

# 수**학 | 고1** 교과서 변형문제 <mark>발전</mark>



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-11
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 단원 ISSUE /

이 단원에서는 **도형의 평행이동과 대칭이동을 묻는 문제**가 자주 출제됩니다.

계산력도 중요하지만 이 단원은 주어진 그래프를 문제에서 요구하는 상황에 맞게 이동시키는 문제가 자주 출제되므로 평행이동과 대칭이동에 관한 정확한 개념 이해가 필수적으로 요구됩니다.

또한, 이를 응용하여 거리의 최솟값을 묻는 문제가 자주 출제되므로 관련 유형을 중점적으로 학습합니다.

#### 평가문제

#### [소단원 확인 문제]

- **1.** 점 (5,1)을 점 (2,-1)로 옮기는 평행이동에 의하여 원  $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 의 중심이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?
  - $\bigcirc (-2, -6)$
- $\bigcirc$  (-4,1)
- ③ (2,0)
- **4** (4,0)
- (5)(-2,-4)

#### [소단원 확인 문제]

- **2.** 원  $x^2 + (y+1)^2 = 25$ 를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 원이 x 축에 의하여 잘린 현의 길이를 구하면?
  - $\bigcirc$  5
- ②  $5\sqrt{2}$
- 3 8
- (4)  $5\sqrt{3}$
- (5) 10

[소단원 확인 문제]

- **3.** 원  $x^2+y^2+6x-4y+4=0$ 을 원  $x^2+y^2=9$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 y=-2x+1이 ax+y+b=0으로 옮겨질 때, 두 상수 a, b의 합 a+b의 값을 구하면?
  - $\bigcirc -5$
- 2 4
- 3 3
- (4) -2
- (5) -1

[소단원 확인 문제]

- **4.** 점 (x, y)를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 (1, 3)은 점 (-1, 5)로 옮겨진다. 이 평행이동에 의하여점 (2, 4)로 옮겨지는 점은? (단, m, n은 상수이다.)
  - $\bigcirc$  (0, 2)
- (2)(0,6)
- (3)(1,3)
- (4, 2)
- (5) (4, 6)

[중단원 연습 문제]

- **5.** 직선 x+2y=5를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때,  $\triangle OPQ$ 의 넓이를 구하면? (단, O는 원점)
  - ① 15
- ② 20
- 325
- **4** 30
- **⑤** 35

### [대단원 종합 문제]

- **6.** 원  $x^2 + y^2 2x + 10y 10 = 0$ 과 이 원을 x 축의 방향으로 a만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동 한 원의 공통현의 길이가 4일 때, 모든 실수 a의 값의 곱을 구하면?
  - 100
- $\bigcirc$  -114
- ③ 127
- $\bigcirc$  -127
- $\bigcirc$  -146

### [대단원 종합 문제]

- **7.** 곡선  $y=x^2+2x+3$  을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행 이동하여 꼭깃점이 원점에서 5 만큼 떨어져 있도록 할 때, m,n 사이의 관계식을 구하면?
  - ①  $m^2 + n^2 = 25$
  - ②  $(m-1)^2 + (n-2)^2 = 25$
  - $(m+1)^2 + (n-2)^2 = 25$
  - $(m-1)^2 + (n+2)^2 = 25$
  - $(m+1)^2 + (n+2)^2 = 25$

# [중단원 연습 문제]

- 8. 두 점 (1, 2), (3, 4)를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점을 각각 A, B라고 하자. 점 C(-2, -3)일 때, 삼각형 ABC는  $\angle A = 90$ °인 직각삼각형이다. 점 (a, b)가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?
  - ①  $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 4$
  - $(x+5)^2 + (y+7)^2 = 4$
  - 3x+y+8=0
  - 4 x+y-8=0
  - 5 2x+y+4=0

