◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-02-13
2) 제작자 : 교육지대㈜
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 로그부등식의 풀이

(1) 로그부등식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 부등식
(2) 로그부등식의 풀이
① 밑을 같게 할 수 있는 경우
: $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ 꼴로 변형한 후
• $a>1$일 때, $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$
• $0<a<1$일 때, $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$

주의 로그부등식에서 밑을 같게 한 후 지수를 비교할 때에는 부등호의 방향에 주의해야 한다.

② $\log_a x$꼴이 반복되는 경우
: $\log_a x = t$로 치환 후 t에 대한 부등식을 푼다.
③ 지수에 로그가 있는 경우 : 양변에 로그를 취하여 로그부등식으로 변형한다.
이때 로그의 밑이 $0<(\text{밑})<1$이면 부등호의 방향이 바뀐다.
④ 진수에 로그가 있는 경우: 양변에 로그를 취하여 로그부등식으로 변형한다.
이때 로그의 밑이 $0<(\text{밑})<1$이면 부등호의 방향이 바뀌고, (진수)>0 진수 조건도 포함하여 계산한다.

◪ 다음 부등식을 풀어라.

1. $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -2$

2. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 2$

3. $\log_3 3x > 1$

4. $\log_{\frac{1}{4}}\left(x-\frac{1}{2}\right) \geq 2$

5. $\log_3(2x-1) < 2$

6. $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 2$

7. $\log_2(x-1) < 1$

8. $\log_3(x-1) < \log_3 5$

9. $\log_2(x+4) < 3$

10. $\log_2 2x < \log_2(x+2)$

11. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$

12. $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > -2$

13. $\log x + \log(7-x) < 1$

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

14. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(3x+1)$

15. $\log_2(x-1) < \log_4(3-x)$

16. $\log(2x-4) < \log(5-x)$

17. $\log_{\frac{1}{2}} 2x < \log_{\frac{1}{2}}(5x-1)+1$

18. $\log_2(x+2) < \log_4(x^2+6)$

19. $\log_2(x+1) \geq 2+\log_2(x-5)$

20. $\log(3x-2) > \log(6-x)$

21. $\log_{\frac{1}{4}}(2x-4)+1 \geq \log_{\frac{1}{4}}(5-x)$

22. $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$

23. $\log_4(x-1) < \log_2(x-1)$

24. $\log_2 x+\log_2(x+2) \leq 3$

25. $\log_2(x+3) > \log_4(x^2+1)$

26. $\log_{\frac{1}{3}}(x+6) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+1)$

27. $\log_{\sqrt{3}}(x+1) < \log_3(x+3)$

28. $\log_3(2x+1) \geq \log_9(4x+5)$

29. $\log_3(x-1)+1 < \log_3 x$

30. $\log_{0.2}(x-1) < \log_{0.2}(5-2x)$

31. $\log_5(x+3) > \log_5(2x-5)$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

32. $-\log_{\frac{1}{10}}(x+1)>\log_{10}(3x-1)$

33. $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\geq\log_{\frac{1}{4}}(x+14)$

34. $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$

35. $\log_{0.25}(x^2+8x-9)>\log_{0.5}(x+3)$

36. $\log_2(x^2-x-2)<2$

37. $\log_3(2-x)<\log_3(x+3)+1$

38. $\log_3(x-1)-\log_3(3-x)-1>0$

39. $\log_{\frac{1}{9}}(2^{2x}+3\cdot 2^x-10)>\log_{\frac{1}{3}}(2^x+1)$

◪ **다음 부등식을 풀어라.**

40. $(\log_2 x)^2+2\log_2 x-3\geq 0$

41. $(\log_2 x)^2+\log_2 x-2<0$

42. $(\log_4 x^2)(\log_2 8x)\leq 4$

43. $(\log_{0.5} x)^2+3\log_{0.5} x+2>0$

44. $(\log_{\frac{1}{3}} 9x)\left(\log_3 \frac{x}{27}\right)>0$

45. $(\log_3 27x)\left(\log_3 \frac{x}{3}\right)<5$

46. $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)\left(\log_2 \frac{x}{4}\right)<0$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

47. $(\log x)^2 - \log x^2 \geq 0$

48. $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 > 6 - \log_{\frac{1}{2}} x$

49. $(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 < 0$

◪ 다음 부등식을 풀어라.

50. $x^{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq \dfrac{x^2}{8}$

51. $x^{\log_{\frac{1}{3}} x} > 9x^3$

52. $x^{\log_2 x} \geq \dfrac{x^6}{32}$

53. $x^{\log_{\frac{1}{3}} x} > \dfrac{x^2}{27}$

54. $x^{\log_2 x} \leq 8x^2$

55. $x^{\log_2 x} > 4x$

56. $x^{\log_3 x} < 3$

◪ 다음 부등식을 풀어라.

57. $\log_{\frac{1}{4}} (\log_{\frac{1}{2}} x) \leq -\dfrac{1}{2}$

58. $\log_3 (\log_2 x) \leq 1$

59. $\log_2 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$

60. $\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$

61. $\log_{0.5} (\log_3 x) > -2$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

62. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x) \geq -1$

63. $\log_3(\log_2 x) \leq 1$

◪ 다음 물음에 답하여라.

64. 부등식 $\log_2(5-x)+\log_2(5+x) > 4$를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하여라.

65. 부등식 $\log_2\sqrt{8(x+1)} < 2-\frac{1}{2}\log_2(2x-1)$의 해가 $\alpha < x < \beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

66. $0 < a < 1$일 때,
부등식 $2\log_a(x-3) \geq \log_a(x+3)$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하여라.

67. 함수 $f(x)=\log_3 x$에 대하여 부등식 $f(f(x)) < 1$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하여라.

02 로그부등식의 응용

$\log_a x = t$로 치환한 후 모든 실수 t에 대하여 이차부등식이 성립하는 조건을 확인한다.

(참고) 이차부등식이 성립하는 조건
이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 할 때
모든 실수 x에 대하여
① $ax^2+bx+c>0$이 항상 성립 ⇨ $a>0,\ D<0$
② $ax^2+bx+c\geq 0$이 항상 성립 ⇨ $a>0,\ D\leq 0$
③ $ax^2+bx+c<0$이 항상 성립 ⇨ $a<0,\ D<0$
④ $ax^2+bx+c\leq 0$이 항상 성립 ⇨ $a<0,\ D\leq 0$

◪ 다음 물음에 답하여라.

68. x에 대한 이차방정식
$x^2-2(1+\log_2 a)x+1=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하여라.

