교과서 변형문제 기본





내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-07-13
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[명제와 조건]

- •명제: 참 또는 거짓을 분명히 판별할 수 있는 문장이나 식
- 조건: 미지수 x의 값에 따라 참, 거짓이 정해지는 문장이나 식
- 두 조건 $p,\ q$ 로 이루어진 명제 'p이면 q이다.'를 기호로 $p \to q$ 와 같이 나타낸다. (이때, p를 가정, q를 결론이라 한다.)

[명제와 조건의 부정]

• 부정(~p): 명제 또는 조건 p에 대하여 'p가 아니다.'를 p의 부정이 라 한다.

['모든'이나 '어떤'이 있는 명제]

• '모든'이나 '어떤'이 있는 명제의 참, 거짓

전체집합 U에 대하여 조건 p의 진리집합을 P라 할 때, '모든 x에 대하여 p이다.'는 P=U이면 참이고, $P\neq U$ 이면 거짓이다. '어떤 x에 대하여 p이다.'는 $P\neq\varnothing$ 이면 참이고, $P=\varnothing$ 이면 거짓이다.

• '모든'이나 '어떤'이 있는 명제의 부정

'모든 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '어떤 x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다. '어떤 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '모든 x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다.

[진리집합]

• 진리집합: 전체집합 U의 원소 중에서 조건 p가 참이 되게 하는 모든 원소의 집합을 조건 p의 진리집합이라 한다.

[명제 $p \rightarrow q$ 의 참, 거짓]

- 두 조건 p, q의 진리집합이 각각 P, Q일 때,
- (1) 명제 $p \to q$ 가 참이면 P \subset Q이고, P \subset Q이면 명제 $p \to q$ 는 참이다.
- (2) 명제 p o q가 거짓이면 $P ot\subset Q$ 이고, $P ot\subset Q$ 이면 명제 p o q는 거짓이다.

기본문제

[문제]

1. 다음 중에서 참인 명제인 것은?

- ① 5는 3의 배수이다.
- ② 한국은 아름다운 나라이다.
- ③ 정사각형은 마름모이다.
- ④ $\frac{1}{5}$ 은 작은 수이다.
- ⑤ 우리 학급은 키가 큰 아이들이 많다.

2. 다음 중에서 조건인 것은?

- ① $2 \times 4 = 7$
- ② x-1=5
- 3+2>4
- ④ $x^2 4 = 0$ 이면 x = 2이다.
- ⑤ $x^2 1 = 0$ 이면 $x^3 = x$ 이다.

[문제]

[문제]

3. 전체집합이 $U = \{x \mid x \in 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 조건 $(x^2 - x - 6 > 0)$ 의 진리집합의 모든 원소의 합은?

① 22

② 24

3 26

4) 28

⑤ 30

[문제]

4. 다음 명제 중 거짓인 것은?

- ① 3은 자연수이다.
- \bigcirc $\varnothing \subset \{1, 2\}$
- ③ 4의 약수는 6의 약수이다.
- ④ x > 1이면 $x^2 > 0$ 이다.
- ⑤ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \ge 0$ 이다.

[문제

5. 전체집합이 U={1, 2, 3, 4, 5, 6}일 때, 조건 'x 는 6의 약수이다'의 부정의 진리집합을 A라 할 때, n(A)의 값은?

 \bigcirc 0

2 1

32

4 3

⑤ 4



- **6.** 전체집합이 $U = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 명제 중 거 짓인 명제는?
 - ① 어떤 x에 대하여 $|x| \ge x$ 이다.
 - ② 모든 x에 대하여 $|x| \ge x$ 이다.
 - ③ 어떤 x에 대하여 $x^2-2x \leq 0$ 이다.
 - ④ 어떤 x에 대하여 $x^2 3x + 2 \le 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 x에 대하여 $x^2 3x + 2 \le 0$ 이다.

