단원 ISSUE

이 단원에서는 **시그마의 뜻과 기본 성질에 대한 문제, 자연수의 거듭제곱의 합 공식을 이용하여 계산하는 문제, 분수 꼴로 된 수열의 합을 구하는 문제** 등이 자주 출제되며 시그마의 기본 성질이 성립하는 조건을 분명히 이해하고 기본 공식들을 암기하여 계산 실수가 생기지 않도록 학습합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 수열 $\{a_n\}$에 대해 $\sum_{k=1}^{2n} a_k = 40$, $\sum_{k=1}^{n} a_k = 10$이고, 상수 p, q에 대해 $\sum_{k=n+1}^{2n} pa_k = 120$, $p+q=13$을 만족할 때, pq의 값을 구하면?

① 9　② 18
③ 27　④ 36
⑤ 45

[스스로 확인하기]

2. $\sum_{k=1}^{n}(k^2+3k) - \sum_{k=1}^{n-1}(k^2-k) = 310$을 만족하도록 하는 자연수 n의 값을 구하면?

① 10　② 11
③ 12　④ 13
⑤ 14

[스스로 확인하기]

3. 등차수열 a_n은 첫째항이 8이고 공차는 4이 다. $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{S_k}$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{13}\right)\right\}$
② $\frac{1}{6}\left\{\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}\right)\right\}$
③ $\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}\right)\right\}$
④ $\frac{1}{6}\left\{\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}\right)\right\}$
⑤ $\frac{1}{12}\left\{\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}\right)\right\}$

[스스로 마무리하기]

4. 수열 $\{a_n\}$에 대해 $\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n}{n+p}$이고, $\sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{2}{3}$일 때, p의 값을 구하면?

① 3　② 4
③ 5　④ 6
⑤ 7

[스스로 마무리하기]

5. 다음과 같이 자연수가 규칙적으로 배열되어 있을 때, 제 1행에서 제 10행까지에 있는 모든 수 의 합을 구하면?

제 1행: 1 제 2행: 1,3 제 3행: 1,3,5 ⋮

① 380　② 385
③ 390　④ 395
⑤ 400

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[스스로 마무리하기]

6. 자연수 n에 대해서 n^2을 $n+3$로 나눈 나머 지를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하면?

① 46 ② 47
③ 48 ④ 49
⑤ 50

[스스로 마무리하기]

7. 첫째항이 4이고 5번째 항이 12인 등차수열 $\{a_n\}$에 대해서 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$일 때, 서로소 p, q에 대해 $p+q$의 값을 구하면?

① 53 ② 54
③ 55 ④ 56
⑤ 57

[스스로 마무리하기]

8. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$에 대해서 $\sum_{k=1}^{n+1} a_{k+1} - \sum_{k=1}^{n} a_k = n^2+5$일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$의 값은?

① 502 ② 503
③ 504 ④ 505
⑤ 506

[스스로 확인하기]

9. 임의의 서로 다른 두 정수 a_n, b_n에 대해서 $a_n + b_n = 20$을 만족한다. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 6$이고 공차가 2인 등차수열이다. $\sum_{k=1}^{5} a_k b_k$의 값을 구하면?

① 440 ② 450
③ 460 ④ 470
⑤ 480

[스스로 확인하기]

10. 이차방정식 $x^2-(n+4)+2n+4=0$의 두 근 α, β에 대해서 $\sum_{n=1}^{10} (n-\alpha)\beta$의 값을 구하면? $(\alpha < \beta)$

① 345 ② 350
③ 355 ④ 360
⑤ 365

[스스로 확인하기]

11. 수열 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \cdots$에서 $\frac{11}{21}$은 제 몇 항인가?

① 49 ② 50
③ 51 ④ 52
⑤ 53

[스스로 마무리하기]

12. $\sum_{k=1}^{10} (2k-c)(k+c)$의 값이 최소가 되는 상수 c의 값이 $\frac{q}{p}$일 때, 서로소 p, q에 대해 $p+q$의 값을 구하면?

