

# 유리함수

## LEVEL 1

1. 유리함수  $y = \frac{-2x+5}{x+1}$ 의 두 점근선을  $x=a$ ,  $y=b$ 라고 할 때,

$a^2+b^2$ 의 값은?

[2018-기말고사-고림고 3번]

- ① 1      ② 5      ③ 8      ④ 13      ⑤ 25

2.  $x \neq 1$ ,  $x \neq -2$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$\frac{a}{x-1} - \frac{b}{x+2} = \frac{3}{x^2+x-2}$ 가 성립할 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

[2018-기말고사-용인고 1번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 함수  $y = \frac{-2x-3}{x+1}$ 의 그래프에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 모두 고른 것은?

- ㄱ. 정의역은  $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$ , 치역은  $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$ 이다.  
 ㄴ. 두 점근선의 방정식은  $x=1$ ,  $y=-2$ 이다.  
 ㄷ. 제 1사분면을 지나지 않는다.  
 ㄹ. 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여 그릴 수 있다.

[2018-기말고사-용인고 2번]

- ① ㄱ      ② ㄴ, ㄷ      ③ ㄷ, ㄹ  
 ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

4. 함수  $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로

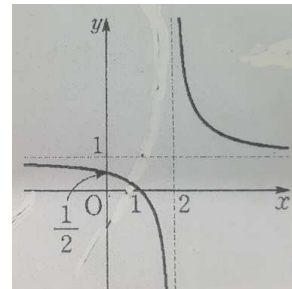
$q$ 만큼 평행이동하면 함수  $y = \frac{2}{x+1}$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때, 상수  $p$ ,  $q$ 에 대하여  $pq$ 의 값은?

[2018-기말고사-용인고 3번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 상수  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?

[2018-기말고사-용인고 4번]



- ① -6      ② -4      ③ -2      ④ 0      ⑤ 2

6. 함수  $f(x) = \frac{2x-8}{x-3}$ 에 대하여 함수  $f(g(x)) = g(f(x)) = x$ 를 만족시킬 때,  $g(-1)$ 의 값은?

[2018-기말고사-용인고 5번]

- ① -3      ②  $-\frac{1}{3}$       ③ 0      ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{11}{3}$

7. 유리함수  $y = \frac{-2x-3}{x-1}$ 의 점근선의 방정식을  $x=a$ ,  $y=b$ 라고 하자.

이때,  $a+b$ 의 값은?

[2018-기말고사-포곡고 5번]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 정의역  $\{x|2 < x \leq 3\}$ 에서 유리함수  $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 최솟값은?

[2018-기말고사-포곡고 9번]

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -2

9. 등식  $\frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{x^2} = \frac{x-2}{x^2(x+1)}$ 이 항상 성립할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a-b$ 의 값은? (단,  $x \neq -1, x \neq 0$ 인 실수)

[2019-기말고사-삼계고 6번]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

10. 함수  $y = -\frac{1}{3x}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

[2019-기말고사-삼계고 7번]

- ① 점근선의 방정식은  $x=0$ ,  $y=0$ 이다.  
 ② 원점에 대하여 대칭인 곡선이다.  
 ③ 그래프는 제2사분면과 제4사분면에 있다.  
 ④  $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프와  $y$ 축에 대하여 대칭이다.  
 ⑤ 정의역과 치역은 모두 0이 아닌 실수 전체의 집합이다.

11. 유리함수  $y = \frac{b}{2x+a} + c$ 가 점 (2,1)을 지나고, 점근선의 방정식이

$x=1$ ,  $y=-3$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)

[2019-기말고사-삼계고 8번]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

12. 함수  $y = \frac{2x+7}{x+1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

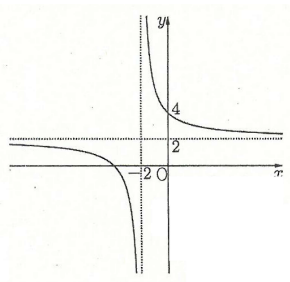
[2019-기말고사-용인고 11번]

- ①  $y$ 절편은 7이다.  
 ② 직선  $y = -x+1$ 에 대칭인 그래프이다.  
 ③ 점 (-1, 2)에 대하여 대칭인 그래프이다.  
 ④  $x < -1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값도 증가한다.  
 ⑤  $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

