



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 함수 $y = x^n$ 의 부정적분 n 이 실수일 때, 함수 $y = x^n$ 의 부정적분은 다음과 같다.
(단, C 는 적분상수)

(1) $n \neq -1$ 일 때 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$

(2) $n = -1$ 일 때, $\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

■ 다음 부정적분을 구하여라.

1. $\int x^{-4} dx$

2. $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

3. $\int x \sqrt{x} dx$

4. $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

5. $\int \frac{1}{x^2} dx$

6. $\int \frac{5}{x} dx$

7. $\int \frac{1}{x^3} dx$

8. $\int \frac{x^2+1}{x} dx$

9. $\int \frac{5x+3}{x} dx$

10. $\int \sqrt[5]{x^3} dx$

11. $\int \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} dx$

12. $\int \frac{x^3+x^2+2}{x^3} dx$

13. $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} dx$

14. $\int \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x^2} dx$

15. $\int (x\sqrt{x} + \sqrt{x}) dx$

16. $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^2} dx$

17. $\int \frac{(\sqrt[3]{x} - 2)^3}{x} dx$

18. $\int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$

19. $\int \left(1 - \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) dx$

20. $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right)^2 dx + \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)^2 dx$

21. $\int \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx - \int \frac{1}{\sqrt{x}-1} dx$

▣ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

22. 함수 $f(x) = \int \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$ 에 대하여 $f(3) - f(1)$ 의 값

23. $f(x) = \int \frac{x^3 + 3x - 1}{x^2} dx$ 에서 $f(1) = \frac{1}{2}$ 일 때, $f(-1)$ 의 값

24. 함수 $f(x) = \int x\sqrt{x} dx$, $f(0) = 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값

25. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $f(1) = 0$ 을 만족시킬 때, $f(8)$ 의 값

26. 함수 $f(x) = \int \frac{2x^2 - x - 1}{x} dx$ 에 대하여 $f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값

27. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{x}$ 이고, $f(1) = -\frac{4}{3}$ 일 때, $f(9)$ 의 값

28. 점 $(1, 4)$ 를 지나는 곡선 $y = f(x)$ ($x > 0$) 위의 임의의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $\sqrt{x}(x+3)$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라.

29. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = \begin{cases} 6\sqrt{x} & (x > 1) \\ x+1 & (x < 1) \end{cases}$$

이다. $f(4) = 20$ 일 때, $f(-6)$ 의 값을 구하여라.

30. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x} & (x > 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases}$ 이다. $f(4) = -5$ 일 때, $f(-5)$ 의 값

31. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} & (x > 1) \\ 3x^2 & (x < 1) \end{cases}$, $f(-2) = -8$ 일 때, $f(4)$ 의 값

02 삼각함수의 부정적분

삼각함수의 부정적분은 다음과 같다. (단, C 는 적분상수)

(1) $\int \sin x dx = -\cos x + C$

(2) $\int \cos x dx = \sin x + C$

(3) $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$

(4) $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$

(5) $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$

(6) $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$

▣ 다음 부정적분을 구하여라.

32. $\int (4\cos x - 3\sin x) dx$

33. $\int (\sin x + 3\cos x) dx$

34. $\int (2 - \tan x) \cos x dx$

35. $\int \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^2 x} dx$

36. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx$

37. $\int \tan^2 x dx$

$$38. \int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$$

$$39. \int \frac{1}{1 - \sin^2 x} dx$$

$$40. \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$41. \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$42. \int (\cos x + \sec x) \sec x dx$$

$$43. \int \csc x (\csc x + \cot x) dx$$

$$44. \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$$

$$45. \int (\sin x + \sec^2 x) dx$$

$$46. \int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} dx$$

$$47. \int \cot^2 x dx$$

$$48. \int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$$

$$49. \int \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 x} dx$$

$$50. \int \frac{\sin^2 x + 2}{\sin^2 x} dx$$

$$51. \int \frac{1}{1 - \cos^2 x} dx$$

52. $\int \frac{1+\cos^2 x}{1-\sin^2 x} dx$

53. $\int \frac{1+\sin^3 x}{\sin^2 x} dx$

54. $\int \frac{1}{\cot x \cos x} dx$

55. $\int \cot x \csc x \sec x dx$

56. $\int (\sec x + \tan x) \sec x dx$

57. $\int (1-\cos x)^2 dx + \int (2+\sin x)^2 dx$

58. $\int (\tan x + 1) \cos x dx$

59. $\int (\cos x + 1)^2 dx - \int (\cos x - 2)^2 dx$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

60. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = \sin x$ 일 때,
 $f(\pi) - f(0)$ 의 값

61. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울
기가 $\cot^2 x$ 이고 이 곡선이 점 $\left(\frac{\pi}{4}, -1\right)$ 을 지날 때,
 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값을 구하여라.

