[영역] 3.함수



중 3 과정

3-2-1.이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2016-03-14

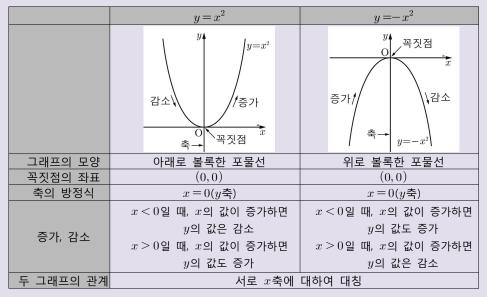
2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

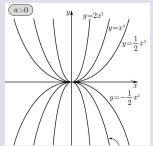
계산시 참고사항

1. 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프



2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 성질

- (1) 꼭짓점의 좌표: 원점 ○(0,0)
- (2) y축에 대하여 대칭이다.
- (3) 축의 방정식: x = 0(y축)
- (4) a > 0이면 아래로 볼록한 포물선이고, a < 0이면 위로 볼록한 포물선이다.
- (5) <u>a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.</u>
- (6) $y = -ax^2$ 과 x축에 대하여 대칭이다.



대칭이동

- $\rightarrow y$ 대신 -y대입
- y축에 대하여 대칭이동
- → x대신 -x대입
- ◉ 원점에 대하여 대칭이동
- $\rightarrow x$ 대신 -x, y대신 -y대입

참고

이차함수 $y = ax^2$ 에서

- a의 부호
- → 그래프의 모양을 결정 (아래로 볼록/ 위로 볼록)
- a의 절댓값
- → 그래프의 폭을 결정

☑ 다음 $y = x^2$ 에 관한 설명 중 옳은 것에는 O표, 옳지 않은 것은 X표 하여라.

1. 꼭짓점이 (0, 0)인 위로 볼록한 포물선이다.

()

2. $y=-x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

·)

3. 축의 방정식은 y=0이다.

()

4. 점 (-3, 9)를 지난다.

()

5. *y*축에 대칭이다.

()



6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 y축에 대칭이다.

> ()

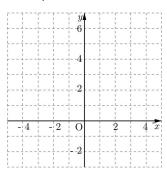
7. x < 0일 때, x값이 증가하면 y값은 감소하고, x > 0일 때, x값이 증가하면 y값은 증가한다.

> ()

- \blacksquare 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여 라.
- 8. 다음 대응표를 완성하여라.

x	•••	-2	-1	0	1	2	
y	•••						•••

9. x가 모든 실수일 때, 그래프를 그려라.



- 10. 꼭짓점의 좌표를 구하여라.
- 11. 축의 방정식을 구하여라.
- ightharpoons 다음 $y=-x^2$ 에 관한 설명 중 옳은 것에는 O표, 옳지 않 은 것은 X표 하여라.
- 12. 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

()

13. 꼭짓점은 (0,-1)이다.

() 14. $y = x^2$ 의 그래프와 x축에 서로 대칭이다.

)

15. x > 0일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

()

16. 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=x^2$ 의 그래프가 된다.

)

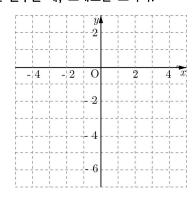
17. 그래프는 제 1, 3사분면을 지난다.

)

- \Box 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여 라.
- 18. 다음 대응표를 완성하여라.

x	 -2	-1	0	1	2	•••
y						

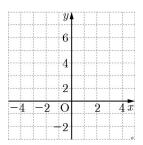
19. x가 모든 실수일 때, 그래프를 그려라.



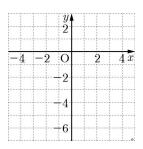
- 20. 꼭짓점의 좌표를 구하여라.
- 21. 축의 방정식을 구하여라.

$y = ax^2$ 의 그래프의 성질

22. 다음 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 그리고, \square 안에 알맞 은 것을 써넣어라.



- (1) 꼭짓점의 좌표는 (□, □)이다.
- (2) 축의 방정식은 이다.
- (3) 로 볼록한 포물선이다.
- (4) $x \bigcirc 0$ 일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
- 23. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 그리고, \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.



- (1) 꼭짓점의 좌표는 (☐, ☐)이다.
- (2) 축의 방정식은 이다.
- (3) 로 볼록한 포물선이다.
- (4) x 0일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

- \square 다음은 $y = ax^2$ 에 관한 설명이다. 옳은 것에는 O표, 옳지 않은 것은 X표 하여라.
- 24. y축을 축으로 하는 포물선이다.

