



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-02-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 지수방정식의 풀이

(1) 지수방정식: 지수에 미지수가 있는 방정식

(2) 지수방정식의 풀이

① 밑을 같게 할 수 있는 경우

$$: a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad (\text{단, } a > 0, a \neq 1)$$

② 지수가 같은 경우

$$: a^{f(x)} = b^{f(x)} (a > 0, b > 0) \Leftrightarrow a = b \text{ 또는 } f(x) = 0$$

③ a^x 꼴이 반복되는 경우

$$: a^x = t (t > 0) \text{로 치환 후 } t \text{에 대한 방정식을 푼다.}$$

④ 밑에도 미지수가 있는 경우

$$: x^{f(x)} = x^{g(x)} (x > 0) \Leftrightarrow f(x) = g(x) \text{ 또는 } x = 1$$

주의 지수방정식에서 $a^x = t$ 로 치환하여 t 에 대한 방정식을 풀 때, $a^x > 0$ 이므로 $t > 0$ 임에 주의한다.

■ 다음 방정식을 풀어라.

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} = 4$

2. $3^x = \frac{1}{27}$

3. $2^{2x} = 2\sqrt{2}$

4. $4 \cdot 2^x = 4^x$

5. $2^x = 128$

6. $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2$

7. $4^{x+1} = 16$

8. $3^{x-1} = 9^x$

9. $27^x = 243$

10. $2^{2x-1} = 8 \cdot 2^x$

11. $5^x = (0.2)^{x+2}$

12. $9^{x+2} = 27 \times 3^{x+1}$

13. $3^{2x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

14. $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} = 3\sqrt{3}$

15. $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3\sqrt{3}$

16. $5^{x^2} = 25 \cdot 5^{-x}$

$$17. \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = 125$$

$$18. \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} = 2^{2x+1}$$

$$19. 2 \cdot 4^{x+1} = 8^x$$

$$20. 0.1^{x-3} = 10^{2x}$$

$$21. \left(\frac{1}{9}\right)^x = 27^{x-5}$$

$$22. 4^{x+3} = 8^{x-1}$$

$$23. \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2} = \left(\frac{1}{32}\right)^x$$

$$24. 125^{3-x} = \left(\frac{1}{25}\right)^{2x-1}$$

$$25. 3^{x^2-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-2x}$$

$$26. \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-5x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4x-6}$$

■ 다음 방정식을 풀어라.

$$27. 2^x + 2^{-x} = 2$$

$$28. 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$$

$$29. 2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$30. 3^x + 3^{2-x} = 10$$

$$31. \left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} - 3^{2-x} - 54 = 0$$

$$32. 3^x - 2 \cdot 3^{2-x} = -3$$

$$33. 2^{2x} + 3 \times 2^x - 4 = 0$$

$$34. 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$35. 4^x + 4 \cdot 2^x - 12 = 0$$

$$36. 9^x - 12 \times 3^x + 27 = 0$$

37. $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$

38. $5^x - \sqrt{5} \times 5^{-x} + 1 - \sqrt{5} = 0$

39. $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

40. $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 27 = 0$

41. $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 16 = 0$

42. $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 16 = 0$

43. $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} = 4 \cdot 2^{x+1} - 64$

44. $27^x - 2 \cdot 9^x - 13 \cdot 3^x - 10 = 0$

■ 다음 방정식을 풀어라.

45. $x^x \cdot x^4 = (x^3)^x$ (단, $x > 0$)

46. $(x+3)^{x-1} = (2x+1)^{x-1}$ (단, $x > -\frac{1}{2}$)

47. $x^{2x+1} = x^{x+4}$ (단, $x > 0$)

48. $(x-2)^{x-5} = 4^{x-5}$ (단, $x > 2$)

49. $(x^x)^2 = x^{-x+1}$ (단, $x > 0$)

50. $(x+2)^x = 3^x$ (단, $x > -2$)

51. $(x-1)^{x-3} = 6^{x-3}$ ($x > 1$)

52. $(x+1)^x = 4^x$ ($x > -1$)

53. $x^{4x-1} = x^{x+8} \quad (x > 0)$

54. $(x^x)^2 = x^x \times x^5 \quad (x > 0)$

55. $(x+2)^{x^2} = (x+2)^{3x} \quad (x > -2)$

56. $(x-1)^{2x-3} = 5^{2x-3}$ (단, $x > 1$)

▣ 다음 물음에 답하여라.

57. 함수 $y = 7^x + 7^{2-x}$ 이 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

58. 방정식 $10^x = \left(\frac{1}{1000}\right)^{1-x}$ 의 근을 α 라 할 때,
 $4^\alpha + 27^{\frac{1}{\alpha}}$ 의 값을 구하여라.

59. 방정식 $x^{x+2} = x^{x^2}$ 을 만족시키는 모든 근의 합을 구하여라. (단, $x > 0$)

02 / 지수방정식의 응용

(1) a^x 꼴이 반복되는 지수방정식의 두 근이 α, β 이면

$a^x = t (t > 0)$ 로 치환한 이차방정식의 두 근은 a^α, a^β 이다.

