4-2-1.명제와 조건_신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-07-13

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[명제와 조건]

- •명제: 참 또는 거짓을 분명히 판별할 수 있는 문장이나 식
- •조건: 미지수 x의 값에 따라 참, 거짓이 정해지는 문장이나 식
- 두 조건 $p,\ q$ 로 이루어진 명제 'p이면 q이다.'를 기호로 $p \to q$ 와 같이 나타낸다. (이때, p를 가정, q를 결론이라 한다.)

[명제와 조건의 부정]

• 부정(~p): 명제 또는 조건 p에 대하여 'p가 아니다.'를 p의 부정이라 한다.

['모든'이나 '어떤'이 있는 명제]

• '모든'이나 '어떤'이 있는 명제의 참, 거짓

전체집합 U에 대하여 조건 p의 진리집합을 P라 할 때, '모든 x에 대하여 p이다.'는 P=U이면 참이고, $P\neq U$ 이면 거짓이다. '어떤 x에 대하여 p이다.'는 $P\neq\varnothing$ 이면 참이고, $P=\varnothing$ 이면 거짓이다.

• '모든'이나 '어떤'이 있는 명제의 부정

'모든 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '어떤 x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다. '어떤 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '모든 x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다.

[진리집합]

• 진리집합: 전체집합 U의 원소 중에서 조건 p가 참이 되게 하는 모든 원소의 집합을 조건 p의 진리집합이라 한다.

[명제 $p \rightarrow q$ 의 참, 거짓]

- 두 조건 $p,\ q$ 의 진리집합이 각각 $P,\ Q$ 일 때,
- (1) 명제 $p \to q$ 가 참이면 P \subset Q이고, P \subset Q이면 명제 $p \to q$ 는 참이다.
- (2) 명제 p o q가 거짓이면 $P
 ot\subset Q$ 이고, $P
 ot\subset Q$ 이면 명제 p o q는 거짓이다.

기본문제

[문제]

다음 중에서 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 12는 3의 배수이다.
- L. π 는 유리수이다.
- ㄷ. 5는 작은 자연수이다.
- ① ¬
- 2 L
- ③ ¬, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

[문제]

2. 자연수 전체의 집합에서 조건 'x는 20 이하의 3 의 배수이다.'의 진리집합의 모든 원소의 합은?

- ① 60
- ② 63
- 3 66
- **4**) 69
- ⑤ 72

[문제]

3. 다음 중 조건의 부정을 옳게 나타낸 것을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. x는 3의 배수이다. $\rightarrow x$ 는 3의 배수가 아니다.

 \bot . $x \ge 4 \rightarrow x < 4$

- (1) ¬
- ② L
- ③ 7, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ 7. ∟. ⊏

[문제]

4. 다음 명제 중 그 부정이 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 16의 약수의 개수는 4개다.
- -1.3+4=7
- x = -2에 대하여 $x^5 32 = 0$ 이다.
- ① ¬
- 2 L
- ③ ᄀ, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ 7, ∟, ⊏

[문제]

- **5.** 전체집합 $U = \{x | x \vdash 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 조건 $(x \vdash 7)$ 이하의 홀수이다'의 부정의 진리집합의 모든 원소의 합은?
 - ① 33
- ② 36
- ③ 39
- **4**2
- ⑤ 45

[문제]

- **6.** 다음의 명제의 가정을 <u>모두</u> 고른 것은?
- 평행사변형이면 마름모이다.
- \bigcirc x+y가 홀수이면 \bigcirc xy는 짝수이다.
- ① ⑦, ②, ①
- ② □, 글, ਚ
- ③ ⑦, ⊜, ⊌
- **4 0**, **0**, **0**
- (5) (7), (12), (13)

[예제]

- **7.** 다음 명제들 중 거짓인 것만을 있는 대로 고른 것은?
 - \neg . x가 4의 약수이면 x는 6의 약수이다.
 - $L. x^2 = 2$ 이면 x < 2이다.
 - \Box . 삼각형 ABC가 정삼각형이면 직각삼각형이다.
 - ① ¬
- 2 L
- ③ ᄀ, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

[문제]