69. 이차방정식 $x^2-x\log_2 a+2\log_2 a+5=0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

70. 이차방정식 $x^2-(\log a+1)x+(\log a+9)=0$이 중근을 갖도록 하는 상수 a의 값을 모두 구하여라.

71. x에 대한 이차방정식
$x^2+x\log a^2+\log a^3+4=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 a의 값을 구하여라.

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

72. 양의 실수 x에 대하여 부등식 $(\log x)^2-k\log x^2+3-2k\geq 0$이 항상 성립하기 위한 실수 k의 최댓값을 구하여라.

73. 로그부등식 $(\log_3 x)^2+\log_3 x^2+k\geq 0$이 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하여라.

74. 양수 x에 대하여 부등식 $x^{\log_3 x}>(27x)^k$이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하여라.

75. 양수 x에 대하여 부등식 $(\log x)^2-k\log x+3-k\geq 0$이 항상 성립하기 위한 실수 k의 최댓값을 구하여라.

76. $x>0$인 모든 실수 x에 대하여, 부등식 $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2+k(\log_{\sqrt{2}} x)+4\geq 0$이 만족하도록 하는 정수 k의 개수를 구하여라.

03 로그부등식의 실생활의 활용

주어진 문장 속에서 알맞은 로그부등식을 세워
로그부등식의 여러 가지 풀이에 맞게 답을 구한다.

77. 일정한 온도를 유지하는 배양기에 어떤 박테리아를 배양하면 $20x$분 후에는 박테리아의 수가 3^x배가 된다. 배양기에 10마리의 세균을 배양할 때, 10000마리 이상이 되는 것은 몇 분후부터인지 구하여라. (단, $\log 3=0.5$로 계산한다.)

78. 현재 학생 수가 각각 a명으로 같은 두 학교 A, B가 있다. x년 후의 A학교의 학생 수는 $(a\times 1.1^x)$명, B학교의 학생 수는 $(a\times 1.02^x)$명이 된다고 할 때, A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되는 것은 몇 년 후부터인지 구하여라. (단, $\log 1.02=0.0086$, $\log 1.1=0.0414$, $\log 2=0.3010$으로 계산한다.)

79. A 하수처리장에서 정수 작업을 할 때 불순물의 양은 정수 작업을 한 번 할 때마다 일정 비율이 제거되고, 정수 작업을 4번 한 후의 불순물의 양은 정수하기 전의 불순물의 양의 $\frac{1}{4}$이 된다고 한다. 이와 같은 정수 작업을 계속할 때, 불순물의 양이 정수하기 전의 처음 불순물의 양의 $\frac{1}{30}$이하가 되도록 하려면 최소 몇 번의 정수 작업을 해야 하는지 구하여라. (단, $\log 2=0.3$, $\log 3=0.48$로 계산한다.)

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

80. 원자력 발전소의 원자로에는 방사선 물질이 새어 나오지 못하도록 여러 겹의 방호벽을 설치한다. 어떤 원자로의 방호벽 한 개가 방사선을 60% 차단할 때, 방사선을 99.5%이상 차단하기 위해 필요한 방호벽의 최소 개수를 구하여라.(단, 각 방호벽이 방사선을 차단하는 정도는 동일하고, $\log2=0.3$으로 계산한다.)

81. 2016년 우리나라에서 사용한 총 연구개발비는 50조원이라고 한다. 매년 연구개발비를 10%씩 증가시킨다고 할 때, 총 연구개발비가 처음으로 90조원 이상이 될 것으로 예상되는 해를 구하여라. (단, $\log 1.1=0.041$, $\log2=0.301$, $\log3=0.477$으로 계산한다.)

82. 어떤 그릇에 물이 담겨 있다. 현재 이 그릇에 남아 있는 물의 양은 전날 같은 시각의 물의 양의 80%라고 한다. 이와 같은 추세로 물의 양이 줄어든다고 할 때, 남아 있는 물의 양이 현재의 $\frac{1}{3}$이하가 되려면 최소한 몇 일이 걸리는지 구하여라. (단, $\log2=0.3010$, $\log3=0.4771$)

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

정답 및 해설

1) $-2<x<2$

⇨ $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>-2$, 즉 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
에서 밑이 1보다 작으므로
$x+2<4$ $\quad\therefore\ x<2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x+2>0$ $\quad\therefore\ x>-2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $-2<x<2$

2) $x>\frac{5}{8}$

⇨ 진수 조건에서 $2x-1>0$이므로
$x>\frac{1}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)<\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2$에서
밑이 1보다 작은 양수이므로 $2x-1>\frac{1}{4}$
$\therefore\ x>\frac{5}{8}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x>\frac{5}{8}$

3) $x>1$

⇨ 진수 조건에서 $3x>0$이므로
$x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$\log_3 3x>\log_3 3$에서 밑이 1보다 크므로
$3x>3$ $\quad\therefore\ x>1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x>1$

4) $\frac{1}{2}<x\le\frac{9}{16}$

⇨ $\log_{\frac{1}{4}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\ge 2$, 즉 $\log_{\frac{1}{4}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\ge\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^2$에서 밑이 1보다 작으므로
$x-\frac{1}{2}\le\frac{1}{16}$ $\quad\therefore\ x\le\frac{9}{16}$ $\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x-\frac{1}{2}>0$ $\quad\therefore\ x>\frac{1}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}<x\le\frac{9}{16}$

5) $\frac{1}{2}<x<5$

⇨ $\log_3(2x-1)<2$, 즉 $\log_3(2x-1)<\log_3 3^2$에서
밑이 1보다 크므로
$2x-1<9$ $\quad\therefore\ x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$2x-1>0$ $\quad\therefore\ x>\frac{1}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}<x<5$

6) $1<x<\frac{10}{9}$

⇨ 진수의 조건에서
$x-1>0$ $\quad\therefore\ x>1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>2$에서 $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^2$
밑이 1보다 작으므로
$x-1<\frac{1}{9}$ $\quad\therefore\ x<\frac{10}{9}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x<\frac{10}{9}$

7) $1<x<3$

⇨ $\log_2(x-1)<1$, 즉 $\log_2(x-1)<\log_2 2$에서
밑이 1보다 크므로
$x-1<2$ $\quad\therefore\ x<3$ $\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x-1>0$ $\quad\therefore\ x>1$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $1<x<3$

8) $1<x<6$

⇨ $\log_3(x-1)<\log_3 5$에서 밑이 1보다 크므로
$x-1<5$ $\quad\therefore\ x<6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x-1>0$ $\quad\therefore\ x>1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $1<x<6$

