



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-04

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 부분집합의 개수

집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 의 부분집합과 진부분집합의 개수는 다음과 같다.

(1) 집합 A 의 부분집합의 개수 $\Rightarrow 2^n$ (2) 집합 A 의 진부분집합의 개수 $\Rightarrow 2^n - 1$

1. 다음 집합의 원소의 개수와 부분집합의 개수를 각각 구하여 표의 빈칸을 채워라.

집합	원소의 개수	부분집합의 개수
$\{x, y\}$		
$\{x, y, z\}$		
$\{x, y, z, w\}$		

2. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 를 $B = \{x + y \mid y \in A, y \in A\}$ 로 정의할 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라.

■ 다음 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

3. $A = \{2, 4, 6, 8\}$

4. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

5. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}$

6. $A = \{a, b\}$

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

8. $A = \{\emptyset, a, b\}$

9. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

10. $A = \{\emptyset\}$

11. $A = \{\{1\}, 2, 3, 4\}$

12. $A = \{\{1, 2\}, 3, 4\}$

13. $A = \{\emptyset, 0\}$

14. $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$

15. $A = \{X \mid X \subset \{1, 2\}\}$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 $X \subset A$, $X \neq A$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▣ 다음 집합 A 의 진부분집합의 개수를 구하여라.

17. $A = \{1, 2, 3\}$

18. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

19. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

20. $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$

21. $A = \{a, b\}$

22. $A = \{\emptyset, a, b\}$

23. $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}$

24. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

25. $\{a, \{a, b\}\}$

26. $A = \{\{1\}, 2, 3, 4\}$

27. $B = \{\{2, 4\}, \{6, 8\}\}$

02

특정한 원소를 포함하거나 포함하지 않는 부분집합의 개수

집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 에 대하여 특정한 원소를 반드시 원소로 갖는 집합 A 의 부분집합의 개수는 다음과 같다.

(1) 집합 A 의 원소 중에서 특정한 원소 k 개를 반드시 원소로 갖는(또는 갖지 않는) 집합 A 의 부분집합의 개수

$$\Rightarrow 2^{n-k} \quad (\text{단, } k < n)$$

(2) 집합 A 의 원소 중에서 특정한 원소 k 개는 반드시 갖고, 특정한 원소 m 개는 원소로 갖지 않는 집합 A 의 부분집합의 개수

$$\Rightarrow 2^{n-k-m} \quad (\text{단, } k+m < n)$$

28. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중에서 0을 원소로 포함하는 부분집합을 모두 구하여라.

29. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중에서 a, c 를 원소로 포함하는 부분집합을 모두 구하여라.

30. 다음 집합에 대하여 주어진 조건을 만족하는 부분집합의 개수를 구하여 표의 빈칸을 채워라.

집합	반드시 포함하는 원소	부분집합의 개수
$\{x, y, z\}$	y	$2^{3-1} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z\}$	y, z	
$\{x, y, z, w\}$	y, w	
$\{x, y, z, w\}$	x, y, w	

■ 다음 집합 A에 대하여 []안의 원소를 반드시 원소로 갖는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

31. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ [2]

32. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ [4]

33. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ [1, 3]

34. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ [2, 4, 6]

35. $A = \{\emptyset, 2\}$ [2]

36. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ [1, 2]

37. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ [1, 2, 4, 8]

38. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ [6, 8]

39. $A = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ [0]

40. $A = \{1, 2, a, b, c\}$ [a, b, c]

41. $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ [a, {a}]

42. $A = \{\emptyset, 2, 4, \{6, 8\}\}$ [\emptyset]

43. $A = \{a, b, c, \{a\}, \{b\}\}$ [{a}, {b}]

44. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ [1, 2, 3, 4]

■ 다음 집합 A에 대하여 []안의 원소를 원소로 갖지 않는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

45. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ [2, 4]

46. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ [1, 5, 9]

47. $A = \{a, b, c, d, e\}$ [a, e]

48. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ [2, 4, 6]

49. $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ [1, 3, 5, 7, 9]

50. $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta\}$ [α, θ]

■ 다음 집합 A에 대하여 []안의 원소를 포함하지 않는 집합 A의 부분집합의 개수를 구하여라.

51. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ [1, 3]

52. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $[2, 4]$

53. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $[1, 3, 5]$

54. $A = \{0, \emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}\}$ $[\emptyset]$

55. $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ $[\{a, b\}]$

56. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $[3, 4]$

57. 집합 $A = \{a, e, i, o, u\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 원소로 반드시 갖고, i, u 를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

58. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중에서 3 을 원소로 반드시 갖고, 7 을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

59. 집합 $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ 의 부분집합 중에서 a, b 를 반드시 갖고, $\{a\}, \{b\}$ 를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

60. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset A, 6 \notin A$ 를 만족하는 집합 X 의 부분집합 A 의 개수를 구하여라.

■ 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

61. $\{1\} \subset X$

62. $1 \in X, 5 \notin X$

63. $\{2, 4\} \subset X$

64. $2 \in X, 3 \in X, 5 \notin X$

65. $1 \in X, 3 \in X, 4 \notin X, 6 \notin X$

66. $\{1, 2, 3\} \subset X$

67. $\{1, 5\} \subset X, 6 \notin X$

68. $1 \in X, 5 \in X, 3 \notin X, 6 \notin X$

69. $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} \subset X, \{x|x \text{는 } 5 \text{의 약수}\} \not\subset X$

■ 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 개수를 구하여라.

70. $\{1, 4\} \subset A \subset \{1, 3, 4, 5\}$

71. $\{2, 6\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

72. $\{1, 2, 4\} \subset A \subset \{1, 2, 4, 8, 10, 14\}$



정답 및 해설

1) 2, 4, 3, 8, 4, 16

⇒

집합	원소의 개수	부분집합의 개수
$\{x, y\}$	2	$4(=2^2)$
$\{x, y, z\}$	3	$8(=2^3)$
$\{x, y, z, w\}$	4	$16(=2^4)$

2) 32

⇒

$x+y$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

위 표에서 $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 따라서 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

3) 16

⇒ $n(A) = 4$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$

4) 16

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 집합 A의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

5) 32

⇒ $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

6) 4

7) 32

8) 8

⇒ 집합 A의 원소는 \emptyset, a, b 의 3개이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

9) 32

⇒ $2^5 = 32$ (개)

10) 2

⇒ 집합 A의 원소는 \emptyset 의 1개이므로 부분집합의 개수는 $2^1 = 2$ (개)

11) 16

⇒ 집합 A의 원소는 $\{1\}, 2, 3, 4$ 의 4개이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

12) 8

⇒ 집합 A의 원소는 $\{1, 2\}, 3, 4$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

13) 4

⇒ 집합 A의 원소는 $\emptyset, 0$ 의 2개이므로 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개)

14) 8

⇒ 집합 A의 원소는 $1, 2, \{1, 2\}$ 의 3개이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

15) 16

⇒ $A = \{X \mid X \text{는 집합 } \{1, 2\} \text{의 부분집합}\}$
 $= \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개)

16) 255

⇒ 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 24\}$ 의 원소의 개수는 8이므로 진부분집합의 개수는 $2^8 - 1 = 255$ (개)

17) 7

⇒ $2^3 - 1 = 7$ (개)

18) 15

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 집합 A의 진부분집합의 개수는 $2^4 - 1 = 15$ (개)

19) 31

⇒ $2^5 - 1 = 31$ (개)

20) 63

⇒ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad \therefore 2^6 - 1 = 63$ (개)

21) 3

⇒ $2^2 - 1 = 3$ (개)

22) 7

⇒ $2^3 - 1 = 7$ (개)

23) 63

⇒ $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \quad \therefore 2^6 - 1 = 63$ (개)

24) 31

⇒ $2^5 - 1 = 31$ (개)

25) 3

⇒ $2^2 - 1 = 3$ (개)

26) 15

⇒ $2^4 - 1 = 15$ (개)

27) 3

⇒ $2^2 - 1 = 3$ (개)28) $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}$ ⇒ 원소 0을 제외한 $\{1, 2\}$ 의 부분집합인

