



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

원이 되기 위한 조건

1. 방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 이 나타내는 도형이 원이 되기 위한 조건: 방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 꼴로 변형한 후 $r^2 > 0$ 임을 이용한다. $\Rightarrow A^2 + B^2 - 4C > 0$ ■ 다음 방정식이 원을 나타낼 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

1. $x^2 + y^2 + 2ay + 2a^2 - 9 = 0$

2. $x^2 + y^2 + 2x - 2y - a = 0$

3. $x^2 + y^2 - 4x + 2ay + 7 = 0$

4. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + a - 1 = 0$

5. $x^2 + y^2 + 6x - 2y + a = 0$

6. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + a = 0$

7. $x^2 + y^2 + 4x + a - 3 = 0$

8. $x^2 + y^2 + 8y + 3a + 1 = 0$

9. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - a + 2 = 0$

10. $x^2 + y^2 + 2x - y + a + 1 = 0$

11. $x^2 + y^2 - 2y + a - 2 = 0$

12. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + a + 9 = 0$

13. $x^2 + y^2 + 2x + 3 - a = 0$

14. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + a = 0$

15. $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + 8 = 0$

02 세 점을 지나는 원의 방정식

세 점을 지나는 원의 방정식은 다음의 순서로 구한다.

- ❶ 구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓는다.
- ❷ 주어진 세 점의 좌표를 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 에 대입하여 세 개의 방정식을 구한다.
- ❸ 세 방정식을 연립하여 상수 A, B, C 의 값을 구한다.

■ 다음 세 점 A, B, C를 지나는 원의 방정식을 구하여라.

16. $A(0, 0), B(-1, 1), C(4, 0)$

17. $A(-1, 0), B(0, 2), C(2, 1)$

18. $A(3, 0), B(-3, 2), C(1, 4)$

19. $A(1, -2), B(2, -1), C(4, -3)$

20. $A(1, 0), B(0, 1), C(-1, 4)$

21. $A(0, 0), B(5, 0), C(0, -4)$

22. $A(1, 2), B(2, 1), C(3, 1)$

23. $A(2, 3), B(-3, -2), C(6, 1)$

24. $A(3, 4), B(2, -1), C(-3, 0)$

25. $A(1, 5), B(-2, -4), C(5, 3)$

26. $A(0, 0), B(1, -1), C(3, 1)$

■ 다음 세 점 A, B, C에 대하여 삼각형 ABC의 외접원의 넓이를 구하여라.

27. $A(-2, 5), B(4, 3), C(0, 1)$

28. $A(2, 0), B(-1, -3), C(2, 2)$

29. $A(0, 0), B(2, 0), C(0, 3)$

30. $A(0, 0), B(0, 1), C(2, 0)$

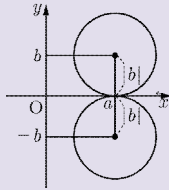
31. $A(0, 2), B(1, 1), C(-3, -1)$

03

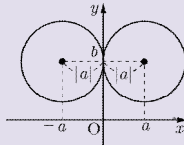
좌표축에 접하는 원의 방정식

1. 중심이 (a, b) 이고, x 축 또는 y 축에 접하는 원의 방정식

(1) x 축에 접하는 원의 방정식: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$



(2) y 축에 접하는 원의 방정식: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2$



2. x 축, y 축에 동시에 접하고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식

(1) 중심이 제 1사분면에 있으면

$$\Rightarrow (x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$$

(2) 중심이 제 2사분면에 있으면

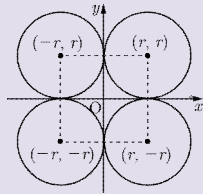
$$\Rightarrow (x+r)^2 + (y-r)^2 = r^2$$

(3) 중심이 제 3사분면에 있으면

$$\Rightarrow (x+r)^2 + (y+r)^2 = r^2$$

(4) 중심이 제 4사분면에 있으면

$$\Rightarrow (x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$$



(참고) (반지름의 길이) = |중심의 x 좌표| = |중심의 y 좌표|

■ 다음 주어진 점을 중심으로 하고 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

32. 점 $(-5, 2)$

33. 점 $(3, 2)$

34. 점 $(-4, -2)$

35. 점 $(-3, 2)$

■ 다음 주어진 점을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

36. 점 $(-4, 5)$

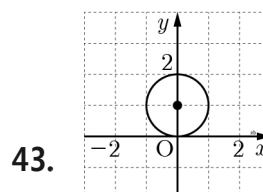
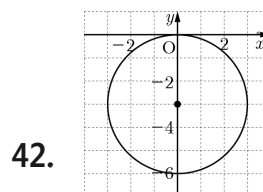
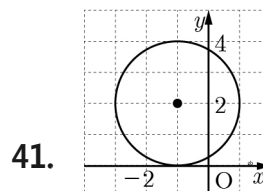
37. 점 $(-2, 1)$

