



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-13  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [합성함수]

두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 에 대하여  
 $g \circ f: X \rightarrow Z, (g \circ f)(x) = g(f(x))$

### 기본문제

[문제]

1. 두 함수  $f(x) = x - 1, g(x) = 2x^2 - 3$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① -4                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 4

[예제]

2. 두 함수  $f(x) = 3x + 1, g(x) = -2x + 2$ 에 대하여  
합성함수  $(g \circ f)(x)$ 를 바르게 구한 것은?

- ①  $y = -6x$                       ②  $y = -6x - 4$   
③  $y = -6x + 5$                       ④  $y = -6x - 3$   
⑤  $y = -6x + 7$

[문제]

3. 두 함수  $f(x) = 3x - 2, g(x) = x^2 + 2$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(0) + (f \circ g)(1)$ 의 값은?

- ① 11                        ② 12  
③ 13                        ④ 14  
⑤ 15

[문제]

4. 세 함수  $(f \circ g)(x) = x^2 - 1, h(x) = 2x - 3$ 에  
대하여  $(f \circ (g \circ h))(0)$ 의 값은?

- ① -5                        ② -1  
③ 3                         ④ 5  
⑤ 8

### 평가문제

[중단원 마무리]

5. 두 함수  $f(x) = 3x - 1, g(x) = x^3 - 2x + 1$ 에 대하  
여  $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 2                        ② 3  
③ 4                        ④ 5  
⑤ 6

[중단원 마무리]

6. 두 함수  $f(x) = x - 3, g(x) = ax + 2$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(x) = 2x + b$ 가 성립할 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  
 $a + b$ 의 값은?

- ① -4                        ② -2  
③ 0                        ④ 2  
⑤ 4

[중단원 마무리]

7. 두 함수  $f(x) = -3x + 2, g(x) = 2x + a$ 에 대하여  
 $f \circ g = g \circ f$ 가 항상 성립하도록 하는 상수  $a$ 의 값  
은?

- ① 1                        ②  $\frac{1}{2}$   
③ 0                        ④  $-\frac{1}{2}$   
⑤ -1

[중단원 마무리]

8. 두 함수  $f(x) = 2x - 1, g(x) = 4x + 7$ 에 대하여  
 $f \circ h = g$ 를 만족시키는 일차함수  $h(x)$ 는?

- ①  $h(x) = -4x + 6$                       ②  $h(x) = 2x - 4$   
③  $h(x) = 4x + 7$                       ④  $h(x) = 2x + 3$   
⑤  $h(x) = 2x + 4$

유사문제

[중단원 마무리]

9. 함수  $f(x) = ax + 3$  ( $a \neq 0$ )에 대하여 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(f \circ f)(x) = x$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 2

[중단원 마무리]

10. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가

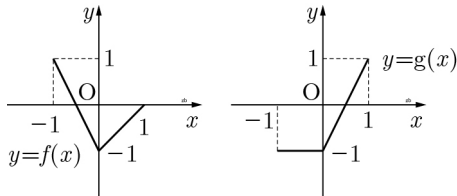
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & (x = 3k) \\ x+1 & (x \neq 3k) \end{cases} \quad (k \text{는 자연수}) \text{일 때,}$$

$f^n(10) = 1$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?  
(단,  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ )

- ① 6                        ② 7  
③ 8                        ④ 9  
⑤ 10

[중단원 마무리]

11. 집합  $X = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(f \circ g)(-1) + (g \circ f)(1)$ 의 값은?



- ① -2                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 2

[대단원 마무리]

12. 두 함수  $f(x) = ax + b$ ,  $g(x) = 3x - 1$ 이

$f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는  $b$ 의 값에 관계없이 항상 한 점  $(c, d)$ 를 지난다. 이때,  $c + d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수이다.)

- ① 0                        ② 1  
③ 2                        ④ 3  
⑤ 4

13. 두 함수  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = x^2 - x$ 에 대하여  $(g \circ f)(4)$ 의 값은?