① 15 ② 16
③ 17 ④ 18
⑤ 19

실전문제

13. 등식 $\sum_{k=1}^{20} \frac{2^{k+3}+5^k}{4^{k-1}} = a \times \left(\frac{5}{4}\right)^{20} - 32\left(\frac{1}{2}\right)^{20} + b$를 만족시키는 두 자리의 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 30 ② 32
③ 34 ④ 36
⑤ 38

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

14. 등차수열 $\{a_n\}$이 다음을 만족시킨다.

- 수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 정수이다.
- $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=60$
- 수열 $\{a_n\}$의 모든 항 중 85보다 작은 항의 개수는 12이다.

$\sum_{k=1}^{10} ka_{2k-1}$의 값은?

① 5040 ② 5060 ③ 5080 ④ 5100 ⑤ 5120

15. $\sum_{n=1}^{12}\left\{\sum_{k=5}^{12}(n\times 2^{k-1})\right\}+\sum_{k=1}^{12}\left\{\sum_{n=1}^{5}(k\times 2^{n-1})\right\}$의 값은?

① $78(2^{12}+15)$ ② $78(2^{12}-1)$ ③ $156(2^{12}-1)$ ④ $156(2^{12}+15)$ ⑤ $156(2^{12}+1)$

16. 다음은 $[$제n행$]$에 n의 배수를 n개 나열한 것이다.

[제1행]	1			
[제2행]	2	4		
[제3행]	3	6	9	
[제4행]	4	8	12	16
		⋮		

위의 [제1행]부터 [제11행]까지 나열된 수의 총합을 구하면?

① 111 ② 198 ③ 221 ④ 2431 ⑤ 4862

17. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{(2k-3)a_k}{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}=n^2-2n-2-2\sqrt{2}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{24} a_k$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 모든 항이 양수인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이

$$\frac{b_{n+1}}{a_n}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1},\ \frac{b_n}{a_{n+1}}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{3}\frac{b_{2n+1}}{a_{2n-1}}=\frac{q}{p}$이다. 이 때, $p-q$의 값은? (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

① 121 ② 135 ③ 252 ④ 315 ⑤ 363

19. 자연수 n에 대하여 이차방정식 $x^2-nx+3n+2=0$의 두 근을 a_n, b_n이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k{}^2+b_k{}^2)$의 값은?

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

20. 다음 수열에서 $\frac{5}{19}$는 제 몇 항인지 구한 것은?

$\frac{1}{1},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{1},\ \frac{1}{5},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{3},\ \frac{4}{2},\ \frac{5}{1},\ \frac{1}{7},\ \frac{2}{6},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{4},\ \frac{5}{3},\ \frac{6}{2},\ \frac{7}{1},\ \cdots$

① 125 ② 126 ③ 127 ④ 128 ⑤ 129

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] $\sum_{k=1}^{2n} a_k - \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=n+1}^{2n} a_k = 30$이다.

$\sum_{k=n+1}^{2n} p a_k = p \sum_{k=n+1}^{2n} a_k = 30p = 120$이므로 $p=4$이다.

따라서 $q=9$가 되므로 $pq=36$

2) [정답] ①

[해설] $\sum_{k=1}^{n}(k^2+3k) - \sum_{k=1}^{n-1}(k^2-k)$

$= \sum_{k=1}^{n} k^2 + \sum_{k=1}^{n} 3k - \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + \sum_{k=1}^{n-1} k$

$= \left(\sum_{k=1}^{n} k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} k^2\right) + \sum_{k=1}^{n} 3k + \sum_{k=1}^{n-1} k$

$= n^2 + 3 \times \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$

$= 3n^2 + n = 310$ 이므로 $n=10$

3) [정답] ④

[해설] a_n은 첫째항이 8이고 공차가 4이므로

$a_n = 4n+4$이다. 따라서

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = 2n(n+1) + 4n = 2(n^2+3n)$

$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{S_k} = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{6}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+3}\right)$

$= \frac{1}{6}\left\{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{10}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{13}\right)\right\}$

$= \frac{1}{6}\left\{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}\right)\right\}$

4) [정답] ③

[해설] $\sum_{k=1}^{n} a_k = S_n$이라 하면 $S_n = \frac{n}{n+p}$이다.

