



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-03-15

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 적분 구간이 상수인 경우 $f(x) = g(x) + \int_a^b f(t)dt$ (a, b 는 상수)의 꼴일 때, 함수 $f(x)$ 는 $\Rightarrow \int_a^b f(t)dt = k$ (k 는 상수)로 놓고 $f(x) = g(x) + k$ 임을

이용한다.

■ 임의의 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 주어진 식을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

1. $f(x) = 2x + \int_0^2 f(t)dt$

2. $f(x) = 12x - 2 + 2 \int_0^1 f(t)dt$

3. $f(x) = x^2 - x + \int_0^2 f(t)dt$

4. $f(x) = x^2 - 2x + 3 \int_0^1 f(t)dt$

5. $f(x) = 3x^2 + x + \int_0^2 f(t)dt$

6. $f(x) = 3x^2 + 2x + 2 \int_0^1 f(t)dt$

7. $f(x) = 3x^2 + 4x - \int_0^2 f(t)dt$

8. $f(x) = -3x^2 + 2x + \int_0^2 f(t)dt$

9. $f(x) = 2x - 3 \int_0^2 f(t)dt$

10. $f(x) = x^3 - 2x + \int_0^1 f'(y)dy$

11. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x \int_0^1 f(t)dt$

12. $f(x) = x^2 - 2x + \int_0^1 tf(t)dt$

13. $f(x) = x^2 - 3x + \int_0^1 tf(t)dt$

02 / 적분 구간에 변수가 있는 경우

(1) $\int_a^x f(t)dt = g(x)$ 의 꼴일 때, 함수 $f(x)$ 는

\Rightarrow 양변을 x 에 대하여 미분하고 $\int_a^x f(t)dt = 0$ 임을 이용한다.

(2) $\int_a^x (x-t)f(t)dt = g(x)$ 의 꼴일 때, 함수 $f(x)$ 는

\Rightarrow 좌변을 $x \int_a^x f(t)dt - \int_a^x tf(t)dt$ 로 변형한 후 양변을 x 에 대하여 미분한다.

■ 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $f(x)$ 를 구하여라.

14. $\int_1^x f(t)dt = 2x^2 - 3x$

15. $\int_0^x f(t)dt = x^3 - 1$

16. $\int_0^x f(t)dt = x^3 + 5x^2 - 4x + 1$

■ 임의의 실수 x 에 대하여 다음을 만족하는 상수 a 의 값과 다항 함수 $f(x)$ 를 각각 구하여라.

17. $\int_a^x f(t)dt = x^2 - 4x + 4$

18. $\int_a^x f(t)dt = x^2 + 3x - 4$

19. $\int_a^x f(t)dt = x^2 + 6x + 9$

20. $\int_a^x f(t)dt = x^3 + 1$

21. $\int_a^x f(t)dt = x^3 + 8$

22. $\int_a^x f(t)dt = x^3 - 1$

23. $\int_a^x f(t)dt = x^3 + x^2 - ax - 1$

24. $\int_a^x f(t)dt = x^3 - x^2 - x + a$ (단, a 는 양수)

■ 다음 물음에 답하여라.

25. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_2^x f(t)dt = x^2 - ax - 6$ 을 만족할 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

26. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_1^x f(t)dt = x^2 + 2ax - a$ 을 만족할 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

27. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_1^x f(t)dt = x^3 + x^2 + ax$ 를 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수)

28. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2x^2 + ax + 1$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수)

29. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

30. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_1^x f(t)dt = x^4 + x^3 - 2ax$ 를 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

31. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_0^x (t-1)f(t)dt = x^3 - x^2 - x + a$ 를 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수)

32. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_0^x (t+1)f(t)dt = x^3 + x^2 - x + a$ 를 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▣ 다음 물음에 답하여라.

33. 임의의 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 $x^2f(x) = 2x^6 - x^4 + 2 \int_1^x tf(t)dt$ 를 만족할 때, $f(-1)$ 의 값을 구하여라.

34. 임의의 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 $x^2f(x) = 3x^6 - x^4 + 2 \int_1^x tf(t)dt$ 를 만족할 때, $f(-1)$ 의 값을 구하여라.

