01 여러 가지 경우의 수

(1) 지불 방법과 지불금액의 수

사용하는 화폐의 개수가 각각 l, m, n일 때

① 지불 경우의 수 ⇨ $(l+1)(m+1)(n+1)-1$

② 지불 금액의 수 ⇨ 금액이 중복되는 경우를 확인하고 큰 단위의 화폐를 작은 단위의 화폐로 바꾸어 지불경우의 수를 이용해 구한다.

(2) 방·부등식의 해의 개수

⇨ 방정식 $ax+by+cz=d$ (a, b, c, d는 상수)를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 x, y, z 중 계수의 절댓값이 큰 것부터 수를 대입해 구한다.

⇨ 부등식 $ax+by \le c$ (a, b, c는 상수)를 만족시키는 순서쌍 (x, y)의 개수는 주어진 x, y의 값의 조건을 이용하여 부등식이 성립하는 $ax+by$의 값을 찾은 뒤, $ax+by=d$ 꼴의 방정식을 만들어 방정식의 해의 개수를 구한다.

(3) 도로망에서의 경우의 수

동시에 갈수 없는 길 ⇨ 합의 법칙

동시에 갈수 있는 길 ⇨ 곱의 법칙

(4) 색칠하는 경우의 수

가장 많은 영역과 인접하고 있는 영역에 색칠하는 경우의 수를 먼저 구한 뒤 이웃한 영역에 같은 색을 칠하지 않도록 색의 개수를 하나씩 줄여가며 곱의 법칙을 이용한다.

참고 규칙성을 찾기 어려운 경우의 수를 구할 때에는 수형도나 표를 이용하면 어떤 사건도 중복되지 않고 빠짐없이 나열할 수 있어 편리하다.

◪ **다음 지불할 수 있는 경우의 수를 구하여라. (단, 0원을 지불하는 것은 제외한다.)**

1. 500원짜리의 아이스크림과 1500원짜리 아이스크림으로 3000원어치 사는 경우의 수

2. 500원, 750원, 1000원짜리의 과일을 각각 한 개 이상 살 때, 5000원어치 사는 경우의 수

3. 300원, 1200원, 1500원짜리의 과자로 6000원어치 사는 경우의 수

4. 문구점에서 판매되는 지우개, 펜, 연습장의 1개당 가격이 각각 500원, 1000원, 2000원일 때 8000원어치로 세 문구류로 학용품 세트를 만드는 경우의 수

5. 500원짜리 동전 3개, 1000원짜리 지폐 1장으로 지불할 수 있는 경우의 수

6. 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 경우의 수

7. 50원짜리 동전 2개, 1000원짜리 지폐 3장으로 지불할 수 있는 경우의 수

8. 500원짜리 동전 6개, 1000원짜리 지폐 3장으로 지불할 수 있는 경우의 수

9. 100원짜리 동전 2개, 500원짜리 동전 4개, 1000원짜리 지폐 2장으로 지불할 수 있는 경우의 수

10. 10원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 2개, 100원짜리 동전 2개으로 지불할 수 있는 경우의 수

◪ 다음 동전 또는 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수를 구하여라. (단, 0원을 지불하는 것은 제외한다.)

11. 500원짜리 동전 3개, 1000원짜리 지폐 1장

12. 50원짜리 동전 2개, 100원짜리 동전 3개

13. 10원짜리 동전 6개, 50원짜리 동전 2개

14. 10원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 2개, 100원짜리 동전 2개

15. 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액의 수

16. 100원짜리 동전 2개, 500원짜리 동전 3개, 1000원짜리 지폐 3장

◪ 다음 방정식을 만족시키는 각 순서쌍의 개수를 구하여라.

17. $x+2y=8$를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수

18. $x+3y=16$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수

19. $x+2y+3z=9$를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

20. $3x+y+z=8$를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

21. $2x+y=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수

22. $x+4y=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수의 순서쌍$(x,\ y)$의 개수

23. $x+y+2z=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

24. $3x+y+2z=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수의 순서쌍$(x,\ y,\ z)$의 개수

25. $x+3y+4z=8$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

26. $x+3y+2z=7$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

27. $2x+y+z=6$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

28. $4x+3y+2z=10$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수

◪ 다음 부등식을 만족시키는 각 순서쌍의 개수를 구하여라.

