



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-02-15

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 조합

(1) 조합: 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 ${}_nC_r$ 와 같이 나타낸다.

(2) 조합의 수

$$\textcircled{1} {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$\textcircled{2} {}_nC_0 = 1, {}_nC_1 = n, {}_nC_n = 1$$

$$\textcircled{3} {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$\textcircled{4} {}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} \quad (\text{단, } 1 \leq r < n)$$

▣ 다음을 계산하여라.

1. ${}_4C_0$

2. ${}_5C_3$

3. ${}_3C_1$

4. ${}_3C_2$

5. ${}_4C_2$

6. ${}_3C_3$

7. ${}_5C_1$

8. ${}_7C_4$

9. ${}_6C_0$

10. ${}_8C_3$

11. ${}_{11}C_8$

12. ${}_8C_6$

13. ${}_{15}C_{14}$

▣ 다음 식을 만족시키는 n 또는 r 의 값을 구하시오.

14. ${}_nC_2 = 28$

15. ${}_nC_3 = 10$

16. ${}_nC_6 = {}_nC_4$

17. ${}_nC_3 = 20$

18. ${}_nC_4 = 35$

19. ${}_{n+3}C_n = 84$

20. ${}_nC_3 = {}_nC_5$

21. ${}_{n+2}C_2 = 21$

22. ${}_{n+2}C_n = 15$

23. ${}_nC_2 + {}_nC_3 = 20$

24. ${}_5C_3 + {}_5C_2 = {}_6C_r$

25. ${}_{10}C_r = {}_{10}C_{r+4}$

26. ${}_nC_2 = 10$

27. ${}_nC_2 = {}_nC_7$

28. ${}_{13}C_{r+1} = {}_{13}C_{2r}$

29. ${}_{15}C_{r+2} = {}_{15}C_{2r-5}$

30. ${}_nC_{n-2} + {}_{n+1}C_{n-1} = 25$

31. ${}_nC_3 - {}_{n-1}C_3 = 15$

32. $2{}_{n+2}C_4 = 7{}_nC_2$

33. ${}_{n+1}C_3 + {}_{n+1}C_2 = 35$

34. ${}_{12}C_{r-3} = {}_{12}C_{3r-1}$

35. ${}_nC_2 + {}_{n-1}C_2 = 49$

36. $2{}_nC_3 = 3{}_nP_2$

37. ${}_nP_2 = {}_nC_3$

38. ${}_nP_2 + {}_nC_2 = 30$

39. ${}_nC_3 : {}_nP_2 = 2 : 3$

40. $3{}_nP_2 + 2{}_nC_2 = 48$

41. ${}_nP_2 + 4{}_nC_{n-3} = {}_nP_3$

42. ${}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 20{}_{n-1}C_3$

■ 다음 조합을 기호로 나타내어라.

43. 6명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수

44. ㉠, ㉡, ㉢ 중에서 2개를 뽑는 경우의 수

45. a, b, c, d, e, f 중에서 4개를 택하는 경우의 수

46. 7종류의 과자 중에서 과자 3종류를 고르는 경우의 수

47. 5종류의 과일과 4종류의 음료수 중에서 2종류의 과일과 1종류의 음료수를 선택하는 경우의 수

48. 사탕, 과자, 빵이 각각 1개씩 있을 때 이 중 2개를 택하는 경우의 수

49. 1, 2, 3, 4, 5 중에서 3개를 택하는 경우의 수

50. 동호회 회원 8명이 서로 한 번씩 악수할 때, 악수한 총 횟수

■ 다음 경우의 수를 구하여라.

