



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[함수의 극한에 대한 성질]

• 두 함수 $f(x), g(x)$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta (\alpha, \beta \text{는 실수}) \text{일 때,}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c\alpha \quad (\text{단, } c \text{는 상수})$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha + \beta$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha - \beta$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{단, } \beta \neq 0)$$

[함수의 극한값의 계산]

• $\frac{0}{0}$ 꼴

(1) 유리식인 경우

⇒ 분모, 분자를 인수분해 한 다음 약분하여 극한값을 구한다.

(2) 무리식인 경우

⇒ 분모, 분자 중 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 쪽을 먼저 유리화 한 후 약분하여 극한값을 구한다.• $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 : 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.• $\infty - \infty$ 꼴

(1) 다항식인 경우 ⇒ 최고차항으로 묶는다.

(2) 무리식인 경우 ⇒ 분모를 1로 보고 분자를 유리화 한다.

• $\infty \times 0$ 꼴 : $\infty \times c, \frac{c}{\infty}, \frac{0}{\infty}, \frac{\infty}{\infty}$ (c 는 상수) 꼴로 변형한다.

[함수의 극한의 대소 관계]

• 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta (\alpha, \beta \text{는 실수}) \text{일 때,}$$

 a 에 가까운 모든 실수 x 에 대하여(1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$ (2) 함수 $h(x)$ 에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$$

기본문제

[문제]

1. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-4}{x^2+1}$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[예제]

2. 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$
③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$
⑤ 1

[문제]

3. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[예제]

4. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3+4x-3}{3x^3+2x}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[문제]

5. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+6x}-x)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[예제]

6. 등식 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+b}{x+1}=3$ 이 성립할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5
 ③ 7 ④ 9
 ⑤ 11

[문제]

7. 등식 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+ax+b}{x}=4$ 이 성립할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8

[예제]

8. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$x-3 \leq f(x) \leq x^2-3x+1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[문제]

9. 함수 $f(x)$ 가 $x > 1$ 인 모든 실수에 대하여

$$\frac{2x^2-3}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{2x^2+1}{x^2-1}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

평가문제

[중단원 학습 점검]

10. 극한 $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x+1}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 학습 점검]

11. 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1
 ③ 1 ④ 3
 ⑤ 5

[중단원 학습 점검]

12. 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$5x-3 \leq f(x) \leq 5x+2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[중단원 학습 점검]

13. 등식 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3}-2}{x-1}=b$ 이 성립할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$
 ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1
 ⑤ $\frac{5}{4}$

[중단원 학습 점검]

14. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x - 2} = 6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[중단원 학습 점검]

15. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) + 3g(x)\} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 3$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) + g(x)\}$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[중단원 학습 점검]

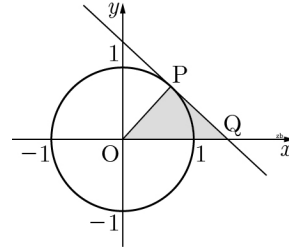
16. 다음을 모두 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값은?

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$	(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 3$
--	---

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[중단원 학습 점검]

17. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $P(t, \sqrt{1-t^2})$ ($0 < t < 1$)에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 POQ의 넓이를 $S(t)$ 라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{\sqrt{1-t}}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① 0 ② $\frac{\sqrt{2}}{6}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

[대단원 학습 점검]

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 학습 점검]

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[대단원 학습 점검]

20. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + a}{x - 1} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[대단원 학습 점검]

21. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$\frac{x^2-3x+1}{x+2} \leq f(x) \leq \frac{x^2+4x+2}{x+1} \text{를 만족시킬 때,}$$

 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2x)}{x}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[대단원 학습 점검]

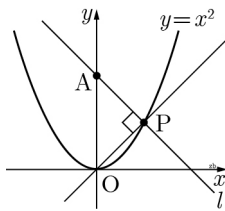
22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} = 3 \text{일 때, } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2} \text{의 값은?}$$

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[대단원 학습 점검]

23. 다음 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P(t, t^2)$ 을 지나고 직선 OP에 수직인 직선 l 과 y 축과의 교점을 A라고 하자. 삼각형 OAP의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\{S(t)\}^2}{OA^3}$ 의 값은? (단, O는 원점이고, $t > 0$ 이다.)



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$
 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

[대단원 학습 점검]

24. 다음을 모두 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값은?

