



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-25  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [내접원과 내심]

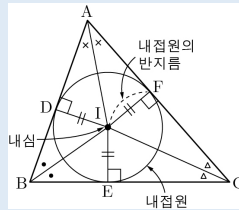
한 다각형의 모든 변이 원 I에 접할 때, 원 I는 이 다각형에 내접한다  
고 한다. 이때 원 I를 다각형의 내접원, 내접원의 중심을 내심이라고 한  
다.

#### [삼각형의 내심]

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점

(1) 삼각형의 내심의 성질  
삼각형의 내심에서  
세 변에 이르는 거리는 같다.

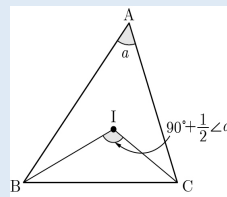
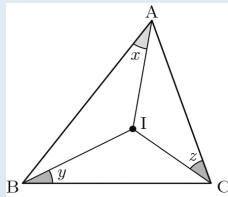
⇒  $ID = IE = IF$   
(내접원의 반지름의 길이)



#### [삼각형의 내심의 응용]

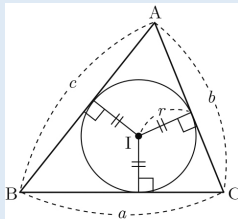
점 I가  $\triangle ABC$ 의 내심일 때

- (1)  $\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$       (2)  $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

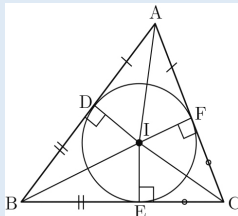


- (3)  $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를  $r$ 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$



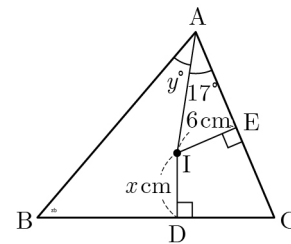
- (4)  $\triangle ABC$ 의 내접원이 세 변과 만나는 점을 D, E, F라 할 때  
 $\overline{AD} = \overline{AF}$ ,  $\overline{BD} = \overline{BE}$ ,  $\overline{CE} = \overline{CF}$



### 기본문제

[문제]

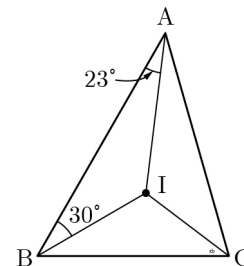
1. 다음 그림에서 점 I가  $\triangle ABC$ 의 내심이고,  
 $\overline{ID} = 6\text{cm}$ ,  $\angle IAE = 17^\circ$  일 때,  $x + y$ 의 값을 구하  
면?



- ① 21      ② 22  
③ 23      ④ 24  
⑤ 25

[예제]

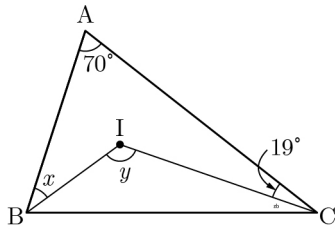
2. 다음 그림에서 점 I가  $\triangle ABC$ 의 내심이고,  
 $\angle IAB = 23^\circ$ ,  $\angle IBA = 30^\circ$  일 때,  $\angle ACB$ 의 크기를  
구하면?



- ①  $70^\circ$       ②  $71^\circ$   
③  $72^\circ$       ④  $73^\circ$   
⑤  $74^\circ$

[문제]

3. 다음 그림에서 점 I가  $\triangle ABC$ 의 내심이고,  $\angle BAC = 70^\circ$ ,  $\angle ICA = 19^\circ$ 일 때,  $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?