#### [중단원 연습 문제]

- 9. 직선 y = mx + n을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 옮기는 평행이동하면 직선  $y = \frac{1}{3}x + 2$ 와 y 축 위의 점에서 수직으로 만난다. 두 상수 m, n의 합 m + n의 값을 구하면?
- ① -2
- ③ 0
- **4**) 1

⑤ 2

#### [소단원 확인 문제]

- 10. 점 (x, y)을 점(x+a, y+b)으로 옮기는 평행이 동에 의해 포물선  $y=2x^2+x-4$ 를 평행이동하면 포물선  $y=2x^2-7x+9$ 와 일치하였다. 이때 a+b의 값을 구하면?
  - 1 1
- ② 3
- 3 5

4 7

**⑤** 9

#### [중단원 연습 문제]

- **11.** 평행이동  $f:(x,y) \rightarrow (x+k,y-1)$ 에 의하여 원  $(x+1)^2+y^2=9$ 를 평행이동한 원이 y축에 접할 때, 모든 실수 k의 값의 곱을 구하면?
  - (1) 8
- $\bigcirc -5$
- 3 2
- **(4)** 6
- (5) 10

# [소단원 확인 문제]

- **12.** 원  $x^2+y^2+2x-8y+1=0$ 을 x축에 대하여 대칭이 등한 후 다시 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 원의 방정식의 중심의 좌표가 (a,b)일 때, 상수 a,b의 곱 ab의 값을 구하면?
  - $\bigcirc 12$
- $\bigcirc -10$

③ 5

- **4**) 12
- ⑤ 14

#### [소단원 확인 문제]

- **13.** 원  $x^2 + y^2 4ax + 6by = 0$ 을 원점에 대하여 대칭 이동한 원의 중심이 포물선  $y = 2x^2 + 8x + 11$ 의 꼭 짓점과 일치할 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값을 구하 면?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$

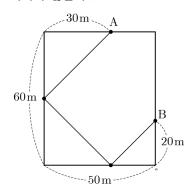
③ 1

**4** 2

⑤ 3

#### [소단원 확인 문제]

14. 그림과 같이 담으로 둘러싸인 직사각형 모양의 평평한 방이 있다. 공이 A지점에서 출발하여 그림 과 같이 서로 다른 담의 두 지점을 지나 B지점까지 최단거리로 이동할 때, 그 이동거리는? (단, 담의 두 께는 고려하지 않는다.)



- ① 40 m
- ②  $40\sqrt{2}$  m
- 3 80 m
- 4)  $80\sqrt{2}$  m
- ⑤ 160 m

- [중단원 연습 문제]
- **15.** 점 (2, 1)을 직선 y=x에 대하여 대칭이동한 점 을 A라고 할 때, 점 A를 지나고 원  $x^2+y^2=1$ 에 접하는 직선 중 y축에 평행하지 않은 직선의 x절편 을 구하면?
- $\bigcirc -\frac{4}{3}$
- $3 \frac{5}{4}$
- $\frac{3}{4}$

#### [중단원 연습 문제]

- **16.** 점 P(2, 1)을 직선 y = x에 대하여 대칭이동한 점을 Q, y축에 대하여 대칭이동한 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 구하면?

  - $(5)\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$

# [중단원 연습 문제]

- **17.** 원  $x^2+y^2+2x-4y=0$ 을 원점에 대하여 대칭이 동한 후, 다시 직선 y = x에 대하여 대칭이동한 원 이 x축에 의하여 잘린 현의 길이를 구하면?
  - $\bigcirc$  2

 $\bigcirc \sqrt{5}$ 

3 4

(4)  $2\sqrt{5}$ 

(<del>5</del>) 8

# [중단원 연습 문제]

- **18.** 원  $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 를 직선 y = x에 대하여 대칭 이동한 도형의 내부와 처음 원의 내부의 공통부분의 넓이를 구하면?
  - $\bigcirc$   $\pi 2$
- ②  $2\pi 2$
- $3) 4\pi 4$
- $(4) 2\pi 4$
- (5)  $2\pi 1$