)

25. 꼭짓점의 좌표가 (a, 0)이다.

)

26. 축의 방정식은 x = a이다.

)

27. $y = -ax^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

)

28. a의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

)

29. a>0일 때에는 위로 볼록하고, a<0일 때에는 아래로 볼 록하다.

> ()

30. a의 값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.

)

☑ 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식 을 각각 구하여라.

31.
$$y = 2x^2$$

32.
$$y = -\frac{3}{4}x^2$$

33.
$$y = \frac{1}{3}x^2$$

34.
$$y = -4x^2$$

35.
$$y = \frac{2}{5}x^2$$

36.
$$y = -\frac{5}{4}x^2$$

lacktriangle 다음 이차함수와 x축에 대하여 대칭인 함수의 식을 구하 여라.

37.
$$y = 5x^2$$

38.
$$y = -\frac{7}{2}x^2$$

39.
$$y = \frac{1}{5}x^2$$

40.
$$y = \frac{5}{4}x^2$$

☑ 다음 <보기>의 이차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하여

$$\neg u = r$$

$$\sqsubseteq u = -3r^2$$

$$\lnot. \ y = x^2 \qquad \qquad \bot. \ y = -3x^2 \qquad \qquad \lnot. \ y = -2x^2$$

$$\exists y = 2x^2$$

$$\Box . \ y = -4x^2$$

$$= . \ y = 2x^2 \qquad \qquad \square. \ y = -4x^2 \qquad \qquad \square. \ y = \frac{1}{2}x^2$$

- 41. 아래로 볼록한 그래프를 모두 골라라.
- 42. 위로 볼록한 그래프를 모두 골라라.
- 43. x축에 대하여 대칭인 두 그래프를 골라라.
- 44. 폭이 가장 좁은 그래프를 골라라.
- 45. 폭이 가장 넓은 그래프를 골라라

☑ 다음 <보기>의 이차함수의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

$$\neg y = 3x^2$$

$$\sqsubseteq y = -\frac{3}{2}x^2$$

$$\exists y = \frac{1}{5}x^2$$

$$\Box$$
. $y = -x^2$

$$\exists . \ y = 2x^2$$

- 46. 위로 볼록한 그래프를 모두 골라라.
- 47. 아래로 볼록한 그래프를 모두 골라라.
- 48. 제1. 2사분면을 지나는 그래프를 모두 골라라.
- 49. $y=x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁은 그래프를 모두 골라라.
- 50. 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례대로 써라.
- ☑ <보기>의 이차함수를 그래프로 나타냈을 때 다음 물음에

$$\neg. \ y = \frac{1}{5}x^2 \quad \bot. \ y = -2x^2 \quad \Box. \ y = -\frac{1}{5}x^2 \qquad \exists. \ y = \frac{2}{5}x^2$$

- 51. 아래로 볼록한 그래프를 모두 골라라.
- 52. 제 2, 4사분면을 지나는 그래프를 모두 골라라.
- 53. 그래프의 폭이 가장 좁은 그래프를 골라라.
- 54. x축에 서로 대칭인 두 그래프를 골라라

☑ <보기>의 이차함수를 그래프로 나타냈을 때 다음 물음에 답하여라.

$$\neg . y = \frac{1}{4}x$$

$$\Box$$
. $y = -4x^2$

$$\exists y = \frac{3}{2}x$$

$$\Box \ \ y = \frac{2}{3}x^2$$

$$\exists . \ y = -x^2$$

- 55. 아래로 볼록한 그래프
- 56. x축에 서로 대칭인 두 그래프
- 57. 그래프의 폭이 가장 넓은 그래프
- ☑ <보기>의 이차함수를 그래프로 나타냈을 때 다음 물음에

$$\neg. \ y = x^2$$

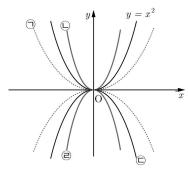
$$\Box$$
. $y = -3x^2$

$$\exists . y = -5x^2$$

$$\Box . \ y = 3x^2$$

- 58. 아래로 볼록한 그래프를 갖는 이차함수를 골라라.
- 59. x축에 대칭인 이차함수를 모두 골라라.
- 60. 함수의 그래프의 폭이 가장 좁은 이차함수를 골라라.
- 61. 함수의 그래프의 폭이 가장 넓은 이차함수를 골라라.

☑ 다음 이차함수의 그래프와 다음 함수의 식을 알맞게 연결 하여라.