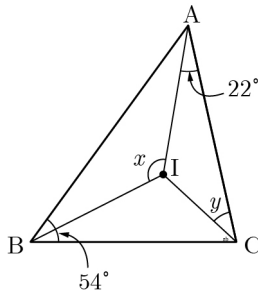


- ①  $160^\circ$                       ②  $161^\circ$   
 ③ 162                          ④  $163^\circ$   
 ⑤ 164

평가문제

[중단원 학습 점검]

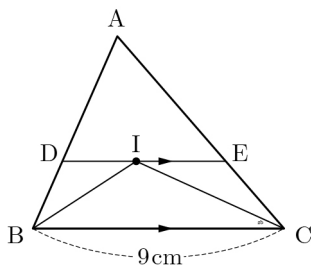
4. 다음 그림에서 점 I이  $\triangle ABC$ 의 내심이고,  $\angle B = 54^\circ$ ,  $\angle IAC = 22^\circ$ 일 때,  $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



- ①  $171^\circ$                       ②  $172^\circ$   
 ③  $173^\circ$                       ④  $174^\circ$   
 ⑤  $175^\circ$

[중단원 학습 점검]

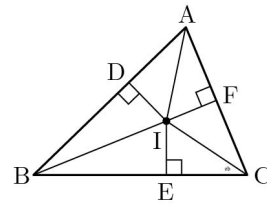
5. 다음 그림과 같이  $\triangle ABC$ 의 내심 I를 지나고  $\overline{BC}$ 에 평행한 직선이  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자.  $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm일 때,  $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



- ① 23cm                      ② 24cm  
 ③ 25cm                      ④ 26cm  
 ⑤ 27cm

[단원 마무리]

6. 다음 그림에서 점 I가  $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 빈 칸에 들어갈 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?

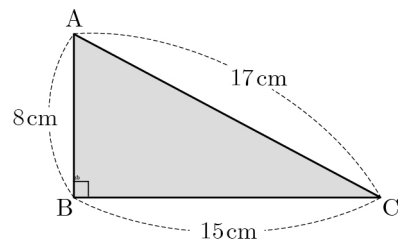


- $\angle ICF =$  (가)  
 •  $\overline{BD} =$  (나)  
 •  $\triangle IAD \equiv$  (다)

- ① (가):  $\angle ICE$     (나):  $\overline{AD}$     (다):  $\triangle IAF$   
 ② (가):  $\angle ICE$     (나):  $\overline{BE}$     (다):  $\triangle IAF$   
 ③ (가):  $\angle IBE$     (나):  $\overline{AD}$     (다):  $\triangle IBD$   
 ④ (가):  $\angle IBE$     (나):  $\overline{BE}$     (다):  $\triangle IAF$   
 ⑤ (가):  $\angle IBE$     (나):  $\overline{BE}$     (다):  $\triangle IBD$

[단원 마무리]

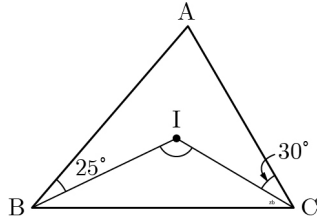
7. 다음 그림과 같이  $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 합을 구하면?



- ①  $19\pi$  cm                      ②  $20\pi$  cm  
 ③  $21\pi$  cm                      ④  $22\pi$  cm  
 ⑤  $23\pi$  cm

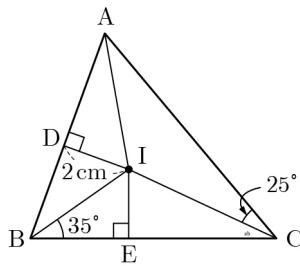
## 유사문제

8. 그림에서 점  $I$ 는 삼각형  $ABC$ 의 내심이고,  $\angle ABI = 25^\circ$ ,  $\angle ACI = 30^\circ$ 일 때,  $\angle BIC$ 의 크기는?



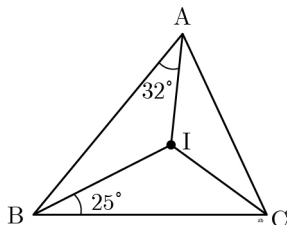
- ①  $110^\circ$                       ②  $120^\circ$   
 ③  $125^\circ$                       ④  $130^\circ$   
 ⑤  $135^\circ$

9. 다음 그림에서 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점  $I$ 에서  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각  $D$ ,  $E$ 라고 할 때,  $\overline{IE}$ 의 길이와  $\angle ICE$ 의 크기를 구하면?



