6-1-3.조합_신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-07-13
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

[문제]

개념check

[조합]

•서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 r $(0 < r \le n)$ 개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_n\mathbf{C}_r$ 과 같이 나타낸다.

[조합의 수]

- $oldsymbol{0}_{n}$ $\mathbb{C}_{r}=rac{n\mathbf{P}_{r}}{r!}=rac{n!}{r!(n-r)!}$ (단, $0\leq r\leq n$)
- **2** $_{n}C_{0} = 1$, $_{n}C_{1} = n$, $_{n}C_{n} = 1$
- **3** $_{n}\mathsf{C}_{r} = _{n}\mathsf{C}_{n-r}$ (단, $0 \le r \le n$)

기본문제

[문제]

- **1.** 조합 ${}_{7}C_{3} + {}_{6}C_{0}$ 의 값은?
 - ① 34
- ② 36
- ③ 38
- 44
- ⑤ 42

[문제]

- **2.** 어느 편의점에 서로 다른 11가지 종류의 과자가 있다. 이 중에서 서로 다른 3가지 종류의 과자를 고르는 경우의 수는?
 - ① 150
- 2 155
- 3 160
- 4 165
- ⑤ 170

- [예제]
- **3.** $_{10}{\rm C}_{1+a} = _{10}{\rm C}_{5+a}$ 가 성립할 때, 음이 아닌 상수 a 의 값은?
 - $\bigcirc 0$
- 2 1
- 3 2
- **4** 3

⑤ 4

- - 1) 8

- **②** 9
- 3 10
- 4 11
- **⑤** 12

[문제]

- 5. 등식 ${}_{20}C_{12}\times_{12}C_7={}_{20}C_7\times_nC_3$ 가 성립하도록 하는 자연수 n의 값은?
 - 1 11
- ② 12
- ③ 13
- (4) 14
- **⑤** 15

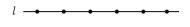
- [예제]
- **6.** 어느 학교의 동아리에는 1학년 학생 5명, 2학년 학생 6명이 있다. 이 중에서 정기 공연에 참가할 1 학년 학생 4명과 2학년 학생 2명을 뽑는 경우의 수 는?
 - ① 75
- ② 80
- 3 85
- **4** 90
- (5) 95

[문제]

- 7. 어느 고등학교에서 학교 홍보 대사로 1학년 6명, 2학년 5명, 3학년 3명이 지원하였다. 이 중에서 홍 보 대사를 1학년 3명, 2학년 2명, 3학년 1명을 뽑 는 경우의 수는?
 - 1 400
- ② 500
- 3600
- **4** 700
- **⑤** 800

[문제]

8. 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 6개, 8개의 점이 있다. 총 14개의 점 중에서 4개를 선택하여 사다리꼴을 만들 때, 만들 수 있는 사다리꼴의 개수는?



m -	•	•	•	•	•	•	

- ① 390개
- ② 400개
- ③ 4107H
- ④ 4207H
- ⑤ 430개

평가문제

[중단원 마무리]

- 9. MOVIES 에 있는 6개의 문자 중에서 4개의 문자 를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수가 $a \times 4$!일 때, 상수 a의 값은?
 - 1 9

- ② 12
- 3 15
- 4) 18
- ⑤ 21

- [중단원 마무리]
- 10. 7명의 사람이 모든 다른 사람과 두 번씩 악수를 할 때, 악수의 총 횟수는?
 - ① 14
- 2 21
- 3 28
- **4** 35
- **⑤** 42

- [중단원 마무리]
- - 1 2

② 3

- 3 4
- **4**) 5
- ⑤ 6

- [중단원 마무리]
- **12.** 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A가 다음을 만족할 때, 집합 A의 개수는?

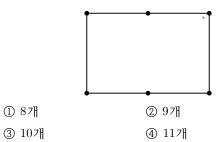
(1) n(A) = 3

(2) $3 \in A$

- ① 3개
- ② 4개
- ③ 5개
- ④ 6개
- ⑤ 7개

⑤ 12개

- [중단원 마무리]
- 13. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 6개의 점이 있다. 이 중에서 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로다른 직선의 개수는?



- [중단원 마무리]
- 14. 영희의 사물함에는 0부터 9까지의 10개의 숫자 중에서 서로 다른 3개의 숫자로 비밀번호를 설정하는 자물쇠 A와 1부터 9까지의 9개의 숫자 중에서 서로 다른 3개의 숫자로 비밀번호를 설정하는 자물쇠 B가 있다. 자물쇠 A는 순서에 상관없이 비밀번호 3개의 버튼을 누르면 열리고, 자물쇠 B는 비밀번호 3개를 차례대로 누르면 열린다. 영희가 두 자물쇠 A, B의 비밀번호를 설정하는 경우의 수를 각각 a, b라고 할 때, -4a+b의 값은?



