



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

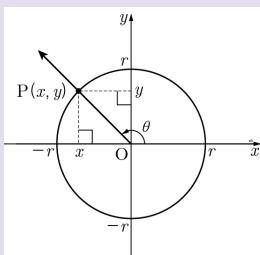
cscθ, secθ, cotθ의 정의

각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원의 교점을 P(x, y)라 할 때

(1) $\csc\theta = \frac{r}{y} \quad (y \neq 0)$

(2) $\sec\theta = \frac{r}{x} \quad (x \neq 0)$

(3) $\cot\theta = \frac{x}{y} \quad (y \neq 0)$



■ 각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 P(-1, -3)일 때, 다음 값을 구하여라.

1. $\csc\theta$

2. $\sec\theta$

3. $\cot\theta$

■ 각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 P(15, -8)일 때, 다음 값을 구하여라.

4. $\csc\theta$

5. $\sec\theta$

6. $\cot\theta$

■ 각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 P(2, -5)일 때, 다음 값을 구하여라.

7. $\csc\theta$

8. $\sec\theta$

9. $\cot\theta$

■ 각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 P(-√3, 1)일 때, 다음 값을 구하여라.

10. $\csc\theta$

11. $\sec\theta$

12. $\cot\theta$

■ 각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 P(3, 4)일 때, 다음 값을 구하여라.

13. $\csc\theta$

14. $\sec\theta$

15. $\cot\theta$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 답하여라.

16. 원점 O와 점 $P(2, -3)$ 을 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\sec\theta\csc\theta$ 의 값

17. 원점 O와 점 $P(-5, 12)$ 을 지나는 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라 할 때, $\sin\theta\sec\theta$ 의 값

18. 원점 O와 점 $P(-3, -4)$ 를 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\sec\theta - \csc\theta$ 의 값

19. 각 θ 를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하는 원의 교점이 $P(12, -5)$ 일 때, $\sec\theta - \tan\theta$ 의 값

20. 원점 O와 점 $P(-4, 3)$ 에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $8\sec\theta + 6\csc\theta$ 의 값

21. 원점 O와 점 $P(-5, 12)$ 를 지나는 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라고 할 때, $10\sec\theta + 24\csc\theta + 12\cot\theta$ 의 값

■ 다음 삼각함수의 값을 구하여라.

22. $\cot\frac{\pi}{3}$

23. $\sec\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

24. $\csc\frac{\pi}{6}$

25. $\cot\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

26. $\sec\frac{\pi}{4}$

27. $\sec\frac{7}{12}\pi$

28. $\csc\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

29. $\sec\frac{2}{3}\pi$

30. $\csc 300^\circ$

■ 다음 값을 구하여라.

31. $\csc\left(-\frac{5}{6}\pi\right) + \sec\left(-\frac{5}{6}\pi\right)$

32. $\csc\frac{\pi}{3} - \cos\frac{3}{4}\pi + 2\tan\left(-\frac{7}{6}\pi\right)$

33. $\tan\left(-\frac{5}{4}\pi\right) + \sec\left(-\frac{5}{4}\pi\right)$

34. $\left(2\sin\frac{5}{6}\pi + \tan\frac{5}{4}\pi\right)\left(\sec\frac{\pi}{6} - \cot\frac{2}{3}\pi\right)$

35. $\sin\left(-\frac{13}{6}\pi\right)\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \csc 300^\circ \tan 210^\circ$

02 삼각함수 사이의 관계

(1) $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

(2) $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

(3) $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

(4) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(5) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

(6) $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

■ 다음 식의 값을 구하여라.

36. $(1 + \cot^2\theta)(1 - \cos^2\theta)$

37. $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \csc\theta)$

38. $\frac{\cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$

39. $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$

40. $(\sin\theta + \csc\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 - (\tan\theta - \cot\theta)^2$

■ 다음 삼각함수 식을 간단히 하여라.