- 8. 다음 명제들 중 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?
 - __ ㄱ. 모든 소수는 홀수이다.
 - ㄴ. 모든 정삼각형은 이등변삼각형이다.
 - \Box . 어떤 x가 무리수이면 x^2-2x 는 유리수이다.
 - ① ¬
- 2 L
- ③ ¬, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ∟, ⊏

[문제]

9. 두 조건 ' $p:-1 \le x \le 5$ ',

 $'q: x \le a$ 또는 $x \ge b$ '에 대하여 명제 $p \to \sim q$ 가 참이 되도록 하는 두 정수 a,b에 대하여 b-a의 최 솟값은? (단, a < b)

- 1) 6
- ② 7

3 8

- **4** 9
- **⑤** 10

[문제]

- **10.** 명제 '어떤 실수 x에 대하여 $x^2 + 4x + a < 0$ 이다.'가 참이기 위한 정수 a의 최댓값은?
 - \bigcirc 0

② 1

3 2

(4) 3

⑤ 4

[문제]

- **11.** 명제 '어떤 실수 x에 대하여 $x^2 \ge x-1$ 이다.'의 부정을 옳게 말한 것은?
 - ① 어떤 실수 x에 대하여 $x^2 < x 1$ 이다.
 - ② 모든 실수 x에 대하여 $x^2 < x 1$ 이다.
 - ③ 어떤 실수 x에 대하여 $x^2 \le x-1$ 이다.
 - ④ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \le x-1$ 이다.
 - ⑤ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \ge x-1$ 이다.

평가문제

[중단원 마무리]

12. 다음 중에서 명제인 것의 개수는?

- = 4이면 3x-1=10이다.
- ㄴ. 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 같다.
- C. 50과 52은 가까운 수이다.
- =. 어떤 실수 x에 대하여 x+1=5+x이다.
- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

[중단원 마무리]

13. 다음 명제 중 그 부정이 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- □. 모든 이등변삼각형은 직각삼각형이다.
- ㄴ. 어떤 실수 x에 대하여 $x^2 < 0$ 이다.
- ㄷ. 모든 소수는 1보다 크다.
- ① -
- ② L
- ③ ┐, ∟
- ④ ¬. ⊏
- ⑤ ᄀ, ∟, ⊏

[중단원 마무리]

14. 다음 명제가 참이 되도록 하는 정수 a의 값은?

- (가) x < 0인 어떤 실수 x에 대하여 x 2a + 6 > 0
- (나) x < 0인 모든 실수 x에 대하여 $(x-4)(x-a+2) \ge 0$ 이다.
- 1 1
- ② 2

- ③ 3
- 4
- **⑤** 5

[대단원 마무리]

- **15.** 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중에서 항상 옳은 것은?
 - ① $P \cup Q = Q$
- ② $P \cap Q = \emptyset$
- $\bigcirc P \cup Q^C = P$
- $\bigcirc Q P = \emptyset$

[대단원 마무리]

- **16.** 명제 $k-1 \le x \le k+3$ 인 어떤 실수 x에 대하여 $4 \le x \le 5$ 이다.'가 참이 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합은?
 - 10
- 2 15
- 3 21
- **4** 28
- **⑤** 36

유사문제

17. 다음 중 명제인 것은?

- ① 4x-8>0
- ② 날씨가 흐리다.
- ③ -3은 작은 수이다.
- ④ 어떤 영화는 재미있다.
- ⑤ 이등변삼각형은 정삼각형이다.
- **18.** 전체집합이 $U = \{x | x \in 9$ 이하의 자연수}일 때, 조건 $p: x \in 8$ 의 약수에 대하여 $\sim p$ 의 진리집합의 모든 원소의 합을 구하면?
 - 1 30
- ② 31
- 3 32
- **4** 33
- (5) 34
- **19.** '사람이면 동물이다.' 라는 명제의 가정으로 알맞은 것은?
 - ① 사람이다.
- ② 동물이다.
- ③ 사람이면 동물이다.
- ④ 동물이면 사람이다.
- ⑤ 가정은 없다.
- **20.** 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, <보 기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

 $\neg . P \cap Q = \emptyset$

 \vdash . $P \cup Q = U$

 $\Box P^C - Q^C = Q$

- (<u>1</u>) ¬
- 2 L
- ③ ¬, ⊏
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ ᄀ, ∟, ⊏
- **21.** 실수 전체의 집합에서 명제 '어떤 실수 x에 대하여 $(k+1)x^2-(k+1)x+3 \le 0$ 이다.'의 부정이 참이되도록 하는 정수 k의 개수는?
 - 1) 8
- 2 9
- 3 10
- **4** 11
- ⑤ 12