35. 임의의 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 $xf(x) = x^4 - 2x^2 + \int_a^x tf'(t)dt$ 를 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

36. 임의의 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 $xf(x) = \frac{2}{3}x^3 + \int_a^x f(t)dt$, $f(0) = 0$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

37. 1보다 큰 실수 x 에 대하여 $\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1$ 이 성립할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

38. 임의의 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = 3x^2 + \int_0^1 (2x-1)f(t)dt$ 를 만족할 때, $\int_0^1 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.

03 정적분으로 정의된 함수의 극대·극소

$f(x) = \int_a^x g(t)dt$ (a 는 상수)로 정의된 다항함수 $f(x)$ 의 극값은
 \Rightarrow 양변을 x 에 대하여 미분한 후 $f'(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구한다.

▣ 다음 물음에 답하여라.

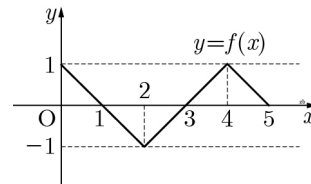
39. 함수 $f(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2)dt$ 의 극솟값을 구하여라.

40. 함수 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 2t - 3)dt$ 의 극댓값을 구하여라.

41. 함수 $f(x) = \int_1^x (t^2 - 4t + 3)dt$ 의 극댓값과 극솟값의 합을 구하여라.

42. 함수 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 6t + 8)dt$ 의 극댓값을 구하여라.

43. $0 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 의 극솟값을 구하여라.



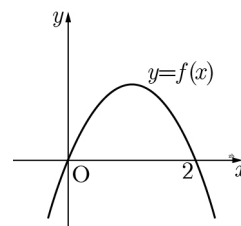
04 정적분으로 정의된 함수의 최대·최소

주어진 닫힌구간에서 $f'(x) = 0$ 이 되는 x 의 값과 양 끝 값에서의 함수값 중 최댓값과 최솟값을 찾는다.

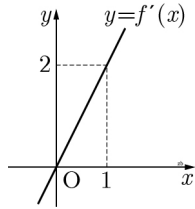
▣ 다음 물음에 답하여라.

44. 구간 $[-1, 0]$ 에서 함수 $f(x) = \int_x^{x+1} (t^2 + t)dt$ 의 최솟값을 구하여라.

45. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 의 최솟값을 구하여라.



46. $f(0)=2$ 인 함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 함수 $F(x)=\int_0^1 f(x-t)dt$ 의 최솟값을 구하여라.



05 정적분으로 정의된 함수의 극한

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t)dt = f(a)$
 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_a^{x+a} f(t)dt = f(a)$

▣ 다음 극한값을 구하여라.

47. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_0^h (x^2 + 2x - 8) dx$

48. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (x-1)(x+3) dx$

▣ $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 할 때, 다음 극한값을 구하여라.

49. $f(x)=x^2+2x-1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt$ 의 값

50. $f(x)=(x-1)^3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt$ 의 값

51. $f(x)=x^3-4x^2+5x-2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값

52. $f(x)=(x+1)^3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값

53. $f(x)=4x^2-3x+1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값

54. $f(x)=x^3+2x^2+x$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값

55. $f(x)=x^2+3x-2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2-4} \int_2^x f(t)dt$ 의 값

56. $f(x)=4x-3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_1^{1+x} f(t)dt$ 의 값

57. $f(x)=2x^2+3x+1$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} f(x)dx$ 의 값

58. $f(x) = 3x^2 + 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2x} \int_3^{3+x} f(t) dt$ 의 값

59. $f(x) = \int_0^x (3t^2 - 2t + 1) dt$ 일 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h}$ 의 값

60. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_4^{x^2} f(t) dt$ 의
 값

61. $f(x) = 2x^2 - x + 2$ 일 때,
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 1}{x-1} \int_1^{x^2} f(t) dt$ 의 값



