



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-13  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [함수]

공집합이 아닌 두 집합  $X, Y$ 에 대하여 집합  $X$ 의 각 원소에  
집합  $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때,  
이 대응  $f$ 를 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수라 하고,  
기호로  $f: X \rightarrow Y$ 와 같이 나타낸다.

#### [여러 가지 함수]

(1) 일대일대응: 일대일함수이고 치역과 공역이 같은 함수  
즉,  $f: X \rightarrow Y$ 에서

①  $x_1, x_2 \in X$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$  (일대일함수)

②  $\{f(x) | x \in X\} = Y$

(2) 항등함수: 정의역과 공역이 같고, 정의역의 각 원소에 자기 자신이  
대응하는 함수

$f: X \rightarrow X, f(x) = x (x \in X)$

(3) 상수함수: 정의역의 모든 원소가 공역의 단 하나의 원소로만 대응  
하는 함수

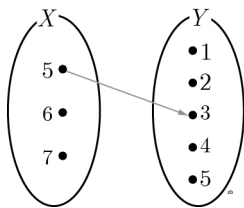
$f: X \rightarrow Y, f(x) = c (x \in X, y \in Y, c \text{는 상수})$

### 기본문제

#### [문제]

1. 다음 그림은 두 집합  $X = \{5, 6, 7\}$ ,

$Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 의 원소  $x$ 에  $Y$ 의 원  
소  $y$ 가 대응하는 그림이다. 두 원소 사이에  
 $y = x + a$ 의 관계가 성립한다고 할 때, 상수  $a$ 의 값  
은?



① 0

② -1

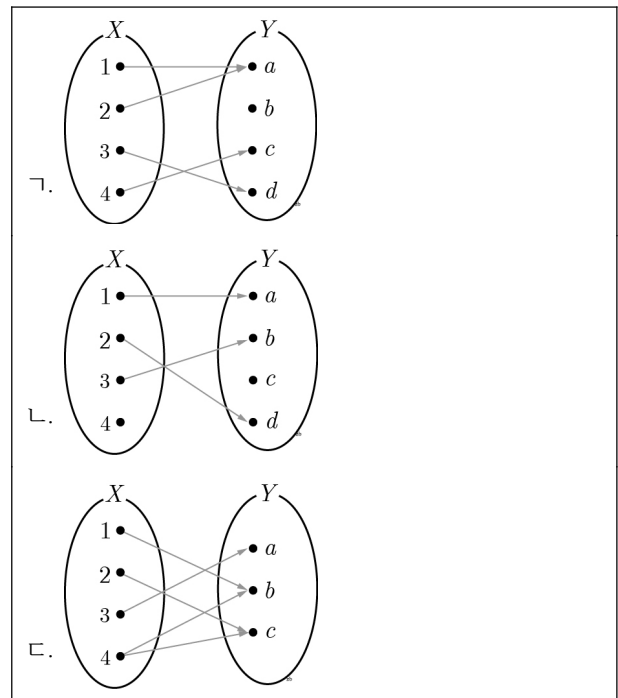
③ -2

④ -3

⑤ -4

#### [문제]

2. 다음 대응 중에서 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수  
인 것을 있는 대로 고른 것은?



① A

② B

③ A, B

④ A, C

⑤ B, C

#### [문제]

3. 다음 함수 중 치역이 다른 하나는?

①  $y = x$

②  $y = |2x|$

③  $y = \sqrt{2x}$

④  $y = x^2$

⑤  $y = 4x^2$

[문제]

4. 두 함수  $f, g$ 의 정의역이  $\{0, 1\}$ 일 때, 다음 중에서  $f=g$ 인 것을 있는 대로 고른 것은?

- ㉠.  $f(x)=x, g(x)=x^2$   
 ㉡.  $f(x)=|x|-1, g(x)=x^2-1$   
 ㉢.  $f(x)=3x-1, g(x)=x^2+1$

- ① ㉠                      ② ㉡  
 ③ ㉠, ㉡                ④ ㉠, ㉢  
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

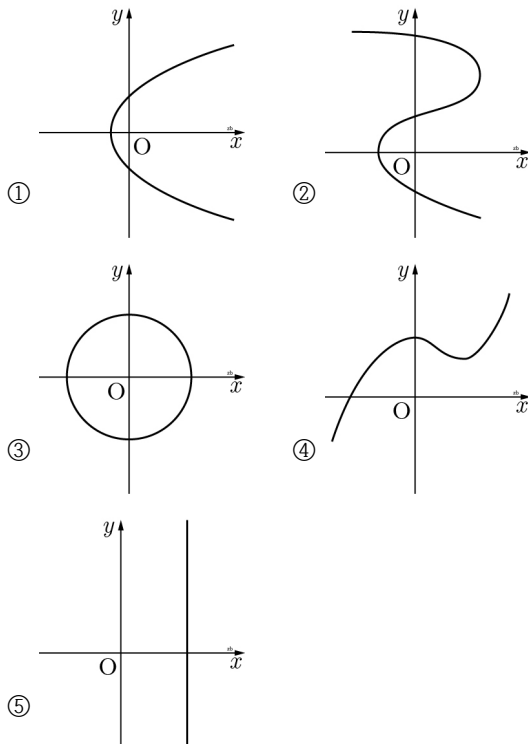
[문제]

5. 함수  $y=-x^2+3$ 의 정의역이  $\{-1, 0, 1, 2\}$ 일 때, 치역의 모든 원소의 합은?