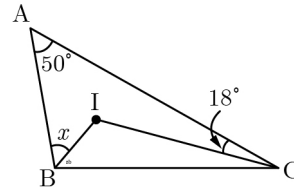
- ①  $1cm$ ,  $20^\circ$                       ②  $1cm$ ,  $25^\circ$   
 ③  $2cm$ ,  $20^\circ$                       ④  $2cm$ ,  $25^\circ$   
 ⑤  $2cm$ ,  $30^\circ$

10. 다음 그림에서 점  $I$ 는  $\triangle ABC$ 의 내심이다.  $\angle IAB = 32^\circ$ ,  $\angle IBC = 25^\circ$ 일 때,  $\angle AIC$ 의 크기는?



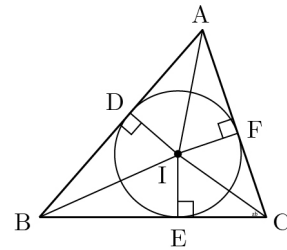
- ①  $115^\circ$                       ②  $117^\circ$   
 ③  $125^\circ$                       ④  $130^\circ$   
 ⑤  $135^\circ$

11. 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심일 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ①  $43^\circ$                       ②  $47^\circ$   
 ③  $50^\circ$                       ④  $52^\circ$   
 ⑤  $57.5^\circ$

12. 그림에서 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

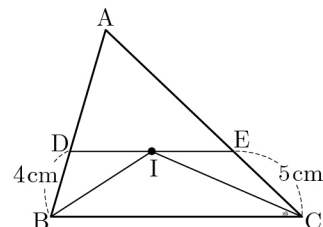


<보기>

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| ㄱ. $\overline{ID} = \overline{IE}$ | ㄴ. $\overline{IA} = \overline{IC}$     |
| ㄷ. $\overline{AF} = \overline{CF}$ | ㄹ. $\overline{AD} = \overline{AF}$     |
| ㅁ. $\angle IBD = \angle IAD$       | ㅂ. $\triangle IAD \cong \triangle IAF$ |

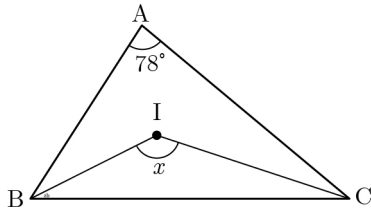
- ① ㄱ, ㄴ, ㅁ                      ② ㄱ, ㄹ, ㅁ  
 ③ ㄱ, ㄹ, ㅂ                      ④ ㄴ, ㄷ, ㅁ  
 ⑤ ㄷ, ㄹ, ㅂ

13. 점  $I$ 는  $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점  $I$ 를 지나고  $\overline{BC}$ 와 평행한 선이  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각  $D$ ,  $E$ 라 하자.  $\overline{DB} = 4cm$ ,  $\overline{EC} = 5cm$ 라 할 때,  $\overline{DE}$ 의 길이는?



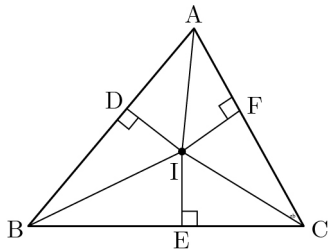
- ①  $5cm$                       ②  $6cm$   
 ③  $7cm$                       ④  $8cm$   
 ⑤  $9cm$

14. 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이고  $\angle A = 78^\circ$ 일 때,  $\angle x$ 의 크기는?