정답 및 해설

1) -2

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

라 하면 $f(x) = 2x + k$ 이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (2t+k)dt = k, \quad [t^2 + kt]_0^2 = k, \quad 4+2k = k$$

$$\therefore k = -4$$

따라서 $f(x) = 2x - 4$ 이므로 $f(1) = -2$

2) 2

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

라 하면 $f(x) = 12x - 2 + 2k$ 이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^1 (12t - 2 + 2k)dt = k, \quad [6t^2 - 2t + 2kt]_0^1 = k$$

$$6 - 2 + 2k = k$$

$$\therefore k = -4$$

따라서 $f(x) = 12x - 10$ 이므로 $f(1) = 2$ 3) $-\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

라 하면 $f(x) = x^2 - x + k$ 이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (t^2 - t + k)dt = k, \quad \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + kt \right]_0^2 = k$$

$$\frac{8}{3} - 2 + 2k = k \quad \therefore k = -\frac{2}{3}$$

따라서 $f(x) = x^2 - x - \frac{2}{3}$ 이므로 $f(1) = -\frac{2}{3}$

4) 0

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

라 하면 $f(x) = x^2 - 2x + 3k$ 이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^1 (t^2 - 2t + 3k)dt = k, \quad \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 + 3kt \right]_0^1 = k$$

$$\frac{1}{3} - 1 + 3k = k, \quad 2k = \frac{2}{3} \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$

따라서 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 이므로

$$f(1) = 0$$

5) -6

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{7} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = 3x^2 + x + k$$

이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (3t^2 + t + k)dt = k$$

$$\left[t^3 + \frac{1}{2}t^2 + kt \right]_0^2 = k$$

$$8 + 2 + 2k = k \quad \therefore k = -10$$

따라서 $f(x) = 3x^2 + x - 10$ 이므로

$$f(1) = -6$$

6) 1

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{7} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = 3x^2 + 2x + 2k$$

이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^1 (3t^2 + 2t + 2k)dt = k$$

$$\left[t^3 + t^2 + 2kt \right]_0^1 = k$$

$$1 + 1 + 2k = k \quad \therefore k = -2$$

따라서 $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$ 이므로

$$f(1) = 1$$

7) $\frac{5}{3}$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{7} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = 3x^2 + 4x - k$$

이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (3t^2 + 4t - k)dt = k$$

$$\left[t^3 + 2t^2 - kt \right]_0^2 = k$$

$$8 + 8 - 2k = k, \quad 3k = 16 \quad \therefore k = \frac{16}{3}$$

따라서 $f(x) = 3x^2 + 4x - \frac{16}{3}$ 이므로

$$f(1) = \frac{5}{3}$$

8) 3

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{7} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = -3x^2 + 2x + k$$

이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (-3t^2 + 2t + k)dt = k$$

$$\left[-t^3 + t^2 + kt \right]_0^2 = k$$

$$-8 + 4 + 2k = k \quad \therefore k = 4$$

따라서 $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$ 이므로

$$f(1) = -3 + 2 + 4 = 3$$

9) $\frac{2}{7}$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = 2x - 3k$$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^2 (2t - 3k)dt = k$$

$$[t^2 - 3kt]_0^2 = k, \quad 4 - 6k = k \quad \therefore k = \frac{4}{7}$$

따라서 $f(x) = 2x - \frac{12}{7}$ 이므로

$$f(1) = 2 - \frac{12}{7} = \frac{2}{7}$$

10) -2

$$\Rightarrow \int_0^1 f'(y)dy = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{1}$$

라 하면

$$f(x) = x^3 - 2x + k \text{에서 } f'(x) = 3x^2 - 2$$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^1 (3y^2 - 2)dy = k$$

$$\therefore k = [y^3 - 2y]_0^1 = -1$$

따라서 $f(x) = x^3 - 2x - 1$ 이므로 $f(1) = -2$

11) $\frac{7}{2}$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{1}$$

라 하면 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3kx$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^1 (t^3 - 4t^2 + 3kt)dt = k, \quad \left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + \frac{3}{2}kt^2 \right]_0^1 = k$$