22. 명제 '모든 실수 x에 대하여 |x| > 0이다.'의 부

- ① 모든 실수 x에 대하여 $|x| \le 0$ 이다.
- ② 모든 실수 x에 대하여 |x| < 0이다.
- ③ 어떤 실수 x에 대하여 $|x| \le 0$ 이다.
- ④ 어떤 실수 x에 대하여 |x| < 0이다.
- ⑤ 어떤 실수 x에 대하여 $|x| \ge 0$ 이다.

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] ㄱ. 12는 3의 배수이므로 참인 명제이다.

- ㄴ. π는 무리수이므로 거짓인 명제이다.
- 다. 작다의 기준이 명확하지 않으므로 명제가 아니다.

따라서 명제인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

2) [정답] ②

[해설] 조건 'x는 20 이하의 3의 배수이다'의 진리집합은 $\{3,6,9,12,15,18\}$ 이므로 모든 원소의 합은 63이다.

3) [정답] ③

[해설] ¬. 'x는 3의 배수이다'의 부정은 'x는 3의 배수가 아니다'이다. (참) L. 'x가 4보다 크거나 같다'의 부정은 'x가 4보다 작다'이다. (참) C. 1 < x ≤ 5의 부정은 'x ≤ 1 또는 x > 5' 이다. (거짓) 따라서 옳게 나타낸 것은 ¬, ㄴ이다.

4) [정답] ④

[해설] 주어진 명제의 부정은 다음과 같다. 그. 16의 약수의 개수는 4개가 아니다. 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16으로 5개다. (참) \cup . $3+4\neq 7$ (거짓) \cup . x=-2에 대하여 $x^5-32\neq 0$ 이다. $x^5=-32$ 로 $x^5-32=-64\neq 0$ 이다. (참)

5) [정답] ③

[해설] 조건 'x는 7이하의 홀수이다'의 진리집합 P는 $P = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 부정의 진리집합 P^C 는 $P^C = \{2, 4, 6, 8, 9, 10\}$ 이 되어 모든 원소의 합은 39이다.

6) [정답] ⑤

[해설] 주어진 명제의 가정은 \bigcirc 평행사변형이면 $/\bigcirc$ x=4이면 $/\bigcirc$ x+y가 홀수이면 이다.

7) [정답] ④

[해설] ㄱ. 4는 4의 약수이지만 6의 약수가 아니다. (거짓)

8) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. 2는 소수이지만 홀수가 아니다. (거짓) ㄴ. 모든 정삼각형은 두 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다. (참) $x = 1 + \sqrt{2}$ 이면 $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$ 의 값은 1이므로 유리수이다. (참) 따라서 옳은 것은 L, C이다.

9) [정답] ③

[해설] $\sim q: a < x < b$ 이다. 따라서 $p \to \sim q$ 가 참이기 위해서는 a < -1, 5 < b가 성립해야 한다. 따라서 정수 a의 최댓값은 -2, 정수 b의 최솟값은 6이므로 b-a의 최솟값은 8이다.

10) [정답] ④

[해설] 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+4x+a<0$ 이 성립하기 위해서는 $(x+2)^2+a-4<0$ 인 x의 값이 존재해야 한다. 그런데 $(x+2)^2 \geq 0$ 이므로 a-4<0이어야 한다. 즉, a<4일 때 위 명제가 성립하므로 정수 a의 최댓값은 3이다.

11) [정답] ②

[해설] '어떤'의 부정은 '모든'이므로 주어진 명제 '어떤 실수 x에 대하여 $x^2 \ge x-1$ 이다'의 부정은 ② 모든 실수 x에 대하여 $x^2 < x-1$ 이다. 이다.

12) [정답] ④

[해설] ㄱ. 거짓인 명제이다.

- ㄴ. 참인 명제이다.
- □. 가깝다의 기준이 불명확하므로 명제가 아니다.
- 리. 거짓인 명제이다.따라서 명제인 것은 3개다.

13) [정답] ③

[해설] 주어진 명제의 부정은 다음과 같다.

