



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[명제의 역과 대우]

명제 $p \rightarrow q$ 에서

- 역($q \rightarrow p$): 가정과 결론을 서로 바꾸어 놓은 명제
- 대우($\sim q \rightarrow \sim p$): 가정과 결론을 각각 부정하여 서로 바꿔 놓은 명제

[명제와 그 대우의 참, 거짓의 관계]

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 참이다.

명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 거짓이다.

[명제의 증명]

- 삼단논법: 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이고 명제 $q \rightarrow r$ 가 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 는 참이다.
- 명제의 증명

명제 ' p 이면 q 이다'가 참임을 직접 증명할 수 없을 때,

- (1) 대우를 이용: 명제의 대우 ' $\sim q$ 이면 $\sim p$ 이다'가 참임을 증명
- (2) 귀류법을 이용: 명제의 결론을 부정하면 모순이 생기는 것을 보임

[충분조건과 필요조건]

- 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p 는 q 이기 위한 **충분조건**, q 는 p 이기 위한 **필요조건**이라고 한다.
- $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow p$ 일 때, 이것을 기호로 $p \Leftrightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p 는 q 이기 위한 **필요충분조건**이라고 한다.

- **충분조건, 필요조건과 진리집합의 포함 관계**
두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때
(1) p 가 q 이기 위한 충분조건 $\Leftrightarrow P \subset Q$
(2) p 가 q 이기 위한 필요조건 $\Leftrightarrow Q \subset P$
(3) p 가 q 이기 위한 필요충분조건 $\Leftrightarrow P = Q$

기본문제

[문제]

1. 다음 명제 중 역과 대우가 모두 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 두 실수 x, y 에서 $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
ㄴ. 네 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
ㄷ. $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

[문제]

2. 명제 ' $x + y > 0$ 이면 x, y 중 적어도 하나는 양수이다.'의 대우를 옳게 나타낸 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

- ① $x + y > 0$ 이면 x, y 는 모두 양수이다.
② $x + y \leq 0$ 이면 x, y 는 모두 0 이하의 수이다.
③ x, y 가 모두 0 이하의 수이면 $x + y \leq 0$ 이다.
④ x, y 가 모두 양수이면 $x + y > 0$ 이다.
⑤ x, y 가 모두 0 이하의 수이면 $x + y > 0$ 이다.

[예제]

3. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 다음 중 p 가 q 이기 위한 **충분조건**이지만 **필요조건**이 아닌 것을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $p: x = 3$ $q: x^2 - 3x = 0$
ㄴ. $p: |x| \leq 1$ $q: -1 \leq x \leq 0$
ㄷ. $p: x^2 = 3x - 2$ $q: x = 1$ 또는 $x = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
⑤ ㄱ, ㄷ

[문제]

4. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 다음 중 p 가 q 이기 위한 **필요조건**이지만 **충분조건**이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $p: xy = 0$ $q: x^2 + y^2 = 0$
ㄴ. $p: 2x - 6 > 0$ $q: x - 4 > 0$
ㄷ. $p: x$ 는 12의 약수이다. $q: x$ 는 24의 약수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[문제]

5. 다음 명제 중 그 역이 참인 것만을 있는 대로 고른 것은?

7. $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

ㄴ. 자연수 n 에 대하여 n^3 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.

□. $xy > 2$ 이면 $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이다.

- ① \neg
② \perp
③ \sqsubset
④ \neg, \perp
⑤ \perp, \sqsubset

평가문제

[중단원 마무리]

6. 두 조건 ' $p: a < x < b$ ', ' $q: -1 < x < 5$ '에 대하여 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참이 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 최댓값은? (단, $a < b$)

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 마무리]

7. 다음 명제의 대우와 역에 해당하는 것을 모두 고
른 것은? (정답 2개)

$a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $ab > 0$ 이다.

