

[문제]



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

3-1.평면좌표

- 1) 제작연월일 : 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check /

#### [수직선 위의 두 점 사이의 거리]

수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$  사이의 거리

$$\overline{AB} = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$$

## [좌표평면 위의 두 점 사이의 거리]

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$  사이의 거리

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

<참고> 원점 O와 점  $A(x_1,y_1)$ 사이의 거리

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

기본문제

[문제]

- **1.** 수직선 위의 두 점 A(2), B(-5) 사이의 거리는?
  - 1 1

- ② 3
- 3 5
- **4** 7

**⑤** 9

[문제]

- **2.** 두 점 A(1,2), B(4,-2)사이의 거리는?
  - ① 1

② 2

- 3 3
- 4

(5) 5

[예제]

- **3.** 세 점 A(-1,3), B(2,0), C(5,3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?
  - 정삼각형
  - ② BC = CA인 이등변삼각형
  - ③  $\angle B = 90$  ° 인 직각이등변삼각형
  - ④ ∠C = 90°인 직각이등변삼각형
  - ⑤ 둔각삼각형

**4.** 세 점 A(-2,-1), B(1,2), C(2,-2)을 꼭짓점 으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② BC = CA인 이등변삼각형
- ③ ∠A=90° 인 직각삼각형
- ④ ∠B = 90°인 직각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

[예제]

**5.** 두 점 A(4,-1), B(6,3)에서 같은 거리에 있고, 위에 있는 점 P의 좌표는?

① 
$$P\left(\frac{7}{4},0\right)$$

$$\mathbb{Z} P\left(\frac{7}{3},0\right)$$

$$\Im P\left(\frac{7}{2},0\right)$$

$$(5) P(-7,0)$$

[문제]

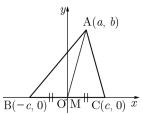
**6.** 두 점 A(1,2), B(4,-3)에서 같은 거리에 있고, y축 위에 있는 점 P의 좌표는?

- ① P(0.4)
- $\mathfrak{I}$  P(0,-2)
- (4) P(0, -4)

[예제]

7. 다음은 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이 성립함을 설명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

그림과 같이 직선 BC를 x축, 점 M을 지나고 직선 BC 에 수직인 직선을 y축으로 잡으면 점 M은 원점이 된다.



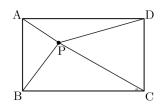
삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표를 각각  $\mathbf{A}(a,b)$ ,  $\mathbf{B}(-c,0)$ ,  $\mathbf{C}(c,0)$ 이라 하면

B(
$$-c$$
,0), C( $c$ ,0)이라 하면 
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \{((\columnwfactor))^2 + (\columnwfactor))^2 + \{(a-c)^2 + b^2\}$$
$$= 2((\columnwfactor)) \cdots \odot$$
한편  $\overline{AM}^2 = (\columnwfactor)$ ,  $\overline{BM}^2 = (\columnwfactor)$ 이 으로 
$$2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) = 2((\columnwfactor)) \cdots \odot$$
  $\odot$ ,  $\odot$ 에서  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이 성립한다.

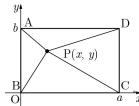
- ① (7): a+c
- ② (나): b
- (3) (다):  $a^2 + b^2 + c^2$
- ④ (라):  $a^2 + b^2$
- (5) (1):  $b^2 + c^2$

[문제]

다음은 그림과 같은 직사각형 ABCD와 그 내부
의 임의의 점 P에 대하여 PA<sup>2</sup> + PC<sup>2</sup> = PB<sup>2</sup> + PD<sup>2</sup>
이 성립함을 설명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?



다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 네 꼭짓점 A, B, C, D를 각각 A(0,b), B(0,0), C(a,0), D(가)로 놓고, 점 P를 (x,y)라 하면



- $$\begin{split} & \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = x^2 + ((\Box))^2 + ((\Box))^2 + y^2 \\ & \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2 = (\overline{\Box})^2 + (\overline{\Box})^2 + (x-a)^2 + (y-b)^2 \\ & \Box \Box A \ \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2 \\ & \Box \Box A \ \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2 \\ \end{split}$$
- ① (7): (a,a)
- ② (나): y-b
- ③ (다): x-a
- ④ (라): x
- ⑤ (□}): y

평가문제

[스스로 확인하기]

- **9.** 다음 중 옳지 않은 것은?
  - ① 수직선 위의 두 점 A(3), B(-2) 사이의 거리는 5다.
  - ② 수직선 위의 두 점 A(-4), B(-1) 사이의 거리는 3이다.
  - ③ 좌표평면 위의 두 점 A(2,1), B(5,-3)사이의 거리 는 5다.
  - ④ 좌표평면 위의 두 점 A(1,0), B(-1,2)사이의 거리 는 2다.
  - ⑤ 좌표평면 위의 원점 O(0,0)과 점 A(3,-1)사이의 거리는  $\sqrt{10}$ 이다.

