



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01** 삼각함수의 덧셈정리

(1)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ ,

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

(2)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ ,

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

(3)  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ ,

$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

■  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\sin \beta = \frac{2}{3}$ 일 때, 다음 삼각함수의 값을 구하여라.(단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ )

1.  $\sin(\alpha - \beta)$

2.  $\cos(\alpha + \beta)$

3.  $\tan(\alpha - \beta)$

■ 제 1사분면의 각  $\alpha$ 와 제 4사분면의 각  $\beta$ 에 대하여

$\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ 일 때, 다음 삼각함수의 값을 구

하여라.

4.  $\sin(\alpha + \beta)$

5.  $\cos(\alpha - \beta)$

6.  $\tan(\alpha + \beta)$

■ 다음 삼각함수의 값을 구하여라.

7.  $\sin 75^\circ$

8.  $\cos 75^\circ$

9.  $\tan 75^\circ$

10.  $\sin 105^\circ$

11.  $\cos 105^\circ$

12.  $\tan 105^\circ$

13.  $\sin 225^\circ$

14.  $\tan 165^\circ$

15.  $\sin \frac{5}{12}\pi$

16.  $\cos \frac{7}{12}\pi$

17.  $\tan \frac{19}{12}\pi$

■ 다음 식의 값을 구하여라.

18.  $\cos 50^\circ \cos 100^\circ - \sin 50^\circ \sin 100^\circ$

19.  $\cos 100^\circ \cos 55^\circ + \sin 100^\circ \sin 55^\circ$

20.  $\sin 100^\circ \cos 40^\circ - \cos 100^\circ \sin 40^\circ$

21.  $\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \sin 55^\circ$

22.  $\sin 50^\circ \cos 100^\circ + \cos 50^\circ \cos 10^\circ$

23.  $\sin 75^\circ \cos 30^\circ - \cos 75^\circ \sin 30^\circ$

24.  $\cos 65^\circ \cos 20^\circ + \sin 65^\circ \sin 20^\circ$

25.  $\frac{\tan 25^\circ + \tan 35^\circ}{1 - \tan 25^\circ \tan 35^\circ}$

26.  $\frac{\tan 80^\circ - \tan 50^\circ}{1 + \tan 80^\circ \tan 50^\circ}$

■ 다음 이차방정식의 두 근을  $\tan \alpha$ ,  $\tan \beta$ 라 할 때,  $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

27.  $x^2 - 6x - 1 = 0$

28.  $x^2 + x - 5 = 0$

29.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$

30.  $2x^2 - 5x - 3 = 0$

31.  $3x^2 + 10x + 2 = 0$

■ 다음 물음에 답하여라.

32.  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 예각이고,  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ ,  $\cos \beta = \frac{1}{2}$  일 때,  $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값을 구하여라.

33.  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ ,  $\cos \beta = \frac{1}{3}$   
일 때,  $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

34.  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 예각이고,  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \beta = \frac{1}{3}$ 일  
때,  $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

35.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ 가 각각 예각이고,  
 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\sin \beta = \frac{2}{3}$ 일 때,  $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값을 구하  
여라.

36.  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{4}$ ,  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{3}{8}$ 일 때,  $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$ 의  
값을 구하여라.

37.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{3}{2}\pi < \beta < 2\pi$ 이고,  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  
 $\cos \beta = \frac{4}{5}$ 일 때,  $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

38.  $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{4}{3}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$ 일 때,  
 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{a}{b}$ 를 만족한다.  $a$ ,  $b$ 는 서로소인  
자연수일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

39.  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \beta = \frac{1}{4}$   
일 때,  $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값이  $\frac{a+b\sqrt{30}}{12}$ 일 때,  $a+b$ 의  
값을 구하여라.

40.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ 이고,  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  
 $\sin \beta = \frac{3}{5}$ 일 때,  $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

41.  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$ 이고  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  
 $\tan \beta = \frac{15}{8}$ 일 때,  $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라.

## 02 두 직선이 이루는 예각의 크기

두 직선  $l_1: y = m_1x + n_1$ ,  $l_2: y = m_2x + n_2$ 가  $x$ 축의  
양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하면  
 $m_1 = \tan \alpha$ ,  $m_2 = \tan \beta$

이때, 두 직선  $l_1$ ,  $l_2$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하면

$$\tan \theta = |\tan(\alpha - \beta)| = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \quad (\text{단, } m_1 m_2 \neq -1)$$

▣ 다음 물음에 답하여라.