13. 함수  $f(x) = \frac{1}{x}$ 를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼  
평행이동하면 함수  $g(x) = \frac{3x+a}{x-3}$ 와 겹쳐진다. 이때,  $a+p+q$ 의  
값은?  
[2019-기말고사-태성고 3번]
- ① -8      ② -4      ③ -2      ④ 0      ⑤ 2

14. 함수  $y = \frac{2}{x-3} + 2$ 의 그래프에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서  
있는 대로 고른 것은?  
ㄱ. 점근선의 방정식은  $x=3$ ,  $y=2$ 이다.  
ㄴ. 제 3사분면을 지나지 않는다.  
ㄷ. 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여 그릴 수 있다.  
[2020-기말고사-용인고 10번]
- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

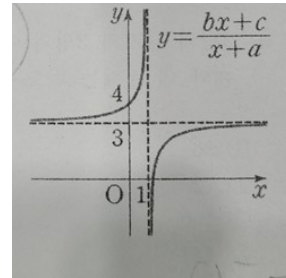
15. 그림과 같이 함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가  $(0, 4)$ 를 지날 때,  
 $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)  
[2020-기말고사-포곡고 3번]



- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 4      ⑤ 8

16. 유리함수  $y = \frac{5}{x-3} + 4$ 의 점근선의 방정식이  $x=p$ ,  $y=q$ 일 때,  
 $p+q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 상수이다.)  
[2021-기말고사-고림고 1번]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

17. 유리함수  $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $a+b+c$ 의  
값은?(단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)



- [2021-기말고사-용인고 8번]
- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

18. 다음 식을 계산하면?  
 $\frac{x^2-3x-4}{x+1} \times \frac{x^2-1}{x-4}$   
[2021-기말고사-태성고 2번]

- ①  $x^2-1$       ②  $(x-1)^2$       ③  $(x+1)^2$   
④  $x^2-3x-4$       ⑤  $x^2-5x+4$

19. 함수  $y = \frac{-4x+3}{x+2}$ 의 점근선의 방정식을 구하면?

[2021-기말고사-태성고 3번]

- |                |                |
|----------------|----------------|
| ① $x=2, y=3$   | ② $x=4, y=2$   |
| ③ $x=0, y=0$   | ④ $x=-4, y=-2$ |
| ⑤ $x=-2, y=-4$ |                |

20. 유리함수  $y = \frac{4x+2}{2x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

[2021-기말고사-포곡고 8번]

- ① 점 (1,6)을 지난다.
- ② 제4사분면을 지나지 않는다.
- ③ 정의역은  $\{x|x \neq \frac{1}{2} \text{인 실수}\}$ 이다.
- ④ 점근선의 방정식은  $x = \frac{1}{2}, y = 2$ 이다.
- ⑤  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{2}$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

## LEVEL 2

21. 유리함수  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점이 무리함수

$y = \sqrt{x+8} + k$ 의 그래프 위의 점일 때, 상수  $k$ 의 값은?

[2018-기말고사-태성고 2번]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

22. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가

$f(x) = \frac{12x+16}{3x-1}$ ,  $g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{가 정수인 경우}) \\ 0 & (x \text{가 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$ 일 때, 방정식

$(g \circ f)(x) = 1$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 곱을 구하시오.

[2018-기말고사-태성고 15번]

23. 두 함수  $f(x) = \frac{ax+7}{x+2}$ ,  $g(x) = \frac{bx+7}{x-3}$ 이  $g(f(x)) = x$ 를 만족시킬 때,

$a+b$ 의 값은?

[2018-기말고사-포곡고 12번]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

24. 유리함수  $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

[2018-기말고사-포곡고 19번]

(1) 유리함수  $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ 의 점근선의 방정식과  $y$ 절편을 구하시오.

또한 위에서 구한 점근선과  $y$ 절편을 좌표평면에 나타내고 유리함수

$y = \frac{-2x-1}{x-2}$ 의 그래프를 그리시오.

(2) 유리함수  $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ 의 그래프가  $y = mx-2$ 의 그래프와 만나지

않도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위를 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오.