- ① 1                        ② 2  
③ 3                        ④ 4  
⑤ 5

14. 자연수 전체의 집합  $N$ 에서  $N$ 로의 함수  $f(x)$ 가

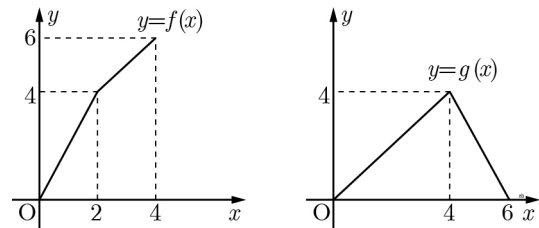
$$\text{있다. } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x-1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases} \text{이고, } f^1 = f,$$

$f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f \circ f \circ f$ , ...라 할 때,  $f^n(80) = 1$ 을 만족하는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 5                        ② 6  
③ 7                        ④ 8  
⑤ 9

15. 두 함수  $y = f(x)$  ( $0 \leq x \leq 4$ ),

$y = g(x)$  ( $0 \leq x \leq 6$ )의 그래프가 다음 그림과 같이 각각 2개의 선분으로 이루어져 있을 때,  $(g \circ f)(1) + (f \circ g)(3)$ 의 값은?



- ① 5                        ② 6                        ③ 7  
④ 8                        ⑤ 9

16. 두 함수  $f(x) = 2x - 3$ ,  $g(x) = ax + b$ 가

$f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 함수  $y = g(x)$ 의 그래프는  $a$ 의 값에 관계없이 항상 한 점을 지난다. 이점의 좌표를 구하면? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① (3, 3)                      ② (-3, 3)  
③ (3, -3)                    ④ (2, -3)  
⑤ (3, -2)

17. 함수  $f(x) = ax + b$  ( $a < 0$ )가

$(f \circ f)(x) = 16x - 6$ 를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수)

- ① -1                                  ② -2  
③ -3                                  ④ -4  
⑤ -5

18. 두 함수  $f(x) = x + 2$ 와  $g(x) = -x^2 + 1$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(x)$ 를 구하면?

- ①  $-x^2 - 4x - 3$                       ②  $-x^2 - 4x$   
③  $x^2 - 4x - 3$                       ④  $x^2 + 4x$   
⑤  $x^2 + 4x + 3$

19. 함수  $f(x) = ax + b$  ( $a > 0$ )가

$(f \circ f)(x) = 4x - 6$ 를 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수)

- ① -1                                  ② -2  
③ -3                                  ④ -4  
⑤ -5

20. 세 함수  $f, g, h$ 에 대하여

$f(x) = x - 1$ ,  $(h \circ g)(x) = 2x + 5$ 일 때,  
 $(h \circ (g \circ f))(3)$ 의 값은?

- ① 8                                      ② 9  
③ 10                                    ④ 11  
⑤ 12

21. 함수  $f(x) = x - 3$ 에서  $f^1(x) = f(x)$ ,

$f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$  (단,  $n$ 은 자연수)로 정의할  
때,  $f^{15}(k) = 10$ 을 만족시키는 상수  $k$ 의 값은?

- ① 25                                  ② 31  
③ 37                                  ④ 46  
⑤ 55



## 정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설]  $(g \circ f)(2) = g(f(2))$   
 $= g(1) = 2 - 3 = -1$ 이다.

2) [정답] ①

[해설]  $(g \circ f) = g(f(x))$ 이므로  
 $g(f(x)) = g(3x+1) = -2(3x+1) + 2 = -6x$

3) [정답] ③

[해설]  $(g \circ f)(0) + (f \circ g)(1)$   
 $= g(f(0)) + f(g(1))$   
 $= g(-2) + f(3)$   
 $= 6 + 7 = 13$ 이다.

4) [정답] ⑤

[해설]  $(f \circ (g \circ h))(0) = ((f \circ g) \circ h)(0)$ 이므로  
 $(f \circ g)(h(0)) = (f \circ g)(-3)$   
 $= (-3)^2 - 1 = 8$ 이다.

5) [정답] ④

[해설]  $(g \circ f)(1) = g(f(1))$   
 $= g(2) = 2^3 - 2 \times 2 + 1 = 5$ 이다.

6) [정답] ②

[해설]  $(g \circ f)(x) = 2x + b$ 에서  
 $g(f(x)) = 2x + b$   
 $a(x-3) + 2 = 2x + b$   
따라서  $a = 2$ 이고,  $b = -4$ 이므로  
 $a + b = -2$ 이다.

7) [정답] ④

[해설]  $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하므로  
 $-3(2x+a) + 2 = 2(-3x+2) + a$   
 $-3a + 2 = 4 + a$   
 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

8) [정답] ⑤

[해설]  $f \circ h = g$ 이므로  $f(h(x)) = g(x)$ 이다.  
즉,  $2h(x) - 1 = 4x + 7$   
 $h(x) = 2x + 4$ 이다.

