

내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 단원 ISSUE

이 단원에서는 기본적으로 함수의 개형을 파악해야 하는 문제가 자주 출제된다. 접선의 방정식의 경우 주어진 조건에 따라 구하는 방법이 다르므로 각 방법을 반복하여 학습해야 한다. 또한 함수의 극대와 극소를 이용하여 방정식과 부등식에 활용하는 문제, 그리고 속도와 가속도의 그래프를 해석하는 문제도 자주 출제된다.

#### 평가문제

[스스로 마무리하기]

- **1.** 함수  $f(x) = x^4 + 5x^2 + a$ 의 그래프 위의 점 (1, 1)에서의 접선의 기울기가 m일 때, 상수 a와 m에 대하여 a+m의 값은?
  - ① 3
- ② 5
- 3 7
- **4** 9
- **⑤** 11

[스스로 확인하기]

- **2.** 함수  $f(x) = 3x^3 5x^2 + ax 7$ 의 그래프 위의 점 (2, 5)에서의 접선의 기울기가 m일 때, 상수 a와 m의 합을 구하면?
  - 1) 20
- ② 21
- 3 22
- (4) 23
- (5) 24

[스스로 확인하기]

- **3.** 곡선  $y=x^3-6x^2+17x+9$ 의 접선 중에서 기울기 가 최소인 접선의 방정식을 구하면?
  - ① y = 5x 17
- ② y = 5x + 17
- y = 4x + 17
- (4) y = 5x + 18
- ⑤ y = -5x + 17

[스스로 확인하기]

- **4.** 두 곡선  $y=x^3-3x^2+4$ 과  $y=ax^2+bx$ 가 점 (1, 2)에서 만나고, 이 점에서의 접선이 서로 수직 일 때, 상수 6a+3b의 값을 구하면?
  - 1 1

2 2

③ 3

4

**⑤** 5

[스스로 마무리하기]

- **5.** 곡선  $y = x^3 + ax^2 + b$  위의 점 (1, 2)에서의 접선 의 방정식이 y = -3x + 5일 때, 상수 a, b에 대하여 a b의 값은?
  - $\bigcirc -6$
- 2 7
- 3 8
- (4) 9
- $\bigcirc$  -10

[스스로 마무리하기]

- **6.** 곡선  $f(x)=2x^3+4$ 에 대하여 원점을 지나고 이 곡선에 접하는 직선의 방정식을 구하면?
  - ① y = 5x
- $\bigcirc y = 6x$
- ③ y = 7x
- y = 9x
- ⑤ y = 10x

[스스로 확인하기]

- **7.** (0, -1)에서 곡선  $y = x^3 x + 1$ 에 그은 접선이 점 (k, 31)를 지날 때, k의 값을 구하면? (단, 접점 은 제 1사분면에 있다.)
  - ① 13
- 2 14
- 3 15
- **4** 16
- ⑤ 17

[스스로 마무리하기]

- **8.** 점 (1, -1)에서 곡선  $y=x^2-x$ 에 그은 두 접선의 접점과 (1, -1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?
  - ① 1
- ② 2
- ③ 3
- **4**
- **⑤** 5

[스스로 확인하기]

- **9.** 곡선  $y = x^3 12x + 3$ 에 대하여 기울기가 -9인 접선의 방정식을 모두 구하면? (정답 2개)
  - ① y = -9x + 1
- ② y = -9x + 2
- 3y = -9x + 3
- y = -9x + 4
- ⑤ y = -9x + 5

[스스로 마무리하기]

- **10.** 두 곡선  $y = ax^2 + b$ ,  $y = -x^3 x$ 가 점 (1, -2) 에서 접할 때, a b의 값을 구하면?
  - $\bigcirc -1$
- (3) 3
- (4) -4
- (5) 5

[스스로 마무리하기]