25. 함수  $f(x) = \frac{ax-b}{x+1}$ 의 그래프가 점  $(2, 1)$ 을 지나고,  $f = f^{-1}$ 일 때,

$f(3)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

[2019-기말고사-삼계고 9번]

- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤ 2

26. 함수  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의

방향으로  $b$ 만큼 평행이동하면 함수  $y = \frac{5x-4}{x-1}$ 의 그래프와

일치한다고 할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

[2019-기말고사-용인고 5번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

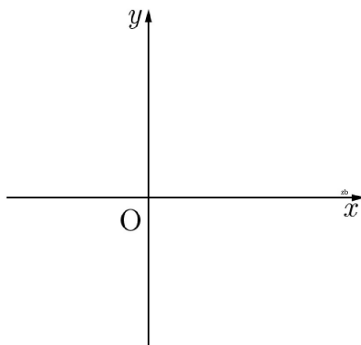
27. 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로  $-1$ 만큼  $y$ 축 방향으로  $3$ 만큼 평행이동하면 함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 일치한다. 이때, 정의역  $\{x | 0 \leq x \leq 4\}$ 일 때, 함수  $g(x)$ 의 최댓값은?  
[2020-기말고사-고림고 11번]

- ① 1                      ② 5                      ③  $\frac{11}{3}$                       ④  $\frac{17}{5}$                       ⑤ 8

28. 함수  $y = \frac{bx}{x+a}$  (단,  $a, b$ 는 상수)의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(1, -2)$ 를 지날 때, 제 1사분면에 있는 그래프 위의 점  $P$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q, R$ 라고 할 때, 삼각형  $PQR$ 의 넓이는 점  $P$ 의  $x$ 좌표가  $n$ 일 때 최솟값  $m$ 을 갖는다.  $m-n$ 의 값은? (단,  $n, m$ 은 상수)  
[2020-기말고사-고림고 14번]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10

29.  $y = \frac{bx+1}{x+a}$  ( $a, b$ 는 상수)의 그래프가 점  $(-1, 2)$ 에 대하여 대칭일 때,  $a, b$ 의 값과 주어진 함수의 그래프가 몇 사분면을 지나는지 구하시오. (단, 주어진 함수의 그래프를 반드시 그리시오.)  
[2020-기말고사-고림고 20번]



30. 유리함수  $y = \frac{3x+k-6}{x-2}$ 의 그래프가 제 3사분면을 지나지 않도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값은?  
[2021-기말고사-고림고 13번]

- ①  $\frac{15}{2}$                       ② 7                      ③  $\frac{13}{2}$                       ④ 6                      ⑤  $\frac{11}{2}$

31. 실수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 는 점근선이  $x = -1, y = 2$ 이고,  $y$ 절편이 1인 유리함수이다.  $abc$ 의 값은?  
[2021-기말고사-삼계고 17번]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1                      ④ 2                      ⑤ 4

32. 유리함수  $y = \frac{k}{x+4} + 3$ 의 그래프가 제 1, 2, 3, 4사분면을 모두 지나도록 하는 정수  $k$ 의 최댓값은?  
[2021-기말고사-용인고 9번]

- ① -13                      ② -7                      ③ 0                      ④ 6                      ⑤ 12

33. 함수  $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $y = g(x)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동하면  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프와 일치한다. 상수  $a, b, k$ 에 대하여  $a+b-k$ 의 값은?

[2021-기말고사-용인고 13번]

- ①  $-6$       ②  $-3$       ③  $0$       ④  $2$       ⑤  $4$

34. 함수  $y = \frac{1}{x-a} + b$ 의 그래프가 두 직선  $y = x+3$ ,  $y = -x-2$ 에 대하여 대칭일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하면?

[2021-기말고사-태성고 9번]

- ①  $-\frac{5}{2}$       ②  $-\frac{5}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

35. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$f(x) = \frac{4x+17}{2x+1}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{가 정수인 경우}) \\ 0 & (x \text{가 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

일 때, 방정식  $(g \circ f)(x) = 1$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수를 구하면?

[2021-기말고사-태성고 15번]

- ①  $2$       ②  $4$       ③  $6$       ④  $8$       ⑤  $10$

36. 유리함수  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프가 다음 조건을 만족한다.

(가) 원점을 지난다.

(나) 점근선의 방정식은  $x=1, y=-2$ 이다.

함수  $f(x)$ 의 역함수를  $f^{-1}(x)$ 라고 할 때,  $f^{-1}(-3)$ 의 값은?

(단,  $a, b, c, d$ 는 상수,  $c \neq 0$ )

[2021-기말고사-포곡고 17번]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

## LEVEL 3

37. 유리함수  $y = \frac{ax+1}{x+b} (x \neq -b)$ 의 그래프에 대하여 옳은 것은?

