



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 함수의 개형을 파악하거나 치환을 하는 문제가 자주 출제된다. 정적분의 기하적 의미에서는 함수의 그래프의 개형을 파악하여 계산을 하는 경우가 많으므로 주의하도록 한다. 또한 정적분으로 정의된 함수에서는 치환을 이용하는 경우가 많으므로 문제에서 주어진 조건을 정확히 해석하는 연습이 필요하다.

평가문제

[스스로 마무리하기]

1. $\int_0^2 (x-1)^2 dx - \int_0^2 (x+1)^2 dx$ 의 값을 구하면?

- ① -7 ② -8
③ -9 ④ -10
⑤ -11

[스스로 확인하기]

2. 다음 중 정적분이 옳지 않은 것은?

- ① $\int_0^4 3dx = 12$
② $\int_1^3 (3x^2 - 2)dx = 22$
③ $\int_0^2 (x^3 - 2x + 1)dx = -2$
④ $\int_{-5}^5 (x+1)(x^2 - x + 1)dx = 10$
⑤ $\int_{-1}^1 (x^3 + 5x)dx = 0$

[스스로 확인하기]

3. $\int_0^3 (3x^2 - 2x + 1)dx + \int_3^5 (3x^2 - 2x + 1)dx$ 의 값을 구하면?

- ① 90 ② 95
③ 100 ④ 105
⑤ 110

[스스로 확인하기]

4. 자연수 n 에 대하여

$\int_0^1 (1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1})dx = 2020$ 일 때,
 n 의 값을 구하면?

- ① 1010 ② 505
③ 2020 ④ 4040
⑤ 5050

[스스로 확인하기]

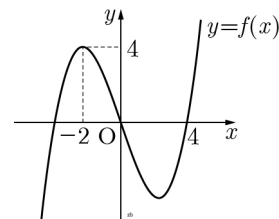
5. $\int_1^a (6x^2 - 10x - 5)dx = 0$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a > 1$)

- ① 2 ② $\frac{3 + \sqrt{71}}{4}$
③ $\frac{3 + \sqrt{71}}{2}$ ④ $\frac{3 + \sqrt{73}}{4}$
⑤ $\frac{3 + \sqrt{73}}{2}$

[스스로 확인하기]

6. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을

때, $\int_{-2}^4 f'(x)dx$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② -2
③ -3 ④ -4
⑤ -5

[스스로 확인하기]

7. $f(x) = 12x^2$ 에 대하여 $f(x)$ 의 부정적분 중 $F(0) = 1$ 인 것을 $F(x)$ 라 하면 $\int_0^1 F(x)dx$ 의 값은?

- ① 10 ② 8
③ 6 ④ 4
⑤ 2

[스스로 마무리하기]

8. 부등식 $\int_0^3 (x^2 - 4nx + 2)dx > -5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 n 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

9. 함수 $f(x) = ax + 1$ 에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx = 0$ 일 때, 정적분 $\int_0^2 2f(x) + 1dx$ 의 값을 구하면? (단, a 는 상수)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 0

[스스로 마무리하기]

10. 정적분 $\int_0^2 (3a^2x^2 + 8ax - 5)dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 실수 a 의 값을 m , 그때의 정적분의 값을 n 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -19
③ -23 ④ 0
⑤ 15

[스스로 확인하기]

11. $f(x) = \int_{-2}^5 |x^2 - 9|dx$ 의 값을 구하면?

- ① 47 ② 48
③ 49 ④ 50
⑤ 51

[스스로 확인하기]

12. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(x) = 3x^2 + \int_0^1 xf(t)dt$ 가 성립할 때, $f(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 15
③ 16 ④ 17
⑤ 20

[스스로 확인하기]

13. 함수 $f(x) = x^2 + 3x - 2$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x f(t)dt$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

14. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$\int_a^x f(t)dt = 3x^3 + 4ax^2 + ax$ 를 만족할 때, $f(0)$ 을 구하면? (단, $a \neq 0$)

- ① $-\frac{8}{7}$ ② $-\frac{1}{7}$
③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{6}{7}$
⑤ $\frac{9}{7}$

[스스로 확인하기]

15. $\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^3 - ax^2 + 3x - 1$ 일 때,

함수 $f(x)$ 를 구하면?