29. $x+2y \le 5$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수

30. $3x+2y \le 8$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수

31. $x+2y+3z \le 10$을 만족시키고 $z=0$일 때, 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

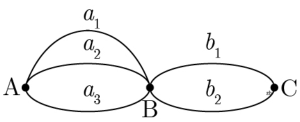
32. $x+2y+3z \le 10$을 만족시키고 $z=1$일 때, 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

33. $x+2y+3z \le 10$을 만족시키고 $z=2$일 때, 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

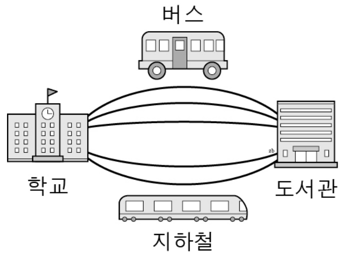
34. $x+2y+3z \le 10$을 만족시키고 $z=3$일 때, 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

◪ 다음 경우의 수를 구하여라.

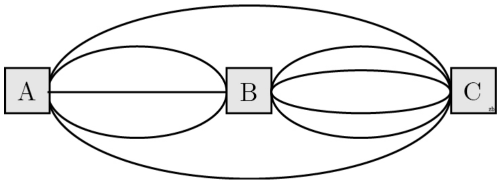
35. 다음과 같이 A지점에서 B지점으로 가는 길은 a_1, a_2, a_3의 3가지이고, B지점에서 C지점으로 가는 길은 b_1, b_2의 2가지일 때, A지점을 출발하여 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수



36. 학교에서 도서관까지 가는 버스 노선과 지하철 노선이 다음과 같을 때, 학교에서 도서관까지 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수

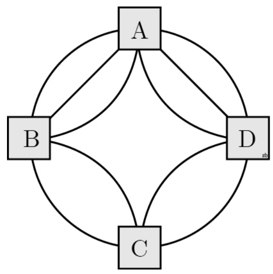


37. 다음 그림과 같이 세 도시 A, B, C가 여러 개의 도로로 연결되어 있을 때, A도시에서 C도시로 가서 다시 A도시로 돌아오는 경우의 수

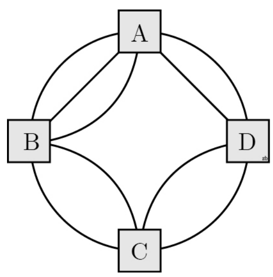


◪ 네 지점 A, B, C, D 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있을 때, 다음 경우의 수를 구하여라. (단, 한 번 지나간 지점은 다시 지나지 않는다.)

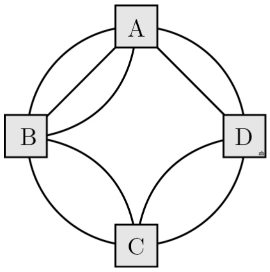
38. A지점에서 C지점으로 가는 경우의 수



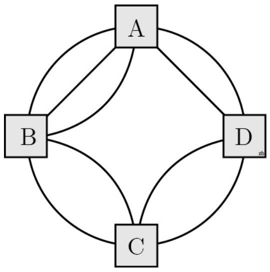
39. A지점에서 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수



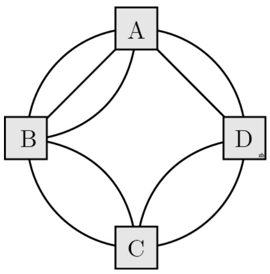
40. A지점에서 D지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수