[2018-기말고사-고림고 9번]

- ①  $a > 0, b > 0$ 이면 제 4 사분면을 지난다.
- ②  $a > 0, b < 0$ 이면 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③  $a < 0, b > 0$ 이면 모든 사분면을 지난다.
- ④  $a < 0, b < 0$ 이면 제 2 사분면을 지난다.
- ⑤  $a < 0, b < 0$ 이면 모든 사분면을 지난다.

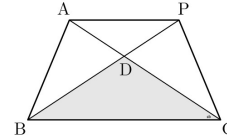
38. 유리함수  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ 의 그래프가  $3 \leq x \leq 7$ 의 범위에서 최댓값을 갖는 점을  $A$ , 최솟값을 갖는 점을  $B$ 라고 할 때, 원점  $O(0, 0)$ 과 점  $A, B$ 가 이루는 삼각형  $\triangle OAB$ 의 넓이는?

[2018-기말고사-고림고 12번]

- ① 10      ② 20      ③ 30      ④ 40      ⑤ 50

39.  $\overline{BC} = x+1$ 이고 넓이가 4인  $\triangle ABC$ 가 있다. 꼭짓점  $A$ 를 지나고  $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 위에  $\overline{AP} = x$ 가 되도록 점  $P$ 를 잡을 때,  $\triangle ABC$ 와  $\triangle PBC$ 의 공통부분  $\triangle DBC$ 의 넓이를  $y$ 라고 하자. 곡선  $y = f(x) \left( \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \right)$  위를 움직이는 두 점  $(a, b), (c, d)$ 에 대하여  $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+3m$ 의 값을 다음의 물음에 따라 구하시오.

[2018-기말고사-고림고 19번]



(1) 공통부분  $\triangle DBC$ 의 넓이를  $y$ 를  $x$ 에 대한 식으로 표현하시오.

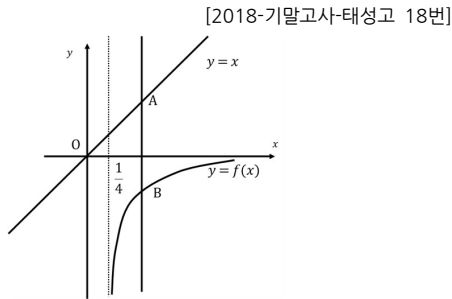
(2) 두 점  $(a, b), (c, d)$ 에 대하여  $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+3m$ 의 값을 구하시오.

40.  $2 \leq x \leq 5$ 에서  $ax+3 \leq \frac{3x+1}{x-1} \leq bx+3$ 가 항상 성립할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a-b$ 의 최댓값을 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오.

[2018-기말고사-용인고 16번]



41. 그림과 같이 함수  $f(x) = \frac{-9}{4x-1} \left( x > \frac{1}{4} \right)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 가 있다. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점  $B$ 를 지나고  $y$ 축과 평행한 직선이 직선  $y=x$ 와 만나는 점을  $A$ 라 하자. 선분  $AB$ 의 길이의 최솟값을 구하시오.



42. 점  $A(-2, -4)$ 과 함수  $y = \frac{-4x-3}{x+2}$ 의 그래프 위의 점  $P$ 에 대하여 점  $A$ 를 중심으로 하고 점  $P$ 를 지나는 원의 넓이의 최솟값은?  
[2019-기말고사-용인고 15번]

- ①  $5\pi$       ②  $6\pi$       ③  $8\pi$       ④  $9\pi$       ⑤  $10\pi$

43. 다음은 점  $A(-2, -1)$ 과 함수  $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프 위의 점  $P$ 에 대하여 점  $A$ 를 중심으로 하고 점  $P$ 를 지나는 원의 넓이의 최솟값을 구하는 과정이다.

$y = \frac{-x+1}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ 에서 점  $A$ 는 이 그래프의 두 점근선의 교점이다. 원의 반지름인  $\overline{AP}$ 의 길이가 최소일 때 원의 넓이가 최소이고, 이때의 점  $P$ 는  $P_1, P_2$ 의 두 개가 존재한다.

한편  $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프는 점  $A$ 에 대하여 대칭이므로 기울기가 양수인 직선  $y = (가)$ 에 대하여 대칭이다.

그러므로  $\frac{-x+1}{x+2} = (가)$ 에서  $x^2 + 4x + 1 = 0$

따라서  $x = -2 \pm \sqrt{3}$ 이다.

