6-1-2.순열 천재(류희찬)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-07-13
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[순열]

- 서로 다른 n개에서 r $(0 < r \le n)$ 개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n개에서 r개를 택하는 $\mathbf{c}\mathbf{g}$ 이라 하고, 이 순열의 수를 기호로 $_{n}\mathbf{P}_{r}$ 과 같이 나타낸다.
- 1부터 n까지의 자연수를 모두 곱한 것을 n의 a기호로 n!과 같이 나타낸다.
- $\Rightarrow n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$

[순열의 수]

- $\mathbf{0}$ $_{n}$ P $_{r} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 < r \le n$)
- **2** $_{n}P_{n} = n!$, 0! = 1, $_{n}P_{0} = 1$

기본문제

[문제]

- **1.** 4P₂의 값은?
 - ① 10
- ② 12
- ③ 14
- (4) 16
- (5) 18

[문제]

- **2.** 10명의 동아리 회원 중에서 대표 1명과 부대표 1명을 정하는 경우의 수는?
 - ① 45
- \bigcirc 50
- ③ 75
- **4**) 90
- (5) 100

[문제]

- **3.** 0!+₅P₀+3!의 값은?
 - ① 6

② 7

- 3 8
- (4) 9
- (5) 10

- 1) 20
- ② 22
- ③ 24
- (5) 28

[예제]

- **4.** A와 B와 C를 포함한 7명이 사진을 찍으려고 한 다. 이 7명이 일렬로 서서 사진을 찍을 때, A, B, C가 모두 이웃하는 경우의 수는?
 - ① 360
- 2 480
- ③ 600
- **4**) 720
- **⑤** 840

[문제]

- **5.** 6개의 문자 a, b, c, d, e, f가 일렬로 나열할 때, b, c, d, e를 이웃하게 나열하는 경우의 수는?
 - ① 144
- 2 288
- ③ 576
- **4**) 600
- (5) 648

평가문제

[스스로 확인하기]

다음 (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

*
$$_{2n}$$
P $_r = \frac{2n!}{\lceil \left(\neg \right) \right\rceil} (단, \ 0 \le r \le 2n)$

- * $_{2n}P_0 = \boxed{(\bot)}$
- ① (\neg) : (2n-r)!, (\bot) : 0
- ② (\neg) : (2n-r)!, (\bot) : 1
- (3) (7) : (2n-r)!, (L) : 2
- ④ (¬): r!, (∟): 1
- ⑤ (\neg) : r!, (\bot) : 0

[스스로 확인하기]

- **7.** ₅P₂+₃P₃의 값은?

- (4) 26

[스스로 확인하기]

- **8.** 10명으로 이루어진 어느 육상 동아리에서 이어달 리기 대회에 나가기로 하였다. 10명 중에서 1번 주 자부터 3번 주자까지 정하는 경우의 수는?
 - ① 540

② 630

③ 720

4) 810

⑤ 1000

[스스로 확인하기]

- **9.** 6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 세 자리 자연수를 만들 때, 320보다 큰 자연수의 개수는?
 - ① 28개

② 40개

③ 52개

④ 747H

⑤ 76개

[스스로 확인하기]

- **10.** 두 집합 $X = \{1, 2\}, Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X에서 Y로의 일대일함수의 개수는?
 - ① 10개

② 12개

③ 147H

④ 16개

⑤ 18개

[스스로 확인하기]

11. 남학생 3명과 여학생 3명이 사진을 찍기 위해 일렬로 줄을 서고자 한다. 어떠한 두 남학생끼리도 서로 이웃하지 않을 때, 6명의 학생이 일렬로 줄을 서는 경우의 수는?

① 36

② 72

③ 108

4 144

⑤ 180

[스스로 마무리 하기]

12. 7개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7을 일렬로 나열할 때, 양 끝에 짝수가 오는 경우의 수는?

1 240

② 360

3 480

4 600

⑤ 720

[스스로 마무리 하기]

13. 라벤더 화분 3개와 장미 화분 3개를 일렬로 배 치하려고 한다. 이때, 라벤더 화분끼리 이웃하게 놓 는 경우의 수는? (단, 모든 화분은 서로 구별된다.)

① 72

2 108

3 144

4) 180

⑤ 216

[스스로 마무리 하기]

14. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 5장의 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 세 자리 자연수를 만들어 작은 수부터 일렬로 배열하려고 한다. 이 때, 앞에서부터 23번째에 위치한 자연수는?

① 243

2 245

3 251

(4) 253

(5) 254

[스스로 마무리 하기]

15. 남자 4명과 여자 3명으로 이루어진 합창단에서 앞줄과 뒷줄로 서서 공연을 하려고 한다. 한 줄에는 최대 4명까지 설 수 있고, 여자 3명은 다 같이 이 웃하여 서야 한다. 7명이 설 수 있는 경우의 수는?