$$\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}k = k$$

$$\therefore k = \frac{13}{6}$$

따라서 $f(x) = x^3 - 4x^2 + \frac{13}{2}x$ 이므로 $f(1) = \frac{7}{2}$

12) $-\frac{11}{6}$

$$\Rightarrow \int_0^1 tf(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + k$$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^1 t(t^2 - 2t + k)dt = k, \quad \int_0^1 (t^3 - 2t^2 + kt)dt = k$$

$$\left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{k}{2}t^2 \right]_0^1 = k, \quad \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{k}{2} = k$$

$$\frac{k}{2} = -\frac{5}{12} \quad \therefore k = -\frac{5}{6}$$

따라서 $f(x) = x^2 - 2x - \frac{5}{6}$ 이므로

$$f(1) = 1 - 2 - \frac{5}{6} = -\frac{11}{6}$$

13) $-\frac{7}{2}$

$$\Rightarrow \int_0^1 tf(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \dots\dots \textcircled{1}$$

라 하면 $f(x) = x^2 - 3x + k$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^1 t(t^2 - 3t + k)dt = k, \quad \int_0^1 (t^3 - 3t^2 + kt)dt = k$$

$$\left[\frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{1}{2}kt^2 \right]_0^1 = k$$

$$\frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{2}k = k \quad \therefore k = -\frac{3}{2}$$

따라서 $f(x) = x^2 - 3x - \frac{3}{2}$ 이므로 $f(1) = -\frac{7}{2}$

14) $f(x) = 4x - 3$

\Rightarrow 주어진 식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 4x - 3$$

15) $f(x) = 3x^2$

\Rightarrow 주어진 식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2$$

16) $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$

\Rightarrow 주어진 식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2 + 10x - 4$$

17) $a = 2, f(x) = 2x - 4$

\Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2 = 0, \quad a = 2$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에서

$$f(x) = (x^2 - 4x + 4)' = 2x - 4$$

$$\therefore a = 2, f(x) = 2x - 4$$

18) $a = -4$ 또는 $a = 1, f(x) = 2x + 3$

\Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로}$$

$$a^2 + 3a - 4 = (a + 4)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 1$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$f(x) = (x^2 + 3x - 4)' = 2x + 3$$

19) $a = -3, f(x) = 2x + 6$

\Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로}$$

$$a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2 = 0 \quad \therefore a = -3$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$f(x) = (x^2 + 6x + 9)' = 2x + 6$$

$$20) a = -1, f(x) = 3x^2$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^3 + 1 = 0 \quad \therefore a = -1$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$f(x) = (x^3 + 1)' = 3x^2$$

$$21) a = -2, f(x) = 3x^2$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^3 + 8 = 0 \quad \therefore a = -2$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$f(x) = (x^3 + 8)' = 3x^2$$

$$22) a = 1, f(x) = 3x^2$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^3 - 1 = 0, a = 1$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에서

$$f(x) = (x^3 - 1)' = 3x^2$$

$$\therefore a = 1, f(x) = 3x^2$$

$$23) a = 1, f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^3 + a^2 - a^2 - 1 = 0$$

$$a^3 - 1 = 0 \quad \therefore a = 1$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에서

$$f(x) = (x^3 + x^2 - x - 1)' = 3x^2 + 2x - 1$$

$$\therefore a = 1, f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$24) a = 1, f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt = 0 \text{이므로 } a^3 - a^2 - a + a = 0$$

$$a^3 - a^2 = 0, a^2(a - 1) = 0 \quad \therefore a = 1 (\because a > 0)$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에서

$$f(x) = (x^3 - x^2 - x + 1)' = 3x^2 - 2x - 1$$

$$\therefore a = 1, f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$$25) 11$$

⇒ $\int_2^x f(t)dt = x^2 - ax - 6$ 의 양변에 $x = 2$ 를 대입하

면

$$0 = 4 - 2a - 6 \quad \therefore a = -1$$

$\int_2^x f(t)dt = x^2 + x - 6$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 2x + 1 \quad \therefore f(5) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

$$26) 8$$

⇒ $\int_1^x f(t)dt = x^2 + 2ax - a$ 의 양변에 $x = 1$ 을 대입하

면

$$0 = 1 + 2a - a \quad \therefore a = -1$$

$\int_1^x f(t)dt = x^2 - 2x + 1$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하

