● 2회차

01 ①	02 ③	03 ③	04 ①	05 ②
06 ③	07 ⑤	08 ④	09 ②	10 ⑤
11 ③	12 ③	13 ⑤	14 ⑤	15 ⑤
16 ③	17 ④			

[서술형 1] 34

[서술형 2] $\frac{1}{4}$

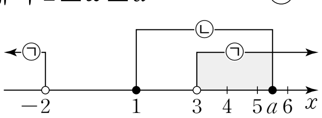
[서술형 3] $4\sqrt{2}$

01 $x^2+3x-10<0$에서
$(x-2)(x+5)<0$
$\therefore -5<x<2$
따라서 $\alpha=-5$, $\beta=2$이므로
$\alpha+3\beta=-5+3\cdot2=1$

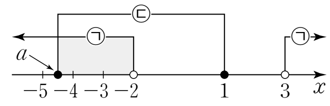
02 모든 실수 x에 대하여 $x^2-(k+1)x+k+1\geq0$이 성립하므로 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k+1=0$의 판별식을 D라 하면
$D=\{-(k+1)\}^2-4\cdot1\cdot(k+1)\leq0$
$k^2-2k-3\leq0$, $(k+1)(k-3)\leq0$
$\therefore -1\leq k\leq3$

03 $4x+1\geq x+13$에서 $3x\geq12$
$\therefore x\geq4$ …… ㉠
$x^2-5x-14<0$에서 $(x+2)(x-7)<0$
$\therefore -2<x<7$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $4\leq x<7$
따라서 구하는 정수 x는 4, 5, 6으로 그 개수는 3이다.

04 $x^2-x-6>0$에서 $(x+2)(x-3)>0$
$\therefore x<-2$ 또는 $x>3$ …… ㉠
$(x-1)(x-a)\leq0$에서
(i) $a>1$일 때
$(x-1)(x-a)\leq0$에서 $1\leq x\leq a$ …… ㉡
㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서
$5\leq a<6$



(ii) $a=1$일 때
$(x-1)(x-a)\leq0$에서 $(x-1)^2\leq0$
$\therefore x=1$
따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.
(iii) $a<1$일 때
$(x-1)(x-a)\leq0$에서 $a\leq x\leq1$ …… ㉢
㉠, ㉢을 동시에 만족시키는 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서
$-5<a\leq-4$



(i)~(iii)에서 $5\leq a<6$ 또는 $-5<a\leq-4$
따라서 구하는 정수 a의 값의 합은
$5+(-4)=1$

05 $\overline{AB}=5$에서 $\overline{AB}^2=25$이므로
$\{a-(-1)\}^2+(-1-3)^2=25$
$a^2+2a+17=25$, $a^2+2a-8=0$
$(a-2)(a+4)=0$
$\therefore a=2$ ($\because a>0$)

06 선분 AB를 3 : 4로 내분하는 점 P의 좌표는
$\left(\frac{3\cdot9+4\cdot2}{3+4}\right)$ $\therefore$ P(5)
$\therefore a=5$

07 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는
$\left(\frac{a+b-5}{3}, \frac{-b+2a+2}{3}\right)$
이 점이 원점이므로
$\frac{a+b-5}{3}=0$, $\frac{-b+2a+2}{3}=0$
$\therefore a+b=5$, $2a-b=-2$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=4$
$\therefore ab=1\cdot4=4$

08 두 점 $(-3, 5)$, $(1, 1)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-1=\frac{1-5}{1-(-3)}(x-1)$
$\therefore y=-x+2$
따라서 이 직선과 y축이 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$이므로 $a=2$

09 직선 $y=2x$에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이고 점 $(3,1)$을 지나므로 구하는 직선의 방정식은

$y-1=-\frac{1}{2}(x-3) \qquad \therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{5}{2}$이므로

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=2$

10 (i) 직선 $kx-y-2=0$이 직선 $3x-y-3=0$ 또는 직선 $x+y-1=0$과 평행할 때

$k=3$ 또는 $k=-1$

(ii) 직선 $kx-y-2=0$이 두 직선 $3x-y-3=0$, $x+y-1=0$의 교점을 지날 때

$3x-y-3=0$, $x+y-1=0$을 연립하여 풀면

$x=1$, $y=0$

즉 직선 $kx-y-2=0$이 점 $(1,0)$을 지나려면

$k-2=0 \qquad \therefore k=2$

(i), (ii)에서 모든 실수 k의 값의 합은

$3+(-1)+2=4$

11 선분 AH의 길이는 직선 l과 점 A 사이의 거리와 같으므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{|-2\cdot 2+1-12|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}}=\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$

12 원 $(x+3)^2+(y-1)^2=25$의 중심의 좌표가 $(-3,1)$이고 반지름의 길이가 5이므로

$a=-3$, $b=1$, $r=5$

$\therefore a+b+r=-3+1+5=3$

13 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$ (A, B, C는 상수)

이라 하면 세 점 $(1,1)$, $(4,2)$, $(0,4)$를 지나므로

$1+1+A+B+C=0$

$16+4+4A+2B+C=0$

$16+4B+C=0$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$A=-4$, $B=-6$, $C=8$

따라서 원의 방정식은 $x^2+y^2-4x-6y+8=0$, 즉 $(x-2)^2+(y-3)^2=5$이므로 구하는 원의 넓이는

$\pi\cdot(\sqrt{5})^2=5\pi$

14 원 $x^2+y^2=5$의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 기울기가 2인 접선의 방정식은