(2) 주어진 지수방정식이 서로 다른 두 실근을 가지면

$a^x = t(t > 0)$ 로 치환한 이차방정식은 서로 다른 두 양의 실근을 가진다.

즉 (판별식) >0 , (두 근의 합) >0 , (두 근의 곱) >0 이다.

■ 다음 지수방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $2^{2\alpha} + 2^{2\beta}$ 의 값을 구하여라.

60. $2^{2x+1} - 2^{x+1} - 6 = 0$

61. $4^x - 2^{x+3} + 6 = 0$

62. $4^x - 2^{x+3} + 1 = 0$

▣ 다음 물음에 답하여라.

63. 방정식 $4^x - 2^{x+1} + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

64. 지수방정식 $a^{2x} - 5a^x + 6 = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

65. 방정식 $9^x - 2 \cdot 3^x + 3a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

66. 방정식 $9^x - 2a \cdot 3^x + 2a + 8 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

67. x 에 대한 방정식 $9^x - 3^{x+1} + k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

68. 방정식 $3^{2x+3} - 4 \cdot 3^{x+1} + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 곱을 구하여라.

69. 방정식 $a^{2x} - 10a^x + 9 = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

70. 지수방정식 $4^x - 11 \cdot 2^x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

71. 방정식 $3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $9^\alpha + 9^\beta$ 의 값을 구하여라.

72. 방정식 $25^x - 6 \cdot 5^x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $5^{2\alpha} + 5^{2\beta}$ 의 값을 구하여라.

03 지수방정식의 실생활의 활용

주어진 문장 속에서 알맞은 지수방정식을 세워 지수방정식의 여러 가지 풀이에 맞게 답을 구한다.

73. 어떤 박테리아 1마리는 n 시간 후에 a^n 마리로 증가한다. 처음에 20마리이었던 박테리아가 3시간 후에 1280마리가 되었다면 50마리이었던 박테리아가 51200마리가 되는 것은 처음으로부터 몇 시간 후인지 구하여라.

74. 처음 온도가 $A^\circ C$ 인 물체를 온도가 $B^\circ C$ 인 곳에 놓아두면 이 물체의 t 분 후의 온도 $f(t)$ 는 $f(t) = B + (A - B)p^{-kt}$ (p, k 는 상수)이 된다고 한다. 온도가 $5^\circ C$ 인 음료수를 온도가 $30^\circ C$ 인 야외에 두었더니 3분 후에는 $15^\circ C$ 가 되었다. 6분 후의 음료수의 온도를 구하여라. (단, 야외의 온도는 일정하다.)

75. 어떤 방사성 물질은 일정한 비율로 붕괴되어 $7n$ 일 후의 방사성 물질의 양은 처음의 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이다. 이 방사성 물질의 양이 처음의 $\frac{1}{128}$ 로 줄어드는 데 며칠이 걸리는 지 구하여라.

76. 과거 n 년 동안 매출액이 a 원에서 b 원으로 변했을 때, 연평균 성장률 P 는 $P = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ 로 나타내어진다고 한다. 두 회사 A, B 의 2006년 말 매출액은 각각 200억 원, 100억 원이었고, 2016년 말 매출액은 각각 600억 원, 900억 원이었다. 2006년 말부터 2016년 말까지 10년 동안 B 회사의 연평균 성장률은 A 회사의 연평균 성장률의 몇 배인지 구하여라. (단, $3^{\frac{11}{10}} = 3.36$ 로 계산한다.)

77. 어떤 치료용 주사액은 혈관에 주입되면 몸에 흡수되기 시작하여 t 시간 후에는 처음 주사한 양의 ab^t 만큼 혈액 속에 남는다고 한다. 2시간 후 혈액 속에 남은 양이 처음 주사한 양의 $\frac{1}{12}$ 이고, 5시간 후 혈액 속에 남은 양이 처음 주사한 양의 $\frac{1}{96}$ 이다. n 시간 후 혈액 속에 남은 양이 처음 주사한 양의 $\frac{1}{384}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

78. 어떤 박테리아 1g이 x 시간 후에 a^x g으로 증식된다고 한다. 처음에 2g이었던 박테리아가 2시간 후에 16g이 되었을 때, 4g이었던 박테리아가 2048g이 되는 것은 증식을 시작한 지 몇 시간 후인지 구하여라.(단, $a > 0$)



정답 및 해설

1) $x=3$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} = 4 \text{에서 } 2^{-(x+1)} = 2^2 \text{이므로 } x-1=2 \\ \therefore x=3$$

2) $x=-3$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{1}{27} \text{에서 } 3^x = 3^{-3} \text{이므로 } x=-3$$

3) $x=\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow 2^{2x} = 2\sqrt{2} \text{에서 } 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \text{이므로 } 2x = \frac{3}{2} \\ \therefore x = \frac{3}{4}$$