① 736

② 800

③ 864

4) 928

(5) 992

유사문제

16. 어린이 4명과 어른 2명이 일렬로 설 때, 처음 또는 끝자리에 어른이 서는 경우의 수는?

① 288

② 336

384

432

(5) 480

17.	5 개의	문자	$d,o,l,m,a 0 \! \! $	대하여	자음과	모음을
교대로 나열하는 방법의 수는?						

- ① 12
- ② 24
- 3 36
- **4** 80
- **⑤** 120
- **18.** 회원이 10명인 어느 동아리에서 회장, 부회장, 총 무를 1명씩 뽑는 경우의 수는?
 - ① 360
- 2 450
- 3 540
- **4**) 630
- (5) 720
- **19.** 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 으로의 함수 f에 대하여 다음 조건을 만족하는 함수 f의 개수는?

<조건>

- (7) f(1) = 3
- (나) $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
- 10
- 20
- 3 30
- **4**) 60
- **⑤** 120
- **20.** 남학생 2명과 여학생 3명이 일렬로 줄을 설 때, 남학생 2명이 이웃하여 서는 모든 경우의 수는?
 - \bigcirc 24
- ② 48
- 3 72
- 4 108
- **⑤** 144
- **21.** 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4를 모두 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 25번째로 큰 홀수는?
 - ① 20143
- ② 21403
- 3 23401
- ② 24301
- **⑤** 34201

- **22.** 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 숫자 5개를 선택하여 5자리의 자연수를 만들어 작은 수부터 나열하였을 때 463번째 수는?
 - ① 45102
- 2 45103
- 3 45120
- (4) 45123
- **⑤** 45201

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] $_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ 이다.

2) [정답] ④

[해설] 문제에서 말하는 경우의 수는 서로 다른 10개 중에서 순서대로 2개를 택하는 경우의 수이므로 $_{10}P_2$ 이다. 따라서 구하는 값은 $10\times9=90$ 이다.

3) [정답] (③

[해설] 0! = 1이다.

$$_{5}P_{0} = \frac{5!}{5!} = 1$$
이고, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이므로 $0! + _{5}P_{0} + 3! = 8$ 이다.

4) [정답] ④

[해설] 이웃하게 서는 A, B, C를 한 사람으로 생각 하면 모두 5명이고 5명이 일렬로 서는 경우의 수 는 5! = 120

그 각각의 경우에 대하여 A, B, C가 서로 자리를 바꾸어 서는 경우의 수는 3!=6 따라서 구하는 경우의 수는 $120\times 6=720$

5) [정답] ①

[해설] b, c, d, e를 이웃하게 나열하므로 한 묶음으로 생각하면, 한 묶음과 나머지 두 문자를 나열하는 경우의 수는 3!이고, 묶음 안에서 나열하는 경우의 수가 4!이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $3! \times 4! = 144$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] *
$$_{2n}$$
P $_r$ = $\frac{2n!}{(2n-r)!}$ (단, $0 \le r \le 2n$) * $_{2n}$ P $_0$ =1

7) [정답] ④

[해설] $_5P_2 = 5 \times 4 = 20$, $_3P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이므로 $_5P_2 + _3P_3 = 26$ 이다.

8) [정답] ③

[해설] 문제에서 말하는 경우의 수는 서로 다른 10개 중에서 순서대로 3개를 택하는 경우의 수이므로 $_{10}P_3$ 이다. 따라서 구하는 값은 $10\times9\times8=720$ 이다.

9) [정답] ⑤

[해설] (i) 3이 올 경우, 십의 자리에는 2,4,5,6 중 하나가 와야 하고 일의 자리에는 무슨 수가 오든 상관이 없기에 경우의 수는 $4 \times 4 = 16$ 이다.

(ii) 4,5,6 중 하나가 백의 자리에 올 경우, 십 의 자리에 올 수 있는 숫자는 5종류이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4종류이므로 경우의 수는 $3 \times_5 P_2 = 3 \times 5 \times 4 = 60$ 이다. 따라서 구하는 경우의 수는 76이다.

10) [정답] ②

[해설] X의 원소 1이 대응할 수 있는 원소의 수는 4이고, 일대일함수이면서 X의 원소 2가 대응할수 있는 원소의 수는 3이다. 따라서 구하는 일대일함수의 개수는 $_4P_2=12$ 이다.

11) [정답] ④

[해설] 먼저 여학생 3명을 일렬로 배열하는 경우는 $_{3}P_{3}=6$ 이다.

여학생 사이에 총 4자리가 비는데, 그 자리 중 3 자리를 순서대로 택하여 남학생을 세우면 남학생들끼리는 이웃하지 않을 수 있다. 남학생을 세우는 경우의 수는 $_4P_3=24$ 이므로 구하고자 하는 경우의 수는 $_3P_3\times_4P_3=144$ 이다.

