



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[명제의 역과 대우]

명제 $p \rightarrow q$ 에서

- 역($q \rightarrow p$): 가정과 결론을 서로 바꾸어 놓은 명제
- 대우($\sim q \rightarrow \sim p$): 가정과 결론을 각각 부정하여 서로 바꿔 놓은 명제

[명제와 그 대우의 참, 거짓의 관계]

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 참이다.

명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 거짓이다.

[명제의 증명]

- 삼단논법: 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이고 명제 $q \rightarrow r$ 가 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 는 참이다.
- 명제의 증명

명제 'p이면 q이다'가 참임을 직접 증명할 수 없을 때,

- (1) 대우를 이용: 명제의 대우 ' $\sim q$ 이면 $\sim p$ 이다.'가 참임을 증명
- (2) 귀류법을 이용: 명제의 결론을 부정하면 모순이 생기는 것을 보임

[충분조건과 필요조건]

• 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p는 q이기 위한 **충분조건**, q는 p이기 위한 **필요조건**이라고 한다.

• $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow p$ 일 때, 이것을 기호로 $p \Leftrightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p는 q이기 위한 **필요충분조건**이라고 한다.

• 충분조건, 필요조건과 진리집합의 포함 관계

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때

- (1) p가 q이기 위한 충분조건 $\Leftrightarrow P \subset Q$
- (2) p가 q이기 위한 필요조건 $\Leftrightarrow Q \subset P$
- (3) p가 q이기 위한 필요충분조건 $\Leftrightarrow P = Q$

기본문제

[예제]

1. 다음 명제의 대우는? (단, x는 실수이다.)

$x^2 < 4$ 이면 $x < 2$ 이다.

- ① $x > 2$ 이면 $x^2 > 4$ 이다.
- ② $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.
- ③ $x > 2$ 이면 $x^2 \leq 4$ 이다.
- ④ $x^2 \leq 4$ 이면 $x \leq 2$ 이다.
- ⑤ $x^2 \leq 4$ 이면 $x > 2$ 이다.

[문제]

2. 다음 명제의 역은? (단, x는 실수이다.)

$x^2 < 9$ 이면 $-3 < x < 3$ 이다.

- ① $x^2 < 9$ 이면 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 3$ 이다.
- ② $-3 < x < 3$ 이면 $x^2 < 9$ 이다.
- ③ $-3 < x < 3$ 이면 $x^2 \geq 9$ 이다.
- ④ $x^2 \geq 9$ 이면 $-3 < x < 3$ 이다.
- ⑤ $x^2 \geq 9$ 이면 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 3$ 이다.

[예제]

3. 다음 조건들 중 조건 p가 조건 q이기 위한 필요 조건이지만 충분조건은 아닌 것은? (단, x는 실수이다.)

ㄱ. $p: x^2 = 4$ $q: x = 2$
ㄴ. $p: x - 4 > 0$ $q: x + 1 > 0$
ㄷ. $p: x^4 - 1 = 0$ $q: x^2 - 1 = 0$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[문제]

4. 다음 조건들 중 조건 p가 조건 q이기 위한 충분 조건이지만 필요조건은 아닌 것은? (단, x는 실수이다.)

ㄱ. $p: x^2 - 3x + 2 < 0$ $q: x + 1 > 0$
ㄴ. $p: |x| = x$ $q: x^2 \geq 0$
ㄷ. $p: x^2 = 3x$ $q: x = 3$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[문제]

5. 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참일 때, 다음 중 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. p \rightarrow q$
 $\neg. \sim p \rightarrow q$
 $\neg. p \rightarrow \sim q$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[문제]

6. 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 ' $p \rightarrow q$ '와 ' $q \rightarrow r$ '가 모두 참일 때, 세 조건 p, q, r 의 진리집합 P, Q, R 에 대하여 다음 중 항상 성립하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. P \subset Q$
 $\neg. Q^C - R^C = \emptyset$
 $\neg. R^C \cap P^C = R^C$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg, \neg