면

$$f(x) = 2x - 2$$

$$\therefore f(5) = 2 \cdot 5 - 2 = 8$$

$$27) 3$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$\int_1^1 f(t)dt = 0 \text{이므로 } 0 = 1 + 1 + a, \therefore a = -2$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2 + 2x + a$$

$$a = -2 \text{를 대입하면 } f(x) = 3x^2 + 2x - 2$$

$$\therefore f(1) = 3$$

$$28) -1$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$\int_1^1 f(t)dt = 0 \text{이므로 } 0 = 1 - 2 + a + 1, \therefore a = 0$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2 - 4x + a$$

$$a = 0 \text{을 대입하면 } f(x) = 3x^2 - 4x$$

$$\therefore f(1) = -1$$

$$29) 16$$

⇒ $\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$ 의 양변에 $x = 1$ 을 대입

하면

$$\int_1^1 f(t)dt = 1 - 2a + a, 0 = 1 - a \quad \therefore a = 1$$

$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$ 의 양변을 x 에 대하여 미

분하면

$$\frac{d}{dx} \int_1^x f(t)dt = \frac{d}{dx} (x^3 - 2ax^2 + ax)$$

$$f(x) = 3x^2 - 4ax + a = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\therefore f(3) = 27 - 12 + 1 = 16$$

$$30) 5$$

⇒ 주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$\int_1^1 f(t)dt = 0 \text{이므로 } 0 = 2 - 2a \quad \therefore a = 1$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2a = 4x^3 + 3x^2 - 2$$

$$\therefore f(1) = 4 + 3 - 2 = 5$$

31) 4

$$\Rightarrow \int_0^x (t-1)f(t)dt = x^3 - x^2 - x + a \text{의 양변에 } x=0 \text{을}$$

대입하면

$$\int_0^0 (t-1)f(t)dt = 0 \text{이므로 } a = 0$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$(x-1)f(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$$

$$\therefore f(x) = 3x+1 \quad \therefore f(1) = 4$$

32) 2

\Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면

$$\int_0^0 (t+1)f(t)dt = 0 \text{이므로 } a = 0$$

주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여

$$(x+1)f(x) = 3x^2 + 2x - 1 = (3x-1)(x+1)$$

따라서 $f(x) = 3x-1$ 이므로 $f(1) = 2$

33) 1

$$\Rightarrow x^2 f(x) = 2x^6 - x^4 + 2 \int_1^x t f(t) dt \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

의 양변을 미분하면

$$2xf(x) + x^2 f'(x) = 12x^5 - 4x^3 + 2xf(x)$$

따라서 $f'(x) = 12x^3 - 4x$ 이므로

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + C \quad (C \text{는 적분상수}) \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

한편, $\textcircled{7}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$f(1) = 2 - 1 + 2 \int_1^1 t f(t) dt = 1 + 0 = 1$$

$$\text{이므로 } \textcircled{8} \text{에서 } f(1) = 3 - 2 + C = 1 \quad \therefore C = 0$$

$$\text{따라서 } f(x) = 3x^4 - 2x^2 \text{이므로 } f(-1) = 1$$

34) 2

$$\Rightarrow x^2 f(x) = 3x^6 - x^4 + 2 \int_1^x t f(t) dt \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$\textcircled{9}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$f(1) = 3 - 1 + 2 \int_1^1 t f(t) dt = 2 + 0 = 2 \quad \dots\dots \textcircled{10}$$

$\textcircled{9}$ 의 양변에 미분하면

$$2xf(x) + x^2 f'(x) = 18x^5 - 4x^3 + 2xf(x)$$

$$\therefore f'(x) = 18x^3 - 4x$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{9}{2}x^4 - 2x^2 + C$$

$\textcircled{10}$ 에서 $f(1) = 2$ 이므로

$$f(1) = \frac{9}{2} - 2 + C = 2 \quad \therefore C = -\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{9}{2}x^4 - 2x^2 - \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$f(-1) = 2$$

