



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01** 지수함수의 도함수

(1)  $y = e^x$ 이면  $y' = e^x$

(2)  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 이면  $y' = a^x \ln a$

■ 다음 함수를 미분하여라.

1.  $y = 2e^x$

2.  $y = e^{3x}$

3.  $y = 3 \times 2^x$

4.  $y = 3^x + 5^{x+1}$

5.  $y = 5^x + e^{x-1}$

6.  $y = e^{x+2}$

7.  $y = 3^{x-2}$

8.  $y = 2^{x+1}$

9.  $y = 2^x(x-4)$

10.  $y = (x+1)e^x$

11.  $y = x^2 + e^x$

12.  $y = 2e^{x+2}$

13.  $y = xe^x$

14.  $y = 4e^x - 5^x$

15.  $y = e^{2x}(x+x^2)$

16.  $y = e^x + 3x$

17.  $y = 2xe^x$

18.  $y = 3^x x$

19.  $y = (x+2)e^{x+1}$

20.  $y = x^2 e^x$

21.  $y = 2x^3 e^x$

22.  $y = e^{x+\ln 2}$

23.  $y = 6^x (x-1)$

24.  $y = (x^2+4)(e^x-1)$

25.  $y = (x^2+1)e^x$

■ 다음 극한값을 구하여라.

26. 함수  $f(x) = e^x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-2h)}{h} \text{의 값}$$

27. 함수  $f(x) = 2^x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1+3h)}{h} \text{의 값}$$

28. 함수  $f(x) = 2^x + x^3 - 3x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} \text{의 값}$$

29. 함수  $f(x) = e^x - 2^x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(0-2h)}{h} \text{의 값}$$

30. 함수  $f(x) = 2^{x+1}$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} \text{의 값}$$

■ 다음 값을 구하여라.

31. 함수  $f(x) = xe^x$ 에 대하여  $f'(3)$ 의 값

32. 함수  $f(x) = e^x + 2^x$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값

33. 함수  $f(x) = e^{3(x+1)}$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값

34. 함수  $f(x) = (x^2 + 2)e^{3x}$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값

35. 함수  $f(x) = x^3 + e^{2x}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값

36. 함수  $f(x) = (x^2 - x) \times 5^x$ 에 대하여  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값

37. 함수  $f(x) = xe^x$  ( $x > 0$ )에 대하여  $f'(1)$ 의 값

38. 함수  $f(x) = e^{-x}(x-2)$ 에 대하여  $f'(-1)$ 의 값

39. 함수  $f(x) = 5^x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값

40. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}e^x - 3x^2$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값

41. 함수  $f(x) = 3^{2x}$ 에 대하여,  $f'(1)$ 의 값

42. 함수  $f(x) = 3^x + x^2 + 1$ 에 대하여  $f'(-1)$ 의 값

43. 함수  $f(x) = 3x \times 2^x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값

44. 함수  $f(x) = e^x x + 2^x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값

45. 함수  $f(x) = (x^3 + 1)e^x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값

46. 함수  $f(x) = 5^x(2x^3 - 1)$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값

47. 함수  $y = x3^x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값

48. 함수  $f(x) = e^x + 2^x$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값

■ 다음 물음에 답하여라.

49. 실수  $k$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 3^{x-1} - 7}{x-2} = k$ 일 때,  $e^k$ 의 값을 구하여라.

50. 함수  $f(x) = (x-a)e^x$ 에 대하여  $f'(1) = \frac{e}{2}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

51. 함수  $f(x) = x^2 a^{x-1}$  ( $a > 0$ )에 대하여  $f'(1) = 4$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

52. 함수  $f(x) = ax^3 e^x$ 이  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 10e^2$ 을 만족시킬 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

53. 함수  $f(x) = e^x(x^2 + ax + b)$ 에 대하여  $f'(x) = x^2 e^x$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

54. 함수  $f(x) = (x+a) \times 2^{bx}$ 에 대하여  $f'(x) = \{1 + (x-1)\ln 4\} \times 4^x$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

## 02 지수함수의 도함수와 미분가능성

■ 다음 물음에 답하여라.