41. $\frac{\tan\theta}{\sec\theta - 1} - \frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1}$

42. $\frac{\tan\theta}{\sec\theta} - \frac{1 + 2\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta}$

43. $\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$

44. $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

45. $\frac{1}{1+\sin\theta} + \frac{1}{1-\sin\theta}$

46. $\frac{\cos\theta}{\csc\theta + \cot\theta} + \frac{\cos\theta}{\csc\theta - \cot\theta}$

47. $(\sin\theta + \sec\theta)^2 - (\tan\theta + 1)^2$

■ 다음 조건을 만족하는 각 θ 는 제 몇 사분면의 각인지 말하여라.

48. $\csc\theta + \sec\theta < 0$, $\csc\theta\sec\theta > 0$

49. $\sec\theta < 0$, $\cot\theta < 0$

50. $\csc\theta > 0$, $\sec\theta > 0$

51. $\cot\theta\sec\theta < 0$, $\csc\theta\sec\theta < 0$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

52. θ 가 제 2사분면의 각이고 $\tan\theta = -2$ 일 때, $\sec\theta$ 의 값

53. $\tan\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\sec^2\theta + \csc^2\theta - \frac{1}{9}$ 의 값

54. θ 가 제3사분면의 각이고 $\sec\theta = -\frac{5}{3}$ 일 때, $\cot\theta$ 의 값

55. θ 가 제3사분면의 각이고 $\tan\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin\theta\sec\theta$ 의 값

56. 각 θ 에 대하여 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\tan\theta + \cot\theta$ 의 값

57. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\csc\theta + \sec\theta$ 의 값

58. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 각 θ 에 대하여 $\cot\theta = \frac{5}{12}$ 일 때,
 $\sin\theta - \cos\theta$ 의 값

59. 제1사분면의 각 θ 에 대하여 $\tan\theta + \cot\theta = 4$ 일 때,
 $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값

60. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 이고, $\sin\theta = -\frac{5}{6}$ 일 때,
 $\sqrt{11}\sec\theta + 5\csc\theta$ 의 값

61. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이고, $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $\sec\theta + \tan\theta$ 의 값

62. $\sin\theta\cos\theta > 0$, $\sec\theta\tan\theta < 0$ 이고, $\tan\theta = \frac{1}{2}$ 일 때,
 $\csc\theta$ 의 값

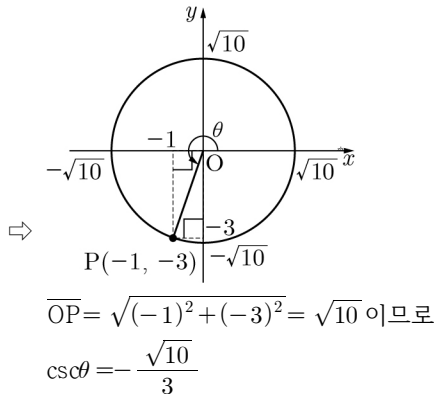
63. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{7}{5}$ 일 때, $\tan\theta + \cot\theta$ 의 값

64. 각 θ 가 제4사분면의 각이고, $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,
 $\frac{1}{1-\sec\theta} + \frac{1}{1+\cot\theta}$ 의 값



정답 및 해설

1) $-\frac{\sqrt{10}}{3}$



2) $-\sqrt{10}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$
 $\sec \theta = -\sqrt{10}$

3) $\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \text{ 이므로 } \cot \theta = \frac{1}{3}$

4) $-\frac{17}{8}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{15^2 + (-8)^2} = 17 \text{ 이므로 } \csc \theta = \frac{17}{-8} = -\frac{17}{8}$

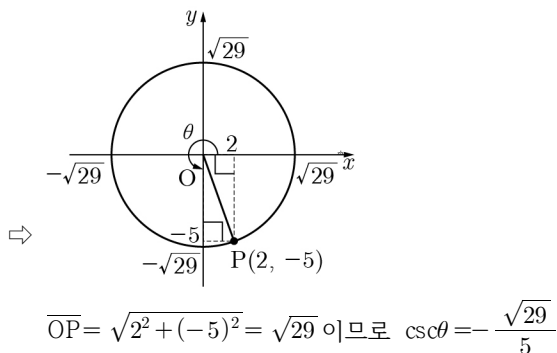
5) $\frac{17}{15}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{15^2 + (-8)^2} = 17 \text{ 이므로 } \sec \theta = \frac{17}{15}$