9) $-4<x<4$

⇨ 진수의 조건에서
$x+4>0$ $\quad\therefore\ x>-4$ $\cdots\cdots$ ㉠
$\log_2(x+4)<3$에서 $\log_2(x+4)<\log_2 2^3$
밑이 1보다 크므로
$x+4<8$ $\quad\therefore\ x<4$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-4<x<4$

10) $0<x<2$

⇨ 진수의 조건에서
$2x>0$, $x+2>0$ $\quad\therefore\ x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$\log_2 2x<\log_2(x+2)$에서 밑이 1보다 크므로
$2x<x+2$ $\quad\therefore\ x<2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<x<2$

11) $1<x<5$

⇨ $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>\log_{\frac{1}{2}}4$에서 밑이 1보다 작으므로
$x-1<4$ $\quad\therefore\ x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x-1>0$ $\quad\therefore\ x>1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $1<x<5$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

12) $-\frac{1}{4}<x<2$

⇨ $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1)>-2$,

즉 $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1)>\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$에서

밑이 1보다 작으므로

$4x+1<9 \quad \therefore\ x<2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$4x+1>0 \quad \therefore\ x>-\frac{1}{4} \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $-\frac{1}{4}<x<2$

13) $0<x<2$ 또는 $5<x<7$

⇨ 진수의 조건에서

$x>0,\ 7-x>0 \quad \therefore\ 0<x<7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\log x+\log(7-x)<1$에서

$\log x(7-x)<\log 10$

밑이 1보다 크므로 $x(7-x)<10$

$x^2-7x+10>0,\ (x-2)(x-5)>0$

$\therefore\ x<2$ 또는 $x>5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 공통 범위를 구하면

$0<x<2$ 또는 $5<x<7$

14) $x>\frac{1}{2}$

⇨ 진수의 조건에서

$2x-1>0,\ 3x+1>0 \quad \therefore\ x>\frac{1}{2} \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\geq\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)$에서 밑이 1보다 작으므로 $2x-1\leq 3x+1 \quad \therefore\ x\geq -2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x>\frac{1}{2}$

15) $1<x<2$

⇨ $\log_2(x-1)<\log_4(3-x)$, 즉

$\log_4(x-1)^2<\log_4(3-x)$에서

밑이 1보다 크므로

$(x-1)^2<3-x,\ x^2-x-2<0$

$(x+1)(x-2)<0 \quad \therefore\ -1<x<2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x-1>0,\ 3-x>0 \quad \therefore\ 1<x<3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $1<x<2$

16) $2<x<3$

⇨ $\log(2x-4)<\log(5-x)$에서 밑이 1보다 크므로

$2x-4<5-x \quad \therefore\ x<3 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$2x-4>0,\ 5-x>0 \quad \therefore\ 2<x<5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<3$

17) $\frac{1}{5}<x<1$

⇨ $\log_{\frac{1}{2}}2x<\log_{\frac{1}{2}}(5x-1)+1$,

즉 $\log_{\frac{1}{2}}2x<\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}(5x-1)$에서

밑이 1보다 작으므로

$2x>\frac{5}{2}x-\frac{1}{2} \quad \therefore\ x<1 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$2x>0,\ 5x-1>0 \quad \therefore\ x>\frac{1}{5} \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{5}<x<1$

18) $-2<x<\frac{1}{2}$

⇨ $\log_2(x+2)<\log_4(x^2+6)$,

즉 $\log_4(x+2)^2<\log_4(x^2+6)$에서

밑이 1보다 크므로

$(x+2)^2<x^2+6,\ 4x<2 \quad \therefore\ x<\frac{1}{2} \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x+2>0,\ x^2+6>0 \quad \therefore\ x>-2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $-2<x<\frac{1}{2}$

19) $5<x\leq 7$

⇨ $\log_2(x+1)\geq 2+\log_2(x-5)$,

즉 $\log_2(x+1)\geq\log_2 4(x-5)$에서

밑이 1보다 크므로

$x+1\geq 4x-20 \quad \therefore\ x\leq 7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x+1>0,\ x-5>0 \quad \therefore\ x>5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $5<x\leq 7$

20) $2<x<6$

⇨ 진수 조건에서 $3x-2>0$이 $6-x>0$이므로

$\frac{2}{3}<x<6 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\log(3x-2)>\log(6-x)$에서 밑이 1보다 크므로

$3x-2>6-x \quad \therefore\ x>2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2<x<6$

21) $2<x\leq 4$

⇨ $\log_{\frac{1}{4}}(2x-4)+1\geq\log_{\frac{1}{4}}(5-x)$,

즉 $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{4}(2x-4)\geq\log_{\frac{1}{4}}(5-x)$에서

밑이 1보다 작으므로

$\frac{1}{2}x-1\leq 5-x,\ \frac{3}{2}x\leq 6 \quad \therefore\ x\leq 4 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$2x-4>0,\ 5-x>0 \quad \therefore\ 2<x<5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

㉠, ㉡에서 $2<x\le 4$

22) $\frac{1}{3}<x\le 2$

⇨ $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1)\ge\log_{\frac{1}{3}}(x+3)$에서

밑이 1보다 작으로

$3x-1\le x+3$ $\quad\therefore\ x\le 2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$3x-1>0,\ x+3>0$ $\quad\therefore\ x>\frac{1}{3}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3}<x\le 2$

23) $x>2$

⇨ $\log_4(x-1)<\log_2(x-1)$, 즉

$\log_4(x-1)<\log_4(x-1)^2$에서 밑이 1보다 크므로

$x-1<(x-1)^2,\ x^2-3x+2>0$

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore\ x<1$ 또는 $x>2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x-1>0$ $\quad\therefore\ x>1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x>2$

24) $0<x\le 2$

⇨ $\log_2 x+\log_2(x+2)\le 3$,

즉 $\log_2 x(x+2)\le\log_2 2^3$에서 밑이 1보다 크므로

$x(x+2)\le 8,\ x^2+2x-8\le 0$

$(x+4)(x-2)\le 0$ $\quad\therefore\ -4\le x\le 2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x>0,\ x+2>0$ $\quad\therefore\ x>0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $0<x\le 2$

25) $x>-\frac{4}{3}$

⇨ 진수 조건에서 $x+3>0$이고 $x^2+1>0$이므로

$x>-3$ …… ㉠

$\log_2(x+3)>\log_{2^2}(x^2+1)$에서

양변의 밑을 2로 바꾸면

$\log_2(x+3)>\frac{1}{2}\log_2(x^2+1)$

$2\log_2(x+3)>\log_2(x^2+1)$

$\log_2(x+3)^2>\log_2(x^2+1)$

밑이 1보다 크므로 $(x+3)^2>x^2+1$

$x^2+6x+9>x^2+1$

$6x>-8$ $\quad\therefore\ x>-\frac{4}{3}$ …… ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $x>-\frac{4}{3}$