62. 함수 $f(x) = \int \frac{2\cos^2 x}{1+\sin x} dx$ 에 대하여 $f(0) = \frac{\pi}{3}$ 일
때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

63. 함수 $f(x) = \int (\sin^2 x + \sin 3x \cos x) dx$ 에 대하여
 $f(0) = 1$ 일 때, $f(\pi)$ 의 값

64. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \sin 4x \cos 2x$,
 $f(0) = \frac{2}{3}$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값

65. 함수 $f(x) = \int \cos^2 x dx$ 에 대하여 $f(0) = 0$ 일 때,
 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값

66. 함수 $f(x) = \int \sin^2 x dx$ 에 대하여 $f(0) = 0$ 일 때,
 $f(\pi)$ 의 값

67. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2\sin x - \cos x$ 이고
 $f(0) = 0$ 일 때, $f(\pi)$ 의 값

68. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = a \sec^2 x$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{f(x) - 3\sqrt{3}}{3x - \pi} = 4$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값



정답 및 해설

$$1) -\frac{1}{3x^3} + C$$

$$\Rightarrow \int x^{-4} dx = \frac{1}{-4+1} x^{-4+1} + C = -\frac{1}{3} x^{-3} + C \\ = -\frac{1}{3x^3} + C$$

$$2) \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C$$

$$\Rightarrow \int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{1}{\frac{2}{3}+1} x^{\frac{2}{3}+1} + C \\ = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C$$

$$3) \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$$

$$\Rightarrow \int x \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{\frac{3}{2}+1} x^{\frac{3}{2}+1} + C \\ = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$$

$$4) -\frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx = \int x^{-\frac{3}{2}} dx = \frac{1}{-\frac{3}{2}+1} x^{-\frac{3}{2}+1} + C \\ = -\frac{2}{\sqrt{x}} + C$$

$$5) -\frac{1}{x} + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C = -\frac{1}{x} + C$$

$$6) 5 \ln |x| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{5}{x} dx = \int 5x^{-1} dx = 5 \ln |x| + C$$

$$7) -\frac{1}{2x^2} + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx \\ = \int \frac{1}{-3+1} x^{-3+1} + C \\ = -\frac{1}{2x^2} + C$$

$$8) \frac{1}{2} x^2 + \ln |x| + C$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x} \text{ 이므로} \\ \int \frac{x^2+1}{x} dx = \int x dx + \int \frac{1}{x} dx$$

$$= \int x dx + \int x^{-1} dx \\ = \frac{1}{2} x^2 + \ln |x| + C$$

$$9) 5x + 3 \ln |x| + C$$

$$\Rightarrow \frac{5x+3}{x} = 5 + \frac{3}{x} \text{ 이므로} \\ \int \frac{5x+3}{x} dx = \int 5 dx + \int \frac{3}{x} dx \\ = \int 5 dx + \int 3x^{-1} dx \\ = 5x + 3 \ln |x| + C$$

$$10) \frac{5}{8} x^{\frac{5}{3}} \sqrt{x^3} + C$$

$$\Rightarrow \int \sqrt[5]{x^3} dx = \int x^{\frac{3}{5}} dx = \frac{1}{\frac{3}{5}+1} x^{\frac{3}{5}+1} + C \\ = \frac{5}{8} x^{\frac{8}{5}} + C = \frac{5}{8} x^{\frac{5}{3}} \sqrt{x^3} + C$$

$$11) \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} - 2 \sqrt{x} + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} dx = \int (x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}) dx \\ = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + C \\ = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} - 2 \sqrt{x} + C$$