- **11.** 곡선 y = (x-a)(x-b)(x-c) 위의 점 (2, 6)에서의 접선의 기울기가 3일 때, (2-b)(2-c)+(2-a)(2-c)+(2-a)(2-c)의 값을 구하면? (단, a, b, c는 상수)
  - ① 1
- ② 2
- ③ 3
- **(4)** 4
- ⑤ 5

[스스로 확인하기]

- **12.** 곡선  $y = (x^2 1)(2x + 1)$  위의 점 (1, 0)에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?
  - ① 1
- ② 2
- 3 3
- **(4)** 4

(5) 5

[스스로 확인하기]

- **13.** 함수  $f(x) = -x^2 + 4x$ 에 대하여 닫힌구간 [0, 4]에 서 롤의 정리를 만족시키는 실수 c의 값을 구하면?
  - 1 1

- ② 2
- ③ 3
- **(4)** 4

**⑤** 5

[스스로 확인하기]

- **14.** 함수  $f(x)=x^3+ax^2-8x+1$  이  $1 \le x \le 2$ 에서 감소하기 위한 실수 a의 최댓값 M에 대하여  $x^3+Mx^2-8x+1$ 의 극솟값을 구하면?
- $\bigcirc$  -12
- (3) 13
- $\bigcirc$  -14
- $\bigcirc 5 15$

[스스로 확인하기]

- **15.** 함수  $f(x)=x^3+ax^2+24x+b$ 는 x=4에서 극솟값을 가지고, x=2에서 극댓값 25를 가진다. 이때 함수 f(x)의 극솟값을 구하면?
  - ① 21
- ② 22
- 3 23
- (4) 24
- (5) 25

[스스로 마무리하기]

- **16.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 실수 a의 값의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, M-m의 값을 구하면?
  - ① 2

② 3

- ③ 4
- **4**) 5
- (5) 6

[스스로 마무리하기]

- **17.** 함수  $f(x) = 2x^3 3x^2 12x 7$ 이  $x = \alpha$ ,  $x = \beta$ 에서 극값을 가질 때, 두 극점을 지나는 직선의 기울기를 구하면?
  - (1) 9
- 2 8
- (3) 7
- (4) -6
- (5) 5

[스스로 마무리하기]

- **18.** 함수  $f(x)=x^3+ax^2+3x+5$ 가 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수를 구하면?
  - ① 7
- ② 6
- ③ 5
- (4) 4
- **⑤** 3

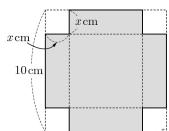
[스스로 마무리하기]

- **19.** 함수  $f(x) = x^3 ax^2 a^2x 3$ 이 -2 < x < 2에서 극댓값, x > 2에서 극솟값을 갖도록 하는 실수 a의 범위가  $\alpha < a < \beta$ 일 때  $\beta \alpha$ 의 값을 구하면?
  - 1 1
- ② 2
- 3 3
- **(4)** 4

(5) 5

[스스로 확인하기]

**20.** 한 변의 길이가 10cm인 정사각형 모양의 종이가 있다. 다음 그림과 같이 네 꼭짓점 주위에서 합동인 사각형을 잘라 내고 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 사각기둥 모양의 상자를 만들려고 할 때, 상자의 부피가 최대가 되도록 하는 x의 값을 구하면?



- ①  $\frac{1}{3}$
- ②  $\frac{2}{3}$

- 3 1
- $4\frac{4}{3}$
- $(5) \frac{5}{2}$

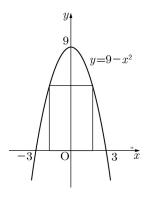
[스스로 확인하기]

- **21.** 닫힌구간 [0, 3]에서 함수  $f(x)=(x-2)^2(x-4)+a$ 의 최댓값이 5일 때, 양수 a의 값을 구하면?
  - 1 1

- ② 2
- ③ 3
- **4**
- (5) 5

[스스로 마무리하기]

