



수학 I(B)  
기말고사

# 내신 꼭으로 시험 잡는 4주간 학습법



## 꼭 학습법

이제 곧 시험인데 수학 문제를 모두 풀어 볼 시간이 부족하다면? 걱정하지 말고 내신 꼭의 3주 전 대표 기출 20개만 풀어봅니다. 대표 기출은 학교 내신 시험에 자주 출제되는 유형 20개를 연습하고 대비하도록 하였습니다.

## 내신꼭 개념 1. 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

**참고** 삼각형 ABC에서  $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 크기를 각각  $A, B, C$ 라 하고, 꼭짓점 A, B, C와 마주 보는 변 BC, CA, AB의 길이를 각각  $a, b, c$ 로 나타낸다.

**예** 삼각형 ABC에서  $A = \frac{\pi}{6}, a = 4$ 일 때, 외접원의 반지름의 길이  $R$ 를 구해 보자.

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \text{ 이므로 } \frac{4}{\sin \frac{\pi}{6}} = 2R, \quad \frac{4}{\frac{1}{2}} = 2R$$

$$\therefore R = 4$$

**답** (1)  $\sin B$  (2)  $C$  (3) 8

## 내신꼭 개념 2. 사인법칙의 활용

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$(1) \sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

$$(2) a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$

**예** 삼각형 ABC에서  $A : B : C = 1 : 1 : 2$ 일 때,

$a : b : c$ 를 구해 보자.

$$A = k, B = k, C = 2k \quad (k > 0) \text{로 놓으면}$$

$$A + B + C = 180^\circ \text{에서 } 4k = 180^\circ \quad \therefore k = 45^\circ$$

$$\therefore a : b : c = \sin 45^\circ : \sin 45^\circ : \sin 90^\circ$$

$$= \sin 45^\circ : \sin 45^\circ : \sin 90^\circ$$

$$= 1 : 1 : \sqrt{2}$$

**답** (1)  $c$  (2)  $2k$  (3)  $\sin A$

## 내신꼭 개념 3. 코사인법칙

삼각형 ABC에서

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

**예** 삼각형 ABC에서  $a = 4, b = 2, C = 60^\circ$ 일 때,  $c$ 의 값을 구해 보자.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$= 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 12$$

$$\therefore c = \sqrt{12} \quad (\because c > 0)$$

**답** (1)  $a^2$  (2)  $\cos C$  (3)  $2\sqrt{3}$

## 내신꼭 개념 4. 코사인법칙의 활용

삼각형 ABC에서

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

**예** 삼각형 ABC에서  $a = 9, b = 7, c = 8$ 일 때,  $\cos A$ 의 값을 구해 보자.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{7^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{2}{7}$$

**답** (1)  $2ca$  (2)  $a^2$

## 내신꼭 개념 5. 삼각형의 넓이

(1) 삼각형 ABC의 넓이를  $S$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

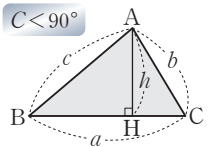
**참고** 오른쪽 그림과 같이

$C < 90^\circ$ 일 때,

$h = b \sin C$ 이므로

삼각형 ABC의 넓이  $S$ 는

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ab \sin C$$



(2) 삼각형 ABC의 넓이를  $S$ , 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$S = \frac{abc}{4R} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$$

**답** (1)  $\frac{1}{2}ab$  (2)  $b \sin C$

## 내신꼭 개념 6. 수열

(1) 차례로 늘어놓은 수의 열을  $\{a_n\}$ 이라 하고, 수열을 이루고 있는 각각의 수를 그 수열의 항이라 한다. 이때 앞에서부터 차례로 첫째항, 둘째항, 셋째항, ...,  $n$ 째항, ... 또는 제1항, 제2항, 제3항, ..., 제 $n$ 항, ...이라 한다.

(2) 일반적으로 수열은 각 항에 번호를 붙여

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

과 같이 나타낸다. 이때 제 $n$ 항인  $a_n$ 을 그 수열의 일반항이라 하고, 일반항이  $a_n$ 인 수열을 간단히 기호로  $\{a_n\}$ 과 같이 나타낸다.

**답** (1) 수열 (2)  $\{a_n\}$

직전 확인 4

답 ③

삼각형 ABC에서  $a=4$ ,  $b=6$ ,  $c=2\sqrt{7}$ 일 때,  $C$ 의 값은?

- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{4}$       ③  $\frac{\pi}{3}$   
 ④  $\frac{\pi}{2}$       ⑤  $\frac{3}{4}\pi$

풀이

$$\cos C = \frac{4^2 + 6^2 - (2\sqrt{7})^2}{\boxed{(1)} \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$$

이때  $0 < C < \pi$ 이므로

$$C = \boxed{(2)}$$

답 (1) 2 (2)  $\frac{\pi}{3}$

직전 확인 1

답 ⑤

삼각형 ABC에서  $b=4\sqrt{3}$ ,  $B=60^\circ$ ,  $C=45^\circ$ 일 때,  $c$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{5}$       ②  $2\sqrt{3}$       ③  $3\sqrt{2}$   
 ④ 5      ⑤  $4\sqrt{2}$

풀이

사인법칙에 의하여  $\frac{b}{\sin B} = \frac{\boxed{(1)}}{\sin C}$ 이므로

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ}$$

$$\therefore c = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \boxed{(2)} = 4\sqrt{2}$$

답 (1)  $c$  (2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

직전 확인 5

답 ④

삼각형 ABC에서  $b=4\sqrt{2}$ ,  $c=4\sqrt{3}$ ,  $A=60^\circ$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6      ②  $6\sqrt{2}$       ③ 12  
 ④  $12\sqrt{2}$       ⑤ 24

풀이

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \boxed{(1)} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \boxed{(2)} \\ &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

답 (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

직전 확인 2

답  $a=b$ 인 이등변삼각형

등식  $a \sin^2 A = b \sin^2 B$ 를 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 구하시오.

풀이

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

사인법칙에 의하여  $\sin A = \frac{a}{2R}$ ,  $\sin B = \frac{\boxed{(1)}}{2R}$

$$a \sin^2 A = b \sin^2 B \text{에서 } a \cdot \left(\frac{a}{2R}\right)^2 = b \cdot \left(\frac{b}{2R}\right)^2$$

$$a^3 - b^3 = 0, (a-b)(a^2 + ab + b^2) = 0$$

$$\therefore a = b (\because a^2 + ab + b^2 \neq 0)$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $a=b$ 인  $\boxed{(2)}$ 이다.

답 (1)  $b$  (2) 이등변삼각형

직전 확인 6

답 ④

수열  $\{n^2 - n + 1\}$ 의 제5항은?

- ① 3      ② 7      ③ 13  
 ④ 21      ⑤ 31

풀이

$a_n = n^2 - n + 1$ 에  $n = \boxed{(1)}$ 를 대입하면

$$a_5 = 5^2 - \boxed{(2)} + 1 = 21$$

답 (1) 5 (2) 5

직전 확인 3

답 ④

삼각형 ABC에서  $a=3$ ,  $c=2\sqrt{2}$ ,  $B=45^\circ$ 일 때,  $b$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2  
 ④  $\sqrt{5}$       ⑤  $\sqrt{6}$

풀이

코사인법칙에 의하여

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \boxed{(1)}$$

$$= (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ$$

$$= 8 + 9 - 12 = 5$$

$$\therefore b = \boxed{(2)} (\because b > 0)$$

답 (1)  $\cos B$  (2)  $\sqrt{5}$

## 내신꼭 개념 7. 등차수열

- (1) 수열 2, 4, 6, 8, 10, ...은 첫째항 2에 차례로 2를 더하여 만든 수열이다. 이와 같이 첫째항에 차례로 일정한 수를 더하여 만든 수열을 등차수열이라 하고, 더하는 일정한 수를 <sup>(1)</sup>라 한다.
- (2) 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에서 제 $n$ 항과 제 $(n+1)$ 항 사이에는 다음이 성립한다.

$$a_{n+1} = a_n + d \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- 예 등차수열 1, 3, 5, 7, ...은 첫째항이 1이고, 공차가  $3-1=5-3=7-5=\dots=\overset{(2)}{\quad}$ 이다.

답 (1) 공차 (2) 2

## 내신꼭 개념 8. 등차수열의 일반항

첫째항이  $a$ , 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n-1)d \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- 예 등차수열  $-20, -16, -12, \dots$ 의 일반항과 제15항을 구해 보자.