$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n}{n+p} - \frac{n-1}{n+p-1}$

$= \frac{n(n+p-1) - (n-1)(n+p)}{(n+p)(n+p-1)}$

$= \frac{p}{(n+p)(n+p-1)}$

$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{p}{(k+p)(k+p-1)}$

$= \sum_{k=1}^{10} p\left(\frac{1}{k+p-1} - \frac{1}{k+p}\right)$

$= p\left\{\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} + \cdots + \frac{1}{p+9}\right) - \left(\frac{1}{p+1} + \cdots + \frac{1}{p+10}\right)\right\}$

$= p\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+10}\right) = 1 - \frac{p}{p+10} = \frac{2}{3}$ 이므로

$p=5$

5) [정답] ②

[해설] 제 1행의 합은 1, 제 2행의 합은 4, 제 3행의 합은 9, 제 4행의 합은 16 으로 제 n행의 합은 n^2이 된다.

제1 행에서 제10 행까지에 있는 모든 수의 합은

$1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2 = \sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$

$= 35 \times 11 = 385$

6) [정답] ②

[해설] $n=1$일 때, $a_1=1$

$n=2$일 때, $a_2=4$

$n=3$일 때, $a_3=3$

$n=4$일 때, $a_4=2$

$n=5$일 때, $a_5=1$

$n=6$일 때, $a_6=0$

$n=7$일 때, $a_7=9$

$n=8$일 때, $a_8=9$

$\vdots$

즉, n이 7이상일 때 $a_n=9$이다.

따라서 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 1+4+3+2+1+0+9 \times 4 = 47$

7) [정답] ①

[해설] 첫째항이 4이고 5번째 항이 12인 등차수열의 일반항은 $a_n = 2n+2$이다.

$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(2k+2)(2k+4)}$

$= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right)$

$= \frac{1}{4}\left\{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{11}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{12}\right)\right\}$

$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right) = \frac{5}{48}$

따라서 $p+q=53$이다.

8) [정답] ⑤

[해설] $\sum_{k=1}^{n+1} a_{k+1} - \sum_{k=1}^{n} a_k$

$= (a_2 + a_3 \cdots + a_{n+2}) - (a_1 + a_2 + \cdots a_n)$

$= (a_{n+1} + a_{n+2} - a_1)$

$= a_{n+1} + a_{n+2} - 2 = n^2 + 5$ 이므로

$a_{n+1} + a_{n+2} = n^2 + 7$

$a_2 + a_3 = 1^2 + 7$

$a_4 + a_5 = 3^2 + 7$

$a_6 + a_7 = 5^2 + 7$

$\vdots$

$a_{14} + a_{15} = 13^2 + 7$

$\sum_{k=1}^{15} a_k = a_1 + \sum_{p=1}^{7} \{(2p-1)^2 + 7\}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

$=2+\sum_{p=1}^{7}(4p^2-4p+8)$

$=58+4\times\frac{7\times8\times15}{6}-4\times\frac{7\times8}{2}$

$=506$

9) [정답] ③

[해설] $a_1=6$이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n=2n+4$이다. $a_n+b_n=20$을 만족하므로 $b_n=16-2n$을 만족한다.

$a_nb_n=(2n+4)(16-2n)=-4n^2+24n+64$

$\sum_{k=1}^{5}a_kb_k=\sum_{k=1}^{5}(-4k^2+24k+64)$

$=-4\times\frac{5\times6\times11}{6}+24\times\frac{5\times6}{2}+64\times5$

$=-220+360+320=460$

10) [정답] ①

[해설] $x^2-(n+4)+2n+4=(x-2)(x-n-2)=0$

따라서 $(\alpha<\beta)$이므로 두 근은 $\alpha=2$, $\beta=n+2$,

$\sum_{n=1}^{10}(n-2)(n+2)=\sum_{n=1}^{10}(n^2-4)$

$=\frac{10\times11\times21}{6}-40$

$=385-40=345$

11) [정답] ③

[해설] 분모가 3인 분수의 개수는 1개

분모가 5인 분수의 개수는 2개

분모가 7인 분수의 개수는 3개 이므로

분모가 21인 분수의 개수는 10개다.

