



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

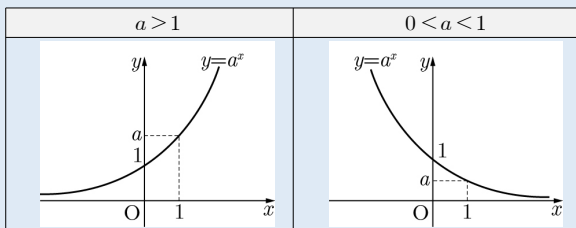
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[지수함수]

• 지수함수: $a > 0, a \neq 1$ 일 때, $y = a^x$

[지수함수의 그래프]

• 지수함수 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프

• 지수함수의 그래프의 성질

- 정의역: 실수 전체의 집합, 치역: 양의 실수 전체의 집합
- 점근선: x 축
- $a > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가
 $0 < a < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소

[지수함수를 이용한 수의 대소 비교]

• 지수함수 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 에서

- $a > 1$ 일 때, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$
- $0 < a < 1$ 일 때, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

[지수함수의 그래프의 평행이동]

• 지수함수 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프를

x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식
 $\Rightarrow y = a^{x-m} + n$

[지수함수의 그래프의 대칭이동]

• 지수함수 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프를

- x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = -a^x$
- y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$
- 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = -\left(\frac{1}{a}\right)^x$

기본문제

[문제]

1. 다음 중에서 지수함수인 것을 있는 대로 고른 것은?

㉠. $y = (2x - 3)^2$

㉡. $y = 5^{\pi x}$

㉢. $y = x^{-1}$

㉣. $y = \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}x}$

- ㉠, ㉡
- ㉠, ㉣
- ㉡, ㉢
- ㉡, ㉣
- ㉢, ㉣

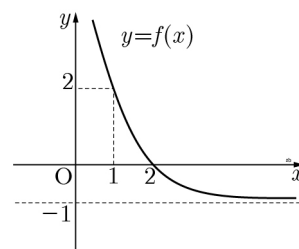
[예제]

2. 다음 중 지수함수 $y = 3^x$ 의 그래프와 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 관계를 옳게 말한 것은?

- x 축에 대하여 대칭
- y 축에 대하여 대칭
- 원점에 대하여 대칭
- $(0, 1)$ 에 대하여 대칭
- $y = x$ 에 대하여 대칭

[문제]

3. 다음 그래프의 함수식으로 알맞은 것은?



- $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} - 1$
- $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 1$
- $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1$
- $y = 2^{x-2} - 1$
- $y = 3^{x-2} - 1$

[예제]

4. 다음 <보기> 중 함수 $y=3^{2x-1}+4$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

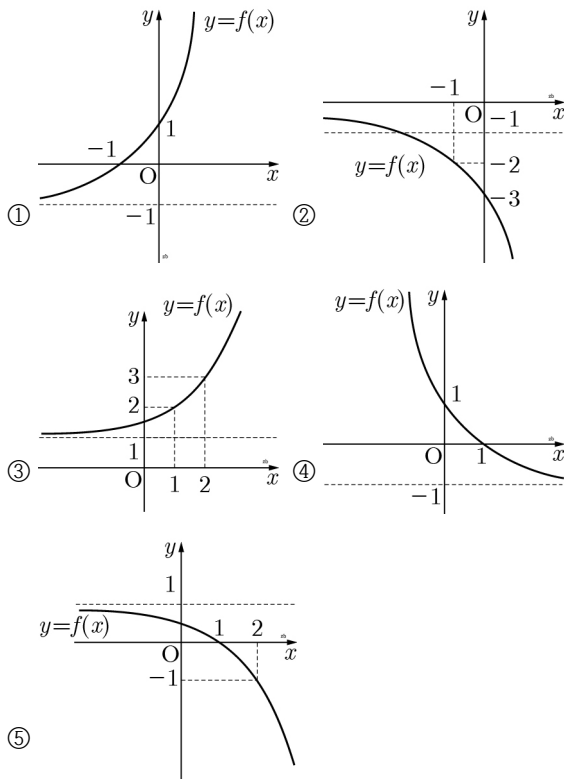
<보기>

- ㄱ. $y=4$ 와 한 점에서 만난다.
 ㄴ. 평행이동과 대칭이동하여 $y=9^{x+1}$ 과 겹쳐질 수 있다.
 ㄷ. $y=3^{2x-1}+4$ 를 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수는 점 $(0, 5)$ 을 지난다.

