

과 목 명	과목코드	2020학년도 제1학기 2차 지필평가 2학년 수학 I 시행일 : 2020년 7월 30일(목) 1교시
수학 I	14	

※ 답안지에 반, 번호, 이름을 정확히 기입하시오.

※ 선택형은 정답을 골라 답안지의 해당란에 ●표하고 논술형은  
논술형 답란에 볼펜(검정 또는 파랑)으로 정확히 기입하시오.  
(논술형은 연필로 작성 시 오답처리 될 수 있음)

※ 배점: 선택형 16문항 85점, 논술형 3문항 15점 총 19문항 100점

1. 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열의 제20항은? [5.0점]

- ① 56      ② 59      ③ 62      ④ 65      ⑤ 68

2.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 13$ ,  $\sum_{k=1}^{10} b_k = -5$  일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 16      ② 21      ③ 26  
④ 31      ⑤ 36

3. 제3항이 12, 제6항이 -96인 등비수열의 제2항은? [5.0점]

- ① -6      ② -4      ③ -2      ④ 2      ⑤ 4

4.  $\overline{AB}=5$ ,  $\overline{AC}=8$ ,  $\angle A=30^\circ$  일 때 삼각형 ABC의 넓이는? [5.0점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

5. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 4이고,

$A=45^\circ$ ,  $b=4\sqrt{3}$  일 때,  $C$ 의 크기는? ( $0^\circ < B < 90^\circ$ ) [5.1점]

- ①  $60^\circ$       ②  $65^\circ$       ③  $70^\circ$   
④  $75^\circ$       ⑤  $80^\circ$

6.  $\sum_{i=1}^{10} (i+1)^2 - \sum_{p=1}^{10} (p-1)^2$ 의 값은? [5.2점]

- ① 200      ② 210      ③ 220      ④ 230      ⑤ 240

7. 지름이 2인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이는? [5.3점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

8. 수열  $\{a_n\}$ 에서  $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - n + 2$  일 때,  $a_{13}$  은? [5.3점]

- ① 23      ② 24      ③ 25  
④ 26      ⑤ 27

9. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2$ ,

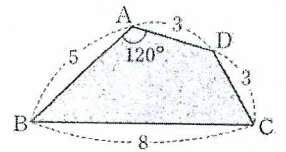
$\sum_{k=1}^{2n} a_k = 3n^2 + 2n$  을 만족시킨다.  $\sum_{k=1}^{10} a_{2k} + \sum_{k=1}^{10} a_k$  의 값은?  
[5.4점]

- ① 95      ② 100      ③ 105  
④ 110      ⑤ 115

10.  $\sum_{k=2}^{10} \frac{2k+3}{1^2+2^2+3^2+\dots+(k+1)^2}$  의 값은? [5.4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④ 1      ⑤  $\frac{3}{2}$

11. 그림과 같이  $\overline{AB}=5$ ,  $\overline{BC}=8$ ,  
 $\overline{CD}=\overline{DA}=3$ 이고,  $\angle A = 120^\circ$  인  
사각형 ABCD의 넓이는? [5.4점]



- ①  $9\sqrt{3}$       ②  $\frac{37}{4}\sqrt{3}$       ③  $\frac{19}{2}\sqrt{3}$   
④  $\frac{39}{4}\sqrt{3}$       ⑤  $10\sqrt{3}$

12. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n a_{n+1} = 3n$  이고  
 $a_3 = 1$  일 때,  $a_1 \times a_5$  의 값은? [5.4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1  
④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

13. 첫째항부터 제4항까지의 합이 20, 제5항부터 제12항까지의 합이 240인 등비수열의 첫째항부터 제16항까지의 합은? [5.5점]

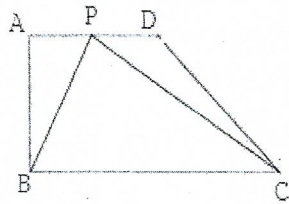
- ① 720    ② 740    ③ 760    ④ 780    ⑤ 800

14. 50이하의 홀수인 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y=x^2-x+1$ 과  $x=n$ 이 만나는 점을  $P_n=(x_n, y_n)$ 이라 하자.

집합  $A=\{x_n+y_n | n \text{은 } 50\text{이하의 홀수}\}$ 라 할 때 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은? [5.6점]

- ① 20850    ② 20900    ③ 20950    ④ 21000    ⑤ 21050

15. 그림과 같은 사다리꼴 ABCD가 있다.  $\overline{AB}=\overline{AD}=1$ ,  $\overline{BC}=2$ ,  $\angle A=\angle B=90^\circ$ 이다.  $\overline{AD}$ 위에 임의의 점 P를 잡아  $\overline{PB}=m$ ,  $\overline{PC}=n$ 이라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [5.7점]



<보기>

- ㄱ.  $2 \leq mn \leq \sqrt{5}$   
 ㄴ.  $m^2+n^2$ 의 최댓값은 6이다.  
 ㄷ. 삼각형PBC의 외접원 넓이의 최댓값은  $10\pi$ 이다.

- ① ㄱ  
 ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이  $a_n = \sum_{i=1}^n \left( \frac{n+1}{n+1-i} \times \frac{1}{3^{i-1}} \right)$ 일 때, 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n < 3$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때,  $a_1 = \boxed{\text{(가)}} < 3$ 이다.

(ii)  $n=k$ 일 때,  $a_k < 3$ 이라 가정하자.

$n=k+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \sum_{i=1}^{k+1} \left( \frac{k+2}{k+2-i} \times \frac{1}{3^{i-1}} \right) \\ &= \frac{k+2}{k+1} + \frac{k+2}{k} \times \frac{1}{3} + \frac{k+2}{k-1} \times \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{k+2}{3^k} \\ &= \frac{k+2}{k+1} + \frac{1}{3} \left( \frac{k+1}{k} + \frac{k+1}{k-1} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{k+1}{3^{k-1}} \right) \\ &\quad + \boxed{\text{(나)}} \times \left( \frac{k+1}{k} + \frac{k+1}{k-1} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{k+1}{3^{k-1}} \right) \\ &= 1 + \frac{1}{k+1} + \boxed{\text{(다)}} \times a_k \end{aligned}$$

이므로  $a_{k+1} < 3$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n < 3$ 이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $\alpha$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  $18f(\alpha)+9g(\alpha)$ 의 값은? [5.7점]

- ① 3    ② 4    ③ 5  
 ④ 6    ⑤ 7

[논술형1.] 두 수  $a$ 와  $b$ 의 등차중항이 4이고 등비중항이 3일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오. [5.0점]

[논술형2.] 좌표평면에서  $y = \frac{1}{2}x$ 와  $y = 3x$  사이의 예각을  $\theta$ 라고 하면  $\sin \theta$ 의 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오. [5.0점]

[논술형3.] 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에서  $a_n, b_n$ 을 두 근으로 하는 이차방정식이  $x^2 - 2nx - n = 0$ 일 때,  $\sum_{j=1}^{10} (a_j^2 + b_j^2 - 1)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오. [5.0점]

이 시험문제의 저작권은 고령고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.