● 5회차

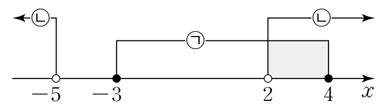
01 ⑤ 02 ③ 03 ② 04 ④ 05 ②
06 ① 07 ③ 08 ③ 09 ③ 10 ③
11 ④ 12 ④ 13 ③ 14 ① 15 ④
16 ⑤ 17 ②
[서술형 1] $-4<k<4$
[서술형 2] $(0, -1)$, $(4, 3)$
[서술형 3] $y=\sqrt{3}x+2$, $y=-\sqrt{3}x+2$

01 $|x-1|<1$에서 $-1<x-1<1$
$\therefore 0<x<2$

02 $|x-1|+|x+1|<6$에서 $x<-1$, $-1\le x<1$, $x\ge1$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.
(i) $x<-1$일 때
$-(x-1)-(x+1)<6$
$-x+1-x-1<6$
$-2x<6 \qquad \therefore x>-3$
그런데 $x<-1$이므로 $-3<x<-1$
(ii) $-1\le x<1$일 때
$-(x-1)+(x+1)<6$
$-x+1+x+1<6$
$\therefore 0\cdot x<4$
따라서 구하는 해는 모든 실수이다.
그런데 $-1\le x<1$이므로 $-1\le x<1$
(iii) $x\ge1$일 때
$(x-1)+(x+1)<6$, $x-1+x+1<6$
$2x<6 \qquad \therefore x<3$
그런데 $x\ge1$이므로 $1\le x<3$
(i)~(iii)에서 부등식의 해는 $-3<x<3$
따라서 정수 x는 $-2, -1, 0, 1, 2$로 그 개수는 5이다.

03 해가 $-6<x<1$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+6)(x-1)<0 \qquad \therefore x^2+5x-6<0$
이 부등식이 $x^2+ax+b<0$과 일치하므로
$a=5$, $b=-6$
$\therefore a+b=5+(-6)=-1$

04 $x^2-x-12\le0$에서 $(x+3)(x-4)\le0$
$\therefore -3\le x\le4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x^2+3x-10>0$에서 $(x-2)(x+5)>0$
$\therefore x<-5$ 또는 $x>2 \qquad \cdots\cdots$ ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $2<x\le4$이므로 모든 정수 x의 값의 합은 $3+4=7$

05 $\overline{AB}=\sqrt{(2-3)^2+(6-3)^2}=\sqrt{10}$

06 x축 위의 점의 y좌표는 0이므로 $b=0$
따라서 점 P의 좌표는 $(a, 0)$이므로
$\overline{AP}=\sqrt{(a-3)^2+(0-1)^2}=\sqrt{a^2-6a+10}$
$\overline{BP}=\sqrt{\{a-(-3)\}^2+(0-5)^2}=\sqrt{a^2+6a+34}$
$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$a^2-6a+10=a^2+6a+34$
$-12a=24 \qquad \therefore a=-2$
$\therefore a+b=-2+0=-2$

07 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 P의 좌표는
$\left(\dfrac{1\cdot4+2\cdot(-2)}{1+2}\right) \qquad \therefore \mathrm{P}(0)$
선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는
$\left(\dfrac{2\cdot4-1\cdot(-2)}{2-1}\right) \qquad \therefore \mathrm{Q}(10)$
따라서 선분 PQ의 중점 M의 좌표는
$\left(\dfrac{0+10}{2}\right) \qquad \therefore \mathrm{M}(5)$, 즉 $a=5$

08 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는
$\left(\dfrac{3+b+3}{3}, \dfrac{a+(-2)+(-3)}{3}\right)$
$\therefore \left(\dfrac{b+6}{3}, \dfrac{a-5}{3}\right)$
이 점이 점 $(2, -1)$과 일치하므로
$\dfrac{b+6}{3}=2$, $\dfrac{a-5}{3}=-1$
따라서 $a=2$, $b=0$이므로
$a+b=2+0=2$

09 점 $(-1, 3)$을 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식은

$y-3=-2\{x-(-1)\}$

$\therefore y=-2x+1$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로

$a+b=-2+1=-1$

10 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$(2x+y+1)+k(x-2y+3)=0$ (k는 실수)

으로 놓으면 이 직선이 점 $(1, 0)$을 지나므로

$3+4k=0 \qquad \therefore k=-\frac{3}{4}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$2x+y+1-\frac{3}{4}(x-2y+3)=0$

$\therefore x+2y-1=0$

Lecture 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 교점을 지나는 직선 중에서 직선 $a'x+b'y+c'=0$을 제외한 직선의 방정식은

$(ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$ (단, k는 실수)

다른 풀이

두 직선 $2x+y+1=0$, $x-2y+3=0$의 교점의 좌표는 $(-1, 1)$

두 점 $(-1, 1)$, $(1, 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-1=\frac{0-1}{1-(-1)}(x+1)$