$$12) x + \ln |x| - \frac{1}{x^2} + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x^3+x^2+2}{x^3} dx = \int \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}\right) dx \\ = \int \left(1 + \frac{1}{x} + 2x^{-3}\right) dx \\ = x + \ln |x| - x^{-2} + C \\ = x + \ln |x| - \frac{1}{x^2} + C$$

$$13) \frac{1}{3} x^3 + x - \frac{1}{x} + C$$

$$\Rightarrow \int (x^2+1+x^{-2}) dx = \frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x} + C$$

$$14) \frac{1}{2} x^2 - 4x - \frac{3}{x} + C$$

$$\Rightarrow \frac{x^3-4x^2+3}{x^2} = x - 4 + \frac{3}{x^2} \text{ 이므로} \\ \int \frac{x^3-4x^2+3}{x^2} dx = \int x dx - \int 4 dx + \int \frac{3}{x^2} dx \\ = \int x dx - \int 4 dx + \int 3x^{-2} dx \\ = \frac{1}{2} x^2 - 4x - \frac{3}{x} + C$$

$$15) \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (x\sqrt{x} + \sqrt{x})dx &= \int x\sqrt{x}dx + \int \sqrt{x}dx \\ &= \int x^{\frac{3}{2}}dx + \int x^{\frac{1}{2}}dx \\ &= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$$16) \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{x} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^2}dx &= \int \left(x - 2 + \frac{1}{x^2}\right)dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

$$17) x - 9\sqrt[3]{x^2} + 36\sqrt[3]{x} - 8\ln|x| + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{(\sqrt[3]{x}-2)^3}{x}dx &= \int \frac{x - 6\sqrt[3]{x^2} + 12\sqrt[3]{x} - 8}{x}dx \\ &= \int \left(1 - 6x^{-\frac{1}{3}} + 12x^{-\frac{2}{3}} - \frac{8}{x}\right)dx \\ &= x - 9\sqrt[3]{x^2} + 36\sqrt[3]{x} - 8\ln|x| + C \end{aligned}$$

$$18) 2x\sqrt{x} - \sqrt{x} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx &= \int \left(3x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right)dx \\ &= 3 \times \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} \times 2x^{\frac{1}{2}} + C \\ &= 2x\sqrt{x} - \sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$$19) x + \frac{1}{3x^3} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{x^4} = 1 - x^{-4} \\ \therefore \int \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)dx &= \int (1 - x^{-4})dx = x + \frac{1}{3}x^{-3} + C = x + \frac{1}{3x^3} + C \end{aligned}$$

$$20) x^2 - \frac{2}{x} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^2 dx &= \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^2 dx \\ &= \int \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)dx + \int \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)dx \end{aligned}$$

$$= \int \left(2x + \frac{2}{x^2}\right)dx = x^2 - \frac{2}{x} + C$$

$$21) \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx - \int \frac{1}{\sqrt{x}-1}dx &= \int \frac{(\sqrt{x})^3 - 1}{\sqrt{x}-1}dx = \int \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}dx \\ &= \int (x+\sqrt{x}+1)dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + C \end{aligned}$$

$$22) \frac{40}{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \text{ 이므로} \\ \int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx &= \int x^2 dx + \int 2dx + \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x} + C$$

따라서 구하는 값은

$$\begin{aligned} f(3) - f(1) &= \left(\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 - \frac{1}{3} + C\right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 + 2 \cdot 1 - \frac{1}{1} + C\right) \\ &= \frac{40}{3} \end{aligned}$$

$$23) -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= \int \left(x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}\right)dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 3\ln|x| + \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

$$f(1) = \frac{1}{2} + 1 + C = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } C = -1$$

$$\therefore f(-1) = \frac{1}{2} + 3\ln|-1| - 1 - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$24) \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = \int x\sqrt{x}dx = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$$

$$f(0) = 0 \text{ 이므로 } C = 0$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} \text{ 이므로 } f(1) = \frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

$$25) \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^{-\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$$

$$f(1) = \frac{3}{2} + C = 0 \quad \therefore C = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore f(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2}$$

$$\therefore f(8) = \frac{3}{2}\left(8^{\frac{2}{3}} - 1\right) = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$26) 2 - \ln 2$$

$$27) 16 - 4\ln 3$$

$$28) 20\sqrt{5} + \frac{8}{5}$$

\Rightarrow 함수 $f(x)$ 의 도함수는 점 $(x, f(x))$ 의 접선의 기울기이다.