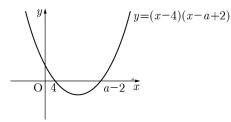
기. 어떤 이등변삼각형은 직각삼각형이 아니다. 정삼각형의 경우, 이등변삼각형이지만 직각삼각형 은 아니다. (참)

- L. 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \ge 0$ 이다. (참)
- ㄷ. 어떤 소수는 1보다 작거나 같다. (거짓)

14) [정답] ②

[해설] (가) x < 0인 어떤 실수 x에 대하여 x > 2a - 6을 만족하는 경우 $2a - 6 < 0, \ \, 즉, \ \, a < 3$ (나) x < 0인 모든 실수 x에 대하여 $(x - 4)(x - a + 2) \ge 0$ 를 만족하는 경우 방정식 (x - 4)(x - a + 2) = 0의 두 근은 $x = 4 \ \, \text{또는} \ \, x = a - 2$ 이다. (i) $a - 2 \ge 4$ 인 경우 y = (x - 4)(x - a + 2)의 그래프는 다음과 같다.

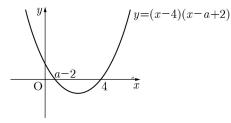




따라서 x < 0인 모든 정수 x에 대하여 $(x-4)(x-a+2) \ge 0$ 이 성립한다.

(ii) a-2<4인 경우

y = (x-4)(x-a+2)의 그래프가 다음과 같아야 x < 0인 모든 정수 x에 대하여 $(x-4)(x-a+2) \ge 0$ 이다.



따라서 x=0에 대하여 함숫값 $4a-8 \ge 0$ $a \ge 2$

따라서 (γ) , (γ) 를 만족하는 정수 a는 2이다.

15) [정답] ③

[해설] 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 두 조건 p,q의 진리 집합 P,Q에 대하여 $P^C \subset Q$ 을 만족한다.

①
$$P^C \subset Q$$
이므로 $P \cup P^C \subset P \cup Q$

즉, $P \cup Q = U$ (거짓)

②
$$\varnothing \neq Q - P^C = Q \cap P = P \cap Q$$
 (거짓)

③
$$P \cup Q^C = (Q \cap P^C)^C = (P^C)^C = P$$
 (참)

④
$$Q-P=Q\cap P^C=P^C\neq\emptyset$$
 (거짓)

⑤ $Q \cup P^C = Q \neq U$ (거짓)

16) [정답] ③

[해설] (i) $k-1 \ge 4$ 일 때

 $k-1 \le 5$ 이어야 하므로 $k \le 6$

 $\stackrel{\sim}{\neg}$, $5 \le k \le 6$

(ii) k-1<4일 때

 $4 \le k+3$ 이어야 하므로 $1 \le k$

즉, $1 \le k < 5$

따라서 (i), (ii)에 의하여 정수 k는

1, 2, 3, 4, 5, 6으로 21이다.

17) [정답] ⑤

[해설] ⑤ 거짓인 명제이다.

18) [정답] ①

[해설] 조건 p의 진리집합을 P라 하면 $P = \{1, 2, 4, 8\}$

 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^C = \{3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은 30이다. 19) [정답] ①

[해설] 주어진 명제의 가정은 '사람이다.'이다.

20) [정답] ③

[해설] ㄱ. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 $P \subset Q^C$ 이다.

 $P \cap Q = \emptyset$: 참

 \sqsubset . $P \subset Q^C$ 이면 $Q \subset P^C$

$$P^C - Q^C = P^C \cap Q = Q$$
 : 참

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

21) [정답] ⑤

[해설] 모든 실수 x에 대하여

 $(k+1)x^2-(k+1)x+3>0$ 이므로 k+1>0이고

방정식 $(k+1)x^2-(k+1)x+3=0$ 의 판별식을 D라 하면 D<0이다.

 $D = (k+1)^2 - 12(k+1) < 0$

(k+1)(k-11) < 0

 $\therefore -1 < k < 11$

또 k=-1일 때 주어진 부등식은 3>0으로 항상 성립한다.

따라서 정수 k의 개수는 12이다.

22) [정답] ③

[해설] 부정은 '어떤 실수 x에 대하여 $|x| \le 0$ 이다.' 이다.