**22.** 다음 그림과 같이 곡선  $y=9-x^2$ 과 x축으로 둘러싸인 도형에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?



- ①  $6\sqrt{3}$
- 2 10
- $310\sqrt{3}$
- (4)  $12\sqrt{3}$
- ⑤  $15\sqrt{3}$

[스스로 확인하기]

- **23.** 두 함수  $f(x)=x^3-3x^2+a$ ,  $g(x)=3x^2-9x$  에 대하여 닫힌구간  $[0,\ 2]$ 에서  $f(x)\geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?
  - ① 5
- ② 3
- 3 1
- **(4)** 0
- (5) -1

[스스로 마무리하기]

- **24.** 함수  $f(x)=x^3-6x^2+9x$ 에 대하여 방정식 f(x)=a가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하면?
  - $\bigcirc -4 < a < 0$
- $\bigcirc -4 < a < 4$
- ③ 0 < a < 4
- (4) -2 < a < 2
- (5) a > 4

[스스로 확인하기]

- **25.** 방정식  $2x^3 12x^2 + 18x 8 = 0$ 의 서로 다른 실근 의 개수를 구하면?
  - 1 1

 $\bigcirc 2$ 

3

**4** 

(5) 5

[스스로 확인하기]

- **26.** 함수  $f(x)=x^3+3x^2-24x+2$ 에 대하여 방정식 |f(x)|=k의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 k의 값의 합은?
  - 1) 80
- ③ 82
- **(4)** 83
- ⑤ 84

- [스스로 확인하기]
- **27.** 곡선  $y = x^3 2x^2 10x + a$ 와 직선  $y=4x^2+5x-a$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값의 곱을 구하면?
  - $\bigcirc -100$
- 2 200
- 3 300
- $\bigcirc 400$
- (5) 500

[스스로 마무리하기]

- **28.** 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서 의 위치가 각각  $f(t)=2t^2-2t$ ,  $g(t)=t^2-3t$  일 때, 두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 t의 값 의 범위를 구하면?
  - ①  $t > \frac{3}{2}$
- ②  $\frac{1}{2} < t < 2$
- ③  $0 < t < \frac{1}{2}$  ④ 0 < t < 1
- $\frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$

[스스로 마무리하기]

- **29.** 수평인 지면으로부터 15m 높이에서 40m/s의 속 도로 수직으로 위로 던져 올린 물체의 t초 후의 높 이 h m가  $h = 15 + 40t - 5t^2$ 이다. 이 물체가 최고 높 이에 도달했을 때 지면으로부터의 높이를 구하면?
  - ① 90
- ② 95
- 3 100
- (4) 105
- **⑤** 110

[스스로 확인하기]

- 30. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위 치 x가  $x=-t^3+3t^2$ 일 때, 점 P가 운동 방향을 바 꿀 때의 가속도는?
  - (1) 3
- $\bigcirc -4$
- (3) 5
- $\bigcirc 4 6$
- (5) 7

# **P**

#### 정답 및 해설

### 1) [정답] ④

[해설] f(1)=1+5+a=1그러므로 a=-5 $f'(x)=4x^3+10x$ 기울기 f'(1)=4+10=14=m그러므로 a+m=9

#### 2) [정답] ⑤

[해설] f(2)=5이므로  $f(2)=24-20+2a-7=2a-3=5, \ a=4$   $f(x)=3x^3-5x^2+4x-7$   $f'(x)=9x^2-10x+4$   $f'(2)=36-20+4=20, \ 그러므로 \ m=20$   $\therefore \ a+m=24$ 

### 3) [정답] ②

[해설]  $y'=3x^2-12x+17=3(x-2)^2+5$ 는 x=2일 때 최솟값 5를 갖는다. f(2)=8-24+34+9=27 이므로 구하는 것은 기울기가 5이고 (2, 27)을 지나는 직선의 방정식이다. 즉  $y-27=5(x-2),\ y=5x+17$ 이다.

