# 2-3-2.연립이차방정식\_신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check /

# [이차방정식과 일차방정식으로 이루어진 연립이차방정식]

- (1) 일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한다.
- (2) (1)을 이차방정식에 대입하여 푼다.

#### [두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식]

- (1) ① 인수분해가 되는 경우에는 인수분해
- ② 인수분해가 되지 않는 경우에는

*xy*항이 있으면 상수항을 소거

xy항이 없으면 이차항을 소거

(2) (1)을 이차방정식에 대입하여 푼다.

기본문제

[예제]

**1.** 다음 연립방정식에서 밑의 식을 만족하는 x+y값을 구하면?

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 - xy = 28 \end{cases}$$

1 2

- 2 4
- ③ 6
- **(4)** 8
- **(5)** 10

[문제]

**2.** 다음 연립방정식에서 x가 실근을 가질 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

	$\int x - y = 5$
•	$x^2 + 2xy + k = 0$

- $\bigcirc$  2
- ② 4
- ③ 6
- **(4)** 8
- (5) 10

[예제]

**3.** 다음 연립방정식에서 밑의 식을 만족하는 x = a, y = b에 대해서 ab의 값을 구하면? (a > 0, b > 0)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

- $\bigcirc$  2
- 2 4
- 3 6
- **4** 8
- **⑤** 10

[문제]

**4.** 다음 연립방정식을 만족하는 양수  $x = \alpha, y = \beta$ 에 대해서  $\alpha + \beta$ 의 값은?

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 32\\ 2xy = 16 \end{cases}$$

① 3

2 4

3 5

**4** 6

**⑤** 7

평가문제

[중단원 마무리]

**5.** 실수 x, y에 대해서 (x>0,y>0)

 $\begin{cases} x+2y-2xy=0 \\ x^2+2xy+4y^2=12 \end{cases}$  를 만족하는 x, y에 대해서 x+y의 값을 구하면?

1

- ② 2
- 3 3
- **(4)** 4

(5) 5

[중단원 마무리]

**6.** 실수 x, y에 대해서  $\begin{cases} x^2 + 4xy - 5y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$  일 때,

|x+y|의 값을 구하면? (단,  $x \neq y$ )

1

2 2

3 3

4

**⑤** 5

#### [중단원 마무리]

- **7.** 연립방정식  $\begin{cases} x+y=k \\ x^2+xy+y^2=18 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해 를 갖도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하시오.
  - ①  $\pm \sqrt{6}$
- ②  $\pm 2\sqrt{6}$
- $3 \pm 3\sqrt{6}$
- (4)  $\pm 4\sqrt{6}$
- $5 \pm 5\sqrt{6}$

#### [중단원 마무리]

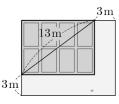
**8.** 연립방정식  $\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 의 해를

 $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라고 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?  $(\alpha > 0, \beta < 0)$ 

- ①  $-4\sqrt{2}$
- $(2) 2\sqrt{2}$
- $3 \sqrt{2}$
- (4)  $\sqrt{2}$
- ⑤  $2\sqrt{2}$

# [중단원 마무리]

9. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 13 m인 직사 각형 모양의 양식장이 있다. 이 양식장의 가로, 세 로의 길이를 각각 3 m씩 확장한 양식장의 넓이는 처음 양식장의 넓이보다 60 m²만큼 넓다고 한다. 처 음 양식장의 넓이를 구하면?



- 1 60
- ② 62
- ③ 64
- **4** 66
- **⑤** 68

- [중단원 마무리]
- 10. 원 위의 n개의 점을 선분으로 모두 연결하면 원의 내부는  $\frac{1}{24}(n^4-6n^3+23n^2-18n+24)$ 개의 부분으로 나뉜다고 한다. 예를 들어 다음 그림과 같이원 위의 4개의 점을 선분으로 모두 연결하면 원의내부는 8개의 부분으로 나뉜다. 원의 내부를 57개의 부분으로 나누려면 원 위의 몇 개의 점을 선분으로 연결해야 하는지 구하면? (단,  $n \geq 2$ )



 $\bigcirc$  6

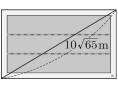
② 7

③ 8

- (4) 9
- **⑤** 10

### [중단원 마무리]

**11.** 다음 그림과 같이 넓이가  $2800 \text{ m}^2$ 인 직사각형 모양의 수영장이 있다. 이 수영장의 대각선의 길이가  $10\sqrt{65}$  m이다. 이 수영장의 가로를 x, 세로의 길이를 y일 때 x+2y를 구하면? (단, 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길다.)