첫째항이  $-20$ , 공차가

$$-16 - (-20) = -12 - (-16) = \dots = \overset{(1)}{\quad}$$

인 등차수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = \overset{(2)}{\quad} + (n-1) \cdot 4$$

$$= 4n - 24$$

$$\therefore a_{15} = 4 \cdot 15 - 24 = \overset{(3)}{\quad}$$

답 (1) 4 (2)  $-20$  (3) 36

## 내신꼭 개념 9. 등차중항

세 수  $a, b, c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $b$ 를  $a$ 와  $c$ 의 <sup>(1)</sup>이라 한다.

이때  $b-a=c-b$ 이므로  $2b=a+c$ , 즉  $b=\frac{a+c}{2}$

- 예 세 수  $-15, x, -5$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $x$ 의 값을 구해 보자.

$x$ 는  $-15$ 와  $-5$ 의 등차중항이므로

$$x = \frac{-15 + (-5)}{2} = \overset{(2)}{\quad}$$

답 (1) 등차중항 (2)  $-10$

## 내신꼭 개념 10. 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 은

$$(1) \text{ 첫째항이 } a, \text{ 제 } n \text{ 항이 } l \text{ 일 때, } S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

- 예 첫째항이 3, 제10항이 21인 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합  $S_{10}$ 은

$$S_{10} = \frac{10(3 + \overset{(1)}{\quad})}{2} = 120$$

- (2) 첫째항이  $a$ , 공차가  $d$ 일 때,

$$S_n = \frac{n\{\overset{(2)}{\quad} + (n-1)d\}}{2}$$

- 예 첫째항이 3, 공차가 2인 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합  $S_{10}$ 은  $S_{10} = \frac{10\{2 \cdot 3 + (10-1) \cdot 2\}}{2} = 120$

답 (1) 21 (2)  $2a$

## 내신꼭 개념 11. 등비수열

- (1) 수열 1, 2, 4, 8, 16, ...은 첫째항 1에 차례로 2를 곱하여 만든 수열이다. 이와 같이 첫째항에 차례로 일정한 수를 곱하여 만든 수열을 <sup>(1)</sup>이라 하고, 곱하는 일정한 수를 공비라 한다.

- (2) 공비가  $r$  ( $r \neq 0$ )인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서 제 $n$ 항과 제 $(n+1)$ 항 사이에는 다음이 성립한다.

$$a_{n+1} = ra_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- 예 등비수열  $-2, 4, -8, 16, \dots$ 은 첫째항이  $-2$ 이고,

$$\overset{(2)}{\quad} \text{가 } \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \dots = -2 \text{이다.}$$

답 (1) 등비수열 (2) 공비

## 내신꼭 개념 12. 등비수열의 일반항

첫째항이  $a$ , 공비가  $r$  ( $r \neq 0$ )인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = ar^{n-1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- 예 등비수열 96, 48, 24, ...의 일반항과 제12항을 구해 보자.

$$\text{첫째항이 } 96, \text{ 공비가 } \frac{48}{96} = \frac{24}{48} = \dots = \overset{(1)}{\quad}$$

인 등비수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{(2)}{\quad}}$$

$$\therefore a_{12} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{3}{64}$$

답 (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $n-6$

직전 확인 10

답 ⑤

제3항이 -1, 제7항이 15인 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① 82                      ② 84                      ③ 86  
④ 88                      ⑤ 90

풀이

첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 하면 제3항이 -1, 제7항이 15  
이므로  $a+2d=-1, a+\boxed{(1)}=15$

위의 두 식을 연립하여 풀면  $a=-9, d=4$

따라서 주어진 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합은

$$\frac{10\{2 \cdot (-9) + (10-1) \cdot \boxed{(2)}\}}{2} = 90$$

답 (1)  $6d$  (2) 4

직전 확인 7

답 ①

등차수열  $-5, -7, -9, \dots$ 의 첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 할 때,  $2a-d$ 의 값은?

- ① -8                      ② -7                      ③ -6  
④ -5                      ⑤ -4

풀이

등차수열  $-5, -7, -9, \dots$ 는 첫째항이 -5, 공차가

$$-7 - (-5) = -9 - (-7) = \dots = \boxed{(1)}$$

이므로  $a=-5, d=-2$

$$\therefore 2a-d=2 \cdot (-5) - (-2) = \boxed{(2)}$$

답 (1) -2 (2) -8

직전 확인 11

답 ⑤

등비수열  $1, 4, 16, \dots$ 의 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 라 할 때,  $a+r$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

풀이

등비수열  $1, 4, 16, \dots$ 은 첫째항이 1, 공비가

$$\frac{4}{1} = \frac{16}{4} = \dots = \boxed{(1)}$$

$$a=\boxed{(2)}, r=4$$

$$\therefore a+r=1+4=5$$

답 (1) 4 (2) 1

직전 확인 8

답 ②

첫째항이 14, 공차가 -3인 등차수열의 제10항은?