35) 24

$$\Rightarrow xf(x) = x^4 - 2x^2 + \int_a^x t f'(t) dt \text{의 양변을 } x \text{에 대하여}$$

미분하면

$$f(x) + xf'(x) = 4x^3 - 4x + xf'(x)$$

$$\text{따라서 } f(x) = 4x^3 - 4x \text{이므로 } f(2) = 24$$

36) 9

$$\Rightarrow xf(x) = \frac{2}{3}x^3 + \int_a^x f(t) dt \text{의 양변을 } x \text{에 대하여}$$

미분하면

$$f(x) + xf'(x) = 2x^2 + f(x)$$

$$\text{따라서 } f'(x) = 2x \text{이므로}$$

$$f(x) = x^2 + C \quad (C \text{는 적분상수})$$

$$\text{이때, } f(0) = 0 \text{이므로 } C = 0 \text{에서 } f(x) = x^2$$

$$\therefore f(3) = 9$$

37) 8

$$\Rightarrow \int_1^x (x-t)f(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1 \text{에서}$$

$$x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x t f(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1 \quad \dots\dots \textcircled{11}$$

$\textcircled{11}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 4x^3 - 4x$$

$$\therefore \int_1^x f(t)dt = 4x^3 - 4x \quad \dots\dots \textcircled{12}$$

$$\textcircled{12} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면 } f(x) = 12x^2 - 4 \text{이}$$

므로 $f(1) = 8$

38) 1

$$\Rightarrow \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{13}$$

$$\text{라 하면 } f(x) = 3x^2 + (2x-1)k = 3x^2 + 2kx - k$$

이것을 $\textcircled{13}$ 에 대입하면

$$\int_0^1 (3t^2 + 2kt - k)dt = k, \quad [t^3 + kt^2 - kt]_0^1 = k$$

$$1 + k - k = k \quad \therefore k = 1$$

$$\therefore \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 f(t)dt = k = 1$$

39) $-\frac{7}{6}$

$$\Rightarrow f(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2)dt \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미}$$

$$\text{분하면 } f'(x) = x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(1) = \int_0^1 (t^2 + t - 2)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 2t \right]_0^1 = -\frac{7}{6}$$

40) $\frac{5}{3}$

$\Rightarrow f(x) = \int_0^x (t^2 - 2t - 3)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$\begin{aligned} f(-1) &= \int_0^{-1} (t^2 - 2t - 3)dt \\ &= \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t \right]_0^{-1} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

41) $-\frac{4}{3}$

$\Rightarrow f(x) = \int_1^x (t^2 - 4t + 3)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미

분하면 $f'(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극대, $x=3$ 에서 극소
이므로 극댓값과 극솟값의 합은

$$\begin{aligned} f(1) + f(3) &= \int_1^1 (t^2 - 4t + 3)dt + \int_1^3 (t^2 - 4t + 3)dt \\ &= 0 + \left[\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t \right]_1^3 = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

42) $\frac{20}{3}$

$\Rightarrow f(x) = \int_0^x (t^2 - 6t + 8)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미

분하면

$$f'(x) = x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

x	...	2	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$f(2) = \int_0^2 (t^2 - 6t + 8)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t \right]_0^2 = \frac{20}{3}$$

43) $-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x) = f(x)$$

이때, $F'(x) = f(x) = 0$ 에서

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

$$0 < x < 1 \text{일 때 } F'(x) > 0$$

$$1 < x < 3 \text{일 때 } F'(x) < 0$$

$$3 < x < 5 \text{일 때 } F'(x) > 0$$

이므로 $F(x)$ 는 $x=3$ 일 때 극소이고 극솟값은

$$\begin{aligned} F(3) &= \int_0^3 f(t)dt = \int_0^2 (1-t)dt + \int_2^3 (t-3)dt \\ &= \left[t - \frac{1}{2}t^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{2}t^2 - 3t \right]_2^3 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

44) $-\frac{1}{6}$

$\Rightarrow f(x) = \int_x^{x+1} (t^2 + t)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분