- 120
- ② 130
- ③ 140
- **(4)** 150
- **⑤** 160

- [대단원 마무리]
- **12.** 연립방정식  $\begin{cases} x-y=1 \\ ax-4y=0 \end{cases}$ 의 해가 연립방정식

 $\begin{cases} x+by=10 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ 를 만족시킨다고 할 때, 실수 a, b에 대하여 a+b의 값은? (x>0,y>0)

1 1

2 2

3 3

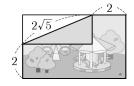
4

⑤ 5

3 - 4

#### [대단원 마무리]

**13.** 직사각형에서 대각선의 길이는  $2\sqrt{5}$ 이다. 직사각 형의 가로의 길이와 세로의 길이를 2만큼 늘리면 직사각형의 원래 넓이 보다 16만큼 커진다고 할 때, 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 차이는? (단, 가로의 길이가 세로의 길이보다 길다.)



1 1

2 2

3 3

**4** 

**⑤** 5

### 유사문제

- **14.** 연립방정식  $\begin{cases} x+2y=1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$  를 만족시키는 두 정수 x,y에 대하여 xy의 값은?
  - (1) 8
- (2) -6
- (3) -4
- $\bigcirc -2$
- **(5)** 0
- **15.** 연립방정식  $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+2xy+y^2=16 \end{cases}$  을 만족하는 x, y에 대하여 xy의 값은?
  - ① 2
- ② 3
- 3) 4

- **4**) 5
- (5) 6
- **16.** 연립방정식  $\begin{cases} x+y=7 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ 의 해가 x=lpha, y=eta일
  - 때,  $\alpha \beta$ 의 최댓값은?
  - (1) 7
- ② -1
- ③ 0
- 4 1
- (5) 7

**17.** 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 - xy - 8 = 0 \end{cases}$  의 해를 순서쌍

(x,y)로 나타낼 때, x+y의 최솟값은?

- $\bigcirc -8$
- $\bigcirc 4 2$   $\bigcirc 5 0$
- **18.** 두 연립방정식  $\begin{cases} x-y=2\\ x^2+ay^2=10 \end{cases}$

 $\left\{ egin{aligned} x+by=4 \ (x+1)(y+1)=8 \end{aligned} 
ight.$ 이 공통인 해를 가질 때, 두 정수 a, b에 대하여 a+b의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3

- 4
- (5) 5

# 4

#### 정답 및 해설

# 1) [정답] ⑤

[해설] 
$$\begin{cases} x-y=4 \\ x^2-xy=28 \end{cases}$$
 에서  $y=x-4$ 를 두 번째 식에 대입하면  $x^2-x(x-4)=28,\ 4x-28=0$  따라서  $x=7,\ y=3$ 이고  $x+y=10$ 

#### 2) [정답] ④

[해설] 
$$\begin{cases} x-y=5 \\ x^2+2xy+k=0 \end{cases}$$
 에서  $y=x-5$ 를 두 번째 식에 대입하면 
$$x^2+2x(x-5)+k=0,\ 3x^2-10x+k=0 \\ 3x^2-10x+k=0$$
의 판별식을  $D$ 라 하면 
$$\frac{D}{4}=25-3k\geq 0$$
 따라서  $k\leq \frac{25}{3}$ 이고 정수  $k$ 의 최댓값은  $8$ 

#### 3) [정답] ④

## 4) [정답] ④

#### 5) [정답] ③

### 6) [정답] ④

[해설] 
$$\begin{cases} x^2 + 4xy - 5y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$
 
$$x^2 + 4xy - 5y^2 = (x + 5y)(x - y) = 0$$
에서 
$$x \neq y$$
이므로  $x = -5y$  
$$x = -5y \equiv \text{ 두 번째 식에 대입하면}$$
 
$$25y^2 - y^2 = 24y^2 = 24$$
 그러므로  $y = \pm 1$ 이고  $x = \mp 5$ (복호동순) 따라서  $|x + y| = 4$ 

#### 7) [정답] ②

[해설] 
$$\begin{cases} x+y=k \\ x^2+xy+y^2=18 \end{cases}$$
에서  $y=-x+k$ 를 두 번째 식에 대입하면 
$$x^2+x(-x+k)+(-x+k)^2=18, \\ x^2-kx+k^2-18=0 \\ x^2-kx+k^2-18=0$$
이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 중근을 가져야 한다. 
$$x^2-kx+k^2-18=0$$
의 판별식을  $D$ 라 하면  $D=k^2-4(k^2-18)=-3k^2+72=0$  그러므로  $k^2=24$ 이고  $k=\pm2\sqrt{6}$ 

#### 8) [정답] ③

[해설] 
$$\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$
 
$$2x^2 - xy - y^2 = (2x + y)(x - y) = 0 \text{에서} \qquad \alpha > 0,$$
 
$$\beta < 0 \text{이므로 } y = -2x$$
 
$$y = -2x \text{을 두 번째 식에 대입하면 } 5x^2 = 10 \text{이므로 } x = \sqrt{2} \text{이고 } y = -2\sqrt{2}$$
 따라서  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $\beta = -2\sqrt{2}$  이고  $\alpha + \beta = -\sqrt{2}$ 

