



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[선분의 내분점]

• 수직선 위의 선분의 내분점

수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$$

• 좌표평면 위의 선분의 내분점

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

[선분의 중점]

두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 중점은 선분 AB 를 1:1로 내분하는 점과 같다.

• 수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $\Rightarrow M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

• 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $\Rightarrow M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

[선분의 외분점]

• 수직선 위의 선분의 외분점

수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}\right) \text{ (단, } m \neq n)$$

• 좌표평면 위의 선분의 외분점

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right) \text{ (단, } m \neq n)$$

기본문제

[문제]

1. 수직선 위의 두 점 $A(-5), B(9)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:5로 내분하는 점의 좌표는?

- ① -1 ② 1
③ 3 ④ 5
⑤ 7

[문제]

2. 수직선 위의 두 점 $A(4), B(6)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점의 좌표는?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[예제]

3. 두 점 $A(2, -1), B(6, 3)$ 을 이은 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점 P 의 좌표는?

- ① $P(3, 0)$ ② $P(5, 2)$
③ $P(8, 5)$ ④ $P(0, 0)$
⑤ $P\left(2, \frac{1}{2}\right)$

[문제]

4. 두 점 $A(4, 5), B(5, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 4:3으로 외분하는 점 Q 의 좌표는?

- ① $Q\left(\frac{37}{7}, \frac{27}{7}\right)$ ② $Q\left(\frac{31}{7}, \frac{29}{7}\right)$
③ $Q\left(\frac{9}{2}, 4\right)$ ④ $Q(1, 11)$
⑤ $Q(8, -3)$

[문제]

5. 두 점 $A(4, 2), B(0, 6)$ 에 대하여 직선 AB 위의 점 P 가 $3\overline{AP} = \overline{BP}$ 를 만족시킬 때, 점 P 의 좌표는?

- ① $P(1, 5)$ ② $P(2, 4)$
③ $P(3, 3)$ ④ $P(4, 2)$
⑤ $P(5, 1)$

[예제]

6. 세 점 $A(2, 7)$, $B(3, -2)$, $C(-2, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표는?

- ① $G(1, 3)$ ② $G\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$
 ③ $G(2, 4)$ ④ $G\left(\frac{5}{2}, \frac{15}{2}\right)$
 ⑤ $G(3, 5)$

[문제]

7. 세 점 $A(-3, -5)$, $B(4, -1)$, $C(8, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표는?

- ① $G(1, -1)$ ② $G(2, -2)$
 ③ $G(3, -3)$ ④ $G(4, -4)$
 ⑤ $G(5, -5)$

[스스로 확인하기]

8. 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

- (1) 선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표는 $\left(\frac{\boxed{(가)}+nx_1}{\boxed{(다)}}, \frac{my_2+\boxed{(나)}}{\boxed{(다)}}\right)$
 (2) 선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0, m \neq n)$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표는 $\left(\frac{mx_2-\boxed{(라)}}{\boxed{(마)}}, \frac{my_2-ny_1}{\boxed{(마)}}\right)$

- ① (가): mx_2 ② (나): ny_1
 ③ (다): $m+n$ ④ (라): mx_1
 ⑤ (마): $m-n$

평가문제

[스스로 확인하기]

9. 두 점 $A(5, -2)$, $B(-1, 4)$ 를 이은 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 의 좌표의 중점은?

- ① $(-1, 7)$ ② $(-3, 6)$
 ③ $(5, -5)$ ④ $(7, -4)$
 ⑤ $(9, -3)$

[스스로 확인하기]

10. 세 점 $A(2, 3)$, $B(-5, -1)$, $C(6, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표는?

- ① $G(5, 5)$ ② $G(4, 4)$
 ③ $G(3, 3)$ ④ $G(2, 2)$
 ⑤ $G(1, 1)$

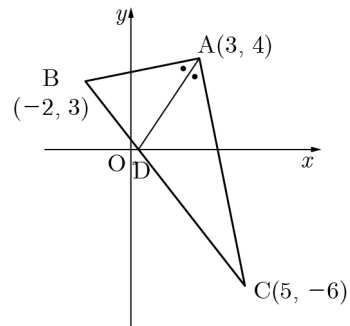
[스스로 확인하기]

11. 삼각형 OAB 에서 두 변 OA , AB 의 중점의 좌표가 각각 $(-4, 3)$, $(2, 1)$ 일 때, 변 OB 의 중점의 좌표는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $(8, -3)$ ② $(6, -2)$
 ③ $(3, 0)$ ④ $(1, 1)$
 ⑤ $(-1, 2)$

[스스로 확인하기]

12. 세 점 $A(3, 4)$, $B(-2, 3)$, $C(5, -6)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, 점 D 의 좌표는?