38. 점 $(1, -1)$

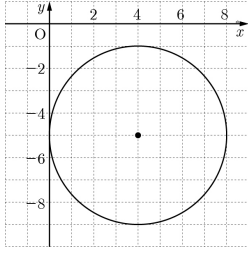
39. 점 $(3, -2)$

40. 점 $(-1, 3)$

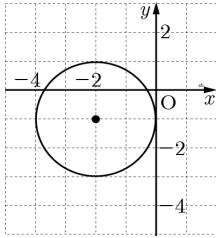
■ 다음 그림을 보고 원의 방정식을 구하여라.



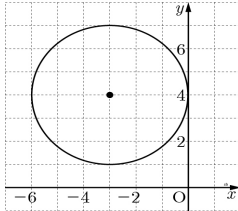
44.



45.



46.



▣ 다음 주어진 점을 지나고 x 축과 y 축을 동시에 접하는 두 원의 넓이의 합을 구하여라.

47. 점 $(3, -2)$ 48. 점 $(-2, 1)$ 49. 점 $(2, 3)$ 50. 점 $(1, 2)$

▣ 다음의 원과 중심이 같고, 주어진 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

51. $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 10$, x 축

52. $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 3 = 0$, x 축

53. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$, x 축

54. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$, x 축

55. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$, y 축

56. $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$, y 축

57. $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$, y 축

■ 다음 원이 x 축과 y 축에 동시에 접할 때, 양수 a, b 의 값을 구하여라.

58. $x^2 + y^2 + 4x - 4ay + 12 - b = 0$

59. $x^2 + y^2 + 6x - 2ay + 20 - b = 0$

60. $x^2 + y^2 - 4x + 4ay + 12 - b = 0$

61. $x^2 + y^2 + 2ax - 6y + 13 - b = 0$

62. $x^2 + y^2 - 6x + 2ay + 10 - b = 0$

63. $x^2 + y^2 + 8x + 4ay + 23 - b = 0$

■ 다음을 구하여라.

64. 원 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + k^2 + 7 = 0$ 이 x 축에 접할 때, 양수 k 의 값

65. 원 $x^2 + y^2 + kx + 4y + 9 = 0$ 이 x 축에 접할 때, 양수 k 의 값

66. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 - k^2 = 0$ 이 x 축에 접할 때, 양수 k 의 값

67. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 - k^2 = 0$ 이 x 축에 접할 때, 양수 k 의 값

68. 원 $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 - k^2 = 0$ 이 y 축에 접할 때, 양수 k 의 값

69. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 4ky + 8 = 0$ 이 y 축에 접할 때, 양수 k 의 값

70. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + k^2 = 0$ 이 y 축에 접할 때, 양수 k 의 값

71. 원 $x^2 + 6x + y^2 + 2y + 10 - k^2 = 0$ 이 y 축에 접할 때, 양수 k 의 값

72. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + k = 0$ 이 y 축에 접할 때, 양수 k 의 값



정답 및 해설

1) $-3 < a < 3$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2ay + 2a^2 - 9 = 0$ 에서

$x^2 + (y+a)^2 = 9 - a^2$

이 방정식이 원을 나타내려면 $9 - a^2 > 0$ 이어야 하므로

$a^2 - 9 < 0, (a+3)(a-3) < 0 \quad \therefore -3 < a < 3$

2) $a > -2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y - a = 0$

$(x+1)^2 + (y-1)^2 = a+2$

 \therefore 원이 되기 위해서는 $a+2 > 0 \quad \therefore a > -2$

3) $a < -\sqrt{3}$ 또는 $a > \sqrt{3}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2ay + 7 = 0$ 에서

