2-3-2.연립이차방정식 천재(이준열)



[문제]

내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[이차방정식과 일차방정식으로 이루어진 연립이차방정식]

- (1) 일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한다.
- (2) (1)을 이차방정식에 대입하여 푼다.

[두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식]

- (1) ① 인수분해가 되는 경우에는 인수분해
- ② 인수분해가 되지 않는 경우에는
 - xy항이 있으면 상수항을 소거
- xy항이 없으면 이차항을 소거 (2) (1)을 이차방정식에 대입하여 푼다.

기본문제

예제

- **1.** 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?
 - (1) -1
- (3) 3
- \bigcirc 4
- (5) 5

[문제]

- **2.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?
 - ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- $3\frac{7}{2}$
- 4
- $(5) \frac{9}{2}$

[예제]

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$,

 $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 3
- 2 4
- 35
- **4**) 6
- (5) 7

- **4.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=0 \\ x^2+xy-y^2=10 \end{cases}$ 의 해를 x=lpha, y=eta라 할 때, 다음 중 lpha+eta의 값이 될 수 있는
 - 것은? ① $2\sqrt{3}$
- ② $\sqrt{14}$
- 3 4

- (4) $3\sqrt{2}$
- ⑤ $2\sqrt{5}$

평가문제

[소단원 확인 문제]

- **5.** 연립방정식 $\begin{cases} 3x y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha + \beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?
 - 1 4
- ② 5
- 3 6
- 4 7
- ⑤ 8

[소단원 확인 문제]

- **6.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=0 \\ x^2+2y^2=9 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 없는 것은?
 - ① 3
- $\bigcirc -3$
- $3 2\sqrt{3}$
- $(4) -2\sqrt{3}$
- (5) $\sqrt{3}$

[소단원 확인 문제]

- - ① $a \le -1$
- ② $a \ge -1$
- ③ $a \le 0$
- (4) $a \ge 0$
- (5) $a \le 1$

[소단원 확인 문제]

8. 다음은 어느 DIY원단 쇼핑몰의 체험단 모집 광고이다.

00 섬유 원단 체험단 모집

아이들의 매트, 베개, 쿠션 등을 만들 수 있는 원단 체험 단을 모집합니다.

■ 참가하실 분은 신청서를 작성해서 전자 우편으로 보내 주세요.

체험단에 참가하여 받은 원단은 둘레의 길이가 $160 \, \mathrm{cm}$, 넓이가 $1500 \, \mathrm{cm}^2$ 인 직사각형 모양이다. 이 원단의 대각 선의 길이를 제곱한 값은?

- ① 3400
- ② 3600
- ③ 3800
- **4000**
- **⑤** 4200

[중단원 연습 문제]

- 9. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x^2-y^2=-2 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?
 - $\bigcirc -13$
- ② -14
- 3 15
- (4) -16
- (5) -17

[중단원 연습 문제]

10. 연립방정식 $\begin{cases} 5x^2-6xy+y^2=0 \\ x^2+y^2=26 \end{cases}$ 의 해를 x=lpha,

 $y=\beta$ 라 할 때, 다음 중 $\alpha+\beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 4
- ② 6
- 3 8
- **4** 10
- ⑤ 12

[중단원 연습 문제]

11. 두 연립방정식

 $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+ay^2=9 \end{cases}$, $\begin{cases} x+by=9 \\ x^2-2y^2=-7 \end{cases}$ 이 공통인 해를 가질 때, 자연수 a, b에 대하여 a+b의 값은?

 \bigcirc 5

② 6

3 7

(4) 8

(5) 9

[중단원 연습 문제]

- **12.** 연립방정식 $\begin{cases} x+y+xy=-1\\ x+y-xy=5 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은?
 - 1) 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- (5) 14

[중단원 연습 문제

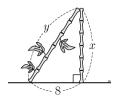
- **13.** 두 이차방정식 $3x^2+kx+1=0$, $3x^2+x+k=0$ 이 오직 한 개의 공통인 해를 가질 때, 실수 k의 값은?
 - 1 4
- 2 2
- 3 1
- $\bigcirc 4 2$
- \bigcirc -4

[대단원 종합 문제]

- **14.** 두 자리 자연수에서 각 자리 숫자의 제곱의 합은 45이고, 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 자연수와 처음 자연수의 합은 99다. 처음 두 자리 자연수는? (단, (십의 자리 숫자)>(일의 자리 숫자))
 - ① 63
- 2 64
- 3 65
- **4** 72
- ⑤ 73

[대단원 종합 문제]

15. 다음은 인도의 수학자 브라마굽타가 제시한 문제이다. 다음 그림과 같이 높이가 16인 대나무가 바람에 부러져서 그 끝이 대나무가 처음 나온 부분으로부터 8만큼 떨어진 곳에 닿았다. 대나무가 부러져서생기는 두 부분의 길이를 x, y라고 할 때, xy의 값은?



