

2021학년도 2학기 1차 지필평가			
학년	과목명	과목코드	고사일/교시
2	수학 II	3	10월 18일(월) 3교시

- 인쇄된 시험지의 과목명, 전체쪽수, 문항수, 인쇄상태를 꼭 확인 하시오.
- 답안지에 인적사항과 과목코드를 정확히 표기한 후, 답안을 작성 하시오. 표기는 컴퓨터용 사인펜으로 '●'와 같이 표시하시오.
- 본 평가 문항은 선택형 16문항, 논술형 3문항입니다.

< 선택형 >

1. 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{3-x}$ 의 값은? [4.2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

2. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$3x^2 - 2 \leq f(x) \leq 3x^2 + 1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ 의 값은? [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [4.4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$$f'(x) = x^2 - 2x$$

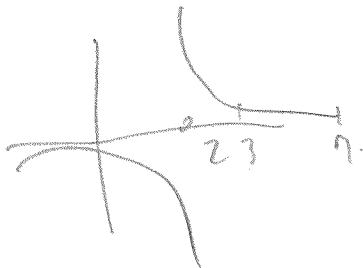
$$1 - 2 = -1$$

$$x^2 - 2x$$

$$1 - 2 = -1$$

4. 닫힌구간 $[3, 7]$ 에서 함수 $f(x) = \frac{10}{x-2}$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4.4점]

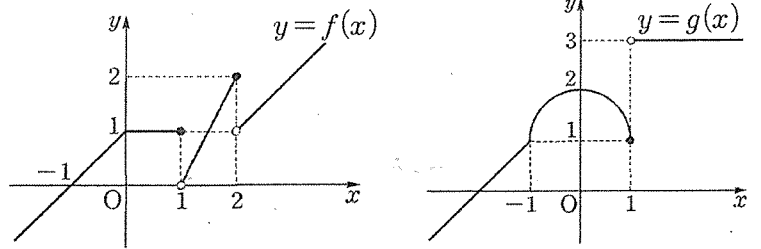
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



$$M = 10$$

$$m = 2$$

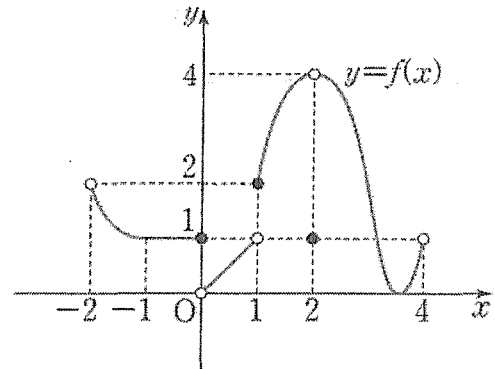
5. 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



이때, $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1+} g(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [4.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 열린구간 $(-2, 4)$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 열린구간 $(-2, 4)$ 에서 극한값이 존재하지 않는 x 의 값의 개수를 a , 불연속인 x 의 값의 개수를 b 라 하자. 이때 $a+b$ 의 값은? [4.6점]



$$a = 2$$

$$b = 3$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$f(-1) = 2 + 3 + 5$$

$$2 + 3 + 5$$

$$f(1) = 2 - 3 + 5 = 4$$

7. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 에서 x 의 값이 -1 에서 1 까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a 의 값은? [4.6점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$f(-1) = 2 + 3 + 5 = 10$$

$$f(1) = 2 - 3 + 5 = 4$$

$$\frac{-6}{2} = -3$$

$$4x - 3 = -3$$

$$4x = 0$$

$$x = 0$$

$$2 \quad a = 6$$

$$\frac{-6}{2}$$

$$x = 2$$

8. 함수 $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여
 $f(2) - f(-1) = 3f'(c)$ ($-1 < c < 2$)를 만족시키는 상수 c 의
 값은? [5점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$f(2) = 1$ $f(-1) = -2$ $2c = 1$ $c = \frac{1}{2}$
 $\frac{3}{3} = 1$ $f'(c) = 1$ $2c = 1$ $c = \frac{1}{2}$

9. 함수 $f(x) = \begin{cases} 3x+a & (x \leq 2) \\ \frac{x^2-b}{x-2} & (x > 2) \end{cases}$ 일 때,
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 가 존재하게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의
 값은? [5점]