26) $x>5$

⇨ 진수 조건에서 $x+6>0$이고 $2x+1>0$이므로

$x>-\frac{1}{2}$ …… ㉠

$\log_{\frac{1}{3}}(x+6)>\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)$에서

밑이 1보다 작은 양수이므로

$x+6<2x+1$ $\quad\therefore\ x>5$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x>5$

27) $-1<x<1$

⇨ 진수 조건에서 $x+1>0$이고 $x+3>0$이므로

$x>-1$ …… ㉠

$\log_{3^{\frac{1}{2}}}(x+1)<\log_3(x+3)$에서

양변의 밑을 3로 바꾸면

$2\log_3(x+1)<\log_3(x+3)$

$\log_3(x+1)^2<\log_3(x+3)$

밑이 1보다 크므로 $(x+1)^2<x+3$

$x^2+2x+1<x+3$

$x^2+x-2<0$

$(x+2)(x-1)<0$

$\therefore\ -2<x<1$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-1<x<1$

28) $x\ge 1$

⇨ $\log_3(2x+1)\ge\log_9(4x+5)$

즉 $\log_9(2x+1)^2\ge\log_9(4x+5)$에서

밑이 1보다 크므로

$(2x+1)^2\ge 4x+5,\ 4x^2-4\ge 0$

$(x+1)(x-1)\ge 0$

$\therefore\ x\le -1$ 또는 $x\ge 1$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$2x+1>0,\ 4x+5>0$ $\quad\therefore\ x>-\frac{1}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x\ge 1$

29) $1<x<\frac{3}{2}$

⇨ $\log_3(x-1)+1<\log_3 x$, 즉 $\log_3 3(x-1)<\log_3 x$

에서 밑이 1보다 크므로

$3x-3<x$ $\quad\therefore\ x<\frac{3}{2}$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x-1>0,\ x>0$ $\quad\therefore\ x>1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $1<x<\frac{3}{2}$

30) $2<x<\frac{5}{2}$

⇨ $\log_{0.2}(x-1)<\log_{0.2}(5-2x)$에서 밑이 1보다 작으므로

$x-1>5-2x$ $\quad\therefore\ x>2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x-1>0,\ 5-2x>0$ $\quad\therefore\ 1<x<\frac{5}{2}$ …… ㉡

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

㉠, ㉡에서 $2<x<\frac{5}{2}$

31) $\frac{5}{2}<x<8$

⇨ $\log_5(x+3)>\log_5(2x-5)$에서 밑이 1보다 크므로 $x+3>2x-5$ $\therefore x<8$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x+3>0,\ 2x-5>0$ $\therefore x>\frac{5}{2}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{5}{2}<x<8$

32) $\frac{1}{3}<x<1$

⇨ $-\log_{\frac{1}{10}}(x+1)>\log_{10}(3x-1)$, 즉
$\log_{10}(x+1)>\log_{10}(3x-1)$에서
밑이 1보다 크므로
$x+1>3x-1$ $\therefore x<1$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x+1>0,\ 3x-1>0$ $\therefore x>\frac{1}{3}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3}<x<1$

33) $-2<x\le 2$

⇨ $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\ge\log_{\frac{1}{4}}(x+14)$, 즉
$\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2\ge\log_{\frac{1}{4}}(x+14)$에서
밑이 1보다 작으므로
$(x+2)^2\le x+14,\ x^2+3x-10\le 0$
$(x+5)(x-2)\le 0$ $\therefore -5\le x\le 2$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x+2>0,\ x+14>0$ $\therefore x>-2$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $-2<x\le 2$

34) $-1<x<1$

⇨ 진수 조건에서 $x+1>0$이고 $x+5>0$이므로
$x>-1$ …… ㉠
$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$에서
$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)(x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$
$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+5)>\log_{\frac{1}{2}}12$
밑이 1보다 작은 양수이므로 $x^2+6x+5<12$
$x^2+6x-7<0,\ (x+7)(x-1)<0$
$\therefore -7<x<1$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-1<x<1$

35) $1<x<9$

⇨ 진수 조건에서 $x^2+8x-9=(x+9)(x-1)>0$이고
$x+3>0$이므로 $x>1$ …… ㉠
$\log_{0.5^2}(x^2+8x-9)>\log_{0.5}(x+3)$에서
양변의 밑을 0.5로 바꾸면
$\frac{1}{2}\log_{0.5}(x^2+8x-9)>\log_{0.5}(x+3)$
$\log_{0.5}(x^2+8x-9)>2\log_{0.5}(x+3)$
$\log_{0.5}(x^2+8x-9)>\log_{0.5}(x+3)^2$
밑이 1보다 작은 양수이므로
$x^2+8x-9<(x+3)^2$
$x^2+8x-9<x^2+6x+9$
$2x<18$ $\therefore x<9$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x<9$

36) $-2<x<-1$ 또는 $2<x<3$

⇨ $\log_2(x^2-x-2)<2$, 즉 $\log_2(x^2-x-2)<\log_2 2^2$에서 밑이 1보다 크므로
$x^2-x-2<4,\ x^2-x-6<0$
$(x+2)(x-3)<0$ $\therefore -2<x<3$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서
$x^2-x-2>0,\ (x+1)(x-2)>0$
$\therefore x<-1$ 또는 $x>2$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $-2<x<-1$ 또는 $2<x<3$

37) $-\frac{7}{4}<x<2$

⇨ 진수 조건에서 $2-x>0$이고 $x+3>0$이므로
$-3<x<2$ ……㉠
$\log_3(2-x)<\log_3(x+3)+1$에서
$\log_3(2-x)<\log_3 3(x+3)$
밑이 1보다 크므로
$2-x<3x+9$ $\therefore x>-\frac{7}{4}$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-\frac{7}{4}<x<2$

38) $\frac{5}{2}<x<3$

⇨ 진수 조건에서 $x-1>0$이고 $3-x>0$이므로
$1<x<3$ ……㉠
$\log_3(x-1)-\log_3(3-x)-1>0$에서
$\log_3(x-1)>\log_3(3-x)+1$
$\log_3(x-1)>\log_3 3(3-x)$
밑이 1보다 크므로 $x-1>9-3x$
$\therefore x>\frac{5}{2}$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{5}{2}<x<3$

39) $1<x<\log_2 11$

⇨ $t=2^x$라 하면 $t>0$이고 진수조건으로
$(t+5)(t-2)>0$ $\therefore t>2 \Rightarrow x>1$
$\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2^{2x}+3\cdot 2^x-10}>\log_{\frac{1}{3}}(2^x+1)$에서

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{t^2+3t-10} > \log_{\frac{1}{3}}(t+1)$

밑이 1보다 작으므로

$t^2+3t-10 < (t+1)^2$

$t^2+3t-10 < t^2+2t+1$

$\therefore\ t < 11 \Rightarrow 2^x < 11 \quad \therefore\ x < \log_2 11$

따라서 만족하는 x값의 범위는 $1 < x < \log_2 11$이다.