42. 두 직선  $y = x + 2$ ,  $y = -3x + 1$ 이 이루는 예각의  
크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan \theta$ 의 값을 구하여라.

43. 두 직선  $x - 4y + 2 = 0$ ,  $3x - y + 5 = 0$ 이 이루는 예  
각의 크기가  $\theta$ 일 때,  $\tan \theta$ 의 값을 구하여라.

44. 두 직선  $2x - y - 1 = 0$ ,  $x - 2y + 6 = 0$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.

45. 두 직선  $y = -3x + 4$ ,  $y = x - 1$ 이 이루는 예각을  $\theta$ 라고 할 때,  $\tan\theta$ 의 값을 구하여라.

46. 두 직선  $y = 2x - 2$ ,  $y = \frac{1}{3}x + 1$ 이 이루는 예각을  $\theta$ 라고 할 때,  $\tan\theta$ 의 값을 구하여라.

47. 두 직선  $5x - 3y - 1 = 0$ ,  $2x + y = 0$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin\theta$ 의 값을 구하여라.

48. 두 직선  $3x - y + 2 = 0$ ,  $x - 2y + 3 = 0$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\theta$ 의 값을 구하여라.

49. 두 직선  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ ,  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ 가 이루는 예각의 크기를 구하여라.

50. 두 직선  $y = -(\sqrt{3} - 2)x - 2$ 와  $y = x + 1$ 이 이루는 예각의 크기를 구하여라.

### 03 배각의 공식, 반각의 공식

#### 1. 삼각함수의 배각의 공식

$$(1) \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$(2) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$(3) \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

#### 2. 삼각함수의 반각의 공식

$$(1) \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$(2) \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$(3) \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

■ 다음 삼각함수의 값을 구하여라.

51.  $\sin 15^\circ$

52.  $\cos 15^\circ$

53.  $\tan 15^\circ$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

54.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\sin^2 \alpha = \frac{1}{5}$ 일 때,  $\tan 2\alpha$ 의 값

55.  $\tan \alpha = 2$ 일 때,  $\cos 2\alpha$ 의 값

56.  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ 이고,  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ 일 때,  $\cos 2\alpha$ 의 값

57.  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ 이고,  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ 일 때,  $\sin \frac{\alpha}{2}$ 의 값

58.  $\sin \alpha + \sin \beta = 0$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = 1$ 일 때,  
 $\cos 2\alpha + \cos 2\beta$ 의 값

59.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ 일 때,  $\cos \alpha + \sin \alpha$ 의  
값

60.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ 이고,  $\sin 2\alpha = \frac{1}{4}$ 일 때,  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$   
의 값

61.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ 일 때,  $\frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\tan 2\alpha}$   
의 값

#### 04 삼각함수의 합성

(1) 사인합성:  $a \sin x + b \cos x = r \sin(x + \alpha)$

(단,  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $\sin \alpha = \frac{b}{r}$ ,  $\cos \alpha = \frac{a}{r}$ )

(2) 코사인합성:  $a \sin x + b \cos x = r \cos(x - \beta)$

(단,  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $\sin \beta = \frac{a}{r}$ ,  $\cos \beta = \frac{b}{r}$ )

▣ 다음 식을  $r \sin(\theta + \alpha)$ 의 꼴로 나타내시오. (단,  $r > 0$ ,  
 $0 \leq \alpha < 2\pi$ )

62.  $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

63.  $\sin \theta + \cos \theta$

64.  $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

65.  $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta$

66.  $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$

67.  $\cos(\theta - 60^\circ) - \cos \theta$

68.  $\sin \theta + \cos(\theta + 30^\circ)$

## 05 삼각함수의 주기와 최대, 최소

삼각함수	최댓값	최솟값	주기
$y = a \sin (bx + c) + d$	$ a  + d$	$- a  + d$	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \cos (bx + c) + d$	$ a  + d$	$- a  + d$	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \tan (bx + c) + d$	없다.	없다.	$\frac{\pi}{ b }$

■ 다음 함수의 최댓값, 최솟값을 각각 구하여라.

69.  $y = \sin x - \cos x$

70.  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$

71.  $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin x + 1$

72.  $y = 2\cos x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

73.  $y = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \sin x$

74.  $y = \sqrt{3} \sin(\pi + x) + \cos x$

75.  $y = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \sin \theta$

■ 다음 물음에 답하여라.

