01 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

(1) 두 근의 합 : $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

(2) 두 근의 곱 : $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

◪ 근과 계수의 관계를 이용하여 다음 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하여라.

1. $x^2-3x-4=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

2. $x^2+3x+1=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

3. $x^2-4x-5=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

4. $x^2-4x+7=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

5. $x^2+4=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

6. $x^2+4x+2=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

7. $3x^2+3x+1=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

8. $2x^2-5x-3=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

9. $2x^2-6x+5=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

10. $2x^2-3x+5=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

11. $3x^2+3x-1=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

12. $3x^2-x=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

13. $2x^2-3x=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

14. $x^2+9=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

15. $2x^2+9=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

16. $x^2-2\sqrt{3}x-6=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

17. $x^2+2\sqrt{2}x+1=0$

(1) 두 근의 합

(2) 두 근의 곱

02 근과 계수의 관계의 응용

(1) 근과 계수의 관계와 곱셈 공식의 변형을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

(2) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β일 때,

$\Rightarrow a\alpha^2+b\alpha+c=0$, $a\beta^2+b\beta+c=0$

◪ **이차방정식 $x^2-x+2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.**

18. $\alpha+\beta$

19. $\alpha\beta$

20. $\alpha^2+\beta^2$

21. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$

22. $(\alpha-1)(\beta-1)$

◪ 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

23. $\alpha+\beta$

24. $\alpha\beta$

25. $\alpha^2+\beta^2$

26. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$

27. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$

◪ 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

28. $\alpha+\beta$

29. $\alpha\beta$

30. $\alpha^2+\beta^2$

31. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$

32. $(\alpha+1)(\beta+1)$

33. $(\alpha-\beta)^2$

34. $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}$

35. $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3$

36. $\alpha^3+\beta^3$

37. $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$

38. $(\alpha^2+\alpha+4)(\beta^2+\beta+4)$

39. $(\alpha^2-\alpha+2)(\beta^2-\beta+2)$

40. $(\alpha^2-3\alpha+1)(\beta^2-3\beta+1)$

◪ 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

41. $\alpha+\beta$

42. $\alpha\beta$

43. $(2\alpha-1)(2\beta-1)$

44. $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

45. $(\alpha-\beta)^2$

46. $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}$

47. $\alpha^2+\beta^2$

48. $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$

49. $\alpha^3+\beta^3$

50. $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$

51. $(2\alpha^2-4\alpha+5)(2\beta^2-4\beta-7)$

52. $(2\alpha^2-3\alpha+1)(2\beta^2-3\beta+1)$

03 미정계수의 결정_두 근의 비가 주어진 경우

이차방정식 두 근의 비가 $m:n$이면
① 두 근을 $m\alpha$, $n\alpha$로 놓는다.
② 근과 계수의 관계를 이용한다.

◪ 다음 이차방정식의 두 근의 비가 [ ]안의 비와 같을 때, 실수 k의 값을 구하여라.

53. $x^2-9x+k=0$ $[1:2]$

54. $x^2-6x+k=0$ $[1:2]$

55. $2x^2-15x+k=0$ $[2:3]$

56. $x^2-kx+16=0$ $[1:2]$

57. $x^2-2x+k=0$ $[1:2]$

58. $x^2-12x-2k=0$ $[1:2]$

59. $x^2-kx+6k=0$ $[2:3]$

60. $x^2-(k+2)x+2k=0$ [2 : 1]

61. $x^2+(k+2)x+2k=0$ [1 :-2]

62. $x^2+(k+6)x+4k=0$ [1 : 4]

63. $x^2-(k-2)x+3k-1=0$ [1 : 2]

64. $x^2+6kx-k^2+1=0$ [1 : 2]

65. $x^2-(k+1)x+k=0$ [1 : 3]

66. $x^2-5(k-1)x-16k=0$ [1 : 4]

04 미정계수의 결정_두 근의 차가 주어진 경우

이차방정식 두 근의 차가 k이면
① 두 근을 α, $\alpha+k$로 놓는다.
② 근과 계수의 관계를 이용한다.