- ① -15                      ② -13                      ③ -11  
④ -9                      ⑤ -7

풀이

첫째항이 14, 공차가 -3인 등차수열의 일반항을  $a_n$ 이라

$$\text{하면 } a_n=14+(\boxed{(1)}) \cdot (-3)=-3n+17$$

$$\therefore a_{10}=-3 \cdot 10+17=\boxed{(2)}$$

답 (1)  $n-1$  (2) -13

직전 확인 12

답 ②

첫째항이 243, 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열에서  $\frac{1}{27}$ 은 제몇 항인가?

- ① 제8항                      ② 제9항                      ③ 제10항  
④ 제11항                      ⑤ 제12항

풀이

첫째항이 243, 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열의 일반항을  $a_n$ 이라

$$\text{하면 } a_n=\boxed{(1)} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-6}$$

$$\text{제 } n \text{ 항을 } \frac{1}{27} \text{이라 하면 } \left(\frac{1}{3}\right)^{n-6}=\frac{1}{27}=\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$n-6=\boxed{(2)} \quad \therefore n=9$$

답 (1) 243 (2) 3

직전 확인 9

답 ①

네 수  $2, x, 22, y$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루를 때,  $y-x$ 의 값은?

- ① 20                      ② 22                      ③ 24  
④ 26                      ⑤ 28

풀이

세 수  $2, x, 22$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$x=\frac{\boxed{(1)}+22}{2}=12$$

세 수  $x, 22, y$ , 즉  $12, 22, y$ 가 이 순서대로 등차수열을

$$\text{이루므로 } 2 \cdot 22=\boxed{(2)}+y \quad \therefore y=32$$

$$\therefore y-x=32-12=20$$

답 (1) 2 (2) 12

## 내신꼭 개념 13. 등비중항

0이 아닌 세 수  $a, b, c$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $\boxed{\text{①}}$ 를  $a$ 와  $c$ 의 등비중항이라 한다.

이때  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ 이므로  $b^2 = ac$

예 세 수  $\frac{2}{3}, x, 6$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $x$ 의 값을 구해 보자.

$x$ 는  $\frac{2}{3}$ 와 6의  $\boxed{\text{②}}$ 이므로

$$x^2 = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

$\therefore x = \boxed{\text{③}}$  또는  $x = 2$

답 ①  $b$  ② 등비중항 ③  $-2$

## 내신꼭 개념 14. 등비수열의 합

첫째항이  $a$ , 공비가  $r$  ( $r \neq 0$ )인 등비수열의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 은

$$(1) r \neq 1 \text{ 일 때, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

예 첫째항이  $-1$ , 공비가 2인 등비수열의 첫째항부터 제10항까지의 합  $S_{10}$ 은

$$S_{10} = \frac{-1(2^{10}-1)}{\boxed{\text{①}}-1} = -1023$$

$$(2) r = 1 \text{ 일 때, } S_n = \boxed{\text{②}}$$

답 ① 2 ②  $na$

## 내신꼭 개념 15. 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하면

$$a_1 = S_1, a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

예 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$S_n = 2n^2$ 일 때, 일반항  $a_n$ 을 구해 보자.

$$n=1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = \boxed{\text{①}}$$

$n \geq 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = 2n^2 - 2(n-1)^2 \\ &= 4n - 2 \quad \cdots \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

이때  $a_1 = 2$ 는 ㉠에  $n=1$ 을 대입한 것과 같으므로

$$a_n = \boxed{\text{②}}$$

답 ① 2 ②  $4n-2$

내신꼭 개념 16. 합의 기호  $\Sigma$ 

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을 기호

$\Sigma$ 를 사용하여  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 와 같

이 나타낸다. 즉  $\sum_{k=1}^n a_k$ 는 수열의 일반항  $a_k$ 의  $k$ 에 1, 2, 3,  $\cdots$ ,  $n$ 을 차례대로 대입하여 얻은 항  $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 의 합을 뜻한다.

예 수열의 합  $3+6+9+\cdots+300$ 을 기호  $\Sigma$ 를 사용하여 나타내 보자.