- ①  $39^\circ$                       ②  $51^\circ$   
 ③  $78^\circ$                       ④  $102^\circ$   
 ⑤  $129^\circ$

15. 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

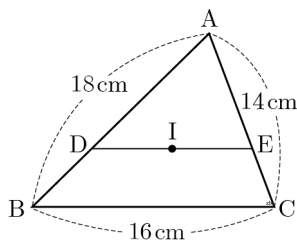


<보기>

- |  |  |
|--|--|
| ㄱ. $\overline{AF} = \overline{CF}$                 | ㄴ. $\overline{CE} = \overline{CF}$                 |
| ㄷ. $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$ | ㄹ. $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$ |
| ㅁ. $\angle IAD = \angle IAF$                       | ㅂ. $\angle IAF = \angle ICF$                       |

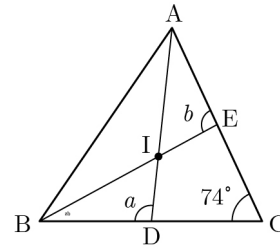
- ① ㄱ, ㄷ, ㅁ                      ② ㄱ, ㄹ, ㅂ  
 ③ ㄴ, ㄷ, ㅁ                      ④ ㄴ, ㄹ, ㅁ  
 ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅂ

16. 다음 그림에서 점  $I$ 는  $\triangle ABC$ 의 내심이다.  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때,  $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하면?



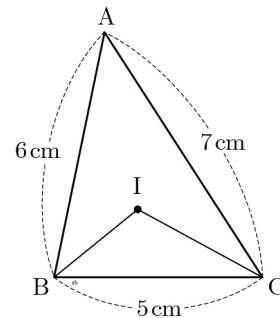
- ① 30cm                      ② 32cm  
 ③ 34cm                      ④ 40cm  
 ⑤ 48cm

17.  $\triangle ABC$ 의 내심을  $I$ 라 하고, 직선  $AI$ ,  $BI$ 가  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각  $D$ ,  $E$ 라고 하자.  $\angle C = 74^\circ$ 일 때,  $\angle a + \angle b$ 의 값은?



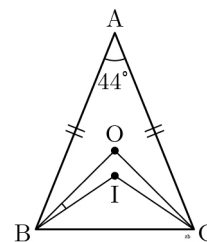
- ①  $201^\circ$                       ②  $224^\circ$   
 ③  $245^\circ$                       ④  $252^\circ$   
 ⑤  $260^\circ$

18. 점  $I$ 는  $\triangle ABC$ 의 내심이고,  $\triangle BIC = 10\text{ cm}^2$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



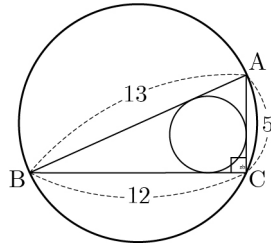
- ①  $18\text{ cm}^2$                       ②  $20\text{ cm}^2$   
 ③  $24\text{ cm}^2$                       ④  $30\text{ cm}^2$   
 ⑤  $36\text{ cm}^2$

19.  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 에서 점  $O$ 는 외심이고 점  $I$ 는 내심이다.  $\angle A = 44^\circ$ 일 때,  $\angle OBI$ 의 크기는?



- ①  $7^\circ$                       ②  $10^\circ$   
 ③  $12^\circ$                       ④  $14^\circ$   
 ⑤  $17^\circ$

20. 직각삼각형  $ABC$ 의 내접원과 외접원의 둘레의 길이의 합은?



①  $\frac{15}{2}\pi$

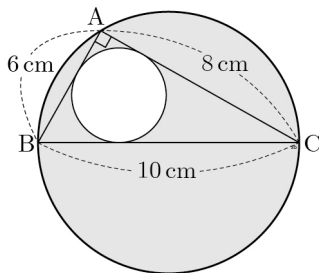
②  $15\pi$

③  $17\pi$

④  $30\pi$

⑤  $\frac{185}{4}\pi$

21.  $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형  $ABC$ 의 내접원과 외접원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이는?