◪ **다음 이차방정식의 두 근의 차가 [ ]안의 수와 같을 때, 실수 m의 값을 구하여라.**

67. $x^2-10x+m=0$ [2]

68. $x^2-(m-2)x+6=0$ [1]

69. $x^2-(m-1)x+8=0$ [2]

70. $x^2-mx-m+7=0$ [2]

71. $x^2-mx+m+5=0$ [1]

72. $x^2+(m-1)x+m-4=0$ [3]

73. $x^2-(m-1)x+2m=0$ [5]

74. $x^2-(2m-1)x-2m=0$ [5]

75. $x^2-(2m+1)x+3m=0$ [1]

정답 및 해설

1) (1) 3 (2) -4

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-3}{1}\right)=3$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{-4}{1}=-4$

2) (1) -3 (2) 1

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{3}{1}=-3$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{1}{1}=1$

3) (1) 4 (2) -5

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-4}{1}\right)=4$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{-5}{1}=-5$

4) (1) 4 (2) 7

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{-4}{1}=4$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{7}{1}=7$

5) (1) 0 (2) 4

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{0}{1}=0$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{4}{1}=4$

6) (1) -4 (2) 2

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{4}{1}=-4$

(3) (두 근의 곱)$=\dfrac{2}{1}=2$

7) (1) -1 (2) $\dfrac{1}{3}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{3}{3}=-1$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{1}{3}$

8) (1) $\dfrac{5}{2}$ (2) $-\dfrac{3}{2}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-5}{2}\right)=\dfrac{5}{2}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{-3}{2}=-\dfrac{3}{2}$

9) (1) 3 (2) $\dfrac{5}{2}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-6}{2}\right)=3$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{5}{2}$

10) (1) $\dfrac{3}{2}$ (2) $\dfrac{5}{2}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{5}{2}$

11) (1) -1 (2) $-\dfrac{1}{3}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{3}{3}=-1$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{-1}{3}=-\dfrac{1}{3}$

12) (1) $\dfrac{1}{3}$ (2) 0

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-1}{3}\right)=\dfrac{1}{3}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{0}{3}=0$

13) (1) $\dfrac{3}{2}$ (2) 0

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{0}{2}=0$

14) (1) 0 (2) 9

⇨ (1) (두 근의 합)$=\dfrac{0}{1}=0$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{9}{1}=9$

15) (1) 0 (2) $\dfrac{9}{2}$

⇨ (1) (두 근의 합)$=\dfrac{0}{2}=0$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{9}{2}$

16) (1) $2\sqrt{3}$ (2) -6

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\left(\dfrac{-2\sqrt{3}}{1}\right)=2\sqrt{3}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{-6}{1}=-6$

17) (1) $-2\sqrt{2}$ (2) 1

⇨ (1) (두 근의 합)$=-\dfrac{2\sqrt{2}}{1}=-2\sqrt{2}$

(2) (두 근의 곱)$=\dfrac{1}{1}=1$

18) 1

⇨ $\alpha+\beta=-\left(\frac{-1}{1}\right)=1$

19) 2

⇨ $\alpha\beta=\frac{2}{1}=2$

20) -3

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1^2-2\cdot2=-3$

21) $\frac{1}{2}$

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{1}{2}$

22) 2

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=2-1+1=2$

23) 3

⇨ $\alpha+\beta=-\frac{-3}{1}=3$

24) 1

⇨ $\alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

25) 7

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=3^2-2\cdot1=7$

26) 3

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{1}=3$

27) 3

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$

$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)=1\cdot3=3$

28) 2

⇨ $\alpha+\beta=-\left(\frac{-2}{1}\right)=2$

29) -3

⇨ $\alpha\beta=\frac{-3}{1}=-3$

30) 10

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2-2\cdot(-3)=10$

31) $-\frac{2}{3}$

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{2}{3}$

32) 0

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-3+2+1=0$

33) 16

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=16$

34) $-\frac{10}{3}$

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{10}{-3}=-\frac{10}{3}$

35) -30

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=\alpha\beta(\alpha^2+\beta^2)$

