



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-04

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01** 부분집합의 개수

집합  $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 의 부분집합과 진부분집합의 개수는 다음과 같다.

(1) 집합  $A$ 의 부분집합의 개수  $\Rightarrow 2^n$ (2) 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수  $\Rightarrow 2^n - 1$ 

1. 다음 집합의 원소의 개수와 부분집합의 개수를 각각 구하여 표의 빈칸을 채워라.

집합	원소의 개수	부분집합의 개수
$\{x, y\}$		
$\{x, y, z\}$		
$\{x, y, z, w\}$		

2. 집합  $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 집합  $B$ 를  $B = \{x + y \mid y \in A, y \in A\}$ 로 정의할 때, 집합  $B$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

■ 다음 집합  $A$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

3.  $A = \{2, 4, 6, 8\}$

4.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

5.  $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}$

6.  $A = \{a, b\}$

7.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

8.  $A = \{\emptyset, a, b\}$

9.  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

10.  $A = \{\emptyset\}$

11.  $A = \{\{1\}, 2, 3, 4\}$

12.  $A = \{\{1, 2\}, 3, 4\}$

13.  $A = \{\emptyset, 0\}$

14.  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$

15.  $A = \{X \mid X \subset \{1, 2\}\}$

16. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여  $X \subset A$ ,  $X \neq A$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

▣ 다음 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수를 구하여라.

17.  $A = \{1, 2, 3\}$

18.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

19.  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

20.  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$

21.  $A = \{a, b\}$

22.  $A = \{\emptyset, a, b\}$

23.  $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}$

24.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

25.  $\{a, \{a, b\}\}$

26.  $A = \{\{1\}, 2, 3, 4\}$

27.  $B = \{\{2, 4\}, \{6, 8\}\}$

## 02

### 특정한 원소를 포함하거나 포함하지 않는 부분집합의 개수

집합  $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 에 대하여 특정한 원소를 반드시 원소로 갖는 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는 다음과 같다.

(1) 집합  $A$ 의 원소 중에서 특정한 원소  $k$ 개를 반드시 원소로 갖는(또는 갖지 않는) 집합  $A$ 의 부분집합의 개수

$$\Rightarrow 2^{n-k} \quad (\text{단, } k < n)$$

(2) 집합  $A$ 의 원소 중에서 특정한 원소  $k$ 개는 반드시 갖고, 특정한 원소  $m$ 개는 원소로 갖지 않는 집합  $A$ 의 부분집합의 개수

$$\Rightarrow 2^{n-k-m} \quad (\text{단, } k+m < n)$$

28. 집합  $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중에서 0을 원소로 포함하는 부분집합을 모두 구하여라.

29. 집합  $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중에서  $a, c$ 를 원소로 포함하는 부분집합을 모두 구하여라.

30. 다음 집합에 대하여 주어진 조건을 만족하는 부분집합의 개수를 구하여 표의 빈칸을 채워라.

집합	반드시 포함하는 원소	부분집합의 개수
$\{x, y, z\}$	$y$	$2^{3-1} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z\}$	$y, z$	
$\{x, y, z, w\}$	$y, w$	
$\{x, y, z, w\}$	$x, y, w$	

■ 다음 집합 A에 대하여 [ ]안의 원소를 반드시 원소로 갖는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

31.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  [2]

32.  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  [4]

33.  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  [1, 3]

34.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  [2, 4, 6]

35.  $A = \{\emptyset, 2\}$  [2]

36.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  [1, 2]

37.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  [1, 2, 4, 8]

38.  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  [6, 8]

39.  $A = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$  [0]

40.  $A = \{1, 2, a, b, c\}$  [a, b, c]

41.  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  [a, {a}]

42.  $A = \{\emptyset, 2, 4, \{6, 8\}\}$  [ $\emptyset$ ]

43.  $A = \{a, b, c, \{a\}, \{b\}\}$  [{a}, {b}]

44.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  [1, 2, 3, 4]

■ 다음 집합 A에 대하여 [ ]안의 원소를 원소로 갖지 않는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

45.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  [2, 4]

46.  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  [1, 5, 9]

47.  $A = \{a, b, c, d, e\}$  [a, e]

48.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  [2, 4, 6]

49.  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  [1, 3, 5, 7, 9]