4) 2

$$\Rightarrow 4 \cdot 2^x = 4^x \text{에서 } 2^{x+2} = 2^{2x} \text{이므로 } x+2=2x \\ \therefore x=2$$

5) $x=7$

$$\Rightarrow 2^x = 128 \text{에서 } 2^x = 2^7 \text{이므로 } x=7$$

6) $x=-\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x = 2 \text{에서 } 2^{-2x} = 2 \text{이므로} \\ -2x=1 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$$

7) $x=1$

$$\Rightarrow 4^{x+1} = 16 \text{에서 } 4^{x+1} = 4^2 \text{이므로 } x+1=2 \\ \therefore x=1$$

8) $x=-1$

$$\Rightarrow 3^{x-1} = 9^x \text{에서 } 3^{x-1} = 3^{2x} \text{이므로} \\ x-1=2x \quad \therefore x=-1$$

9) $x=\frac{5}{3}$

$$\Rightarrow 27^x = 243 \text{에서 } 3^{3x} = 3^5 \text{이므로} \\ 3x=5 \quad \therefore x=\frac{5}{3}$$

10) $x=4$

$$\Rightarrow 2^{2x-1} = 8 \cdot 2^x \text{에서 } 2^{2x-1} = 2^{x+3} \text{이므로} \\ 2x-1=x+3 \quad \therefore x=4$$

11) $x=-1$

$$\Rightarrow 5^x = (0.2)^{x+2} \text{에서 } 5^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+2} \\ 5^x = 5^{-x-2} \text{이므로} \\ x=-x-2 \quad \therefore x=-1$$

12) $x=0$

$$\Rightarrow 9^{x+2} = 27 \times 3^{x+1} \text{에서 } 3^{2x+4} = 3^{x+4} \text{이므로} \\ 2x+4=x+4 \quad \therefore x=0$$

13) $x=-\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow 3^{2x+1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{에서 } 3^{2x+1} = 3^{\frac{1}{2}-1} \text{이므로} \\ 2x+1=-\frac{1}{2} \quad \therefore x=-\frac{3}{4}$$

14) $x=\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} = 3\sqrt{3} \text{에서 } 3^{x-1} = 3^{\frac{3}{2}} \text{이므로} \\ x-1=\frac{3}{2} \quad \therefore x=\frac{5}{2}$$

15) $x=-\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x = 3\sqrt{3} \text{에서 } 3^{-2x} = 3^{\frac{3}{2}} \text{이므로 } -2x = \frac{3}{2} \\ \therefore x=-\frac{3}{4}$$

16) $x=-2$ 또는 $x=1$

$$\Rightarrow 5^{x^2} = 25 \cdot 5^{-x}, \text{ 즉 } 5^{x^2} = 5^2 \cdot 5^{-x} \text{에서} \\ 5^{x^2} = 5^{-x+2} \text{이므로} \\ x^2 = -x+2, \quad x^2+x-2=0 \\ (x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

17) $x=-2$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = 125 \text{에서 } 5^{-x+1} = 5^3 \text{이므로} \\ -x+1=3 \quad \therefore x=-2$$

18) $x=-2$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} = 2^{2x+1} \text{에서 } 2^{-(-x+1)} = 2^{2x+1} \text{이므로} \\ x-1=2x+1 \quad \therefore x=-2$$

19) $x=3$

$$\Rightarrow 2 \cdot 4^{x+1} = 8^x, \text{ 즉 } 2 \cdot 2^{2(x+1)} = 2^{3x} \text{에서} \\ 2^{2x+3} = 2^{3x} \text{이므로} \\ 2x+3=3x \quad \therefore x=3$$

20) $x=1$

$$\Rightarrow 0.1^{x-3} = 10^{2x}, \text{ 즉 } \left(\frac{1}{10}\right)^{x-3} = 10^{2x} \text{에서} \\ 10^{-(x-3)} = 10^{2x} \text{이므로} \\ -x+3=2x \quad \therefore x=1$$

21) $x=3$

$$\Rightarrow 3^{-2x} = 3^{3(x-5)}, \quad -2x = 3x-15$$

$$5x = 15 \quad \therefore x = 3$$

$$22) x = 9$$

$$\Rightarrow 2^{2(x+3)} = 2^{3(x-1)}, \quad 2x+6=3x-3 \quad \therefore x=9$$

$$23) x = 3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3(x+2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5x}, \quad 3x+6=5x \quad \therefore x=3$$

$$24) x = -7$$

$$\Rightarrow 5^{3(3-x)} = 5^{-2(2x-1)}, \quad 9-3x=-4x+2 \quad \therefore x=-7$$

$$25) x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\Rightarrow 3^{x^2-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-2x} \text{ 에서 } 3^{x^2-1} = 3^{2x-1} \text{ 이므로}$$

$$x^2-1=2x-1, \quad x^2-2x=0, \quad x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

$$26) x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-5x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4x-6} \text{ 에서}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-5x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x+6} \text{ 이므로}$$

$$x^2-5x=-4x+6$$

$$x^2-x-6=0, \quad (x+2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

$$27) x = 0$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 2, \text{ 즉 } 2^x + \frac{1}{2^x} = 2 \text{ 에서}$$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면 } t + \frac{1}{t} = 2$$

