

	2020년 포곡고 수학1 1학기 기말	DATE	
		NAME	
			GRADE

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2=5, a_9=19$ 일 때,  $a_{16}$ 의 값은? [4.1점]

- ① 33
- ② 35
- ③ 37
- ④ 39
- ⑤ 41

2. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 5항까지의 합은? [4.1점]

- ① 2
- ② 7
- ③ 15
- ④ 25
- ⑤ 31

3.  $\sum_{k=1}^{10} a_k=30$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k-1)$ 의 값은? [4.1점]

- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{10}-a_7=9$ 일 때,  $a_{103}-a_{97}$ 의 값은? [4.5점]

- ① 18
- ② 20
- ③ 22
- ④ 24
- ⑤ 26

5.  $\sum_{k=1}^5 (k^3+3k) + \sum_{k=1}^5 (-3k^2-1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 10
- ② 84
- ③ 100
- ④ 175
- ⑤ 225

6. 자연수  $n$ 에 대하여  $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=S_n$ 일 때,  $S_{10}$ 의 값은?  
[4.5점]

- ① 381
- ② 382
- ③ 383
- ④ 384
- ⑤ 385

7. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.

$S_n = n^2 + 2n + 2$ 일 때,  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4.7점]

- ① 19
- ② 21
- ③ 23
- ④ 25
- ⑤ 27

8. 세 수  $a, 5, b$ 가 이 순서대로 등차수열이고, 세 수  $a, 3, b$ 가 순서대로 등비수열일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? [4.7점]

- ① 52
- ② 58
- ③ 68
- ④ 82
- ⑤ 94

9. 첫째항부터 제 4항까지의 합이 6, 첫째항부터 제 8항까지의 합이 30인 등비수열의 첫째항부터 제 12항까지의 합은? [4.7점]

- ① 24
- ② 96
- ③ 126
- ④ 180
- ⑤ 630

10.  $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의되는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{48} (\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k})$ 의 값은? [4.7점]

- ①  $4\sqrt{2}$
- ②  $5\sqrt{2}$
- ③  $6\sqrt{2}$
- ④  $7\sqrt{2}$
- ⑤  $8\sqrt{2}$

11. 다음은  $h > 0$ 일 때,  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$(1+h)^n > 1+nh \cdots \textcircled{㉠}$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

빈 칸 (가)에 들어갈 알맞은 식은? [4.8점]

- (i)  $n = 2$  일 때,  
(좌변)  $= (1+h)^2 = 1+2h+h^2 > 1+2h =$  (우변)  
따라서  $n = 2$ 일 때 부등식  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.
- (ii)  $n = k (k \geq 2)$  일 때,  
부등식  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다고 가정하면  

(가)

 이 성립한다.  
부등식 (가)의 양변에  $(1+h)$ 를 곱하면  $(1+h) > 0$ 이므로  
 $(1+h)^{k+1} > (1+kh)(1+h)$   
그런데  $(1+kh)(1+h) = 1+(k+1)h+kh^2 > 1+(k+1)h$  이므로  
 $(1+h)^{k+1} > 1+(k+1)h$   
따라서  $n = k+1$ 일 때도 부등식  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

( i ) ( ii)에서 부등식  $\textcircled{㉠}$ 은  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

- ①  $(1+k)^2 > 1+2h$
- ②  $(1+h)^k > 1+kh$
- ③  $(1+k)^{k+1} > (1+kh)(1+h)$
- ④  $(a+kh)(a+k) > 1+(k+1)h$
- ⑤  $(1+h)^{k+1} > 1+(k+1)h$

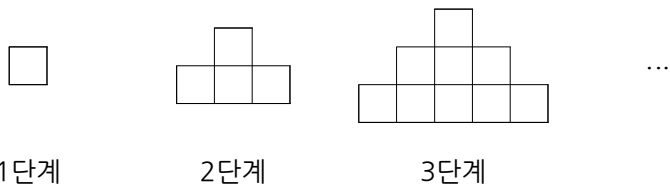
12. 수열  $\{a_n\}$ 이  $\sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 30, \sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = 14$ 를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{20} (-1)^k a_k$ 의 값은? [4.9점]

- ① 2
- ② 8
- ③ 16
- ④ 32
- ⑤ 64

13. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_4 = 45$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^2 + 2\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right) - 15 = 0$ 을 만족시킨다. 이때,  $a_{10}$ 의 값은?  
[4.9점]

- ①  $3^4 \times 5^5$     ②  $3^5 \times 5^4$     ③  $3^6 \times 5^3$     ④  $3^7 \times 5^2$     ⑤  $3^8 \times 5$