55. 함수  $f(x) = \begin{cases} axe^x & (x < 1) \\ x+b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가  $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

56. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a & (x \leq 0) \\ b^x - 1 & (x > 0) \end{cases}$ 가  $x=0$ 에서 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하여라. (단,  $b > 0$ )

57. 함수  $f(x) = \begin{cases} ae^{-x} - 1 & (x < 0) \\ x^2 + bx + 1 & (x \geq 0) \end{cases}$ 이  $x=0$ 에서 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하여라.

58. 함수  $f(x) = \begin{cases} (x-a)e^x & (x \geq 2) \\ bx & (x < 2) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하여라.

59. 함수  $f(x) = \begin{cases} 5^x + x^2 & (x < 0) \\ x^2 + ax + b & (x \geq 0) \end{cases}$ 가  $x=0$ 에서 미분가능할 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

60. 함수  $f(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 1) \\ ax^2 + bx & (x > 1) \end{cases}$ 가  $x=1$ 에서 미분 가능하도록 하는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하여라.

61. 함수  $f(x) = \begin{cases} ax^3 - 1 & (x > 1) \\ e^{x-1} + b & (x \leq 1) \end{cases}$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $2a+b$ 의 값을 구하여라.

62. 함수  $f(x) = \begin{cases} ae^{-x} & (x \leq 1) \\ x^2 - bx + 2 & (x > 1) \end{cases}$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $4ab$ 의 값을 구하여라.



## 정답 및 해설

1)  $y' = 2e^x$

2)  $3e^{3x}$

$\Rightarrow y = (e^3)^x \text{이므로}$

$y' = e^{3x} \ln e^3 = 3e^{3x}$

3)  $y' = 3 \ln 2 \times 2^x$

$\Rightarrow y' = 3 \times 2^x \ln 2 = 3 \ln 2 \times 2^x$

4)  $y' = 3^x \ln 3 + 5^{x+1} \ln 5$

5)  $y' = 5^x \ln 5 + e^{x-1}$

6)  $e^{x+2}$

$\Rightarrow y = e^2 \times e^x \text{이므로}$

$y' = e^2 \times (e^x)' = e^2 \times e^x = e^{x+2}$

7)  $3^{x-2} \ln 3$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3^2} \times 3^x \text{이므로}$

$y' = \frac{1}{3^2} \times (3^x)' = \frac{1}{3^2} \times 3^x \times \ln 3 = 3^{x-2} \ln 3$

8)  $2^{x+1} \ln 2$

$\Rightarrow y = 2 \times 2^x \text{이므로}$

$y' = 2 \times (2^x)' = 2 \times 2^x \times \ln 2 = 2^{x+1} \ln 2$

9)  $y' = 2^x \{(x-4) \ln 2 + 1\}$

10)  $y' = (x+2)e^x$

$\Rightarrow y' = 1 \times e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x$

11)  $y' = 2x + e^x$

12)  $y' = 2e^{x+2}$

$\Rightarrow y = 2e^2 \times e^x \text{이므로 } y' = 2e^2 \times e^x = 2e^{x+2}$

13)  $y' = (1+x)e^x$

14)  $y' = 4e^x - 5^x \ln 5$

15)  $y' = e^{2x} (2x^2 + 4x + 1)$

16)  $y' = e^x + 3$

17)  $2(1+x)e^x$

$\Rightarrow$  곱의 미분법에 의하여

$y' = (2x)'e^x + 2x(e^x)' = 2e^x + 2xe^x = 2(1+x)e^x$

18)  $3^x(x \ln 3 + 1)$

$\Rightarrow$  곱의 미분법에 의하여

$y' = (3^x)'x + 3^x(x)' = 3^x \ln 3 \times x + 3^x = 3^x(x \ln 3 + 1)$

19)  $(x+3)e^{x+1}$

$\Rightarrow$  곱의 미분법에 의하여

$y' = e(x+2)'e^x + e(x+2)(e^x)' = e \times e^x + e(x+2)e^x = (x+3)e^{x+1}$

20)  $y' = xe^x(x+2)$

$\Rightarrow y' = (x^2e^x)' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)' = 2xe^x + x^2e^x = xe^x(x+2)$