- 62. $y = -x^2$
- 63. $y = 2x^2$
- 64. $y = -2x^2$
- 65. $y = \frac{1}{2}x^2$
- ☑ <보기>의 이차함수 중에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례대로 나열하여라.

$$\bigcirc y = 2x^2$$

$$\bigcirc y = \frac{1}{3}x^2 \qquad \bigcirc y = 2x^2 \qquad \bigcirc y = -\frac{2}{3}x^2$$

$$\bigcirc y = -4x^2 \qquad \bigcirc y = \frac{3}{2}x^2 \qquad \bigcirc y = -3x^2$$

$$y = -4x^2$$

$$\exists y = -3x^2$$

67.

$$\bigcirc y = -3x^2 +$$

$$\bigcirc y = -3x^2 + 2$$
 $\bigcirc y = \frac{5}{4}x^2$ $\bigcirc y = -x^2 + 2$

(a)
$$y = -\frac{4}{5}x^2$$
 (b) $y = \frac{2}{3}x^2 - 1$

$$y = \frac{2}{3}x^2 - 1$$

68.

$$y = x^2$$

$$\bigcirc y = -5x^2$$

69.

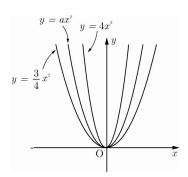


$$y = -\frac{1}{2}x^2 +$$

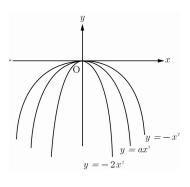
(a)
$$y = -x^2 + 4x - 2$$
 (b) $y = \frac{3}{2}(x-1)^2 + 3$

 $oldsymbol{\square}$ 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 주어진 그림과 같을 때, a값 의 범위를 구하여라.

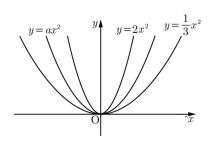
70.



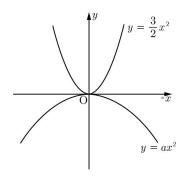
71.



72.



73.



 \square 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 다음 점을 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

74.
$$(-1, 5)$$

75.
$$(-2, 12)$$

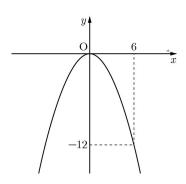
77.
$$(-3, 18)$$

78.
$$\left(\frac{1}{2}, 8\right)$$

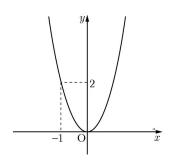
79.
$$\left(-\frac{1}{5}, 1\right)$$

☑ 주어진 이차함수 그래프로 이차함수의 식을 구하여라.

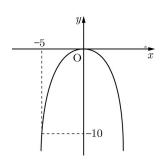
80.



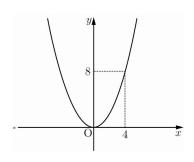
81.



82.



83.



☑ 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 두 점을 지날 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

84.
$$(2, 4), (-4, b)$$

85.
$$(-1, 3), (2, b)$$

86.
$$(3, -18), (-3, b)$$

87.
$$(-2, 2)$$
, $(8, b)$

88.
$$(-4, 1), (-8, b)$$

☑ 다음을 구하여라.

89. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-2,\ 16)$, $(3,\ b)$ 를 지날 때, a+b의 값

90. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 (2, -2), (-3, b)를 지날 때, ab의 값

91. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 (2, -8), (-1, b)를 지날 때, ab의 값

92. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프는 점 (-2, 8)를 지나고 이차함 수 $y = bx^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭일 때, a - b의 값

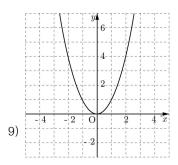
- 93. 이차함수 $y=-4x^2$ 의 그래프는 점 (-2, a)를 지나고, 이 차함수 $y = bx^2$ 의 그래프와 x축에 대칭일 때, a-b의 값
- 94. 이차함수 $y=rac{3}{4}x^2$ 의 그래프는 점 $(2,\ a)$ 를 지나고, $y = bx^2$ 의 그래프와 x축에 대칭일 때, a-b의 값