양변에 t 를 곱하면

$$t^2 + 1 = 2t, \quad t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$(t-1)^2 = 0 \quad \therefore t = 1$$

즉, $2^x = 1$ 이므로 $x = 0$

$$28) x = 1$$

$$\Rightarrow 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0, \text{ 즉 } (2^x)^2 + 3 \cdot 2^x - 10 = 0 \text{ 에서}$$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0, \quad (t+5)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 2 \quad (\because t > 0)$$

즉 $2^x = 2$ 이므로 $x = 1$

$$29) x = 1$$

$$\Rightarrow 3^x = t \text{ 라 하면 } t > 0 \text{ 이고,}$$

$$2t^2 - 5t - 3 = 0, \quad (2t+1)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = 3 \quad (\because t > 0)$$

$$3^x = 3 \quad \therefore x = 1$$

$$30) x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\Rightarrow 3^{2-x} = \frac{9}{3^x} \text{ 이므로 } 3^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면 주어진}$$

$$\text{방정식은 } t + \frac{9}{t} = 10 \text{ 에서 } t^2 - 10t + 9 = 0$$

$$(t-1)(t-9) = 0 \quad \therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 9$$

$$3^x = 1 \text{ 또는 } 3^x = 9 \text{ 이므로 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$31) x = -1$$

$$\Rightarrow 3^{-x} = t \quad (t > 0) \text{ 라고 하자.}$$

$$9t^2 - 9t - 54 = 0, \quad t^2 - t - 6 = 0, \quad (t-3)(t+2) = 0$$

$$t = 3, \quad 3^{-x} = 3 \quad \therefore x = -1$$

$$32) x = 1$$

$$\Rightarrow 3^x - 2 \cdot 3^{2-x} = -3, \text{ 즉 } 3^x - 2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^x} = -3 \text{ 에서}$$

$$3^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면 } t - 18 \cdot \frac{1}{t} = -3$$

양변에 t 를 곱하면

$$t^2 - 18 = -3t, \quad t^2 + 3t - 18 = 0$$

$$(t+6)(t-3) = 0 \quad \therefore t = 3 \quad (\because t > 0)$$

즉, $3^x = 3$ 이므로 $x = 1$

$$33) x = 0$$

$$\Rightarrow 2^{2x} = (2^x)^2 \text{ 이므로 } 2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면}$$

주어진 방정식은 $t^2 + 3t - 4 = 0$

$$(t+4)(t-1) = 0 \quad \therefore t = 1 \quad (\because t > 0)$$

따라서 $2^x = 1$ 이므로 $x = 0$

$$34) x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\Rightarrow 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0, \text{ 즉 } (2^x)^2 - 9 \cdot 2^x + 8 = 0 \text{ 에서}$$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$t^2 - 9t + 8 = 0, \quad (t-1)(t-8) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 8$$

즉, $2^x = 1$ 또는 $2^x = 8$ 이므로

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

$$35) x = 1$$

$$\Rightarrow 4^x + 4 \cdot 2^x - 12 = 0, \text{ 즉 } (2^x)^2 + 4 \cdot 2^x - 12 = 0 \text{ 에서}$$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$t^2 + 4t - 12 = 0, \quad (t+6)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 2 \quad (\because t > 0)$$

즉, $2^x = 2$ 이므로 $x = 1$

$$36) x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\Rightarrow 9^x = (3^x)^2 \text{ 이므로 } 3^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 놓으면}$$

주어진 방정식은 $t^2 - 12t + 27 = 0$

$$(t-3)(t-9) = 0 \quad \therefore t = 3 \text{ 또는 } t = 9$$

따라서 $3^x = 3$ 또는 $3^x = 9 = 3^2$ 이므로

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$37) \log_2 3$$

$$\Rightarrow 2^x = t \quad (t > 0) \text{ 로 치환하자.}$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0, \quad (t-3)(t+1) = 0$$

$$t = 3, \quad 2^x = 3 \quad \therefore x = \log_2 3$$

$$38) x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 5^{-x} = \frac{1}{5^x} \text{이므로 } 5^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면}$$

$$\text{주어진 방정식은 } t - \frac{\sqrt{5}}{t} + 1 - \sqrt{5} = 0$$

$$t^2 + (1 - \sqrt{5})t - \sqrt{5} = 0$$

$$(t+1)(t-\sqrt{5}) = 0$$

$$\therefore t = \sqrt{5} \ (\because t > 0)$$

$$\text{따라서 } 5^x = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \text{이므로 } x = \frac{1}{2}$$

$$39) 1$$

$$\Rightarrow 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0, \text{ 즉 } (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \text{에서}$$