[스스로 확인하기]

- **10.** 두 점 A(2,2), B(5,-1)사이의 거리는?
  - ①  $3\sqrt{2}$
- ②  $\sqrt{19}$
- $3 2\sqrt{5}$
- (4)  $\sqrt{21}$
- ⑤  $\sqrt{22}$

[스스로 확인하기]

- **11.** 두 점 A(a,1), B(-2, 3a+1)에 대하여  $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 일 때, 상수 a의 값은? (단, a > 0)
  - ①  $\frac{3}{5}$
- ②  $\frac{4}{5}$
- 3 1

 $\frac{6}{5}$ 

[스스로 확인하기]

- **12.** 세 점 O(0,0), A(2,-2), B(5,3)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB는 어떤 삼각형인가?
  - ① 정삼각형
  - ② 둔각삼각형
  - ③  $\angle A = 90$  ° 인 직각이등변삼각형
  - ④  $\angle$ B = 90 ° 인 직각이등변삼각형
  - ⑤  $\overline{AB} = \overline{BO}$ 인 이등변삼각형

[스스로 확인하기]

- **13.** 두 점 A(0, -3), B(2,3)에서 같은 거리에 있고, 직선 y=2x+5 위에 있는 점 P의 좌표는?
  - ① P(-1,3)
- ② P(-2,1)
- $\Im P(-3,-1)$
- (4) P(-4, -3)
- ⑤ P(-5, -5)

[스스로 확인하기]

- **14.** 어느 도시의 세 아파트 A, B, C로부터 같은 거리에 있는 지점에 도서관을 지으려고 한다. 세 아파트 A, B, C의 위치를 작표평면 위에 나타내면 A(-1,1), B(1,2), C(0,-1)일 때, 도서관의 위치를 나타내는 점의 좌표는? (단, 아파트의 크기는 무시한다.)
- $2\left(0,\frac{3}{2}\right)$
- $\Im\left(\frac{1}{4},1\right)$
- $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{5}{12},\frac{2}{3}\right)$

[스스로 마무리하기]

- **15.** 두 점 A(2,3), B(a,1) 사이의 거리가  $\sqrt{13}$ 가 되게 하는 양의 실수 a의 값은?
  - $\bigcirc$  1
- ② 3
- 3 5
- **4** 7

(5) g

- [스스로 마무리하기] **2진이는 전** P**와**
- **16.** 원  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$  위를 움직이는 점 P와 점 Q(4,2)에 대하여 선분 PQ의 길이의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, M+m의 값은?
- ① 2

2 4

3 6

- **(4)** 8
- **⑤** 10

느느서

- **17.** 두 점 O(0, 0), A(3, 4) 사이의 거리는?
  - ① 3

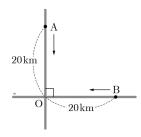
② 4

- 3 5
- 4) 6
- (5) 7
- **18.** 두 점 A(a, 3), B(1, -a)에 대하여 선분 AB 길이의 최솟값은? (단, a 는 실수)
  - 1 1

②  $\sqrt{2}$ 

- 3 2
- (4)  $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4
- **19.** 두 점 A(-3, a), B(1, 7)사이의 거리가  $2\sqrt{5}$ 가 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은?
  - ① 33
- ② 36
- 3 39
- **4** 42
- (5) 45
- **20.** 두 점 A(2,5), B(-1,2)에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표는?
  - ① (0,3)
- $\bigcirc \left(0,\frac{7}{2}\right)$
- ③ (0,4)
- $\left(0,\frac{9}{2}\right)$
- (0,5)

- **21.** 두 점 A(1,-2), B(5,2)에서 같은 거리에 있는 점 P(a,b)가 직선 y=x+1 위의 점일 때, ab의 값은?
  - $\bigcirc -2$
- 30
- **4** 1
- ⑤ 2
- 22. 다음 그림과 같이 지점  $\bigcirc$ 에서 수직으로 만나는 도로가 있다. 지점 ○에서 각각 20km 떨어진 지점 에서 두 자동차 A,B가 일정한 속도로 지점 O를 향 해 달리고 있다. 자동차 A는 매분 4km, 자동차 B는 매분 2km의 속도로 움직일 때, 두 자동차의 거 리가 가장 가까워지는 것이 a분 후이고, 그 때의 거 리가 b km 일 때, ab의 값은? (단, a, b는 실수이다.)