14. 크기가 같은 정사각형을 그리모가 같은 규칙으로 배열하여 새로운 도형을 만들려고 한다. 이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 단계를 만드는 데 필요한 정사각형의 개수를  $a_n$ 이라고 한다.  $a_n$ 과  $a_{n+1}$ 사이의 관계식을  $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 라고 할 때,  $f(2020)$ 의 값은? [4.9점]



- ① 4039    ② 4040    ③ 4041    ④ 4042    ⑤ 4043

15. 첫째항이  $a$ , 공비가  $r$  ( $r \neq 1$ )인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ , 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을  $b_n = S_n - \frac{a}{1-r}$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

<보기>

ㄱ. 수열  $\{b_n\}$ 은 첫째항이  $-\frac{a}{1-r}$ 이다.

ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 은 수열  $\{a_n\}$ 과 공비가 같은 등비수열이다.

ㄷ. 수열  $\{a_n\}$ 과 수열  $\{b_n\}$ 에 대하여  $b_{n+1} - b_n = a_{n+1}$ 가 성립한다.

- ① ㄴ    ② ㄷ    ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이 다음 조건을 만족할 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값은? [5.3점]

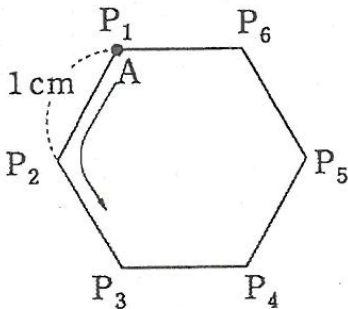
(가)  $S_1 = 3$ 이다.

(나)  $n \geq 2$ 일 때,  $S_n = \sum_{m=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^m (k+m) \right\} - \sum_{m=2}^n \left\{ \sum_{k=2}^m (k+m) \right\}$ 이다.

(다) 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항  $b_n = a_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ ) 이다.

- ① 137    ② 139    ③ 141    ④ 143    ⑤ 145

17. 그림과 같이 한 변의 길이가  $1\text{cm}$ 인 정육각형  $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 가 있다. 꼭짓점  $P_1$ 에 있는 점  $A$ 는 다음과 같은 규칙에 따라 시계 반대 방향으로 변 위를 움직인다.



(가) 첫 번째에  $t\text{cm}$  만큼 ( $t = 1, 2, 3, 4, 5$ )이동하여 꼭짓점  $P_{t+1}$ 에 도착한다.

(나) 점  $A$ 가  $n$ 번째에 꼭짓점  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ )에 도착하면  $(n+1)$ 번째에는  $P_i$ 를 출발하여  $i\text{cm}$ 만큼 이동한다.

점  $A$ 가  $n$ 번째에 도착한 꼭짓점이  $P_i$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 을  $a_n = i$ 라고 하자.

$\sum_{k=1}^{60} a_k = 183$ 일 때, 자연수  $t$ 의 값은? [5.3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

**[논술형1]** 500ℓ의 물을 가득 채운 어항이 있다. 신선한 물 공급을 위해 매일 어항에 있던 물의  $\frac{1}{5}$ 을 버리고, 80ℓ의 신선한 물을 추가하려고 한다.  $n$ 일이 지난 후 어항 속의 물의 양을  $a_n$ 이라고 할 때, 1일이 지난 후 물의 양인  $a_1$ 의 값을 구하고,  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을 서술하시오. [4.0점]

**[논술형2]** 철수와 영희는 각각 1000 만원을 서로 다른 방법으로 2020년 1월 초부터 10월 말까지 10개월 동안 월 이율이 2%이고 1개월마다 복리로 계산되는 통장에 적립하려 한다. 적립 방법이 다음과 같을 때 10월 말에 누구의 적립금의 원리합계가 얼마나 더 많은지 구하는 과정을 설명하고 답을 쓰시오. (단,  $1.02^{10} = 1.22$ 로 계산한다.) [8.0점]

철수 : 매월 초에 100만원씩 10개월 동안 적립
영희 : 1월 초에 1000만원을 모두 적립

**[논술형3]** 그림은 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프와  $y$ 축 사이에  $x$ 축과 평행한 선분 7개를 일정한 간격으로 그은 것이다. 선분의 길이를 위쪽부터 차례로  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_7$ 이라고 하면  $l_1 = 27, l_7 = \frac{1}{27}$ 이다.  $l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_7 = \frac{a}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^b \right\}$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하는 과정을 서술하고, 답을 쓰시오. [8.0점]