21)  $y' = 2x^2e^x(x+3)$

22)  $y' = 2e^x$

$\Rightarrow y' = (e^{x+\ln 2})' = (e^x \cdot e^{\ln 2})' = 2e^x$

23)  $y' = 6^x \{(x-1) \ln 6 + 1\}$

24)  $y' = e^x(x^2 + 2x + 4) - 2x$

$\Rightarrow y' = 2x(e^x - 1) + (x^2 + 4)e^x = e^x(x^2 + 2x + 4) - 2x$

25)  $y' = (x+1)^2e^x$

26)  $4e$

$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-2h)}{h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1) - \{f(1-2h) - f(1)\}}{h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2 - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{-2h} \times (-2)$

$= 2f'(1) + 2f'(1) = 4f'(1)$

한편,  $f(x) = e^x$ 에서  $f'(x) = e^x$ 이므로 구하는 극한값은  $4f'(1) = 4e$

27)  $-8 \ln 2$

28)  $\frac{\ln 2}{2}$

$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = f'(-1)$

한편  $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3x^2 - 3$ 이므로 구하는 극한값은  $f'(-1) = 2^{-1} \ln 2 + 3 \times (-1)^2 - 3 = \frac{\ln 2}{2}$

29)  $2(1 - \ln 2)$

$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(0-2h)}{h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(0-2h)}{2h} \times 2 = 2f'(0)$

한편  $f'(x) = e^x - 2^x \ln 2$ 이므로 구하는 극한값은  $2f'(0) = 2(1 - \ln 2)$

30)  $8 \ln 2$

$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1) - \{f(1-h) - f(1)\}}{h} \\
&= f'(1) + f'(1) = 2f'(1) \\
&f'(x) = 2^{x+1} \ln 2 \text{ 이므로} \\
&2f'(1) = 2 \times 2^2 \times \ln 2 = 8 \ln 2
\end{aligned}$$

31)  $4e^3$

$$\Rightarrow f'(x) = (x)'e^x + x(e^x)' = e^x + xe^x = (1+x)e^x \text{ 이므로 } f'(3) = 4e^3$$

32)  $e^2 + 4 \ln 2$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x + 2^x \ln 2 \quad \therefore f'(2) = e^2 + 4 \ln 2$$

33)  $3e^3$

34) 6

$$\Rightarrow f'(x) = 2xe^{3x} + (3x^2 + 6)e^{3x} \text{ 이므로 } f'(0) = 6 \text{ 이다.}$$

35)  $3 + 2e^2$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2e^{2x} \text{ 이므로 } f'(1) = 3 + 2e^2$$

36)  $-\frac{\sqrt{5}}{4} \ln 5$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= (x^2 - x)' \times 5^x + (x^2 - x) \times (5^x)' \\
&= (2x - 1) \times 5^x + (x^2 - x) \times 5^x \ln 5 \\
\therefore f'\left(\frac{1}{2}\right) &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \times 5^{\frac{1}{2}} \ln 5 = -\frac{\sqrt{5}}{4} \ln 5
\end{aligned}$$

37)  $2e$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x + x \cdot e^x \text{ 이므로 } f'(1) = e + e = 2e$$

38)  $4e$

39)  $5 \ln 5$

$$\Rightarrow f'(x) = 5^x \ln 5 \text{ 이므로 } f'(1) = 5 \ln 5$$

40)  $\frac{1}{2}e^2 - 12$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}e^x - 6x \text{ 이므로}$$

$$f'(2) = \frac{1}{2}e^2 - 12$$

41)  $18 \ln 3$

42)  $\frac{\ln 3}{3} - 2$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= 3^x \ln 3 + 2x \text{ 이므로} \\
f'(-1) &= 3^{-1} \ln 3 - 2 = \frac{\ln 3}{3} - 2
\end{aligned}$$