- ①  $\sqrt{5}$
- ②  $6\sqrt{5}$
- $312\sqrt{5}$
- $4) 18\sqrt{5}$
- ⑤  $24\sqrt{5}$

# 4

#### 정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 두 점 A(2), B(-5) 사이의 거리는 |(-5)-2|=7

2) [정답] ⑤

[해설] 두 점 A(1,2), B(4,-2)사이의 거리는  $\sqrt{(4-1)^2+\{(-2)-2\}^2}=\sqrt{3^2+(-4)^2}$   $=\sqrt{25}=5$ 

3) [정답] ③

[해설] 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 각각  $\overline{AB} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (0-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$   $\overline{BC} = \sqrt{(5-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$   $\overline{CA} = \sqrt{(-1-5)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{36} = 6$  따라서  $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로 피타고라스 정리에 의하여 삼각형 ABC는  $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

4) [정답] ②

[해설] 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 각각  $\overline{AB} = \sqrt{\{1 - (-2)\}^2 + \{2 - (-1)\}^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$   $\overline{BC} = \sqrt{(2 - 1)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{17}$   $\overline{CA} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + \{-1 - (-2)\}^2} = \sqrt{17}$   $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 삼각형 ABC는  $\overline{BC} = \overline{CA}$ 인 이동변삼각형이다.

5) [정답] ④

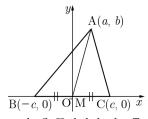
6) [정답] ③

[해설] 점 P의 좌표를 (0,y)라 하면  $\overline{AP} = \sqrt{1^2 + (y-2)^2}, \ \overline{BP} = \sqrt{4^2 + \{y-(-3)\}^2}$  그런데  $\overline{AP} = \overline{BP}, \ \ \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로  $1^2 + (y-2)^2 = 4^2 + \{y-(-3)\}^2$   $y^2 - 4y + 5 = y^2 + 6y + 25$  10y = -20, 즉 y = -2 따라서 점 P의 좌표는 (0,-2)

7) [정답] ⑤

[해설] 그림과 같이 직선 BC를 x축, 점 M을 지나고

직선 BC에 수직인 직선을 y축으로 잡으면 점 M 은 원점이 된다.

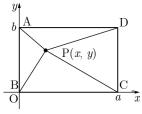


삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표를 각각 A(a, b), B(-c, 0), C(c, 0)이라 하면  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \{(a+c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\}$  $= 2(a^2 + b^2 + c^2) \qquad \cdots \cdots \bigcirc$  한편  $\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \ \overline{BM}^2 = c^2 \cap \Box = \mathbb{E}$  $2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) = 2(a^2 + b^2 + c^2) \quad \cdots \cdots \bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$  에서  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \cap \text{ 성립}$  한다.

#### 8) [정답] ①

[해설] 다음 그림과 같이

직사각형 ABCD의 네 꼭짓점 A, B, C, D를 각 각 A(0,b), B(0,0), C(a,0), D(a,b)로 놓고, 점 P = (x,y)라 하면



$$\begin{split} &\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = x^2 + (y-b)^2 + (x-a)^2 + y^2 \\ &\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2 = x^2 + y^2 + (x-a)^2 + (y-b)^2 \\ & \text{따라서 } \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2 \mathrm{ol} \ \ \mathrm{성립한다}. \end{split}$$

9) [정답] ④

[해설] (i) 두 점 A(3), B(-2) 사이의 거리는 |-2-3|=5 (ii) 두 점 A(-4), B(-1) 사이의 거리는 |-1-(-4)|=3 (iii) 두 점 A(2,1), B(5,-3)사이의 거리는  $\sqrt{(5-2)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{25}=5$  (iv) 두 점 A(1,0), B(-1,2)사이의 거리는  $\sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$  (v) 원점 O(0,0)과 점 A(3,-1)사이의 거리는  $\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$ 

10) [정답] ①

[해설] 두 점 A(2,2), B(5,-1)사이의 거리는  $\sqrt{(5-2)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 

11) [정답] ① \_\_\_\_

[해설]  $\overline{AB} = \sqrt{(-2-a)^2 + (3a+1-1)^2}$ 

$$= \sqrt{(a+2)^2 + (3a)^2} = \sqrt{10a^2 + 4a + 4}$$
 
$$\overline{AB} = \sqrt{10} \circ | \text{므로}$$
 
$$10a^2 + 4a + 4 = 10, \ 5a^2 + 2a - 3 = 0$$
 
$$5a^2 + 2a - 3 = (5a - 3)(a + 1) \circ | \text{므로}$$
 
$$a = \frac{3}{5} \text{ 또는 } a = -1$$
 
$$a > 0 \circ | \text{므로} \ a = \frac{3}{5}$$

#### 12) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 OAB의 세 변의 길이는 각각  $\overline{OA} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$   $\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + \{3 - (-2)\}^2} = \sqrt{34}$   $\overline{BO} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$   $\overline{AB} = \overline{BO}$ 이므로 삼각형 OAB는  $\overline{AB} = \overline{BO}$ 인 이동변삼각형이다.