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$b+a = \frac{7+1}{4} = 2$
 $4-b=0$ $b=4$ $a=-2$
 $a+b = -2+4 = 2$

10. 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고
 $f(-1) = 3$, $f(1) = 0$ 일 때, 실근이 열린구간 $(-1, 1)$ 에
 반드시 존재하는 방정식만을 <보기>에서 있는 대로 고른
 것은? [5.2점]

<보기>
 ㉠. $f(x) - 2x = 0$ ㉡. $f(x) - x^3 = 0$
 ㉢. $f(x) - \sqrt{x+1} = 0$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

$f(-1) + 2 = 5$ $f(-1) + 1 = 4$
 $f(1) - 2 = -2$ $f(1) - 1 = -1$
 $f(-1) - 0 = 3$
 $f(1) - \sqrt{2} = 0$ $-\sqrt{2}$

11. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x+1} = 4$ 이다.
 $f(x)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나눈 나머지를 $ax+b$ 라 할 때,
 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [5.2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(-1) = -3$ $f'(-1) = 4$
 $f(x) = (x+1)^2(a'x+b') + a$
 $a = 4$
 $-a+b = -3$ $b = 1$
 $-4+b = -3$

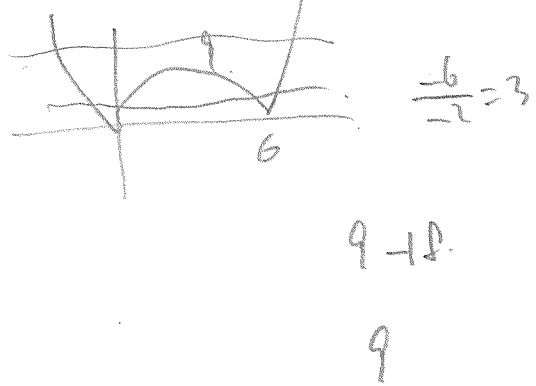
12. 점 $(1, -1)$ 에서 곡선 $y = x^2 + 2$ 에 그은 두 접선의
 기울기의 합은? [5.4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

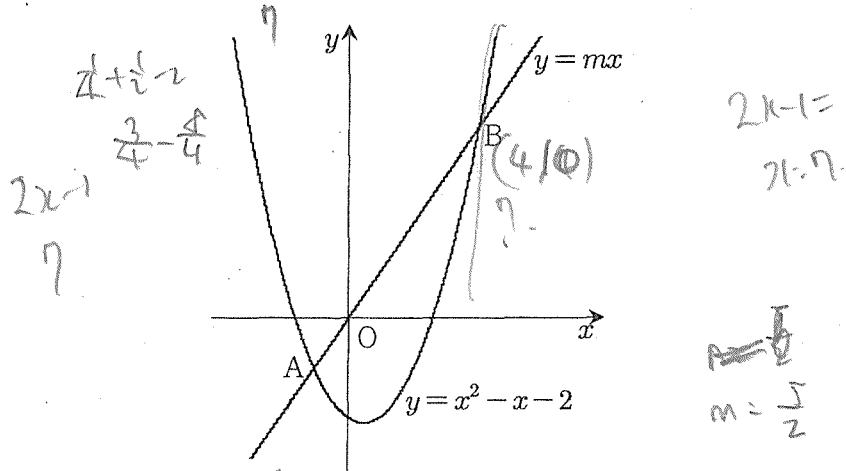
$y = 2t(x-1) + t^2 + 2$
 $y = 2tx - t^2 + 2$
 $-t^2 + 2t + 2 = -1$ $t = 3, -1$
 $t^2 - 2t - 3 = 0$ $6 + -2$
 $(t-3)(t+1) = 0$
 $\frac{-b}{-2} = \frac{2}{2} = 1$ $3 + -1 = 2$

13. 함수 $y = |x^2 - 6x|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수를
 $f(k)$ 라 하자. 이때 함수 $y = f(k)$ 에 대하여
 $\lim_{k \rightarrow 0+} f(k) + \lim_{k \rightarrow 9+} f(k)$ 의 값은? (단, k 는 실수이다.) [5.4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