40) $0 < x \le \frac{1}{8}$ 또는 $x \ge 2$

⇨ 진수 조건에서 $x > 0$ …… ㉠

$\log_2 x = t$로 치환하면 주어진 부등식은

$t^2+2t-3 \ge 0$에서 $(t+3)(t-1) \ge 0$

$\therefore\ t \le -3$ 또는 $t \ge 1$

즉, $\log_2 x \le \log_2 2^{-3}$ 또는 $\log_2 x \ge \log_2 2$

밑이 1보다 크므로

$x \le \frac{1}{8}$ 또는 $x \ge 2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$0 < x \le \frac{1}{8}$ 또는 $x \ge 2$

41) $\frac{1}{4} < x < 2$

⇨ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 < 0$에서 $\log_2 x = t$로 놓으면

$t^2+t-2 < 0,\ (t+2)(t-1) < 0$

$\therefore\ -2 < t < 1$

즉, $\log_2 2^{-2} < \log_2 x < \log_2 2^1$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{4} < x < 2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{4} < x < 2$

42) $\frac{1}{16} \le x \le 2$

⇨ $(\log_4 x^2)(\log_2 8x) \le 4$에서

$\log_2 x(\log_2 8 + \log_2 x) \le 4,\ \log_2 x(3+\log_2 x) \le 4$

$\therefore\ (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 4 \le 0$

$\log_2 x = t$로 놓으면

$t^2+3t-4 \le 0,\ (t+4)(t-1) \le 0$

$\therefore\ -4 \le t \le 1$

즉, $\log_2 2^{-4} \le \log_2 x \le \log_2 2$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{16} \le x \le 2$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{16} \le x \le 2$

43) $0 < x < 2$ 또는 $x > 4$

⇨ 진수 조건에서 $x > 0$ …… ㉠

$\log_{0.5} x = t$로 치환하면 주어진 부등식은

$t^2+3t+2 > 0$에서 $(t+2)(t+1) > 0$

$\therefore\ t < -2$ 또는 $t > -1$

즉, $\log_{0.5} x < \log_{0.5} 0.5^{-2}$ 또는

$\log_{0.5} x > \log_{0.5} 0.5^{-1}$

밑이 1보다 작은 양수이므로

$x > 0.5^{-2}$ 또는 $x < 0.5^{-1}$

즉, $x > 4$ 또는 $x < 2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$0 < x < 2$ 또는 $x > 4$

44) $\frac{1}{9} < x < 27$

⇨ $(\log_{\frac{1}{3}} 9x)\left(\log_3 \frac{x}{27}\right) > 0$에서

$-(\log_3 9 + \log_3 x)(\log_3 x - \log_3 27) > 0$

$\therefore\ (\log_3 x + 2)(\log_3 x - 3) < 0$

$\log_3 x = t$로 놓으면

$(t+2)(t-3) < 0 \quad \therefore\ -2 < t < 3$

즉, $\log_3 3^{-2} < \log_3 x < \log_3 3^3$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{9} < x < 27$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{9} < x < 27$

45) $\frac{1}{81} < x < 9$

⇨ 진수 조건에서 $x > 0$ …… ㉠

$(\log_3 27x)\left(\log_3 \frac{x}{3}\right) < 5$에서

$(3 + \log_3 x)(-1 + \log_3 x) < 5$

$(\log_3 x)^2 + 2\log_3 x - 8 < 0$

$\log_3 x = t$로 치환하면

$t^2 + 2t - 8 < 0$

$(t+4)(t-2) < 0 \quad \therefore\ -4 < t < 2$

즉, $\log_3 3^{-4} < \log_3 x < \log_3 3^2$

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{81} < x < 9$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{81} < x < 9$

46) $0 < x < 1$ 또는 $x > 4$

⇨ 진수 조건에서 $x > 0$ …… ㉠

$\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)\left(\log_2 \frac{x}{4}\right) < 0$에서

$-\log_2 x(\log_2 x - 2) < 0$

$\log_2 x(\log_2 x - 2) > 0$

$\log_2 x = t$로 치환하면

$t(t-2) > 0 \quad \therefore\ t < 0$ 또는 $t > 2$

즉, $\log_2 x < \log_2 2^0$ 또는 $\log_2 x > \log_2 2^2$

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

밑이 1보다 크므로
$x<1$ 또는 $x>4$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
$0<x<1$ 또는 $x>4$

47) $0<x\le 1$ 또는 $x\ge 100$
⇨ $(\log x)^2-\log x^2\ge 0$, 즉
$(\log x)^2-2\log x\ge 0$에서 $\log x=t$로 놓으면
$t^2-2t\ge 0$, $t(t-2)\ge 0$
$\therefore$ $t\le 0$ 또는 $t\ge 2$
즉, $\log x\le \log 1$ 또는 $\log x\ge \log 10^2$에서
밑이 1보다 크므로 $x\le 1$ 또는 $x\ge 100$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $0<x\le 1$ 또는 $x\ge 100$

48) $0<x<\frac{1}{4}$ 또는 $x>8$
⇨ $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2>6-\log_{\frac{1}{2}} x$, 즉
$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+\log_{\frac{1}{2}} x-6>0$에서
$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면
$t^2+t-6>0$, $(t+3)(t-2)>0$
즉, $\log_{\frac{1}{2}} x<\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ 또는
$\log_{\frac{1}{2}} x>\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$이고
밑이 1보다 작으므로 $x>8$ 또는 $x<\frac{1}{4}$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $0<x<\frac{1}{4}$ 또는 $x>8$

49) $\frac{1}{3}<x<9$
⇨ 진수 조건에서 $x>0$ …… ㉠
$\log_3 x=t$로 치환하면 주어진 부등식은
$t^2-t-2<0$에서 $(t+1)(t-2)<0$
$\therefore$ $-1<t<2$
즉, $\log_3 3^{-1}<\log_3 x<\log_3 3^2$
밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{3}<x<9$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{3}<x<9$