$(x-2)^2 + (y+a)^2 = a^2 - 3$

이 방정식이 원을 나타내려면

$a^2 - 3 > 0 \quad \therefore a < -\sqrt{3}$ 또는 $a > \sqrt{3}$

4) $a < 6$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + a - 1 = 0$ 에서

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 6 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면 $6 - a > 0 \quad \therefore a < 6$

5) $a < 10$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 2y + a = 0$ 에서

$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 10 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면

$10 - a > 0 \quad \therefore a < 10$

6) $a < 13$

$\Rightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 13 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면

$13 - a > 0 \quad \therefore a < 13$

7) $a < 7$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + a - 3 = 0$ 에서

$(x^2 + 4x + 4) + y^2 + a - 7 = 0$

$\therefore (x+2)^2 + y^2 = 7 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면 $7 - a > 0$ 이어야 하므로 $a < 7$

8) $a < 5$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 8y + 3a + 1 = 0$ 에서

$x^2 + (y+4)^2 = 15 - 3a$

이 방정식이 원을 나타내려면 $15 - 3a > 0 \quad \therefore a < 5$

9) $a > -3$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - a + 2 = 0$ 에서

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = a+3$

이 방정식이 원을 나타내려면 $a+3 > 0 \quad \therefore a > -3$

10) $a < \frac{1}{4}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - y + a + 1 = 0$

$(x+1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} - a$

원이 되려면 $\frac{1}{4} - a > 0 \quad \therefore a < \frac{1}{4}$

11) $a < 3$

\Rightarrow 방정식 $x^2 + y^2 - 2y + a - 2 = 0$ 을 변형하면

$x^2 + (y-1)^2 = 3 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면

$3 - a > 0 \quad \therefore a < 3$

12) $a < 4$

\Rightarrow 방정식 $(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 4 - a$

이 방정식이 원을 나타내려면

$4 - a > 0 \quad \therefore a < 4$

13) $a > 2$

$\Rightarrow (x^2 + 2x + 1) + y^2 = a - 2$

이 방정식이 원을 나타내려면

$a - 2 > 0 \quad \therefore a > 2$

14) $a < 5$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + a = 0$

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5 - a$

 \therefore 원이 되려면 $5 - a > 0 \quad \therefore a < 5$

15) $a < -2$ 또는 $a > 2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + 8 = 0$ 에서

$(x-a)^2 + (y+a)^2 = 2a^2 - 8$

이 방정식이 원을 나타내려면 $2a^2 - 8 > 0$ 이어야 하므로

$a^2 - 4 > 0, (a+2)(a-2) > 0$

$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

16) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$

\Rightarrow 원의 중심을 $P(a, b)$ 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$a^2 + b^2 = (a+1)^2 + (b-1)^2$

$\therefore a - b + 1 = 0 \quad \textcircled{1}$

$\overline{PA} = \overline{PC}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2$ 이므로

$a^2 + b^2 = (a-4)^2 + b^2$

$-8a + 16 = 0 \quad \therefore a = 2$

$a = 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 3$

따라서 원의 중심은 $P(2, 3)$ 이고 반지름의 길이는

$\overline{PA} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ 이므로 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$

17) $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$

\Rightarrow 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$A(-1,0) \text{ 일 때, } -A+C=-1 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$B(0,2) \text{ 일 때, } 2B+C=-4 \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$C(2,1) \text{ 일 때, } 2A+B+C=-5 \cdots \cdots \textcircled{9}$$

⑦에서 $C=A-1$ 이고, 이를 ⑧과 ⑨에 대입하여 정리하면

$$A+2B=-3, 3A+B=-4$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=-1, B=-1$

이때, $C=A-1$ 이므로 $C=-2$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-x-y-2=0$$

$$18) x^2+(y-1)^2=10$$

⇒ 원의 중심을 $P(a, b)$ 라 하면 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$

$$\overline{PA}=\overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PA}^2=\overline{PB}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-3)^2+b^2=(a+3)^2+(b-2)^2$$

$$\therefore 3a-b+1=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\overline{PA}=\overline{PC} \text{ 에서 } \overline{PA}^2=\overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-3)^2+b^2=(a-1)^2+(b-4)^2$$

$$\therefore a-2b+2=0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a=0, b=1$