[문제]

7. 명제 ' $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이다.'의 역과 참, 거짓을 옳게 나타낸 것은?
(단, x, y 는 실수)

- ① $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다. 거짓
 ② $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다. 참
 ③ $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이면 $x^2 + y^2 = 0$ 이다. 거짓
 ④ $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이면 $x^2 + y^2 \neq 0$ 이다. 참
 ⑤ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이면 $x^2 + y^2 \neq 0$ 이다. 거짓

[문제]

8. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. p: x^2 = x$ $q: x^3 = x$
 $\neg. p: x \geq 0$ $q: x^2 + |x|^2 = 0$
 $\neg. p: \text{삼각형 } ABC \text{는 정삼각형이다.}$
 $q: \text{삼각형 } ABC \text{에서 } \angle A = 60^\circ \text{이다.}$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

평가문제

[소단원 확인 문제]

9. 다음 명제의 그 역이 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. x \neq 2$ 이면 $x^2 \neq 4$ 이다.
 $\neg. x = 1$ 이면 $|x| = 1$ 이다.
 $\neg. -2 < x < 2$ 이면 $x^2 - 4 < 0$ 이다.

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[소단원 확인 문제]

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{이상의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 가 ' $p: x \text{는 } 27 \text{의 약수}, q: x \text{는 } 3 \text{의 배수}$ '일 때, 다음 명제 중 참인 것의 개수는?

$\neg. p \rightarrow q$
 $\neg. q \rightarrow p$
 $\neg. \sim q \rightarrow \sim p$
 $\neg. \sim p \rightarrow \sim q$

- ① 0개 ② 1개
 ③ 2개 ④ 3개
 ⑤ 4개

[소단원 확인 문제]

11. 다음 조건들 중 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. p: x \text{와 } y \text{는 모두 짝수이다.}$
 $q: x + y \text{는 짝수이다.}$
 $\neg. p: xy \text{는 자연수이다.}$
 $q: x \text{와 } y \text{는 모두 자연수이다.}$
 $\neg. p: x^2 + y^2 = 0$
 $q: x = 0 \text{ 이고 } y = 0$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[소단원 확인 문제]

12. 네 명의 학생 A, B, C, D 에 대하여 다음이 모두 참일 때, 가능한 남학생의 수는 최대 몇 명인가?

- * A, B 의 성별은 같다.
- * A, D 의 성별은 다르다.
- * B 가 남학생이고 C 가 여학생이면 D 가 남학생이다.

- ① 0명 ② 1명
③ 2명 ④ 3명
⑤ 4명

[소단원 확인 문제]

13. 다음 명제의 대우가 참인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

- ㄱ. n^2 이 3의 배수가 아니면 n 도 3의 배수가 아니다.
- ㄴ. $x+y > 4$ 이면 $x > 2$ 또는 $y > 2$ 이다.
- ㄷ. $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사문제

14. 자연수 x, y 에 대하여 명제 ' $x+y$ 가 홀수이면, x, y 는 모두 홀수이다.'의 대우는?

- ① x, y 가 모두 홀수이면, $x+y$ 는 홀수이다.
② $x+y$ 가 홀수이면, x, y 는 모두 짝수이다.
③ $x+y$ 가 짝수이면, x 또는 y 는 짝수이다.
④ x 또는 y 가 짝수이면, $x+y$ 는 짝수이다.
⑤ x 또는 y 가 홀수이면, $x+y$ 는 짝수이다.

15. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

- ① $p \rightarrow q$ ② $\sim p \rightarrow q$
③ $q \rightarrow p$ ④ $q \rightarrow \sim p$
⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

16. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중에서 반드시 참인 것은?

- ① $p \rightarrow q$ ② $p \rightarrow \sim q$
③ $\sim p \rightarrow q$ ④ $\sim p \rightarrow \sim q$
⑤ $q \rightarrow \sim p$

17. 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것은?