- ① ㄴ ② ㄷ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[문제]

5. $y=-2^{x+1}+1$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 함수의 그래프로 옳은 것은?



[문제]

6. 지수함수의 성질을 이용하여 다음 세 수의 대소 비교로 알맞은 것은?

$$\sqrt[3]{0.3}, \sqrt[4]{0.3}, \sqrt[5]{0.09}$$

- ① $\sqrt[3]{0.3} < \sqrt[5]{0.09} < \sqrt[4]{0.3}$
 ② $\sqrt[4]{0.3} < \sqrt[3]{0.3} < \sqrt[5]{0.09}$
 ③ $\sqrt[4]{0.3} < \sqrt[5]{0.09} < \sqrt[3]{0.3}$
 ④ $\sqrt[5]{0.09} < \sqrt[3]{0.3} < \sqrt[4]{0.3}$
 ⑤ $\sqrt[5]{0.09} < \sqrt[4]{0.3} < \sqrt[3]{0.3}$

평가문제

[스스로 확인하기]

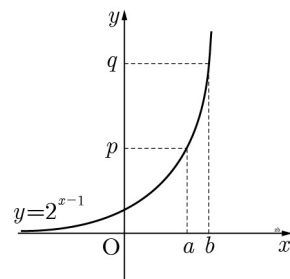
7. 지수함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)에 대한 설명으로 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 그래프는 항상 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
 ㄴ. x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하면, $0 < a < 1$ 이다.
 ㄷ. $x=0$ 을 점근선으로 가진다.
 ㄹ. 치역은 $\{y|y>0\}$ 이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ
 ③ ㄱ, ㄹ ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[스스로 확인하기]

8. 다음 그림은 함수 $y=2^{x-1}$ 의 그래프이다. pq 의 값이 32일 때, $a+b$ 의 값은?



- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

[스스로 확인하기]

9. 지수함수의 성질을 이용하여 두 수의 크기를 비교한 것으로 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

$$\begin{array}{l} \text{ㄱ. } \sqrt{\frac{1}{2}} < 0.5^{\frac{1}{5}} \\ \text{ㄴ. } \pi^3 < \sqrt[3]{\pi} \\ \text{ㄷ. } \sqrt[3]{9} < \sqrt{27} \end{array}$$

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

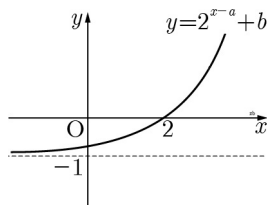
[스스로 확인하기]

10. 함수 $y = 2^{x+2} + n$ 의 그래프가 제4사분면을 지나지 않게 하는 정수 n 의 최솟값을 구하시오.

- ① -5 ② -4
③ -3 ④ -2
⑤ -1

[스스로 마무리하기]

11. 함수 $y = 2^{x-a} + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)



- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 마무리하기]

12. $0 < a < 1$ 이고 n 이 자연수일 때, 세 수 $A = a^{\frac{1}{a}}$, $B = a^a$, $C = a^{a^2}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
③ $B < C < A$ ④ $C < A < B$
⑤ $C < B < A$

[스스로 마무리하기]

13. 함수 $f(x) = 2^{x+1} + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 다음, y 축에 대하여 대칭이동한 함수를 $g(x)$, $g(x)$ 를 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 함수를 $h(x)$ 라 할 때, $g(-3) + h(7)$ 의 값은?

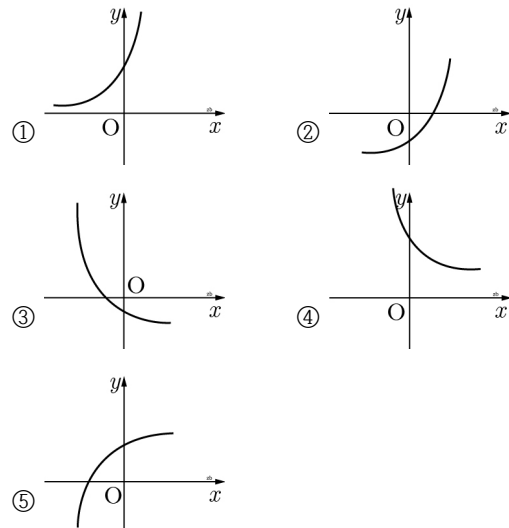
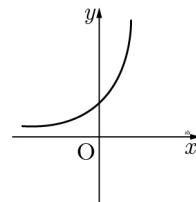
- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

유사문제

14. 지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 평행이동하거나 대칭이동하여 얻을 수 있는 그래프의 식이 아닌 것은? (단, 이동횟수와 순서는 제한하지 않는다.)