12) [정답] ⑤

[해설] 7개의 숫자 중에서 짝수는 3개다. 이 중에서 양 끝에 배치하는 경우의 수는 $_3P_2=6$ 이다. 나머지 5개의 숫자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 5!=120이므로 구하는 경우의 수는 $6\times120=720$ 이다.

13) [정답] ③

[해설] 라벤더 화분을 한 묶음으로 보면 총 화분 4개를 일렬로 배치할 때 그 경우의 수가 4! = 24이다. 또한, 묶음 안에서 라벤더 화분을 배열하는 경우의 수가 3! = 6이므로, 구하는 총 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] 제일 앞이 1인 세 자리 자연수의 개수는 $_4P_2 = 12$ 이다.

따라서 제일 앞이 2인 세 자리 자연수의 개수도 12이므로 23번째에 위치한 자연수는 제일 앞이 2인 세 자리 자연수 중 2번째로 큰 수이다. 따라서 그 수는 253이다.

15) [정답] ③

[해설] (i) 여자 3명만 한 줄을 차지할 경우 여자 3명이 일렬로 서는 경우의 수는 3! =6이고 남자 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 4! =24이 므로 구하는 경우의 수는 6×24 =144이다.
(ii) 여자 3명과 남자 1명이 한 줄에 서는 경우 여자 3명이 이웃하게 일렬로 서는 경우의 수는 3! =6이고, 남자 4명 중 한 명이 여자 3명의 양끝 중 한 군데에 서야 하므로 그 경우의 수는 4×2=8이다. 또한, 나머지 남자 3명이 일렬로 서는 경우의 수는 3! =6이므로 구하는 경우의

수는 $6 \times 8 \times 6 = 288$ 이다.

(i), (ii)에 의해 경우의 수는 432인데, 뒷줄과 앞줄의 선택하는 경우의 수가 2이므로, 구하는 총 경우의 수는 432×2=864이다.

16) [정답] ④

[해설] 처음자리에 어른이 서는 경우의 수는 $2\times5!$ 가지, 끝자리에 어른이 서는 경우의 수는 $2\times5!$ 가지, 처음과 끝자리 모두 어른이 서는 경우의 수는 $_2P_2\times4!$ 가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 5! + 2 \times 5! - {}_{2}P_{2} \times 4! = 432$ 가지이다.

17) [정답] ①

[해설] 자음 d, l, m을 일렬로 세우는 방법은 3!가지, 자음과 자음 사이의 2자리에 모음 o, a를 세우는 방법은 2!가지다.

구하는 경우의 수는 $3! \times 2! = 12$ 가지이다.

18) [정답] ⑤

[해설] 10명 중 3명을 순서대로 나열하는 방법이므로 $_{10}P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$ 이다.

19) [정답] ②

[해설] f(2), f(3)을 $\{1, 2, 4, 5, 6\}$ 에서 선택하는 방법은 ${}_5P_2$ 가지이다.

함수 f의 개수는 $_5P_2 = 20$ 개다.

20) [정답] ②

[해설] 남학생 2명을 묶어서 한 명으로 보면 4명을 일렬로 세우는 방법은 4!가지이고 그 각각에 대하여 묶음 속의 남학생 2명을 세우는 방법은 2!가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $4! \times 2! = 48$ 가지이다.

21) [정답] ②

[해설] 4□□□3→3!=6가지

 $4\square\square\square1\rightarrow 3!=67$

 $3 \square \square \square 1 \rightarrow 3! = 67 \rceil$

 $24\square\square 3\rightarrow 2!=27 \rceil$

 $24\square\square1\rightarrow 2!=27\ \land$

 $23\square\square1\rightarrow 2!=27\ \land$

21403

∴ 25번째로 큰 홀수는 21403이다.

22) [정답] ①

[해설] (i) 만의 자리 숫자가 1인 자연수는 ${}_5P_4=120$ 개다.

- (ii) 만의 자리 숫자가 2인 자연수는 $_{5}P_{4}=120$ 개다.
- (iii) 만의 자리 숫자가 3인 자연수는 $_5P_4=120$ 개다.

다음에서 463번째 수의 만의 자리 숫자는 4이다.

- (iv) 천의 자리 숫자가 0인 자연수는 $_4P_3 = 24$ 개다.
- (v) 천의 자리 숫자가 1인 자연수는 ${}_{4}P_{3}=24$ 개다.

 (vi) 천의 자리 숫자가 2인 자연수는 $_4P_3=24$ 개다. (vii) 천의 자리 숫자가 3인 자연수는 $_4P_3=24$ 개다. 다음에서 463번째 수의 천의 자리의 숫자는 5이다. (viii) 백의 자리 숫자가 0인 자연수는 $_3P_2=6$ 개다. 따라서 $(\mathrm{i})\sim(\mathrm{viii})$ 까지 자연수의 개수는 462개이므로 463번째 수는 45102이다.