$=(-3)\cdot10=-30$

36) 26

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=2^3-3\cdot(-3)\cdot2=26$

37) 9

⇨ 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 두 근이 α,β이므로

$\alpha^2-2\alpha-3=0$, $\beta^2-2\beta-3=0$

즉 $\alpha^2-2\alpha=3$, $\beta^2-2\beta=3$이므로

$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)=3\cdot3=9$

38) 64

⇨ 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 두 근이 α,β이므로

$\alpha^2-2\alpha-3=0$, $\beta^2-2\beta-3=0$

한편, 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^2+\alpha+4=(\alpha^2-2\alpha-3)+3\alpha+7=3\alpha+7$

$\beta^2+\beta+4=(\beta^2-2\beta-3)+3\beta+7=3\beta+7$

$\therefore(\alpha^2+\alpha+4)(\beta^2+\beta+4)=(3\alpha+7)(3\beta+7)$

$=9\alpha\beta+21(\alpha+\beta)+49$

$=9\cdot(-3)+21\cdot2+49=64$

39) 32

⇨ 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 두 근이 α,β이므로

$\alpha^2-2\alpha-3=0$, $\beta^2-2\beta-3=0$

한편, 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

이때,

$\alpha^2-\alpha+2=(\alpha^2-2\alpha-3)+\alpha+5=\alpha+5$

$\beta^2-\beta+2=(\beta^2-2\beta-3)+\beta+5=\beta+5$

이므로

$(\alpha^2-\alpha+2)(\beta^2-\beta+2)$

$=(\alpha+5)(\beta+5)$

$=\alpha\beta+5(\alpha+\beta)+25$

$=-3+5\cdot 2+25=32$
$=2$

40) 5

⇨ 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 두 근이 α,β이므로
$\alpha^2-2\alpha-3=0$, $\beta^2-2\beta-3=0$
한편, 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$
$\alpha^2-3\alpha+1=(\alpha^2-2\alpha-3)-\alpha+4=-\alpha+4$
$\beta^2-3\beta+1=(\beta^2-2\beta-3)-\beta+4=-\beta+4$
$\therefore (\alpha^2-3\alpha+1)(\beta^2-3\beta+1)=(-\alpha+4)(-\beta+4)$
$=\alpha\beta-4(\alpha+\beta)+16$
$=-3-4\cdot 2+16=5$

41) 2

⇨ $\alpha+\beta=-\left(\frac{-4}{2}\right)=2$

42) $-\frac{1}{2}$

⇨ $\alpha\beta=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

43) -5

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$
$=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-2\cdot 2+1=-5$

44) -4

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$
$=2\cdot(-2)=-4$

45) 6

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=2^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=6$

46) 0

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}=\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$
$=\frac{2-2}{-\frac{1}{2}-2+1}=0$

47) 5

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=2^2-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=5$

48) -10

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$
$=\frac{5}{-\frac{1}{2}}=-10$

49) 11

⇨ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$=2^3-3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=11$

50) $\frac{1}{4}$

⇨ 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$의 두 근이 α,β이므로
$2\alpha^2-4\alpha-1=0$, $2\beta^2-4\beta-1=0$
즉 $\alpha^2-2\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta^2-2\beta=\frac{1}{2}$이므로
$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

51) -36

⇨ 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$의 두 근이 α,β이므로
$2\alpha^2-4\alpha-1=0$, $2\beta^2-4\beta-1=0$
$2\alpha^2-4\alpha=1$, $2\beta^2-4\beta=1$
$\therefore (2\alpha^2-4\alpha+5)(2\beta^2-4\beta-7)=(1+5)\cdot(1-7)=-36$