76. 함수  $y = \sin x + \sqrt{a} \cos x$ 의 최댓값이 6일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

77. 함수  $y = a \sin x + (a-2)\cos x$ 의 최댓값이  $\sqrt{10}$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하여라.

78. 함수  $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ 가  $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때,  $\tan \alpha$ 의 값을 구하여라. (단,  $0 \leq x \leq \pi$ )

79. 함수  $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos x = r \sin(x + \alpha)$ 일 때,  $r^2 + \tan^2 \alpha$ 의 값을 구하여라. (단,  $r > 0$ )

80. 함수  $f(x) = \sin x - 2\cos x + 3$ 가  $x = \theta$ 에서 최댓값을 가질 때,  $10\cos \theta$ 의 값을 구하여라.

81. 함수  $y = 2\sin^3 x + \sin x \cos 2x + 2\cos x$ 의 최댓값을 구하여라.



## 정답 및 해설

$$1) -\frac{\sqrt{15}+2\sqrt{6}}{9}$$

$$\Rightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{에서 } \cos \alpha > 0, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi \text{에서}$$

$$\cos \beta < 0 \text{ 이므로}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos \beta = -\sqrt{1 - \sin^2 \beta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= -\frac{\sqrt{15}+2\sqrt{6}}{9} \end{aligned}$$

$$2) -\frac{\sqrt{30}+2\sqrt{3}}{9}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{2}{3} \\ &= -\frac{\sqrt{30}+2\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

$$3) \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}, \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \therefore \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$4) \frac{16}{65}$$

$$\Rightarrow \text{각 } \alpha \text{는 제 1사분면의 각이므로 } \cos \alpha > 0 \text{이고,}$$

$$\text{각 } \beta \text{는 제 4사분면의 각이므로 } \sin \beta < 0 \text{이다.}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}$$

$$\sin \beta = -\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \frac{12}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{65} \end{aligned}$$

$$5) -\frac{33}{65}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{33}{65} \end{aligned}$$

$$6) \frac{16}{63}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{12}{5}, \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = -\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{12}{5} + \left(-\frac{4}{3}\right)}{1 - \frac{12}{5} \times \left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{16}{63} \end{aligned}$$

$$7) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

$$8) \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos 75^\circ &= \cos(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$9) 2 + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan 75^\circ &= \tan(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$10) \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin 105^\circ &= \sin(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$11) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos 105^\circ &= \cos(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

$$12) -2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan 105^\circ &= \tan(45^\circ + 60^\circ) \\ &= \frac{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$13) -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin 225^\circ &= \sin(180^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 180^\circ \cos 45^\circ + \cos 180^\circ \sin 45^\circ \\ &= 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$14) -2 + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \tan 165^\circ &= \tan(180^\circ - 15^\circ) = \tan(-15^\circ) \\ &= \tan(30^\circ - 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 30^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \tan 45^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - 1}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1} \\ &= \frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{-(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{-(3 + 1 - 2\sqrt{3})}{2} = -2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$15) \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin \frac{5}{12}\pi &= \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)\end{aligned}$$

$$16) \frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos \frac{7}{12}\pi &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})\end{aligned}$$

$$17) -2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \tan \frac{19}{12}\pi &= \tan\left(\pi + \frac{7}{12}\pi\right) \\ &= \tan \frac{7}{12}\pi = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - 1 \cdot \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} \\ &= -2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$18) -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos 50^\circ \cos 100^\circ - \sin 50^\circ \sin 100^\circ \\ = \cos(50^\circ + 100^\circ) = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$19) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(100^\circ - 55^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$20) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin 100^\circ \cos 40^\circ - \cos 100^\circ \sin 40^\circ \\ = \sin(100^\circ - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$21) 1$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin 35^\circ \times \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \times \sin 55^\circ \\ = \sin(35^\circ + 55^\circ) = \sin 90^\circ = 1\end{aligned}$$

