



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [로그방정식의 풀이]

• 로그방정식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 방정식

• 로그방정식의 풀이

(1) 밑을 같게 할 수 있는 경우 ( $f(x) > 0, g(x) > 0$ )

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) (a > 0, a \neq 1) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

(2)  $\log_a f(x) = b$  꼴인 경우 (단,  $a > 0, a \neq 1, f(x) > 0$ )

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

(3)  $\log_a x$  꼴이 반복되는 경우 $\log_a x = t$ 로 치환 후  $t$ 에 대한 방정식을 푼다.(4) 진수가 같은 경우 (단,  $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, f(x) > 0$ )

밑이 같거나 진수가 1이다.

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow a = b \text{ 또는 } f(x) = 1$$

(5) 지수에 로그가 있는 경우: 양변에 로그를 취하여 푼다.

## [로그부등식의 풀이]

• 로그부등식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 부등식

• 로그부등식의 풀이

(1) 밑을 같게 할 수 있는 경우

$$\log_a f(x) < \log_a g(x) \text{ 꼴로 변형한 후}$$

①  $a > 1$ 일 때,  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$ ②  $0 < a < 1$ 일 때,  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$ (2)  $\log_a x$  꼴이 반복되는 경우 $\log_a x = t$ 로 치환 후  $t$ 에 대한 부등식을 푼다.

## 기본문제

[예제]

1. 방정식  $\log_8 x = \frac{1}{9}$  을 만족하는 해를  $x = a$ , 방정식  $\log \sqrt{100x} = 2$  를 만족하는 해를  $x = b$ 라고 할때,  $\frac{b}{a^3}$ 의 값은?

① 50

② 53

③ 56

④ 59

⑤ 62

[예제]

2.  $4\log_9(x-1) = \log_3(x+5)$ 의 근을 구한 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

[문제]

3.  $\log_3(2x+1) + \log_3(x+8) = 3$ 의 근을 구한 것은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

[예제]

4.  $\log_{49}(x^2+2x+1) \geq \log_{\frac{1}{7}}(x-5)+1$ 을 푼 것으로

옳은 것은?

①  $2 \leq x$ ②  $\frac{15}{3} < x$ ③  $6 \leq x$ ④  $4 < x$ ⑤  $\frac{19}{3} \leq x$ 

[문제]

5.  $\log_{\frac{1}{5}}(10-2x) \geq \log_{\frac{1}{5}}(3x-5)$ 을 푼 것으로 옳은 것은?①  $5 \geq x$ ②  $\frac{2}{3} < x$ ③  $\frac{5}{3} < x \leq 3$ ④  $3 < x < 5$ ⑤  $3 \leq x < 5$

[예제]

6. 지진에 의해서 발생된 에너지의 양은 보통 리히터 규모로 나타내는데, 발생하는 에너지가  $x$  erg(에르그)인 지진의 리히터 규모를  $M$ 이라 하면

$$\log x = 7.8 + 1.5M$$

이 성립한다고 한다. 리히터 규모가 6인 지진의 에너지는 규모가 2인 지진의 에너지의 몇 배인지 구한 것은?

- ① 100배                      ② 1000배  
③ 10000배                  ④ 100000배  
⑤ 1000000배

[문제]

7. 처음 본 의미 없는 음절을  $x$ 초 후까지 기억하는 학생의 비율을  $y\%$ 라 할 때,  $y = 81 - 64\log x$ 가 성립한다고 한다. 의미 없는 음절을 처음 본 300명의 학생 중에서 이것을 기억하는 학생이 147명 이하가 되는 것은 몇 초 후부터인지 구한 것은?

- ①  $\sqrt{10}$  초 후                  ② 10초 후  
③  $10\sqrt{10}$  초 후              ④ 30초 후  
⑤  $30\sqrt{10}$  초 후

평가문제

[중단원 마무리하기]

8. 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식

$x^2 + 2x\log_5 a - \log_5 a + 6 > 0$  이 성립하도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수를 구한 것은?

- ① 21개                      ② 22개  
③ 23개                      ④ 24  
⑤ 25개

[중단원 마무리하기]

9. 정의역이  $\{x | 1 \leq x \leq 10\}$ 인 함수

$y = x^{\log_5 5^{\log x}} - 100 \times 5^{\log \frac{x}{100}}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때  $M+m$ 의 값을 구한 것은?