- ① $D\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ ② $D\left(\frac{1}{4}, 0\right)$
 ③ $D\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ ④ $D\left(\frac{2}{3}, -\frac{3}{7}\right)$
 ⑤ $D\left(\frac{1}{9}, \frac{2}{7}\right)$

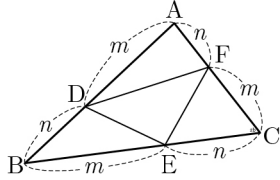
[스스로 마무리하기]

13. 두 점 $A(-2, 4)$, $B(1, a)$ 를 이은 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점이 직선 $y=x+4$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[스스로 확인하기]

14. 다음은 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $m:n$ 으로 내분하는 점을 각각 D, E, F라 할 때, 삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 DEF의 무게중심이 일치함을 설명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?



삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표를 각각 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 이라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{\text{(가)}}{3}, \frac{\text{(나)}}{3}\right)$

한편 세 점 D, E, F의 좌표는 각각

$$\left(\frac{\text{(다)}}{m+n}, \frac{\text{(라)}}{m+n}\right), \left(\frac{mx_3+nx_2}{m+n}, \frac{\text{(마)}}{m+n}\right), \left(\frac{mx_1+nx_3}{m+n}, \frac{my_1+ny_3}{m+n}\right)$$

삼각형 DEF의 무게중심의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{1}{3} \left(\frac{\text{(다)}}{m+n} + \frac{mx_3+nx_2}{m+n} + \frac{mx_1+nx_3}{m+n} \right) = \frac{\text{(가)}}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} \left(\frac{\text{(라)}}{m+n} + \frac{\text{(마)}}{m+n} + \frac{my_1+ny_3}{m+n} \right) = \frac{\text{(나)}}{3}$$

따라서 두 삼각형의 무게중심은 일치한다.

- ① (가): $x_1+x_2+x_3$ ② (나): $y_1+y_2+y_3$
 ③ (다): mx_2+nx_1 ④ (라): my_2+ny_1
 ⑤ (마): my_1+ny_2

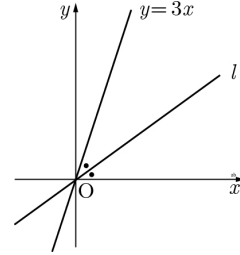
[스스로 마무리하기]

15. 두 점 $A(2, -4)$, $B(a, b)$ 에 대하여 선분 AB를 4:3로 외분하는 점이 x 축 위에 있고, 선분 BA를 2:1로 외분하는 점이 y 축 위에 있다. a, b 가 상수일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

[스스로 마무리하기]

16. 다음 그림과 같이 직선 $y=3x$ 와 x 축의 양의 방향이 이루는 각을 이등분하는 직선 l 의 기울기를 구하시오. (단, 직선 l 은 제 1, 3사분면을 지난다.)



- ① $\frac{\sqrt{10}+1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{10}-1}{3}$
 ③ $\frac{\sqrt{5}+1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$
 ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$

유사문제

17. 좌표평면에서 점 A의 좌표는 (1,2)이고 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{7}{5}, \frac{12}{5}\right)$ 일 때, 점 B의 좌표는?

- ① (-2,6) ② (2,3) ③ (5,5)
 ④ (6,3) ⑤ (8,6)

18. 두 점 $A(1, 2)$, $B(4, -1)$ 을 이은 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 1:2로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 선분 PQ의 길이는?

- ① 5 ② $\sqrt{26}$
 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{106}$
 ⑤ $5\sqrt{5}$

19. 세 점 $A(6, -3)$, $B(1, 9)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 $G(1, 3)$ 일 때, 점 C의 좌표에서 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 3

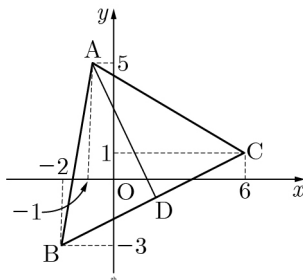
20. 세 점 $A(2, 3)$, $B(-3, -1)$, $C(6, -7)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에서 세 변 AB , BC , CA 를 3:1로 내분하는 점을 각각 D , E , F 라고 할 때, 삼각형 DEF 의 무게중심의 좌표는?

- ① $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ ② $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
 ③ $(1, -1)$ ④ $\left(\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

21. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 3)$, $B(2, -1)$ 을 이은 선분 AB 의 연장선 위에 $3\overline{AB} = 4\overline{BC}$ 가 되는 점 C 의 좌표가 (p, q) 일 때, pq 의 값은?