$$22) \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos 100^\circ &= \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ \\ \sin 50^\circ \cos 100^\circ + \cos 50^\circ \cos 10^\circ \\ &= -\sin 50^\circ \sin 10^\circ + \cos 50^\circ \cos 10^\circ \\ &= \cos 50^\circ \cos 10^\circ - \sin 50^\circ \sin 10^\circ \\ &= \cos(50^\circ + 10^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$23) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin 75^\circ \cos 30^\circ - \cos 75^\circ \sin 30^\circ \\ = \sin(75^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$24) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos 65^\circ \times \cos 20^\circ + \sin 65^\circ \times \sin 20^\circ \\ = \cos(65^\circ - 20^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$25) \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\tan 25^\circ + \tan 35^\circ}{1 - \tan 25^\circ \times \tan 35^\circ} &= \tan(25^\circ + 35^\circ) \\ &= \tan 60^\circ = \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$26) \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\tan 80^\circ - \tan 50^\circ}{1 + \tan 80^\circ \tan 50^\circ} \\ = \tan(80^\circ - 50^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$27) 3$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - 6x - 1 = 0 \text{의 두 근 } \tan \alpha, \tan \beta \text{에서} \\ \tan \alpha + \tan \beta = 6\end{aligned}$$



$$\tan \alpha \times \tan \beta = -1$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{6}{1 - (-1)} = \frac{6}{2} = 3$$

$$28) -\frac{1}{6}$$

$\Rightarrow x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근  $\tan \alpha, \tan \beta$ 에서

$$\tan \alpha + \tan \beta = -1$$

$$\tan \alpha \times \tan \beta = -5$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-1}{1 - (-5)} = -\frac{1}{6}$$

$$29) 3$$

$\Rightarrow$  이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{3}{2}, \tan \alpha \tan \beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \end{aligned}$$

$$30) 1$$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$ 의 두 근  $\tan \alpha, \tan \beta$ 에서

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{5}{2}$$

$$\tan \alpha \times \tan \beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2}}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)} = 1$$

$$31) -10$$

$\Rightarrow$  근과 계수의 관계에 의해

$$\tan \alpha + \tan \beta = -\frac{10}{3}, \tan \alpha \tan \beta = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-\frac{10}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = -10$$

$$32) \frac{\sqrt{15}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{4} \text{ 이므로 } \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4},$$

$$\cos \beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

( $\because \alpha, \beta$ 는 예각)

따라서 구하는 값은

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$

$$33) \frac{1}{12} - \frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{4} \text{ 이고, } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ 이므로}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{15}}{4} \left( \because \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$$

$$\cos \beta = \frac{1}{3} \text{ 이고, } \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \left( \because 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right)$$

따라서 구하는 값은

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{12} - \frac{\sqrt{30}}{6} \end{aligned}$$

$$34) \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos \beta = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

( $\because \alpha, \beta$ 는 예각)

따라서 구하는 값은

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ &= \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$35) \frac{2(1 - \sqrt{10})}{9}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ 이고,}$$

$$\left( \because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\sin \beta = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \cos \beta = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ 이다.}$$

$$\left( \because \frac{\pi}{2} < \beta < \pi \right)$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= -\frac{2\sqrt{10}}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{9}(1 - \sqrt{10}) \end{aligned}$$

$$36) -5$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{8}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{5}{16}, \cos \alpha \sin \beta = -\frac{1}{16}$$

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \sin \beta} = \frac{\frac{5}{16}}{-\frac{1}{16}} = -5$$

37) 0

$\Rightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 에서  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 이므로  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ 이고,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ 에서  $\cos \beta = \frac{4}{5}$ 이므로  $\sin \beta = -\frac{3}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \frac{12}{25} - \frac{12}{25} = 0\end{aligned}$$

38) 73

$\Rightarrow \sin \alpha + \sin \beta = \frac{4}{3}$ 에서 양변을 제곱하면,

$$(\sin \alpha + \sin \beta)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2,$$

$$\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta = \frac{16}{9} \quad \cdots \cdots \ominus$$

$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$ 에서 양변을 제곱하면,

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\cos^2 \alpha + 2\cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta = \frac{1}{4} \quad \cdots \cdots \omin�$$

두 식  $\ominus$ ,  $\omin�$ 에 대하여  $\ominus + \omin�$ 하여 정리하면

$$2 + 2(\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta) = \frac{73}{36},$$

$$2\cos(\alpha - \beta) = \frac{73}{36} - 2 = \frac{1}{36},$$

$$\therefore \cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{72}$$

즉,  $a = 1$ ,  $b = 72$ 이므로 구하는 값은

$$a + b = 1 + 72 = 73$$

39) -1

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ 이고  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 이므로

$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \text{ 이면 } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ 이고,}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{4} \text{ 이면 } \sin \beta = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{12} - \frac{2\sqrt{30}}{12} \\ &= \frac{1 - 2\sqrt{30}}{12}\end{aligned}$$

$$\therefore a + b = 1 - 2 = -1$$

40)  $-\frac{2}{11}$ 

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = -\sqrt{1 - \sin^2 \beta} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \beta = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{11}{8}} = -\frac{2}{11}$$