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-x^3}{x^2+1} = 1 \quad (4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

유사문제

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$
 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

26. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{x-5} = \infty$
 ② $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x-2} = 0$
 ③ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{x+1} = -2$
 ④ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4} = -\frac{1}{3}$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+x}-x} = -\frac{1}{2}$

27. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 3g(x)\} = 1 \text{을 만족시킬 때, 극한값}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(x) + g(x)}{f(x) - 2g(x)}$$
를 구하면?

- ① 7 ② 8
 ③ 9 ④ 10
 ⑤ 11

28. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$|f(x)-3| < 3$ 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

29. 다음 등식을 만족시키는 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + ax - b}{x+3} = -7$$

- ① -2 ② -1
③ $\frac{1}{2}$ ④ 1
⑤ 2

30. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + px}{x-1} = q$ 가 성립할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$
③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$
⑤ 0

31. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x)$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1
③ $\frac{3}{2}$ ④ 2
⑤ 4

32. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$ ② $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = 2$
③ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x+2} = 0$ ④ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+5}{4x^2-x-1} = \frac{1}{4}$
⑤ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{|x-1|} = 1$

33. 다음 조건을 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2-x+1} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 2$$

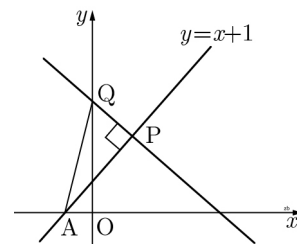
- ① 1 ② 2
③ 4 ④ 8
⑤ 16

34. 등식 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + 2x + x}) = b$ 가 성립하기 위한

상수 a, b 에 대하여 $2a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

35. 그림과 같이 직선 $y = x+1$ 위에 두 점 $A(-1, 0)$ 과 $P(t, t+1)$ 이 있다. 점 P 를 지나고 직선 $y = x+1$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2}$ 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$
③ 2 ④ $\frac{5}{2}$
⑤ 3



정답 및 해설

1) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-4}{x^2+1} \\
 &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (3x-4)}{\lim_{x \rightarrow 0} (x^2+1)} \\
 &= \frac{0-4}{0+1} = -4
 \end{aligned}$$

2) [정답] ①

[해설] 분모와 분자에 각각 $\sqrt{x+8}+3$ 을 곱하면

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+8}+3)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+8}+3} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

3) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+1}+1)}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1}+1) \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

4) [정답] ①

[해설] 분자와 분모를 각각 분모의 최고차항인 x^3 으로 나누면

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3+4x-3}{3x^3+2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6+\frac{4}{x^2}-\frac{3}{x^3}}{3+\frac{2}{x^2}} \\
 &= \frac{6+0-0}{3+0} = 2
 \end{aligned}$$

5) [정답] ④

[해설] 분모를 1로 생각하고, 분모와 분자에 각각

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{x^2+6x}+x \text{를 곱하면} \\
 & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+6x}-x) \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{\sqrt{x^2+6x}+x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{\sqrt{1+\frac{6}{x}}+1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{6}{1+1} = 3$$

6) [정답] ④

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+b}{x+1} = 3$$

에서 $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+ax+b) = 0$$

즉, $1-a+b=0$ 에서 $b=a-1 \dots \textcircled{1}$ $\textcircled{1}$ 을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+a-1}{x+1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+a-1)}{x+1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} (x+a-1) = a-2 \text{이므로} \\
 & a-2=3 \\
 & a=5 \\
 & a=5 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } b=4 \\
 & \therefore a+b=9
 \end{aligned}$$

7) [정답] ①

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+ax+b}{x} = 4 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 0} x = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2+ax+b) = 0$$

즉, $b=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+ax}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+a}{1} = a \text{이므로 } a=4$$

$$\therefore a+b=4$$

8) [정답] ②

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1, \lim_{x \rightarrow 2} (x^2-3x+1) = -1$$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

9) [정답] ③

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3}{x^2+1} = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+1}{x^2-1} = 2 \text{이므로}$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

10) [정답] ②

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x+1} = \sqrt{4 \times 2 + 1} = 3$$

11) [정답] ②

$$\text{[해설]} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

12) [정답] ③

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-3}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+2}{x} = 5$ 이므로
 함수의 극한의 대소 관계 성질에 의해
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 5$