$$3^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0, \ (t+1)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = 3 \ (\because t > 0)$$

$$\text{즉, } 3^x = 3 \text{이므로 } x = 1$$

$$40) x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x - 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 27 = 0, \text{ 즉}$$

$$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x\right)^2 - 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 27 = 0 \text{에서}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 12t + 27 = 0, \ (t-3)(t-9) = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ 또는 } t = 9$$

$$\text{즉, } \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3 \text{ 또는 } \left(\frac{1}{3}\right)^x = 9 \text{이므로}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

$$41) x = -3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = t \ (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 6t - 16 = 0$$

$$(t+2)(t-8) = 0 \quad \therefore t = 8 \ (\because t > 0)$$

$$\text{따라서 } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \text{이므로 } x = -3 \text{이다.}$$

$$42) x = -1 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2, \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{이므로}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면}$$

$$\text{주어진 방정식은 } t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$(t-2)(t-8) = 0 \quad \therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 8$$

$$\text{따라서 } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ 또는 } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$\text{이므로 } x = -1 \text{ 또는 } x = -3$$

$$43) x = 4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\Rightarrow 2^x = t \ (t > 0) \text{라 하면}$$

$$t^2 - 12t = 8t - 64, \ t^2 - 20t + 64 = 0$$

$$(t-16)(t-4) = 0 \quad \therefore t = 16 \text{ 또는 } t = 4$$

$$2^x = 16 \text{ 또는 } 2^x = 4 \text{이므로 } x = 4 \text{ 또는 } x = 2 \text{이다.}$$

$$44) \log_3 5$$

$$\Rightarrow 3^x = t \ (t > 0) \text{로 치환하자.}$$

$$t^3 - 2t^2 - 13t - 10 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -2 & -13 & -10 \\ & & -1 & 3 & 10 \\ -2 & 1 & -3 & -10 & 0 \\ & & -2 & 10 & \\ & 1 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$(t+1)(t+2)(t-5) = 0$$

$$t > 0 \text{이므로 } t = 5$$

$$3^x = 5 \quad \therefore x = \log_3 5$$

$$45) x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\Rightarrow x^x \cdot x^4 = (x^3)^x, \text{ 즉 } x^{x+4} = x^{3x} \text{에서}$$

$$(i) \text{ 밑이 1일 때}$$

$$x = 1 \text{이면 주어진 방정식은 } 1^5 = 1^3 \text{이므로 성립한다.}$$

$$(ii) \text{ 지수가 같을 때}$$

$$x+4 = 3x \quad \therefore x = 2$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$46) x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\Rightarrow \text{주어진 방정식을 만족하려면}$$

$$x+3 = 2x+1 \text{이거나 } x-1 = 0 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } x = 2 \text{ 또는 } x = 1 \text{이다.}$$

$$47) x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\Rightarrow x^{2x+1} = x^{x+4} \text{에서}$$

$$(i) \text{ 밑이 1일 때}$$

$$x = 1 \text{이면 주어진 방정식은 } 1^3 = 1^5 \text{이므로 성립한다.}$$

$$(ii) \text{ 지수가 같을 때}$$

$$2x+1 = x+4 \quad \therefore x = 3$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$48) x = 6 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\Rightarrow (x-2)^{x-5} = 4^{x-5} \text{에서}$$

$$(i) \text{ 밑이 같을 때}$$

$$x-2 = 4 \quad \therefore x = 6$$

$$(ii) \text{ 지수가 0일 때}$$

$$x-5 = 0, \text{ 즉 } x = 5 \text{이면 주어진 방정식은 } 3^0 = 4^0 = 1 \text{이므로 성립한다.}$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = 6 \text{ 또는 } x = 5$$

$$49) x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (x^x)^2 = x^{-x+1}, \text{ 즉 } x^{2x} = x^{-x+1} \text{에서}$$

$$(i) \text{ 밑이 1일 때}$$

$x=1$ 이면 주어진 방정식은 $1^2=1^0$ 이므로 성립한다.

(ii) 지수가 같을 때

$$2x = -x + 1 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

50) $x=1$ 또는 $x=0$

$\Rightarrow (x+2)^x = 3^x$ 에서

(i) 밑이 같을 때

$$x+2=3 \quad \therefore x=1$$

(ii) 지수가 0일 때

$x=0$ 이면 주어진 방정식은 $2^0=3^0=1$ 이므로 성립한다.

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=0$

51) $x=3$ 또는 $x=7$

$\Rightarrow (x-1)^{x-3} = 6^{x-3}$ 에서 지수가 같으므로

(i) 밑이 같을 때,

$$x-1=6 \quad \therefore x=7$$

(ii) 지수가 0일 때, 즉 $x=3$ 일 때, 주어진 방정식은 성립한다.