따라서 원의 중심은 $P(0, 1)$ 이고 반지름의 길이는

$$\overline{PA}=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10} \text{ 이므로 구하는 원의 방정식은 } x^2+(y-1)^2=10$$

$$19) x^2+y^2-5x+5y+10=0$$

⇒ 구하는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0 \cdots \textcircled{1} \text{ 으로 놓고}$$

A, B, C의 좌표를 ①에 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} A-2B+C=-5 \\ 2A-B+C=-5 \\ 4A-3B+C=-25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A-2B+C=-5 \\ 2A-B+C=-5 \\ 4A-3B+C=-25 \end{cases}$$

위의 식을 연립하여 풀면

$$A=-5, B=5, C=10$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-5x+5y+10=0$$

$$20) x^2+y^2-8x-8y+7=0$$

⇒ 구하는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0 \cdots \textcircled{1} \text{ 으로 놓고}$$

A, B, C의 좌표를 ①에 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} A+C=-1 \\ B+C=-1 \\ -A+4B+C=-17 \end{cases}$$

위의 식을 연립하여 풀면 $A=-8, B=-8, C=7$

$$\therefore x^2+y^2-8x-8y+7=0$$

$$21) x^2+y^2-5x+4y=0$$

⇒ 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$A(0,0) \text{ 일 때, } C=0 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$B(5,0) \text{ 일 때, } 5A+C=-25 \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$C(0,-4) \text{ 일 때, } -4B+C=-16 \cdots \cdots \textcircled{9}$$

⑦을 ⑧과 ⑨에 대입하여 정리하면 $A=-5, B=4$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-5x+4y=0$

$$22) x^2+y^2-5x-5y+10=0$$

⇒ 구하는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0 \cdots \textcircled{1} \text{ 으로 놓고}$$

A, B, C의 좌표를 ①에 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} A+2B+C=-5 \\ 2A+B+C=-5 \\ 3A+B+C=-10 \end{cases}$$

위의 식을 연립하여 풀면 $A=-5, B=-5, C=10$

$$\therefore x^2+y^2-5x-5y+10=0$$

$$23) x^2+y^2-4x+4y-17=0$$

⇒ 세 점 A, B, C를 지나는 원의 방정식과 같으므로

구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} 2A+3B+C=-13 \\ -3A-2B+C=-13 \\ 6A+B+C=-37 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면 $A=-4, B=4, C=-17$

$$\therefore x^2+y^2-4x+4y-17=0$$

$$24) x^2+y^2-4y-9=0$$

⇒ 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고

세 점 A, B, C의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} 3A+4B+C=-25 \\ 2A-B+C=-5 \\ -3A+C=-9 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면 $A=0, B=-4, C=-9$

$$\therefore x^2+y^2-4y-9=0$$

$$25) x^2+y^2-2x-24=0$$

⇒ 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고

세 점 A, B, C의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} A+5B+C=-26 \\ -2A-4B+C=-20 \\ 5A+3B+C=-34 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면 $A=-2, B=0, C=-24$

$$\therefore x^2+y^2-2x-24=0$$

$$26) x^2+y^2-3x-y=0$$

⇒ 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고

세 점 A, B, C의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} C=0 \\ A-B+C=-2 \\ 3A+B+C=-10 \end{cases}$$

위 식을 연립하여 풀면 $A=-3, B=-1, C=0$

$$\therefore x^2+y^2-3x-y=0$$

$$27) 10\pi$$

⇒ 세 점 A, B, C를 지나는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+ax+by+c=0 \text{ 이라 하자.}$$

점 A를 대입하면 $4+25-2a+5b+c=0$,

$$-2a+5b+c=-29 \dots ①$$

점 B를 대입하면, $16+9+4a+3b+c=0$,

$$4a+3b+c=-25 \dots ②$$

점 C를 대입하면, $1+b+c=0$, $b+c=-1 \dots ③$

$$① \times 2 + ② \text{를 하면, } 13b+3c=-83 \dots ④$$

$$④ - ③ \times 3 \text{을 하면, } 10b=-80$$

$$\therefore b=-8, c=7, a=-2$$

$$\therefore x^2+y^2-2x-8y+7=0$$

$$(x-1)^2+(y-4)^2=10$$

\therefore 원의 넓이는 10π 이다.