$\therefore x+2y-1=0$

11 $4x+12y+1=0$, $ax-3y-2=0$에서

$y=-\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}$, $y=\frac{a}{3}x-\frac{2}{3}$

이때 두 직선이 서로 평행하려면

$-\frac{1}{3}=\frac{a}{3} \qquad \therefore a=-1$

또 두 직선이 서로 수직이려면

$-\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{3}=-1 \qquad \therefore a=9$

따라서 $\alpha=-1$, $\beta=9$이므로

$\alpha+\beta=-1+9=8$

12 직선 AB의 기울기는 $\frac{0-4}{6-(-2)}=-\frac{1}{2}$이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기를 a라 하면

$-\frac{1}{2}\cdot a=-1 \qquad \therefore a=2$

또 선분 AB의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{4+0}{2}\right)$, 즉 $(2, 2)$

따라서 기울기가 2이고 점 $(2, 2)$를 지나는 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은

$y-2=2(x-2) \qquad \therefore y=2x-2$

이때 이 직선이 점 $(3, k)$를 지나므로

$k=6-2=4$

Lecture 선분의 수직이등분선의 방정식

선분 AB의 수직이등분선은 직선 AB와 수직이고, 선분 AB의 중점을 지난다.

13 $\frac{|6\cdot1-8\cdot2-5|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$

14 중심의 좌표가 $(1, -2)$이고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y+2)^2=16$

이 방정식을 전개하여 정리하면

$x^2+y^2-2x+4y-11=0$

따라서 $a=4$, $b=-11$이므로

$a+b=4+(-11)=-7$

15 원 $x^2+y^2=18$의 중심 $(0, 0)$과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$

이때 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$이고 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{|k|}{\sqrt{2}}<3\sqrt{2}$, $|k|<6$

$\therefore -6<k<6$

다른 풀이

$y=x+k$를 $x^2+y^2=18$에 대입하면

$x^2+(x+k)^2=18$

$\therefore 2x^2+2kx+k^2-18=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=k^2-2\cdot(k^2-18)>0$

$-k^2+36>0,\ (k+6)(k-6)<0$

$\therefore -6<k<6$

16 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(-3, 4)$에서의 접선의 방정식은

$-3x+4y=25 \qquad \therefore 3x-4y+25=0$

17 원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y+2)^2=1$

[서술형 1] 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+kx+4>0$이 성립하려면 이차함수 $y=x^2+kx+4$의 그래프가 x축보다 항상 위쪽에 있어야 한다.

❶

이차방정식 $x^2+kx+4=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot1\cdot4=k^2-16$

❷

이때 $D<0$이어야 하므로

$k^2-16<0,\ (k+4)(k-4)<0$

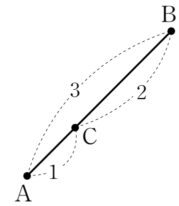
$\therefore -4<k<4$

❸

채점 기준	배점
❶ 이차함수 $y=x^2+kx+4$의 그래프와 x축의 위치 관계를 알 수 있다.	2점
❷ 이차방정식 $x^2+kx+4=0$의 판별식 D를 구할 수 있다.	2점
❸ 실수 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점

[서술형 2] $2\overline{AB}=3\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$

❶

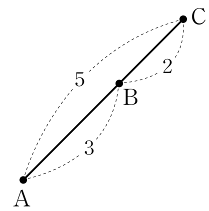


점 C가 선분 AB 위에 있으면 점 C는 $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로 점 C의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot2+2\cdot(-1)}{1+2}, \frac{1\cdot1+2\cdot(-2)}{1+2}\right)$

$\therefore \mathrm{C}(0, -1)$

❷



또 점 C가 점 B의 방향으로 그은 선분 AB의 연장선 위에 있으면 점 C는 $\overline{AB}$를 $5:2$로 외분하는 점이므로 점 C의 좌표는

$\left(\frac{5\cdot2-2\cdot(-1)}{5-2}, \frac{5\cdot1-2\cdot(-2)}{5-2}\right)$

$\therefore \mathrm{C}(4, 3)$

❸

따라서 구하는 점 C의 좌표는 $(0, -1)$, $(4, 3)$이다.

❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}:\overline{BC}$를 구할 수 있다.	1점
❷ $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❸ $\overline{AB}$를 $5:2$로 외분하는 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❹ 점 C의 좌표를 모두 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] 원 $x^2+y^2=1$ 밖의 한 점 $(0, 2)$에서 그은 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y=mx+2$

❶

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $y=mx+2$, 즉 $mx-y+2=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 1과 같으므로

$\frac{|2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1,\ 2=\sqrt{m^2+1}$

$m^2=3 \qquad \therefore m=\pm\sqrt{3}$

❷

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=\pm\sqrt{3}x+2$

❸

채점 기준	배점
❶ 접선의 기울기를 m으로 놓고, 접선의 방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ 접선의 기울기 m의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 접선의 방정식을 모두 구할 수 있다.	2점