- ① 120
- 2 100
- 3 80
- **4**) 60
- (5) 40

유사문제

16. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ 9x^2 + y^2 = 6xy \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$,

 $y = \beta$ 라 할 때, $(\alpha + \beta)^2$ 의 값은?

- 1 0
- 2 4
- ③ 16
- **(4)** 36
- (5) 64
- **17.** x, y에 대한 두 연립방정식

 $\begin{cases} ax^2+y^2=5 \ x+y=3 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y=b \ x^2-y^2=-21 \end{cases}$ 의 해가 일치할 때, a+b의 값은?

- ① 3
- ② 4
- 3 5

4 6

- (5) 7
- **18.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + xy 2y^2 = 0 \\ x^2 xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$,

 $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

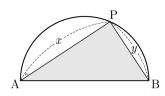
① 1

- ② 2
- 35
- 4) 7
- **⑤** 9

19. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$,

 $y = \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 최솟값은?

- ① $-2\sqrt{5}$
- ② $-2\sqrt{2}$
- $3 \sqrt{5}$
- $\bigcirc 4 \sqrt{2}$
- (5) $\sqrt{5} \sqrt{2}$
- **20.** 다음 그림에서 점 P는 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점이고 $\overline{PA} = x$, $\overline{PB} = y$ 라 할 때, x+y=15이고 삼각형 PAB의 넓이는 27이다. 선분 AB의 길이는?



- ① $2\sqrt{29}$
- ② $3\sqrt{13}$
- $\sqrt{3}$ $\sqrt{118}$
- $4 \sqrt{119}$
- (5) $2\sqrt{30}$

4

정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설]
$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots$$
 ① $\\ x^2+y^2=13 & \cdots$ ①

①을 y에 대하여 정리하면

$$y = x - 1$$

□을 □에 대입하면

$$x^2 + (x-1)^2 = 13$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$
, $= x^2 - x - 6 = 0$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{ } \pm \frac{1}{2} \quad x = 3 \qquad \qquad \cdots$$

②을 ⓒ에 대입하여 해를 구하면

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \stackrel{\text{\tiny \bot}}{=} \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

따라서
$$\alpha+\beta=-5$$
 또는 $\alpha+\beta=5$

2) [정답] ②

[해설]
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$
 ①

①을 y에 대하여 정리하면

$$y = 2x - 3$$

€을 €에 대입하면

$$x(2x-3)=2$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$
, $\stackrel{\triangle}{\neg}$ $(2x+1)(x-2) = 0$

$$x = -\frac{1}{2}$$
 또는 $x = 2$

흩을 ▷에 대입하여 해를 구하면

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{£}} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

따라서
$$\alpha+\beta=-\frac{9}{2}$$
 또는 $\alpha+\beta=3$

3) [정답] ①

[해설]
$$\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 & \cdots \quad \bigcirc \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \quad \bigcirc \end{cases}$$

⇒의 좌변을 인수분해하면

$$(2x-y)(x-2y) = 0$$

$$y=2x$$
 $\pm \frac{1}{2}x$

(i) y=2x를 \bigcirc 에 대입하면

$$x^2 + (2x)^2 = 5$$
. $x^2 = 1$.

즉
$$x = \pm 1$$

$$x = 1$$
일 때 $y = 2$,

$$x = -1$$
일 때 $y = -2$

(ii) $y = \frac{1}{2}x$ 를 ①에 대입하면

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$
, $x^2 = 4$,

 $\leq x = \pm 2$

$$x = 2$$
일 때 $y = 1$,

x = -2일 때 y = -1

(i), (ii)에서 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$
 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 따라서 $\alpha+\beta=3$ 또는 $\alpha+\beta=-3$

4) [정답] ④

[해설]
$$\left\{x^2 - 4xy + 4y^2 = 0\right\}$$

[해설]
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 & \cdots \\ x^2 + xy - y^2 = 10 & \cdots & \cdots \end{cases}$$