수열 3, 6, 9,  $\cdots$ , 300의 일반항  $a_n$ 은  $a_n = 3n$

이때  $3n = 300$ 에서  $n = \boxed{\text{①}}$ 이므로

$$3+6+9+\cdots+300 = \boxed{\text{②}}$$

답 ① 100 ②  $\sum_{k=1}^{100} 3k$

내신꼭 개념 17.  $\Sigma$ 의 성질

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 과 상수  $c$ 에 대하여

$$(1) \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = \boxed{\text{①}} - \sum_{k=1}^n b_k$$

$$(3) \sum_{k=1}^n c a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$$

$$(4) \sum_{k=1}^n c = \boxed{\text{②}}$$

참고 틀리기 쉬운  $\Sigma$ 의 성질

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n a_k b_k \neq \sum_{k=1}^n a_k \sum_{k=1}^n b_k \quad \textcircled{2} \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} \neq \frac{\sum_{k=1}^n a_k}{\sum_{k=1}^n b_k}$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=1}^n a_k^2 \neq \left( \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$$

답 ①  $\sum_{k=1}^n a_k$  ②  $cn$

## 내신꼭 개념 18. 자연수의 거듭제곱의 합

$$(1) 1+2+3+\cdots+n = \sum_{k=1}^n k = \frac{\boxed{\text{①}}}{2}$$

$$(2) 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(3) 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{예 } \textcircled{1} \sum_{k=1}^5 k = \frac{5 \cdot 6}{2} = \boxed{\text{②}}$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^5 k^2 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} = 55$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=1}^5 k^3 = \left( \frac{5 \cdot 6}{2} \right)^2 = 225$$

답 ①  $n(n+1)$  ② 15



직전 확인 16

답 ①

수열의 합  $1 + \sqrt{2} + 2 + \dots + 8\sqrt{2}$ 를 기호  $\Sigma$ 를 사용하여 바르게 나타낸 것은?

- ①  $\sum_{k=1}^8 (\sqrt{2})^{k-1}$  ②  $\sum_{k=1}^8 (\sqrt{2})^k$  ③  $\sum_{k=1}^8 (\sqrt{2})^{k+1}$   
 ④  $\sum_{k=1}^9 (\sqrt{2})^{k-1}$  ⑤  $\sum_{k=1}^9 (\sqrt{2})^k$

풀이

수열  $1, \sqrt{2}, 2, \dots, 8\sqrt{2}$ 는 첫째항이 1, 공비가  $(1)$ 인 등비수열이므로 일반항  $a_n$ 은  $a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$  이때  $(\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} = (\sqrt{2})^7$ 에서  $n-1=7 \quad \therefore n=8$   
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + 2 + \dots + 8\sqrt{2} = \sum_{k=1}^8 (2)$   
 답 (1)  $\sqrt{2}$  (2)  $(\sqrt{2})^{k-1}$

직전 확인 13

답 ③

세 수  $5, x, \frac{1}{5}$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 음수  $x$ 의 값은?

- ①  $-25$  ②  $-5$  ③  $-1$   
 ④  $-\frac{1}{5}$  ⑤  $-\frac{1}{25}$

풀이

세 수  $5, x, \frac{1}{5}$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로  
 $x^2 = (1) \cdot \frac{1}{5} = 1$   
 $\therefore x = (2) \quad (\because x < 0)$   
 답 (1) 5 (2)  $-1$

직전 확인 17

답 ②

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{13} a_k = 5, \sum_{k=1}^{13} b_k = -6$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{13} (2a_k - 3b_k + 1)$ 의 값은?

- ① 40 ② 41 ③ 42  
 ④ 43 ⑤ 44

풀이

$\sum_{k=1}^{13} (2a_k - 3b_k + 1) = (1) - 3 \sum_{k=1}^{13} b_k + \sum_{k=1}^{13} 1$   
 $= 2 \cdot 5 - 3 \cdot (-6) + 1 \cdot (2)$   
 $= 41$   
 답 (1)  $2 \sum_{k=1}^{13} a_k$  (2) 13

직전 확인 14

답 ③

첫째항이  $-2$ , 공비가 3인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합은?