[문제]

- **7.** 다음 명제 중 그 부정이 참인 것을 있는 대로 고 른 것은?
 - ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 |x| > 0이다.
 - ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $x^2+1>0$ 이다.
 - \Box . 어떤 실수 x에 대하여 |x| < x이다.
 - \bigcirc
- ③ ┐, ∟
- ④ ¬. ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

[문제]

- **8.** 다음 명제 중 참인 것을 있는 대로 고른 것은?
 - \neg . 자연수 n이 2의 배수이면 5n은 10의 배수이다.
- L. a와 b 중 하나가 짝수이면 ab는 짝수이다.
- \Box . 실수 x가 음수이면 x < |x|이다.
- ① ¬
- ② L
- ③ ┐, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

- **9.** 명제 ' $x^2-2x=0$ 이면 $x^2-5x+6=0$ 이다.'가 거 짓임을 보일 수 있는 x의 값은?
 - \bigcirc 0
- ② 1
- 3 2
- (4) 3
- (5) 4

[문제]

- ${f 10}$. 다음 x의 값 중 명제 '자연수 x가 x < 4이면 $x^2 < 8$ 이다'가 거짓임을 보일 수 있는 값은?
- (1) 0

② 2

3 3

(4) 4

(5) 6

평가문제

[스스로 확인하기]

- **11.** 다음 (ㄱ), (ㄴ) 안에 들어갈 내용으로 알맞은 것
- * 참, 거짓을 분명하게 판별할 수 있는 문장이나 식을 (ㄱ) (이)라 한다.
- * 명제 '모든 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '()x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다.
- ① (ㄱ): 명제 (ㄴ): 어떤
- ② (ㄱ): 명제
- (ㄴ) : 모든
- ③ (ㄱ): 조건 (ㄴ): 어떤
- ④ (¬): 조건 (L): 모든
- ⑤ (ㄱ) : 증명 (ㄴ): 어떤

[스스로 확인하기]

12. 다음 중 참인 명제인 것을 있는 대로 고른 것은?

- 기. x는 5의 배수이다.
- L. x = 2이면 5x = 10이다.
- \Box . \triangle ABC \equiv \triangle DEF이면 \angle A = \angle D이다.
- ¬
- ② L
- ③ ┐. ∟
- ④ ¬. ⊏
- ⑤ ∟, ⊏

[스스로 확인하기]

- **13.** 전체집합이 $U = \{x \mid x \vdash 10 \text{ 이상의 자연수}\}$ 일 때, 조건 'x는 48과 72의 공약수이다.'의 진리집합을 A라 하자. n(A)의 값은?
 - \bigcirc 0

② 1

3 2

(4) 3

(5) 4

[스스로 확인하기]

14. 다음 명제 중 그 부정이 참인 것을 있는 대로 고 른 것은?

- ㄱ. 30은 6의 배수이다.
- ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $\sqrt{x^4} = x^2$ 이다.
- \Box . 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+1=0$ 이다.
- ① ¬
- ② □
- ③ ¬, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ∟, ⊏

[스스로 확인하기]

15. 다음 명제 중 참인 것을 있는 대로 고른 것은?

- $-3 = 0 \le x \le 3$ 이면 $-2 \le x \le 6$ 이다.
- $L. x^2 = 4$ 이면 $x^2 4x + 4 = 0$ 이다.
- \Box . x가 4의 배수이면 x는 12의 배수이다.
- (1) ¬
- ② L
- ③ ᄀ, ∟
- ④ ¬. ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

[스스로 확인하기]

16. 다음은 어느 연주 동아리에서 신입생을 모집하는 안내문이다. 이 안내문을 보고, 지원 자격의 부정에 해당하는 사람을 고른 것은?

○○ 연주 동아리 신입생 모집 모집분야 드럼 지원자격 2년이상 4년 이하의 연주기간을 거친 사람 접수기간 9월 6일 ~ 9월 26일

학생	악기	연주기간
영선	드럼	2년 3개월
예리	드럼	3년 9개월
은경	드럼	1년 11개월
주은	피아노	2년 1개월
수진	피아노	2년 10개월

- ① 영선
- ② 예리
- ③ 은경
- ④ 주은
- ⑤ 수진

[스스로 마무리 하기]

17. 다음 중에서 참인 명제는?

- ① $x^2 8x + 16 = 0$ 이면 $x^2 = 16$ 이다.
- ② x가 18의 약수이면 x는 12의 약수이다.
- ③ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 = 16$ 이다.
- ④ 어떤 실수 x에 대하여 $x^2 < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 + x \ge 0$ 이다.

[스스로 마무리 하기]

18. 다음 명제가 참이 되게 하는 정수 a의 개수는?

모든 실수 x에 대하여 $x^2 - 2ax + 9 > 0$ 이다.