6) $-\frac{15}{8}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{15^2 + (-8)^2} = 17 \text{ 이므로 } \cot \theta = \frac{15}{-8} = -\frac{15}{8}$

7) $-\frac{\sqrt{29}}{5}$



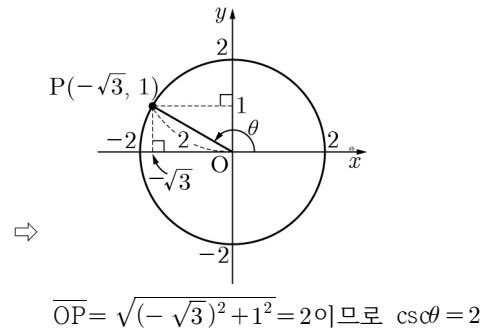
8) $\frac{\sqrt{29}}{2}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29} \text{ 이므로 } \sec \theta = \frac{\sqrt{29}}{2}$

9) $-\frac{2}{5}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29} \text{ 이므로 } \cot \theta = -\frac{2}{5}$

10) 2



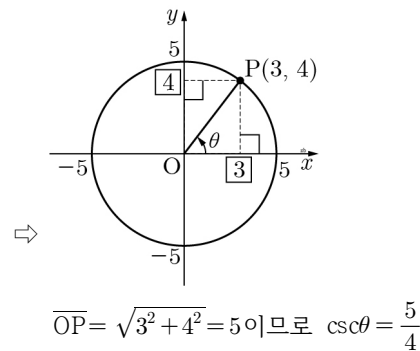
11) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{ 이므로 } \sec \theta = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12) $-\sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{ 이므로 } \cot \theta = -\sqrt{3}$

13) $\frac{5}{4}$



14) $\frac{5}{3}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ 이므로 } \sec \theta = \frac{5}{3}$

15) $\frac{3}{4}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ 이므로 } \cot \theta = \frac{3}{4}$

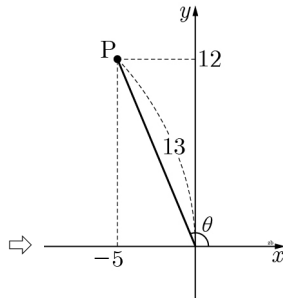
16) $-\frac{13}{6}$

$\Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{4^2 + 9} = \sqrt{13} \text{ 이므로}$

$$\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}, \sin \theta = \frac{-3}{\sqrt{13}} \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sec \theta \csc \theta &= \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} \\ &= \frac{\sqrt{13}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{13}}{3} \right) = -\frac{13}{6} \end{aligned}$$

$$17) -\frac{12}{5}$$



$$\overline{PO} = 13, \sin \theta = \frac{12}{13}, \cos \theta = -\frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin \theta \times \sec \theta = \frac{12}{13} \times \left(-\frac{13}{5} \right) = -\frac{12}{5}$$

$$18) -\frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = -\frac{4}{5}, \cos \theta = -\frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$\csc \theta = -\frac{5}{4}, \sec \theta = -\frac{5}{3} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \sec \theta - \csc \theta = \frac{5}{4} - \frac{5}{3} = -\frac{5}{12} \text{ 이다.}$$

$$19) \frac{3}{2}$$

$\Rightarrow \overline{OP} = 13$ 이고 점 P는 제4사분면위의 점이므로

$$\sin \theta = -\frac{5}{13}, \cos \theta = \frac{12}{13}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sec \theta - \tan \theta &= \frac{1}{\cos \theta} - \left(-\frac{5}{12} \right) = \frac{13}{12} + \frac{5}{12} \\ &= \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$20) 0$$