- 1 20
- 3 24
- **4** 26
- (5) 28

[중단원 마무리]

- **15.** 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 f에 대하여 f(1) < f(3) < f(2)를 만족시키는 함수 f의 개수는?
 - ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

- [중단원 마무리]
- **16.** 서로 다른 4켤레의 장갑 8개 중에서 3개를 택할 때, 짝이 맞는 2개가 있도록 하는 경우의 수는?
 - 1) 20
- ② 22
- ③ 24
- (4) 26
- (5) 28

[대단원 마무리]

 $oldsymbol{17}$. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 n, r에 대 하여 n+r의 값은?

- (나) $_{n}$ P $_{r} = _{n}$ C $_{r} \times 24$
- 1) 8
- ② 9
- ③ 10
- 4) 11
- (5) 12

[대단원 마무리]

- **18.** 머리 길이가 모두 다른 6명의 학생 중 4명을 뽑 아 머리 길이가 짧은 순서대로 한 줄로 세우려 한 다. 다음 중 줄을 세우는 경우의 수를 구하는 과정 을 바르게 서술한 학생을 모두 고르면? (정답 2개)
 - ① 혜림: 6명 중에 4명을 뽑고, 머리 길이가 짧은 순서대 로 한 줄로 세워야 하니까. 구하는 경우의 수는 $_{6}C_{4} \times 4!$ o}.
 - ② 주영: 6명 중에 순서를 생각해서 4명을 뽑아야하니까 구하는 경우의 수는 ₆P₄야.
 - ③ 혜인: 4명을 머리 길이가 짧은 순서대로 세우는 방법은 한 가지니까 순서를 고려하지 않고 6명 중에 4명을 뽑 는 경우의 수 ₆C₄와 같아.
 - ④ 승헌: 6명 중에서 뽑히지 않을 2명을 순서를 생각해서 선택하는 경우의 수 6P2와 같아.
 - ⑤ 정수: 6명 중에 뽑히지 않을 2명을 순서와 관계없이 선 택하는 경우의 수 6C2와 같아.

[대단원 마무리]

- **19.** 어느 댄스 동아리에서 남자 3명, 여자 3명이 동 아리 대표로 공연에 참가하기로 하였다. 이 중에서 1부 공연으로 남녀 1쌍, 2부 공연으로 남자 1명, 3 부 공연으로 나머지 3명이 참가하는 경우의 수는? (단, 공연은 모두 한 번씩만 참가한다.)
 - ① 16
- 2 17
- ③ 18
- (4) 19
- ⑤ 20

[대단원 마무리]

20. 다음 그림과 같이 삼각형 위에 있는 9개의 점 중 에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수 는?



- ① 66개
- ③ 68개
- ④ 69개
- ⑤ 70개

[대단원 마무리]

- 21. 서로 다른 색연필 7자루를 3명의 학생에게 나누 어주기로 하였다. 이때 학생들에게 색연필의 수를 모두 다르게 나누어 주기로 하였다면, 색연필을 나 누어줄 수 있는 경우의 수는? (단, 모든 학생들은 적어도 1자루 이상 받아야 한다.)
 - ① 610
- ② 620
- ③ 630
- **(4)** 640
- **⑤** 650

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] $_7{\rm C}_3=\frac{7\times 6\times 5}{3\times 2\times 1}=35$ 이다. $_6{\rm C}_0=\frac{6!}{6!\times 0!}=1$ 이므로, 구하는 값은 $_7{\rm C}_3+_6{\rm C}_0=35+1=36$ 이다.

2) [정답] ④

[해설] 문제 상황을 수학적으로 분석하면 서로 다른 11개 중에서 순서를 고려하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수이므로 $_{11}$ C $_3$ 이다. 구하는 경우의 수는 $\frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$ 이다.

3) [정답] ③

[해설] $_{10}$ C_{1+a} = $_{10}$ C_{5+a} 일 때, $1+a \neq 5+a$ 이므로 (1+a)+(5+a)=10이어야 한다. 즉, 6+2a=10, a=2이다.

4) [정답] ④

[해설] ${}_{n}C_{r} = {}_{n}C_{n-r}$ 이 성립한다. ${}_{n}C_{3} = {}_{n}C_{8}$ 에서 8 = n - 3이므로 n = 11이다.

5) [정답] ③

[해설] $1 < r \le n$ 인 r, n에 대하여 ${}_{n}C_{r} \times {}_{r}C_{k} = {}_{n}C_{k} \times {}_{n-k}C_{r-k}$ 이 성립한다. 따라서 ${}_{20}C_{12} \times {}_{12}C_{7} = {}_{20}C_{7} \times {}_{n}C_{5}$ 에서 20-7=n이므로 n=13이다.

6) [정답] ①

[해설] 1학년 학생을 뽑는 경우의 수가 $_5C_4=5$, 2학년 학생을 뽑는 경우의 수가 $_6C_2=15$ 이므로 구하는 경우의 수는 $5\times15=75$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] 1학년 홍보 대사를 뽑는 경우의 수가 $_6C_3=20$ 2학년 홍보 대사를 뽑는 경우의 수가 $_5C_2=10$, 3학년 홍보 대사를 뽑는 경우의 수가 $_3C_1=3$ 이므로 구하는 경우의 수는 600이다.