41)  $\frac{36}{85}$ 

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $\cos \alpha < 0$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi, \sin \beta < 0, \cos \beta < 0$$

$$\sin \beta = -\frac{15}{17}, \cos \beta = -\frac{8}{17}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{36}{85}$$

42) 2

$\Rightarrow$  두 직선  $y = x + 2$ ,  $y = -3x + 1$ 이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하면

$$\tan \alpha = 1, \tan \beta = -3 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\tan \theta &= |\tan(\alpha - \beta)| = \left| \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| \\ &= \left| \frac{1 - (-3)}{1 + 1 \times (-3)} \right| = \left| \frac{4}{-2} \right| = 2\end{aligned}$$

43)  $\frac{11}{7}$ 

$\Rightarrow$  두 직선  $x - 4y + 2 = 0$ ,  $3x - y + 5 = 0$ 이 각각  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할 때,  $\tan \alpha$ ,  $\tan \beta$ 는 각각 직선의 기울기이다.

$$\text{즉, } x - 4y + 2 = 0 \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{4}$$

$$3x - y + 5 = 0 \rightarrow y = 3x + 5$$

$$\therefore \tan \beta = 3$$

두 직선이 이루는 예각의 크기  $\theta$ 는

$$\theta = |\alpha - \beta| \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\tan \theta &= \tan(|\alpha - \beta|) = |\tan(\alpha - \beta)| \\ &= \left| \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| = \left| \frac{\frac{1}{4} - 3}{1 + \frac{1}{4} \cdot 3} \right|\end{aligned}$$

$$= \left| \frac{-\frac{11}{4}}{\frac{7}{4}} \right| = \left| \frac{-11}{7} \right| = \frac{11}{7}$$

44)  $\frac{4}{5}$

⇒ 두 직선  $2x-y-1=0$ ,  $x-2y+6=0$ 이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하면  $\tan\alpha=2$ ,  $\tan\beta=\frac{1}{2}$ 이므로

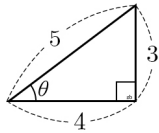
$$\tan\theta = |\tan(\alpha-\beta)| = \left| \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta} \right|$$

$$= \left| \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \times \frac{1}{2}} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \text{ 이므로}$$

$$\cos^2\theta = \frac{16}{25}$$

이때,  $\theta$ 를 한 각으로 하는 직각삼각형은 다음 그림과 같으므로



$$\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$$

45) 2

⇒  $y=-3x+4$ 가  $x$ 축과 이루는 각의 크기를  $\theta_1$ 이라 하면  $\tan\theta_1=-3$ 이고,  $y=x-1$ 가  $x$ 축과 이루는 각의 크기를  $\theta_2$ 이라 하면  $\tan\theta_2=1$ 이다.

두 직선이 이루는 예각  $\theta$ 이라 할 때,

$$\tan\theta = |\tan(\theta_1 - \theta_2)|$$

$$= \left| \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1\tan\theta_2} \right| = \left| \frac{-3 - 1}{1 - 3} \right| = 2$$

46) 1

⇒  $y=2x-2$ 가  $x$ 축과 이루는 각의 크기를  $\theta_1$ 이라 하면  $\tan\theta_1=2$ 이고,  $y=\frac{1}{3}x+1$ 가  $x$ 축과 이루는

각의 크기를  $\theta_2$ 이라 하면  $\tan\theta_2=\frac{1}{3}$ 이다.

두 직선이 이루는 예각  $\theta$ 이라 할 때,

$$\tan\theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1\tan\theta_2} = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = 1$$

47)  $\frac{11\sqrt{170}}{170}$

⇒ 두 직선  $5x-3y-1=0$ ,  $2x+y=0$ ,

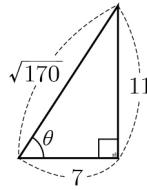
즉  $y=\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}$ ,  $y=-2x$ 가  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하면

$$\tan\alpha = \frac{5}{3}, \tan\beta = -2 \text{ 이므로}$$

$$\tan\theta = |\tan(\alpha - \beta)| = \left| \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta} \right|$$

$$= \left| \frac{\frac{5}{3} - (-2)}{1 + \frac{5}{3} \times (-2)} \right| = \frac{11}{7}$$