즉, $f'(x) = \sqrt{x}(x+3)$ 이고,

$$\sqrt{x}(x+3) = x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int \sqrt{x}(x+3)dx = \int x\sqrt{x}dx + \int 3\sqrt{x}dx \\ &= \int x^{\frac{3}{2}}dx + \int 3x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\sqrt{x} + 2x\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

이때, 곡선 $y=f(x)$ 는 점 $(1, 4)$ 를 지나므로 대입하면

$$f(1) = \frac{2}{5} + 2 + C = 4 \quad \therefore C = \frac{8}{5}$$

$$\therefore f(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + 2x\sqrt{x} + \frac{8}{5}$$

따라서 구하는 값은

$$f(5) = \frac{2}{5} \cdot (5^2) \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} + \frac{8}{5} = 20\sqrt{5} + \frac{8}{5}$$

$$29) \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 6\sqrt{x} & (x > 1) \\ x+1 & (x < 1) \end{cases} \text{에서}$$

$$\int 6\sqrt{x}dx = 6 \int x^{\frac{1}{2}}dx = 6 \cdot \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C_1 = 4x\sqrt{x} + C_1$$

$$\int (x+1)dx = \frac{1}{2}x^2 + x + C_2 \quad (\text{단, } C_1, C_2 \text{는 적분상수})$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 4x\sqrt{x} + C_1 & (x > 1) \\ \frac{1}{2}x^2 + x + C_2 & (x < 1) \end{cases}$$

이때, $f(4) = 20$ 이므로

$$f(4) = 4 \cdot 4\sqrt{4} + C_1 = 32 + C_1 = 20 \quad \therefore C_1 = -12$$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x=1$ 에서도 연속이다. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \left(\frac{1}{2}x^2 + x + C_2 \right) = \lim_{x \rightarrow 1+} (4x\sqrt{x} - 12),$$

$$\frac{3}{2} + C_2 = -8 \quad \therefore C_2 = -\frac{19}{2}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 4x\sqrt{x} - 12 & (x > 1) \\ \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{19}{2} & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 구하는 $f(-6)$ 의 값은

$$f(-6) = \frac{1}{2}(-6)^2 + (-6) - \frac{19}{2} = \frac{5}{2}$$

$$30) 5$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^{\frac{3}{2}} + C_1 & (x > 1) \\ x^2 + C_2 & (x < 1) \end{cases}$$

$$f(4) = 16 + C_1 = -5 \quad \therefore C_1 = -21$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) \quad \therefore C_2 = -20$$

$$\therefore f(-5) = 5^2 - 20 = 5$$

$$31) \frac{67}{5}$$

\Rightarrow 도함수를 부정적분 하면

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C_1 & (x > 1) \\ x^3 + C_2 & (x < 1) \end{cases} \text{이고}$$

$$f(-2) = -8 \quad \therefore C_2 = 0$$

그리고 연속함수이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$$

$$\frac{2}{5} + C_1 = 1 \quad \therefore C_1 = \frac{3}{5}$$

$$\therefore f(4) = \frac{2}{5} \cdot 4^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{5} = \frac{67}{5}$$

$$32) 4\sin x + 3\cos x + C$$

$$\Rightarrow \int (4\cos x - 3\sin x)dx = 4\sin x + 3\cos x + C$$

$$33) -\cos x + 3\sin x + C$$

$$\Rightarrow \int (\sin x + 3\cos x)dx = \int \sin x dx + 3 \int \cos x dx \\ = -\cos x + 3\sin x + C$$

$$34) 2\sin x + \cos x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (2 - \tan x)\cos x dx \\ &= \int (2\cos x - \tan x \cos x)dx \\ &= 2 \int \cos x dx - \int \sin x dx \\ &= 2\sin x + \cos x + C \end{aligned}$$

$$35) -\cos x + \cot x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^2 x} dx &= \int (\sin x - \csc^2 x) dx \\ &= -\cos x + \cot x + C \end{aligned}$$

$$36) \tan x + x + C$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} + 1 = \sec^2 x + 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx &= \int (\sec^2 x + 1) dx \\ &= \int \sec^2 x dx + \int 1 dx \\ &= \tan x + x + C \end{aligned}$$