52) $\frac{15}{2}$

⇨ 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$의 두 근이 α,β이므로
$2\alpha^2-4\alpha-1=0$, $2\beta^2-4\beta-1=0$
한편, 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$
$2\alpha^2-3\alpha+1=(2\alpha^2-4\alpha-1)+\alpha+2=\alpha+2$
$2\beta^2-3\beta+1=(2\beta^2-4\beta-1)+\beta+2=\beta+2$
$\therefore (2\alpha^2-3\alpha+1)(2\beta^2-3\beta+1)=(\alpha+2)(\beta+2)$
$=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4$
$=-\frac{1}{2}+2\cdot 2+4=\frac{15}{2}$

53) $k=18$

⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=9$ $\therefore \alpha=3$
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=k$, $3\cdot 6=k$ $\therefore k=18$

54) $k=8$

⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로

놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=6$ $\therefore \alpha=2$
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=k$, $2\cdot 4=k$ $\therefore k=8$

55) $k=27$
⇨ 이차방정식의 두 근을 2α, $3\alpha(\alpha\neq 0)$라고 하면
(ⅰ) $2\alpha+3\alpha=\frac{15}{2}$ $\therefore \alpha=\frac{3}{2}$ ⋯㉠
(ⅱ) $2\alpha\cdot 3\alpha=\frac{k}{2}$, $6\alpha^2=\frac{k}{2}$ $\therefore \alpha^2=\frac{k}{12}$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{k}{12}$
$\frac{9}{4}=\frac{k}{12}$ $\therefore k=27$

56) $k=\pm 6\sqrt{2}$
⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=k$, $3\alpha=k$ ⋯㉠
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=16$, $2\alpha^2=16$
$\alpha^2=8$ $\therefore \alpha=\pm 2\sqrt{2}$ ⋯㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $k=3\cdot(\pm 2\sqrt{2})=\pm 6\sqrt{2}$

57) $k=\frac{8}{9}$
⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=2$ $\therefore \alpha=\frac{2}{3}$
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=k$, $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}=k$ $\therefore k=\frac{8}{9}$

58) $k=-16$
⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=12$이므로 $3\alpha=12$ $\therefore \alpha=4$
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=-2k$이므로 $k=-\alpha^2=-4^2=-16$

59) $k=25$
⇨ 두 근의 비가 $2:3$이므로 두 근을 $2\alpha, 3\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면
$2\alpha+3\alpha=k$ $\therefore k=5\alpha$ ⋯㉠
$2\alpha\cdot 3\alpha=6k$ $\therefore \alpha^2=k$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=5\alpha$이므로
$\alpha^2-5\alpha=0$, $\alpha(\alpha-5)=0$
$\therefore \alpha=5(\therefore \alpha\neq 0)$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=25$

60) $k=1$ 또는 $k=4$
⇨ 두 근의 비가 $2:1$이므로 두 근을 $2\alpha, \alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면
$2\alpha+\alpha=k+2$ $\therefore k=3\alpha-2$ ⋯㉠
$2\alpha\cdot\alpha=2k$ $\therefore \alpha^2=k$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=3\alpha-2$이므로
$\alpha^2-3\alpha+2=0$, $(\alpha-1)(\alpha-2)=0$
$\therefore \alpha=1$ 또는 $\alpha=2$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=1$ 또는 $k=4$

61) $k=-1$ 또는 $k=-4$
⇨ 이차방정식의 두 근을 α, $-2\alpha(\alpha\neq 0)$라고 하면
(ⅰ) $\alpha-2\alpha=-(k+2)$, $-\alpha=-k-2$
$\therefore \alpha=k+2$ ⋯㉠
(ⅱ) $\alpha\cdot(-2\alpha)=2k$, $-2\alpha^2=2k$ $\therefore \alpha^2=-k$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$(k+2)^2=-k$, $k^2+5k+4=0$
$(k+1)(k+4)=0$ $\therefore k=-1$ 또는 $k=-4$