50) $\frac{1}{8}\le x\le 2$
⇨ $x^{\log_{\frac{1}{2}} x}\ge\frac{x^2}{8}$의 양변에 밑이 $\frac{1}{2}$인 로그를 취하면
$\log_{\frac{1}{2}} x^{\log_{\frac{1}{2}} x}\le\log_{\frac{1}{2}}\frac{x^2}{8}$
$(\log_{\frac{1}{2}} x)(\log_{\frac{1}{2}} x)\le\log_{\frac{1}{2}} x^2-\log_{\frac{1}{2}} 8$
$\therefore$ $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2-2\log_{\frac{1}{2}} x-3\le 0$
$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면
$t^2-2t-3\le 0$, $(t+1)(t-3)\le 0$
$\therefore$ $-1\le t\le 3$
즉, $\log_{\frac{1}{2}} 2\le\log_{\frac{1}{2}} x\le\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}$에서
밑이 1보다 작으므로 $\frac{1}{8}\le x\le 2$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{8}\le x\le 2$

51) $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$
⇨ $x^{\log_{\frac{1}{3}} x}>9x^3$의 양변에 밑이 $\frac{1}{3}$인 로그를 취하면
$\log_{\frac{1}{3}} x^{\log_{\frac{1}{3}} x}<\log_{\frac{1}{3}} 9x^3$
$(\log_{\frac{1}{3}} x)(\log_{\frac{1}{3}} x)<\log_{\frac{1}{3}} 9+\log_{\frac{1}{3}} x^3$
$\therefore$ $(\log_{\frac{1}{3}} x)^2-3\log_{\frac{1}{3}} x+2<0$
$\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 놓으면
$t^2-3t+2<0$, $(t-1)(t-2)<0$
$\therefore$ $1<t<2$
즉, $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}<\log_{\frac{1}{3}} x<\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{9}$에서
밑이 1보다 작으므로 $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{9}<x<\frac{1}{3}$

52) $0<x\le 2$ 또는 $x\ge 32$
⇨ $x^{\log_2 x}\ge\frac{x^6}{32}$의 영변에 밑이 2인 로그를 취하면
$\log_2 x^{\log_2 x}\ge\log_2\frac{x^6}{32}$,
$(\log_2 x)(\log_2 x)\ge\log_2 x^6-\log_2 32$
$\therefore$ $(\log_2 x)^2-6\log_2 x+5\ge 0$
$\log_2 x=t$로 치환하면
$t^2-6t+5\ge 0$, $(t-1)(t-5)\ge 0$
$\therefore$ $t\le 1$ 또는 $t\ge 5$
즉, $\log_2 x\le\log_2 2$ 또는 $\log_2 x\ge\log_2 32$에서
밑이 1보다 크므로 $x\le 2$ 또는 $x\ge 32$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $0<x\le 2$ 또는 $x\ge 32$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

53) $\frac{1}{27}<x<3$

⇨ 진수 조건에서 $x>0$ …… ㉠

$x^{\log_{\frac{1}{3}} x}>\frac{x^2}{27}$의 양변에 밑이 $\frac{1}{3}$인 로그를 취하면

$\log_{\frac{1}{3}} x^{\log_{\frac{1}{3}} x}<\log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2}{27}$에서

$\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2<2\log_{\frac{1}{3}} x+\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^3$

$\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 치환하면

$t^2-2t-3=0$

$(t+1)(t-3)<0$ $\therefore\ -1<t<3$

즉, $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}<\log_{\frac{1}{3}} x<\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^3$

밑이 1보다 작은 양수이므로 $\frac{1}{27}<x<3$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{27}<x<3$

54) $\frac{1}{2}\le x\le 8$

⇨ 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 x^{\log_2 x}\le\log_2 8x^2$

$(\log_2 x)(\log_2 x)\le\log_2 8+\log_2 x^2$

$(\log_2 x)^2\le 3+2\log_2 x$

$\therefore\ (\log_2 x)^2-2\log_2 x-3\le 0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-2t-3\le 0,\ (t+1)(t-3)\le 0$

$\therefore\ -1\le t\le 3$

즉, $\log_2\frac{1}{2}\le\log_2 x\le\log_2 8$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{2}\le x\le 8$ …… ㉠

진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}\le x\le 8$

55) $0<x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>4$

⇨ 진수 조건에서 $x>0$ …… ㉠

$x^{\log_2 x}>4x$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 x^{\log_2 x}>\log_2 4x$에서

$(\log_2 x)^2>\log_2 x+2$

$\log_2 x=t$로 치환하면 $t^2-t-2>0$

$(t+1)(t-2)>0$ $\therefore\ t<-1$ 또는 $t>2$

즉, $\log_2 x<\log_2 2^{-1}$ 또는 $\log_2 x>\log_2 2^2$

밑이 1보다 크므로

$x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>4$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$0<x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>4$

56) $\frac{1}{3}<x<3$

⇨ $x^{\log_3 x}<3$의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x}<\log_3 3,\ (\log_3 x)(\log_3 x)<1$

$\therefore\ (\log_3 x)^2-1<0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-1<0,\ (t+1)(t-1)<0$

$\therefore\ -1<t<1$

즉, $\log_3\frac{1}{3}<\log_3 x<\log_3 3$에서

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{3}<x<3$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3}<x<3$

57) $0<x\le\frac{1}{4}$

⇨ $\log_{\frac{1}{4}}(\log_{\frac{1}{2}} x)\le-\frac{1}{2}$, 즉

$\log_{\frac{1}{4}}(\log_{\frac{1}{2}} x)\le\log_{\frac{1}{4}} 2$에서 밑이 1보다 작으므로

$\log_{\frac{1}{2}} x\ge 2$

$\log_{\frac{1}{2}} x\ge\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}$에서 밑이 1보다 작으므로

$x\le\frac{1}{4}$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$\log_{\frac{1}{2}} x>0,\ x>0$이므로 $0<x<1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $0<x\le\frac{1}{4}$

58) $1<x\le 8$

⇨ 진수 조건에서 $\log_2 x>0,\ x>0$이므로

$x>1$ …… ㉠

$\log_3(\log_2 x)\le 1$에서 $\log_3(\log_2 x)\le\log_3 3$

밑이 1보다 크므로 $\log_2 x\le 3$에서

$\log_2 x\le\log_2 2^3$

밑이 1보다 크므로 $x\le 8$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x\le 8$

59) $\frac{1}{4}<x<1$

⇨ $\log_2(\log_{\frac{1}{2}} x)<1$, 즉

$\log_2(\log_{\frac{1}{2}} x)<\log_2 2$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_{\frac{1}{2}} x<2$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$에서 밑이 1보다 작으므로