# [중단원 연습 문제]

- **19.** 직선 2x-y+3=0을 직선 y=x에 대하여 대칭 이동한 직선은 직선 y = ax + b와 수직이고, 직선 y = ax + b를 원점에 대하여 대칭이동한 직선은 직선 2x-y+3=0과 점 (k, k+2)에서 만난다. 두 상수 a, b의 합 a+b의 값은? (단, k는 상수이다.)
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$
- 3 0

**4**) 1

(5) 2

### [중단원 연습 문제]

- **20.** 두 원  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ,  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 1$ 이 직선 l에 대하여 서로 대칭 일 때, 직선 l의 방정식은?
  - ① y = -2x + 2
- ② y = -x + 2
- y = -x + 3
- (4) y = x + 2
- ⑤ y = 2x + 2

# [중단원 연습 문제]

- **21.** 원  $x^2 + y^2 6x 4y + 9 = 0$ 을 y축에 대하여 대칭 이동하면 직선 y = mx에 접할 때, 모든 상수 m의 값의 합을 구하면?
  - ①  $-\frac{12}{5}$
- ② -1
- $3 \frac{4}{5}$
- **4** 1

(5) 2

## [중단원 연습 문제]

- **22.** 두 점 A(1, -1), B(3, 2)와 직선 4x-6y+3=0 위의 점 P에 대하여  $\overline{AP}+\overline{PB}$ 의 최 솟값을 구하면?
  - 1
- ② 2
- 3 3
- **4** 4
- (5) 5

- [소단원 확인 문제]
- **23.** 제1사분면 위의 점 (a, b)를 y축에 대하여 대칭 이동하고 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 가  $(a^2-3a, b^2+b-3)$ 일 때, a+b의 값을 구하면?
  - 1 1
- ② 2
- 3 3
- 4
- **⑤** 5

### [대단원 종합 문제]

- **24.**  $\sqrt{(x-2)^2+5^2}+\sqrt{(x-4)^2+1^2}$  의 최솟값이 m 일 때,  $m^2$  의 값을 구하면? (단, x 는 실수이다.)
  - 1) 20
- ② 26
- ③ 32
- **4**0
- (5) 48

#### [대단원 종합 문제]

- **25.** 좌표평면 위를 움직이는 점 P(x,y)는 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 점 P가 점 (1,0)을 출발한 후 301번째 도착하는 점의 x, y좌표의 합을 구하면?
- (7) x > y 이면 직선 y = x 에 대하여 대칭이동한다.
- (나)  $x \le y$ 이면 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.
- ① 182
- ② 190
- 3 201
- ② 213
- ⑤ 227

## [대단원 종합 문제]

- **26.** 직선 3x+4y+a=0을 원점에 대하여 대칭이동하였더니 원  $(x-4)^2+(y+1)^2=4$ 에 접하였다. 이때 양수 a의 값을 구하면?
  - ① 15
- ② 18
- ③ 20
- ② 24
- (5) 28

## [소단원 확인 문제]

- **27.** 직선 x-3y+2=0을 원점에 대하여 대칭이동한 후, 직선 y=x에 대하여 대칭이동한 직선이 원  $(x-a)^2+(y+1)^2=1$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하면?
  - ① 3
- 2 1
- 30
- (4) -1
- (5) -3

# 4

#### 정답 및 해설

### 1) [정답] ⑤

[해설] 점 (5,1)을 점 (2,-1)로 옮기는 평행이동은 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.  $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 에서  $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 이고 원의 중심의 좌표는 (1,-2)이고 점 (1,-2)가 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하는 점은 (1-3,-2-2), 즉 (-2,-4)이다.

### 2) [정답] ⑤

[해설] 원  $x^2+(y+1)^2=25$ 를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면  $(x+2)^2+y^2=25$ 이다. x축과 만나는 교점의 x좌표는 y=0을 대입하면  $(x+2)^2=25$   $x+2=\pm 5$ 이므로 x=-7 또는 x=3이다. 따라서 구하는 현의 길이는 3-(-7)=10이다.