즉, 두 점  $P_1, P_2$ 의 좌표는 각각  $(-2 - \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}), (-2 + \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3})$ 이므로  $\overline{AP_1} = \overline{AP_2} = (나)$

따라서 구하는 원의 넓이의 최솟값은  $\pi \times (나)^2$ 이다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을  $f(x)$ , (나)에 알맞은 값을  $k$ 라 할 때,  $f(3) + k^2$ 의 값은?

[2019-기말고사-태성고 11번]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

44.  $x > 0$ 에서 정의된 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프 위의 점  $P$ 에서  $x$ 축과  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $P, Q$ 라 할 때, 직사각형  $ROQP$ 의 넓이의 최솟값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다)

[2019-기말고사-태성고 17번]

45. 함수  $f(x) = \left| \frac{1}{2x-3} \right|$ 에 대하여  $(f \circ f)(x) = 2$ 를 만족하는 모든  $x$ 값들의 합을 구하시오.  
[2019-기말고사-태성고 18번]

46. 함수  $y = \frac{-2x-2}{x+3}$ 의 그래프 위의 점  $P$ 에 대하여, 점  $C(-3, -2)$ 를 중심으로 하고 점  $P$ 를 지나는 원의 넓이의 최솟값은?  
[2020-기말고사-용인고 15번]

①  $5\pi$       ②  $6\pi$       ③  $7\pi$       ④  $8\pi$       ⑤  $9\pi$

47. 함수  $y = \frac{9}{x-2} + 3(x > 2)$ 의 그래프 위의 점  $P$ 에서 두 점근선에 내린 수선의 발을 각각  $A, B$ 라 할 때,  $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?  
[2020-기말고사-용인고 19번]

① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

48. 함수  $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프와 직선  $nx - y + 2n - 1 = 0$ 이 만나는 두 점을  $P_n(a_n, b_n), Q_n(c_n, d_n)$ 라 할 때,  $P_n$ 과  $Q_n$ 의 모든  $x$ 좌표들의 합을  $a$ , 모든  $y$ 좌표들의 합을  $b$ 라 하자.  $a+b$ 의 값은? (단,  $n$ 은 100이하의 자연수이다.)

[2020-기말고사-태성고 14번]

① -200      ② -300      ③ -400      ④ -500      ⑤ -600

49. 함수  $f(x) = \frac{cx+d}{ax+b}$  ( $a, b, c, d$ 는 상수이고,  $a \neq 0$ )가 다음을 만족시킨다.

- (가)  $f(0) = \frac{1}{2}$   
 (나)  $f(x) = f^{-1}(x)$   
 (다)  $f(x) = x$ 를 만족하는 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_2 - x_1 = \sqrt{6}$ 이다.

이때,  $f(3)$ 의 값은? (단,  $x_1 < x_2$ 이고  $f(x)$ 의 그래프는 제 3사분면을 지나지 않는다.)

[2020-기말고사-태성고 15번]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

50. 양수  $k$ 에 대하여 함수  $y = \frac{4}{x}$ 와 직선  $y = kx$ 가 서로 다른 두 점  $P, Q$ 에서 만난다. 점  $P$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선과 점  $Q$ 를 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 서로 만나는 점  $R$ 에 대하여  $\overline{PR} + \overline{QR}$ 은  $k = k_1$ 일 때, 최솟값  $m$ 를 갖는다고 한다. 이때  $k_1 + m$ 의 값은? (단,  $k_1$ 과  $m$ 은 실수이다.)

[2021-기말고사-고림고 20번]

- ① 9      ②  $\frac{17}{2}$       ③ 8      ④  $\frac{15}{2}$       ⑤ 7

51. 유리함수  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 과 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f^2 \circ f$ , ...,  $f^{n+1} = f^n \circ f$ 로 정의하자. 함수  $g(x) = f^{2021}(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ.  $g^{-1}(0) = 1$   
 ㄴ.  $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프는 모든 사분면을 다 지난다.  
 ㄷ.  $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 점근선은  $(-1, 1)$ 에서 만난다.  
 ㄹ.  $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프는  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 평행이동 한 것이다.

[2021-기말고사-고림고 23번]

- ① ㄱ, ㄴ      ② ㄱ, ㄷ      ③ ㄴ, ㄹ  
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄹ      ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

52. 실수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 는 점근선이  $x = -1, y = 2$ 이고,  $y$ 절편이 1인 유리함수이다.  $y = |f(x)|$ 의 그래프와  $y = -x + k$ 가 만나는 교점의 개수를  $g(k)$ 라고 할 때,  $g(-1) + g(-\frac{1}{2}) + g(0) + g(\frac{1}{2})$ 의 값은?