따라서 분모가 21이전의 분수의 개수는

$1+2+3+\cdots+9=45$ 개가 된다.

제 46항부터 나열하면

$\frac{1}{21},\frac{3}{21},\frac{5}{21},\frac{7}{21},\frac{9}{21},\frac{11}{21}$이므로

$\frac{11}{21}$은51번째 항이라는 것을 알 수 있다.

12) [정답] ①

[해설] $\sum_{k=1}^{10}(2k-c)(k+c)=\sum_{k=1}^{10}(2k^2+kc-c^2)$

$=\frac{2}{6}\times10\times11\times21+c\times\frac{10\times11}{2}-10c^2$

$=-10c^2+55c+2\times385$ 이므로

$c=\frac{11}{4}$일 때, 최솟값을 가진다.

따라서 $p+q=15$이다.

13) [정답] ②

[해설] $\sum_{k=1}^{20}\frac{2^{k+3}+5^k}{4^{k-1}}=\sum_{k=1}^{20}\frac{16}{2^{k-1}}+\sum_{k=1}^{20}5\times\left(\frac{5}{4}\right)^{k-1}$

$=\frac{16\times\left(1-\frac{1}{2^{20}}\right)}{1-\frac{1}{2}}+\frac{5\times\left(\left(\frac{5}{4}\right)^{20}-1\right)}{\frac{5}{4}-1}$

$=20\times\left(\frac{5}{4}\right)^{20}-32\times\left(\frac{1}{2}\right)^{20}+12$

$a=20,\ b=12$

$\therefore a+b=32$

14) [정답] ②

[해설] $\frac{5(2a+8d)}{2}=60$에서 $a=-4d+12$ $\cdots$㉠

85보다 작은 항의 개수는 12이므로 $a_{12}<85$, $a_{13}\geq85$에서 $a+11d<85$, $a+12d\geq85$

㉠을 대입하여 정리하면

$12+7d<85$, $12+8d\geq85$에서

$9.\mathrm{xx}\leq d<10.\mathrm{xx}$

$\therefore d=10$ (수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 정수이므로),

$a=-28$

$a_n=10n-38$, $a_{2n-1}=20n-48$

$\therefore\sum_{k=1}^{10}(20k^2-48k)=7700-2640=5060$

15) [정답] ①

[해설] $\sum_{n=1}^{12}\left\{\sum_{k=5}^{12}(n\times2^{k-1})\right\}+\sum_{k=1}^{12}\left\{\sum_{n=1}^{5}(k\times2^{n-1})\right\}$

$=\sum_{n=1}^{12}\left(n\sum_{k=5}^{12}2^{k-1}\right)+\sum_{k=1}^{12}\left(k\sum_{n=1}^{5}2^{n-1}\right)$

$=\sum_{k=5}^{12}2^{k-1}\sum_{n=1}^{12}n+\sum_{n=1}^{5}2^{n-1}\sum_{k=1}^{12}k$

$=\frac{2^4(2^8-1)}{2-1}\times\frac{12\times13}{2}+\frac{2^5-1}{2-1}\times\frac{12\times13}{2}$

$=(2^{12}-16)\times78+31\times78=78(2^{12}+15)$

16) [정답] ④

[해설] 제n행에 나열된 수의 총합은

$\sum_{k=1}^{n}nk=n\times\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n^2(n+1)}{2}=\frac{n^3+n^2}{2}$

따라서 제1행부터 제11행까지 나열된 수의 총합은

$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{11}(n^3+n^2)=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{11\times12}{2}\right)^2+\left(\frac{11\times12\times23}{6}\right)\right\}$

$=2431$

17) [정답] ⑤

[해설] $S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{(2k-3)a_k}{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}=n^2-2n-2-2\sqrt{2}$이라 하고, $n=1$을 대입하면

$S_1=-\frac{a_1}{\sqrt{2}-1}=-3-2\sqrt{2}$이므로

$a_1=\sqrt{2}+1$이다.

또한, $n\geq2$에서

$\dfrac{(2n-3)a_n}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}=S_n-S_{n-1}=2n-3$이므로

$a_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$이다.