이때,  $\theta$ 를 한 각으로 가지는 직각삼각형은 다음 그림과 같으므로



$$\sin\theta = \frac{11\sqrt{170}}{170}$$

48) 1

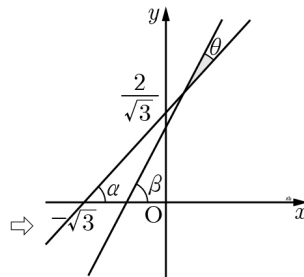
⇒  $3x-y+2=0$ 과  $x$ 축이 이루는 예각의 크기를  $\alpha$ 라 하면  $\tan\alpha=3$

$x-2y+3=0$ 과  $x$ 축이 이루는 예각의 크기를  $\beta$ 라 하면  $\tan\beta=\frac{1}{2}$

$$\therefore \tan\theta = |\tan(\alpha - \beta)|$$

$$= \left| \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta} \right| = \left| \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} \right| = 1$$

49)  $\frac{\pi}{6}$



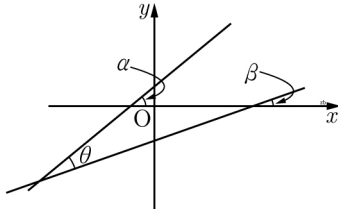
$\theta$ 가 두 직선이 이루는 예각이라 하면

$$\theta = \beta - \alpha, \tan\beta = \sqrt{3}, \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

50)  $\frac{\pi}{6}$

⇒ 두 직선이 각각  $(0, -2)$ ,  $(0, 1)$ 을 지나고,  $2 - \sqrt{3} > 0$ 이므로 두 직선을 그림으로 나타내면



두 직선이 이루는 각을  $\theta$ 라 하면

$\tan\alpha = 1$ ,  $\tan\beta = 2 - \sqrt{3}$  이고,  $\alpha = \beta + \theta$  이므로

$\theta = \alpha - \beta$

$$\therefore \tan\theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$

따라서 예각  $\theta = \frac{\pi}{6}$  이다.

51)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

52)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos 15^\circ &= \cos(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \times \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \times \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

53)  $2 - \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan 15^\circ &= \tan(60^\circ - 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \times \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

54)  $\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \tan\alpha = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan 2\alpha = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

55)  $-\frac{3}{5}$

$\Rightarrow \tan\alpha = 2$ 이면 삼각비에 의해

$$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2 \times \frac{4}{5} = 1 - \frac{8}{5} = -\frac{3}{5}$$

56)  $-\frac{7}{25}$

$\Rightarrow \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ 에서  $\cos\alpha < 0$ 이므로

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -\frac{7}{25}$$

57)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ 에서  $\tan\alpha = \frac{4}{3}$ 이므로

$$\cos\alpha = -\frac{3}{5}, \sin\alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} = \frac{1 + \frac{3}{5}}{2} = \frac{4}{5} \text{ 이므로}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{4}{5}} = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ 이고,}$$

$$\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3}{4}\pi \text{ 이므로 } \sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ 이다.}$$

58)  $-1$

$\Rightarrow \sin\alpha = k$ 라고 하자.

이때  $\sin\beta = -k$ ,  $\cos\alpha = t$ 라고 하면  $\cos\beta = 1 - t$

따라서  $k^2 + t^2 = 1$ ,  $(-k)^2 + (1 - t)^2 = 1$

$$k^2 + t^2 - 2t + 1 = 1$$

$$1 - 2t + 1 = 1$$

$$\therefore t = \frac{1}{2}, k = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos 2\alpha + \cos 2\beta &= t^2 - k^2 + (1 - t)^2 - k^2 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -1 \end{aligned}$$

59)  $\frac{7}{5}$

$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\tan\alpha = \frac{2\tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3} \text{ 이고}$$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이므로  $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ 이다.

$$\therefore \cos\alpha + \sin\alpha = \frac{7}{5}$$

60)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\Rightarrow$  코사인의 덧셈정리에 의해

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$ 에 의해,

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha \text{ 이다.}$$

$\sin 2\alpha = \frac{1}{4}$  이고,  $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$  이므로

$$\cos 2\alpha = \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\left( \because 0 < \alpha < \frac{\pi}{4} \right)$$

따라서 구하는 값은

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

61) 5

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{5}{13},$$

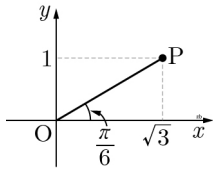
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\tan 2\alpha} = 5$$

