

# 2021년 용인고 수학2 기말고사

1.  $4x^3+1$ 의 부정적분을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

<보기>	
ㄱ. $x^4+1$	ㄴ. $x^4+x$
ㄷ. $x^4+x+1$	ㄹ. $x^4+2x+1$

- ① ㄱ, ㄴ      ② ㄱ, ㄷ      ③ ㄴ, ㄷ      ④ ㄴ, ㄹ      ⑤ ㄷ, ㄹ

2. 정적분  $\int_1^3 (x^3+2x-3)dx$ 의 값은? [4.2점]

- ① 22      ② 25      ③ 28      ④ 31      ⑤ 34

3. 함수  $f(x)=-x^3+12x+9$ 가 열린구간  $(-a, a)$ 에서 증가할 때, 양수  $a$ 의 최댓값은? [4.2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 두 함수  $f(x)=x^4+4x^2+5x, g(x)=x^2-5x-a$ 가 닫힌구간  $[-2, 0]$ 에서  $f(x) \geq g(x)$ 를 만족시킬 때, 실수  $a$ 의 값의 최솟값은? [4.5점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

5. 함수  $f(x)=3x^2+ax+b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [4.4점]

(㉠)  $f'(-1)=2$       (㉡)  $\int_0^2 f(x)dx=16$

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

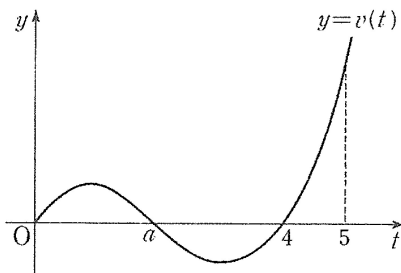
6. 수직선 위를 움직이는 두 점  $P, Q$ 의 시각  $t$ 에서의 위치는 각각  $f(t)=\frac{1}{3}t^3-8t-\frac{1}{3}, g(t)=t^2-10$ 이다.  $t=a$ 에서 두 점  $P, Q$ 의 속도가 같아질 때 상수  $a$ 의 값은? [4.6점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

7. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 위치  $x$ 가  $x = t^3 - 6t^2 + 12t$ 일 때, 점  $P$ 의 속도가 처음으로 3이 되는 순간의 점  $P$ 의 가속도는? [4.6점]

① -10      ② -8      ③ -6      ④ -4      ⑤ -2

8. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 에 대하여  $y = v(t)$ 의 그래프는 그림과 같다. 점  $P$ 가 움직이기 시작하여  $t=4$ 일 때 다시 원점으로 돌아온다고 한다.  $\int_0^a v(t)dt = 14$ ,  $\int_a^5 v(t)dt = 8$ 일 때,  $t=0$ 에서  $t=5$ 까지 점  $P$ 가 움직인 거리는? (단,  $0 < a < 4$ ) [4.7점]



① 50      ② 52      ③ 54      ④ 56      ⑤ 58

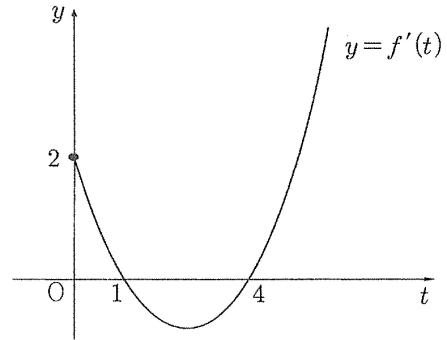
9. 두 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x$ 와  $g(x) = 5x + a$ 에 대하여 방정식  $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값은? [5.7점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 12x^2 - 6x + 5$ ,  $f(0) = 2$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은? [4.6점]

① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

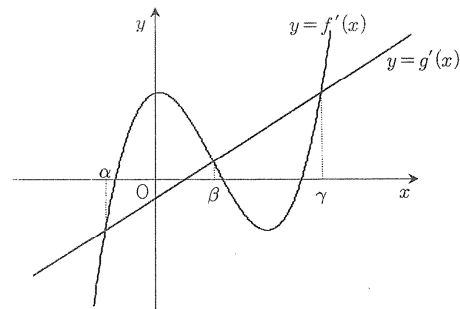
11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 위치  $f(t)$ 에 대하여 이차함수  $y = f'(t)$ 의 그래프는 그림과 같다.



점  $P$ 가 출발할 때의 운동 방향에 대하여 반대 방향으로 움직인 거리를  $d$ 라 할 때,  $4d$ 의 값은? [4.9점]

① 8      ② 9      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

12. 사차함수  $y = f(x)$ 의 도함수와 이차함수  $y = g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다.