하면

$$f'(x) = \{(x+1)^2 + (x+1)\} - (x^2 + x) = 2(x+1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1$$

x	...	-1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 최소이므로 구하는
최솟값은

$$\begin{aligned} f(-1) &= \int_{-1}^0 (t^2 + t)dt = -\int_0^{-1} (t^2 + t)dt \\ &= -\left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right]_0^{-1} = -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

45) $F(0)$

$\Rightarrow F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x) = f(x)$$

$$f(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	극소	↗	극대	↘

따라서 함수 $F(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이면서 최소이므로
구하는 최솟값은 $F(0)$

46) $\frac{25}{12}$

$\Rightarrow f'(x) = 2x$ 이므로

$f(x) = \int f'(x)dx = \int 2xdx = x^2 + C$ (C 는 적분상수)

이때, $f(0) = 2$ 이므로 $C = 2$

따라서 $f(x) = x^2 + 2$ 이므로

$F(x) = \int_0^1 f(x-t)dt = \int_0^1 \{(x-t)^2 + 2\}dt$

$= \int_0^1 (x^2 - 2xt + t^2 + 2)dt$

$= \left[x^2t - xt^2 + \frac{1}{3}t^3 + 2t \right]_0^1$

$= x^2 - x + \frac{7}{3} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12}$

따라서 함수 $F(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값 $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{12}$ 를 갖는다.

47) -8

$\Rightarrow F'(x) = x^2 + 2x - 8$ 이라 하면

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_0^h (x^2 + 2x - 8) dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(h) - F(0)}{h}$

$= F'(0) = -8$

48) 0

$\Rightarrow F'(x) = (x-1)(x+3)$ 이라 하면

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (x-1)(x+3) dx = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1}$

$= F'(1) = 0$

49) -1

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x}$

$= F'(0) = f(0) = -1$

50) -1

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x}$

$= F'(0) = f(0) = -1$

51) 0

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$\int_1^x f(t)dt = F(x) - F(1)$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1}$

$= F'(1) = f(1) = 0$

52) 8

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1}$

$= F'(1) = f(1) = 2^3 = 8$

53) 1

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1}$

$= \frac{1}{2} F'(1) = \frac{1}{2} f(1) = \frac{1}{2} (4-3+1) = 1$

54) 2

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1}$

$= \frac{1}{2} F'(1) = \frac{1}{2} f(1) = \frac{1}{2} (1+2+1) = 2$

55) 2

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2-4} \int_2^x f(t)dt$

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x-2} \cdot \frac{1}{x+2}$

$= \frac{1}{4} F'(2) = \frac{1}{4} f(2)$

$= \frac{1}{4} (4+6-2) = 2$

56) 1

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_1^{1+x} f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(1+x) - F(1)}{x}$

$= F'(1) = f(1) = 4-3 = 1$

57) 6

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} f(x)dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1)}{h}$

$= F'(1) = f(1)$

$= 2+3+1 = 6$

58) 14

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2x} \int_3^{3+x} f(t)dt = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(3+x) - F(3)}{x}$

$= \frac{1}{2} F'(3) = \frac{1}{2} f(3) = \frac{1}{2} (3 \cdot 3^2 + 1) = 14$

59) 2

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 이므로

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1) + f(1) - f(1-h)}{2h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \times \frac{1}{2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h)}{-h} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} f'(1) + \frac{1}{2} f'(1) = f'(1)$

$= 3-2+1 = 2$

60) 4

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_4^{x^2} f(t) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \{F(x^2) - F(4)\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{F(x^2) - F(4)}{x^2 - 4} \times (x+2) \right\} \\ &= F'(4) \times 4 = 4F'(4) = 4f(4) \\ &= 4(64 - 64 + 1) = 4 \end{aligned}$$

61) 30

$\Rightarrow f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 1}{x-1} \int_1^{x^2} f(t) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 1}{x-1} \{F(x^2) - F(1)\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{F(x^2) - F(1)}{x^2 - 1} \times (x^2 + 3x + 1)(x+1) \right\} \\ &= F'(1) \times 5 \times 2 = 10F'(1) = 10f(1) \\ &= 10 \times (2 - 1 + 2) = 30 \end{aligned}$$