#### 4) [정답] ①

[해설]  $f(x)=x^3-3x^2+4$   $f'(x)=3x^2-6x$ , f'(1)=-3  $g(x)=ax^2+bx$ , g'(x)=2ax+b두 접선이 수직이므로  $-3\times(2a+b)=-1$ , 그러므로 6a+3b=1

#### 5) [정답] ②

[해설]  $y' = 3x^2 + 2ax$ 이고 접선의 기울기가 -3이므로 3 + 2a = -3, a = -3 $y = x^3 + ax^2 + b$  가 (1, 2)를 지나므로 1 + a + b = 2, a + b = 1그러므로 b = 4 $\therefore a - b = -7$ 

#### 6) [정답] ②

### 7) [정답] ④

[해설]  $f(x)=x^3-x+1$ 이므로  $f'(x)=3x^2-1$ 접점을  $(t, t^3-t+1)$ 이라고 하면 접선의 기울기는  $3t^2-1$ 이다. 따라서 접선의 방정식은  $y-(t^3-t+1)=(3t^2-1)(x-t)$ ,  $y=(3t^2-1)x-2t^3+1$ 이며 이 접선이 (0,-1)을 지나므로  $-1=-2t^3+1$ ,  $t^3=1$ , t=1 따라서 접선의 방정식은 y=2x-1 이 방정식이 (k,31)을 지나므로 대입하면 2k-1=31, 그러므로 k=16

# 8) [정답] ②

[해설]  $f(x)=x^2-x$ , f'(x)=2x-1 접접을  $(t, t^2-t)$ 라고 하면 접선의 기울기는 2t-1 이므로 접선의 방정식은  $y-(t^2-t)=(2t-1)(x-t)$  이다. (1, -1)을 지나므로  $-1-(t^2-t)=(2t-1)(1-t)$ , 정리하면  $t^2-2t=0$  에서 t=0또는 t=2이다. 그러므로 접점은 (0, 0), (2, 2)이고, 구하는 삼각형의 넓이는 2이다.

### 9) [정답] ①, ⑤

[해설]  $f'(x)=3x^2-12$ 에 대하여 접점을  $(t, t^3-12t+3)$ 이라 하면  $f'(t)=3t^2-12=-9$   $t^2=1, t=\pm 1$  접점이 (1, -8)일 때 y=-9(x-1)-8, y=-9x+1 접점이 (-1, 14)일 때 y=-9(x+1)+14 y=-9x+5

### 10) [정답] ②

[해설]  $f(x)=ax^2+b$ ,  $g(x)=-x^3-x$ 가 (1,-2)에서 접하므로 f(1)=a+b=-2 f'(x)=2ax,  $g'(x)=-3x^2-1$  f'(1)=2a=g'(1)=-4, a=-2 그러므로 b=0 따라서 a-b=-2

#### 11) [정답] ③

[해설] f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)라 하면 f'(x) = (x-b)(x-c) + (x-a)(x-c) + (x-a)(x-b) 이고, f'(2) = 3이므로 (2-b)(2-c) + (2-a)(2-c) + (2-a)(2-b) = 3

### 12) [정답] ③

[해설]  $y'=2x(2x+1)+2(x^2-1)$ 그러므로 x=1에서의 접선의 기울기가 6이고 접선의 방정식은 y=6x-6이다. x절편이 1, y절편이 -6 이므로 삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3$  이다.

