3회차

01 ③	02 ③	03 ①	04 ③	05 ①
06 ①	07 ④	08 ③	09 ④	10 ②
11 ③	12 ③	13 ②	14 ②	15 ②
16 ⑤	17 ②			

[서술형 1] -13
[서술형 2] -1
[서술형 3] 0

01 $A+X=B$에서

$$\begin{aligned}X&=B-A\\&=(x^2+2y^2)-(x^2-y^2)\\&=x^2+2y^2-x^2+y^2\\&=3y^2\end{aligned}$$

02 $(3x^2+2x+1)(x^2-x+3)$을 전개하면 x^3항은
$3x^2\cdot(-x)+2x\cdot x^2=-x^3$
따라서 x^3의 계수는 -1이다.

다른 풀이

$(3x^2+2x+1)(x^2-x+3)$
$=3x^4-3x^3+9x^2+2x^3-2x^2+6x+x^2-x+3$
$=3x^4-x^3+8x^2+5x+3$
따라서 x^3의 계수는 -1이다.

03 $$\begin{aligned}a^3-b^3&=(a-b)^3+3ab(a-b)\\&=2^3+3\cdot3\cdot2\\&=26\end{aligned}$$

Lecture 곱셈 공식의 변형

(1) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

04

$$\begin{array}{r}
x^2\quad\quad +3\\
2x-1\,\big)\,\overline{2x^3-x^2+6x+2}\\
\underline{2x^3-x^2}\\
6x+2\\
\underline{6x-3}\\
5
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: x^2+3, 나머지: 5

05 다항식 A를 $x+1$로 나누었을 때의 몫이 $x-2$, 나머지가 3이므로

$$\begin{aligned}A&=(x+1)(x-2)+3\\&=(x^2-x-2)+3\\&=x^2-x+1\end{aligned}$$

Lecture 다항식의 나눗셈

다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫이 Q, 나머지가 R이면
$A=BQ+R$

06 $(a+2)x^2+(b-2)x+6-2c=0$이 x에 대한 항등식이므로
$a+2=0$, $b-2=0$, $6-2c=0$
따라서 $a=-2$, $b=2$, $c=3$이므로
$a+b+c=-2+2+3=3$

07 나머지정리에 의하여 $f(1)=-2$, $f(-2)=-5$
다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x+2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$이므로
$f(1)=a+b$, $f(-2)=-2a+b$
$\therefore$ $a+b=-2$, $-2a+b=-5$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-3$
따라서 구하는 나머지는 $x-3$

오답 피하기

다항식 $f(x)$를 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 일차식 또는 상수항이므로 $ax+b$ (a, b는 상수)라 한다.

08 $(2+i)^2=2^2+2\cdot2\cdot i+i^2=3+4i$의 실수부분은 3, 허수부분은 4이므로 $a=3$, $b=4$
$\therefore$ $a^2+b^2=3^2+4^2=25$

09 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$$\begin{aligned}(1+2i)z+3i\bar{z}&=(1+2i)(a+bi)+3i(a-bi)\\&=a+b+(5a+b)i\end{aligned}$$

즉 $a+b+(5a+b)i=2+6i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$a+b=2$, $5a+b=6$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$

$\therefore z=1+i$

Lecture **복소수가 서로 같을 조건**

a, b, c, d가 실수일 때

(1) $a+bi=c+di$이면 $a=c$, $b=d$

(2) $a+bi=0$이면 $a=0$, $b=0$

10 이차방정식 $x^2+(k+2)x+k+5=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$D=(k+2)^2-4\cdot1\cdot(k+5)=0$

$k^2-16=0$, $(k+4)(k-4)=0$

$\therefore k=\pm4$

Lecture **이차방정식의 근의 판별**

계수가 실수인 이차방정식의 판별식을 D라 할 때

(1) 서로 다른 두 실근을 가지면 ⇨ $D>0$

(2) 중근을 가지면 ⇨ $D=0$

(3) 서로 다른 두 허근을 가지면 ⇨ $D<0$

11 이차방정식 $x^2+2(a+k)x+k^2-2k+b=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+k)^2-1\cdot(k^2-2k+b)=0$

$(2a+2)k+a^2-b=0$

이때 이 등식이 k에 대한 항등식이므로

$2a+2=0$, $a^2-b=0$

따라서 $a=-1$, $b=1$이므로

$a+b=-1+1=0$

12 이차방정식 $x^2-2x+2=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2-2\alpha+2=0$, $\beta^2-2\beta+2=0$

$$\begin{aligned}\therefore (2\alpha^2-4\alpha+1)(2\beta^2-4\beta+1)&=\{2(\alpha^2-2\alpha+2)-3\}\{2(\beta^2-2\beta+2)-3\}\\&=(2\cdot0-3)(2\cdot0-3)\\&=9\end{aligned}$$

Lecture **이차방정식의 두 근**

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha^2+a\alpha+b=0$, $\beta^2+a\beta+b=0$이 성립한다.

