2-1.삼각함수 2-1-2.삼각함수의 뜻, 삼각함수 사이의 관계_미래엔(황선욱) 🏟 🚉됐다



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

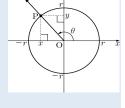
- 1) 제작연월일 : 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

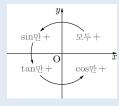
[삼각함수]

- 그림과 같이 $\overline{OP} = r$ 인 점 P(x, y)에 대하여 동경 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 일반각의 크기를 θ 라 할 때
- ① θ 의 사인함수 : $\sin\theta = \frac{y}{1}$
- ② θ 의 코사인함수 : $\cos\theta = \frac{x}{100}$
- ③ θ 의 탄젠트함수 : $tan\theta = \frac{y}{x}(x \neq 0)$



[삼각함수 값의 부호]

- •삼각함수의 값의 부호
- ① θ 가 제1사분면의 각 \Rightarrow 모두가 +
- ② θ가 제2사분면의 각 ⇒ $\sin \theta$ 만 +
- ③ θ 가 제3사분면의 각 ⇒ $tan\theta$ 만 +
- ④ θ 가 제4사분면의 각 \Rightarrow $\cos\theta$ 만 +



[삼각함수 사이의 관계]

- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{}$ $\cos\theta$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

기본문제

[예제]

- **1.** 원점 O와 점 P(12, -5)를 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 + \tan \theta}$ 의 값은?
 - ① $\frac{12}{13}$

- [문제]
- 원점 \bigcirc 와 점 $P(-\sqrt{3}, 1)$ 을 지나는 동경 \bigcirc P가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ 의 값을 <u>모두</u> 곱한 것은?

- **3.** 각 θ 가 다음과 같을 때, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ 가 모 두 양수인 것은?

$$\bigcirc -\frac{2}{5}\pi$$

$$3 \frac{11}{6} \pi$$

$$(5) - \frac{5}{6}\pi$$

[문제]

- **4.** $\theta = \frac{7}{18}\pi$ 일 때 다음 중 옳지 않은 것은?
 - ① $\sin\theta\cos\theta > 0$
- $2 \sin\theta \tan\theta > 0$
- (3) $\cos\theta \tan\theta > 0$
- $4 \sin\theta\cos\theta\tan\theta < 0$
- $\Im \sin^2\theta\cos\theta > 0$

- 5. θ 가 제2사분면의 각이고 $\sin \theta = \frac{1}{4}$ 일 때, $\frac{\sin \theta}{\tan \theta}$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $\sqrt{15}$
- ② $-\sqrt{15}$
- $3 \frac{\sqrt{15}}{4}$ $4 \frac{\sqrt{15}}{4}$
- $\bigcirc -\frac{\sqrt{5}}{4}$

[문제]

- **6.** θ 가 제3사분면의 각이고 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ 일 때, $\tan\theta(1+\cos\theta)$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- $2 \frac{\sqrt{5}}{3}$
- $3\frac{\sqrt{5}}{6}$
- $(4) \frac{\sqrt{5}}{6}$
- $5 \frac{\sqrt{5}}{9}$

- 7. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{4}$ 일 때, $\sin \theta \cos \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $\frac{9}{16}$
- ② $\frac{25}{16}$
- $3\frac{9}{32}$
- $4\frac{25}{32}$

- **8.** θ 가 제2사분면의 각이고 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - $\bigcirc \frac{2\sqrt{5}}{9}$
 - $\bigcirc \frac{4\sqrt{5}}{9}$
 - $3\frac{4\sqrt{5}}{27}$
- $(4) \frac{4\sqrt{5}}{9}$

평가문제

- **9.** 원점 O와 점 P(-3, 1)을 지나는 동경 OP가 나 타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin \theta \cos \theta \tan \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $-\frac{1}{3}$
- $3\frac{1}{2\sqrt{5}}$
- $4\frac{1}{5\sqrt{2}}$
- $5\frac{1}{5}$

[중단원 마무리하기]

- **10.** θ 가 제4사분면의 각이고, $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때, $-\sin \theta + \cos \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ② $\frac{1}{2}$
- $3\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $4 \frac{\sqrt{3}}{3}$

[중단원 마무리하기]

- **11.** $\sin \theta \tan \theta < 0$, $\cos \theta \tan \theta < 0$ 을 만족시키는 θ 는 어느 사분면의 각인가?
 - ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 답이 없다.