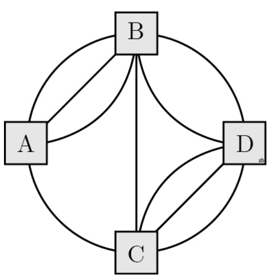
41. C지점에서 A지점으로 오는 경우의 수



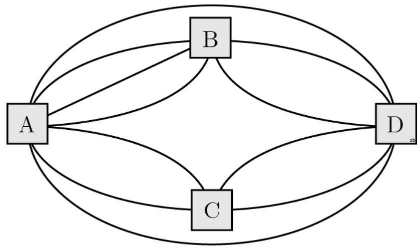
42. A지점에서 C지점으로 갔다가 다시 A지점으로 돌아오는 경우의 수



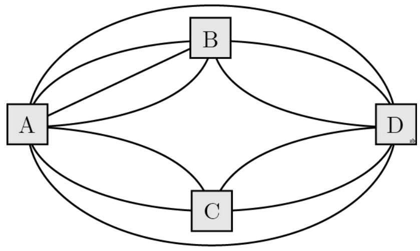
43. A지점에서 D지점으로 가는 경우의 수



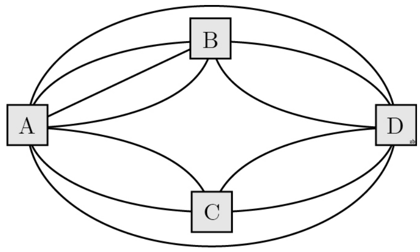
44. A지점에서 B지점을 거쳐 D지점으로 가는 경우의 수



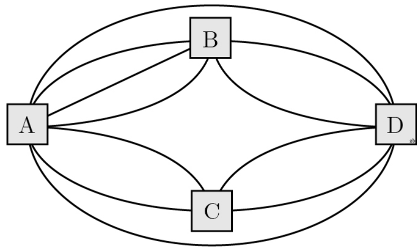
45. A지점에서 D지점으로 가는 경우의 수



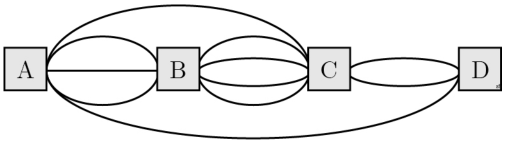
46. A지점에서 B지점을 거치지 않고 D지점으로 가는 경우의 수



47. A지점에서 B지점을 거쳐 D지점으로 갔다가 D지점에서 B지점을 거치지 않고 A지점으로 돌아오는 경우의 수

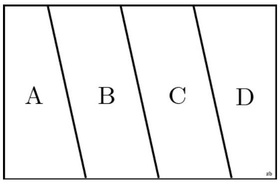


48. A지점에서 D지점으로 가는 경우의 수

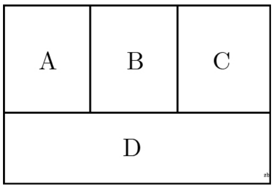


◪ 다음 그림의 영역을 주어진 색으로 칠하려고 한다. 같은 색은 여러 번 사용해도 되지만 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하여라.

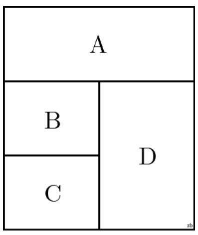
49. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



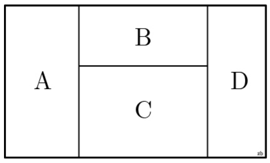
50. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



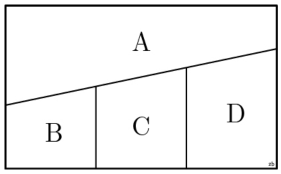
51. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



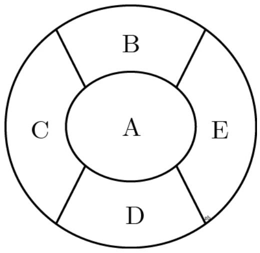
52. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 3가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



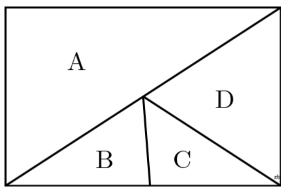
53. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



54. 다음 A, B, C, D, E 5개의 영역에 서로 다른 5가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수

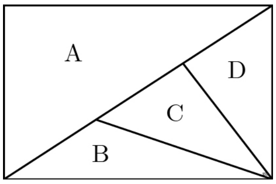


55. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수

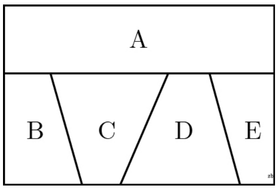


I410-ECN-0199-2017-001-000057208

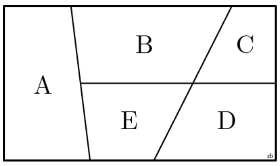
56. 다음 A, B, C, D 4개의 영역에 서로 다른 4가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



57. 다음 A, B, C, D, E 5개의 영역에 서로 다른 5가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