①  $4\pi\text{cm}^2$

②  $9\pi\text{cm}^2$

③  $16\pi\text{cm}^2$

④  $21\pi\text{cm}^2$

⑤  $25\pi\text{cm}^2$



## 정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설]  $\overline{ID} = \overline{IE} = 6\text{cm}$  이므로  $x = 6$  $\angle IAB = \angle IAC = 17^\circ$  이므로  $y = 17$  $\therefore x + y = 6 + 17 = 23$ 

2) [정답] ⑤

[해설]  $23^\circ + 30^\circ + \angle ICA = 90^\circ$  이므로 $\angle ICA = 37^\circ$  $\therefore \angle ACB = 2\angle ICA = 74^\circ$ 

3) [정답] ②

[해설]  $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 125^\circ$  이므로 $\angle y = 125^\circ$ 한편  $\angle ICA = \angle ICB = 19^\circ$ 따라서  $\angle IBC + 125^\circ + 19^\circ = 180^\circ$  이므로 $\angle IBC = 36^\circ$ 이때  $\angle IBA = \angle IBC = 36^\circ$  이므로  $\angle x = 36^\circ$  $\therefore \angle x + \angle y = 36^\circ + 125^\circ = 161^\circ$ 

4) [정답] ②

[해설]  $\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B = 90^\circ + 27^\circ = 117^\circ$  $\triangle IAC$ 에서  $\angle ACI + 117^\circ + 22^\circ = 180^\circ$  이므로 $\angle ACI = 41^\circ$ , 즉  $\angle y = 41^\circ$ 한편  $\angle ACB = 2\angle ACI = 82^\circ$  이므로 $\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB = 131^\circ$ , 즉  $\angle x = 131^\circ$  $\therefore \angle x + \angle y = 131^\circ + 41^\circ = 172^\circ$ 

5) [정답] ④

[해설] 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이므로  $\angle DBI = \angle IBC$  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로  $\angle DIB = \angle IBC$  (엇각)즉,  $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로  $\overline{DB} = \overline{DI}$ 

같은 방법으로

 $\angle ECI = \angle EIC$ 이므로  $\overline{EC} = \overline{EI}$ 따라서  $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가  $17\text{cm}$  이므로 $\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA}$  $= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{IE} + \overline{EA}$  $= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{EA}$  $= \overline{AB} + \overline{AC} = 17\text{cm}$ 그러므로  $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 17 + 9 = 26\text{cm}$ 

6) [정답] ②

[해설] (가):  $\angle ICE$ (나):  $\overline{BE}$ (다):  $\triangle IAF$ 

7) [정답] ⑤

[해설] 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

외접원의 반지름의 길이는  $\frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{17}{2}\text{cm}$ 

따라서 외접원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{17}{2} = 17\pi\text{cm}$$

내접원의 반지름의 길이를  $r\text{cm}$ 라 하면 $\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 8 = \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 15 \times r + \frac{1}{2} \times 17 \times r$$

$$60 = \frac{r}{2}(15 + 8 + 17) = 20r, \text{ 즉 } r = 3$$

따라서 내접원의 둘레의 길이는  $2\pi \times 3 = 6\pi\text{cm}$ 그러므로  $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 합은  $(17 + 6)\pi = 23\pi\text{cm}$ 

8) [정답] ③

[해설] 점  $D$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IBC = \angle IBA = 25^\circ$ ,  $\angle ICB = \angle ICA = 30^\circ$  $\therefore \angle BIC = 180^\circ - (25^\circ + 30^\circ) = 125^\circ$ 

9) [정답] ④

[해설] 점  $D$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{DI} = \overline{IE} = 2\text{cm}$ 이고, 내심은 각의 이등분선의 교점  
이므로  $\angle ICA = \angle ICE = 25^\circ$ 이다.

10) [정답] ①

[해설] 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다.  
즉,  $\angle IBA = \angle IBC = 25^\circ$ ,  $\angle IAC = 32^\circ$ 이다.  
이 때,  $\angle ABC = 50^\circ$ 이므로

$$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

이다.