- **12.** θ 가 제2사분면의 각이고, $\cos\theta = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\sin \theta$ 를 구한 것은?
- $2\frac{2}{5}$
- $3\frac{\sqrt{3}}{5}$
- $4 \frac{\sqrt{21}}{5}$

- **13.** $\sin \theta \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 일 때, $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan \theta}$ 의 값을 구 한 것은? $\left(\mathbf{E}, \ 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$

 - $3\frac{3}{4}$
- $4\frac{3}{2}$
- $5\frac{5}{2}$

[중단원 마무리하기]

- 14. 어느 건물에서 다리가 불편한 사람들을 위해 경 사로를 만들려고 한다. 경사로의 경사도가 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이 되도록 할 때, 지면과 경사로가 이루는 각의 크기는 약 몇 도인가? (단, 경사도는 수직 거리를 수평 거 리로 나눈 값이다.)
 - ① 15°
- ② 30°
- 345°
- (4) 60°
- (5) 75°

[중단원 마무리하기]

- **15.** x에 대한 이차방정식 $x^2 3ax + a^2 = 0$ 의 두 근 이 $\sin \theta$, $\cos \theta$ 일 때, 모든 상수 a의 값을 곱한 것
 - ① $\frac{1}{3}$
- $3\frac{1}{5}$
- $(4) \frac{1}{5}$
- $(5) \frac{1}{7}$

[대단원 평가하기]

- **16.** 원점 O와 점 P(-3, 1)를 지나는 동경 OP가 나 타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin \theta \tan \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - ① $\frac{\sqrt{15}}{30}$
- $\bigcirc -\frac{\sqrt{15}}{30}$
- $3\frac{\sqrt{10}}{30}$
- $4 \frac{\sqrt{10}}{30}$
- \bigcirc $-\frac{\sqrt{9}}{30}$

- **17.** θ 가 제2사분면의 각일 때, $\frac{|\cos \theta|}{\sqrt{\sin^2 \theta}} + 2 \left| \frac{1}{\tan \theta} \right|$ 를 간단히 한 것은?
- $\Im \frac{3}{\tan \theta}$
- $(4) \frac{4}{\tan \theta}$
- \bigcirc $-\frac{5}{\tan\theta}$

- **18.** θ 가 제4사분면의 각이고 $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ 일 때, $\sin \theta - \cos \theta$ 의 값을 구한 것은?
 - $\bigcirc -\frac{17}{13}$
- $2 \frac{15}{13}$
- $3 \frac{15}{12}$
- $4\frac{15}{13}$

- **19.** $\cos\theta = \frac{1}{3}$ **9 III**, $\frac{-2\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{-2\cos\theta + 3\tan\theta}{\sin\theta + 2}$ **=** 구한 것은?
 - (1) 1
- (2) -2
- 3 3
- (4) 4
- (5) 5

- **20.** 이차방정식 $3x^2 2x a = 0$ 의 두 근이 $\sin \theta$, $\cos \theta$ 일 때, 상수 a의 값을 구한 것은?

- $3\frac{4}{5}$
- $4 \frac{5}{6}$

유사문제

21. 각 θ 가 제2사분면의 각이고 $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ 일 때,

 $\sin\theta$, $\tan\theta$ 의 값을 바르게 구한 것은?