- ① $p: x = y,$ $q: x^2 = y^2$
② $p: |x| = 3,$ $q: -3 \leq x \leq 3$
③ $p: x - 1 < 3,$ $q: -x + 5 > 0$
④ $p: x^2 = x,$ $q: x = 0$ 또는 $x = 1$
⑤ $p: x$ 는 8의 약수이다. $q: x$ 는 4의 약수이다.

18. 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것으로 맞는 것은?

- ① $p: x^2 - 2x - 3 = 0$ $q: x = -1$ 또는 $x = 3$
② $p: x^2 + 2x - 3 = 0$ $q: x = -3$ 또는 $x = -1$
③ $p: x^2 - 4 = 0$ $q: x = -3$ 또는 $x = -2$
④ $p: x^2 > 4$ $q: -2 < x < 2$
⑤ $p: x^2 < 9$ $q: x < -3$ 또는 $x > 3$



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이므로
주어진 명제의 대우는
' $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.'이다.

2) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 의 역은 $q \rightarrow p$ 이므로
주어진 명제의 역은
' $-3 < x < 3$ 이면 $x^2 < 9$ 이다.'이다.

3) [정답] ①

[해설] 주어진 문제 상황이 성립하기 위해서는
진리집합 P, Q 에 대하여 $Q \subset P, P \neq Q$ 여야
한다.
ㄱ. $Q \subset P, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄴ. $P \subset Q, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄷ. $P = Q$ 가 성립한다.
따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

4) [정답] ③

[해설] 주어진 문제 상황이 성립하기 위해서는
진리집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q, P \neq Q$ 여야
한다.
ㄱ. $P \subset Q, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄴ. $P \subset Q, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄷ. $Q \subset P, P \neq Q$ 가 성립한다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

5) [정답] ③

[해설] 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 그 대우인
 $p \rightarrow \sim q$ 도 참임을 알 수 있다.
ㄱ. 참인지 알 수 없다.
ㄴ. 명제의 역이므로 참인지 알 수 없다.
ㄷ. 명제의 대우이므로 참이다.
따라서 참인 것은 ㄷ이다.

6) [정답] ④

[해설] ㄱ. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ (참)
ㄴ. 명제 $q \rightarrow r$ 이 참이므로 $R^C \subset Q^C$ 이지만
항상 $Q^C - R^C = \emptyset$ 인 것은 아니다. (거짓)
ㄷ. $P \subset Q \subset R$ 이므로 $R^C \subset P^C$ 이 되어
 $R^C \cap P^C = R^C$ (참)
따라서 항상 성립하는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

7) [정답] ③

[해설] 주어진 명제의 역은 다음과 같다
' $x=0$ 또는 $y=0$ 이면 $x^2+y^2=0$ 이다.' (거짓)

8) [정답] ②

[해설] p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이
아니기 위해서는, 두 진리집합 P, Q 에 대하여

$Q \subset P, P \neq Q$ 가 성립해야 한다.

ㄱ. $P \subset Q, P \neq Q$ 이다. (거짓)

ㄴ. $Q \subset P, P \neq Q$ 이다. (참)

ㄷ. $P \subset Q, P \neq Q$ 이다. (거짓)

따라서 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건
이 아닌 것은 ㄴ이다.

9) [정답] ④

[해설] 주어진 명제의 역이 참이려면
명제 $p \rightarrow q$ 의 진리집합을 P, Q 라 할 때
 $Q \subset P$ 가 성립해야 한다.
ㄱ. $Q \subset P$ 이므로 역은 참이다.
ㄴ. $P \subset Q, P \neq Q$ 이므로 역은 거짓이다.
ㄷ. $P = Q$ 이므로 역은 참이다.
따라서 역이 참인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10) [정답] ③

[해설] ㄱ. 3이상의 27의 약수는 3의 배수이다. (참)
ㄴ. 3의 배수가 27의 약수인 것은 아니다. (거짓)
ㄷ. ㄱ과 대우이다. (참)
ㄹ. ㄴ과 대우이다. (거짓)
따라서 참인 것의 개수는 2이다.