- ① 0                          ② 1  
③ 2                          ④ 3  
⑤ 4

[중단원 마무리하기]

10. 세라믹 재료  $A$ 에 대한 실험을 시작한 지  $t_1$ 초 후,  $t_2$ 초 후의 측정 온도를 각각  $T_1^\circ\text{C}$ ,  $T_2^\circ\text{C}$ 라 할 때,  $A$ 의 열전도 계수  $K$ 는 다음과 같다고 한다.

$$K = \frac{C(\log t_2 - \log t_1)}{T_2 - T_1} \quad (\text{단, } C \text{는 일정하다.})$$

이 실험을 시작한 지 10초 후, 20초 후의 측정 온도가 각각  $100^\circ\text{C}$ ,  $105^\circ\text{C}$ 일 때, 몇 초 후에 측정 온도가  $120^\circ\text{C}$ 가 되는지 구한 것은? (단, 열전도 계수는 일정하다.)

- ① 120초 후                      ② 140초 후  
③ 160초 후                      ④ 180초 후  
⑤ 200초 후

[대단원 평가하기]

11.  $x$ 에 대한 이차방정식

$(41 - 4\log a)x^2 - 2(\log a - 5)x + 1 = 0$  이 실근을 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위를 구한 것은?

- ①  $0 < a \leq \frac{1}{100}$  또는  $10^8 \leq a$   
②  $0 < a \leq \frac{1}{100}$  또는  $10^8 \leq a < 10^{\frac{41}{4}}$  또는  $10^{\frac{41}{4}} < a$   
③  $0 \leq a \leq \frac{1}{100}$  또는  $a \neq 10^{\frac{41}{4}}$   
④  $10^8 \leq a < 10^{\frac{41}{4}}$  또는  $10^{\frac{41}{4}} < a$   
⑤  $0 < a \leq \frac{1}{100}$  또는  $10^{\frac{41}{4}} < a$

유사문제

12. 부등식  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) \geq -3$ 을 만족하는 정수  $x$ 의

개수는?

- ① 3개                          ② 4개  
③ 5개                          ④ 6개  
⑤ 7개

13.  $x$ 에 대한 부등식  $\log_3(x-2) \leq \log_3\left(\frac{1}{4}x+k\right)$ 를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수가 4개일 때, 자연수  $k$ 의 값은?

- ① 2                                  ② 3  
③ 4                                  ④ 5  
⑤ 6

14. 방정식  $x^{\log x} - \frac{1}{10000}x^5 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha\beta$ 의 값은?

- ①  $10^2$                                   ②  $10^3$   
③  $10^4$                                   ④  $10^5$   
⑤  $10^6$

15. 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식

$x^2 + 2x \log_2 a + 4 \log_2 a - 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 양수  $a$ 의 범위가  $\alpha < a < \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ① 4                                  ② 5  
③ 6                                  ④ 7  
⑤ 8

16. 채소에 농약  $Ag$ 을 뿌리고,  $x$ 일이 지난 후 채소에 남아있는 농약의 양을  $Mg$ 이라고 하면 다음 등식이 성립한다고 한다.

$$M = A \times 1.6^{-x}$$

채소를 시중에 팔기 위해서는 채소에 남아 있는 농약의 양이 처음 뿌린 양의  $\frac{1}{1000}$  이하가 되어야 한다고 할 때, 채소를 팔기 최소 며칠 전에 농약을 뿌려야 하는지 구하면? (단,  $\log 1.6 = 0.204$ )

- ① 14일 전                                  ② 15일 전  
③ 16일 전                                  ④ 17일 전  
⑤ 18일 전

17.  $x$ 에 대한 이차방정식

$(3 + \log_2 a)x^2 + 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 중  $a$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단,  $a > 0, a \neq \frac{1}{8}$ )

- ①  $\frac{1}{16}$                                   ②  $\frac{1}{7}$   
③  $\frac{1}{5}$                                   ④  $\frac{1}{2}$   
⑤  $\frac{5}{2}$

18. 물이 정수기 필터를 한 개 통과할 때마다 불순물의 25%가 감소한다고 한다. 정수기를 통해 나오는 물의 불순물이 정수기를 통과하기 전 불순물 양의 30% 이하가 되게 하려면 필요한 최소한의 필터 개수는? (단,  $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48$ 로 계산한다.)