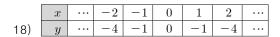
정답 및 해설

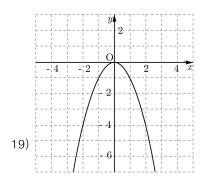
- 1) ×
- ⇒ 아래로 볼록한 포물선이다.
- 2) 🔾
- 3) ×
- \Rightarrow 축의 방정식은 x = 0이다.
- 4) 🔾
- 5) 🔾
- 6) ×
- ⇨ 아래로 볼록한 포물선이다.
- 7) 🔾

	x		-2	-1	0	1	2	
8)	y	• • •	4	1	0	1	4	

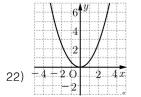


- 10) (0, 0)
- 11) x = 0
- 12) 🔾
- ⇨ 그래프의 모양이 위로 볼록하다.
- 13) ×
- ⇒ 꼭짓점은 (0, 0)이다.
- 14) 🔾
- 15) ×
- $\Rightarrow x > 0$ 일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
- 16) 🔾
- 17) ×

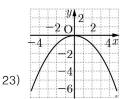




- 20) (0, 0)
- 21) x = 0



(1) 0, 0 (2) x=0 (3) 아래 (4) >



- (1) 0, 0 (2) x = 0 (3) \Re (4) <
- 24) ()
- 25) ×
- ⇒ 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)이다.
- 26) ×
- \Rightarrow 축의 방정식은 x=0이다.
- 27) 🔾
- 28) 🔾
- 29) ×
- $\Rightarrow a > 0$ 일 때는 아래로 볼록, a < 0일 때는 위로 볼록하다.
- 30) ×
- \Rightarrow a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- 31) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x=0
- 32) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x=0

- 33) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x = 0
- 34) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x = 0
- 35) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x = 0
- 36) 꼭짓점의 좌표 : (0, 0),축의 방정식 : x = 0
- 37) $y = -5x^2$
- 38) $y = \frac{7}{2}x^2$
- 39) $y = -\frac{1}{5}x^2$
- 40) $y = -\frac{5}{4}x^2$
- 41) ㄱ, ㄹ, ㅂ
- 42) ∟, ⊏, □
- 43) ⊏, ≥
- 44) 🗆
- 45) H
- 46) ∟, ⊏, □
- 47) ¬, ≥, ⊨
- 48) ¬, ≥, ⊨
- 49) ¬. ∟. ⊨
- 50) ≥, ⊏, □, ∟, ㅂ, ¬
- 51) ¬, ≥
- $\Rightarrow y = ax^2$ 가 아래로 볼록하려면 a > 0
- 52) ∟, ⊏
- $\Rightarrow y = ax^2$ 가 제 2, 4사분면을 지나면 a < 0
- 53) ∟
- $\Rightarrow y = ax^2$ 의 그래프는 a의 절댓값의 크기가 클수록 폭이 좁아진다.
- 54) ¬. ⊏
- \Rightarrow $y=ax^2$ 의 그래프와 $y=-ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 서로 대칭이다.
- 55) ¬, ≥, □
- 56) ㄴ과 ㄹ
- 57) ¬

- 58) ¬, ∟, □, ㅂ
- ⇨ (이차항의 계수)>0인 그래프
- 59) 디과 ㅁ
- ⇒ 이차항의 계수가 같으면서 부호가 반대인 것
- 60) ≥
- ⇒ 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 그래프
- 61) **=**
- ⇒ 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 그래프
- 62) ©
- 63) (L)
- 64) ⁽²⁾
- $\Rightarrow y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고 위로 볼록한 그래프이다.
- 65) 🗇
- $\Rightarrow y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓고, 아래로 볼록한 그래프이다.
- 67) 9-0-0-0-0
- 68) @-L-@-C-9
- 69) @-@-©-©-
- 70) $\frac{3}{4} < a < 4$
- 71) -2 < a < -1
- 72) $\frac{1}{3} < a < 2$
- 73) $-\frac{3}{2} < a < 0$
- 74) 5
- \Rightarrow $5 = a \times (-1)^2$ 에서 a = 5
- 75) 3
- $\Rightarrow 12 = a \times (-2)^2 \text{ off } 4a = 12 \qquad \therefore a = 3$
- 76) $\frac{1}{2}$
- $\Rightarrow 2 = a \times 2^2 \text{ old } 4a = 2 \quad \therefore \quad a = \frac{1}{2}$
- 77) 2
- $\Rightarrow 18 = a \times (-3)^2 \text{ old } 49 = 18 \qquad \therefore a = 2$

78) 32

$$\Rightarrow 8 = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ oil Al} \quad \frac{a}{4} = 8 \quad \therefore \quad a = 32$$

$$\Rightarrow 1 = a \times \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \text{ off } d = \frac{a}{25} = 1 \qquad \therefore \quad a = 25$$