#### 9) [정답] ①

[해설] 처음 양식장의 가로, 세로의 길이를 각각 
$$x$$
 m,  $y$  m라고 하면 
$$\begin{cases} x^2+y^2=169\\ (x+3)(y+3)=xy+60\\ xy+3x+3y+9=xy+60 에서 x+y=17\\ y=17-x을 첫 번째 식에 대입하면 
$$x^2+(17-x)^2=169,\ x^2-17x+60=0\\ x^2-17x+60=(x-5)(x-12)=0\\ 그러므로  $x=5$  또는  $x=12$   $x=5,\ y=12$  또는  $x=12,\ y=5$  따라서 구하는 넓이는  $60$  m²$$$$

## 10) [정답] ②

[해설] 
$$\frac{1}{24}(n^4-6n^3+23n^2-18n+24)=57$$
에서  $n^4-6n^3+23n^2-18n-1344=0$   $(n-7)(n^3+n^2+30n+192)=0$  그런데  $n$ 은 자연수이므로  $n=7$  따라서 원 위의 7개의 점을 선분으로 연결해야한다.

### 11) [정답] ④

[해설] 수영장의 가로, 세로의 길이를 각각  $x \, \text{m.} \, u \, \text{m}$ 라고 하면

$$x^{2} - 110x + 2800 = (x - 40)(x - 70) = 0$$

그러므로 
$$x = 40$$
 또는  $x = 70$   
 $x > y$ 이므로  $x = 70$ ,  $y = 40$ 

따라서 
$$x + 2y = 150$$

### 12) [정답] ⑤

[해설] 
$$\begin{cases} x-y=1 \\ ax-4y=0 \end{cases}$$
의 해와  $\begin{cases} x+by=10 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ 의 해가 같으 므로  $x-y=1$ 에서  $x=y+1$ 을  $x^2+y^2=25$ 에 대입하면  $(y+1)^2+y^2=25$ ,

$$2y^2 + 2y - 24 = 2(y+4)(y-3) = 0$$
  
그러므로  $y = 3$ 이고  $x = 4$ 

$$ax-4y=0$$
 에서  $4a-12=0$ ,  $a=3$   
 $x+by=10$   $4+3b=10$ ,  $b=2$ 

따라서 
$$a+b=5$$

#### 13) [정답] ②

[해설] 처음 직사각형의 가로의 길이: a

처음 직사각형의 세로의 길이: 
$$b$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 20 \\ (a+2)(b+2) = ab + 16 \end{cases}$$

$$(a+2)(b+2) = ab+16$$
 에서

$$2a+2b=12$$
,  $a+b=6$ 

$$b = -a + 6$$
을  $a^2 + b^2 = 20$ 에 대입하면

$$a^2 + (-a+6)^2 = 2a^2 - 12a + 36 = 20$$

그러므로 
$$a^2-6a+8=(a-2)(a-4)=0$$

따라서 
$$a=4$$
,  $b=2$ 이고  $a-b=2$ 

### 14) [정답] ②

[해설] 
$$x = 1 - 2y$$
를  $x^2 - y^2 = 5$ 에 대입하면

$$(1-2y)^2-y^2=5$$
,  $3y^2-4y-4=0$   $(3y+2)(y-2)=0$ 

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}, \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

따라서 x, y는 정수이므로  $xy = (-3) \times 2 = -6$ 이다.

#### 15) [정답] ②

[해설] 
$$y=x-2$$
를  $x^2+2xy+y^2=16$ 에 대입하면  $x^2+2x(x-2)+(x-2)^2=16$ 

$$x^{2}-2x-3=0$$
,  $(x-3)(x+1)=0$   
 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$   
 $\therefore xy=3$ 

## 16) [정답] ④

[해설] 
$$y=7-x$$
를  $x^2+y^2=25$ 에 대입하면  $x^2+(7-x)^2=25$ 이므로  $x^2-7x+12=0$  따라서  $\begin{cases} x=3\\ y=4 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=4\\ y=3 \end{cases}$   $\alpha-\beta$ 의 최댓값은  $4-3=1$ 

## 17) [정답] ②

[해설] 
$$x^2-xy-2y^2=x^2-xy-8$$
이므로  $y=\pm 2$  해의 순서쌍을 나타내면  $(x,y)=(-2,2), (4,2), (-4,-2), (2,-2)$  따라서  $x+y$ 의 최솟값은  $-4-2=-6$ 이다.

# 18) [정답] ②

[해설] 
$$\begin{cases} x-y=2 \\ (x+1)(y+1)=8 \end{cases}$$
 을 풀면  $x=2+y$ 를  $(x+1)(y+1)=8$ 에 대입하여  $(y+3)(y+1)=8$   $y^2+4y-5=0$   $(y-1)(y+5)=0$   $\therefore y=1$  또는  $y=-5$   $\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$ 

$$y=1$$
 -  $y=-5$   
 $x=-3$ ,  $y=-5$ 일 때  $9+25a=10$ ,  $a=\frac{1}{25}$ 이므로

정수가 아니다.

따라서 x=3, y=1일 때, a=1,b=1이고 a+b=2