$x > \frac{1}{4}$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$\log_{\frac{1}{2}} x > 0$, $x > 0$이므로 $0 < x < 1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{4} < x < 1$

60) $\frac{1}{8} < x < 1$

⇨ $\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$, 즉

$\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < \log_3 3$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_{\frac{1}{2}} x < 3$

$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$에서 밑이 1보다 작으므로

$x > \frac{1}{8}$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$\log_{\frac{1}{2}} x > 0$, $x > 0$이므로 $0 < x < 1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{8} < x < 1$

61) $1 < x < 81$

⇨ 진수 조건에서 $\log_3 x > 0$, $x > 0$이므로

$x > 1$ …… ㉠

$\log_{0.5} (\log_3 x) > -2$에서

$\log_{0.5} (\log_3 x) > \log_{0.5} 0.5^{-2}$

밑이 1보다 작은 양수이므로 $\log_3 x < 4$에서

$\log_3 x < \log_3 3^4$

밑이 1보다 크므로 $x < 81$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1 < x < 81$

62) $1 < x \le 16$

⇨ $\log_{\frac{1}{2}} (\log_4 x) \ge -1$, 즉

$\log_{\frac{1}{2}} (\log_4 x) \ge \log_{\frac{1}{2}} 2$에서 밑이 1보다 작으므로

$\log_4 x \le 2$

$\log_4 x \le \log_4 16$에서 밑이 1보다 크므로

$x \le 16$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$\log_4 x > 0$, $x > 0$이므로 $x > 1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $1 < x \le 16$

63) $1 < x \le 8$

⇨ $\log_3 (\log_2 x) \le 1$, 즉

$\log_3 (\log_2 x) \le \log_3 3$에서 밑이 1보다 크므로

$\log_2 x \le 3$

$\log_2 x \le \log_2 8$에서 밑이 1보다 크므로

$x \le 8$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$\log_2 x > 0$, $x > 0$이므로 $x > 1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $1 < x \le 8$

64) 5개

⇨ $\log_2 (5-x) + \log_2 (5+x) > 4$, 즉

$\log_2 (5-x)(5+x) > \log_2 2^4$에서

밑이 1보다 크므로

$(5-x)(5+x) > 16$, $x^2 - 9 < 0$

$(x+3)(x-3) < 0$ $\therefore -3 < x < 3$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$5-x > 0$, $5+x > 0$ $\therefore -5 < x < 5$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $-3 < x < 3$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

65) $\frac{3}{2}$

⇨ 진수조건에 의하여 $x > \frac{1}{2}$ …㉠

$\frac{1}{2}\log_2(8(x+1)) + \frac{1}{2}\log_2(2x-1) < 2$

$\log_2(8(x+1)) + \log_2(2x-1) < 4$

$\log_2(x+1) + 3 + \log_2(2x-1) < 4$

$\log_2(x+1) + \log_2(2x-1) < 1$

$\log_2((x+1)(2x-1)) < \log_2 2$

$(x+1)(2x-1) < 2$

$2x^2 + x - 1 < 2$

$2x^2 + x - 3 < 0$

$(2x+3)(x-1) < 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$ …㉡

㉠, ㉡에 의해 $\frac{1}{2} < x < 1$

$\therefore \alpha + \beta = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

66) 3

⇨ $2\log_a (x-3) \ge \log_a (x+3)$, 즉

$\log_a (x-3)^2 \ge \log_a (x+3)$에서

$0 < a < 1$이므로

$(x-3)^2 \le x+3$, $x^2 - 7x + 6 \le 0$

$(x-1)(x-6) \le 0$ $\therefore 1 \le x \le 6$ …… ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x-3 > 0$, $x+3 > 0$ $\therefore x > 3$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $3 < x \le 6$이므로 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 4, 5, 6의 3개이다.

67) 25개

⇨ $f(x) = \log_3 x$에서

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$f(f(x))=f(\log_3 x)=\log_3(\log_3 x)$이므로
$f(f(x))<1$에서 $\log_3(\log_3 x)<1$
즉, $\log_3(\log_3 x)<\log_3 3$에서 밑이 1보다 크므로
$\log_3 x<3$
$\log_3 x<\log_3 27$에서 밑이 1보다 크므로
$x<27$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서
$\log_3 x>0$, $x>0$이므로 $x>1$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $1<x<27$이므로 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 2, 3, 4, …, 26의 25개이다.

68) $0<a\le\frac{1}{4}$ 또는 $a\ge 1$

⇨ 이차방정식 $x^2-2(1+\log_2 a)x+1=0$이 실근을 가지려면 주어진 이차방정식의 판별식 $D\ge 0$이어야 한다.
즉, $\frac{D}{4}=(1+\log_2 a)^2-1\ge 0$에서
$(\log_2 a)^2+2\log_2 a\ge 0$이므로
$\log_2 a=t$로 놓으면
$t^2+2t\ge 0$, $t(t+2)\ge 0$
$\therefore\ t\le -2$ 또는 $t\ge 0$
즉, $\log_2 a\le\log_2\frac{1}{4}$ 또는 $\log_2 a\ge\log_2 1$에서
밑이 1보다 크므로 $a\le\frac{1}{4}$ 또는 $a\ge 1$ …… ㉠
이때, 진수의 조건에서 $a>0$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $0<a\le\frac{1}{4}$ 또는 $a\ge 1$

69) $\frac{1}{4}<a<1024$

⇨ 이차방정식 $x^2-x\log_2 a+2\log_2 a+5=0$의 판별식을 D라고 하면
$D=(\log_2 a)^2-4(2\log_2 a+5)<0$
$\log_2 a=t$로 치환하면
$t^2-8t-20<0$
$(t+2)(t-10)<0$
$\therefore\ -2<t<10$
즉, $-2<\log_2 a<10$이므로
$\log_2 2^{-2}<\log_2 a<\log_2 2^{10}$
밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{4}<a<1024$

70) 10^{-5} 또는 10^7

⇨ 이차방정식 $x^2-(\log a+1)x+(\log a+9)=0$의 판별식을 D라고 하면
$D=(\log a+1)^2-4(\log a+9)=0$
$(\log a)^2-2\log a-35=0$
$\log a=t$로 치환하면
$t^2-2t-35=0$
$(t+5)(t-7)=0$
$\therefore\ t=-5$ 또는 $t=7$
즉, $\log a=-5$ 또는 $\log a=7$
$\therefore\ a=10^{-5}$ 또는 10^7