62) $k=4$ 또는 $k=9$
⇨ 두 근의 비가 $1:4$이므로 두 근을 $\alpha, 4\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면
$\alpha+4\alpha=-(k+6)$ $\therefore k=-5\alpha-6$ ⋯㉠
$\alpha\cdot 4\alpha=4k$ $\therefore \alpha^2=k$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=-5\alpha-6$이므로
$\alpha^2+5\alpha+6=0$, $(\alpha+2)(\alpha+3)=0$
$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=-3$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=4$ 또는 $k=9$

63) $k=17$ 또는 $k=\frac{1}{2}$
⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=k-2$, $3\alpha=k-2$ $\therefore k=3\alpha+2$ ⋯㉠
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=3k-1$, $2\alpha^2=3k-1$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$2\alpha^2=3(3\alpha+2)-1$, $2\alpha^2-9\alpha-5=0$
$(2\alpha+1)(\alpha-5)=0$ $\therefore \alpha=-\frac{1}{2}$ 또는 $\alpha=5$
$\alpha=-\frac{1}{2}$일 때, $k=3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+2=\frac{1}{2}$
$\alpha=5$일 때, $k=3\cdot 5+2=17$

64) $k=\pm\frac{1}{3}$
⇨ 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면 근과 계수의 관계에서
(ⅰ) $\alpha+2\alpha=-6k$, $3\alpha=-6k$ $\therefore \alpha=-2k$ ⋯㉠
(ⅱ) $\alpha\cdot 2\alpha=-k^2+1$, $2\alpha^2=-k^2+1$ ⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$2\cdot(-2k)^2=-k^2+1$
$9k^2=1$, $k^2=\frac{1}{9}$ $\therefore k=\pm\frac{1}{3}$

65) $k=\frac{1}{3}$ 또는 $k=3$
⇨ 두 근의 비가 $1:3$이므로 두 근을 $\alpha, 3\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면
$\alpha+3\alpha=k+1$ $\therefore k=4\alpha-1$ ⋯㉠

$\alpha \cdot 3\alpha = k \quad \therefore 3\alpha^2 = k \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $3\alpha^2 = 4\alpha - 1$이므로
$3\alpha^2 - 4\alpha + 1 = 0 \qquad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = 1$
이것을 ㉠에 대입하면 $k = \frac{1}{3}$ 또는 $k = 3$

66) $k = -1$
⇨ 이차방정식의 두 근을 α, $4\alpha(\alpha \neq 0)$라고 하면
(ⅰ) $\alpha + 4\alpha = 5(k-1)$, $5\alpha = 5(k-1)$
$\therefore \alpha = k - 1 \ \cdots$ ㉠
(ⅱ) $\alpha \cdot 4\alpha = -16k \ \therefore \alpha^2 = -4k \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $(k-1)^2 = -4k$
$k^2 - 2k + 1 = -4k$
$k^2 + 2k + 1 = 0$, $(k+1)^2 = 0 \ \therefore k = -1$

67) $m = 24$
⇨ 두 근의 차가 2이므로 두 근을 $p, p+2$이라고 하면
(ⅰ) $p + (p+2) = 10$, $2p = 8 \quad \therefore p = 4$
(ⅱ) $p \cdot (p+2) = m \quad \therefore m = 4 \cdot 6 = 24$

68) $m = -3$ 또는 $m = 7$
⇨ 두 근의 차가 1이므로 두 근을 $p, p+1$이라고 하면
(ⅰ) $p + (p+1) = m - 2 \ \therefore m = 2p + 3 \ \cdots$ ㉠
(ⅱ) $p \cdot (p+1) = 6$, $p^2 + p - 6 = 0$
$(p+3)(p-2) = 0 \quad \therefore p = -3$ 또는 $p = 2$
㉠에 대입하면 $m = -3$ 또는 $m = 7$