11) [정답] ②

[해설] 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다.  
즉,  $\angle IBC = \angle x$ ,  $\angle ICB = 18^\circ$ 이다.이 때, 삼각형의 내각의 크기의 합은  $180^\circ$ 이므로  
 $2\angle x + 50^\circ + 36^\circ = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle x = 47^\circ$ 

12) [정답] ③

[해설] ㄱ.  $\triangle IAD \cong \triangle IAF$ 의 성질ㄴ.  $\triangle IAD \cong \triangle IAF$ ,  $RHA$ 합동( $\because \overline{IA}$ 는 공통,  $\angle IDA = \angle IFA = 90^\circ$ , $\angle IAD = \angle IAF$ )

13) [정답] ⑤

[해설]  $\angle DBI = \angle IBC$ ,  $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각)이므로 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$ 이다.또,  $\angle ECI = \angle ICB$ ,  $\angle ICB = \angle EIC$ (엇각)이므로 $\overline{EI} = \overline{EC} = 5\text{cm}$ 이다.따라서  $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 4 + 5 = 9\text{cm}$ 이다.

14) [정답] ⑤

$$\text{[해설]} \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 78^\circ = 129^\circ$$

15) [정답] ④

[해설] 점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\overline{DI} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

 $\triangle AIF$ 와  $\triangle AID$ 에서 $\overline{AI}$ 는 공통,  $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$ , $\overline{DI} = \overline{IF}$ 이므로  $\triangle AIF \equiv \triangle AID$ (RHS합동)이고,마찬가지로  $\triangle BID \equiv \triangle BIE$ ,  $\triangle CIE \equiv \triangle CIF$ 이

다. 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㄹ이다.

16) [정답] ②

[해설] 점  $I$ 는 각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle DBI = \angle CBI, \angle ECI = \angle BCI$$

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\angle DIB = \angle CBI, \angle EIC = \angle BCI$$

따라서  $\overline{DB} = \overline{DI}$ ,  $\overline{EI} = \overline{EC}$  $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA} = \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{AE} + \overline{EI}$$

$$= \overline{AB} + \overline{AC} = 18 + 14 = 32cm$$

17) [정답] ①

[해설]  $\angle BAD = \angle CAD = x$ ,

$$\angle ABE = \angle CBE = y \text{라 하면}$$

 $\triangle ABC$ 에서

$$2(x+y) + 74^\circ = 180^\circ \rightarrow x+y = 53^\circ$$

$$\triangle ACD \text{의 외각 } \angle a = x + 74^\circ$$

$$\triangle BCE \text{의 외각 } \angle b = y + 74^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = (x+y) + 148^\circ = 53^\circ + 148^\circ = 201^\circ$$

18) [정답] ⑤

[해설]  $\triangle BIC = 10cm^2$ 이므로 내접원의 반지름의 길이는  $4cm$ 이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (6+5+7) = 36(cm^2)$$

19) [정답] ③

[해설]  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$$

점  $I$ 가  $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 34^\circ$$

점  $O$ 는  $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 44^\circ = 88^\circ$$

 $\triangle BOC$ 에서  $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 88^\circ) = 46^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 46^\circ - 34^\circ = 12^\circ$$

20) [정답] ③

[해설] 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 외접

$$\text{원의 반지름의 길이는 } \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}$$

내접원의 반지름의 길이를  $r$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} r \times (12+5+13), 15r = 30$$

$$\therefore r = 2$$

따라서 내접원과 외접원의 둘레의 길이의 합은

$$2\pi \times 2 + 2\pi \times \frac{13}{2} = 17\pi$$

21) [정답] ④

[해설] 외접원의 중심은 직각삼각형의 빗변의 중심이므로 반지름의 길이는  $5cm$ 이고, 그 넓이는

$$5 \times 5 \times \pi = 25\pi cm^2 \text{이다. 또, 내접원의 반지름을}$$

 $r cm$ 라 하면 원과 접선의 성질에 의해서

$$(6-r) + (8-r) = 10, r = 2 \text{이다. 이때, 내접원의}$$

넓이는  $2 \times 2 \times \pi = 4\pi cm^2$ 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는  $25\pi - 4\pi = 21\pi cm^2$ 이다.