- ① 1개
- ② 3개
- ③ 5개
- ④ 7개
- ⑤ 9개

[스스로 마무리 하기]

- **19.** 두 조건 p, q가 p: $2 \le x \le 7$, q: x-a > 0일 때, $p \rightarrow q$ 가 참이 되게 하는 정수 a의 최댓값은?
 - ① 1

② 3

- 35
- (4) 7

(5) 9

[스스로 확인하기]

20. 다음 명제들 중 참인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, x, y는 실수이다.)

- ㄱ. 정사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
- ㄴ. 어떤 이등변삼각형은 직각삼각형이다.
- \Box . xy가 유리수이면 x 또는 y가 유리수이다.
- ① 7
- 2 L
- ③ ¬, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ᄀ, ㄴ, ㄷ

[스스로 확인하기]

- **21.** 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,10\}$ 에서 두 조건 p, q가 'p: $x \le 5$ ', 'q: 3 < x < 8'일 때, 조건 'p 또는 q'의 진리집합을 A라 할 때, n(A)의 값은?
 - 1 6

- ② 7
- 3 8
- **4** 9
- **⑤** 10

- [스스로 확인하기]
- **22.** 전체집합 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 에서 두 조건 $\dot{p}\colon |x-4|<2',\ \dot{q}\colon x^2+3\neq 4x'$ 의 진리집합을 각각 $P,\ Q$ 라고 할 때, $P^C\cap Q$ 의 모든 원소의 합은?
 - ① 8
- ② 9
- 3 10
- 4 11
- ⑤ 12

[스스로 확인하기]

23. 명제

'모든 실수 x에 대하여 $x^2 + 2ax + 16 > 0$ 이다.'의 부정이 참일 때, 자연수 a의 최솟값은?

- ① 2
- ② 4
- 3 6
- **4**) 8
- (5) 10

- [스스로 확인하기]
- **24.** 두 조건 'p: 1 < x < 12', 'q: $x < \frac{a}{2}$ 또는 x > 3a' 에서 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 자연수 a의 값은?
 - 1 1

- ② 2
- 3 3
- 4
- ⑤ 5

[스스로 마무리 하기]

- **25.** 다음 중에서 참인 명제는? (단, x, y는 실수이다.)
 - ① $x^2 = 4$ 이면 x = -2이다.
 - ② x < 2이면 $x^2 < 4$ 이다.
 - ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x^5 = y^5$ 이다.
 - ④ 2x-1=1이면 $x^2-4x+3=0$ 이다.
 - ⑤ x가 3의 배수이면 x는 9의 배수이다.

[스스로 마무리 하기]

26. 다음 중에서 명제 'x 또는 y가 유리수이면 xy는 유리수이다.'의 반례가 될 수 있는 것은?

①
$$x = -1$$
, $y = \sqrt{3}$

②
$$x = \sqrt{3} + 1$$
, $y = \sqrt{3}$

③
$$x = \sqrt{3}$$
, $y = \sqrt{3}$

$$(4)$$
 $x = 1$, $y = 3$

⑤
$$x = \sqrt{3} - 1$$
, $y = \sqrt{3} + 1$

[스스로 마무리 하기]

- **27.** 전체집합 U에서 두 조건 p, q의 진리집합을 각 각 P, Q라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중에서 집합 P, Q 사이의 관계로 항상 옳은 것은?
 - ① $Q \subset P$
- ② $P = \emptyset$
- \bigcirc $P = Q^C$
- $\textcircled{4} P \cap Q = \emptyset$
- $\bigcirc P \cup Q = U$

- [스스로 마무리 하기]
- **28.** 전체집합 $U=\{x|x\in 10\$ 이하의 자연수 $\}$ 에서 두조건 $'p:\ x^2-10x+24=0',\ 'q:\ x^2-14x+48=0'$ 의 진리집합을 각각 $P,\ Q$ 라고 할 때, 집합 $P\cup\ Q^C$ 의 모든 원소의 합은?
 - 1 45
- ② 46
- 3 47
- **4**8
- **⑤** 49

4

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] ① 5는 3의 배수가 아니다.

②는 명제가 아니다.

③ 모든 정사각형은 마름모이므로 참인 명제이다.

④는 명제가 아니다.

⑤는 명제가 아니다.

2) [정답] ②

[해설] ① 거짓인 명제이다.

② x의 값에 따라 참과 거짓이 결정되므로 조건이다.

- ③ 참인 명제이다.
- ④ 거짓인 명제이다.
- ⑤ 참인 명제이다.