$\therefore x=3$ 또는 $x=7$

52) $x=0$ 또는 $x=3$

$\Rightarrow (x+1)^x = 4^x$ 에서 지수가 같으므로

(i) 밑이 같을 때

$$x+1=4 \quad \therefore x=3$$

(ii) 지수가 0일 때, 즉 $x=0$ 일 때, 주어진 방정식은 성립한다.

$\therefore x=0$ 또는 $x=3$

53) $x=1$ 또는 $x=3$

$\Rightarrow x^{4x-1} = x^{x+8}$ 에서 밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때, $4x-1=x+8$

$$\therefore x=3$$

(ii) 밑이 1일 때, 즉 $x=1$ 일 때, 주어진 방정식은 성립한다.

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

54) $x=1$ 또는 $x=5$

$\Rightarrow x^{2x} = x^{x+5}$ 에서 밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$$2x = x+5 \quad \therefore x=5$$

(ii) 밑이 1일 때, 즉 $x=1$ 일 때, 주어진 방정식은 성립한다.

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

55) $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=3$

$\Rightarrow (x+2)^{x^2} = (x+2)^{3x}$ 에서 밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$$x^2 = 3x \text{에서 } x(x-3)=0$$

$\therefore x=0$ 또는 $x=3$

(ii) 밑이 1일 때, 즉 $x=-1$ 일 때, 주어진 방정식은 성립한다.

$\therefore x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=3$

56) $x=6$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow (x-1)^{2x-3} = 5^{2x-3}$ 에서

(i) 밑이 같을 때

$$x-1=5 \quad \therefore x=6$$

(ii) 지수가 0일 때

$2x-3=0$, 즉 $x=\frac{3}{2}$ 이면 주어진 방정식은

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 5^0 = 1 \text{이므로 성립한다.}$$

(i), (ii)에서 $x=6$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

57) 15

$\Rightarrow 7^x > 0$, $7^{2-x} > 0$ 이므로

$$y = 7^x + 7^{2-x} \geq 2\sqrt{7^x \cdot 7^{2-x}} = 2\sqrt{7^2} = 14$$

(단, 등호는 $7^x = 7^{2-x}$, 즉 $x=1$ 일 때 성립)

따라서 주어진 함수는 $x=1$ 에서 최솟값 14를 가지므로 $a=1$, $b=14$ $\therefore a+b=15$

58) 17

$\Rightarrow 10^x = \left(\frac{1}{1000}\right)^{1-x}$, 즉 $10^x = \left(\frac{1}{10^3}\right)^{1-x}$ 에서

$$10^x = 10^{-3(1-x)} \text{이므로}$$

$$x = -3 + 3x \quad \therefore x = \frac{3}{2}$$

따라서 $\alpha = \frac{3}{2}$ 이므로

$$4^\alpha + 27^{\frac{1}{\alpha}} = 2^{2\alpha} + 3^{\frac{3}{\alpha}} = 2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$$

59) 3

$\Rightarrow x^{x+2} = x^{x^2}$ 에서

(i) 밑이 1일 때

$x=1$ 이면 주어진 방정식은 $1^3 = 1^1$ 이므로 성립한다.

(ii) 지수가 같을 때

$$x+2 = x^2, \quad x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0 \quad \therefore x=2 \quad (\because x > 0)$$

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=2$ 이므로 구하는 모든 근의 합은 3이다.

60) 7

$\Rightarrow 2^{2x+1} - 2^{x+1} - 6 = 0$ 에서 $2 \times (2^x)^2 - 2 \times 2^x - 6 = 0$

$2^x = t$ ($t > 0$)으로 치환하면

$$2t^2 - 2t - 6 = 0$$

$$\therefore t^2 - t - 3 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

지수방정식 $2^{2x+1} - 2^{x+1} - 6 = 0$ 의 두 근이 α , β 이

므로 방정식 ㉠의 두 근은 $2^\alpha, 2^\beta$ 이다.

㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$2^\alpha + 2^\beta = 1, 2^\alpha \times 2^\beta = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore 2^{2\alpha} + 2^{2\beta} &= (2^\alpha + 2^\beta)^2 - 2 \times 2^\alpha \times 2^\beta \\ &= 1^2 - 2 \times (-3) = 7 \end{aligned}$$

61) 52

$$\Rightarrow 4^x - 2^{x+3} + 6 = 0, \text{ 즉 } (2^x)^2 - 2^3 \cdot 2^x + 6 = 0 \cdots \cdots \text{㉠}$$

에서

$$2^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면 } t^2 - 8t + 6 = 0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

이때, ㉠의 두 근이 α, β 이므로 ㉡의 두 근은 $2^\alpha, 2^\beta$ 이다.