- ① $y = 5^{2x-4}$ ② $y = 5^{x-2} + 3$
③ $y = 25(5^x - 1)$ ④ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$
⑤ $y = \left(\frac{1}{25}\right)^{0.5x-3}$

15. 1이 아닌 양수 a 에 대하여 함수 $y = a^x$ 의 그래프의 개형이 다음 그림과 같을 때, 함수 $y = a^{-x+1} + 2$ 의 그래프의 개형으로 가장 알맞은 것은?



16. 세 수 $A = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$, $B = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{4}}$, $C = \frac{1}{2}$ 의 대소

관계는?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
 ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$
 ⑤ $C < B < A$

17. 함수 $y = -2^{-x-1} + 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $y = -2^{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행 이동한 그래프이다.

ㄴ. 그래프는 점 $\left(0, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다.

ㄷ. 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면을 지난다.

ㄹ. x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

18. $0 < a < 1$ 일 때, 지수함수 $y = a^{-x+1} + 1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 점 $(1, 2)$ 을 지난다.
 ② 정의역은 실수 전체의 집합이다.
 ③ 역함수는 $y = 1 - \log_a(x - 1)$ 이다.
 ④ x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 ⑤ 그래프의 점근선의 방정식은 $y = 1$ 이다.



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 지수함수는 지수에 미지수가 있는 함수를 일컫

는다. 따라서 지수함수는 $y=5^{\pi x}$, $y=\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}x}$

2) [정답] ②

[해설] $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^{-x}$ 이므로 지수함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의그래프는 지수함수 $y=3^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이다.

3) [정답] ②

[해설] 지수함수를 $y=a^{x-b}+c$ 라 할 때점근선이 $y=-1$ 이므로 $c=-1$ (2, 0)을 지나므로 $a^{2-b}=1$, $b=2$ (1, 2)를 지나므로 $a^{1-2}-1=\frac{1}{a}-1=2$, $a=\frac{1}{3}$

따라서 그래프로 나타난 함수의 식은

$$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}-1$$

4) [정답] ④

[해설] \neg . $y=3^{2x-1}+4$ 의 점근선은 $y=4$ 이므로 $y=4$ 과 만나지 않는다.
 \angle . $y=9^{x+1}=3^{2x+2}$ 이므로 $y=3^{2x-1}+4$ 를 x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y=9^{x+1}$ 과 겹쳐진다.

 \complement . $y=3^{2x-1}+4$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수는 $y=3^{2x+1}+2$ 으로 따라서 점 (0, 5)를 지난다.

5) [정답] ④

[해설] $y=-2^{x+1}+1$ 을 원점에 대하여 대칭이동시키기 위해 x 에 $-x$ 를, y 에 $-y$ 를 대입하면 $-y=-2^{-x+1}+1$, $y=2^{-x+1}-1$ 이다.

6) [정답] ④

[해설] 세 수를 간단히 하면 $(0.3)^{\frac{1}{3}}$, $(0.3)^{\frac{1}{4}}$, $(0.3)^{\frac{2}{5}}$ 이다.

지수함수 $y=0.3^x$ 에서 $0 < 0.3 < 1$ 이므로 x 가 증가함에 따라 y 는 감소한다.

따라서 $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$ 이므로 $\sqrt[5]{0.09} < \sqrt[3]{0.3} < \sqrt[4]{0.3}$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] \neg . 그래프는 항상 점 (0, 1)을 지난다. (참)
 \angle . x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하면, $a > 1$ 이다. (거짓)

 \complement . $y=0(x$ 축)을 점근선으로 가진다. (거짓)

 \angle . 치역은 $\{y|y > 0\}$ 이다. (참)

이상에서 옳은 것은 \neg , \complement 이다.

8) [정답] ③

[해설] $pq=32$ 이므로 $2^{a-1} \times 2^{b-1} = 2^{a+b-2} = 32 = 2^5$
 $a+b-2=5$ 이므로 $a+b=7$

9) [정답] ③

[해설] \neg . $0 < \frac{1}{2} = 0.5 < 1$ 이므로 지수함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

는 x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

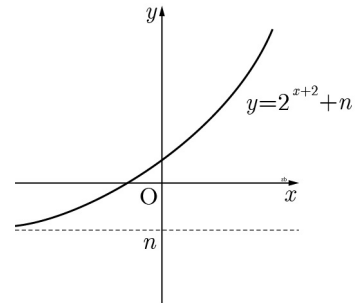
따라서 $\sqrt[2]{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} = 0.5^{\frac{1}{5}}$
 \angle . $1 < \pi$ 이므로 지수함수 $y=\pi^x$ 는 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.