#### 13) [정답] ②

[해설] 
$$f'(x) = -2x+4$$
  
 $-2c+4=0$   
그러므로  $c=2$ 

# 14) [정답] ①

[해설] 도함수 
$$f'(x)=3x^2+2ax-8$$
가  $1 \le x \le 2$ 에서 감소하려면  $f'(1) \le 0$ ,  $f'(2) \le 0$ 이어야 한다.  $f'(1)=3+2a-8 \le 0$ ,  $a \le \frac{5}{2}$   $f'(2)=12+4a-8 \le 0$ ,  $a \le -1$  그러므로  $a \le -1$ ,  $a$ 의 최댓값은  $-1$ 이다. 또한  $a=-1$ 일 때  $f'(x)=3x^2-2x-8$ 이고, 도함수가 0일 때의 근은  $x=-\frac{4}{3}$ ,  $2$  이므로  $f(x)$ 는  $x=2$ 일 때 극솟값  $-11$ 을 갖는다.

# 15) [정답] ①

[해설] 
$$f'(x)=3x^2+2ax+24$$
  
 $f(x)$ 는  $x=4$ ,  $x=2$ 에서 극소, 극대 이므로  
 $f'(x)=3(x-2)(x-4)=3x^2-18x+24$  에서  
 $a=-9$ , 또한  
 $f(2)=25$ 이므로  $f(2)=8-36+48+b=25$   
이므로  $b=5$   
따라서 극솟값은  $f(4)=21$  이다.

# 16) [정답] ⑤

[해설] 
$$f(x)=-x^3+ax^2+2ax$$
가 실수 전체의 집합에서 감소하려면  $f'(x)$ 가 항상  $0$ 이하여야 한다. 
$$f'(x)=-3x^2+2ax+2a\leq 0 \text{ 에서}$$
 
$$3x^2-2ax-2a\geq 0,$$
 
$$\frac{D}{4}=a^2+6a\leq 0,$$
 
$$a(a+6)\leq 0, \quad -6\leq a\leq 0$$
 그러므로 구하는 값은  $0-(-6)=6$  이다.

#### 17) [정답] ①

[해설] 
$$f(x)=2x^3-3x^2-12x-7$$
의 도함수를 구하면 
$$f'(x)=6x^2-6x-12=6(x+1)(x-2) \ \text{이므로}$$
  $x=-1$ 일 때  $f(-1)=0$  가 극댓값  $x=2$ 일 때  $f(2)=-27$  이 극솟값이다. 따라서  $(-1,\ 0),\ (2,\ -27)$ 의 기울기를 구하면 
$$\frac{-27}{2+1}=-9 \ \text{이다}.$$

### 18) [정답] ①

[해설] 
$$f(x)=x^3+ax^2+3x+5$$
에서 
$$f'(x)=3x^2+2ax+3 \ \, 이고$$
 함수  $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 
$$f'(x)=0$$
이 중근 또는 허근을 가져야 하므로

판별식을 
$$D$$
라 하면 
$$\frac{D}{4}=a^2-9\leq 0,$$
 
$$(a+3)(a-3)\leq 0,\ -3\leq a\leq 3 \ \text{에서}$$
 정수  $a$ 는  $7$ 개이다.

# 19) [정답] ④

[해설] 
$$f'(x)=3x^2-2ax-a^2$$
 에 대하여  $f(x)$ 가  $-2 < x < 2$ 에서 극댓값,  $x>2$ 에서 극솟값을 가지려면  $f'(-2)=12+4a-a^2>0$   $a^2-4a-12<0$   $(a-6)(a+2)<0$ ,  $-2 < a < 6$   $f'(2)=12-4a-a^2<0$   $a^2+4a-12>0$   $a^2+4a-12>0$ 

#### 20) [정답] ⑤

[해설] 상자의 밑면은 한 변의 길이가 
$$(10-2x)$$
 cm인 정사각형이고 높이가  $xcm$ 인 사각기둥이므로 상자의 부피를  $V(x)$  cm³라 하면 
$$V(x)=(10-2x)^2\times x$$
 
$$=x(100-40x+4x^2)=4x^3-40x^2+100x$$
 
$$V'(x)=12x^2-80x+100$$
 
$$=4(3x^2-20x+25)=4(3x-5)(x-5)$$
 따라서  $x=\frac{5}{3}$ 일 때 상자의 부피가 최대이다.