따라서 ㉡에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$2^\alpha + 2^\beta = 8, 2^\alpha \cdot 2^\beta = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 2^{2\alpha} + 2^{2\beta} &= (2^\alpha + 2^\beta)^2 - 2 \cdot 2^\alpha \cdot 2^\beta \\ &= 8^2 - 2 \cdot 6 = 52 \end{aligned}$$

62) 62

$$\Rightarrow 4^x - 2^{x+3} + 1 = 0 \text{에서 } (2^x)^2 - 8 \times 2^x + 1 = 0$$

$2^x = t \ (t > 0)$ 로 치환하면

$$t^2 - 8t + 1 = 0 \cdots \cdots \text{㉠}$$

지수방정식 $4^x - 2^{x+3} + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 방정식 ㉠의 두 근은 $2^\alpha, 2^\beta$ 이다.

㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$2^\alpha + 2^\beta = 8, 2^\alpha \times 2^\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore 2^{2\alpha} + 2^{2\beta} &= (2^\alpha + 2^\beta)^2 - 2 \times 2^\alpha \times 2^\beta \\ &= 8^2 - 2 \times 1 = 62 \end{aligned}$$

$$63) -\frac{1}{2} < a < 0$$

$$\Rightarrow 4^x - 2^{x+1} + 2a + 1 = 0 \cdots \cdots \text{㉠에서}$$

$$2^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면 } t^2 - 2t + 2a + 1 = 0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

이때, ㉠이 서로 다른 두 실근을 가지려면 ㉡이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

이차방정식 ㉡에서

(i) 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (2a+1) > 0, -2a > 0 \quad \therefore a < 0$$

(ii) (두 근의 합) $= 2 > 0$

$$\text{(iii) (두 근의 곱)} = 2a+1 > 0 \quad \therefore a > -\frac{1}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $-\frac{1}{2} < a < 0$

64) $\sqrt{6}$

$$\Rightarrow \text{주어진 지수방정식은 } (a^x - 2)(a^x - 3) = 0 \text{이므로}$$

$$\therefore a^x = 2 \text{ 또는 } a^x = 3$$

$$\text{두 근을 } \alpha, \beta \text{라 하면 } a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} = 2 \times 3 = 6$$

$$\alpha + \beta = 2 \text{이므로 } a^2 = 6 \quad \therefore a = \sqrt{6}$$

$$65) 0 < a < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 9^x - 2 \cdot 3^x + 3a = 0,$$

$$\text{즉 } (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x + 3a = 0 \cdots \cdots \text{㉠에서}$$

$$3^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면 } t^2 - 2t + 3a = 0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

이때, ㉠이 서로 다른 두 실근을 가지려면 ㉡이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

이차방정식 ㉡에서

(i) 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 3a > 0, 1 - 3a > 0 \quad \therefore a < \frac{1}{3}$$

(ii) (두 근의 합) $= 2 > 0$

$$\text{(iii) (두 근의 곱)} = 3a > 0 \quad \therefore a > 0$$

(i), (ii), (iii)에서 $0 < a < \frac{1}{3}$

66) 5

$$\Rightarrow 9^x - 2a \cdot 3^x + 2a + 8 = 0,$$

$$\text{즉 } (3^x)^2 - 2a \cdot 3^x + 2a + 8 = 0 \cdots \cdots \text{㉠에서}$$

$$3^x = t \ (t > 0) \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 2at + 2a + 8 = 0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

이때, ㉠이 서로 다른 두 실근을 가지려면 ㉡이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

이차방정식 ㉡에서

(i) 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (2a+8) > 0, a^2 - 2a - 8 > 0$$

$$(a+2)(a-4) > 0 \quad \therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 4$$

$$\text{(ii) (두 근의 합)} = 2a > 0 \quad \therefore a > 0$$

$$\text{(iii) (두 근의 곱)} = 2a+8 > 0 \quad \therefore a > -4$$

(i), (ii), (iii)에서 $a > 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 5이다.

$$67) 0 < k < \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 9^x - 3^{x+1} + k = 0 \text{에서}$$

$$(3^x)^2 - 3 \times 3^x + k = 0 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$3^x = t \ (t > 0) \text{으로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + k = 0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉠이 서로 다른 두 실근을 갖는다면 ㉡은 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 하므로

(i) $t^2 - 3t + k = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$D = (-3)^2 - 4 \times k > 0 \quad \therefore k < \frac{9}{4}$$

$$\text{(ii) (두 근의 합)} = 3 > 0$$

$$\text{(iii) (두 근의 곱)} = k > 0$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $0 < k < \frac{9}{4}$

68) 2

$$\Rightarrow 3^x = t \text{라 하면 } 27t^2 - 12t + 1 = 0 \text{이므로}$$

$$(3t-1)(9t-1) = 0, 3^x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } 3^x = \frac{1}{9}$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 두 근의 곱은 $-1 \times (-2) = 2$ 이다.

69) 3

$\Rightarrow a^{2x} - 10a^x + 9 = 0$, 즉 $(a^x)^2 - 10a^x + 9 = 0$ ㉠
에서

$a^x = t$ ($t > 0$)로 놓으면 $t^2 - 10t + 9 = 0$ ㉡

㉡의 두 근을 α, β 라 하면 ㉠의 두 근은 a^α, a^β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$a^\alpha \cdot a^\beta = 9$, 즉 $a^{\alpha+\beta} = 9$ 이다.