따라서 구하고자 하는 값은

$\displaystyle\sum_{k=1}^{24}a_k=(\sqrt{2}+1)+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+(-\sqrt{3}+\sqrt{4})$

$+\ \cdots\ +(-\sqrt{24}+5)=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+5=6$이다.

18) [정답] ①

[해설] 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r_a,

등비수열 $\{b_n\}$의 공비를 r_b라 하자.

$\dfrac{b_{n+1}}{a_n}=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$에 $n=1$, $n=2$를 대입하면

$\dfrac{b_2}{a_1}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$, $\dfrac{b_3}{a_2}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$이고

$\dfrac{b_n}{a_{n+1}}=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$에 $n=1$, $n=2$를 대입하면

$\dfrac{b_1}{a_2}=\dfrac{2}{3}\times 2$, $\dfrac{b_2}{a_3}=\dfrac{2}{3}$이다.

따라서 $\dfrac{b_2}{a_1}\div\dfrac{b_2}{a_3}=\dfrac{a_3}{a_1}={r_a}^2=\dfrac{1}{4}$이고,

$\dfrac{b_3}{a_2}\div\dfrac{b_1}{a_2}=\dfrac{b_3}{b_1}={r_b}^2=\dfrac{1}{16}$이므로

$r_a=\dfrac{1}{2}$, $r_b=\dfrac{1}{4}$이다. ($\because r_a>0$, $r_b>0$)

$\therefore a_n=a_1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$, $b_n=b_1\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}$

$\dfrac{b_2}{a_1}=\dfrac{b_1}{a_1}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$이므로 $\dfrac{b_1}{a_1}=\dfrac{2}{3}$이다.

따라서 $a_1=3k$, $b_1=2k$라 하면 (단, $k>0$)

$a_n=3k\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$, $b_n=2k\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}$이다.

$\dfrac{b_{2n+1}}{a_{2n-1}}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2n+2}$이므로

수열 $\left\{\dfrac{b_{2n+1}}{a_{2n-1}}\right\}$은 첫째항이 $\dfrac{1}{24}$이고, 공비가 $\dfrac{1}{4}$인

등비수열이다.

따라서 구하고자 하는 값은

$\displaystyle\sum_{n=1}^{3}\frac{b_{2n+1}}{a_{2n-1}}=\frac{1}{24}\times\frac{\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^3\right\}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{7}{128}$이므로

$p=128$, $q=7$이다. $\therefore p-q=121$

19) [정답] ①

[해설] $x^2-nx+3n+2=0$의 두 근이 a_n, b_n이므로

근과 계수와의 관계에 의해

$a_n+b_n=n$, $a_nb_n=3n+2$

${a_k}^2+{b_k}^2=(a_k+b_k)^2-2a_kb_k$

$=k^2-2\times(3k+2)=k^2-6k-4$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}({a_k}^2+{b_k}^2)=\sum_{k=1}^{10}(k^2-6k-4)$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{10}k^2-6\sum_{k=1}^{10}k-4\times10$

$=385-330-40=15$

20) [정답] ②

[해설] 주어진 수열을 나누어 보면

$\dfrac{1}{1}$ (분자)+(분모)=2

$\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{2},\dfrac{3}{1}$ (분자)+(분모)=4

$\dfrac{1}{5},\dfrac{2}{4},\dfrac{3}{3},\dfrac{4}{2},\dfrac{5}{1}$ (분자)+(분모)=6

$\dfrac{1}{7},\dfrac{2}{6},\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{4},\dfrac{5}{3},\dfrac{6}{2},\dfrac{7}{1}$ (분자)+(분모)=8

$\vdots$

$\dfrac{5}{19}$는 분자와 분모의 합이 24이므로

12번째 그룹의 5번째에 속한다.

따라서 1번째부터 11번째 그룹까지의 항의 개수는

$\displaystyle\sum_{k=1}^{11}(2k-1)=2\sum_{k=1}^{11}k-\sum_{k=1}^{11}1=2\times\frac{11\times12}{2}-11=121$

이므로 $\dfrac{5}{19}$는 $121+5$ 즉, 제126항이다.

I410-ECN-0199-2021-001-001401574