50.  $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta\}$  [ $\alpha, \theta$ ]

■ 다음 집합 A에 대하여 [ ]안의 원소를 포함하지 않는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

51.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  [1, 3]

52.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$        $[2, 4]$

53.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$        $[1, 3, 5]$

54.  $A = \{0, \emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}\}$        $[\emptyset]$

55.  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$        $[\{a, b\}]$

56.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$        $[3, 4]$

57. 집합  $A = \{a, e, i, o, u\}$ 의 부분집합 중에서  $a$ 를 원소로 반드시 갖고,  $i, u$ 를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

58. 집합  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중에서 3을 원소로 반드시 갖고, 7을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

59. 집합  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ 의 부분집합 중에서  $a, b$ 를 반드시 갖고,  $\{a\}, \{b\}$ 를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

60. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여  $\{1, 2\} \subset A, 6 \notin A$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 부분집합  $A$ 의 개수를 구하여라.

■ 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 다음 조건을 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

61.  $\{1\} \subset X$

62.  $1 \in X, 5 \notin X$

63.  $\{2, 4\} \subset X$

64.  $2 \in X, 3 \in X, 5 \notin X$

65.  $1 \in X, 3 \in X, 4 \notin X, 6 \notin X$

66.  $\{1, 2, 3\} \subset X$

67.  $\{1, 5\} \subset X, 6 \notin X$

68.  $1 \in X, 5 \in X, 3 \notin X, 6 \notin X$

69.  $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} \subset X, \{x|x \text{는 } 5 \text{의 약수}\} \not\subset X$

■ 다음 조건을 만족하는 집합  $A$ 의 개수를 구하여라.

70.  $\{1, 4\} \subset A \subset \{1, 3, 4, 5\}$

71.  $\{2, 6\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

72.  $\{1, 2, 4\} \subset A \subset \{1, 2, 4, 8, 10, 14\}$



## 정답 및 해설

1) 2, 4, 3, 8, 4, 16

⇒

집합	원소의 개수	부분집합의 개수
$\{x, y\}$	2	$4(=2^2)$
$\{x, y, z\}$	3	$8(=2^3)$
$\{x, y, z, w\}$	4	$16(=2^4)$

2) 32

⇒

$x+y$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

위 표에서  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 따라서 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$ (개)

3) 16

⇒  $n(A) = 4$ 이므로 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ 

4) 16

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 집합 A의 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ (개)이다.

5) 32

⇒  $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$ (개)

6) 4

7) 32

8) 8

⇒ 집합 A의 원소는  $\emptyset, a, b$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$ (개)이다.

9) 32

⇒  $2^5 = 32$ (개)

10) 2

⇒ 집합 A의 원소는  $\emptyset$ 의 1개이므로 부분집합의 개수는  $2^1 = 2$ (개)

11) 16

⇒ 집합 A의 원소는  $\{1\}, 2, 3, 4$ 의 4개이므로 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ (개)이다.

12) 8

⇒ 집합 A의 원소는  $\{1, 2\}, 3, 4$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$ (개)이다.

13) 4

⇒ 집합 A의 원소는  $\emptyset, 0$ 의 2개이므로 부분집합의 개수는  $2^2 = 4$ (개)

14) 8

⇒ 집합 A의 원소는  $1, 2, \{1, 2\}$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$ (개)

15) 16

⇒  $A = \{X \mid X \text{는 집합 } \{1, 2\} \text{의 부분집합}\}$   
 $= \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 이므로 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ (개)

16) 255

⇒ 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 24\}$ 의 원소의 개수는 8이므로 진부분집합의 개수는  $2^8 - 1 = 255$ (개)

17) 7

⇒  $2^3 - 1 = 7$ (개)

18) 15

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 집합 A의 진부분집합의 개수는  $2^4 - 1 = 15$ (개)

19) 31

⇒  $2^5 - 1 = 31$ (개)

20) 63

⇒  $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad \therefore 2^6 - 1 = 63$ (개)

21) 3

⇒  $2^2 - 1 = 3$ (개)

22) 7

⇒  $2^3 - 1 = 7$ (개)

23) 63

⇒  $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \quad \therefore 2^6 - 1 = 63$ (개)

24) 31

⇒  $2^5 - 1 = 31$ (개)

25) 3

⇒  $2^2 - 1 = 3$ (개)