51. 10명의 동아리 회원 중에서 대표 3명을 선출하는 경우의 수

52. 남자 10명, 여자 5명으로 이루어진 동아리에서 남자 3명, 여자 2명의 대표를 뽑는 경우의 수

53. 남자 10명, 여자 5명으로 이루어진 동아리에서 5명의 대표를 뽑는 경우의 수

54. 6명의 대의원 중에서 대표 2명을 선출하는 경우의 수

55. a, b, c, d, e 이 다섯 개의 문자에서 두 개의 문자를 뽑는 경우의 수

56. 1에서 8까지의 자연수 중에서 세 수를 뽑는 경우의 수

57. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 원소가 2개인 부분집합의 개수



정답 및 해설

1) 1

$$\Rightarrow {}_4C_0 = 1$$

2) 10

$$\Rightarrow {}_5C_3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

3) 3

$$\Rightarrow {}_3C_1 = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

4) 3

$$\Rightarrow {}_3C_2 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

5) 6

$$\Rightarrow {}_4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

6) 1

$$\Rightarrow {}_3C_3 = \frac{{}_3P_3}{3!} = 1$$

7) 5

$$\Rightarrow {}_5C_1 = 5$$

8) 35

$$\Rightarrow {}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

9) 1

$$\Rightarrow {}_6C_0 = 1$$

10) 56

$$\Rightarrow {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

11) 165

$$\Rightarrow {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = \frac{{}_{11}P_3}{3!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

12) 28

$$\Rightarrow {}_8C_6 = {}_8C_2 = \frac{{}_8P_2}{2!} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

13) 15

$$\Rightarrow {}_{15}C_{14} = {}_{15}C_1 = 15$$

14) 8

$$\Rightarrow {}_nC_2 = 28 \text{에서 } \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 28$$

$$n(n-1) = 56 = 8 \cdot 7$$

$$\therefore n = 8$$

15) 5

$$\Rightarrow {}_nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3 \quad \therefore n = 5$$

16) 10

$$\Rightarrow {}_nC_6 = {}_nC_{n-6} \text{이므로 } {}_nC_{n-6} = {}_nC_4$$

$$n-6 = 4 \quad \therefore n = 10$$

17) 6

$$\Rightarrow {}_nC_3 = 20 \text{에서 } \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

$$n(n-1)(n-2) = 120 = 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$\therefore n = 6$$

18) 7

$$\Rightarrow {}_nC_4 = 35 \text{에서 } \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 840 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$\therefore n = 7$$

19) 6

$$\Rightarrow {}_{n+3}C_n = 84 \text{에서 } {}_{n+3}C_n = {}_{n+3}C_{(n+3)-n} = {}_{n+3}C_3$$

이므로

$${}_{n+3}C_3 = 84, \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$$

$$(n+1)(n+2)(n+3) = 504 = 7 \cdot 8 \cdot 9$$

$$\therefore n = 6$$

20) 8

$$\Rightarrow {}_nC_3 = {}_nC_5 \text{에서 } {}_nC_3 = {}_nC_{n-3} \text{이므로}$$

$${}_nC_{n-3} = {}_nC_5$$

$$n-3 = 5 \quad \therefore n = 8$$

21) 5

$$\Rightarrow {}_{n+2}C_2 = 21 \text{에서 } \frac{(n+2)(n+1)}{2 \cdot 1} = 21$$

$$(n+2)(n+1) = 42 = 7 \cdot 6$$

$$\therefore n = 5$$

22) 4

$$\Rightarrow {}_{n+2}C_n = {}_{n+2}C_2 \text{이므로}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)}{2 \times 1} = 15 \Rightarrow (n+2)(n+1) = 6 \times 5$$

$$\therefore n = 4$$

23) 5

$$\Rightarrow {}_nC_2 + {}_nC_3 = 20 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

$$3n(n-1) + n(n-1)(n-2) = 120$$

$$n(n-1)(n+1) = 120$$

$$(n+1)n(n-1) = 6 \times 5 \times 4$$

$$\therefore n = 5$$

24) $r = 3$

$$\Rightarrow {}_5C_3 + {}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 + 10 = 20$$

$${}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \text{이므로 } r=3$$

25) $r=3$

$$\Rightarrow (i) {}_{10}C_r = {}_{10}C_{r+4} \text{에서 } r=r+5$$

이 식을 만족시키는 r 의 값은 존재하지 않는다.