62)  $2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow$  다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점  $P(\sqrt{3}, 1)$ 을 잡으면  $\overline{OP} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

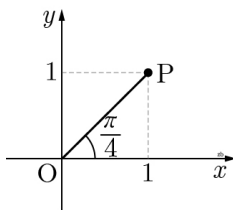
$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta &= 2 \left( \sin \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \theta \times \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \\ &= 2 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$



63)  $\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow$  다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점  $P(1, 1)$ 을 잡으면  $\overline{OP} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \theta + \cos \theta &= \sqrt{2} \left( \sin \theta \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos \theta \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \sqrt{2} \left( \sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$



64)  $2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Rightarrow \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta &= 2 \left( \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right) \\ &= 2 \left( \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta + \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta \right) \\ &= 2 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

65)  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta &= \cos \frac{\pi}{6} \sin \theta + \sin \frac{\pi}{6} \cos \theta \\ &= \sin \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$

66)  $2\sin\left(\theta + \frac{11}{6}\pi\right)$

$$\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta &= 2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \left(-\frac{1}{2}\right) \cos \theta \right\} \\ &= 2 \left( \cos \frac{11}{6} \pi \sin \theta + \sin \frac{11}{6} \pi \cos \theta \right) \\ &= 2 \sin \left( \theta + \frac{11}{6} \pi \right) \end{aligned}$$

67)  $\sin(\theta + 330^\circ)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos(\theta - 60^\circ) - \cos \theta &= \cos \theta \cos 60^\circ + \sin \theta \sin 60^\circ - \cos \theta \\ &= \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \cos \theta \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \\ &= \cos 330^\circ \sin \theta + \sin 330^\circ \cos \theta \\ &= \sin(\theta + 330^\circ) \end{aligned}$$

68)  $\sin(\theta + 60^\circ)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin \theta + \cos(\theta + 30^\circ) &= \sin \theta + \cos \theta \cos 30^\circ - \sin \theta \sin 30^\circ \\ &= \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta \\ &= \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \\ &= \cos 60^\circ \sin \theta + \sin 60^\circ \cos \theta \\ &= \sin(\theta + 60^\circ) \end{aligned}$$

69) 최댓값:  $\sqrt{2}$ , 최솟값:  $-\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= \sin x - \cos x \\ &= \sqrt{2} \left( \sin x \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos x \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \sqrt{2} \left( \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은  $\sqrt{2}$ .

최솟값은  $-\sqrt{2}$  이다.

70) 최댓값: 2, 최솟값: -2

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= \sin x + \sqrt{3} \cos x \\ &= 2 \left( \sin x \times \frac{1}{2} + \cos x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 2 \left( \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이다.

71) 최댓값: 3, 최솟값: -1

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) &= 2 \left( \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ &= \sin x + \sqrt{3} \cos x\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}y &= 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - 2 \sin x + 1 \\ &= \sin x + \sqrt{3} \cos x - 2 \sin x + 1 \\ &= -\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1\end{aligned}$$

또한  $\sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ 이므로

$$\begin{aligned}y &= -\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 \\ &= 2 \left( \left( -\frac{1}{2} \right) \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + 1 \\ &= 2 \left( \cos \frac{2}{3} \pi \sin x + \sin \frac{2}{3} \pi \cos x \right) + 1 \\ &= 2 \sin \left( x + \frac{2}{3} \pi \right) + 1\end{aligned}$$

이때,  $-1 \leq \sin \left( x + \frac{2}{3} \pi \right) \leq 1$ 이므로

$$-1 \leq 2 \sin \left( x + \frac{2}{3} \pi \right) + 1 \leq 3$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 3, 최솟값은 -1 이다.

72) 최댓값:  $\sqrt{3}$ , 최솟값:  $-\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) &= \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}y &= 2 \cos x - \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 2 \cos x - \left( \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right) \\ &= \frac{3}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\end{aligned}$$

또한  $\sqrt{\left( \frac{3}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \sqrt{3}$ 이므로

$$y = \frac{3}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right)$$

$$= \sqrt{3} \left( \sin \frac{\pi}{3} \cos x + \cos \frac{\pi}{3} \sin x \right) = \sqrt{3} \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$-1 \leq \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$-\sqrt{3} \leq \sqrt{3} \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \leq \sqrt{3}$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은  $\sqrt{3}$ ,

최솟값은  $-\sqrt{3}$  이다.