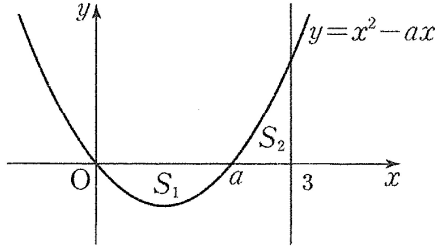
$h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하고  $f(0) < g(0)$ ,  $f(\gamma) > g(\gamma)$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [6.1점]

<보기>

- ㄱ.  $\alpha < x < \beta$ 에서  $h(x)$ 는 증가한다.  
 ㄴ. 함수  $h(x)$ 는  $x = \beta$ 에서 극댓값을 갖는다.  
 ㄷ. 방정식  $h(x) = 0$ 은 하나의 음의 실근과 서로 다른 세 양의 실근을 갖는다.

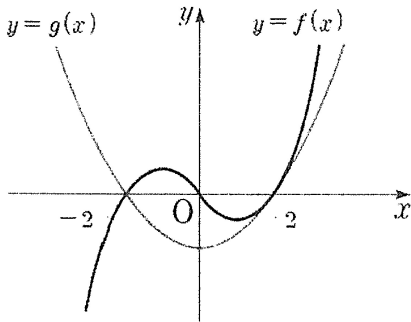
① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 그림과 같이 곡선  $y = x^2 - ax$  ( $0 < a < 3$ )와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하고, 곡선  $y = x^2 - ax$  ( $x \geq a$ )와  $x$ 축 및 직선  $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 = S_2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [5.4점]



- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 2

14. 그림과 같이 원점을 지나고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 있다.  $y = f(x)$ 가 이차함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 두 점  $(2, 0)$ ,  $(-2, 0)$ 에서 만나고,  $(2, 0)$ 에서 두 곡선의 접선의 기울기가 같을 때, 두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5.5점]



- ①  $\frac{16}{3}$       ②  $\frac{26}{3}$       ③  $\frac{32}{3}$       ④  $\frac{44}{3}$       ⑤  $\frac{64}{3}$

15. 최고차항의 계수가 1인 다항함수  $f(x)$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 가  $4F(x) = x\{f(x) - 6\}$ 을 만족시킬 때,  $4F(-1)$ 의 값은? [6.2점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

16. 삼차함수  $f(x) = k(x-1)(x-a)(x-a+1)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

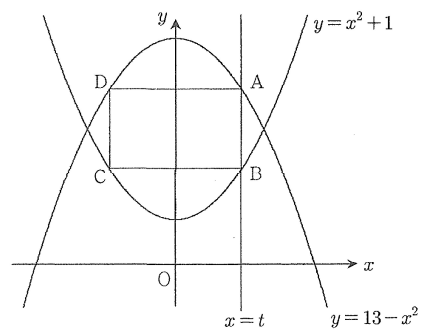
- (가)  $y = f(x)$ 와  $x$ 축은 서로 다른 두 점에서만 만난다.  
(나) 함수  $f(x)$ 의 극솟값은  $-4$ 이다.

이 때 두 상수  $a, k$ 의 곱  $ak$ 의 값은? (단,  $k > 0$ ) [6.3점]

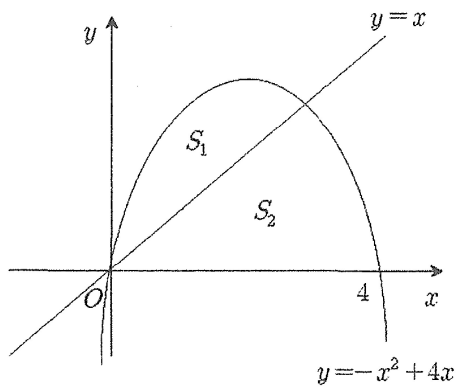
- ① 36      ② 42      ③ 45      ④ 54      ⑤ 58

**[논술형1]** 함수  $f(x) = \int \frac{x^3}{x-1} dx - \int \frac{1}{x-1} dx$ 에 대하여  $f(0) = 2$ 일 때, 함수  $f(x)$ 를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [5점]

**[논술형3]** 그림과 같이 직선  $x=t$ 가 두 곡선  $y=13-x^2, y=x^2+1$ 과 만나는 점을 각각  $A, B$ 라 하자. 두 점을 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 두 곡선  $y=x^2+1, y=13-x^2$ 과 만나는 점을 각각  $C, D$ 라 할 때, 사각형  $ABCD$ 의 넓이를 최댓값을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. (단,  $0 < t < \sqrt{6}$ ) [8점]



**[논술형2]** 그림과 같이 곡선  $y = -x^2 + 4x$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형을 직선  $y=x$ 로 나눈 두 부분의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라 한다.  $S_2 = kS_1$ 일 때, 실수  $k$ 의 값을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]



---

1) ③

2) ①

3) ②

4) ④

5) ⑤

6) ①

7) ③

8) ①

9) ④

10) ③

11) ②

12) ③

13) ⑤

14) ⑤

15) ②

16) ④

17) [논술형1]  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

18) [논술형2]  $\frac{37}{27}$

19) [논술형3]  $16\sqrt{2}$