9) [정답] ②

[해설]  $(f \circ f)(x) = x$ 이므로  
 $a(ax+3) + 3 = x$   
 $a^2x + 3a + 3 = x$   
위의 항등식이 만족하기 위해  
 $a^2 = 1$ ,  $3a + 3 = 0$ 이 성립해야한다.  
따라서  $a = -1$ 이다.

10) [정답] ③

[해설]  $f^1(10) = 11$ ,  $f^2(10) = 12$ ,  $f^3(10) = 4$

,  $f^4(10) = 5$ ,  $f^5(10) = 6$ ,  $f^6(10) = 2$ ,  
 $f^7(10) = 3$ 이므로  $f^8(10) = f(3) = \frac{3}{3} = 1$ 이다.  
따라서 자연수  $n$ 의 최솟값은 8이다.

11) [정답] ③

[해설]  $(f \circ g)(-1) + (g \circ f)(1)$   
 $= f(g(-1)) + g(f(1))$   
 $= f(-1) + g(0) = 1 + (-1) = 0$ 이다.

12) [정답] ②

[해설]  $f \circ g = g \circ f$ 이므로  
 $a(3x-1) + b = 3(ax+b) - 1$   
 $-a + b = 3b - 1$   
 $a = -2b + 1$   
따라서  $f(x) = b(1-2x) + x$ 가 되므로  
 $b$ 의 값에 상관없이  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다.  
따라서  $c = d = \frac{1}{2}$ 이므로  $c + d = 1$ 이다.

13) [정답] ②

[해설]  $g(f(x))$ 에  $x = 4$ 를 대입하면,  
 $g(f(4)) = g(2) = 2$ 이다.

14) [정답] ②

[해설]  $f(80) = 40$   
 $f^2(80) = f(40) = 20$   
 $f^3(80) = f(20) = 10$   
 $f^4(80) = f(10) = 5$   
 $f^5(80) = f(5) = 2$   
 $f^6(80) = f(2) = 1$   
따라서  $n$ 의 최솟값은 6이다.

15) [정답] ③

[해설]  $0 \leq x \leq 2$ 일 때,  $f(x) = 2x$   
 $2 < x \leq 4$ 일 때,  $y - 4 = \frac{6-4}{4-2}(x-2)$ ,  $f(x) = x + 2$   
 $0 \leq x \leq 4$ 일 때,  $g(x) = x$   
 $(g \circ f)(1) + (f \circ g)(3) = g(f(1)) + f(g(3))$   
 $= g(2) + f(3) = 2 + 5 = 7$

16) [정답] ①

[해설]  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2(ax+b) - 3$   
 $= 2ax + 2b - 3$   
 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = a(2x-3) + b = 2ax - 3a + b$   
 $f \circ g = g \circ f$ 이므로  $2b - 3 = -3a + b$   
 $b = -3a + 3$   
 $g(x) = ax - 3a + 3 = a(x-3) + 3$   
 $\therefore a$ 의 값에 관계없이  $(3, 3)$ 을 지난다.

17) [정답] ②

[해설]  $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = a(ax+b) + b$   
 $= a^2x + ab + b = 16x - 6$

$$a^2 = 16 \text{에서 } a = -4$$

$$ab + b = -6 \text{에서 } b = 2$$

$$f(x) = -4x + 2$$

$$\therefore f(1) = -2$$

18) [정답] ①

$$\begin{aligned} \text{[해설]} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = -(x+2)^2 + 1 \\ &= -x^2 - 4x - 3 \end{aligned}$$

19) [정답] ④

$$\begin{aligned} \text{[해설]} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = a(ax+b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$a^2 = 4, \quad ab + b = -6$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 2, \quad b = -2$$

$$f(x) = 2x - 2$$

$$\therefore f(-1) = -4$$

20) [정답] ②

[해설] 합성함수는 결합법칙이 성립한다.

$$f(3) = 3 - 1 = 2 \text{이므로}$$

$$(h \circ g)(2) = 2 \times 2 + 5 = 9$$

$$\therefore (h \circ (g \circ f))(3) = ((h \circ g) \circ f)(3) = 9$$

21) [정답] ⑤

$$\text{[해설]} f(x) = x - 3$$

$$f^2(x) = f(f(x)) = f(x - 3) = x - 6$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x - 6) = x - 9$$

$$\vdots$$

$$f^n(x) = x - 3n \text{이므로}$$

$$f^{15}(k) = k - 45 = 10 \text{이고 } k = 55 \text{이다.}$$