13) [정답] ⑤

[해설] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3}-2}{x-1} = b$ 에서
 $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x+3}-2) = 0$
 즉, $2a-2=0$, $a=1$
 $b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2}$
 $= \frac{1}{4}$
 $\therefore a+b = \frac{5}{4}$

14) [정답] ③

[해설] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$
 $= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2-4}}{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x-2}} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$
 $= \frac{3}{6} \times \lim_{x \rightarrow 2} (x+2)$
 $= \frac{1}{2} \times 4 = 2$

15) [정답] ②

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) + 3g(x)\} = 6$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 3$ 에서
 $\lim_{x \rightarrow \infty} 3f(x) = 9$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} 3g(x) = 3$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) + g(x)\} = 4$

16) [정답] ②

[해설] 조건 (가)에서 함수 $f(x)$ 는 이차함의 계수가 1

인 이차함수이다.

즉, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ 이므로

$f(x) = x^2 + ax + b$ (단, a, b 는 상수)로 놓을 수 있다.

조건 (나)에서 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

$f(2) = 0$ 이므로 $4 + 2a + b = 0$

$b = -2a - 4 \dots \textcircled{1}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 2a - 4}{x-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+a+2)}{x-2} = a + 4$

즉, $a + 4 = 3$ 이므로 $a = -1$

$a = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -2$

따라서 $f(x) = x^2 - x - 2$

$\therefore f(1) = -2$

17) [정답] ⑤

[해설] 점 P 에서의 접선의 방정식은

$tx + \sqrt{1-t^2}y = 1$ 이므로

점 Q 의 좌표는 $\left(\frac{1}{t}, 0\right)$

삼각형 POQ 의 넓이는

$S(t) = \frac{\sqrt{1-t^2}}{2t}$ 이므로

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{\sqrt{1-t}} = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1+t}}{2t} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

18) [정답] ③

[해설] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$

19) [정답] ③

[해설] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})}{2x}$
 $= 2$

20) [정답] ④

[해설] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + a}{x-1} = b$ 에서

$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + a) = 3 + a = 0$

$a = -3$

$b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = 4$

$\therefore a + b = 1$

21) [정답] ③

[해설] $x > 0$ 일 때,

$$\frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2} \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 1} \text{에서}$$

$$\frac{4x^2 - 6x + 1}{2x^2 + 2x} \leq \frac{f(2x)}{x} \leq \frac{4x^2 + 8x + 2}{2x^2 + x}$$

이때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 6x + 1}{2x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 8x + 2}{2x^2 + x} = 2$$

이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2x)}{x} = 2$$

22) [정답] ②

[해설] $f(x) = x^2 + ax + b$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{x} = 3 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 0} x = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - 2\} = 0$$

$$f(0) = 2 \text{이므로 } b = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax}{x} = a = 3$$

$$\therefore f(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} (x + 1) = -1 \end{aligned}$$

23) [정답] ②

[해설] 원점에서부터 점 P까지의 거리는

$$\overline{OP} = \sqrt{t^2 + t^4} \text{이고, 직선 OP의 기울기는 } t \text{이다.}$$

따라서 직선 l은 기울기가 $-\frac{1}{t}$ 이고

점 P(t, t^2)을 지나므로

$$y = -\frac{1}{t}x + t^2 + 1$$

이때 점 A의 좌표는 A(0, $t^2 + 1$)이므로

$$S(t) = \frac{1}{2}t(t^2 + 1)$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\{S(t)\}^2}{OA^3} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4}t^2(t^4 + 2t^2 + 1)}{t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

24) [정답] ⑤

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2 + 1} = 1$ 에서 $f(x)$ 는 삼차항의 계수

가 1이고 이차항의 계수가 1인 삼차함수임을 알 수 있다.

$$f(x) = x^3 + x^2 + ax + b \text{로 놓으면}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3 \text{에서}$$

$$f(0) = 0 \text{이므로 } b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 + ax}{x} = 3 \text{에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + a) = 3 \text{이므로 } a = 3$$

$$f(x) = x^3 + x^2 + 3x$$

$$\therefore f(1) = 5$$

25) [정답] ①

$$[\text{해설}] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16} - 4)(\sqrt{x+16} + 4)}{x(\sqrt{x+16} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+16} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+16} + 4} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}$$