71) $\frac{1}{10}$ 또는 $a=10000$

⇨ 이차방정식 $x^2+x\log a^2+\log a^3+4=0$, 즉 $x^2+2x\log a+3\log a+4=0$이 중근을 가지려면 판별식 $D=0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(\log a)^2-(3\log a+4)=0$
$\therefore\ (\log a)^2-(3\log a+4)=0$
$\therefore\ (\log a)^2-3\log a-4=0$
$\log a=t$로 놓으면
$t^2-3t-4=0$, $(t+1)(t-4)=0$
$\therefore\ t=-1$ 또는 $t=4$
즉, $\log a=-1$ 또는 $\log a=4$이므로
$a=10^{-1}=\frac{1}{10}$ 또는 $a=10^4=10000$

72) 1

⇨ $\log x=t$로 치환하자.
$t^2-2kt+3-2k\ge 0$
부등식이 항상 성립하기 위하여
$\frac{D}{4}=k^2-3+2k\le 0$
$(k+3)(k-1)\le 0$
$\therefore\ -3\le k\le 1$
따라서 k의 최댓값은 1이다.

73) $k\ge 1$

⇨ $(\log_3 x)^2+2\log_3 x+k\ge 0$
이때 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면 판별식 $1-k\le 0$을 만족해야 한다.
$\therefore\ k\ge 1$

74) $-12<k<0$

⇨ $x^{\log_3 x}>(27x)^k$의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면
$\log_3 x^{\log_3 x}>\log_3(27x)^k$
$(\log_3 x)^2>k(3+\log_3 x)$
$\log_3 x=t$로 치환하면 $t^2-kt-3k>0$ …… ㉠
양수 x에 대하여 t는 모든 실수이므로
모든 실수 t에 대하여 ㉠이 성립해야 한다.
이차방정식 $t^2-kt-3k=0$의 판별식을 D라고 하면 $D=k^2-4(-3k)=k(k+12)<0$
$\therefore\ -12<k<0$

75) 2

⇨ $(\log x)^2-k\log x+3-k\ge 0$에서
$\log x=t$로 치환하면
$t^2-kt+3-k\ge 0$ …… ㉠

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

양수 x에 대하여 t는 모든 실수이므로 모든 실수 t에 대하여 ㉠이 성립해야 한다.
이차방정식 $t^2-kt+3-k=0$의 판별식을 D라고 하면
$D=k^2-4(3-k)\le 0$
$k^2+4k-12\le 0$
$(k+6)(k-2)\le 0$
$\therefore\ -6\le k\le 2$
따라서 실수 k의 최댓값은 2이다.

76) 5
⇨ $(-\log_2 x)^2+k(2\log_2 x)+4\ge 0$
$\log_2 x=t$(t는 모든 실수)로 치환하자.
$t^2+2kt+4\ge 0$
모든 실수 t에 대하여 주어진 부등식이 성립하기 위하여
$\frac{D}{4}=k^2-4\le 0\quad \therefore\ -2\le k\le 2$
따라서 정수 k의 개수는 5개이다.

77) 120분 후
⇨ $20n$분 후 박테리아의 수는 10×3^n마리이므로
$10\times 3^n\ge 10000$
$3^n\ge 1000$ …… ㉠
㉠의 양변에 상용로그를 취하면
$\log 3^n\ge \log 1000$
$n\log 3\ge 3$
$\therefore\ n\ge \frac{3}{\log 3}=\frac{3}{0.5}=6$
따라서 박테리아의 수가 10000마리 이상이 되는 것은 20×6분 후, 즉 120분 후부터이다.

78) 10년 후
⇨ n년 후에 A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되려면
$a\times 1.1^n\ge 2\times(a\times 1.02^n)$ …… ㉠
㉠의 양변을 a로 나누고 상용로그를 취하면
$\log 1.1^n\ge \log(2\times 1.02^n)$
$n\log 1.1\ge \log 2+n\log 1.02$
$\therefore\ n\ge \frac{\log 2}{\log 1.1-\log 1.02}=\frac{0.3010}{0.0414-0.0086}=9.176\cdots$
따라서 A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되는 것은 10년 후부터이다.

79) 10번
⇨ 처음 불순물의 양을 a라 할 때,
$k^4a=\frac{1}{4}a$이므로 $k^4=\frac{1}{4}$
양변에 상용로그를 취하면 $4\log k=-\log 4$이므로
$\log k=-\frac{1}{4}\log 4$
이때 $k^n a\le \frac{1}{30}a$이려면 $k^n\le \frac{1}{30}$
이므로 양변에 상용로그를 취하면
$n\log k\le -\log 30=-\log 3-1$
$n\left(-\frac{1}{4}\log 4\right)=-\frac{3}{20}n\le -1.48$
$n\ge \frac{20}{3}\times 1.48=9.866\cdots$
따라서 최소 10번의 정수작업을 해야 한다.

80) 6개
⇨ 차단 후 남은 물질이 0.05이하가 되는 개수를 n이라 하면
$\left(\frac{4}{10}\right)^n\le\left(\frac{1}{200}\right)$ 양변에 상용로그를 취하면
$n(\log 4-1)\le -2-\log 2$
$-0.4n\le -2.3\qquad \therefore\ n\ge 5.\mathrm{xxx}$
따라서 필요한 방호벽의 최소개수는 6개이다.

81) 2023년
⇨ 90조 이상 되는 해를 n이라 하면
$50\left(1+\frac{10}{100}\right)^n\ge 90,\ 5(1.1)^n\ge 9$
양변에 상용로그를 취하면
$\log 5+n\log 1.1\ge \log 9$
$n\log 1.1\ge 2\log 3-(1-\log 2)$
$n\ge 6.\mathrm{xxxx}\qquad \therefore\ n=7$
따라서 처음으로 90조원이상이 되는 해는 $2016+7=2023$(년)이다.

82) 5일
⇨ 현재의 양을 x라 하고 n일 후 남아있는 물의 양은 $x\times\left(\frac{8}{10}\right)^n$이므로
$\left(\frac{8}{10}\right)^n x\le \frac{1}{3}x,\ \left(\frac{8}{10}\right)^n\le \frac{1}{3}$
양변에 상용로그를 취하면
$n(\log 8-1)\le -\log 3$
$n(0.9030-1)\le -0.4771$
$\therefore n\ge \frac{0.4771}{0.0970}=4.918\times\times\times$
따라서 물의 양은 최소 5일 후 현재의 $\frac{1}{3}$ 이하가 된다.

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331