- ① 3개                                  ② 4개  
③ 5개                                  ④ 6개  
⑤ 7개

19. 어느 출판사의 도서판매량이 매년 3%씩 감소한다고 할 때, 도서판매량이 현재의  $\frac{1}{5}$ 이 되기까지 걸리는 기간으로 적절한 것은? (단,  $\log 9.7 = 0.98, \log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

- ① 20년                                  ② 25년  
③ 30년                                  ④ 35년  
⑤ 40년

20. 모든 양수  $x$ 에 대하여 부등식

$(\log_3 x)^2 + \log_9 x + k \geq 0$ 이 항상 성립하도록 하는 자연수  $k$ 의 최솟값은?

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ①

[해설] 방정식  $\log_8 x = \frac{1}{9}$  의 해는  $x = 8^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{1}{3}} = a$   
 방정식  $\log \sqrt{100x} = 2$  의 해는  $10^2 = \sqrt{100x}$   
 $x = 100 = b$   
 $\frac{b}{a^3} = \frac{100}{2} = 50$

## 2) [정답] ④

[해설]  $4\log_9(x-1), \log_3(x+5)$  가 정의되기 위해서  
 $x$ 의 범위는  $x > 1$   
 $4\log_9(x-1) = \log_3(x+5)$   
 $\log_3(x-1)^2 = \log_3(x+5)$   
 $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 = x + 5$   
 $x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1) = 0$   
 $x = 4 \ (x > 1)$

## 3) [정답] ②

[해설]  $\log_3(2x+1), \log_3(x+8)$  가 정의되기 위해서  
 $x$ 의 범위는  $x > -\frac{1}{2}$   
 $\log_3(2x+1) + \log_3(x+8) = 3$   
 $\log_3(2x+1)(x+8) = \log_3 27$  이므로  
 $2x^2 + 17x + 8 = 27$   
 $2x^2 + 17x - 19 = (2x+19)(x-1) = 0,$   
 $x = 1 \ (x > -\frac{1}{2})$

## 4) [정답] ③

[해설]  $\log_{49}(x^2+2x+1), \log_{\frac{1}{7}}(x-5)$  가 정의되기 위  
 해서  $x$ 의 범위는  $x > 5$   
 $\log_{49}(x^2+2x+1) \geq \log_{\frac{1}{7}}(x-5) + 1$   
 $\log_7(x+1) \geq -\log_7(x-5) + 1$   
 $\log_7(x+1) + \log_7(x-5) = \log_7(x+1)(x-5) \geq 1$   
 $(x+1)(x-5) = x^2 - 4x - 5 \geq 7$   
 $x^2 - 4x - 12 = (x-6)(x+2) \geq 0$   
 $x \leq -2$  또는  $x \geq 6$   
 따라서  $x > 5$ 와  $x \leq -2$  또는  $x \geq 6$ 를 동시에 만  
 족하는  $x$ 의 범위는  $x \geq 6$ 이다.

## 5) [정답] ⑤

[해설]  $\log_{\frac{1}{5}}(10-2x), \log_{\frac{1}{5}}(3x-5)$  가 정의되기 위해  
 $x$ 의 범위는  $\frac{5}{3} < x < 5$   
 $\log_{\frac{1}{5}}(10-2x) \geq \log_{\frac{1}{5}}(3x-5)$  에서  
 밑이 1보다 작으므로  $10-2x \leq 3x-5$   
 즉,  $x \geq 3$ 다.

따라서  $\frac{5}{3} < x < 5, x \geq 3$ 를 공통적으로 만족하는  
 범위는  $3 \leq x < 5$ 이다.

## 6) [정답] ⑤

[해설] 리히터 규모가 6인 지진의 에너지  $x_1$ 을 구하  
 면  $\log x_1 = 7.8 + 9.0 = 16.8$ ,  
 리히터 규모가 2인 지진의 에너지  $x_2$ 을 구하면  
 $\log x_2 = 7.8 + 3.0 = 10.8$ 이다.  
 $\log x_1 - \log x_2 = \log \frac{x_1}{x_2} = 6$  이므로  
 $\frac{x_1}{x_2} = 10^6 = 1000000$ 이다.

## 7) [정답] ①

[해설]  $\frac{147}{300} \times 100\% = 49\%$ 이므로  
 $49 \geq 81 - 64\log x, 32 \leq 64\log x, \frac{1}{2} \leq \log x$   
 $\sqrt{10} \leq x$   
 따라서 정답은  $\sqrt{10}$  초 후이다.