## 3) [정답] ③

[해설] 원  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ 은  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 로 나타낼 수 있고 이 원을 x 축의 방향으로 m만큼, y 축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원의 방정식은  $(x-m+3)^2 + (y-n-2)^2 = 9$ 이다. 이 원이  $x^2 + y^2 = 9$ 와 일치하므로 m=3, n=-2이다. 즉, x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 직선 y=-2x+1에 x 대신 x-3, y 대신 y+2를 대입하면 y+2=-2(x-3)+1, 2x+y-5=0이다. 따라서 a=2, b=-5이므로 a+b=-3이다.

## 4) [정답] ④

[해설] 점 (1, 3)을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점이 (-1, 5)이므로 1+m=-3, 3+n=5이고 m=-2, n=2이다. 따라서 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하여 점 (2, 4)로 옮겨지는 점의 좌표를 (a, b)라고 하면 a-2=2, b+2=4이고 a=4, b=2이다. 따라서 구하는 점의 좌표는 (4, 2)이다.

#### 5) [정답] ③

[해설] 직선 x+2y=5를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은 (x+1)+2(y-3)=5, x+2y=10이다. 이 직선이 x축, y축과 만나는 점 P,Q의 좌표는 P(10,0), Q(0,5)이므로  $\triangle OPQ$ 의 넓이는 25이다.

### 6) [정답] ④

[해설] 원  $x^2 + y^2 - 2x + 10y - 10 = 0$ 에서  $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 36$ 이다. 이 원을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 원의 방정식은  $(x-a-1)^2 + (y+6)^2 = 36$ 이다. 원의 공통현의 길이가 4이고 반지름의 길이가 6이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$$2\sqrt{6^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2}=8\sqrt{2}$$
이다.  
두 원의 중심이  $(1,-5), (a+1,-6)$ 이므로  $\{(a+1)-1\}^2+\{-6-(-5)\}^2=(8\sqrt{2})^2$   $a^2+1=128, a^2=127$   $\therefore a=\pm\sqrt{127}$  따라서  $a$ 의 값의 곱은  $-127$ 이다.

#### 7) [정답] ④

[해설] 곡선  $y=x^2+2x+3$ , 즉  $y=(x+1)^2+2$ 를 x 축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시키면  $y-n=(x-m+1)^2+2$ 이므로  $y=(x-m+1)^2+2+n$ 이다. 꼭짓점의 좌표가 (m-1,2+n)이고 원점에서 꼭 짓점까지의 거리가 5이므로  $(m-1)^2+(n+2)^2=25$ 이다.

# 8) [정답] ③

[해설] 두 점 A, B는 각각 (1, 2), (3, 4)를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동 한 점이므로 A(1+a, 2+b), B(3+a, 4+b)이다. 삼각형 ABC는  $\angle$ BAC = 90 °인 직각삼각형이므로  $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이고  $2^2 + 2^2 + (a+3)^2 + (b+5)^2 = (a+5)^2 + (b+7)^2$  4a+4b+32=0 즉, a+b+8=0이다. 따라서 점 (a, b)가 나타내는 도형의 방정식은 x+y+8=0이다.

## 9) [정답] ①

[해설] 직선 y=mx+n을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은 y+2=m(x-1)+n, y=mx-m+n-2이다. 이 직선이 직선  $y=\frac{1}{3}x+2$ 와 y축 위의 점에서 수직으로 만나므로 두 직선의 y절편이 같고, 두 기울기의 곱이 -1이어야 한다. 즉, -m+n-2=2,  $m\times\frac{1}{3}=-1$ 이다. 따라서 m=-3, n=1이므로 m+n=-2이다.