# 13) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + (y+3)^2}$$
,  $\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}$  그런데  $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$ ,  $\overline{\ominus}$   $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$  이므로  $x^2 + (y+3)^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2$   $x^2 + y^2 + 6y + 9 = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$   $4x + 12y - 4 = 0$ ,  $\overline{\ominus}$   $x + 3y - 1 = 0$  점 P는 직선  $x + 3y - 1 = 0$ ,  $y = 2x + 5$ 의 교점이 므로 두 식을 연립하여 계산하면  $x = -2$ ,  $y = 1$  따라서 점 P의 좌표는  $(-2, 1)$ 

## 14) [정답] ④

[해설] 도서관의 위치를 나타내는 점의 좌표를

$$D(x,y)$$
라 하면

$$\overline{AD} = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\overline{\text{BD}} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$$

$$\overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

그런데  $\overline{AD} = \overline{BD}$ , 즉  $\overline{AD}^2 = \overline{BD}^2$ 이므로

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$4x + 2y = 3$$

또 
$$\overline{BD} = \overline{CD}$$
, 즉  $\overline{BD}^2 = \overline{CD}^2$ 이므로

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = x^2 + (y+1)^2$$

2x + 6y = 4,

$$x+3y=2$$

⊙, ⓒ을 연립하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}, \ y = \frac{1}{2}$$

따라서 도서관의 위치를 나타내는 점의 좌표는  $\left(\frac{1}{2}\,,\frac{1}{2}\right)$ 이다.

## 15) [정답] ③

[해설] 두 점 
$$A(2,3)$$
,  $B(a,1)$  사이의 거리는 
$$\sqrt{(a-2)^2+(1-3)^2}=\sqrt{(a-2)^2+4}=\sqrt{13}$$
양변을 제곱하면  $(a-2)^2+4=13$ ,  $(a-2)^2=9$ 즉  $a-2=\pm 3$ ,  $a=2\pm 3$   
따라서 양수  $a$ 의 값은  $5$ 

## 16) [정답] ⑤

[해설] 주어진 원의 중심을 C라 하면 
$$C(1,-2)$$
이고 원의 반지름의 길이는 3이다. 
$$\overline{CQ} = \sqrt{(4-1)^2 + \{2-(-2)\}^2} = 5$$
이고  $\overline{PQ}$ 의 최댓값  $M$ 은 
$$M = \overline{CQ} + (반지름의 길이) = 5 + 3 = 8$$
$$\overline{PQ}$$
의 최솟값  $m$ 은 
$$m = \overline{CQ} - (반지름의 길이) = 5 - 3 = 2$$
따라서  $M+m=8+2=10$ 

## 17) [정답] ③

[해설] 
$$\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$$

#### 18) [정답] ④

[해설] 
$$A(a,3)$$
,  $B(1,-a)$  두 점 사이의 거리는 
$$\sqrt{(a-1)^2+(3+a)^2}=\sqrt{2a^2+4a+10}$$
$$=\sqrt{2(a+1)^2+8}$$
따라서 선분  $AB$ 의 최솟값은  $2\sqrt{2}$ 이다.

## 19) [정답] ⑤

[해설] 
$$\sqrt{4^2+(7-a)^2}=2\sqrt{5}$$
  $a^2-14a+65=20$   $a^2-14a+45=0$ 이므로  $a$ 의 곱은 45이다.

#### 20) [정답] ③

[해설] 
$$y$$
축 위의 점  $(0,a)$ 에 대하여  $2^2 + (5-a)^2 = 1 + (2-a)^2$   $4 + 25 - 10a = 1 + 4 - 4a$   $6a = 24$   $\therefore a = 4$ 

## 21) [정답] ⑤

[해설] 세 점 
$$P(a,a+1)$$
 ,  $A(1,-2)$  ,  $B(5,2)$  에 대하여  $\overline{PA} = \overline{PB}$  이므로 
$$(a-1)^2 + (a+1+2)^2 = (a-5)^2 + (a+1-2)^2$$
 
$$a^2 + 6a + 9 = a^2 - 10a + 25$$
 
$$\therefore a = 1, b = 2$$
 따라서  $ab = 2$ 

#### 22) [정답] ⑤

[해설] O를 원점으로 하는 좌표평면에서 t분 후 점 A의 좌표는 (0,20-4t)이고 점 B의 좌표는 (20-2t,0)이므로 선분 AB의 길이는

$$\sqrt{(20-2t)^2+(20-4t)^2}$$
 
$$=\sqrt{20t^2-240t+800}$$
 
$$=\sqrt{20(t-6)^2+80}$$
 따라서  $t=6$ 일 때 최솟값  $\sqrt{80}$   $km$ 이므로  $ab=6\times 4\sqrt{5}=24\sqrt{5}$ 