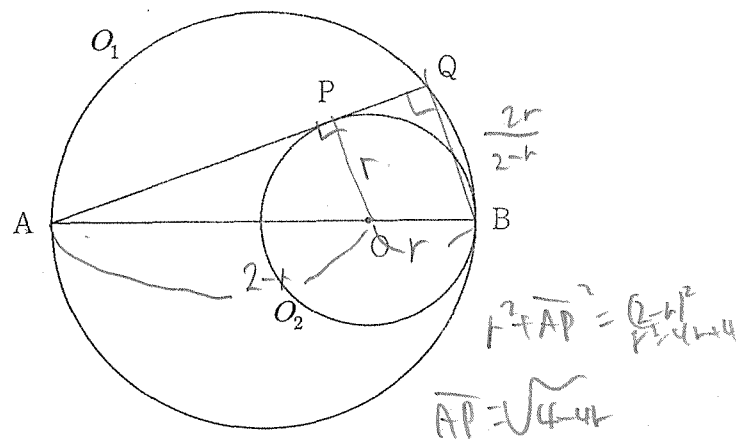
14. 함수 $f(x) = x^2 - x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 그림과 같이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 기울기가 -2 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B에서의 접선의 기울기는 n 이다. 이때 $2m+n$ 의 값은? (단, m 은 양수이다.) [5.8점]



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O_1 과 반지름의 길이가 r 인 원 O_2 가 점 B에서 내접하고 있다. 점 A에서 원 O_2 에 그은 접선의 접점을 P, 이 접선이 원 O_1 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 Q라 할 때, $\triangle AOP$ 와 $\triangle ABQ$ 의 넓이를 각각 $f(r)$, $g(r)$ 라 하자.

이때 $\lim_{r \rightarrow 0^+} \frac{g(r) - f(r)}{r^2}$ 의 값은? (단, $0 < r < 1$ 이고, 점 O는 원 O_2 의 중심이다.) [6.2점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

15. 함수 $f(x) = \begin{cases} x+3 & (x < -2) \\ 0 & (-2 \leq x \leq 2) \\ x-3 & (x > 2) \end{cases}$ 일 때,

함수 $f(x)g_k(x)$ ($k=1, 2, 3$)가 실수 전체의 집합에서 연속이 되게 하는 함수 $g_k(x)$ 를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

<보기>	
ㄱ. $g_1(x) = x-2 $ X	ㄴ. $g_2(x) = x -2$ O
ㄷ. $g_3(x) = x(x-2)(x+2)$ O	

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

$$\frac{\sqrt{4-4r} \left(\frac{4r}{(2-r)^2} + 1 \right)}{(2-r)^2 r} = \frac{\sqrt{4-4r} (r^2 + 2)}{r^2 - 4r + 4}$$

$$\frac{2 \left(r + \frac{2}{r} \right)}{r^2 - 4r + 4}$$

< 논술형 >

○ 논술형 답안은 OMR 답안지의 해당 논술형 답란에 검정 펜으로 정확히 기입하시오.
(논술형 문항번호 미기재 시 채점대상에서 제외함.)

[논술형 1] 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 1) \\ 2x - b & (x < 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의

집합에서 미분가능할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [5점]

$$1 + a - b = 2 - b$$

$$a = 1$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2ax - b \\ 2 \end{cases}$$

$$3 + 2a - b = 2$$

$$2a - b = -1$$

$$b = 3$$

10

[논술형 2] 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오. [7점]

<조건>

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{2x^2 + 3x - 1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 5$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$$

$$f(1) = 0$$

$$1 + 2 + a + b = 0$$

$$3x^2 + 4x + a = 5$$

$$a + 4 = 5$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$x^3 + 2x^2 - 2x - 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 2x - 1 = 2$$

[논술형 3] 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 P와 직선 $x - y - 3 = 0$ 사이의 거리의 최솟값을 d , 그때의 점 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라 하자. 이때 $a + b + d$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하시오. [8점]

$$y = x - 3$$

$$y' = x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$x - y - 3 = 0$$

$$x = 1$$

$$(1, 2)$$

$$x = 1$$

$$y = x - 3$$

$$y = 2$$

$$\frac{|1 - 2 - 3|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$3 + 2\sqrt{2}$$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이 시험문제의 저작권은 용인고등학교에 있습니다. 무단 전재와 복제를 금하며 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.