- ①  $-250$  ②  $-246$  ③  $-242$   
 ④  $-238$  ⑤  $-234$

풀이

첫째항이  $-2$ , 공비가 3인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합은  
 $\frac{-2(3^5 - 1)}{(1) - 1} = -242$   
 답 (1) 3

직전 확인 18

답 ④

$\sum_{k=1}^{10} (k-1)(2k+1)$ 의 값은?

- ① 690 ② 695 ③ 700  
 ④ 705 ⑤ 710

풀이

$\sum_{k=1}^{10} (k-1)(2k+1)$   
 $= \sum_{k=1}^{10} (2k^2 - (1) - 1) = 2 \sum_{k=1}^{10} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1$   
 $= 2 \cdot \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} - (2) - 1 \cdot 10 = 705$   
 답 (1)  $k$  (2)  $\frac{10 \cdot 11}{2}$

직전 확인 15

답 ⑤

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = n^2 - n$ 일 때,  $a_1 + a_5$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6  
 ④ 7 ⑤ 8

풀이

$a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$   
 $a_5 = S_5 - (1)$   
 $= (5^2 - 5) - (4^2 - 4)$   
 $= 20 - 12 = (2)$   
 $\therefore a_1 + a_5 = 0 + 8 = 8$

답 (1)  $S_4$  (2) 8



### 내신꼭 개념 19. 분수 꼴인 수열의 합

일반항이 분수 꼴이고, 분모가 두 일차식의 곱인 수열의 합은 다음 등식을 이용하여 구한다.

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \quad (\text{단, } A \neq B)$$

**참고** ①  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$

②  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+a)} = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+a} \right)$

③  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+a)(k+b)} = \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k+a} - \frac{1}{k+b} \right)$

**답** (1)  $\frac{1}{k+1}$  (2)  $\frac{1}{a}$

### 내신꼭 개념 20. 근호가 포함된 수열의 합

분모에 근호가 포함된 수열의 합은 다음과 같이 분모를 유리화하여 구한다.

$$\frac{1}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{1}{A-B} (\sqrt{A} - \sqrt{B}) \quad (\text{단, } A \neq B)$$

**참고**  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$

**예**  $\sum_{k=1}^{17} \frac{2}{\sqrt{2k} + \sqrt{2k+2}}$ 의 값을 구해 보자.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{17} \frac{2}{\sqrt{2k} + \sqrt{2k+2}} &= \sum_{k=1}^{17} (\sqrt{2k+2} - \sqrt{2k}) \\ &= (\sqrt{4} - \sqrt{2}) + (\sqrt{6} - \sqrt{4}) \\ &\quad + \cdots + (\sqrt{36} - \sqrt{34}) \\ &= 6 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

**답** (1)  $\sqrt{2k}$  (2)  $\sqrt{2}$

### 내신꼭 개념 21. 수열의 귀납적 정의

일반적으로 수열  $\{a_n\}$ 에서

① 처음 몇 개의 항

② 차례로 그다음 항을 정할 수 있는 관계식

이 주어질 때, ②의 관계식의  $n$ 에 1, 2, 3, ...을 차례로 대입하면 수열의 모든 항이 정해진다. 이와 같이 처음 몇 개의 항과 차례로 그다음 항을 정할 수 있는

(1) \_\_\_\_\_으로 수열을 정의하는 것을 수열의

(2) \_\_\_\_\_라 한다.

**답** (1) 관계식 (2) 귀납적 정의

### 내신꼭 개념 22. 등차수열의 귀납적 정의

수열  $\{a_n\}$ 에서

(1) 첫째항이  $a$ , 공차가  $d$ 인 등차수열

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

**참고**  $a_{n+1} = a_n + d \iff a_{n+1} - a_n = d$

(2) 첫째항이  $\alpha$ , 공차가  $\beta - \alpha$ 인 등차수열

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, a_2 = \beta \\ 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2} \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

**참고**  $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

$$\iff a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = 0$$

$$\iff a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$$

**답** (1)  $d$  (2)  $a_n$

### 내신꼭 개념 23. 등비수열의 귀납적 정의

수열  $\{a_n\}$ 에서

(1) 첫째항이  $a$ , 공비가  $r$ 인 등비수열

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = ra_n \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

**참고**  $a_{n+1} = ra_n \iff \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$

(2) 첫째항이  $\alpha$ , 공비가  $\frac{\beta}{\alpha}$ 인 등비수열

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, a_2 = \beta \\ a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

**참고**  $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} \iff \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$

**답** (1)  $r$  (2)  $a_{n+1}$

### 내신꼭 개념 24. 수학적 귀납법

자연수  $n$ 에 대한 명제  $p(n)$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i)  $n=1$ 일 때, 명제  $p(n)$ 이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때, 명제  $p(n)$ 이 성립한다고 가정하면

$n=k+1$ 일 때도 명제  $p(n)$ 이 성립한다.