이때, ㉡의 두 근의 합이 2이므로 $\alpha + \beta = 2$

따라서 $a^2 = 9$ 이므로 $a = 3$ ($\because a > 0$)

70) 3

\Rightarrow 지수방정식 $(2^x)^2 - 11 \cdot 2^x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$2^\alpha 2^\beta = 2^{\alpha+\beta} = 8 = 2^3 \quad \therefore \alpha + \beta = 3$

71) 5

$\Rightarrow 3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$

즉 $(3^x)^2 - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ ㉠에서

$3^x = t$ ($t > 0$)로 놓으면 $t^2 - 3t + 2 = 0$ ㉡

이때, ㉡의 두 근이 α, β 이므로 ㉠의 두 근은 $3^\alpha, 3^\beta$ 이다.

따라서 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$3^\alpha + 3^\beta = 3, 3^\alpha \cdot 3^\beta = 2$

$\therefore 9^\alpha + 9^\beta = 3^{2\alpha} + 3^{2\beta}$

$= (3^\alpha + 3^\beta)^2 - 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^\beta$

$= 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$

72) 22

$\Rightarrow 25^x - 6 \cdot 5^x + 7 = 0$,

즉 $(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 7 = 0$ ㉠에서

$5^x = t$ ($t > 0$)로 놓으면 $t^2 - 6t + 7 = 0$ ㉡

이때, ㉡의 두 근이 α, β 이므로 ㉠의 두 근은 $5^\alpha, 5^\beta$ 이다.

따라서 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$5^\alpha + 5^\beta = 6, 5^\alpha \cdot 5^\beta = 7$

$\therefore 5^{2\alpha} + 5^{2\beta} = (5^\alpha + 5^\beta)^2 - 2 \cdot 5^\alpha \cdot 5^\beta$

$= 6^2 - 2 \cdot 7 = 22$

73) 5시간 후

\Rightarrow 20마리의 박테리아가 3시간 후에 1280마리가 되었으므로 $20 \times a^3 = 1280$

$a^3 = \frac{1280}{20} = 64 = 4^3 \quad \therefore a = 4$

50마리의 박테리아가 x 시간 후 51200마리가 되었다면 $50 \times 4^x = 51200$

$4^x = \frac{51200}{50} = 1024 = 4^5 \quad \therefore x = 5$

따라서 51200마리가 되는 것은 5시간 후이다.

74) 21°C

$\Rightarrow 15 = 30 + (5 - 30)p^{-3k}, -25p^{-3k} = -15$

$\therefore p^{-3k} = \frac{3}{5}$

따라서 $p^{-6k} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ 이므로 6분 후의 음료수의 온도는

$30 + (5 - 30)p^{-6k} = 30 + (-25) \times \frac{9}{25} = 30 - 9 = 21$ 이다.

75) 49

$\Rightarrow 7n$ 일 후의 방사성 물질의 양은 처음의 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이므로

로 $\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$ 에서

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^7 \quad \therefore n = 7$

따라서 방사성 물질의 양이 처음의 $\frac{1}{128}$ 로 줄어드는 데 걸리는 시간은 $7 \times 7 = 49$ (일)이다.

76) 2.12배

	A회사	B회사
2006년 말 매출액 (억 원)	200	100
2016년 말 매출액 (억 원)	600	900

\Rightarrow

$P_A = \left(\frac{600}{200}\right)^{\frac{1}{10}} - 1$

$P_B = \left(\frac{900}{100}\right)^{\frac{1}{10}} - 1$

$\therefore \frac{P_B}{P_A} = \frac{9^{\frac{1}{10}} - 1}{3^{\frac{1}{10}} - 1} = \frac{\left(3^{\frac{1}{10}}\right)^2 - 1}{3^{\frac{1}{10}} - 1} = 3^{\frac{1}{10}} + 1$

이때 $3^{\frac{1}{10}} = 3.36$ 즉 $3^{\frac{1}{10}} = 1.12$

$\therefore \frac{P_B}{P_A} = 1.12 + 1 = 2.12$

77) 7

$\Rightarrow ab^2 = \frac{1}{12}, ab^5 = \frac{1}{96}$

$b^3 = \frac{\frac{1}{96}}{\frac{1}{12}} = \frac{12}{96} = \frac{1}{8} \quad \therefore b = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{3}$

$ab^n = \frac{1}{384}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2^n} = \frac{1}{384}$

$3 \times 2^n = 384$

$2^n = 128 = 2^7$

$\therefore n = 7$

78) 6시간

$$\Rightarrow 2 \times a^2 = 16, \quad a^2 = 8$$

$$\therefore a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$4(2\sqrt{2})^x = 2048, \quad (2\sqrt{2})^x = 512 = 2^9$$

$$2^{\frac{3}{2}x} = 2^9, \quad \frac{3}{2}x = 9$$

$$\therefore x = 6$$