8) [정답] ④

[해설] 사다리꼴을 만들기 위해서는 직선 l 위의 점 2개와 직선 m 위의 점 2개를 택하여야 한다. 따라서 $_6\mathrm{C}_2\times_8\mathrm{C}_2=15\times28=420$ 으로 만들 수 있는 사다리꼴의 개수는 420개다.

9) [정답] ③

[해설] 문제 상황을 수학적으로 분석하면

서로 다른 6개 중에서 순서를 고려하지 않고 4개를 선택한 뒤 나열하는 경우의 수이므로 구하는 경우의 수는 $_6\mathrm{C}_4 \times 4! = 15 \times 4!$ 이다. 따라서 a=15이다.

10) [정답] ⑤

[해설] 7명 중 서로 다른 2명을 택해 악수하는 경우의 수는 $_7C_2 = 21$ 이다. 서로 2번씩 악수하므로 구하는 경우의 수는 $_{21} \times 2 = 42$ 이다.

11) [정답] ③

[해설] $0 \le r \le n$ 인 자연수 r, n에 대하여 ${}_{n}\mathsf{C}_{r} = \frac{1}{r!} \times {}_{n}\mathsf{P}_{r}$ 이므로 ${}_{10}\mathsf{C}_{a} = \frac{{}_{10}\mathsf{P}_{a}}{24}$ 에서 $24 = a!, \ 4! = 24$ 이므로 a = 4이다.

12) [정답] ④

[해설] n(A)=3이고 3∈A에 의해 집합 A에는 1,2,4,5중에서 서로 다른 두 원소가 더 들어가야 한다. 따라서 구하는 집합의 개수는 $_4$ C₂=6이다.

13) [정답] ④

[해설] 총 6개의 점 중에서 2개를 고를 때마다 직선 이 만들어지는데, 중복되는 가로선을 빼야 하므로 구하는 경우의 수는 ${}_6{\rm C}_2-2\times{}_3{\rm C}_2+2=11$ 이다.

14) [정답] ③

[해설] 자물쇠 A에서 비밀번호를 설정하는 경우의 수 $_{10}$ C $_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120=a$ 자물쇠 B에서 비밀번호를 설정하는 경우의 수 $_9$ P $_3=9\times8\times7=504=b$ 따라서 -4a+b=24

15) [정답] ⑤

[해설] 서로 다른 Y의 5개의 원소 중에서 치역에 들어갈 3개의 원소를 정하면 f(1) < f(3) < f(2)에 맞게 하나의 함수가 만들어진다. 따라서 구하는 함수의 개수는 $_5$ C $_3 = 10$ 이다.

16) [정답] ③

[해설] 먼저 4켤레 중에서 짝이 맞는 1켤레를 정하는 경우의 수가 $_4C_1 = 4$ 이고, 나머지 6짝 중에서 하나를 정하는 경우의 수가 6이므로, 구하는 경우의 수는 $4 \times 6 = 24$ 이다.

17) [정답] ④

[해설] 조건 (나)에 의해 r!=24가 되어 r=4이다. 조건 (가)에 의해 $_{n}\mathrm{C}_{4}=35$ 인데,

 $n(n-1)(n-2)(n-3) = 7 \times 6 \times 5 \times 4$ 가 성립하므로 n=7이다. 따라서 n+r=11이다.

18) [정답] ③, ⑤

[해설] 학생의 머리 길이는 모두 다르므로

짧은 순서대로 한 줄로 세우려하면, 어떤 4명을 선택하여도 순서는 정해지게 된다.

따라서 6명 중에 4명을 순서와 관계없이 선택할 경우의 수 ₆C₄와 같다.

혹은 뽑히지 않은 학생들 2명을 순서와 관계없이 선택할 경우의 수 6C2와도 같다.

따라서 바르게 서술한 학생은 혜인과 정수이다.

19) [정답] ③

[해설] 1부 공연으로 남녀 1쌍을 뽑는 경우의 수는 $_{3}C_{1} \times _{3}C_{1} = 9$ 이다. 남은 남자 2명 중 1명을 뽑는 경우의 수는 $_{2}C_{1}=2$ 이므로 구하는 경우의 수는 9×2=18이다.

20) [정답] ④

[해설] 9개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우마 다 삼각형이 하나 만들어지나, 한 직선 위에 있 는 세 점을 선택하면 삼각형이 만들어지지 않는 다.

따라서 구하는 경우의 수는 ${}_{9}C_{3} - {}_{3}C_{3} - {}_{4}C_{3} - {}_{5}C_{3} = 84 - 1 - 4 - 10 = 69$] \Box .

21) [정답] ③

[해설] 학생들에게 나누어 줄 색연필의 수는

(1자루, 2자루, 4자루) 뿐이다.

따라서 7자루의 색연필을 1자루, 2자루, 4자루로 나누는 경우의 수는

 $_{7}C_{1} \times _{6}C_{2} \times _{4}C_{4} = 105$

이때 1자루, 2자루, 4자루를 가질 학생을 정하는 경우의 수는 3!=6이므로

학생들에게 색연필을 나누어줄 수 있는 경우의 수는 105×6=630이다.