### 10) [정답] ⑤

[해설] 포물선  $y=2x^2+x-4$ 를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 포물선의 방정식은  $y-b=2(x-a)^2+(x-a)-4$ 이다. 즉,  $y=2x^2-(4a-1)x+2a^2-a+b-4$ 이고, 이 포물선이 포물선  $y=2x^2-7x+9$ 와 일치하므로 4a-1=7, 2a<sup>2</sup>-a+b-4=9이다. 따라서 a=2, b=7이므로 a+b=9이다.

## 11) [정답] ①

[해설] 원  $(x+1)^2+y^2=9$ 를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면  $(x-k+1)^2+(y+1)^2=9$ 이다. 원이 y축에 접하려면 원의 중심의 x좌표의 절댓 값과 반지름의 길이가 같아야 하므로 |k-1|=3 ∴ k=-2 또는 k=4

따라서 모든 실수 k의 값의 곱은 -8이다.

### 12) [정답] ②

[해설] 원  $x^2+y^2+2x-8y+1=0$ 을 x축에 대하여 대 칭이동한 원의 방정식은  $x^2+y^2+2x+8y+1=0$ 이고  $(x+1)^2+(y+4)^2=16$ 이다.

이 원을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$$(x-3+1)^2 + (y+1+4)^2 = 16$$

$$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$$
이다.

따라서 구하는 원의 중심의 좌표가 (2, -5)이므로 a=2, b=-5이다.

$$\therefore ab = -10$$

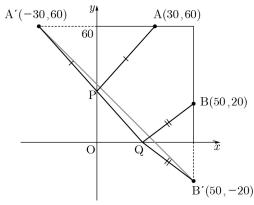
### 13) [정답] ③

[해설] 원  $x^2+y^2-4ax+6by=0$ 을 원점에 대하여 대 칭이동한 원의 방정식은  $x^2+y^2+4ax-6by=0$ 이 고  $(x+2a)^2+(y-3b)^2=4a^2+9b^2$ 이다. 이 원의 중심의 좌표는 (-2a,3b)이다. 한편,  $y=2x^2+8x+11$ 에서  $y=2(x+2)^2+3$ 이므

한편,  $y=2x^2+8x+11$ 에서  $y=2(x+2)^2+3$ 이므로 주어진 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (-2,3)이다. 따라서 a=1,b=1이므로 ab=1이다.

# 14) [정답] ④

[해설] 왼쪽 아래의 꼭짓점을 원점으로 두고, 원점을 사잇각으로 하는 두 변을 축 위에 올려놓는 좌표 평면을 생각하면 A(30,60), B(50,20)



점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'(-30,60),

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'(50,-20)라 하면  $\overline{AP}=\overline{A'P}, \ \overline{BQ}=\overline{B'Q}$ 이므

로  $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{BQ} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{B'Q} \ge \overline{A'B'}$ 이고  $\overline{A'B'} = \sqrt{80^2 + 80^2} = 80\sqrt{2}$ 

즉, A에서 B까지의 최단 이동거리는  $80\sqrt{2}$ 이 다.

### 15) [정답] ①

[해설] 점 (2, 1)을 직선 y=x에 대하여 대칭이동한 점 A의 좌표는 (1, 2)이다.

점 A(1, 2)에서 원  $x^2+y^2=1$ 에 그은 접선에 대하여 접점의 좌표를  $(x_1, y_1)$ 이라고 하면, 접선의 방정식은  $x_1x+y_1y=1$ 이다. …  $\bigcirc$ 

직선  $\bigcirc$ 이 점  $\mathbf{A}(2,\ 1)$ 를 지나므로  $x_1+2y_1=1$ 이 다. … $\bigcirc$ 

한편, 점  $(x_1, y_1)$ 은 원  $x^2+y^2=1$  위에 있으므로  $x_1^2+y_1^2=1$ 이다. …©

①, ②을 연립하여 풀면

$$x_1=1,\ y_1=0\ {\bf 또는}\ x_1=-\frac{3}{5},\ y_1=\frac{4}{5}$$
이다.