28) 17π

\Rightarrow 세 점을 지나는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+ax+by+c=0 \text{이라 하자.}$$

점 A를 대입하면, $4+2a+c=0$, $2a+c=-4 \dots ①$

점 B를 대입하면, $1+9-a-3b+c=0$,

$$a+3b-c=10 \dots ②$$

점 C를 대입하면, $4+4+2a+2b+c=0$,

$$2a+2b+c=-8 \dots ③$$

$$①+② \text{를 하면, } 3a+3b=6 \dots ④$$

$$②+③ \text{을 하면, } 3a+5b=2 \dots ⑤$$

$$⑤-④ \text{를 하면, } 2b=-4 \therefore b=-2, a=4, c=-12$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } x^2+y^2+4x-2y-12=0,$$

$$(x+2)^2+(y-1)^2=17 \text{이다.}$$

\therefore 원의 넓이는 17π 이다.

29) $\frac{13}{4}\pi$

\Rightarrow 구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 이라고 하면 세 점(0, 0), (2, 0), (0, 3)을 지나므로 $C=0$

$$4+2A=0 \therefore A=-2$$

$$9+3B=0 \therefore B=-3$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2-2x-3y=0,$$

$$\text{즉 } (x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$$

따라서 원의 넓이는 $\frac{13}{4}\pi$

30) $\frac{5}{4}\pi$

\Rightarrow 세 점을 지나는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+ax+by+c=0 \text{이라 하자.}$$

점 A(0, 0)을 대입하면, $c=0$

점 B(0, 1)을 대입하면, $1+b=0$, $b=-1$

점 C(2, 0)을 대입하면, $4+2a=0$, $a=-2$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } x^2+y^2-2x-y=0,$$

$$(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4} \text{이다.}$$

\therefore 원의 넓이는 $\frac{5}{4}\pi$

31) 5π

\Rightarrow 세 점을 지나는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+ax+by+c=0 \text{이라 하자.}$$

점 A(0, 2)를 대입하면, $4+2b+c=0$,

$$2b+c=-4 \dots ①$$

점 B(1, 1)을 대입하면, $1+1+a+b+c=0$,

$$a+b+c=-2 \dots ②$$

점 C(-3, -1)을 대입하면, $9+1-3a-b+c=0$,

$$3a+b-c=10 \dots ③$$

$$② \times 3 - ③ \text{을 하면, } 2b+4c=-16,$$

$$b+2c=-8 \dots ④$$

①과 ④를 연립하여 풀면, $b=0$, $c=-4$

$$\therefore a=2, b=0, c=-4$$

원의 방정식은 $x^2+y^2+2x-4=0$

$$(x+1)^2+y^2=5$$

\therefore 원의 넓이는 5π 이다.

$$32) (x+5)^2+(y-2)^2=4$$

$$33) (x-3)^2+(y-2)^2=4$$

\Rightarrow 중심이 (3, 2)인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 2이다. 따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-3)^2+(y-2)^2=4$$

$$34) (x+4)^2+(y+2)^2=4$$

\Rightarrow 중심이 점 (-4, -2)인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\therefore (x+4)^2+(y+2)^2=4$$

$$35) (x+3)^2+(y-2)^2=4$$

\Rightarrow 중심이 점 (-3, 2)인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\therefore (x+3)^2+(y-2)^2=4$$

$$36) (x+4)^2+(y-5)^2=16$$

\Rightarrow 점 (-4, 5)를 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 4이다.

$$\therefore (x+4)^2+(y-5)^2=16$$

$$37) (x+2)^2+(y-1)^2=4$$

\Rightarrow 중심이 점 (-2, 1)인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2|=2$ 이다.

$$\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=4$$

$$38) (x-1)^2+(y+1)^2=1$$

\Rightarrow 중심이 점 (1, -1)인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 1이다.

$$\therefore (x-1)^2+(y+1)^2=1$$

$$39) (x-3)^2+(y+2)^2=9$$

\Rightarrow 중심이 점 (3, -2)인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.

$$\therefore (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$$

$$40) (x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$$

⇒ 점 $(-1, 3)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하므로 원의 반지름의 길이는 1이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$$

$$41) (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

⇒ 중심이 $(-1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원이므로 원의 방정식은 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$

$$42) x^2 + (y+3)^2 = 9$$

⇒ 중심이 $(0, -3)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이므로 원의 방정식은 $x^2 + (y+3)^2 = 9$

$$43) x^2 + (y-1)^2 = 1$$

⇒ 중심이 $(0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이므로 원의 방정식은 $x^2 + (y-1)^2 = 1$

$$44) (x-4)^2 + (y+5)^2 = 16$$

⇒ 중심이 $(4, -5)$ 이고 반지름의 길이가 4인 원이므로 원의 방정식은 $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 16$