58. 다음 A, B, C, D, E 5개의 영역에 서로 다른 5가지 색을 칠하여 구분하려고 할 때 칠하는 경우의 수



정답 및 해설

1) 3
⇨ 500원, 1500원짜리 아이스크림을 각각 x개, y개 산다고 하면
$500x+1500y=3000$에서 $x+3y=6$
(i) $y=0$일 때, $x=6$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(6,\ 0)$
(ii) $y=1$일 때, $x=3$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(3,\ 1)$
(iii) $y=2$일 때, $x=0$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 2)$
따라서 아이스크림을 사는 경우의 수는 3

2) 4
⇨ 500원, 750원, 1000원짜리 과일을 각각 x개, y개, z개 산다고 하면 $500x+750y+1000z=5000$에서
$2x+3y+4z=20$
이때, 적어도 한 개 이상 사야 하므로
$x\ge 1,\ y\ge 1,\ z\ge 1$
(i) $z=1$일 때, $2x+3y=16$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(5,\ 2)$, $(2,\ 4)$의 2개
(ii) $z=2$일 때, $2x+3y=12$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(3,\ 2)$의 1개
(iii) $z=3$일 때, $2x+3y=8$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 2)$의 1개
따라서 과일을 사는 경우의 수는 $2+1+1=4$

3) 16
⇨ 300원, 1200원, 1500원짜리 과자를 각각 x개, y개, z개 산다고 하면 $300x+1200y+1500z=6000$에서 $x+4y+5z=20$
(i) $z=0$일 때, $x+4y=20$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는
$(20,\ 0)$, $(16,\ 1)$, $(12,\ 2)$, $(8,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(0,\ 5)$의 6개
(ii) $z=1$일 때, $x+4y=15$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(15,\ 0)$, $(11,\ 1)$, $(7,\ 2)$, $(3,\ 3)$의4개
(iii) $z=2$일 때, $x+4y=10$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(10,\ 0)$, $(6,\ 1)$ $(2,\ 2)$의 3개
(iv) $z=3$일 때, $x+4y=5$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(5,\ 0)$, $(1,\ 1)$의 2개
(v) $z=4$일 때, $x+4y=0$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 0)$의 1개
따라서 과자를 사는 경우의 수는 $6+4+3+2+1=16$

4) 9
⇨ 지우개 x개, 펜 y개, 연습장 z개로 학용품 세트를 구성한다고 하면 $500x+1000y+2000z=8000$에서
$x+2y+4z=16$
이때, 적어도 한 개 이상 구성해야 하므로
$x\ge 1,\ y\ge 1,\ z\ge 1$
(i) $z=1$일 때, $x+2y=12$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(10,\ 1)$, $(8,\ 2)$, $(6,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(2,\ 5)$의 5개
(ii) $z=2$일 때, $x+2y=8$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(6,\ 1)$, $(4,\ 2)$, $(2,\ 3)$의 3개
(iii) $z=3$일 때, $x+2y=4$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(2,\ 1)$의 1개
따라서 학용품 세트를 구성하는 경우의 수는
$5+3+1=9$

5) 7
⇨ 500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1의 2가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는
$4\times 2-1=7$

6) 35
⇨ 10원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
50원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지
100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $3\times 4\times 3-1=35$

7) 11
⇨ 50원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $3\times 4-1=11$

8) 27
⇨ 500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 7가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $7\times 4-1=27$

9) 44
⇨ 100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4의 5가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $3\times 5\times 3-1=44$

10) 35
⇨ 10원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4

가지
50원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $4\times3\times3-1=35$

11) 5
⇨ 500원짜리 동전 2개와 1000원짜리 지폐 1장으로 지불하는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 한 장을 500원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 500원짜리 동전 5개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는 경우의 수는
$6-1=5$

12) 8
⇨ 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 8개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 50원짜리 동전 8개로 지불하는 방법은 9가지이고, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $9-1=8$

13) 16
⇨ 10원짜리 동전 5개와 50원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 50원짜리 동전 2개를 10원짜리 동전 10개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 16개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 10원짜리 동전 16개로 지불하는 방법은 17가지이고, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $17-1=16$

14) 27
⇨ 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 3개와 50원짜리 동전 6개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $4\times7-1=27$

15) 23
⇨ 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 2개와 50원짜리 동전 7개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $3\times8-1=23$