## 8) [정답] ④

[해설] 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  
 $x^2 + 2x\log_5 a - \log_5 a + 6 > 0$  이 성립하기 위해서  
 판별식  $D/4 = (\log_5 a)^2 - (-\log_5 a + 6) < 0$  을 만족  
 해야한다.  
 $\log_5 a = t$ 로 치환하면,  
 $t^2 + t - 6 = (t-2)(t+3) < 0$ 이므로  $-3 < t < 2$   
 $-3 < \log_5 a < 2$ , 즉  $\frac{1}{125} < a < 25$ 이 된다.  
 따라서 모든 정수  $a$ 의 개수는 24개다.

## 9) [정답] ②

[해설]  $y = x^{\log_5 5^{\log x}} - 100 \times 5^{\log \frac{x}{100}}$   
 $= (5^{\log x})(5^{\log x}) - 100 \times 5^{\log x - 2}$   
 $= (5^{\log x})(5^{\log x}) - 4 \times 5^{\log x}$   
 $5^{\log x} = t$ 로 치환하면  $t^2 - 4t = (t-2)^2 - 4$   
 $x$ 의 범위가  $1 \leq x \leq 10$ 이므로  $1 \leq t \leq 5$   
 따라서 준식은  $t=2$ 일 때  $m, t=5$ 일 때  $M$ 을  
 가진다.  $m=-4, M=5$   
 따라서  $M+m = 5+(-4) = 1$

## 10) [정답] ③

[해설]  $K = \frac{C(\log t_2 - \log t_1)}{T_2 - T_1}$  에서  $t_2 = 20, t_1 = 10$ 이  
 고  $T_2 = 105, T_1 = 100$ 이므로  $K = \frac{\log 2}{5} C$ 이다.  $t$   
 초 후에 측정 온도가  $120^\circ\text{C}$ 라고 하면 10초 후의  
 수치와 함께 식을 세울 수 있다.  
 $K = \frac{C(\log t - \log 10)}{20} = \frac{\log 2}{5} C$  이므로

$\log t - \log 10 = 4\log 2$  ,  $\log t = \log 160$  이므로  
 $t = 160$   
 따라서 160초 후에 측정 온도가 120℃가 된다.

11) [정답] ②

[해설] 주어진 이차방정식에서  $41 - 4\log a \neq 0$

$$a \neq 10^{\frac{41}{4}} \dots \ominus$$

실근을 가지기 위해 짝의 판별식을  $D/4$ 라 하면  
 $D/4 = (\log a - 5)^2 - (41 - 4\log a) \geq 0$   
 $(\log a)^2 - 6\log a - 16 = (\log a - 8)(\log a + 2) \geq 0$   
 $8 \leq \log a$  또는  $\log a \leq -2$  이다.

$$10^8 \leq a \text{ 또는 } a \leq \frac{1}{100} \dots \omin�$$

또한  $a$ 는 로그의 진수에 해당하므로  $a > 0 \dots \omin�$   
 따라서  $\omin�, \omin�, \omin�$ 에 의하여

$$0 < a \leq \frac{1}{100} \text{ 또는 } 10^8 \leq a < 10^{\frac{41}{4}}$$

$$\text{또는 } 10^{\frac{41}{4}} < a$$

12) [정답] ②

[해설] 진수 조건에 의하여  $x^2 - 1 > 0$ 에서  
 $(x+1)(x-1) > 0$ , 즉  $x > 1$  또는  $x < -1$ 이다.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) \geq \log_{\frac{1}{2}} 8 \text{ 에서 } \frac{1}{2} < 1 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 1 \leq 8 \quad \therefore -3 \leq x \leq 3$$

공통범위는  $-3 \leq x < -1$  또는  $1 < x \leq 3$ 이다.

따라서 모든 조건을 만족하는 정수  $x$ 는  
 $-3, -2, 2, 3$ 의 4개이다.

13) [정답] ②

[해설] 진수의 조건에 의하여  $x - 2 > 0, \frac{1}{4}x + k > 0$ .

$k$ 는 자연수이므로  $x > 2$ .

주어진 부등식에서

$$x - 2 \leq \frac{1}{4}x + k \quad \therefore x \leq \frac{8+4k}{3}$$

공통범위는  $2 < x \leq \frac{8+4k}{3}$ 이고,

이 범위에서 정수  $x$ 의 개수가 4개이므로

$$6 \leq \frac{8+4k}{3} < 7 \quad \therefore \frac{5}{2} \leq k < \frac{13}{4}$$

따라서 자연수  $k$ 는 3.