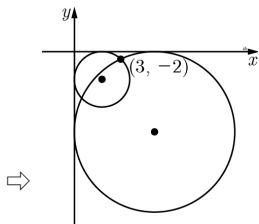
$$45) (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$$

⇒ 중심이 $(-2, -1)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원이므로 원의 방정식은 $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

$$46) (x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$$

⇒ 중심이 $(-3, 4)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이므로 원의 방정식은 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$

$$47) 74\pi$$



⇒

그림에서 제4사분면에서 x, y 축과 접해야 하기 때문에 원의 방정식을 $(x-r)^2 + (x+r)^2 = r^2$ 둔다.

원의 식에 $(3, -2)$ 를 대입하여 정리하면

$r^2 - 10r + 13 = 0$ 두 원의 반지름을 각각 r_1, r_2 라 하면 $r_1 + r_2 = 10, r_1 \cdot r_2 = 13$ 이다.

두 원의 넓이의 합은

$$(r_1)^2\pi + (r_2)^2\pi = (r_1 + r_2)^2\pi - 2r_1 \cdot r_2\pi = 74\pi$$

$$48) 26\pi$$

⇒ 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 원의 중심은 제2사분면에 위치한다. x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 중심을 $(-a, a)$, 반지름의 길이를 a 라 하면 ($a > 0$) 원의 방정식은 $(x+a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ 이다.

$$\text{점 } (-2, 1) \text{을 대입하면, } (-2+a)^2 + (1-a)^2 = a^2$$

$$a^2 - 6a + 5 = 0, (a-5)(a-1) = 0, a = 5, 1$$

∴ 두 원의 반지름의 길이는 1, 5이므로 두 원의 넓이의 합은 $\pi(1+25) = 26\pi$ 이다.

$$49) 74\pi$$

⇒ x 축과 y 축을 동시에 접하는 원의 방정식을

$$(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2 \text{로 놓으면 이 원은}$$

$$\text{점 } (2, 3) \text{을 지나므로 } (2-a)^2 + (3-a)^2 = a^2,$$

$$a^2 - 10a + 13 = 0$$

이때 이 이차방정식의 두 근을 a_1, a_2 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해

$$a_1 + a_2 = 10, a_1 a_2 = 13$$

따라서 두 원의 넓이의 합은

$$\pi(a_1^2 + a_2^2) = \pi\{(a_1 + a_2)^2 - 2a_1 a_2\}$$

$$= \pi(10^2 - 2 \times 13) = 74\pi$$

$$50) 26\pi$$

$$51) (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

⇒ 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 10$ 에서

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 15$$

즉, 구하는 원은 중심이 $(-2, 1)$ 이고 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 1이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$52) (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$$

⇒ $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 3 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y+4)^2 = 17$$

즉, 구하는 원은 중심이 $(-2, -4)$ 이고 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 4이다.

$$\therefore (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$$

$$53) (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

⇒ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ 에서

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$$

즉, 구하는 원은 중심이 $(1, -2)$ 이고 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 2이다.

$$\therefore (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$54) (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$$

⇒ $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$$

즉, 구하는 원은 중심이 $(2, -3)$ 이고 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 3이다.

$$\therefore (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$$

$$55) (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$$

⇒ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 에서 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

즉, 구하는 원은 중심이 $(1, -2)$ 이고 y 축에 접하

므로 반지름의 길이는 1이다.

$$\therefore (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$$

56) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0 \text{에서}$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$$

즉, 구하는 원은 중심 (3, 1)이고 y축에 접하므로 반지름의 길이가 3이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$$

57) $(x-3)^2 + y^2 = 9$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0 \text{에서 } (x-3)^2 + y^2 = 5$$

즉 구하는 원은 중심이 (3, 0)이고 y축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.

$$\therefore (x-3)^2 + y^2 = 9$$

58) $a=1, b=8$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 4ay + 12 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x+2)^2 + (y-2a)^2 = 4a^2 + b - 8$$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$$4a^2 + b - 8 = |-2|^2 = |2a|^2$$

$$\therefore a=1, b=8 (\because a > 0)$$

59) $a=3, b=11$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 2ay + 20 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x+3)^2 + (y-a)^2 = a^2 + b - 11$$