따라서 $\pi^3 > \sqrt[3]{\pi} = \pi^{\frac{1}{3}}$
 \complement . $1 < 3$ 이므로 지수함수 $y=3^x$ 는 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.

따라서 $\sqrt[3]{9} = 3^{\frac{2}{3}} < 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{27}$

이상에서 옳은 것은 \neg , \complement 이다.

10) [정답] ②

[해설] 함수 $y=2^{x+2}+n$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

함수 $y=2^{x+2}+n$ 의 그래프가 제4사분면을 지나지 않기 위해서

 $x=0$ 일 때 $y=2^{x+2}+n=4+n \geq 0$

즉 $n \geq -4$ 이어야 한다.

따라서 정수 n 의 최솟값은 -4 이다.

11) [정답] ④

[해설] 주어진 그래프의 점근선의 방정식이

 $y=-1$ 이므로 $b=-1$

주어진 그래프가 점 (2, 0)을 지나므로

 $0=2^{2-a}-1$, $2^{2-a}=1$, $2-a=0$, 즉 $a=2$

따라서 $a+b=2+(-1)=1$

12) [정답] ①

[해설] $A=a^{\frac{1}{a}}$, $B=a^a$, $C=a^{a^2}$
 $0 < a < 1$ 이므로 $\frac{1}{a} > a$, $a^2 < a$

$$\therefore a^2 < a < \frac{1}{a}$$

$0 < a < 1$ 에서 지수함수 $y = a^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하므로 $A < B < C$

13) [정답] ④

[해설] 함수 $f(x) = 2^{x+1} + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y = 2^x + 3$ 이고 이를 y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = 2^{-x} + 3$

$$\therefore g(x) = 2^{-x} + 3$$

$y = 2^{-x} + 3$ 에서 x 를 y 로 나타내면

$$y - 3 = 2^{-x}, \log_2(y - 3) = -x, x = -\log_2(y - 3)$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = -\log_2(x - 3)$

$$\therefore h(x) = -\log_2(x - 3)$$

따라서 $g(-3) + h(7)$

$$= \{2^{-(-3)} + 3\} + \{-\log_2(7 - 3)\} = 11 - 2 = 9$$

14) [정답] ①

[해설] ① $y = 5^{2x-4} = 25^{x-2}$ 이므로 지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 평행이동하거나 대칭이동하여 얻을 수 없다.

② $y = 5^{x-2} + 3$ 의 그래프는 지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

③ $y = 25(5^x - 1) = 5^{x+2} - 25$ 이므로

지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -25만큼 평행이동한 그래프이다.

④ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 의 그래프는 지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ $y = \left(\frac{1}{25}\right)^{0.5x-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-6}$ 이므로

지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프이다.

15) [정답] ④

[해설] $a > 1$ 이고 $y = a^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 ④이다.

16) [정답] ④

$$[해설] A = \left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{5}} = 2^{-\frac{1}{5}}, B = 2^{-\frac{5}{4}}, C = 2^{-1}$$

밑이 1보다 크고, $-\frac{5}{4} < -1 < -\frac{1}{5}$ 이므로

$B < C < A$ 이다.

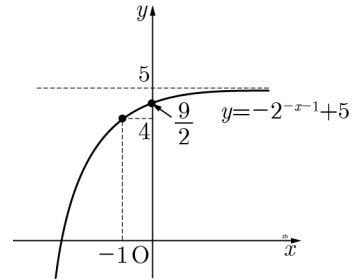
17) [정답] ④

[해설] ㄱ. x 축 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 5만

큼 평행이동한 그래프이다.

ㄴ. 대입하면 $\left(0, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다.

ㄷ. ㄹ. 그래프는 $(-1, 4)$ 를 지나므로 ㄱ과 ㄴ의 해설을 참고하여 그래프를 그리면 다음과 같다.



따라서 ㄷ과 ㄹ은 참

18) [정답] ④

[해설] ① 점 $(1, 2)$ 을 지난다.

② 정의역은 실수 전체의 집합이다.

③ 역함수는 $y = -\log_a(x - 1) + 1$ 이다.

④ x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ 점근선의 방정식은 $y = 1$ 이다.