의의 좌변을 인수분해하면

$$(x-2y)^2 = 0$$
, $x = 2y$

$$x=2y$$
를 \bigcirc 에 대입하면

$$(2y)^2 + (2y) \times y - y^2 = 10$$
, $y^2 = 2$,

구하는 해는
$$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$$
 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

따라서
$$\alpha + \beta = 3\sqrt{2}$$
 또는 $\alpha + \beta = -3\sqrt{2}$

5) [정답] ③

[해설]
$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$
 ①

①을 y에 대하여 정리하면

$$y = 3x - 2$$

□을 □에 대입하면

$$x^2 + (3x - 2)^2 = 20$$

$$5x^2-6x-8=0$$
, $(5x+4)(x-2)=0$

$$x = -\frac{4}{5}$$
 $\stackrel{\square}{=}$ $x = 2$ \cdots $\stackrel{\square}{=}$

흩을 ▷에 대입하여 해를 구하면

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = -\frac{22}{5} \end{cases} \quad \text{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ } \text{ } \underbrace{ \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} }$$

따라서
$$\alpha+\beta=-\frac{26}{5}$$
 또는 $\alpha+\beta=6$

6) [정답] ⑤

[해설]
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 & \cdots \quad \bigcirc \\ x^2 + 2y^2 = 9 & \cdots \quad \bigcirc \end{cases}$$

□의 좌변을 인수분해하면

$$(2x-y)(x-y)=0$$

$$y=2x$$
 또는 $y=x$

(i)
$$y=2x$$
를 ©에 대입하면

$$x^2 + 2(2x)^2 = 9$$
, $x^2 = 1$,

즉
$$x = \pm 1$$

$$x = 12$$
 때 $y = 2$,

$$x = -1$$
일 때 $y = -2$

(ii) y = x를 \bigcirc 에 대입하면

$$x^2 + 2x^2 = 9$$
, $x^2 = 3$,

$$= \pm \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3}$$
일 때 $y = \sqrt{3}$,

$$x = -\sqrt{3}$$
일 때 $y = -\sqrt{3}$

(i), (ii)에서 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1\\y=2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-1\\y=-2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=\sqrt{3}\\y=\sqrt{3} \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3} \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3} \end{cases} \quad \text{따라서} \quad \alpha+\beta=3 \quad \text{또는} \quad \alpha+\beta=-3 \quad \text{또는} \quad \alpha+\beta=-3 \quad \text{또는} \quad \alpha+\beta=-2\sqrt{3} \end{cases}$$

7) [정답] ②

[해설]
$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \ \bigcirc \\ x^2+y^2=a+3 & \cdots \ \bigcirc \end{cases}$$

①을 *y*에 대하여 정리하면

$$y = -x + 2$$
 \bigcirc

□을 □에 대입하면

$$x^2 + (-x+2)^2 = a+3$$

$$2x^2 - 4x - a + 1 = 0$$

 $2x^2-4x-a+1=0$ 의 판별식을 D라고 하면

x, y의 값이 실수이므로

$$\frac{D}{4}\!=\!(-2)^2\!-\!2\!\times\!(-a\!+\!1)\!=\!2a\!+\!2\!\geq 0$$

따라서 $a \ge -1$

8) [정답] ①

[해설] 원단의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라고 할 때,

원단의 둘레의 길이는 2(x+y) = 160, 넓이는 xy = 1500이므로

$$x + y = 80$$

xy = 1500

$$y = -x + 80$$

□을 □에 대입하면

$$x(-x+80) = 1500$$

$$x^2 - 80x + 1500 = 0$$
, $(x - 30)(x - 50) = 0$

 $x = 30 \pm x = 50$ ····· (2)

②을 ⓒ에 대입하여 해를 구하면

$$\begin{cases} x = 30 \\ y = 50 \end{cases} \stackrel{\text{\tiny \bot}}{=} \begin{cases} x = 50 \\ y = 30 \end{cases}$$

따라서 대각선의 길이 $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3400}$

대각선의 길이를 제곱한 값은 3400

9) [정답] ⑤

[해설]
$$\begin{cases} x-y=3 & \cdots \ \ \bigcirc \\ 2x^2-y^2=-2 & \cdots \ \ \bigcirc \end{cases}$$

 \bigcirc 을 y에 대하여 정리하면

y = x - 3 \bigcirc

□을 □에 대입하면

$$2x^2 - (x-3)^2 = -2$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$
, $(x+7)(x-1) = 0$

x = -7 또는 x = 1 ····· ②

②을 ⓒ에 대입하여 해를 구하면

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = -10 \end{cases} \stackrel{\text{E-}}{=} \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