43)  $6(1 + \ln 2)$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= (3x)' \times 2^x + 3x \times (2^x)' \\
&= 3 \times 2^x + 3x \times 2^x \ln 2 = 3 \times 2^x (1 + x \ln 2) \\
\therefore f'(1) &= 6(1 + \ln 2)
\end{aligned}$$

44)  $1 + \ln 2$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x(1+x) + 2^x \ln 2 \text{ 이므로 } f'(0) = 1 + \ln 2$$

45)  $5e$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= (x^3 + 1)'e^x + (x^3 + 1)(e^x)' \\
&= 3x^2e^x + (x^3 + 1)e^x = (x^3 + 3x^2 + 1)e^x \\
\therefore f'(1) &= 5e
\end{aligned}$$

46)  $-\ln 5$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= 5^x \cdot \ln 5 \cdot (2x^3 - 1) + 5^x \cdot 6x^2 \\
f'(0) &= 1 \cdot \ln 5 \cdot (-1) = -\ln 5
\end{aligned}$$

47)  $3 + 3 \ln 3$

48)  $e^2 + 4 \ln 2$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x + 2^x \ln 2 \quad \therefore f'(2) = e^2 + 4 \ln 2$$

49) 432

$$\Rightarrow f(x) = 2^x + 3^{x-1} \text{ 라 하면}$$

$$f(2) = 2^2 + 3^{2-1} = 4 + 3 = 7 \text{ 이므로}$$

주어진 식은

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 3^{x-1} - 7}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) \text{ 이다.}$$

따라서 함수  $f(x)$ 를 미분하여  $f'(2)$ 의 값을 구한다.

$$\text{즉, } f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^{x-1} \ln 3 \text{ 에서}$$

$$f'(2) = 2^2 \ln 2 + 3^{2-1} \ln 3 = 4 \ln 2 + 3 \ln 3 = k$$

따라서 구하는 값은

$$e^k = e^{4 \ln 2 + 3 \ln 3} = e^{\ln(2^4 \cdot 3^3)} = 2^4 \cdot 3^3 = 432$$

50)  $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(x) &= e^x + (x-a)e^x = (x-a+1)e^x \text{ 이므로} \\
f'(1) &= (2-a)e
\end{aligned}$$

$$\text{즉 } (2-a)e = \frac{e}{2} \text{ 이므로 } 2-a = \frac{1}{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

51)  $e^2$

52)  $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 10e^2 = f'(2)$$

$$f'(x) = 3ax^2e^x + ax^3e^x = (3+ax^2)e^x \text{ 에서}$$

$$f'(2) = 20ae^2 = 10e^2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

53)  $a = -2, b = 2$

$\Rightarrow$  곱의 미분법에서

$$\begin{aligned}
f'(x) &= (e^x)'(x^2 + ax + b) + e^x(x^2 + ax + b)' \\
&= e^x(x^2 + ax + b) + e^x(2x + a) \\
&= e^x\{x^2 + (a+2)x + (a+b)\}
\end{aligned}$$

$$f'(x) = x^2e^x \text{ 이므로}$$

$$e^x \{x^2 + (a+2)x + (a+b)\} = x^2 e^x \cdots \textcircled{1}$$

$e^x > 0$ 이므로  $\textcircled{1}$ 의 양변을  $e^x$ 으로 나누면

$$x^2 + (a+2)x + (a+b) = x^2$$

$$a+2=0, a+b=0 \text{이므로 } a=-2, b=2$$

54)  $a=-1, b=2$

$\Rightarrow$  곱의 미분법에서

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x+a)' \times 2^{bx} + (x+a) \times (2^{bx})' \\ &= 2^{bx} + (x+a) \times 2^{bx} \ln 2^b \\ &= \{1 + (x+a) \ln 2^b\} \times 2^{bx} \\ &= \{1 + (x-1) \ln 4\} \times 4^x \end{aligned}$$

이므로  $a=-1$ 이고  $2^b=4$ 에서  $b=2$ 이다.