3) [정답] ⑤

[해설] $x^2 - x - 6 > 0$

(x-3)(x+2) > 0

-2 > x 또는 x > 3

8이하의 자연수 중에서 이 범위를 만족하는 값은 x=4, 5, 6, 7, 8이므로 그 합은 30이다.

4) [정답] ③

[해설] ① 3은 자연수이다. (참)

- ② Ø ⊂ {1, 2} (참)
- ③ 4는 4의 약수이지만 6의 약수가 아니므로 거짓인 명제이다. (거짓)
- ④ x > 1이면 $x^2 > 0$ 이다. (참)
- ⑤ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \ge 0$ 이다. (참)

5) [정답] ③

[해설] 주어진 조건의 부정은

'x는 6의 약수가 아니다'

이므로 그 조건이 참이 되도록 하는 진리집합은 {4, 5}이므로 그 원소는 2개다.

6) [정답] ⑤

[해설] ⑤에서 $x^2-3x+2 \le 0$

 $1 \le x \le 2$ 가 되는데

0은 이 범위에 들어가지 않으므로 거짓인 명제이다.

7) [정답] ④

[해설] 주어진 명제의 부정은 다음과 같다.

ㄱ. 어떤 실수 x에 대하여 $|x| \le 0$ 이다.

x=0일 때 $|x| \le 0$ 이 성립하므로 참이다.

 L . 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+1 \leq 0$ 이다.

그러나 모든 실수 x에 대하여 $x^2+1>0$ 를 만족 하므로 거짓이다.

 \Box . 모든 실수에 대하여 $|x| \geq x$ 이다. 위의 명제 는 항상 참이다.

따라서 부정이 참인 것은 그, ㄷ이다.

8) [정답] ⑤

[해설] \neg . n=2k(k는 자연수)이면 5n=10k이므로

10의 배수이다. (참)

L. a = 2k(k는 자연수)이면 ab = 2kb로 짝수이고, b=2k(k는 자연수)이면 ab=2ka로 짝수이다. 따라서 a와 b 중 하나가 짝수이면 ab는 짝수이

다.(참)

 \Box . x가 음수이면 $x < 0 \le |x|$ 이므로

x < |x|이다. (참)

따라서 옳은 것은 기, ㄴ, ㄷ이다.

9) [정답] ①

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이기 위해서는

 $P \cap Q^C \neq \emptyset$ 임을 보여야 한다. 이 문제에서는 $P = \{0, 2\}, Q = \{2, 3\}$ 이므로

 $P \cap Q^C = \{0\}$ 이 되어 x = 0이 주어진 명제가 거짓임을 보일 수 있는 값이다.

10) [정답] ③

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이기 위해서는

 $P \cap Q^C \neq \emptyset$ 임을 보여야 한다. 이 문제에서는 $P = \{1, 2, 3\}$ 이므로 보기 중에서

x=3이 주어진 명제가 거짓임을 보일 수 있는 값이다.

11) [정답] ①

[해설] * 참, 거짓을 분명하게 판별할 수 있는 문장이 나 식을 명제라 한다.

* 명제 '모든 x에 대하여 p이다.'의 부정은 '어떤 x에 대하여 $\sim p$ 이다.'이다.

12) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. 조건이다.

ㄴ. 참인 명제이다.

□. △ABC ≡ △DEF이므로 대응각인 ∠A와

∠D는 같다.

따라서 참인 명제는 ㄴ, ㄷ이다.

13) [정답] ③

[해설] 48과 72의 최대공약수는 24이다.

따라서 주어진 조건의 진리집합은

따라서 10이상의 자연수 중 24의 약수는 12, 24이므로 n(A) = 2이다.

14) [정답] ②

[해설] 주어진 명제의 부정은 다음과 같다.

ㄱ. 30은 6의 배수가 아니다. (거짓)

L. 어떤 실수 x에 대하여 $\sqrt{x^4} \neq x^2$ 이다. (거짓)

 \Box . 모든 실수 x에 대하여 $x^2+1 \neq 0$ 이다.

 $x^2+1>0$ 이므로 주어진 명제는 참이다. (참) 따라서 부정이 참인 것은 ㄷ이다.

15) [정답] ①

[해설] $\neg P = \{x \mid 0 \le x \le 3\},$

 $Q = \{x \mid -2 \le x \le 6\}$ 에 대하여 $P \subset Q$ 이므로 참이다.

ㄴ. $P = \{-2, 2\}$, $Q = \{2\}$ 에 대하여 $P \not\subset Q$ 이므로 거짓이다.