따라서 $\alpha + \beta = -17$ 또는 $\alpha + \beta = -1$

10) [정답] ②

[해설]
$$\begin{cases} 5x^2 - 6xy + y^2 = 0 & \cdots \ 2 + y^2 = 26 & \cdots \ \end{bmatrix}$$

①의 좌변을 인수분해하면

$$(5x-y)(x-y) = 0$$

$$y = 5x$$
 또는 $y = x$

(i) y=5x를 ①에 대입하면

$$x^2 + (5x)^2 = 26$$
. $x^2 = 1$.

 $= \pm 1$

$$x = 1$$
일 때 $y = 5$,

$$x = -1$$
일 때 $y = -5$

(ii) y = x를 \bigcirc 에 대입하면

$$x^2 + x^2 = 26$$
, $x^2 = 13$,

$$\leq x = \pm \sqrt{13}$$

 $x = \sqrt{13}$ 일 때 $y = \sqrt{13}$,

$$x = -\sqrt{13}$$
일 때 $y = -\sqrt{13}$

(i), (ii)에서 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases} \quad \underbrace{\mathbb{E}_{\sqsubseteq}}_{\sqsubseteq} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-5 \end{cases} \quad \underbrace{\mathbb{E}_{\sqsubseteq}}_{\sqsubseteq} \quad \begin{cases} x=\sqrt{13} \\ y=\sqrt{13} \end{cases} \quad \underbrace{\mathbb{E}_{\sqsubseteq}}_{\sqsubseteq} \quad \underbrace{\begin{cases} x=\sqrt{13} \\ y=\sqrt{13} \end{cases}}_{\sqsubseteq} \quad \underbrace{\mathbb{E}_{\sqsubseteq}}_{\sqsubseteq} \quad \underbrace{\begin{cases} x=-1 \\ y=\sqrt{13} \end{cases}}_{\sqsubseteq} \quad \underbrace{\mathbb{E}_{\sqsubseteq}}_{\sqsubseteq} \quad$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{13} \\ y = -\sqrt{13} \end{cases}$$

따라서
$$\alpha+\beta=6$$
 또는 $\alpha+\beta=-6$ 또는 $\alpha+\beta=2\sqrt{13}$ 또는 $\alpha+\beta=-2\sqrt{13}$

11) [정답] ②

[해설] 두 연립방정식이 공통인 해를 가지므로

$$\begin{cases} x+y=3 & \cdots \\ x^2-2y^2=-7 & \cdots \end{cases}$$

①을 y에 대하여 정리하면

$$y = -x + 3$$
 \bigcirc

□을 □에 대입하면

$$x^2 - 2(-x+3)^2 = -7$$

$$x^2 - 12x + 11 = 0$$
, $(x - 1)(x - 11) = 0$

$$x=1$$
 $\Xi = 11$ \cdots

(i)
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$
 때,

$$x^2 + ay^2 = 9$$
에 대입하면 $1 + 4a = 9$, 즉 $a = 2$ $x + by = 9$ 에 대입하면 $1 + 2b = 9$, 즉 $b = 4$

$$(ii)$$
 $\begin{cases} x = 11 \\ y = -8 \end{cases}$ 때,

$$x^2 + ay^2 = 9$$
에 대입하면 $121 + 64a = 9$, 즉 $a = -\frac{7}{4}$

x+by=9에 대입하면 11-8b=9, 즉 $b=\frac{1}{4}$

따라서 a, b는 자연수이므로

a=2, b=4이고 a+b=6

12) [정답] ①

[해설] x+y=a, xy=b라 하면

$$\begin{cases} a+b=-1 \\ a-b=5 \end{cases}$$

①+①을 하면 2a=4, 즉 a=2

a=2를 ⇒에 대입하면

$$2+b=-1$$
, -5

x, y는 t에 대한 이차방정식 $t^2 - 2t - 3 = 0$ 의 두 근이다.

$$(t+1)(t-3) = 0$$
, $t = -1$ $\pm \frac{1}{2}$ $t = 3$

따라서
$$\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$$
 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 이므로