$y=2x\pm\sqrt{5}\cdot\sqrt{2^2+1}$

$=2x\pm 5$

다른 풀이

기울기가 2인 접선의 방정식을

$y=2x+a$, 즉 $2x-y+a=0$ (a는 상수) ······ ㉠

이라 하면 직선 ㉠이 원 $x^2+y^2=5$에 접하므로 원의 중심 $(0,0)$과 직선 ㉠ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다. 즉

$\frac{|a|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|a|=5 \qquad \therefore a=\pm 5$

이것을 ㉠에 대입하면 구하는 직선의 방정식은

$y=2x\pm 5$

15 점 $(5,-1)$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(5-1, -1-2) \qquad \therefore (4, -3)$

따라서 $a=4$, $b=-3$이므로

$a+b=4+(-3)=1$

16 원 $(x-2)^2+(y-\sqrt{5})^2=3$을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

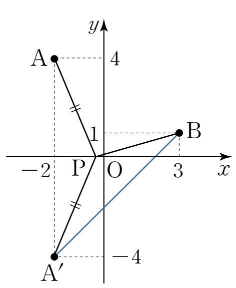
$(x-2)^2+(-y-\sqrt{5})^2=3$

$\therefore (x-2)^2+(y+\sqrt{5})^2=3$

따라서 원의 중심 $(2, -\sqrt{5})$와 원점 사이의 거리는

$\sqrt{2^2+(-\sqrt{5})^2}=3$

17 점 $\mathrm{A}(-2, 4)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면



$\mathrm{A}'(-2, -4)$

$\therefore \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq \overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+\{1-(-4)\}^2}$

$=5\sqrt{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

[서술형 1] $|x|+|x-2|\le 8$에서 $x<0$, $0\le x<2$, $x\ge 2$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.

❶

(i) $x<0$일 때

$-x-(x-2)\le 8$, $-x-x+2\le 8$

$-2x\le 6$ $\quad\therefore x\ge -3$

그런데 $x<0$이므로 $-3\le x<0$

(ii) $0\le x<2$일 때

$x-(x-2)\le 8$, $x-x+2\le 8$

$\therefore 0\cdot x\le 6$

따라서 해는 모든 실수이다.

그런데 $0\le x<2$이므로 $0\le x<2$

(iii) $x\ge 2$일 때

$x+(x-2)\le 8$, $2x\le 10$

$\therefore x\le 5$

그런데 $x\ge 2$이므로 $2\le x\le 5$

❷

(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는

$-3\le x\le 5$

따라서 $\alpha=-3$, $\beta=5$이므로

❸

$\alpha^2+\beta^2=(-3)^2+5^2=34$

❹

채점 기준	배점
❶ x의 값의 범위를 나눌 수 있다.	1점
❷ 나눈 범위에 따라 각 부등식의 해를 구할 수 있다.	3점
❸ α, β의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] $k:(1-k)$에서 $k>0$, $1-k>0$

$\therefore 0<k<1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

❶

선분 AB를 $k:(1-k)$로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{k\cdot 3+(1-k)\cdot(-5)}{k+(1-k)}, \frac{k\cdot 3+(1-k)\cdot(-2)}{k+(1-k)}\right)$$

$\therefore (8k-5, 5k-2)$

이 점이 제2사분면 위의 점이므로

$8k-5<0$, $5k-2>0$

$\therefore \frac{2}{5}<k<\frac{5}{8}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

❷

㉠, ㉡에서 $\frac{2}{5}<k<\frac{5}{8}$

따라서 $\alpha=\frac{2}{5}$, $\beta=\frac{5}{8}$이므로

❸

$\alpha\beta=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{8}=\frac{1}{4}$

❹

채점 기준	배점
❶ $k:(1-k)$에서 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❷ 선분 AB를 $k:(1-k)$로 내분하는 점의 좌표에서 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	3점
❸ α, β의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $\alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] 원 $x^2+y^2-4y=5$에서 $x^2+(y-2)^2=9$

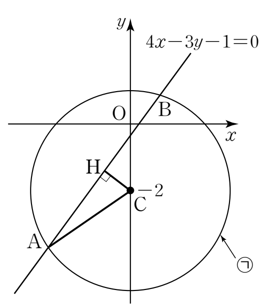
이 원을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x)^2+(-y-2)^2=9$

$\therefore x^2+(y+2)^2=9$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

❶

오른쪽 그림과 같이 원 ㉠과 직선 $4x-3y-1=0$의 두 교점을 A, B, 원 ㉠의 중심을 C$(0, -2)$라 하고, 점 C에서 직선 $4x-3y-1=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{\mathrm{CH}}=\frac{|4\cdot 0-3\cdot(-2)-1|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=1$$

❷

이때 원 ㉠의 반지름의 길이가 3이므로 직각삼각형 CAH에서

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{CA}}^2-\overline{\mathrm{CH}}^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AH}}=4\sqrt{2}$

따라서 구하는 선분의 길이는 $4\sqrt{2}$

❸

채점 기준	배점
❶ 대칭이동한 원의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❷ 원의 중심과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.	3점
❸ 원이 직선에 의하여 잘린 선분의 길이를 구할 수 있다.	2점