# 21) [정답] ⑤

[해설] 
$$f'(x) = 2(x-2)(x-4) + (x-2)^2$$
  $= (x-2)(3x-10)$  이므로  $f(x) = (x-2)^2(x-4) + a$ 는  $x = 2$ 일 때 극댓값  $a$ 를 갖고,  $f(0) = a - 16$ ,  $f(3) = a - 1$  이므로 최대, 최소 정리에 의하여 닫힌구간  $[0, 3]$ 에서  $f(x)$ 의 최댓값은  $a$ 이다. 따라서  $a = 5$ 

# 22) [정답] ④

#### 23) [정답] ④

[해설] 
$$F(x)=f(x)-g(x)$$
라 하면 
$$F(x)=x^3-6x^2+9x+a$$
 
$$F'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$$

F(0)=a, F(1)=a+4, F(2)=a+2 중 최솟값이 a인데  $a\geq 0$ 이므로 실수 a의 최솟값은 0이다.

# 24) [정답] ③

[해설] 
$$g(x)=x^3-6x^2+9x-a$$
라 하면 
$$g'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$$
 
$$g(1)=4-a,\ g(3)=-a$$
 
$$(4-a)\times -a<0,\ a(a-4)<0$$
  $0$ 

# 25) [정답] ②

[해설] 
$$f(x)=2x^3-12x^2+18x-8$$
  
 $f'(x)=6x^2-24x+18=6(x-1)(x-3)$   
 $f(1)=2-12+18-8=0$   
 $f(3)=54-108+54-8=-8$   
 $f(1)f(3)=0$ 이므로 실근의 개수는 2이다.

#### 26) [정답] ③

[해설] 
$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 24 = 3(x-2)(x+4)$$
  
  $f(2) = -26$ ,  $f(-4) = 82$   
 그러므로  $k = 0$ , 82  
 따라서 구하는 값은 82이다.

# 27) [정답] ②

[해설] 
$$x^3 - 2x^2 - 10x + a = 4x^2 + 5x - a$$
  $x^3 - 6x^2 - 15x + 2a = 0$   $-x^3 + 6x^2 + 15x = 2a$  에서  $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x$  라 하면  $f'(x) = -3x^2 + 12x + 15 = -3(x+1)(x-5)$ ,  $y = f(x)$ 와  $y = 2a$ 가 서로 다른 두 점에서 만나려면  $f(x)$ 의 극점에서 만나야 하므로  $f(-1) = -8$ ,  $f(5) = 100$  에서  $2a = -8$  또는  $2a = 100$   $a = -4$  또는  $a = 50$ , 따라서 구하는 값은  $-200$ 이다.

# 28) [정답] ⑤

[해설] 두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이므로 속도의 곱이 
$$0$$
보다 작아야 한다. 
$$f(t) = 2t^2 - 2t, \ f'(t) = 4t - 2$$
 
$$g(t) = t^2 - 3t, \ g'(t) = 2t - 3 \ \text{에서}$$
 
$$(4t - 2)(2t - 3) < 0,$$
 그러므로  $\frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$ 

# 29) [정답] ②

[해설] 물체가 최고 높이에 도달하는 시간은 
$$V=0$$
일 때이다. 따라서  $V=40-10t$  이므로  $40-10t=0$ 에서  $t=4$  따라서  $4$ 초일 때 물체의 높이가 최고점이므로  $h=15+160-80=95m$ 

# 30) [정답] ④

[해설] 점 P가 운동방향을 바꿀 때에는 속도 v가 0이 될 때이다. 즉  $v=-3t^2+6t$  에서  $-3t^2+6t=0$ ,  $t^2-2t=0$ , t(t-2)=0 이므로 t=2일 때의 가속도를 구하면 된다. 가속도는 a=-6t+6 이므로 구하는 값은 -12+6=-6