$$(ii) {}_{10}C_r = {}_{10}C_{10-r} \text{이므로 } {}_{10}C_{10-r} = {}_{10}C_{r+4} \text{에서}$$

$$10-r=r+4 \quad \therefore r=3$$

(i), (ii)에서 $r=3$

26) $n=5$

$$\Rightarrow {}_nC_2 = 10 \text{에서 } \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 10$$

$$n(n-1) = 5 \cdot 4 \quad \therefore n=5$$

27) $n=9$

$$\Rightarrow {}_nC_2 = {}_nC_{n-2} \text{이므로 } {}_nC_{n-2} = {}_nC_7 \text{에서}$$

$$n-2=7 \quad \therefore n=9$$

28) 1 또는 4

$$\Rightarrow (i) {}_{13}C_{r+1} = {}_{13}C_{2r} \text{에서}$$

$$r+1=2r \quad \therefore r=1$$

$$(ii) {}_{13}C_{2r} = {}_{13}C_{13-2r} \text{이므로 } {}_{13}C_{r+1} = {}_{13}C_{13-2r} \text{에서}$$

$$r+1=13-2r \quad \therefore r=4$$

(i), (ii)에서 $r=1$ 또는 $r=4$

29) 6 또는 7

$$\Rightarrow (i) {}_{15}C_{r+2} = {}_{15}C_{2r-5} \text{에서}$$

$$r+2=2r-5 \quad \therefore r=7$$

$$(ii) {}_{15}C_{r+2} = {}_{15}C_{15-(r+2)} = {}_{15}C_{13-r} \text{이므로}$$

$${}_{15}C_{13-r} = {}_{15}C_{2r-5} \text{에서}$$

$$13-r=2r-5 \quad \therefore r=6$$

(i), (ii)에서 $r=6$ 또는 $r=7$

30) 5

$$\Rightarrow {}_nC_{n-2} + {}_{n+1}C_{n-1} = 25 \text{에서}$$

$${}_nC_{n-2} = {}_nC_{n-(n-2)} = {}_nC_2,$$

$${}_{n+1}C_{n-1} = {}_{n+1}C_{n+1-(n-1)} = {}_{n+1}C_2 \text{이므로}$$

$${}_nC_2 + {}_{n+1}C_2 = 25$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} + \frac{(n+1)n}{2 \cdot 1} = 25$$

$$n(n-1) + (n+1)n = 50$$

$$n^2 - n + n^2 + n = 50, \quad n^2 = 25 \quad \therefore n=5$$

31) 7

$$\Rightarrow {}_nC_3 - {}_{n-1}C_3 = 15 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 15$$

$$n(n-1)(n-2) - (n-1)(n-2)(n-3) = 90$$

$$(n-1)(n-2)\{n - (n-3)\} = 90$$

$$3(n-1)(n-2) = 90$$

$$(n-1)(n-2) = 30 = 6 \cdot 5$$

$$\therefore n=7$$

32) 5

$$\Rightarrow {}_{2n+2}C_4 = {}_nC_2 \text{에서}$$

$$2 \times \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n+2 \geq 4$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n+2)(n+1) = 42 = 7 \cdot 6$$

$$\therefore n=5$$

33) 5

$$\Rightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{(n+1)n}{2 \cdot 1} = 35$$

$$n(n+1)(n+2) = 210$$

이때, $210 = 5 \cdot 6 \cdot 7$ 이므로

$$n(n+1)(n+2) = 5 \cdot 6 \cdot 7$$

$$\therefore n=5$$

34) 4

$$\Rightarrow (i) {}_{12}C_{r-3} = {}_{12}C_{3r-1} \text{에서}$$

$$r-3=3r-1 \quad \therefore r=-1$$

$$(ii) {}_{12}C_{r-3} = {}_{12}C_{12-(r-3)} = {}_{12}C_{15-r} \text{이므로}$$

$${}_{12}C_{15-r} = {}_{12}C_{3r-1} \text{에서}$$

$$15-r=3r-1 \quad \therefore r=4$$

(i), (ii)에서 $r=4$

35) 8

$$\Rightarrow {}_nC_2 + {}_{n-1}C_2 = 49 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2 \cdot 1} = 49$$

$$n(n-1) + (n-1)(n-2) = 98$$

$$n^2 - 2n - 48 = 0, \quad (n+6)(n-8) = 0$$

$$\therefore n=8 \quad (\because n \geq 3)$$

36) 11

$$\Rightarrow {}_2nC_3 = {}_3nP_2 \text{에서}$$

$$2 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 3n(n-1)$$

${}_nC_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$\frac{n-2}{3} = 3, \quad n-2=9 \quad \therefore n=11$$