$\Rightarrow \overline{OP} = 5$ 이므로

$$\begin{aligned} 8\sec \theta + 6\csc \theta &= 8 \times \frac{1}{\cos \theta} + 6 \times \frac{1}{\sin \theta} \\ &= 8 \times \left(-\frac{5}{4} \right) + 6 \times \frac{5}{3} = -10 + 10 = 0 \end{aligned}$$

$$21) -5$$

\Rightarrow 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라 하고, 점 P는 제2사분면 위에 있으므로

$$\cos \theta = -\frac{5}{13}, \sin \theta = \frac{12}{13}, \tan \theta = -\frac{12}{5}$$

$$\therefore 10\sec \theta + 24\csc \theta + 12\cot \theta = \frac{10}{\cos \theta} + \frac{24}{\sin \theta} + \frac{12}{\tan \theta}$$

$$\begin{aligned} &= 10 \times \left(-\frac{13}{5} \right) + 24 \times \left(\frac{13}{12} \right) + 12 \times \left(-\frac{5}{12} \right) \\ &= -26 + 26 - 5 = -5 \end{aligned}$$

$$22) \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \cot \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\tan \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$23) \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \sec \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$24) 2$$

$$\Rightarrow \csc \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = 2$$

$$25) -1$$

$$\Rightarrow \cot \left(-\frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\tan \left(-\frac{\pi}{4} \right)} = \frac{1}{-\tan \frac{\pi}{4}} = -1$$

$$26) \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

$$27) -\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \sec \frac{7}{12}\pi = \frac{1}{\cos \frac{7}{12}\pi} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{7}{12}\pi &= \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{4} \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \sec \frac{7}{12}\pi &= \frac{1}{\cos \frac{7}{12}\pi} = \frac{4}{\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{4(1 + \sqrt{3})}{\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{4(1 + \sqrt{3})}{\sqrt{2} \cdot (-2)} \\ &= -\sqrt{2}(1 + \sqrt{3}) = -\sqrt{2} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$28) -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \csc \left(-\frac{\pi}{3} \right) &= \frac{1}{\sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)} = \frac{1}{-\sin \frac{\pi}{3}} \\ &= -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

29) -2

$$\Rightarrow \sec \frac{2}{3}\pi = \frac{1}{\cos \frac{2}{3}\pi} = -2$$

30) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \csc 300^\circ &= \frac{1}{\sin 300^\circ} = \frac{1}{\sin(360^\circ - 60^\circ)} \\ &= -\frac{1}{\sin 60^\circ} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

31) $\frac{-6-2\sqrt{3}}{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \csc \theta &= \frac{1}{\sin \theta} \text{이고 } \sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right) = -\sin \frac{5}{6}\pi = -\frac{1}{2} \text{이므로} \\ \csc\left(-\frac{5}{6}\pi\right) &= -2 \\ \sec \theta &= \frac{1}{\cos \theta} \text{이고 } \cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right) = \cos \frac{5}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{이므로} \\ \sec\left(-\frac{5}{6}\pi\right) &= -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \therefore \csc\left(-\frac{5}{6}\pi\right) + \sec\left(-\frac{5}{6}\pi\right) &= -2 - \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

32) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \csc \frac{\pi}{3} &= \frac{1}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \cos \frac{3}{4}\pi &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan\left(-\frac{7}{6}\pi\right) &= \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ (\text{주어진 값}) &= \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

33) $1 - \sqrt{2}$

34) $2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \left(2\sin \frac{5}{6}\pi + \tan \frac{5}{4}\pi\right) \left(\sec \frac{\pi}{6} - \cot \frac{2}{3}\pi\right) \\ = \left\{2\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right\} \left\{\sec \frac{\pi}{6} - \cot\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right\} \\ = (1+1) \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

35) $-\frac{5}{12}$

36) 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow (1 + \cot^2 \theta)(1 - \cos^2 \theta) &= \csc^2 \theta \times \sin^2 \theta \\ &= \frac{1}{\sin^2 \theta} \times \sin^2 \theta = 1\end{aligned}$$

37) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow (1 + \tan \theta + \sec \theta)(1 + \cot \theta - \csc \theta) \\ = \left(1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right) \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{1}{\sin \theta}\right) \\ = 1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 1 - \frac{1}{\cos \theta} \\ + \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} \\ = 2 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} \\ = 2 + \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 1}{\cos \theta \sin \theta} = 2\end{aligned}$$

38) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sec \theta - \tan \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta} \\ = \frac{\cos \theta (\sec \theta + \tan \theta) + \cos \theta (\sec \theta - \tan \theta)}{(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta)} \\ = \frac{2\cos \theta \sec \theta}{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta} = 2\end{aligned}$$

39) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 \\ = 1 + 2\cos \theta \sin \theta + 1 - 2\cos \theta \sin \theta = 2\end{aligned}$$

40) 9

$$\begin{aligned}\Rightarrow (\sin \theta + \csc \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 - (\tan \theta - \cot \theta)^2 \\ = \left(\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta}\right)^2 + \left(\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta}\right)^2 - \left(\tan \theta - \frac{1}{\tan \theta}\right)^2 \\ = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 + 2 + \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} - \left(\tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) + 2 \\ = 1 + 6 + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\ = 7 + \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\ = 7 + 1 + 1 = 9\end{aligned}$$

41) $2\cot \theta$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} - \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1} \\ = \frac{\tan \theta (\sec \theta + 1) - \tan \theta (\sec \theta - 1)}{(\sec \theta - 1)(\sec \theta + 1)} \\ = \frac{2\tan \theta}{\sec^2 \theta - 1} = \frac{2\tan \theta}{\tan^2 \theta} = \frac{2}{\tan \theta} = 2\cot \theta\end{aligned}$$

42) $-\cos \theta$

43) $2\sec \theta$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} \\ = \frac{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} = \frac{2(1 + \sin \theta)}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} = 2\sec \theta\end{aligned}$$

44) $2\csc \theta$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \sin\theta \left(\frac{2}{1-\cos^2\theta} \right) = \frac{2}{\sin\theta}$$

45) $2\sec^2\theta$

$$\begin{aligned}\Rightarrow & \frac{1}{1+\sin\theta} + \frac{1}{1-\sin\theta} \\ &= \frac{(1-\sin\theta) + (1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)} \\ &= \frac{2}{1-\sin^2\theta} = \frac{2}{\cos^2\theta} = 2\sec^2\theta\end{aligned}$$

46) $2\cot\theta$ 47) $\sin^2\theta$

$$\begin{aligned}\Rightarrow & (\sin\theta + \sec\theta)^2 - (\tan\theta + 1)^2 \\ &= \sin^2\theta + 2\tan\theta + \sec^2\theta - \tan^2\theta - 2\tan\theta - 1 \\ &= \sin^2\theta + (\sec^2\theta - \tan^2\theta) - 1 \\ &= \sin^2\theta + 1 - 1 = \sin^2\theta\end{aligned}$$

48) 제 3사분면

$\Rightarrow \csc\theta\sec\theta > 0$ 에서 $\csc\theta$ 와 $\sec\theta$ 의 부호가 같고,
 $\cos\theta + \sec\theta < 0$ 이므로 $\csc\theta$ 와 $\sec\theta$ 의 부호가 모두 음수인 것을 알 수 있다.
 즉, $\csc\theta < 0$, $\sec\theta < 0$ 에서 $\sin\theta < 0$, $\cos\theta < 0$ 이므로 조건을 만족하는 각 θ 는 제 3사분면의 각이다.

49) 제 2사분면

$\sin \oplus$	y	$\sin \oplus$
$\cos \ominus$		$\cos \oplus$
$\tan \ominus$		$\tan \oplus$
제 2사분면		제 1사분면
제 3사분면	O	제 4사분면
$\sin \ominus$		$\sin \ominus$
$\cos \ominus$		$\cos \oplus$
$\tan \oplus$		$\tan \ominus$

 \Rightarrow

$\sec\theta < 0$, $\cot\theta < 0$ 에서 $\cos\theta < 0$, $\tan\theta < 0$ 이므로 조건을 만족하는 각 θ 는 제 2사분면의 각이다.

50) 제 1사분면

$\Rightarrow \csc\theta > 0$, $\sec\theta > 0$ 에서 $\sin\theta > 0$, $\cos\theta > 0$ 이므로 조건을 만족하는 각 θ 는 제 1사분면의 각이다.

51) 제 4사분면

$\Rightarrow \cot\theta\sec\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \csc\theta < 0$ 이고
 $\csc\theta\sec\theta < 0$ 이므로 $\sec\theta > 0$ 인 것을 알 수 있다.
 여기에서 $\sin\theta < 0$, $\cos\theta > 0$ 이므로 조건을 만족하는 각 θ 는 제 4사분면의 각이다.