26) [정답] ⑤

$$[\text{해설}] ① \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{x-5} = 3$$

$$② \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = -1$$

$$③ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - \sqrt{x^2 + 1}}{-x + 1} = 2$$

$$④ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 3} = \frac{1}{3}$$

$$⑤ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+x}-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-1}{\sqrt{x^2-x}+x} = -\frac{1}{2}$$

27) [정답] ①

[해설] $f(x) - 3g(x) = h(x)$ 라 하면

$$f(x) = 3g(x) + h(x), \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(x) + g(x)}{f(x) - 2g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\{3g(x) + h(x)\} + g(x)}{\{3g(x) + h(x)\} - 2g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7g(x) + 2h(x)}{g(x) + h(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 + 2\frac{h(x)}{g(x)}}{1 + \frac{h(x)}{g(x)}}$$

$$= 7 (\because \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{h(x)}{g(x)} = 0)$$

28) [정답] ①

[해설] $|f(x) - 3| < 3$ 에서 $-3 < f(x) - 3 < 3$

$$\therefore 0 < f(x) < 6$$

$$\text{이때 양수인 } x \text{에 대하여 } 0 < \frac{f(x)}{x} < \frac{6}{x}$$

$$\text{따라서 } \lim_{x \rightarrow \infty} 0 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{x} = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

29) [정답] ⑤

[해설] 주어진 식이 성립하려면 $2x^2 + ax - b$ 이 $x + 3$ 으로 나누어져야 한다.

즉 상수 k 에 대해 $2x^2 + ax - b = 2(x+3)(x+k)$
라 하면

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)(x+k)}{(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} 2(x+k) = 2k - 6 = -7$$

$$2k = -1 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

따라서 $2x^2 + ax - b = 2(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 이므로

$$a = 5, b = 3$$

30) [정답] ②

[해설] 주어진 식에서 $x \rightarrow 1$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이므로
(분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + p) = 0$$

$$\sqrt{4 + 2 - 2} + p = 0 \quad \therefore p = -2$$

$$\therefore q = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 2} - 2x}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{4x^2 + 2x - 2} - 2x)(\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + 2x)}{(x - 1)(\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{(x - 1)(\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 2x - 2} + 2x} = \frac{2}{\sqrt{4 + 2 - 2} + 2}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

31) [정답] ④

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x)(\sqrt{x^2 + 4x + 5} + x)}{\sqrt{x^2 + 4x + 5} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 5}{\sqrt{x^2 + 4x + 5} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

32) [정답] ⑤

[해설] ① $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 2 \times 2 - 1 = 3$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = 2 - 0 = 2$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 5}{4x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}{4 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x) = -1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$$

이므로 극한값이 존재하지 않는다.

33) [정답] ③

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 - x + 1} = 1$ 이므로 $f(x)$ 는 최고차항의

계수가 2인 이차함수이다.

또 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3}$ 의 값이 존재하므로 $f(3) = 0$

상수 a 에 대하여 $f(x) = 2(x - 3)(x + a)$ 로 나타낼 수 있다.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x - 3)(x + a)}{x - 3} = 6 + 2a = 2$$

$$2a = -4 \quad \therefore a = -2$$

따라서 $f(x) = 2(x - 3)(x - 2)$ 이므로

$$f(1) = 4$$

34) [정답] ④

[해설] $x = -t$ 이면

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + 2x + x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{at^2 - 2t - t})$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{at^2 - 2t - t^2}{\sqrt{at^2 - 2t + t}} \right)$$

주어진 극한값이 존재하려면 분모와 분자의 최고차항의 차수가 같아야하므로

$$a = 1$$

$$\therefore (\text{주어진 극한값}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{-2t}{\sqrt{t^2 - 2t + t}} \right) = -1 = b$$

$$\therefore 2a + b = 1$$

35) [정답] ③

[해설] $\overline{AP}^2 = (t + 1)^2 + (t + 1)^2 = 2(t + 1)^2$

$$= 2t^2 + 4t + 2$$

직선 PQ의 기울기는 -1 이므로 직선의 방정식은

$$y = -(x - t) + t + 1 = -x + 2t + 1$$

즉 점 Q의 좌표는 $(0, 2t + 1)$ 이므로

$$\overline{AQ}^2 = 1^2 + (2t + 1)^2 = 4t^2 + 4t + 2$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4t^2 + 4t + 2}{2t^2 + 4t + 2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{4}{t} + \frac{2}{t^2}}{2 + \frac{4}{t} + \frac{2}{t^2}} = 2$$