- $\Im \sin\theta = \frac{4}{5}, \tan\theta = -\frac{4}{3}$
- $(3) \sin\theta = -\frac{4}{5}, \tan\theta = \frac{3}{4}$
- **22.** $\tan\theta = -\frac{5}{12}$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? (단, $0 \le \theta \le \pi$ 이다.)

① $-\frac{12}{13}$

 $\bigcirc -\frac{5}{13}$

3 1

 $4) \frac{5}{13}$

4

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설]
$$\overline{OP}$$
= 13이므로 $\sin\theta=-\frac{5}{13}$, $\cos\theta=\frac{12}{13}$, $\tan\theta=-\frac{5}{12}$ 이므로

$$\frac{\sin\theta + \cos\theta}{1 + \tan\theta} = \frac{\frac{7}{13}}{\frac{7}{12}} = \frac{12}{13}$$

2) [정답] ①

[해설]
$$\overline{\rm OP}=2$$
이므로 $\sin\theta=\frac{1}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다. 따라서 모두 곱하면 $\frac{1}{4}$

3) [정답] ②

[해설]
$$\sin \theta$$
, $\cos \theta$, $\tan \theta$ 가 모두 양수이기 위해서는 각 θ 는 제1사분면 위에 있어야 한다. $445^\circ = 360^\circ + 85^\circ$ 이므로 445° 는 제1사분면 위에 있다.

4) [정답] ④

[해설]
$$\theta=\frac{7}{18}\pi$$
는 제1사분면이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$ 따라서 ④번 보기는 $\sin\theta\cos\theta\tan\theta>0$ 이다.

5) [정답] ③

[해설]
$$\frac{\sin\theta}{\tan\theta} = \frac{\sin\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \cos\theta$$

 θ 는 제2사분면의 각이므로 $\cos\theta < 0$
 따라서 $\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ 이다.

6) [정답] ③

[해설]
$$\sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{3}$$
이고 θ 가 제3사분면의 각이므로 $\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\frac{2}{3}$ 따라서 $\tan\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$ 이므로 $\tan\theta(1+\cos\theta)=\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{5}}{6}$

7) [정답] ③

[해설]
$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{4}$$
, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 이므로
$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{4}$$
의 양변을 제곱하면
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{25}{16}$$
이다.

즉,
$$2\sin\theta\cos\theta = \frac{9}{16}$$
 이므로 $\sin\theta\cos\theta = \frac{9}{32}$ 이다.

8) [정답] ②

[해설]
$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$
의 양변을 제곱하면 $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{8}{9}$, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 이므로 $\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{18}$ $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2 - 4\sin\theta\cos\theta$ $= \frac{8}{9} + \frac{2}{9} = \frac{10}{9}$ 이때 θ 는 제2사분면이므로 $\sin\theta > 0$, $\cos\theta < 0$ 즉, $\sin\theta - \cos\theta > 0$ 따라서 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$ $\sin^2\theta - \cos^2\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)$ $= \frac{4\sqrt{5}}{9}$

9) [정답] ②

[해설]
$$P(-3, 1)$$
이므로 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$
 $\sin \theta \times \cos \theta \times \tan \theta = \sin \theta \times \cos \theta \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin^2 \theta$
 $= \frac{1}{10}$

10) [정답] ⑤

11) [정답] ③

[해설]
$$\sin \theta \tan \theta < 0$$
, $\cos \theta \tan \theta < 0$
 $\cos \theta \tan \theta = \sin \theta < 0$ 이고, $\tan \theta > 0$ 이므로
 θ 는 제3사분면의 각

12) [정답] ④

[해설]
$$\cos\theta = -\frac{2}{5}$$
 이고, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 이므로,
$$\sin^2\theta = \frac{21}{25}$$
 이때 θ 가 제2사분면의 각이므로 $\sin\theta > 0$

따라서
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

13) [정답] ②

[해설]
$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
의 양변을 제곱하면
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{5}{9}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
 이므로 $2\sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9}$,
$$\sin\theta\cos\theta = \frac{2}{9}$$

$$\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan\theta} = \tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{9}{2}$$