다. 4는 4의 배수이지만 12의 배수는 아니므로 주어진 명제는 거짓이다.

따라서 참인 명제는 ㄱ이다.

16) [정답] ③

[해설] 지원자격의 부정은

2년 미만이거나 4년 초과의 연주기간을 거친 드럼 연주자이다.

따라서 이에 해당하는 사람은 은경이다.

17) [정답] ①

[해설] ① $(x-4)^2 = 0$ 에서 x = 4이면 $x^2 = 4^2 = 16$ 이다. 따라서 참인 명제이다.

- ② x=18은 18의 약수이나 12의 약수가 아니다.
- ③ x = 1일 때 $1^2 \neq 16$ 이다.
- ④ 모든 실수 x에 대하여 $x^2 \ge 0$ 이다.
- ⑤ $x = -\frac{1}{2}$ 일 때 $x^2 + x < 0$ 이다.

18) [정답] ③

[해설] $x^2 - 2ax + 9 = (x - a)^2 + 9 - a^2$ $(x - a)^2 \ge 0$ 이므로 주어진 명제가 참이 되려면 $9 - a^2 > 0$, $a^2 - 9 < 0$, (a + 3)(a - 3) < 0 즉 -3 < a < 3 따라서 구하는 정수 a의 개수는 5이다.

19) [정답] ①

[해설] 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이 되어야 하므로 $P \subset Q$ 즉, a < 2가 성립해야 한다. 따라서 정수 a의 최댓값은 1이다.

20) [정답] ③

[해설] \neg . 정사각형의 두 대각선의 길이는 같다. (참) \bot . 직각이등변삼각형은 직각삼각형이다. (참) \bot . $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2}$ 이면 xy는 유리수이다. (거짓) 따라서 참인 명제는 \neg , \bot 이다.

21) [정답] ②

[해설] 조건 p,q의 진리집합을 P,Q라 하면 $P=\{1,2,3,4,5\},\ Q=\{4,5,6,7\}$ 이므로 $A=P\cup Q=\{1,2,3,\cdots,7\}$ 이 되어 n(A)=7이다.

22) [정답] ①

[해설] $P = \{3, 4, 5\}, Q = \{0, 2, 4, 5, 6\}$ 이므로

 $P^C \cap Q = \{0, 2, 6\}$ 이 되어 모든 원소의 합은 8이다.

23) [정답] ②

[해설] 주어진 명제의 부정이 참이므로 '어떤 실수 x에 대하여 $x^2 + 2ax + 16 \le 0$ 이다.' 가 성립한다. 즉, 이차방정식 $x^2 + 2ax + 16 = 0$ 이 하나 이상의 실근을 가져야 하므로 $D/4 = a^2 - 16 \ge 0$ $a \le -4$ 또는 $4 \le a$ 따라서 자연수 a의 최솟값은 4이다.

24) [정답] ③

[해설] $\sim p: x \le 1$ 또는 $x \ge 12$ 이므로 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위해서는 $1 < \frac{a}{2}$ 이고 3a < 12가 성립해야 한다. 즉, 2 < a < 4이므로 자연수 a는 3이다.

25) [정답] ④

[해설] ① x = 2이면 $x^2 = 4$ 이다.

- ② x = -3이면 $x^2 > 4$ 이다.
- ③ x=1, y=-1이면 $x^5 \neq y^5$ 이다.
- ⑤ 12는 3의 배수이지만 9의 배수가 아니다. 따라서 참인 명제는 ④이다.

26) [정답] ①

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이기 위해서는 진리집합 P, Q에 대하여 $P \cap Q^C \neq \emptyset$ 임을 보여야 한다. 즉, x 또는 y가 유리수이면서 xy는 무리수임을 보이기 위해서는 ①이 반례가 될 수 있다.

27) [정답] ④

[해설] 명제 $p \to \sim q$ 가 참이므로 $P \subset Q^C$ 이 성립한다. 따라서 보기 중 옳은 것은 $(P \cap Q) \subset (Q^C \cap Q) = \varnothing$ 에 의해 $P \cap Q = \varnothing$ 이다.

28) [정답] ③

[해설] $P = \{4,6\}$, $Q = \{6,8\}$ 이므로 $P \cup Q^C = \{1,2,3,4,5,6,7,9,10\}$ 이 되어 모든 원소의 합은 47이다.