- ① -20 ② -12
 ③ -4 ④ 4
 ⑤ 12

22. 다음 그림과 같이 세 점 $A(-1, 5)$, $B(-2, -3)$, $C(6, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 가 만나는 점 D 의 좌표를 구하면?



- ① $(2, -1)$ ② $(-1, 2)$
 ③ $(3, -1)$ ④ $(-1, 3)$
 ⑤ $(4, -1)$



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 선분 AB를 2:5로 내분하는 점은

$$\frac{2 \times 9 + 5 \times (-5)}{2+5} = \frac{-7}{7} = -1$$

2) [정답] ⑤

[해설] 선분 AB를 3:2로 외분하는 점은

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times 4}{3-2} = 10$$

3) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 1 \times 2}{3+1} = 5, \quad y = \frac{3 \times 3 + 1 \times (-1)}{3+1} = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 (5, 2)

4) [정답] ⑤

[해설] 점 Q의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{4 \times 5 - 3 \times 4}{4-3} = 8, \quad y = \frac{4 \times 3 - 3 \times 5}{4-3} = -3$$

따라서 점 Q의 좌표는 (8, -3)

5) [정답] ③

[해설] $3\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 직선 AB 위의 점 P는 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점이다.점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{1 \times 0 + 3 \times 4}{1+3} = 3, \quad y = \frac{1 \times 6 + 3 \times 2}{1+3} = 3$$

따라서 점 P의 좌표는 (3, 3)

6) [정답] ①

[해설] 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{2+3+(-2)}{3} = 1, \quad y = \frac{7+(-2)+4}{3} = 3$$

따라서 점 G의 좌표는 (1, 3)

7) [정답] ③

[해설] 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{(-3)+4+8}{3} = 3, \quad y = \frac{(-5)+(-1)+(-3)}{3}$$

$$=-3$$

따라서 점 G의 좌표는 (3, -3)

8) [정답] ④

[해설] (i) 선분 AB를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

(ii) 선분 AB를 $m:n(m>0, n>0, m \neq n)$ 으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right)$$

9) [정답] ④

[해설] 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{1 \times (-1) + 2 \times 5}{1+2} = 3,$$

$$y = \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{1+2} = 0$$

따라서 점 P의 좌표는 (3, 0)

점 Q의 좌표를 (x', y') 라 하면

$$x' = \frac{1 \times (-1) - 2 \times 5}{1-2} = 11,$$

$$y' = \frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1-2} = -8$$

따라서 점 Q의 좌표는 (11, -8)

점 P와 점 Q의 중점은

$$\left(\frac{3+11}{2}, \frac{0+(-8)}{2} \right) = (7, -4)$$

10) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{2+(-5)+6}{3} = 1, \quad y = \frac{3+(-1)+1}{3} = 1$$

따라서 점 G의 좌표는 (1, 1)

11) [정답] ②

[해설] 점 A의 좌표를 (a_1, a_2) , 점 B의 좌표를 (b_1, b_2) 라 하면

$$\text{선분 OA의 중점의 좌표는 } \left(\frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2} \right)$$

$$\text{선분 AB의 중점의 좌표는 } \left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2} \right)$$

$$\text{선분 OB의 중점의 좌표는 } \left(\frac{b_1}{2}, \frac{b_2}{2} \right)$$

$$\frac{b_1}{2} = \frac{a_1+b_1}{2} - \frac{a_1}{2}, \quad \frac{b_2}{2} = \frac{a_2+b_2}{2} - \frac{a_2}{2} \text{ 이므로}$$

$$\text{선분 OB의 중점의 좌표는 } (2-(-4), 1-3) = (6, -2)$$

12) [정답] ③

$$[\text{해설}] \overline{AB} = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{26}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(5-3)^2 + (-6-4)^2} = 2\sqrt{26} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : 2$$

이때 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점이 D이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$$

즉 점 D는 선분 BC를 1:2로 내분하는 점이므로 점 D의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{1 \times 5 + 2 \times (-2)}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1 \times (-6) + 2 \times 3}{1+2} = 0$$

따라서 점 D의 좌표는 $(\frac{1}{3}, 0)$

13) [정답] ④

[해설] 두 점 A(-2, 4), B(1, a)를 이은 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P(x_1 , y_1)이라 하면

$$x_1 = \frac{1 \times 1 + 2 \times (-2)}{1+2} = -1,$$

$$y_1 = \frac{1 \times a + 2 \times 4}{1+2} = \frac{a+8}{3}$$

즉 내분하는 점 P의 좌표는 $(-1, \frac{a+8}{3})$ 이다.

