 63$

\Rightarrow 원의 중심 $(-7,3)$ 과 직선 $3x-4y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-21-12+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|k-33|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 6이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k-33|}{5} > 6, \quad |k-33| > 30$$

$$k-33 < -30 \quad \text{또는} \quad k-33 > 30$$

$$\therefore k < 3 \quad \text{또는} \quad k > 63$$

67) $0 < k < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow y=-x+1$ 을 $x^2+y^2=k$ 에 대입하면

$$x^2+(-x+1)^2=k$$

$$\therefore 2x^2-2x+1-k=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 2(1-k) = -1+2k < 0$$

$$\therefore k < \frac{1}{2}$$

그런데 $k > 0$ 이어야 하므로

$$0 < k < \frac{1}{2}$$

68) $k < 2-\sqrt{2}$ 또는 $k > 2+\sqrt{2}$

$\Rightarrow x+y=2$ 에서 $y=2-x$ 를 $(x-k)^2+y^2=1$ 에 대입하면

$$(x-k)^2+(2-x)^2=1$$

$$\therefore 2x^2-2(k+2)x+k^2+3=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k+2)^2 - 2(k^2+3) = -k^2+4k-2 < 0$$

$$k^2-4k+2 > 0 \quad \therefore k < 2-\sqrt{2} \quad \text{또는} \quad k > 2+\sqrt{2}$$

69) $k < -1-2\sqrt{5}$ 또는 $k > -1+2\sqrt{5}$

\Rightarrow 원 $x^2+(y-k)^2=10$ 의 중심 $(0,k)$ 과 직선 $y=x-1$, 즉 $x-y-1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이보다 길어야 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{|0-k-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} > \sqrt{10}$$

$$|k+1| > 2\sqrt{5}$$

$$k+1 < -2\sqrt{5} \quad \text{또는} \quad k+1 > 2\sqrt{5}$$

$$\therefore k < -1-2\sqrt{5} \quad \text{또는} \quad k > -1+2\sqrt{5}$$

70) $k < 0$ 또는 $k > 4$

$\Rightarrow y=-x+k$ 를 $x^2+y^2-2x-2y=0$ 에 대입하여 정리하면

$$2x^2-2kx+k^2-2k=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 2k) < 0, \quad -k^2 + 4k < 0$$

$$k^2 - 4k > 0, \quad k(k-4) > 0$$

$$\therefore k < 0 \quad \text{또는} \quad k > 4$$

71) $k < -3$ 또는 $k > 1$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 2$$

원의 중심 $(2, -3)$ 과 직선 $x+y-k=0$ 사이의 거리
는

$$\frac{|2-3-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|k+1|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 만나
지 않으려면

$$\frac{|k+1|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, \quad |k+1| > 2$$

$$k+1 < -2 \text{ 또는 } k+1 > 2 \quad \therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 1$$

72) $k < -\frac{9}{2}$ 또는 $k > -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0$ 에서 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 8$

원의 중심 $(3, -2)$ 와 직선 $y = x + 2k$, 즉
 $x - y + 2k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3+2+2k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|5+2k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 만나
지 않으려면

$$\frac{|5+2k|}{\sqrt{2}} > 2\sqrt{2}, \quad |5+2k| > 4$$

$$5+2k < -4 \text{ 또는 } 5+2k > 4$$

$$2k < -9 \text{ 또는 } 2k > -1$$

$$\therefore k < -\frac{9}{2} \text{ 또는 } k > -\frac{1}{2}$$