$$37) \tan x - x + C$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 x = \sec^2 x \text{ 이므로 } \tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \int \tan^2 x dx &= \int (\sec^2 x - 1) dx \\ &= \tan x - x + C\end{aligned}$$

$$38) x + \cos x + C$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx &= \int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} dx \\ &= \int \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 + \sin x} dx \\ &= \int (1 - \sin x) dx \\ &= \int 1 dx + \int (-\sin x) dx \\ &= x + \cos x + C\end{aligned}$$

$$39) \tan x + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{1 - \sin^2 x} dx &= \int \sec^2 x dx \\ &= \tan x + C\end{aligned}$$

$$40) -\csc x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx &= \int \frac{1}{\sin x} \times \frac{\cos x}{\sin x} dx \\ &= \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C\end{aligned}$$

$$41) \tan x + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$42) x + \tan x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow (\cos x + \sec x) \sec x &= 1 + \sec^2 x \text{ 이므로} \\ \int (\cos x + \sec x) \sec x dx &= \int (1 + \sec^2 x) dx \\ &= x + \tan x + C\end{aligned}$$

$$43) -\cot x - \csc x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \csc x (\csc x + \cot x) dx \\ &= \int (\csc^2 x + \csc x \cot x) dx \\ &= -\cot x - \csc x + C\end{aligned}$$

$$44) \tan x - \cot x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ 이므로} \\ \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx &= \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx \\ &= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx \\ &= \int \sec^2 x dx + \int \csc^2 x dx \\ &= \tan x - \cot x + C\end{aligned}$$

$$45) -\cos x + \tan x + C$$

$$\Rightarrow \int (\sin x + \sec^2 x) dx = -\cos x + \tan x + C$$

$$46) x - \cos x + C$$

$$[\text{해설}] \int \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} dx = \int (1 + \sin x) dx = x - \cos x + C$$

$$47) -\cot x - x + C$$

$$\Rightarrow \int \cot^2 x dx = \int (\csc^2 x - 1) dx = -\cot x - x + C$$

$$48) x + \sin x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx &= \int \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} dx \\ &= \int \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} dx \\ &= \int (1 + \cos x) dx = x + \sin x + C\end{aligned}$$

$$49) \tan x + \sin x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 x} dx &= \int (\sec^2 x + \cos x) dx \\ &= \tan x + \sin x + C\end{aligned}$$

$$50) x - 2\cot x + C$$

$$\Rightarrow \text{주어진 적분식을 정리하면}$$

$$\int (1 + 2\csc^2 x) dx = x - 2\cot x + C \text{ 가 된다.}$$

$$51) -\cot x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{1}{1 - \cos^2 x} dx &= \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \\ &= \int \csc^2 x dx = -\cot x + C\end{aligned}$$

$$52) \tan x + x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} dx &= \int \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx \\ &= \int (\sec^2 x + 1) dx \\ &= \tan x + x + C\end{aligned}$$

$$53) -\cot x - \cos x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{1 + \sin^3 x}{\sin^2 x} dx &= \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \sin x \right) dx \\ &= \int (\csc^2 x + \sin x) dx \\ &= -\cot x - \cos x + C\end{aligned}$$

$$54) \sec x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \frac{1}{\cot x \cos x} dx &= \int \frac{1}{\cot x} \times \frac{1}{\cos x} dx \\ &= \int \tan x \sec x dx = \sec x + C\end{aligned}$$

$$55) -\cot x + C$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \int \cot x \csc x \sec x dx \\ &= \int \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{1}{\sin x} \times \frac{1}{\cos x} dx\end{aligned}$$

$$= \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$$= \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