26) 15

⇒  $2^4 - 1 = 15$ (개)

27) 3

⇒  $2^2 - 1 = 3$ (개)28)  $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}$ ⇒ 원소 0을 제외한  $\{1, 2\}$ 의 부분집합인

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 의 각각에 원소 0을 넣으면  
 $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}$

29)  $\{a, c\}, \{a, b, c\}$

30) 2, 4, 2

⇒

집합	반드시 포함하는 원소	부분집합의 개수
$\{x, y, z\}$	$y$	$2^{3-1} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z\}$	$y, z$	$2^{3-2} = 2^1 = 2$
$\{x, y, z, w\}$	$y, w$	$2^{4-2} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z, w\}$	$x, y, w$	$2^{4-3} = 2^1 = 2$

31) 8

⇒ 2를 반드시 원소 갖는 집합 A의 부분집합은  
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\},$   
 $\{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 로  $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

32) 8

⇒ 4를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수는  
 $2^{4-1} = 2^3 = 8$

33) 8

⇒  $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

34) 8

⇒  $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

35) 2

⇒  $2^{2-1} = 2(\text{개})$

36) 8

⇒  $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

37) 16

⇒  $2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$

38) 4

⇒ 6, 8을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는  
 $2^{4-2} = 2^2 = 4$

39) 4

⇒  $2^{3-1} = 2^2 = 4(\text{개})$

40) 4

⇒  $2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$

41) 4

⇒  $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

42) 8

⇒  $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

43) 8

⇒  $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

44) 8

⇒  $2^{7-4} = 2^3 = 8(\text{개})$

45) 4

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 2, 4를 원소로  
 갖지 않는 부분집합의 개수는  $2^{4-2} = 4(\text{개})$ 이다.

46) 4

⇒  $2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$

47) 8

⇒ 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는  
 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

48) 16

⇒ 원소 7개 중 3개를 제외한 부분집합의 개수는  
 $2^{7-3} = 2^4 = 16(\text{개})$

49) 32

⇒ 원소 10개 중 5개를 제외한 부분집합의 개수는  
 $2^{10-5} = 2^5 = 32(\text{개})$

50) 8

⇒ 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는  
 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

51) 4

⇒  $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

52) 8

⇒  $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

53) 8

⇒  $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

54) 8

⇒  $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

55) 16

⇒  $2^{5-1} = 2^4 = 16(\text{개})$

56) 4

⇒  $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

57) 4개

⇒  $2^{5-1-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

58) 8

⇒  $2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

59) 1

⇒  $2^{4-2-2} = 2^0 = 1(\text{개})$

60) 16

⇒ 주어진 조건을 만족하는 집합 X의 부분집합 A는  
원소 1, 2를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하  
지 않는다.

따라서 집합 X의 부분집합 A의 개수는

$$2^{7-2-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

61) 32

⇒ 1을 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합 X의  
개수는  $2^{6-1} = 2^5 = 32(\text{개})$

62) 16

⇒ 1을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합 A  
의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-1-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

63) 16

⇒ 2, 4를 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합 X  
의 개수는  $2^{6-2} = 2^4 = 16(\text{개})$

64) 8

⇒ 2, 3을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합  
A의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-2-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

65) 4

$$\Rightarrow 2^{6-2-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

66) 8

⇒ 1, 2, 3을 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합  
X의 개수는  $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

67) 8

$$\Rightarrow 2^{6-2-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

68) 4

⇒ 1, 5를 반드시 포함하고, 3, 6을 포함하지 않는  
집합 A의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-2-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

69) 2

⇒ 집합 A의 원소 중 2의 배수는 2, 4, 6이고, 5의  
약수는 1, 5이므로 구하는 부분집합의 개수는

$$2^{6-3-2} = 2^1 = 2(\text{개})$$

70) 4

⇒ 1, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합  $\{1, 3, 4, 5\}$   
의 부분집합의 개수는  $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

71) 16

⇒ 2, 6을 반드시 포함하는 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
의 부분집합의 개수는  $2^{6-2} = 2^4 = 16(\text{개})$

72) 8

⇒ 1, 2, 4를 반드시 포함하는 집합  
 $\{1, 2, 4, 8, 10, 14\}$ 의 부분집합의 개수는

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$