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 의 각각에 원소 0을 넣으면
 $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}$

29) $\{a, c\}, \{a, b, c\}$

30) 2, 4, 2

⇒

집합	반드시 포함하는 원소	부분집합의 개수
$\{x, y, z\}$	y	$2^{3-1} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z\}$	y, z	$2^{3-2} = 2^1 = 2$
$\{x, y, z, w\}$	y, w	$2^{4-2} = 2^2 = 4$
$\{x, y, z, w\}$	x, y, w	$2^{4-3} = 2^1 = 2$

31) 8

⇒ 2를 반드시 원소 갖는 집합 A의 부분집합은
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\},$
 $\{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 로 $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

32) 8

⇒ 4를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수는
 $2^{4-1} = 2^3 = 8$

33) 8

⇒ $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

34) 8

⇒ $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

35) 2

⇒ $2^{2-1} = 2(\text{개})$

36) 8

⇒ $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

37) 16

⇒ $2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$

38) 4

⇒ 6, 8을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는
 $2^{4-2} = 2^2 = 4$

39) 4

⇒ $2^{3-1} = 2^2 = 4(\text{개})$

40) 4

⇒ $2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$

41) 4

⇒ $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

42) 8

⇒ $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

43) 8

⇒ $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

44) 8

⇒ $2^{7-4} = 2^3 = 8(\text{개})$

45) 4

⇒ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 2, 4를 원소로
 갖지 않는 부분집합의 개수는 $2^{4-2} = 4(\text{개})$ 이다.

46) 4

⇒ $2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$

47) 8

⇒ 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는
 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

48) 16

⇒ 원소 7개 중 3개를 제외한 부분집합의 개수는
 $2^{7-3} = 2^4 = 16(\text{개})$

49) 32

⇒ 원소 10개 중 5개를 제외한 부분집합의 개수는
 $2^{10-5} = 2^5 = 32(\text{개})$

50) 8

⇒ 원소 5개 중 2개를 제외한 부분집합의 개수는
 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

51) 4

⇒ $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

52) 8

⇒ $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

53) 8

⇒ $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

54) 8

⇒ $2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

55) 16

⇒ $2^{5-1} = 2^4 = 16(\text{개})$

56) 4

⇒ $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

57) 4개

⇒ $2^{5-1-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

58) 8

⇒ $2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

59) 1

⇒ $2^{4-2-2} = 2^0 = 1(\text{개})$

60) 16

⇒ 주어진 조건을 만족하는 집합 X의 부분집합 A는
원소 1, 2를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하
지 않는다.

따라서 집합 X의 부분집합 A의 개수는

$$2^{7-2-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

61) 32

⇒ 1을 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합 X의
개수는 $2^{6-1} = 2^5 = 32(\text{개})$

62) 16

⇒ 1을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합 A
의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-1-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

63) 16

⇒ 2, 4를 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합 X
의 개수는 $2^{6-2} = 2^4 = 16(\text{개})$

64) 8

⇒ 2, 3을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합
A의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-2-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

65) 4

$$\Rightarrow 2^{6-2-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

66) 8

⇒ 1, 2, 3을 반드시 원소로 포함하는 A의 부분집합
X의 개수는 $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

67) 8

$$\Rightarrow 2^{6-2-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

68) 4

⇒ 1, 5를 반드시 포함하고, 3, 6을 포함하지 않는
집합 A의 부분집합 X의 개수는

$$2^{6-2-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

69) 2

⇒ 집합 A의 원소 중 2의 배수는 2, 4, 6이고, 5의
약수는 1, 5이므로 구하는 부분집합의 개수는

$$2^{6-3-2} = 2^1 = 2(\text{개})$$

70) 4

⇒ 1, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{1, 3, 4, 5\}$
의 부분집합의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

71) 16

⇒ 2, 6을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
의 부분집합의 개수는 $2^{6-2} = 2^4 = 16(\text{개})$

72) 8

⇒ 1, 2, 4를 반드시 포함하는 집합
 $\{1, 2, 4, 8, 10, 14\}$ 의 부분집합의 개수는

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$