52) $-\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow & 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \text{ 이므로} \\ & 1 + (-2)^2 = \sec^2\theta \therefore \sec^2\theta = 5 \\ & \text{이때 } \theta \text{ 가 제 2사분면의 각이므로 } \sec\theta < 0 \\ & \therefore \sec\theta = -\sqrt{5}\end{aligned}$$

53) 11

$$\Rightarrow \tan\theta = -\frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\sec^2\theta + \csc^2\theta - \frac{1}{9} &= 1 + \tan^2\theta + 1 + \cot^2\theta - \frac{1}{9} \\ &= 2 + \frac{1}{9} + 9 - \frac{1}{9} = 11\end{aligned}$$

54) $\frac{3}{4}$ $\Rightarrow \theta$ 가 제 3사분면의 각이므로

$$\sec\theta = -\frac{5}{3} \text{ 이면 } \cos\theta = -\frac{3}{5} \text{ 이고, } \sin\theta = -\frac{4}{5},$$

$$\tan\theta = \frac{4}{3} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{3}{4} \text{ 이다.}$$

55) $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \sin\theta\sec\theta = \sin\theta \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{1}{2}$$

56) -3

$$\begin{aligned}\Rightarrow & \tan\theta + \cot\theta \\ &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} \text{ 이고,} \\ & (\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3} \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

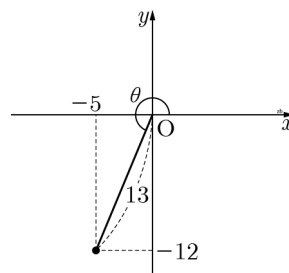
$$\text{따라서 구하는 값은 } \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3 \text{ 이다.}$$

57) $2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow & \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = \sqrt{2} \\ & \csc\theta + \sec\theta = \frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\sin\theta\cos\theta} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

58) $-\frac{7}{13}$

$$\Rightarrow \cot\theta = \frac{5}{12}, \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} = \frac{12}{5}$$



$$\sin\theta = -\frac{12}{13}, \cos\theta = -\frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin\theta - \cos\theta = -\frac{12}{13} + \frac{5}{13} = -\frac{7}{13}$$

$$59) \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 4$$

$$\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta \sin\theta} = 4$$

$$\cos\theta \sin\theta = \frac{1}{4}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\cos\theta \sin\theta = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$60) -12$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin\theta = -\frac{5}{6} \text{ 이므로}$$

$$\frac{25}{36} + \cos^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta = \frac{11}{36}$$

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{11}}{6} (\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi \text{ 이므로})$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = -\frac{6}{\sqrt{11}}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = -\frac{6}{5}$$

$$\therefore \sqrt{11} \sec\theta + 5\csc\theta = -6 - 6 = -12$$

$$61) -3$$

$$62) -\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{2} > 0 \text{ 이므로 문제 조건에 따라}$$

$$\sec\theta < 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \cos\theta < 0 \text{ 이고, 문제 조건에 따라 } \sin\theta < 0$$

$$\text{이다.}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2\sin\theta = \cos\theta$$

$$\text{이때 } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ 이므로}$$

$$\cos\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \csc\theta = -\sqrt{5}$$

$$63) \frac{25}{12}$$

$$\Rightarrow \sin\theta + \cos\theta = \frac{7}{5}$$

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta + \cos^2\theta = \frac{49}{25}$$

$$2\sin\theta \cos\theta = \frac{24}{25}$$

$$\sin\theta \cos\theta = \frac{12}{25}$$

$$\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta \sin\theta} = \frac{1}{\cos\theta \sin\theta} = \frac{25}{12}$$

$$64) -7$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{4}{5} \text{ 이고 } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ 이므로}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\sin\theta = -\frac{3}{5} (\because \theta \text{는 제4사분면의 각, } \sin\theta < 0)$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{1 - \sec\theta} + \frac{1}{1 + \cot\theta} = \frac{1}{1 - \frac{5}{4}} + \frac{1}{1 - \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{1}{-\frac{1}{4}} + \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -4 - 3 = -7$$