[2021-기말고사-삼계고 18번]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

53. 두 집합  $A, B$ 가

$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{7x+1}{2x-1} \right\}, B = \left\{ (x, y) \mid x^2 - x + y^2 - 7y = \frac{31}{4} \right\}$  일 때,  $A \cap B$ 의 원소를  $(x_k, y_k)$ , 모든  $x_k$ 들의 합을  $M$ 이라 하자.  $n(A \cap B) + M$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단,  $k$ 는 자연수)  
[2021-기말고사-삼계고 20번]

54.  $a > -9$ 인 실수  $a$ 에 대하여 유리함수  $y = \frac{3x+a}{x-3}$ 의 그래프의 두

점근선의 교점과 원점  $O$ 를 지나는 직선이 유리함수의 그래프와 만나는 두 점을  $P, Q$ 라 하면  $\overline{PQ} = 6\sqrt{2}$ 이다. 이 유리함수의 그래프 위의 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수는? (단, 점  $Q$ 의  $x$ 좌표는 점  $P$ 의  $x$ 좌표보다 작다.)  
[2021-기말고사-용인고 21번]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

55.  $2 \leq x \leq 3$ 에서  $a(x-4)^2 \leq \frac{3x-1}{x-1} < b(x-4)^2$ 가 항상 성립할 때,

양의 정수  $a, b$ 에 대하여  $b-a$ 의 최솟값을 구하면?  
[2021-기말고사-태성고 17번]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

56. 유리함수  $f(x) = \frac{a}{x}$ 와 직선  $g(x) = ax$ 이 0보다 큰 범위에서 만나는

교점을  $A$ ,  $f(x)$ 와  $g^{-1}(x)$ 이 0보다 큰 범위에서 만나는 교점을  $B$ 라 하자. 원점  $O$ 에 대하여 삼각형  $OAB$ 가 정삼각형이 될 때, 10이 아닌 양수  $a$ 의 값을 모두 구하시오.  
[2021-기말고사-태성고 19번]

57. 함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) \quad f(x) = \begin{cases} -x+5 & (x < 0) \\ \frac{2x+5}{x+1} & (x \geq 0) \end{cases}$$

(나) 함수  $y=g(x)$ 의 그래프는 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $y$ 축 대칭이다.

$h(x)=f(x)+g(x)$ 라 할 때, 함수  $y=h(x)$ 의 최솟값은?

[2021-기말고사-포곡고 18번]

①  $5+\sqrt{5}$   
④  $6+2\sqrt{3}$

②  $6+\sqrt{3}$   
⑤  $7+2\sqrt{5}$

③  $5+2\sqrt{5}$

1) ②

2) ②

3) ②

4) ②

5) ③

6) ⑤

7) ②

8) ①

9) ⑤

10) ④

11) ②

12) ④

13) ③

14) ③

15) ⑤

16) ④

17) ②

18) ①

19) ⑤

20) ②

21) ①

22) 14

23) ④

24) (1) 점근선 :  $x=2, y=-2$   $y$ 절편 :  $\frac{1}{2}$  (2)  $0 \leq m < 5$

25) ③

26) ⑤

27) ②

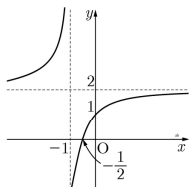
28) ②

29) ]

점근선의 방정식이  $x=-1, y=2$ 이므로  
 $a=1, b=2$ 이다.

즉,  $f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 2$ 이라 하면

$f(0) = 1$ 이므로 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의  
개형은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 함수의 그래프는

제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

30) ④

31) ④

32) ①

33) ④

34) ②

35) ④

36) ③

37) ③

38) ②

39) (1)  $y = \frac{4x+4}{2x+1} \left( \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \right)$

(2) 11;L

40)  $-\frac{9}{5}$

41)  $\frac{13}{4}$

42) ⑤

43) ⑤

44)  $7+2\sqrt{6}$

45) 6

46) ④

47) ④

48) ⑤

49) ②

50) ①

51) ①

52) ④

53) 6

54) ③

55) ③

56)  $a=2 \pm \sqrt{3}$

57) ④