69) $m = -5$ 또는 $m = 7$
⇨ 두 근의 차가 2이므로 두 근을 $p, p+2$로 놓으면 근과 계수의 관계로부터
(ⅰ) $p + (p+2) = m - 1 \ \therefore m = 2p + 3 \ \cdots$ ㉠
(ⅱ) $p \cdot (p+2) = 8$, $p^2 + 2p - 8 = 0$
$(p+4)(p-2) = 0 \quad \therefore p = -4$ 또는 $p = 2$
이것을 각각 ㉠에 대입하면 $m = -5$ 또는 $m = 7$

70) $m = -8$ 또는 $m = 4$
⇨ 두 근의 차가 2이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+2$로 놓으면
$\alpha + (\alpha+2) = m \quad \therefore m = 2\alpha + 2 \ \cdots$ ㉠
$\alpha(\alpha+2) = -m + 7 \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2 + 2\alpha = -2\alpha - 2 + 7$이므로
$\alpha^2 + 4\alpha - 5 = 0 \quad \therefore \alpha = -5$ 또는 $\alpha = 1$
이것을 ㉠에 대입하면
$m = -8$ 또는 $m = 4$

71) $m = -3$ 또는 $m = 7$
⇨ 두 근의 차가 1이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+1$로 놓으면
$\alpha + (\alpha+1) = m \ \therefore m = 2\alpha + 1 \ \cdots$ ㉠
$\alpha(\alpha+1) = m + 5 \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+1) = (2\alpha+1) + 5$이므로
$\alpha^2 - \alpha - 6 = 0$, $(\alpha+2)(\alpha-3) = 0$
$\therefore \alpha = -2$ 또는 $\alpha = 3$
이것을 ㉠에 대입하면 $m = -3$ 또는 $m = 7$

72) $m = 2$ 또는 $m = 4$
⇨ 두 근의 차가 3이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+3$으로 놓으면
$\alpha + (\alpha+3) = -(m-1) \ \therefore m = -2\alpha - 2 \ \cdots$ ㉠
$\alpha(\alpha+3) = m - 4 \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+3) = (-2\alpha-2) - 4$이므로
$\alpha^2 + 5\alpha + 6 = 0$, $(\alpha+2)(\alpha+3) = 0$
$\therefore \alpha = -2$ 또는 $\alpha = -3$
이것을 ㉠에 대입하면 $m = 2$ 또는 $m = 4$

73) $m = -2$ 또는 $m = 12$
⇨ 두 근의 차가 5이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+5$로 놓으면
$\alpha + (\alpha+5) = m - 1 \ \therefore m = 2\alpha + 6 \ \cdots$ ㉠
$\alpha(\alpha+5) = 2m \ \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+5) = 2(2\alpha+6)$이므로
$\alpha^2 + \alpha - 12 = 0$, $(\alpha+4)(\alpha-3) = 0$
$\therefore \alpha = -4$ 또는 $\alpha = 3$
이것을 ㉠에 대입하면 $m = -2$ 또는 $m = 12$

74) $m = -3$ 또는 $m = 2$
⇨ 두 근의 차가 5이므로 두 근을 $p, p+5$이라고 하면
(ⅰ) $p + (p+5) = 2m - 1$, $2p = 2m - 6$
$\therefore p = m - 3 \ \cdots$ ㉠
(ⅱ) $p \cdot (p+5) = -2m$
㉠을 대입하면
$(m-3)(m+2) = -2m$
$m^2 + m - 6 = 0$, $(m+3)(m-2) = 0$
$\therefore m = -3$ 또는 $m = 2$

75) $m = 0$ 또는 $m = 2$
⇨ 두 근의 차가 1이므로 두 근을 $p, p+1$이라고 하면
(ⅰ) $p + (p+1) = 2m + 1 \ \therefore p = m \ \cdots$ ㉠
(ⅱ) $p \cdot (p+1) = 3m$
㉠을 대입하면
$m(m+1) = 3m$, $m^2 - 2m = 0$, $m(m-2) = 0$
$\therefore m = 0$ 또는 $m = 2$