37) 8

$$\Rightarrow {}_nP_2 = {}_nC_3 \text{에서}$$

$$n(n-1) = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

${}_nC_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$1 = \frac{n-2}{6}, \quad n-2=6 \quad \therefore n=8$$

38) 5

$$\Rightarrow n(n-1) + \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 30$$

$$2n(n-1) + n(n-1) = 60$$

$$3n(n-1) = 60$$

$$n(n-1) = 20 = 5 \cdot 4 \quad \therefore n = 5$$

39) 6

$$\Rightarrow {}_nC_3; {}_nP_2 = 2 : 3 \text{에서}$$

$$2{}_nP_2 = 3{}_nC_3$$

$$2n(n-1) = 3, \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$4n(n-1) = n(n-1)(n-2)$$

${}_nC_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$4 = n-2 \quad \therefore n = 6$$

40) 4

$$\Rightarrow 3{}_nP_2 + 2{}_nC_2 = 48 \text{에서}$$

$$3n(n-1) + 2 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 48$$

$$4n(n-1) = 48$$

$$n(n-1) = 12 = 4 \cdot 3 \quad \therefore n = 4$$

41) 5

$$\Rightarrow {}_nP_2 + 4{}_nC_{n-3} = {}_nP_3 \text{에서 } {}_nC_{n-3} = {}_nC_3 \text{이므로}$$

$$n(n-1) + 4 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = n(n-1)(n-2)$$

${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$1 + \frac{2(n-2)}{3} = n-2$$

$$3 + 2n - 4 = 3n - 6 \quad \therefore n = 5$$

42) 5

$$\Rightarrow {}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 20{}_{n-1}C_3 \text{에서}$$

$$n(n-1) + 6 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} = 20 \times \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$3n(n-1) + 9n(n-1) = 10(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$6n(n-1) = 5(n-1)(n-2)(n-3)$$

${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n-1$ 로 나누면

$$6n = 5(n-2)(n-3)$$

$$5n^2 - 31n + 30 = 0$$

$$(5n-6)(n-5) = 0 \quad \therefore n = 5$$

43) ${}_6C_3$

\Rightarrow 6명의 학생 중에서 순서를 생각하지 않고 대표 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$

44) ${}_3C_2$ 45) ${}_6C_4$ 46) ${}_7C_3$

\Rightarrow 7종류의 과자 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하면 되므로 고르는 경우의 수는 ${}_7C_3$

47) ${}_5C_2 \cdot {}_4C_1$

\Rightarrow 5종류의 과일 중에서 2종류의 과일을 선택하는

경우의 수는 ${}_5C_2$

4종류의 음료수 중에서 1종류의 음료수를 선택하는

경우의 수는 ${}_4C_1$

따라서 구하는 경우의 수는 ${}_5C_2 \cdot {}_4C_1$

48) ${}_3C_2$ 49) ${}_5C_3$ 50) ${}_8C_2$

\Rightarrow 동호회 회원 8명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 선택하면 되므로 구하는 횟수는 ${}_8C_2$

51) 120

$$\Rightarrow {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120(\text{가지})$$

52) 1200

\Rightarrow 남자 10명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

여자 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 10 = 1200$$

53) 3003

\Rightarrow 15명 중에서 5명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{15}C_5 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3003$$

54) 15

$$\Rightarrow {}_6C_2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15(\text{가지})$$

55) 10

$$\Rightarrow {}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10(\text{가지})$$

56) 56

$$\Rightarrow {}_8C_3 = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56(\text{가지})$$

57) 10

\Rightarrow 5개의 원소 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 부분집합의 개수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$