이와 같이 자연수  $n$ 에 대한 명제  $p(n)$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립함을 증명하는 방법을

(2) \_\_\_\_\_이라 한다.

**답** (1)  $k+1$  (2) 수학적 귀납법

수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1=1, a_{n+1}=a_n-2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때,  $a_{25}$ 의 값은?

- ① -50      ② -47      ③ -44  
④ -41      ⑤ -38

풀이

$a_{n+1}=a_n-2$ 에서 수열  $\{a_n\}$ 은 공차가 -2인 등차수열이다. 이때 첫째항이 1이므로

$$a_n=1+(n-1) \cdot \boxed{(1)} = -2n+3$$

$$\therefore a_{25} = -2 \cdot 25 + \boxed{(2)} = -47$$

답 (1) -2 (2) 3

수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1=\frac{1}{3}, a_{n+1}=\sqrt{3}a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때,  $a_7$ 의 값을 구하시오.

풀이

$a_{n+1}=\sqrt{3}a_n$ 에서 수열  $\{a_n\}$ 은 공비가  $\sqrt{3}$ 인 등비수열이다. 이때 첫째항이  $\frac{1}{3}$ 이므로

$$a_n = \boxed{(1)} \cdot (\sqrt{3})^{n-1}$$

$$\therefore a_7 = \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{3})^6 = \boxed{(2)}$$

답 (1)  $\frac{1}{3}$  (2) 9

등식  $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 이 모든 자연

수  $n$ 에 대하여 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(i)  $n=1$ 일 때, (좌변)=1, (우변)= $\boxed{(1)}=1$

(ii)  $n=k$ 일 때, 성립한다고 가정하면

$$1+2+3+\dots+k=\frac{k(k+1)}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에  $\boxed{(2)}$ 을 더하면

$$\begin{aligned} 1+2+3+\dots+k+(k+1) \\ = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \end{aligned}$$

즉  $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에서 주어진 등식이 성립한다.

$\sum_{k=1}^8 \frac{2}{k(k+2)}$ 의 값을 구하시오.

풀이

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^8 \frac{2}{k(k+2)} &= \sum_{k=1}^8 \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\boxed{(1)}} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \\ &\quad + \dots + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \\ &= 1 + \boxed{(2)} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{58}{45} \end{aligned}$$

답 (1)  $k+2$  (2)  $\frac{1}{2}$

$\sum_{k=1}^{48} \frac{3}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$ 의 값을 구하시오.

풀이

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{48} \frac{3}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \\ &= 3 \sum_{k=1}^{48} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\ &= 3 \{ (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\boxed{(1)}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) \\ &\quad + \dots + (\sqrt{49}-\sqrt{48}) \} \\ &= 3(\boxed{(2)} - 1) = 18 \end{aligned}$$

답 (1)  $\sqrt{2}$  (2) 7

수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1=2,$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n+1 & (n \text{이 홀수}) \\ 2a_n & (n \text{이 짝수}) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때,  $a_4+a_5$ 의 값을 구하시오.

풀이

$$a_2=a_1+1=2+1=3, a_3=\boxed{(1)}=2 \cdot 3=6$$

$$a_4=\boxed{(2)}+1=6+1=7, a_5=2a_4=2 \cdot 7=14$$

$$\therefore a_4+a_5=7+14=21$$

답 (1)  $2a_2$  (2)  $a_3$

내신 꼭 기말고사 학습 문항 오답 체크리스트

## 주 전

[illegible]

## 주 전

[illegible]

## 주 전

1 일자	문항 번호	1-1	1-2	2-1	2-2	2 일자	문항 번호	3-1	3-2	4-1	4-2	3 일자	문항 번호	5-1	5-2	6-1	6-2
	오답 확인						오답 확인						오답 확인				
4 일자	문항 번호	7-1	7-2	8-1	8-2	5 일자	문항 번호	9-1	9-2	10-1	10-2						
	오답 확인						오답 확인										

## 주 전

[illegible]

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이



문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이



문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이



문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이

문항 번호:

틀린 이유:

바른 풀이