따라서 접선의 방정식은  $x=1,\ y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$ 이고 이 중에서 y축에 평행하지 않은 직선의 방정식은  $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$ 이므로 구하는 x절편은  $-\frac{5}{3}$ 이다.

## 16) [정답] ④

[해설] Q(1, 2), R(-2, 1)이므로 삼각형 PQR의 무 게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2+1-2}{3}, \frac{1+2+1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$$
 or:

## 17) [정답] ③

[해설] 원  $x^2+y^2+2x-4y=0$ 에서

 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 이다. 이 원을 원점에 대하여 대칭이동하여 x 대신 -x, y 대신 -y를 대입하면

$$(-x+1)^2 + (-y-2)^2 = 5$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$
이다.

이 원을 다시 직선 y=x에 대하여 대칭이동하여 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면

 $(y-1)^2+(x+2)^2=5$ , 즉  $(x+2)^2+(y-1)^2=5$ 이다. x축과 만나는 교점의 x좌표는 y=0을 대입하면  $(x+2)^2=4$ ,  $x+2=\pm 2$ 이므로

x=0 또는 x=-4이다.

따라서 구하는 현의 길이는 0-(-4)=4이다.

### 18) [정답] ④

[해설] 대칭이동한 원의 방정식은  $(x-2)^2+y^2=4$ 이다. 두 원의 교점의 x 좌표는 원  $x^2+(y-2)^2=4$ 와 직선 y=x의 교점의 x 좌표와 같으므로 y=x를 대입하면  $x^2+(x-2)^2=4$ ,  $x^2-2x=0$ , x(x-2)=0  $\therefore x=0$  또는 x=2

따라서 교점의 좌표가 (0, 0), (2, 2)이므로 구하

는 넓이는  $2\left(\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\right) = 2\pi - 4$ 이다.

## 19) [정답] ②

[해설] 직선 2x-y+3=0을 직선 y=x에 대하여 대 칭이동한 직선의 방정식은 2y-x+3=0이다.

즉, 
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$
이므로 직선  $y = ax + b$ 의 기울기  $a = a = -2$ 이다.

직선 
$$y = -2x + b$$
를 원점에 대하여 대칭이동한  
직선의 방정식은  $y = -2x - b$ 이다.

한편 점 
$$(k, k+2)$$
는 직선  $2x-y+3=0$  위의 점이므로  $2k-(k+2)+3=0$ 에서  $k=-1$ 이다.

따라서 직선 
$$y = -2x - b$$
는 점  $(-1, 1)$ 에서 직 선  $2x - y + 3 = 0$ 과 만난다.

이때 점 
$$(-1, 1)$$
은 직선  $y = -2x - b$  위의 점이  
므로  $1 = 2 - b$ ,  $b = 1$ 이다.

따라서 
$$a+b=-2+1=-1$$
이다.

### 20) [정답] ③

- [해설] 두 원의 중심인 점 (-2, 1)과 점 (2, 5)는 직 선 l에 대하여 대칭이므로 직선 l은 두 원의 중 심을 이은 선분의 수직이등분선이다. 직선 1의 방 정식을 y=ax+b (a, b)는 상수)라 하면
  - (i) 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{5-1}{2-(-2)}$$
=1이므로 기울기는  $a=-1$ 이다.

- (ii) 두 원의 중심을 이은 선분의 중점의 좌표는 (0, 3)이고, 직선 l이 이 점을 지나므로 b=3이 다.
- 따라서 (i), (ii)에서 구하는 직선의 방정식은 y = -x + 3이다.

## 21) [정답] ①

[해설] 원  $x^2+y^2-6x-4y+9=0$ 은

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$$
이다. …

원 ①을 y축에 대하여 대칭이동하면

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$$

이 원이 직선 y=mx에 접하므로 이 원의 중심 인 점 (-3, 2)와 직선 mx-y=0 사이의 거리 는 반지름의 길이 2와 같다.

즉, 
$$\frac{|-3m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}$$
=2이므로 양변을 제곱하여 정

리하면  $5m^2 + 12m = 0$ 이다.