이 원은 x축과 y축에 동시에 접하므로

$$|-3| = |a| = \sqrt{a^2 + b - 11}$$

$$|-3| = |a| \text{에서 } a=3 (\because a > 0)$$

$$|-3| = \sqrt{a^2 + b - 11} \text{에서 } a^2 + b - 11 = 9$$

$$9 + b - 11 = 9 \quad \therefore b = 11$$

60) $a=1, b=8$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 4ay + 12 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x-2)^2 + (y+2a)^2 = 4a^2 + b - 8$$

이 원은 x축과 y축에 동시에 접하므로 중심의 x좌표와 y좌표의 절댓값과 반지름의 길이가 모두 같다.

$$\text{즉, } |2| = |-2a| = \sqrt{4a^2 + b - 8} \text{ 이므로}$$

$$a=1, b=8 (\because a > 0, b > 0)$$

61) $a=3, b=4$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2ax - 6y + 13 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x+a)^2 + (y-3)^2 = a^2 + b - 4$$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$$a^2 + b - 4 = |-a|^2 = |3|^2$$

$$\therefore a=3, b=4 (\because a > 0)$$

62) $a=3, b=1$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 2ay + 10 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x-3)^2 + (y+a)^2 = a^2 + b - 1$$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$$a^2 + b - 1 = |3|^2 = |-a|^2$$

$$\therefore a=3, b=1 (\because a > 0)$$

63) $a=2, b=7$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x + 4ay + 23 - b = 0 \text{에서}$$

$$(x+4)^2 + (y+2a)^2 = 4a^2 + b - 7$$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$$4a^2 + b - 7 = |-4|^2 = |-2a|^2$$

$$\therefore a=2, b=7 (\because a > 0)$$

64) 3

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 4y + k^2 + 7 = 0 \text{에서}$$

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 13 - k^2$$

이때, 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\text{즉, } 13 - k^2 = 2^2, \quad k^2 = 9 \quad \therefore k = 3 (\because k > 0)$$

65) 6

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + kx + 4y + 9 = 0 \text{에서}$$

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y+2)^2 = \frac{k^2}{4} - 5$$

이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2| = 2$ 이다.

$$\text{즉, } \frac{k^2}{4} - 5 = 2^2 \text{ 이므로 } k^2 = 36$$

$$\therefore k = 6 (\because k > 0)$$

66) $\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 - k^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = k^2 + 1$$

이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\text{즉, } k^2 + 1 = 2^2 \text{ 이므로 } k^2 = 3$$

$$\therefore k = \sqrt{3} (\because k > 0)$$

67) $\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 - k^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = k^2 + 2$$

이 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는

$$|-2| = 2 \text{이다.}$$

$$\text{즉, } k^2 + 2 = 2^2 \text{ 이므로 } k^2 = 2$$

$$\therefore k = \sqrt{2} (\because k > 0)$$

68) 2

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 - k^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = k^2 + 5$$

이때, 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.

$$\text{즉, } k^2 + 5 = 3^2, \quad k^2 = 4 \quad \therefore k = 2 (\because k > 0)$$

69) $\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 4ky + 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x-2)^2 + (y+2k)^2 = 4k^2 - 4$$

이 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\text{즉, } 4k^2 - 4 = 2^2 \text{이므로 } k^2 = 2$$

$$\therefore k = \sqrt{2} (\because k > 0)$$

70) 1

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + k^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 - k^2$$

이 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\text{즉, } 5 - k^2 = 2^2 \text{이므로 } k^2 = 1$$

$$\therefore k = 1 (\because k > 0)$$

71) 3

$$\Rightarrow x^2 + 6x + y^2 + 2y + 10 - k^2 = 0 \text{에서}$$

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 = k^2$$

이 원은 y 축에 접하므로 중심의 x 좌표의 절댓값과 반지름의 길이는 같다.

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

72) 9

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + k = 0 \text{에서}$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = -k + 13$$

이 원은 y 축에 접하므로

$$|2| = \sqrt{-k + 13}, \quad -k + 13 = 4, \quad -k = -9$$

$$\therefore k = 9$$