- ① $a \leq 0$ 이거나 $b \leq 0$ 이면 $ab \leq 0$ 이다.
- ② $ab \leq 0$ 이면 $a \leq 0$ 이거나 $b \leq 0$ 이다.
- ③ $ab < 0$ 이면 $a < 0$ 이거나 $b < 0$ 이다.
- ④ $ab > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.
- ⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $ab > 0$ 이다.

[중단원 마무리]

8. 다음 (가), (나)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?
(단, a, x, y 는 실수이다.)

(1) $x=2$ 은 $x(x-2)=2x-4$ 이기 위한 $\boxed{(\neg)}$ 조건이다.

(2) $a^2 + b^2 = 0$ 은 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이기 위한 $\boxed{(\neg)}$ 조건이다.

- ① (ㄱ) : 필요 (ㄴ) : 필요충분
② (ㄱ) : 충분 (ㄴ) : 필요
③ (ㄱ) : 충분 (ㄴ) : 필요충분
④ (ㄱ) : 필요충분 (ㄴ) : 충분
⑤ (ㄱ) : 필요충분 (ㄴ) : 필요충분

[중단원 마무리]

9. 두 조건 ' $p: |x-a| \leq 3$ ', ' $q: |x-4| \leq 1$ '에 대하여 명제 $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 대우가 참이 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?

- ① 16 ② 17
③ 18 ④ 19
⑤ 20

[중단원 마무리]

10. 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?

$$\neg. \quad p \rightarrow q$$
$$\perp. \sim r \rightarrow q$$
$$\sqsubset. \quad q \rightarrow r$$
$$\exists. \quad q \rightarrow \sim r$$

- ① \neg
② \sqsubset
③ \neg, \perp
④ \neg, \equiv
⑤ \perp, \equiv

[중단원 마무리]

11. 다음 중에서 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(C-A) \cup (C-B) = C$ 가 성립하기 위한 충분조건을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $C - B = A$
- ② $A \cup (B - C) = A \cap B$
- ③ $A \cup B = C$
- ④ $A \cup B \cup C = U$
- ⑤ $A \cap B \subseteq C^C$

[중단원 마무리]

12. 실수 전체의 집합에서 세 조건

‘ $p: x < -2$ 또는 $2 < x < 5$ ’, ‘ $q: x < a$ ’, ‘ $r: x < b$ ’
에 대하여 q 는 p 이기 위한 충분조건이고, r 는 p 이
기 위한 필요조건이다. 두 실수 a, b 에 대하여 a 의
최댓값을 α , b 의 최솟값을 β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값
은?

- [illegible]

[중단원 마무리]

13. 두 조건 ' $p: x^2 - ax + 6 \neq 0$ ', ' $q: x \neq 3$ '에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[대단원 마무리]

14. 전체집합 U 에 대하여 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라고 하자. 조건 q 는 p 이기 위한 충분조건이며, q 는 r 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $R \cap P = R$
 ㄴ. $(P \cup Q) \subset R$
 ㄷ. $(P^C \cap R^C) \subset Q^C$

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 마무리]

15. 세 조건 p, q, r 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건이고 r 은 $\sim q$ 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $p \rightarrow q$ ② $q \rightarrow \sim r$
 ③ $\sim p \rightarrow \sim q$ ④ $\sim r \rightarrow q$
 ⑤ $r \rightarrow \sim p$

[대단원 마무리]

16. 다음 중에서 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단, x, y 는 실수이고, A, B, C 는 모두 공집합이 아니다.)

- ① $p: x$ 는 6의 배수 $q: x$ 는 9의 배수
 ② $p: x < 4$ $q: 0 < x < 4$
 ③ $p: A \cap B = A$ $q: A \cup B = B$
 ④ $p: x > 0$ 이고 $y > 0$ $q: xy > 0$
 ⑤ $p: A \subset B$ 이고 $A \subset C$ $q: A \subset (B \cap C)$

[대단원 마무리]

17. 두 조건 ' $p: x^2 - 5x - 6 = 0$ '과

' $q: -3 < x < a$ '에 대하여 $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값은?