상수 m의 값은 위의 방정식의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 그 합은  $-\frac{12}{5}$ 이다.

# 22) [정답] ④

- [해설] 점 A를 직선 4x-6y+3=0에 대하여 대칭 이동한 점을 A'(a, b)라 하면
  - (i) 두 점 A(1, -1), A'(a, b)를 이은 선분의 중점  $\left(\frac{a+1}{2}, \frac{b-1}{2}\right)$ 이 직선 4x-6y+3=0 위에

있으므로 
$$4 \cdot \frac{a+1}{2} - 6 \cdot \frac{b-1}{2} + 3 = 0$$
이고

2a-3b=-8이다

(ii) 두 점 A(1, -1), A'(a, b)를 지나는 직선 과 직선 4x-6y+3=0이 수직이므로

$$\frac{b-1}{a-1} \cdot \frac{2}{3} = -1 \, \text{o}] \overline{\mathcal{A}} \ \ 3a + 2b = 1 \, \text{o}] 다.$$

(i), (ii)의 식을 연립하여 풀면 a=-1, b=2이 므로 점 A'(-1, 2)이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \ge \overline{A'B}$$
  
=  $\sqrt{(3+1)^2 + (2-2)^2} = 4$  old:

## 23) [정답] ⑤

[해설] 점 (a, b)를 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌 표는 (-a, b)이다. 이를 다시 원점에 대하여 대 칭이동한 점의 좌표는 (a, -b)이다.

따라서 점 (a, -b)는  $(a^2-3a, b^2+b-3)$ 과 일치 해야 하므로  $a = a^2 - 3a$ ,  $-b = b^2 + b - 3$ 이다.

$$a(a-4) = 0, (b+3)(b-1) = 0$$

그런데 점 (a, b)는 제1사분면 위의 점이므로 a > 0, b > 0이다.

따라서 a=4, b=1이므로 a+b=5이다.

# 24) [정답] ④

[해설] x 축 위를 움직이는 점을 P(x, 0) 이라 하고, A(2, 5), B(4, 1) 이라 하면 주어진 식은  $\overline{AP} + \overline{BP}$  이다. 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동 한 점을 B'이라 하면 B'(4, -1)이므로

$$\begin{split} &\sqrt{(x-2)^2+5^2}+\sqrt{(x-4)^2+1^2}\\ &\geq \overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\\ &\geq \overline{AB'}=\sqrt{(4-2)^2+(-1-5)^2}=2\sqrt{10} \text{ olth.} \end{split}$$

따라서  $m = 2\sqrt{10}$  이므로  $m^2 = 40$ 

## 25) [정답] ③

[해설] 점 P가 점 (1,0)을 출발한 후 도착하는 점의 좌표는 차례대로

(0, 1), (1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2),(3, 2), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (3, 4),  $\cdots$ 

따라서 3n(n)은 자연수)번째 도착하는 점의 좌표 는 (n+1, n)이므로 300번째 도착하는 점의 좌 표는 (101, 100)이다.

따라서 301 번째 도착하는 점의 좌표는 (100, 101) 이고 x좌표와 y좌표의 합은 201이다.

# 26) [정답] ②

- [해설] 대칭이동한 직선의 방정식은 3x + 4y a = 0 이 다. 이 직선이 원  $(x-4)^2+(y+1)^2=4$  에 접하 므로  $\frac{|12-4-a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$ , |8-a|=10,  $8-a=\pm 10$  $\therefore a = 18$
- 27) [정답] ④

[해설] 직선 x-3y+2=0을 원점에 대하여 대칭이동 하면 x-3y-2=0이다. 이 직선을 직선 y=x에 대하여 대칭이동하면 3x-y+2=0이다. 이 직선 이 원  $(x-a)^2 + (y+1)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하 려면 직선 3x-y+2=0이 원의 중심 (a, -1)을 지나야 하므로 3a+1+2=0  $\therefore a=-1$ 