11) [정답] ③

[해설] 주어진 문제 상황이 성립하기 위해서는
진리집합 P, Q 에 대하여 $P = Q$ 여야 한다.
ㄱ. $P \subset Q, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄴ. $Q \subset P, P \neq Q$ 가 성립한다.
ㄷ. $P = Q$ 가 성립한다.
따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

12) [정답] ④

[해설] B 가 남학생이고 C 가 여학생이면 D 가
남학생이고 A 가 여학생이 되어 A, B 는 성별이
서로 달라서 모순이 된다.
따라서 주어진 명제의 대우는 ' D 가
여학생이면 B 가 여학생이거나 C 가 남학생이다.'
이므로 D 가 여학생이면 A, B 는 남학생이므로
 C 도 남학생이어야 한다.
네 학생의 각 성별을 (A, B, C, D) 로 나타내면
가능한 모든 경우는
(남, 남, 남, 여), (여, 여, 남, 남), (여, 여, 여, 남)이
다.
따라서 가능한 남학생의 수는 최대 3명이다.

13) [정답] ③

[해설] ㄱ. 대우 명제인
' n 이 3의 배수이면 n^2 이 3의 배수이다'
가 참이다.
ㄴ. $x \leq 2$ 이고 $y \leq 2$ 이면 $x+y \leq 4$ 이므로
대우 명제가 참이다.
ㄷ. $x=0, y=1$ 이면 $x^2+y^2 \neq 0$ 이다.
따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄴ이다.

14) [정답] ④

[해설] x 또는 y 가 짝수이면 $x+y$ 는 짝수이다.

15) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역은 $\sim q \rightarrow p$ 이다. $\therefore \sim q \Rightarrow p$ 이므로 $\sim p \Rightarrow q$ 이다.

16) [정답] ③

[해설] 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역 $\sim q \rightarrow p$ 가 참이면대우명제 $\sim p \rightarrow q$ 도 참이다.

17) [정답] ⑤

[해설] ① 명제 $p \rightarrow q$ 는 대입하면 성립한다. $x = -y$ 일 때 명제 $q \rightarrow p$ 가 거짓이다. \therefore 충분조건② 명제 $p \rightarrow q$ 는 대입하면 성립한다. $x = 0$ 일 때 조건 q 를 만족하지만 조건 p 를 만족하지 않는다. \therefore 충분조건③ $p: x < 4, q: x < 5$ 이므로 조건 p, q 에 대한 진리 집합을 각각 P, Q 라 하면 $P \subset Q$. 즉 $p \Rightarrow q$
 \therefore 충분조건④ 조건 p 는 $x^2 = x, x^2 - x = x(x-1) = 0$ 이므로
 $p \Leftrightarrow q \therefore$ 필요충분조건⑤ 조건 p, q 에 대한 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.
4는 8의 약수이므로 $P \supset Q$. 즉 $p \Leftarrow q$
 \therefore 필요조건

18) [정답] ①

[해설] ① 두 조건 p, q 는 $p: x = 3$ 또는 $x = -1$ $q: x = -1$ 또는 $x = 3$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.② 두 조건 p, q 는 $p: x = -3$ 또는 $x = 1$ $q: x = -3$ 또는 $x = -1$

이므로 아무 관계가 없다.

③ 두 조건 p, q 는 $p: x = 2$ 또는 $x = -2$ $q: x = -3$ 또는 $x = -2$

이므로 아무 관계가 없다.

④ 두 조건 p, q 는 $p: x > 2$ 또는 $x < -2$ $q: -2 < x < 2$

이므로 두 조건은 아무 관계가 없다.

⑤ 두 조건 p, q 는 $p: -3 < x < 3$ $q: x > 3$ 또는 $x < -3$

이므로 두 조건은 아무 관계가 없다.