13 이차함수 $y=x^2-2kx+k^2-k+3$의 그래프가 x축보다 항상 위쪽에 있으므로 이차방정식

$x^2-2kx+k^2-k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-1\cdot(k^2-k+3)<0$

$k-3<0$ $\quad\therefore k<3$

14 이차함수 $y=x^2-3x+4$의 그래프와 직선 $y=2x+2$의 교점의 x좌표가 α, β이므로 α, β는 이차방정식 $x^2-3x+4=2x+2$, 즉 $x^2-5x+2=0$의 두 실근이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=2$

$$\begin{aligned}\therefore (\alpha-\beta)^2&=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\\&=5^2-4\cdot2\\&=17\end{aligned}$$

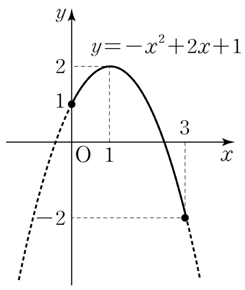
Lecture **이차함수와 직선의 교점의 x좌표**

이차함수 $y=ax^2+bx+c$와 직선 $y=mx+n$의 교점의 x좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$, 즉 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 두 실근과 같다.

15 $y=-x^2+2x+1$

$\quad=-(x-1)^2+2$

이므로 $0\le x\le3$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 x좌표 1이 $0\le x\le3$에 포함되므로 $x=1$에서 최댓값 2, $x=3$에서 최솟값 -2를 갖는다.

따라서 $a=2$, $b=-2$이므로

$3a-b=3\cdot2-(-2)=8$

16 $x^2-4x=X$라 하면 주어진 방정식은

$X^2+2X-15=0$

$(X-3)(X+5)=0$

즉 $(x^2-4x-3)(x^2-4x+5)=0$이므로

$x^2-4x-3=0$ 또는 $x^2-4x+5=0$

$\therefore x=2\pm\sqrt{7}$ 또는 $x=2\pm i$

따라서 모든 실근의 합은

$(2+\sqrt{7})+(2-\sqrt{7})=4$

다른 풀이

주어진 사차방정식에서

$(x^2-4x-3)(x^2-4x+5)=0$

(i) 이차방정식 $x^2-4x-3=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=(-2)^2-1\cdot(-3)=7>0$

이 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 가지므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 실근의 합은 4

(ii) 이차방정식 $x^2-4x+5=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=(-2)^2-1\cdot 5=-1<0$

이 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다. 즉 실근을 갖지 않는다.

(i), (ii)에서 모든 실근의 합은 4

17 $\begin{cases} x-y=a & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2xy-y^2=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-a$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2+2x(x-a)-(x-a)^2=-4$

$\therefore 2x^2-a^2+4=0$

주어진 연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 이차방정식 $2x^2-a^2+4=0$이 중근을 가져야 하므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=0^2-2\cdot(-a^2+4)=0$

$a^2-4=0$, $(a+2)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=\pm 2$

따라서 자연수 a의 값은 2

[서술형 1] $x+y+z=3$에서

$x+y=3-z$, $y+z=3-x$, $z+x=3-y$

❶

$\therefore (x+y)(y+z)(z+x)$

$=(3-z)(3-x)(3-y)$

$=3^3-3^2(x+y+z)+3(xy+yz+zx)-xyz$

$=27-9\cdot 3+3\cdot(-4)-1$

$=-13$

❷

채점 기준	배점
❶ $x+y+z=3$을 변형할 수 있다.	2점
❷ $(x+y)(y+z)(z+x)$의 값을 구할 수 있다.	4점

[서술형 2] 이차방정식 $x^2-x-3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-3$

❶

이때 두 근이 1, -3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x^2+2x-3=0$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

❷

$a+b=2+(-3)=-1$

❸

채점 기준	배점
❶ $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

다른 풀이

이차방정식 $x^2-x-3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-3$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 1, -3이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$1+(-3)=-a$, $1\cdot(-3)=b$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$a+b=2+(-3)=-1$

Lecture **이차방정식의 작성**

두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

[서술형 3] $x^3=1$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$

❶

$\therefore 1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^{50}$

$=(1+\omega+\omega^2)+(\omega^3+\omega^4+\omega^5)$

$+\cdots+(\omega^{48}+\omega^{49}+\omega^{50})$

$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)$

$+\cdots+\omega^{48}(1+\omega+\omega^2)$

$=0$

❷

채점 기준	배점
❶ $\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$임을 구할 수 있다.	3점
❷ $1+\omega+\omega^2+\cdots+\omega^{50}$의 값을 구할 수 있다.	4점

Lecture **방정식 $x^3=1$의 허근의 성질**

방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 할 때

(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)

① $\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$

② $\omega+\overline{\omega}=-1$, $\omega\overline{\omega}=1$

③ $\omega^2=\overline{\omega}=\frac{1}{\omega}$