$$\therefore a=-1, b=2$$

55)  $a=\frac{1}{2e}, b=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow f(x)$ 가  $x=1$ 에서 미분가능하려면  $x=1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (x+b) = \lim_{x \rightarrow 1-} a x e^x = f(1) \text{에서}$$

$$1+b=ae \quad \therefore b=ae-1 \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f'(1)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} ae^x + a x e^x & (x < 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow 1+} 1 = \lim_{x \rightarrow 1-} (ae^x + a x e^x) = 2ae$$

$$\therefore a = \frac{1}{2e} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } a = \frac{1}{2e}, b = -\frac{1}{2}$$

56)  $e^2$

$\Rightarrow x=0$ 에서 연속이므로  $a=b^0-1=1-1=0$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+2 & (x < 0) \\ b^x \ln b & (x > 0) \end{cases}$$

$x=0$ 에서 미분가능하므로  $2=\ln b, b=e^2$

$$\therefore a+b=0+e^2=e^2$$

57) 0

$\Rightarrow x=0$ 에서 연속이므로  $a-1=1 \quad \therefore a=2$

$$f'(x) = \begin{cases} -2e^{-x} & (x < 0) \\ 2x+b & (x > 0) \end{cases} \text{이고,}$$

$x=0$ 에서 미분가능하므로

$$-2=b \quad \therefore b=-2$$

$$\therefore a+b=2-2=0$$

58)  $-4e^2$

$\Rightarrow$  실수 전체의 집합에서 미분가능하므로  $x=2$ 에서 연속이다.

$$\text{따라서 } (2-a)e^2=2b$$

$$f'(x) = \begin{cases} e^x + (x-a)e^x & (x > 2) \\ b & (x < 2) \end{cases}$$

$x=2$ 에서 미분 가능하므로

$$e^2 + (2-a)e^2 = b$$

주어진 두 식을 연립하여  $a, b$ 를 구하자.

$$e^2 + 2b = b \quad \therefore b = -e^2, a = 4$$

$$\therefore ab = -4e^2$$

59)  $a=\ln 5, b=1$

$\Rightarrow f(x)$ 가  $x=0$ 에서 미분가능하려면  $x=0$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 0+} (x^2 + ax + b) = \lim_{x \rightarrow 0-} (5^x + x^2) \text{에서}$$

$$b = 5^0 = 1 \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f'(0)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} 5^x \ln 5 + 2x & (x < 0) \\ 2x + a & (x > 0) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow 0+} (2x + a) = \lim_{x \rightarrow 0-} (5^x \ln 5 + 2x)$$

$$a = 5^0 \ln 5 = \ln 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } a = \ln 5, b = 1$$

60)  $e$

61)  $-1$

$\Rightarrow f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에서 미분가능하면  $x=1$ 에서 미분가능하고,  $x=1$ 에서 미분가능하면  $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (ax^3 - 1) = \lim_{x \rightarrow 1-} (e^{x-1} + b) = f(1)$$

$$a-1=1+b \quad \therefore b=a-2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 & (x > 1) \\ e^{x-1} & (x < 1) \end{cases} \text{에서 } f'(1) \text{이 존재하므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (3ax^2) = \lim_{x \rightarrow 1-} (e^{x-1})$$

$$3a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$$

$$\text{이 값을 } \textcircled{1} \text{식에 대입하면 } b = -\frac{5}{3}$$

$$\text{따라서 } 2a+b = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} = -1$$

62)  $5e$

$\Rightarrow$  함수  $f(x)$ 가 미분가능하면 함수  $f(x)$ 는 연속이므로  $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1)$ 에서

$$ae^{-1} = 3-b \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -ae^{-x} & (x < 1) \\ 2x-b & (x > 1) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} -ae^{-x} = -ae^{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (2x-b) = 2-b$$

함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 미분가능하므로

$$-ae^{-1} = 2-b \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{e}{2}, b = \frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } 4ab = 4 \cdot \frac{e}{2} \cdot \frac{5}{2} = 5e$$



|