- ① -1 ② 1
 ③ 3 ④ 5
 ⑤ 7



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] \neg . $x=1, y=-1$ 이면 $x^2=y^2$ 이지만
 $x \neq y$ 이므로 명제가 거짓이라 대우도 거짓이다.
 \therefore 네 변의 길이가 같은 평행사변형은
 마름모이고, 마름모이면 네 변의 길이가 같은
 평행사변형이므로 역과 대우가 모두 참이다.
 \therefore 반례) $a=1, b=i$ 인 경우
 $a^2+b^2=0$ 이지만 $a \neq 0, b \neq 0$ 이므로 역은 거짓
 이다.
 따라서 옳은 것은 \neg 이다.

2) [정답] ③

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이므로
 주어진 명제
 ‘ $x+y > 0$ 이면 x, y 중 적어도 하나는 양수이다.’
 의 대우는
 ③ x, y 가 모두 0 이하의 수이면 $x+y \leq 0$ 이다.
 이다.

3) [정답] ①

[해설] \neg . $x=3$ 은 $x^2-3x=0$ 이지만
 $x^2-3x=0(x=0$ 또는 $x=3)$ 은 $x=3$ 은 아니다.
 따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이지만, 필요조
 건은 아니다.
 $\therefore -1 \leq x \leq 0$ 이면 $|x| \leq 1(-1 \leq x \leq 1)$ 이지만
 $|x| \leq 1(-1 \leq x \leq 1)$ 이면 $-1 \leq x \leq 0$ 는 아니다.
 따라서 p 는 q 이기 위한 필요조건이지만, 충분조
 건은 아니다.
 $\therefore x^2=3x-2(x=1$ 또는 $x=2)$ 와 $x=1$ 또는
 $x=2$ 는 필요충분조건이다.

4) [정답] ③

[해설] \neg . $p: xy=0(x=0$ 또는 $y=0)$ 는
 $q: x^2+y^2=0(x=0$ 이고 $y=0)$ 이기 위한 필요조
 건이지만 충분조건은 아니다.
 $\therefore p: 2x-6 > 0(x > 3)$ 은 $q: x-4 > 0(x > 4)$ 이
 기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아니다.
 $\therefore p: x$ 는 12의 약수이다.(1, 2, 3, 4, 6, 12)는
 $q: x$ 는 24의 약수이다.(1, 2, 3, 4, 6, 8, 12,
 24)이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 아니
 다.
 따라서 옳은 것은 \neg , \neg 이다.

5) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 에 대하여 그 역은 $q \rightarrow p$ 이다.
 \neg . $x=0, y=1$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이지만
 $xy=0$ 이다. (거짓)
 $\therefore n^2$ 이 홀수이면 n 이 홀수이므로 n^3 도
 홀수이다. (참)

$\therefore x=2, y=\frac{1}{4}$ 이면 $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이지만

$xy=\frac{1}{2} < 2$ 이다. (거짓)

따라서 역이 참인 것은 \neg 이다.

6) [정답] ⑤

[해설] $\sim q \rightarrow \sim p$ 의 대우는 $p \rightarrow q$ 이다.
 $p \rightarrow q$ 가 성립하기 위해서는
 $-1 \leq a, b \leq 5$
 가 성립해야 한다. 따라서 $b-a$ 의 최댓값은
 6이다.

7) [정답] ②, ④

[해설] 명제 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $ab > 0$ 이다.
 대우: $ab \leq 0$ 이면 $a \leq 0$ 이거나 $b \leq 0$ 이다.
 역: $ab > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.

8) [정답] ④

[해설] (1) $x=2$ 은 $x(x-2)=2x-4$ 이기 위한
 필요충분조건이다.
 (2) $a^2+b^2=0$ 은 $a=0$ 또는 $b=0$ 이기 위한
 충분조건이다.