16) 29
⇨ 500원짜리 동전 2개와 1000원짜리 지폐 1장으로 지불하는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 3장을 500원짜리 동전 6개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 100원짜리 동전 2개와 500원짜리 동전 9개로 지불하는 경우의 수와 같다.
이때, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $3\times10-1=29$

17) 3
⇨ (ⅰ) $y=1$일 때, $x=6$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(6,\ 1)$
(ⅱ) $y=2$일 때, $x=4$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(4,\ 2)$
(ⅲ) $y=3$일 때, $x=2$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(2,\ 3)$
따라서 자연수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 3

18) 5
⇨ $x+3y=16$을 만족시키는 자연수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$는
$(13,\ 1)$, $(10,\ 2)$, $(7,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(1,\ 5)$의 5개다.

19) 3
⇨ $x+2y+3z=9$에서 $x,\ y,\ z$가 자연수이므로
(ⅰ) $z=1$일 때, $x+2y=6$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(4,\ 1)$, $(2,\ 2)$의 2개
(ⅱ) $z=2$일 때, $x+2y=3$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 1)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 3

20) 5
⇨ $3x+y+z=8$에서 $x,\ y,\ z$가 자연수이므로
(ⅰ) $x=1$일 때, $y+z=5$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$의 4개
(ⅱ) $x=2$일 때, $y+z=2$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(1,\ 1)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 5

21) 3
⇨ 계수가 큰 문자 x의 값을 기준으로 경우를 나누면
(ⅰ) $x=0$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 5)$
(ⅱ) $x=1$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 3)$
(ⅲ) $x=2$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(2,\ 1)$
(ⅳ) $x=3$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(3,\ -1)$
⋮
따라서 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

22) 3
⇨ 계수가 큰 문자 y의 값을 기준으로 경우를 나누면
(ⅰ) $y=0$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(10,\ 0)$
(ⅱ) $y=1$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(6,\ 1)$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

(iii) $y=2$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(2,\ 2)$
(iv) $y=3$일 때, 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(-2,\ 3)$
⋮
따라서 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

23) 12
⇨ $x+y+2x=5$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $z=0$일 때, $x+y=5$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 5)$, $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$, $(5,\ 0)$의 6개
(ii) $z=1$일 때, $x+y=3$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 3)$, $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$, $(3,\ 0)$의 4개
(iii) $z=2$일 때, $x+y=1$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 1)$, $(1,\ 0)$의 2개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는
$6+4+2=12$

24) 5
⇨ 계수가 큰 문자 x의 값을 기준으로 경우를 나누면
(i) $x=0$일 때, $y+2z=5$
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(5,\ 0)$, $(3,\ 1)$, $(1,\ 2)$
(ii) $x=1$일 때, $y+2z=2$
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(2,\ 0)$, $(0,\ 1)$
(iii) $x=2$일 때, $y+2z=-1$
순서쌍 $(y,\ z)$는 없다.
따라서 구하는 순서쌍의 개수는 5이다.

25) 6
⇨ $x+3y+4z=8$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $z=0$일 때, $x+3y=8$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(8\ 0)$, $(5,\ 1)$, $(2,\ 2)$의 3개
(ii) $z=1$일 때, $x+3y=4$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(4,\ 0)$, $(1,\ 1)$의 2개
(iii) $z=2$일 때, $x+3y=0$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(0,\ 0)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는
$3+2+1=6$

26) 8
⇨ $x+3y+2z=7$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $y=0$일 때, $x+2z=7$이므로
순서쌍 $(x,\ z)$는 $(7\ 5)$, $(5,\ 1)$, $(3,\ 2)$, $(1,\ 3)$의 4개
(ii) $y=1$일 때, $x+2z=4$이므로
순서쌍 $(x,\ z)$는 $(4,\ 0)$, $(2,\ 1)$, $(0,\ 2)$의 3개
(iii) $y=2$일 때, $x+2z=1$이므로
순서쌍 $(x,\ z)$는 $(1,\ 0)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는
$4+3+1=8$

27) 16
⇨ $2x+y+z=6$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $x=0$일 때, $y+z=6$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 6)$, $(1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$, $(6,\ 0)$의 7개
(ii) $x=1$일 때, $y+z=4$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 4)$, $(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 0)$의 5개
(iii) $x=2$일 때, $y+z=2$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 2)$, $(1,\ 1)$, $(2,\ 0)$의 3개
(iv) $x=3$일 때, $y+z=0$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 0)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 $7+5+3+1=16$