이때 점 P가 직선 $y=x+4$ 위에 있으므로

$$\frac{a+8}{3} = -1+4,$$

즉, $a=1$

14) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 세 꼭짓점의 좌표를 각각 A(x_1 , y_1), B(x_2 , y_2), C(x_3 , y_3)이라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$$(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$$

한편 세 점 D, E, F의 좌표는 각각

$$(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}),$$

$$(\frac{mx_3+nx_2}{m+n}, \frac{my_3+ny_2}{m+n}),$$

$$(\frac{mx_1+nx_3}{m+n}, \frac{my_1+ny_3}{m+n}) \text{이고}$$

삼각형 DEF의 무게중심의 좌표를 (x , y)라 하면

$$x = \frac{1}{3} \left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n} + \frac{mx_3+nx_2}{m+n} + \frac{mx_1+nx_3}{m+n} \right)$$

$$= \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

$$y = \frac{1}{3} \left(\frac{my_2+ny_1}{m+n} + \frac{my_3+ny_2}{m+n} + \frac{my_1+ny_3}{m+n} \right)$$

$$= \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

이므로 두 삼각형의 무게중심은 일치한다.

15) [정답] ⑤

[해설] 선분 AB를 4:3으로 외분하는 점이 x축 위에 있으므로

$$\frac{4 \times b - 3 \times (-4)}{4-3} = 4b+12=0$$

즉 $b=-3$

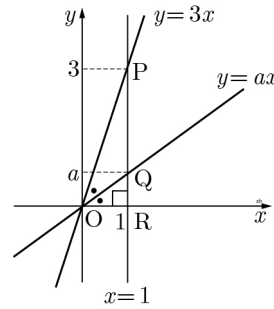
선분 AB를 2:1로 외분하는 점이 y축 위에 있으므로

$$\frac{2 \times a - 1 \times 2}{2-1} = 2a-2=0$$

즉 $a=1$

16) [정답] ②

[해설] 직선 l의 방정식을 $y=ax$ 라 하고 그림과 같이 두 직선 $y=3x$, $y=ax$ 및 x축이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하면



삼각형 OPR에서

$$\overline{OP} : \overline{OR} = \overline{PQ} : \overline{QR}$$

$$\sqrt{10} : 1 = (3-a) : a, \quad 3-a = \sqrt{10}a$$

$$a = \frac{3}{\sqrt{10}+1} = \frac{\sqrt{10}-1}{3}$$

따라서 구하는 직선 l의 기울기는 $\frac{\sqrt{10}-1}{3}$ 이다.

17) [정답] ②

[해설] B(a, b)라 하면 $(\frac{7}{5}, \frac{12}{5}) = (\frac{2a+3}{2+3}, \frac{2b+6}{2+3})$

$2a+3=7$ 이고 $2b+6=12$ 이므로

$a=2, b=3$ 이고 B(2, 3)

18) [정답] ③

[해설] $P = (\frac{4 \cdot 2 + 1 \cdot 1}{2+1}, \frac{(-1) \cdot 2 + 2 \cdot 1}{2+1}) = (3, 0)$

$$Q = (\frac{4 \cdot 1 - 1 \cdot 2}{1-2}, \frac{(-1) \cdot 1 - 2 \cdot 2}{1-2}) = (-2, 5)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{(3+2)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

19) [정답] ②

[해설] $G(\frac{6+1+a}{3}, \frac{-3+9+b}{3}) = (1, 3)$ 이므로

$a=-4, b=3$ 이고 $a+b=-4+3=-1$

20) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 DEF의 무게중심이 같으므로

$$(\frac{2-3+6}{3}, \frac{3-1-7}{3}) = (\frac{5}{3}, \frac{-5}{3})$$

21) [정답] ①

[해설] $\overline{AB} : \overline{BC} = 4:3$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{BC} = 7:3$

점 C는 선분 AB를 7:3으로 외분하는 점이다.

$$(p, q) = (\frac{7 \cdot 2 - 3 \cdot (-2)}{7-3}, \frac{7 \cdot (-1) - 3 \cdot 3}{7-3})$$

$$= (5, -4)$$

$$\therefore pq = -20$$

22) [정답] ①

[해설] $\overline{AB} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$

$\overline{AC} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 1$
 각의 이등분선의 성질에 의해 점 D 는 선분 BC
 의 중점이다.
 $\therefore D(2, -1)$