14) [정답] ④

[해설]  $x^{\log x} = \frac{1}{10000}x^5$ 가 정의되기 위하여  $x > 0$

$$x^{\log x} = \frac{1}{10000}x^5 \text{ 에서 양변에 상용로그를 취하면}$$

$$\log x^{\log x} = \log \frac{1}{10000}x^5$$

$$(\log x)^2 = \log \frac{1}{10000} + \log x^5$$

$$(\log x)^2 - 5\log x + 4 = 0 \text{ 의 두 근이 } \alpha, \beta \text{ 이므로}$$

근과 계수의 관계에 의해

$$\log \alpha + \log \beta = \log \alpha \beta = 5$$

$$\text{따라서 } \alpha \beta = 10^5$$

15) [정답] ③

[해설] 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$x^2 + 2x \log_2 a + 4 \log_2 a - 3 > 0 \text{ 이 성립하려면}$$

$$D/4 < 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$D/4 = (\log_2 a)^2 - 4 \log_2 a + 3 < 0$$

$$1 < \log_2 a < 3, \quad 2 < a < 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2, \beta = 8$$

$$\therefore \beta - \alpha = 6$$

16) [정답] ②

$$[해설] A \times 1.6^{-x} \leq \frac{1}{1000}A$$

양변에 상용로그를 취하면

$$-x \log 1.6 \leq -3, \quad 0.204x \geq 3 \text{ 에서 } x \geq 14.7 \dots$$

따라서 최소 15일 전에 농약을 뿌려야 한다.

17) [정답] ④

[해설]  $(3 + \log_2 a)x^2 + 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0$  에서 로그  
 가 정의되기 위하여  $a > 0 \dots \omin�$

$$(3 + \log_2 a)x^2 + 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0 \text{ 는}$$

$$\text{이차방정식이므로 } 3 + \log_2 a \neq 0 \quad \text{즉, } a \neq \frac{1}{8} \dots \omin�$$

$$D/4 = (1 + \log_2 a)^2 - (3 + \log_2 a) > 0 \text{ 이므로}$$

$$(\log_2 a)^2 + (\log_2 a) - 2 > 0 \text{ 에서}$$

$$\log_2 a < -2 \text{ 또는 } \log_2 a > 1$$

$$\therefore a < \frac{1}{4} \text{ 또는 } a > 2 \dots \omin�$$

따라서 조건을 만족하는  $a$ 의 범위는

$\omin�, \omin�, \omin�$ 에 의하여

$$0 < a < \frac{1}{8} \text{ 또는 } \frac{1}{8} < a < \frac{1}{4} \text{ 또는 } a > 2$$

18) [정답] ③

[해설] 처음 불순물의 양을  $A$ 라 하고, 필터 개수를

$$n \text{ 이라고 하면 } A \left( \frac{3}{4} \right)^n \leq \frac{3}{10}A \text{ 를 만족하는}$$

자연수  $n$ 의 최솟값을 구하면 된다.

$$\left( \frac{3}{4} \right)^n \leq \frac{3}{10} \text{ 의 양변에 로그를 취하면}$$

$$n(\log 3 - 2\log 2) \leq \log 3 - 1$$

$$-0.12n \leq -0.52$$

$$n \geq \frac{0.52}{0.12} = 4.3 \dots$$

따라서 최소한 5개의 필터가 필요하다.

19) [정답] ④

[해설] 현재의 도서판매량을  $a$ 라 하면

$$n \text{ 년 후에 도서판매량은 } (0.97)^n a \text{ 이므로}$$

$$(0.97)^n a = \frac{1}{5}a \text{ 을 만족하는 } n \text{ 을 구하면 된다.}$$

$$(0.97)^n = \frac{1}{5} \text{ 양변에 로그를 취하여 계산하면}$$

$$n \log(0.97) = -\log 5, \quad n(0.98 - 1) = -(1 - \log 2)$$

$$n(-0.02) = -0.7, \quad \therefore n = 35$$

20) [정답] ①

[해설]  $\log_9 x = \frac{1}{2} \log_3 x$  이므로  $\log_3 x = t$  로 치환하면

$t^2 + \frac{1}{2}t + k \geq 0$  을 만족시키는 자연수  $k$  의 최솟값을 구하는 문제와 같다. 좌변을 표준화하면 다음과 같다.

$$\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + k - \frac{1}{16} \geq 0$$

따라서  $k \geq \frac{1}{16}$  이어야 하고, 이를 만족시키는 최소의 자연수  $k$  는 1 이다.