28) 5
⇨ $4x+3y+2z=10$d서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $x=0$일 때, $3y+2z=10$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 5)$, $(2,\ 2)$의 2개
(ii) $x=1$일 때, $3y+2z=6$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$의 2개
(iii) $x=2$일 때, $3y+2z=2$이므로
순서쌍 $(y,\ z)$는 $(0,\ 1)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는
$2+2+1=5$

29) 4
⇨ (i) $y=1$일 때, $x \leq 3$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 1)$, $(2,\ 1)$, $(3,\ 1)$의 3개
(ii) $y=2$일 때, $x \leq 1$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 2)$의 1개
따라서 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 4

30) 3
⇨ $3x+2y \leq 8$에서 x, y가 자연수이므로
(i) $x=1$일 때, $2y \leq 5$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 1)$, $(1,\ 2)$의 2개
(ii) $x=2$일 때, $2y \leq 2$이므로
순서쌍 $(x,\ y)$는 $(2,\ 1)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 $2+1=3$

31) 36
⇨ $x+2y \leq 10$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로
(i) $y=0$일 때, $x \leq 10$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 11개
(ii) $y=1$일 때, $x \leq 8$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 9개
(iii) $y=2$일 때, $x \leq 6$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 7개
(iv) $y=3$일 때, $x \leq 4$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 5개
(v) $y=4$일 때, $x \leq 2$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 3개
(vi) $y=5$일 때, $x \leq 0$이므로 순서쌍 $(x,\ y)$는 1개
따라서 $z=0$일 때, x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는
$11+9+7+5+3+1=36$

32) 20
⇨ $x+2y \le 7$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로
(ⅰ) $y=0$일 때, $x \le 7$이므로 순서쌍 (x, y)는 8개
(ⅱ) $y=1$일 때, $x \le 5$이므로 순서쌍 (x, y)는 6개
(ⅲ) $y=2$일 때, $x \le 3$이므로 순서쌍 (x, y)는 4개
(ⅳ) $y=3$일 때, $x \le 1$이므로 순서상 (x, y)는 2개
따라서 $z=1$일 때, x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는 $8+6+4+2=20$

33) 9
⇨ $x+2y \le 4$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로
(ⅰ) $y=0$일 때, $x \le 4$이므로 순서쌍 (x, y)는 5개
(ⅱ) $y=1$일 때, $x \le 2$이므로 순서쌍 (x, y)는 3개
(ⅲ) $y=2$일 때, $x \le 0$이므로 순서쌍 (x, y)는 1개
따라서 $z=2$일 때, x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는 $5+3+1=9$

34) 2
⇨ $x+2y \le 1$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로 순서쌍 (x, y)는 $(0, 0)$, $(1, 0)$의 2개

35) 6
⇨ A → B로 가는 방법이 3가지이고, 그 각각에 대하여 B → C로 가는 방법이 2가지이므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $3\times2=6$

36) 5
⇨ 학교에서 도서관까지 가는 버스 노선은 3개, 지하철 노선은 2개이므로, 학교에서 도서관까지 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여
$3+2=5$(가지)

37) 196
⇨ (ⅰ) A → C로 가는 경우의 수는 2
(ⅱ) A → B → C로 가는 경우의 수는 $3\times4=12$이므로
A도시에서 C도시로 가는 경우의 수는 $2+12=14$
같은 방법으로 C도시에서 A도시로 돌아오는 경우의 수도 14
따라서 구하는 경우의 수는 $14\times14=196$

38) 12
⇨ (ⅰ) A → B → C로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
(ⅱ) A → D → C로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$

39) 6
⇨ A지점에서 B지점까지 가는 경우의 수가 3가지,
B지점에서 C지점까지 가는 경우의 수가 2가지이므로 $3\times2=6$

40) 4
⇨ $2\times2=4$

41) 10
⇨ (ⅰ) C → B → A로 가는 경우의 수는 $2\times3=6$
(ⅱ) C → D → A로 가는 경우의 수는 $2\times2=4$
따라서 구하는 경우의 수는 $6+4=10$