80)
$$y = -\frac{1}{3}x^2$$

$$\Rightarrow y = ax^2$$
 그래프가 $(6, -12)$ 를 지나므로 $36a = -12$ $\therefore a = -\frac{1}{3}$

81) $y = 2x^2$

$$\Rightarrow y = ax^2$$
 그래프가 $(-1, 2)$ 를 지나므로 $a = 2$

82)
$$y = -\frac{2}{5}x^2$$

$$\Rightarrow$$
 $y=ax^2$ 그래프가 $(-5, -10)$ 를 지나므로 $25a=-10$ \therefore $a=-\frac{2}{5}$

83)
$$y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\Rightarrow y = ax^2$$
인 이차함수가 $(4, 8)$ 을 지나므로
$$16a = 8 \qquad \therefore a = \frac{1}{2}$$

84) a=1, b=16

다 이차함수
$$y=ax^2$$
의 그래프가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로 $4=a\times 2^2, \ 4a=4$ $\therefore \ a=1$ 즉, 주어진 이차함수는 $y=x^2$ 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(-4, b)$ 를 지나므로 $b=1\times (-4)^2$ $\therefore \ b=16$

85) a = 3, b = 12

다 이차함수
$$y = ax^2$$
의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 = a \times (-1)^2$ $\therefore a = 3$ 즉, 주어진 이차함수는 $y = 3x^2$ 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = 3 \times 2^2$ $\therefore b = 12$

86) a = -2, b = -18

다 이차함수
$$y=ax^2$$
의 그래프가 점 $(3,-18)$ 을 지나므로 $-18=a\times 3^2,\ 9a=-18$ $\therefore\ a=-2$ 즉, 주어진 이차함수는 $y=-2x^2$ 이고, 이 함수의 그래프 가 점 $(-3,b)$ 를 지나므로 $b=-2\times (-3)^2$ $\therefore\ b=-18$

87)
$$a = \frac{1}{2}$$
, $b = 32$

 \Rightarrow 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 (-2, 2)를 지나므로 $2 = a \times (-2)^2$, 4a = 2 $\therefore a = \frac{1}{2}$ 즉, 주어진 이차함수는 $y=\frac{1}{2}x^2$ 이고, 이 함수의 그래프 가 점 (8, b)를 지나므로 $b = \frac{1}{2} \times 8^2$ $\therefore b = 32$

88)
$$a = \frac{1}{16}$$
, $b = 4$

 \Rightarrow 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 (-4, 1)을 지나므로 $1 = 16a \qquad \therefore \quad a = \frac{1}{16}$ $y = \frac{1}{16}x^2$ 의 그래프가 (-8, b)를 지나므로 $b = \frac{1}{16} \times 64 = 4$

$$y=ax^2$$
의 식에 $(-2,16)$ 을 대입하면 $4a=16$ $\therefore a=4$ 그러므로 이차함수의 식은 $y=4x^2$ 이 된다. 이 식이 $(3,\ b)$ 를 지나므로 $b=36$ $\therefore a+b=4+36=40$

90)
$$\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow$$
 $y=ax^2$ 의 식에 $(2,-2)$ 를 대입하면 $4a=-2$ \therefore $a=-\frac{1}{2}$ $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 $(-3,b)$ 를 지나므로 $b=-\frac{1}{2}\times 9=-\frac{9}{2}$ \therefore $ab=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{9}{4}$

$$\Rightarrow$$
 $y=ax^2$ 의 식에 $(2,-8)$ 을 대입하면 $4a=-8$ $\therefore a=-2$ $y=-2x^2$ 에서 $x=-1$ 일 때, $b=-2$ $\therefore ab=4$

92) 4

$$\Rightarrow y = ax^2$$
의 그래프가 $(-2,8)$ 을 지나므로 $4a = 8$ $\therefore a = 2$ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프는 $y = -2x^2 = bx^2$ $\therefore b = -2$ $\therefore a - b = 2 - (-2) = 4$

93) -20

 \Rightarrow $y=-4x^2$ 의 그래프가 (-2, a)를 지나므로

$$a=-4\times 4=-16$$
 $y=-4x^2$ 인 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프는 $y=4x^2$ 이므로 $b=4$ \therefore $a-b=-16-4=-20$

94)
$$\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow$$
 $(2, a)$ 를 지나므로 $\frac{3}{4} \times 4 = 3 = a$ $y = bx^2$ 이 $y = \frac{3}{4}x^2$ 과 x 축 대칭이므로 $b = -\frac{3}{4}$ \therefore $a - b = 3 - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{15}{4}$