9) [정답] ⑤

[해설] $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $q \rightarrow p$ 이다.
 $p: a-3 \leq x \leq a+3$
 $q: 3 \leq x \leq 5$
 이므로 $q \rightarrow p$ 가 성립하기 위해서는
 $a-3 \leq 3, 5 \leq a+3$ 이 성립해야 하므로
 $2 \leq a \leq 6$
 즉, 모든 정수 a 의 값의 합은 20이다.

10) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow p$ 가 참이므로
 삼단논법에 의하여 명제 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 참이다.
 또한 명제가 참이면 그 대우도 참이므로
 명제 $q \rightarrow r$ 이라 할 수 있다.

11) [정답] ①, ⑤

[해설] $(C-A) \cup (C-B)$ 를 정리해보면
 차집합의 정의에 의하여
 $(C-A) \cup (C-B) = (C \cap A^c) \cup (C \cap B^c)$
 분배법칙에 의하여
 $(C \cap A^c) \cup (C \cap B^c) = C \cap (A \cap B)^c$
 $= C - (A \cap B) = C$ 이다.
 따라서 $C-B=A, A \cap B \subset C^c$ 은 주어진 조건이
 성립하기 위한 충분조건이 될 수 있다.
 (i) $C-B=A$ 이면
 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $C - (A \cap B) = C - \emptyset = C$
 (ii) $A \cap B \subset C^c$ 이면
 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $C - (A \cap B) = C$

12) [정답] ①

[해설] q 는 p 이기 위한 충분조건이고, r 는 p 이기 위한 필요조건이면, $q \rightarrow p$, $p \rightarrow r$ 이 성립해야 한다.
즉, $a \leq -2$, $5 \leq b$ 가 성립해야 하므로
 $\alpha = -2$, $\beta = 5$ 가 되어 $\alpha + \beta = 3$ 이다.

13) [정답] ④

[해설] p 가 q 이기 위한 충분조건이면 $p \rightarrow q$ 이다.
따라서 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참임을 알 수 있다.
명제 ' $x=3$ 이면 $x^2 - ax + 6 = 0$ '이 성립한다.
따라서 $3^2 - 3a + 6 = 0$, $a = 5$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] 조건 q 는 p 이기 위한 충분조건이며, q 는 r 이기 위한 필요조건일 때, 세 조건의 진리집합 P, Q, R 에 대하여
 $Q \subset P$, $R \subset Q$ 가 성립한다.
ㄱ. $R \subset P$ 이므로 $R \cap P = R$ 이다. (참)
ㄴ. $Q \subset P$ 이므로 $P \cup Q = P$ 가 되고
 $P \not\subset R$ 일 수 있다. (거짓)
ㄷ. $(P^C \cap R^C) = (P \cup R)^C = P^C$ 이므로
 $P^C \subset Q^C$ 이다. (참)
따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15) [정답] ③

[해설] q 는 p 이기 위한 필요조건이고 r 은 $\sim q$ 이기 위한 필요충분조건일 때, $p \rightarrow q$, $r \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow r$ 이 성립한다.
③ $p \rightarrow q$ 의 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참임을 말할 수 있으나, 이것의 역인 $\sim p \rightarrow \sim q$ 이 항상 참이라고는 할 수 없다.

16) [정답] ②

[해설] 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라 하면
 $Q \subset P$, $P \neq Q$ 가 성립해야 한다.
① $P \not\subset Q$, $Q \not\subset P$ 가 성립한다.
② $Q \subset P$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
③ $P = Q$ 가 성립한다.
④ $P \subset Q$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
⑤ $P = Q$ 가 성립한다.

17) [정답] ①

[해설] $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, $q \rightarrow \sim p$ 가 성립하므로 대우인 $p \rightarrow \sim q$ 가 성립한다.
즉, $x^2 - 5x - 6 = 0$ 의 두 근인 $x = -1$, $x = 6$ 이
 $x \leq -3$ 또는 $x \geq a$ 의 범위에 포함되어야 한다.
즉, $a \leq -1$ 이 성립해야 하므로
 a 의 최댓값은 -1 이다.