42) 100
⇨ (ⅰ) A → B → C로 가는 경우의 수는 $2\times3=6$
(ⅱ) A → D → C로 가는 경우의 수는 $2\times2=4$이므로 A지점에서 C지점까지 가는 경우의 수는 $6+4=10$
같은 방법으로
C지점에서 A지점으로 돌아오는 경우의 수도 10
따라서 구하는 경우의 수는 $10\times10=100$

43) 20
⇨ (ⅰ) A → B → D로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
(ⅱ) A → C → D로 가는 경우의 수는 $1\times3=3$
(ⅲ) A → B → C → D로 가는 경우의 수는 $3\times1\times3=9$
(ⅳ) A → C → B → D로 가는 경우의 수는 $1\times1\times2=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$6+3+9+2=20$

44) 6
⇨ $3\times2=6$

45) 12
⇨ (ⅰ) A → D로 가는 경우의 수는 2
(ⅱ) A → B → D로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
(ⅲ) A → C → D로 가는 경우의 수는 $2\times2=4$
따라서 구하는 경우의 수는 $2+6+4=12$

46) 6
⇨ (ⅰ) A → D로 가는 경우의 수는 2
(ⅱ) A → C → D로 가는 경우의 수는 $2\times2=4$
따라서 구하는 경우의 수는 $2+4=6$

47) 36
⇨ A지점에서 B지점을 거쳐 D지점으로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
D지점에서 B지점을 거치지 않고 A지점으로 돌아오는 경우의 수는 $2+2\times2=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$

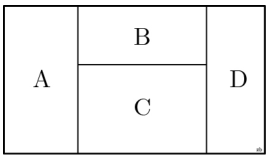
48) 27
⇨ (ⅰ) A → D로 가는 경우의 수는 1
(ⅱ) A → C → D로 가는 경우의 수는 $(1+3\times4)\times2=26$
따라서 구하는 경우의 수는
$1+26=27$

49) 108
⇨ A에 칠할 수 있는 색은 4가지,

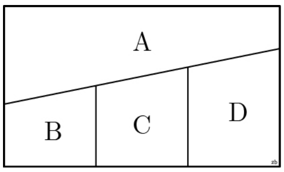
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지.
C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지.
D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times3\times3=108$

50) 48
⇨ D에 칠할 수 있는 색은 4가지,
A에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 3가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 2가지,
C에 칠할 수 있는 색은 B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2=48$

51) 48
⇨ A에 칠할 수 있는 색은 4가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지.
D에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지.
C에 칠할 수 있는 색은 B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 48

52) 6
⇨ 

B에 칠할 수 있는 색은 3가지, A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 2가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 1가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.
따라서 칠하는 경우의 수는 $3\times2\times1\times1=6$(가지)이다.

53) 48
⇨ 

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
따라서 칠하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times2=48$(가지)이다.

54) 420
⇨ (ⅰ) B, D에 같은 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 5가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 B, D에 같은 색을 칠하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times3=180$
(ⅱ) B, D에 다른 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 5가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지,
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지,
D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 B, D에 다른 색을 칠하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times2=240$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는
$180+240=420$

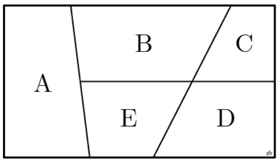
55) 84
⇨ (ⅰ) A, C에 같은 색을 칠하는 경우
A, C에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 A, C에 같은 색을 칠하는 경우의 수는
$4\times3\times3=36$
(ⅱ) A, C에 다른 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 A, C에 다른 색을 칠하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2=48$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $36+48=84$

56) 48
⇨ A에 칠할 수 있는 색은 4가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지.
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

가지.
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2 가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times2=48$

57) 540
⇨ A에 칠할 수 있는 색은 5가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지,
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3 가지,
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3 가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 3 가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times3\times3=540$

58) 720
⇨ 

B에 칠할 수 있는 색은 5가지,
A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3 가지,
C에 칠할 수 있는 색이 E와 같은 색일 경우 D에 칠할 수 있는 색은 C, E에 칠한 색을 제외한 4가지이므로 $5\times4\times3\times4=240$가지,
C에 칠할 수 있는 색이 E와 다른 색일 경우 D에 칠할 수 있는 색은 C, E에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 $5\times4\times3\times3\times3=540$가지이다.
따라서 칠하는 경우의 수는 $240+540=780$가지이다.