14) [정답] ②

[해설]
$$(경사도) = \frac{(수직거리)}{(수평거리)}$$
이므로 지면과 경사로가 이루는 각의 크기를 θ 라 하면, 경사도는 $\tan\theta$ 를 의미한다. 따라서 $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 $\theta = 30^\circ$

15) [정답] ⑤

[해설] 근과 계수와의 관계에 의하여
$$\sin\theta + \cos\theta = 3a , \sin\theta \cos\theta = a^2$$
 삼각함수 성질에 의하여
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 - 2\sin\theta \cos\theta = 1$$

$$(3a)^2 - 2a^2 = 1, 7a^2 = 1$$
 따라서 $a = \frac{1}{\sqrt{7}}$ 또는 $a = -\frac{1}{\sqrt{7}}$
$$\frac{1}{\sqrt{7}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right) = -\frac{1}{7}$$

16) [정답] ④

[해설]
$$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{10}}$$
, $\tan\theta=-\frac{1}{3}$ 따라서 $\sin\theta\tan\theta=-\frac{1}{3\sqrt{10}}=-\frac{\sqrt{10}}{30}$

17) [정답] ③

[해설] 제2사분면의 각
$$\theta$$
에 대하여
$$\sin\theta > 0, \cos\theta < 0, \tan\theta < 0$$
이므로
$$\frac{|\cos\theta|}{\sqrt{\sin^2\theta}} + 2\left|\frac{1}{\tan\theta}\right| = \frac{-\cos\theta}{\sin\theta} - 2\frac{1}{\tan\theta}$$
$$= -\frac{1}{\tan\theta} - \frac{2}{\tan\theta} = -\frac{3}{\tan\theta}$$
이다.

18) [정답] ①

[해설]
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
 이므로 $\sin\theta = -\frac{5}{13}$, $\cos\theta = \frac{12}{13}$ $\sin\theta - \cos\theta = -\frac{17}{13}$ 이다.

19) [정답] ③

[해설]
$$\begin{split} &\frac{-2\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{-2\cos\theta + 3\tan\theta}{\sin\theta + 2} \\ &= \frac{(-2\sin^2\theta - 4\sin\theta) + (-2\cos^2\theta + 3\sin\theta)}{\cos\theta(\sin\theta + 2)} \\ &= \frac{-\sin\theta - 2}{\cos\theta(\sin\theta + 2)} = -\frac{1}{\cos\theta} = -3 \end{split}$$

20) [정답] ④

[해설] 근과 계수와의 관계에 의하여
$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3} \;,\; \sin\theta \cos\theta = -\frac{a}{3}$$
 이때 삼각함수의 성질에 의해
$$\sin^2\!\theta + \cos^2\!\theta = (\sin\!\theta + \cos\!\theta)^2 - 2\!\sin\!\theta\!\cos\!\theta = 1$$

$$\sin^2\!\theta + \cos^2\!\theta = \frac{4}{9} + \frac{2}{3}a = 1$$

$$\frac{2}{3}a = \frac{5}{9} \;,\; a = \frac{5}{6} \;\text{이다}.$$

21) [정답] ③

[해설]
$$\cos\theta = -\frac{3}{5}$$
 이므로 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 에서
$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$
각 θ 가 제 2사분면의 각이므로 $\sin\theta > 0$ 따라서 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 이고,
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{3}$$
이다.

22) [정답] ④

[해설]
$$0 \le \theta \le \pi$$
이고 $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ 이므로 θ 는 제2사분면의 각이다. 각 θ 를 나타내는 동경을 \overline{OP} 라고 하면 $\tan \theta = \frac{5}{-12}$ 에서 점 P 의 좌표를 $P(-12,5)$ 로 놓을 수 있다. 이 때 $\overline{OP} = \sqrt{144 + 25} = 13$ 이므로 $\sin \theta = \frac{5}{13}$ 이다.