73) 최댓값:  $\sqrt{7}$ , 최솟값:  $-\sqrt{7}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= 4 \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} \sin x \\ &= 2 \cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{7} \sin(x + \alpha)\end{aligned}$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은  $\sqrt{7}$ , 최솟값은  $-\sqrt{7}$  이다.

74) 최댓값: 2, 최솟값: -2

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= \sqrt{3} (\sin \pi \cos x + \cos \pi \sin x) + \cos x \\ &= -\sqrt{3} \sin x + \cos x \\ &= 2 \left( \sin x \cdot \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{1}{2} \cos x \right) \\ &= 2 \sin \left( x + \frac{7}{6} \pi \right)\end{aligned}$$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이다.

75) 최댓값:  $\sqrt{3}$ , 최솟값:  $-\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= \sin \left( \theta + \frac{\pi}{3} \right) + \sin \theta \\ &= \sin \theta \cos \frac{\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{3} + \sin \theta \\ &= \frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \sin \theta = \frac{3}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} (\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta) = \sqrt{3} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) \text{ 이므로} \\ \text{따라서 이 함수의 최댓값은 } \sqrt{3}, \text{ 최솟값은 } -\sqrt{3} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

76) 35

$$\Rightarrow y = \sin x + \sqrt{a} \cos x = \sqrt{1+a} \sin(x + \alpha)$$

$$(\text{단, } \sin \alpha = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1+a}}, \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a}})$$

$$-1 \leq \sin(x + \alpha) \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$-\sqrt{1+a} \leq \sqrt{1+a} \sin(x + \alpha) \leq \sqrt{1+a}$$

이때, 최댓값이 6이라 하였으므로

$$\sqrt{1+a} = 6$$

$$1+a = 36$$

$$\therefore a = 35$$

77) 3

$\Rightarrow$  삼각함수의 합성을 이용하면

$$y = \sqrt{a^2 + (a-2)^2} \sin(x + \alpha) \text{로 정리할 수 있고}$$

최댓값이  $\sqrt{10}$  이므로

$$\sqrt{a^2 + (a-2)^2} = \sqrt{10}, \quad a^2 + a^2 - 4a + 4 = 10$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0, (a-3)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = 3 \quad (\because a > 0)$$

$$78) \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = 5 \left( \frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x + \theta)$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}, \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$x + \theta = \frac{\pi}{2}$  일 때,  $f(x)$ 는 최댓값을 가진다.

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\tan \alpha = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$79) 25$$

$$\Rightarrow 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} \cos x$$

$$= 2 \left( \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} \cos x$$

$$= \sin x + \sqrt{3} \cos x + \sqrt{3} \cos x$$

$$= \sin x + 2\sqrt{3} \cos x$$

$$= \sqrt{13} \left( \frac{1}{\sqrt{13}} \sin x + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}} \cos x \right)$$

$$= \sqrt{13} \sin(x + \alpha)$$

$$(\text{단, } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{13}}, \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}})$$

따라서  $r = \sqrt{13}$  이고,  $\tan \alpha = 2\sqrt{3}$  이다.

$$\therefore r^2 + \tan^2 \alpha = 13 + 12 = 25$$

$$80) -4\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{5} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \sin x - \frac{2}{\sqrt{5}} \cos x \right) + 3$$

$$f(x) = -\sqrt{5} \cos(x + \alpha) + 3$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$f(x)$ 는  $x + \alpha = \pi$  일 때, 최댓값을 가진다.

따라서  $\theta = \pi - \alpha$

$$\cos \theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$10 \cos \theta = -\frac{20}{\sqrt{5}} = -4\sqrt{5}$$

$$81) \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x,$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

이므로

$$y = 2\sin^3 x + \sin x \cos 2x + 2\cos x$$

$$= 2\sin x (1 - \cos^2 x) + \sin x (2\cos^2 x - 1) + 2\cos x$$

$$= 2\sin x - 2\sin x \cos^2 x + 2\sin x \cos^2 x - \sin x + 2\cos x$$

$$= \sin x + 2\cos x$$

$$= \sqrt{5} \sin(x + \alpha) \quad (\text{단, } \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}})$$

$-1 \leq \sin(x + \alpha) \leq 1$  이므로

$$-\sqrt{5} \leq \sqrt{5} \sin(x + \alpha) \leq \sqrt{5}$$

따라서 최댓값은  $\sqrt{5}$  이다.