 $\alpha^2 + \beta^2 = 10$

13) [정답] ⑤

[해설] 두 이차방정식의 공통근을 a라 하면

$$\begin{cases} 3a^2 + ka + 1 = 0 \end{cases}$$

$$3a^2 + a + k = 0$$

 $\neg - \bigcirc$ 을 하면 (k-1)a - (k-1) = 0

$$(k-1)(a-1) = 0$$
, $= k=1$ $= 1$

(i) k=1일 때, 두 이차방정식이 모두 $3x^2 + x + 1 = 0$ 으로 일치하므로 공통근은 2개

(ii) a=1일 때, 이것을 \bigcirc 에 대입하면 3+k+1=0. k=-4

14) [정답] ①

[해설] 두 자리 자연수에서 십의 자리 숫자를 a, 일의 자리 숫자를 b라고 하면

$$a^2 + b^2 = 45$$
.

$$(10a+b)+(10b+a)=99$$
, $= a+b=9$

$$a + b = 9$$

$$a^2 + b^2 = 45 \qquad \cdots$$

①을 b에 대하여 정리하면

$$b = -a + 9$$

©을 ©에 대입하면

$$a^2 + (-a+9)^2 = 45$$

$$2a^2 - 18a + 36 = 0$$
, $= a^2 - 9a + 18 = 0$

(a-3)(a-6)=0

a=3 $\mathfrak{E} \stackrel{}{\rightleftharpoons} a=6$

흩을 ▷에 대입하여 해를 구하면

 $\begin{cases} a=3 \\ b=6 \end{cases} \stackrel{\text{\tiny \bot}}{=} \begin{cases} a=6 \\ b=3 \end{cases}$

(십의 자리 숫자)>(일의 자리 숫자)이므로 두 자리 자연수는 63

15) [정답] ④

[해설] 피타고라스 공식에 의해 $y^2 - x^2 = 64$ 대나무의 길이는 16이므로 x+y=16 ····· \bigcirc

인수분해공식 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 를 이용하면 $y^2 - x^2 = (y+x)(y-x) = 16 \times (y-x) = 64$

-9 y-x=4

····· (L)

①과 ①을 더하면

2y = 20 = y = 10

©을 ©에 대입하면

x = 6

따라서 xy = 60

16) [정답] ⑤

[해설] $9x^2-6xy+y^2=0$ 에서 $(3x-y)^2=0$ 이므로

$$y = 3x 를 x^2 + y^2 = 40$$
 에 대입

 $x^2 + 9x^2 = 40$

 $x^2 = 4$

 $\therefore x = \pm 2, y = \pm 6$

따라서 $(\alpha + \beta)^2 = (2+6)^2 = 64$

17) [정답] ①

[해설] $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2-y^2=-21 \end{cases}$ 의 해와 같으므로

$$x^2 - (3 - x)^2 = -21$$

6x = -12이므로 x = -2, y = 5

따라서 4a+25=5, a=-5

-2+10=b. b=8

따라서 a+b=-5+8=3

18) [정답] ④

[해설] (x+2y)(x-y)=0 에서

(i) x = -2y 를 $x^2 - xy + y^2 = 7$ 에 대입하면

$$4y^2 + 2y^2 + y^2 = 7$$

 $7y^2 = 7$

$$\therefore y = \pm 1, x = \mp 2$$

(ii) x = y 를 $x^2 - xy + y^2 = 7$ 에 대입하면

$$x^2 - x^2 + x^2 = 7$$

 $x^2 = 7$

$$\therefore x = \pm \sqrt{7}, y = \pm \sqrt{7}$$

따라서 xy 의 최댓값은 7

19) [정답] ②

[해설] (x+2y)(x-y)=0

(i) x = -2y 일 때 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 10$ 에 대입하면

$$4y^2 - 4y^2 + 2y^2 = 10, \ y^2 = 5$$

 $\therefore y = \pm \sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$

(ii) x = y 일 때 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 10$ 에 대입하면 $x^2 + 2x^2 + 2x^2 = 10$, $x^2 = 2$

$$\therefore x = \pm \sqrt{2}, y = \pm \sqrt{2}$$

따라서 $\alpha = -\sqrt{2}$, $\beta = -\sqrt{2}$ 일 때 최솟값 $-2\sqrt{2}$

20) [정답] ②

[해설]
$$\frac{xy}{2} = 27, x+y=15$$

$$x^{2} + y^{2} = (x+y)^{2} - 2xy = 15^{2} - 108 = 117$$
$$\overline{AB} = \sqrt{x^{2} + y^{2}} = 3\sqrt{13}$$