- ① $x-1$ ② $3x-3$
③ $5x-5$ ④ $6x-6$
⑤ $7x-7$

[스스로 마무리하기]

16. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 가

$$\int_{-1}^1 f(x)dx=2, \int_{-1}^1 xf(x)dx=\frac{12}{5} \text{를 만족시킬 때,}$$

상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 3 ② 6
 ③ 9 ④ 12
 ⑤ 15

[스스로 마무리하기]

17. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 항상 옳은 것만을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

$$\neg. \int_0^2 f(x)dx = - \int_2^0 f(x)dx$$

$$\angle. \int_{-3}^5 f(x)dx = \int_{-3}^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx$$

$$\sqsubset. f(-x)=f(x) \text{이면 } \int_{-1}^1 f(x)dx=0 \text{ 이다.}$$

- ① \neg ② \sqsubset
 ③ \neg, \angle ④ \angle, \sqsubset
 ⑤ \neg, \angle, \sqsubset

[스스로 마무리하기]

18. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x+3)=f(x), \int_0^3 f(x)dx=3 \text{를 만족시킬 때,}$$

정적분 $\int_0^{12} f(x)dx$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 6
 ③ 9 ④ 12
 ⑤ 15

[스스로 마무리하기]

19. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 - 9x \text{를 만족시킬 때,}$$

정적분 $\int_0^1 f(2x)dx$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5

[스스로 마무리하기]

20. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^3 + 5x^2 + 7x - 1 \text{를 만족시킬 때,}$$

 $f(-2)$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5



정답 및 해설

1) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^2 (x-1)^2 dx - \int_0^2 (x+1)^2 dx \\
 &= \int_0^2 \{(x-1)^2 - (x+1)^2\} dx \\
 &= \int_0^2 (-4x) dx = [-2x^2]_0^2 = -8
 \end{aligned}$$

2) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \textcircled{3} \int_0^2 (x^3 - 2x + 1) dx \\
 &= \left[\frac{1}{4}x^4 - x^2 + x \right]_0^2 = 4 - 4 + 2 = 2
 \end{aligned}$$

3) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^3 (3x^2 - 2x + 1) dx + \int_3^5 (3x^2 - 2x + 1) dx \\
 &= \int_0^5 (3x^2 - 2x + 1) dx \\
 &= [x^3 - x^2 + x]_0^5 = 125 - 25 + 5 = 105
 \end{aligned}$$

4) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^1 (1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}) dx \\
 &= [x + x^2 + x^3 + \dots + x^n]_0^1 = n = 2020
 \end{aligned}$$

5) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_1^a (6x^2 - 10x - 5) dx = 0 \\
 & [2x^3 - 5x^2 - 5x]_1^a = 2a^3 - 5a^2 - 5a - 2 + 5 + 5 = 0 \\
 & 2a^3 - 5a^2 - 5a + 8 = 0 \\
 & (a-1)(2a^2 - 3a - 8) = 0, \\
 & a = 1 \text{ 또는 } a = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{4} \\
 & \text{따라서 } a = \frac{3 + \sqrt{73}}{4}
 \end{aligned}$$

6) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_{-2}^4 f'(x) dx \\
 &= [f(x)]_{-2}^4 = f(4) - f(-2) = 0 - 4 = -4
 \end{aligned}$$

7) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & f(x) = 12x^2 \text{를 적분하면 } F(x) = 4x^3 + C \text{인데,} \\
 & F(0) = 1 \text{이므로 } C = 1 \text{이고,} \\
 & \text{따라서 } F(x) = 4x^3 + 1 \text{이다. 구하는 값은} \\
 & \int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 4x^3 + 1 dx = [x^4 + x]_0^1 = 2
 \end{aligned}$$

8) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^3 (x^2 - 4nx + 2) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 2nx^2 + 2x \right]_0^3 \\
 &= 9 - 18n + 6 = -18n + 15 > -5 \text{ 에서} \\
 & -18n > -20, \quad n < \frac{10}{9} \text{ 이므로} \\
 & \text{음이 아닌 정수 } n \text{은 2개다.}
 \end{aligned}$$

9) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^2 (ax + 1) dx = \left[\frac{1}{2}ax^2 + x \right]_0^2 = 2a + 2 = 0, \\
 & \text{그러므로 } a = -1 \text{ 이고 } f(x) = -x + 1 \text{ 이다.} \\
 & \int_0^2 2(-x + 1) + 1 dx = \int_0^2 -2x + 3 dx \\
 &= [-x^2 + 3x]_0^2 = -4 + 6 = 2
 \end{aligned}$$

10) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \int_0^2 (3a^2x^2 + 8ax - 5) dx = [a^2x^3 + 4ax^2 - 5x]_0^2 \\
 &= 8a^2 + 16a - 10 = 8(a+1)^2 - 18 \\
 & \text{따라서 주어진 정적분은} \\
 & a = -1 \text{일 때 최솟값 } -18 \text{을 가지므로} \\
 & m = -1, \quad n = -18 \\
 & m + n = -19
 \end{aligned}$$

11) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & f(x) = \int_{-2}^5 |x^2 - 9| dx \\
 &= \int_{-2}^3 (-x^2 + 9) dx + \int_3^5 (x^2 - 9) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 9x \right]_{-2}^3 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 9x \right]_3^5 \\
 &= -9 + 27 - \frac{8}{3} + 18 + \frac{125}{3} - 45 - 9 + 27 = 48
 \end{aligned}$$

12) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & f(x) = 3x^2 + \int_0^1 xf(t) dt = 3x^2 + x \int_0^1 f(t) dt \\
 & a = \int_0^1 f(t) dt \text{라 하면 } f(x) = 3x^2 + ax \text{이다.} \\
 & a = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 (3t^2 + at) dt \\
 &= \left[t^3 + \frac{a}{2}t^2 \right]_0^1 = 1 + \frac{1}{2}a \\
 & \text{따라서 } a = 2, \\
 & f(2) = 12 + 4 = 16
 \end{aligned}$$

13) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & f(x) \text{의 한 부정적분을 } F(x) \text{라 하면} \\
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x f(t) dt \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)} \times \frac{F(x) - F(2)}{x - 2}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} F'(2) = \frac{1}{4} f(2) = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

14) [정답] ②

[해설] $\int_a^x f(t)dt = 3x^3 + 4ax^2 + ax$ 의 양변에

$$x=a \text{를 대입하면 } 0 = 7a^3 + a^2, \quad 0 = a^2(7a+1)$$

$$a \neq 0 \text{이므로 } a = -\frac{1}{7}$$

$$\int_a^x f(t)dt = 3x^3 + 4ax^2 + ax \text{의 양변을 } x \text{에 대하}$$

$$\text{여 미분하면 } f(x) = 9x^2 + 8ax + a = 9x^2 - \frac{8}{7}x - \frac{1}{7}$$

$$\text{이므로 } f(0) = -\frac{1}{7}$$

15) [정답] ④

[해설] $\int_1^x (x-t)f(t)dt = x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt$

$$x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt = x^3 - ax^2 + 3x - 1$$

$$\text{양변에 } 1 \text{을 대입하면 } 0 = -a + 3, \quad a = 3$$

$$x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt = x^3 - ax^2 + 3x - 1$$

양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 3x^2 - 2ax + 3$$

$$\text{그러므로 } \int_1^x f(t)dt = 3x^2 - 2ax + 3$$

다시 미분하면

$$f(x) = 6x - 2a$$

따라서 $f(x) = 6x - 6$ 이다.

16) [정답] ③

[해설] $\int_{-1}^1 (x^3 + ax^2 + bx)dx = 2 \int_0^1 ax^2dx$

$$= 2 \left[\frac{1}{3} ax^3 \right]_0^1 = \frac{2}{3} a = 2 \quad \text{에서 } a = 3$$

$$\int_{-1}^1 (x^4 + ax^3 + bx^2)dx = \int_{-1}^1 (x^4 + bx^2)dx$$

$$= 2 \left[\frac{1}{5} x^5 + \frac{1}{3} bx^3 \right]_0^1 = \frac{2}{5} + \frac{2}{3} b = \frac{12}{5} \quad \text{에서 } b = 3$$

따라서 구하는 값은 9이다.

17) [정답] ③

[해설] $\because f(-x) = f(x)$ 이면

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx \quad \text{이다.}$$

18) [정답] ④

[해설] $\int_0^{12} f(x)dx = 4 \int_0^3 f(x)dx = 12$

19) [정답] ⑤

[해설] $\int_0^x f(t)dt = x^3 - 9x$ 의 양변을 미분하면

$$f(x) = 3x^2 - 9,$$

$$\int_0^1 f(2x)dx = \int_0^1 \{3(2x)^2 - 9\}dx$$

$$\int_0^1 (12x^2 - 9)dx = [4x^3 - 9x]_0^1 = 4 - 9 = -5$$

20) [정답] ②

[해설] $\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^3 + 5x^2 + 7x - 1$

$$= x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt = x^3 + 5x^2 + 7x - 1$$

양변을 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 3x^2 + 10x + 7,$$

$$\int_1^x f(t)dt = 3x^2 + 10x + 7$$

다시 양변을 미분하면 $f(x) = 6x + 10$ 이므로

$$f(-2) = -12 + 10 = -2$$