56) $\tan x + \sec x + C$

$$\Rightarrow \int (\sec x + \tan x) \sec x dx$$

$$= \int (\sec^2 x + \sec x \tan x) dx$$

$$= \tan x + \sec x + C$$

57) $6x - 2\sin x - 4\cos x + C$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ 이므로}$$

$$\int (1 - \cos x)^2 dx + \int (2 + \sin x)^2 dx$$

$$= \int (1 - 2\cos x + \cos^2 x) dx + \int (4 + 4\sin x + \sin^2 x) dx$$

$$= \int (5 - 2\cos x + 4\sin x + \cos^2 x + \sin^2 x) dx$$

$$= \int 6 dx - \int 2\cos x dx + \int 4\sin x dx$$

$$= 6x - 2\sin x - 4\cos x + C$$

58) $-\cos x + \sin x + C$

$$\Rightarrow \int (\tan x + 1) \cos x dx = \int (\sin x + \cos x) dx$$

$$= -\cos x + \sin x + C$$

59) $6\sin x - 3x + C$

$$\Rightarrow \int (\cos x + 1)^2 dx - \int (\cos x - 2)^2 dx$$

$$= \int (\cos^2 x + 2\cos x + 1) dx - \int (\cos^2 x - 4\cos x + 4) dx$$

$$= \int 6\cos x dx - \int 3 dx$$

$$= 6\sin x - 3x + C$$

60) 2

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int \sin x dx = -\cos x + C$$

따라서 구하는 값은

$$f(\pi) - f(0) = (-\cos \pi + C) - (-\cos 0 + C)$$

$$= 2$$

61) $-\sqrt{3} + \frac{\pi}{12}$

$$\Rightarrow f'(x) = \cot^2 x \text{ 이므로}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \cot^2 x dx$$

이때, $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$ 에서 $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$ 이므로

$$f(x) = \int \cot^2 x dx$$

$$= \int (\csc^2 x - 1) dx$$

$$= -\cot x - x + C$$

곡선 $y = f(x)$ 가 점 $\left(\frac{\pi}{4}, -1\right)$ 을 지나므로

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\cot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + C$$

$$= -1 - \frac{\pi}{4} + C = -1 \quad \therefore C = \frac{\pi}{4}$$

따라서 구하는 값은

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\cot \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$$

$$= -\sqrt{3} + \frac{\pi}{12}$$

62) $\pi - 1$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{2\cos^2 x}{1 + \sin x} dx = \int \frac{2(1 - \sin^2 x)}{1 + \sin x} dx$$

$$= \int \frac{2(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 + \sin x} dx$$

$$= \int 2(1 - \sin x) dx$$

$$= 2x + 2\cos x + C$$

$$f(0) = \frac{\pi}{3} \text{ 이므로 } f(0) = 2 + C = \frac{\pi}{3} \quad \therefore C = -2 + \frac{\pi}{3}$$

따라서 $f(x) = 2x + 2\cos x - 2 + \frac{\pi}{3}$ 이므로

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{\pi}{3} + 2\cos \frac{\pi}{3} - 2 + \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{2}{3}\pi + 2 \times \frac{1}{2} - 2 + \frac{\pi}{3} = \pi - 1$$

63) $\frac{\pi}{2} + 1$

\Rightarrow (주어진 적분)

$$= \int \left\{ \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x) \right\} dx$$

$$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

$$f(0) = -\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + C = 1 \text{ 이므로 } C = \frac{11}{8}$$

$$\therefore f(\pi) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{11}{8} = \frac{\pi}{2} + 1$$

64) $\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \int (\sin 6x + \sin 2x) dx$$

$$= -\frac{1}{12}\cos 6x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

$$f(0) = -\frac{1}{12} - \frac{1}{4} + C = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } C = 1$$

$$\therefore f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{4}{3}$$

65) $\frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow f(x) = \int \cos^2 x dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$\text{이때 } f(0) = C = 0 \text{ 이므로 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\sin \pi = \frac{\pi}{4}$$

66) $\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$f(0) = C = 0 \text{ 이므로 } f(\pi) = \frac{\pi}{2}$$

67) 4

$$\Rightarrow f'(x) = 2\sin x - \cos x \text{ 을 부정적분하면}$$

$$f(x) = -2\cos x - \sin x + C, f(0) = 0 \text{ 이므로 } C = 2$$

$$\therefore f(\pi) = 4$$

68) 3

$$\Rightarrow \text{분모가 0에 수렴하므로 분자도 0에 수렴한다.}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3\left(x - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{f'\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3} = 4$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 12$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4a = 12, a = 3$$

$$f'(x) = 3\sec^2 x$$

$$f(x) = 3\tan x + C$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3} + C = 3\sqrt{3} \quad \therefore C = 0$$

$$f(x) = 3\tan x$$

$$\therefore f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$$