- ① 3                      ② 4  
 ③ 5                      ④ 6  
 ⑤ 7

[문제]

6. 다음 그래프 중 함수인 것은?



[예제]

7. 정의역이 실수 전체인 함수

$f(x)=ax^2+bx+1$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(x)$ 는 일대일대응이다.

(나)  $y=f(x)$ 의 그래프는 점  $(1, 3)$ 을 지난다.

이때 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a^2+b^2$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2  
 ③ 3                      ④ 4  
 ⑤ 5

[문제]

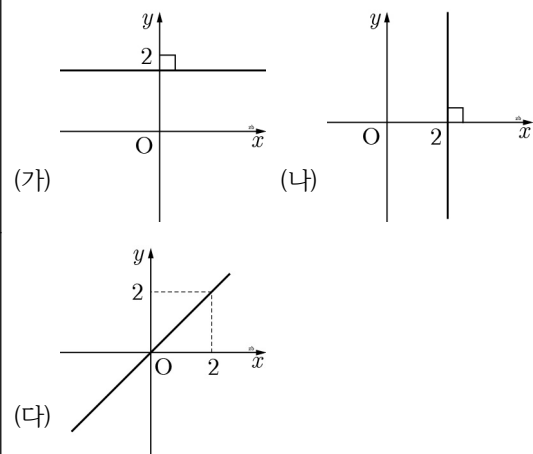
8. 다음 함수 중에서 일대일대응인 것을 있는 대로 고른 것은?

- ㉠.  $f(x)=-x+1$   
 ㉡.  $g(x)=-x^2+2$   
 ㉢.  $h(x)=|x|-1$

- ① ㉠                      ② ㉡  
 ③ ㉠, ㉡                ④ ㉠, ㉢  
 ⑤ ㉡, ㉢

[문제]

9. 다음 그림은 함수의 그래프이다.



이 중에서 함수인 것의 개수를  $a$ , 항등함수인 것의 개수를  $b$ , 상수함수인 것의 개수를  $c$ , 일대일함수인 것의 개수를  $d$ 라 할 때,  $a+2b+3c+4d$ 의 값은?

- ① 8                      ② 9  
 ③ 10                    ④ 11  
 ⑤ 12



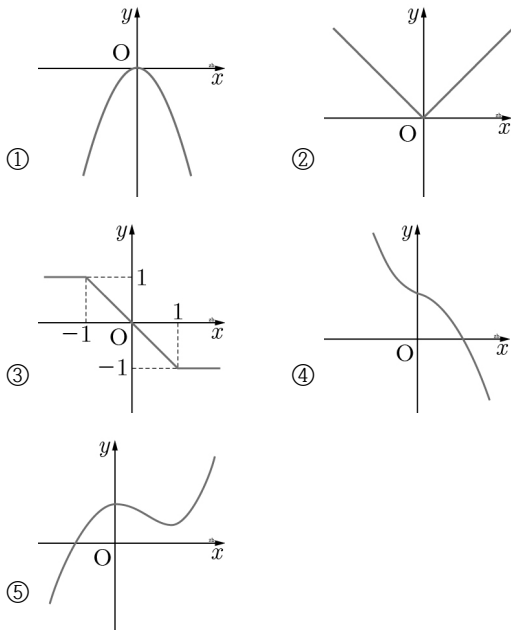
[스스로 마무리 하기]

16. 두 함수  $f(x) = x^2 + a$ ,  $g(x) = bx - 3$ 의 정의역이  $\{1, 2\}$ 이고  $f = g$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.)

- ① 0                      ② 1  
 ③ 2                      ④ 3  
 ⑤ 4

[스스로 마무리 하기]

17. 다음 중에서 일대일대응의 그래프는?





## 정답 및 해설

## 1) [정답] ③

[해설]  $X$ 의 원소 5가  $Y$ 의 원소 3에 대응하므로

$$3 = 5 + a$$

$$a = -2$$

## 2) [정답] ①

[해설] ㄱ.  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수이다.

ㄴ.  $X$ 의 원소 4에 대응하는 원소가  $Y$ 에 없으므로 함수가 아니다.

ㄷ.  $X$ 의 원소 4에 대응하는  $Y$ 의 원소가 2개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㄱ이다.

## 3) [정답] ①

[해설] ①에서의 치역은 실수 전체이고

②, ③, ④, ⑤에서의 치역은 0 이상의 실수이다.

## 4) [정답] ③

[해설] ㄱ.  $f(0)=g(0)=0$ ,  $f(1)=g(1)=1$ 이므로

$f=g$ 이다.

ㄴ.  $f(0)=g(0)=-1$ ,  $f(1)=g(1)=0$ 이므로

$f=g$ 이다.

ㄷ.  $f(0)=-1$ ,  $g(0)=1$ 이므로

$f \neq g$ 이다.

따라서  $f=g$ 인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

## 5) [정답] ②

[해설] 함수  $y=-x^2+3$ 의 치역은  $\{2, 3, -1\}$ 이므로 그 원소의 합은 4이다.

## 6) [정답] ④

[해설] 함수는 하나의  $x$ 값에 하나의  $y$ 값이 대응되는 것이다.

①, ②, ③, ⑤는  $y$ 축과 평행한 직선을 그을 경우 두 개 이상의 교점을 갖는 경우가 있다.

따라서 함수의 그래프인 것은 ④이다.

## 7) [정답] ④

[해설] 조건 (가)에 의해  $a=0$ 이어야 한다.

조건 (나)에 의해  $b+1=3$ ,  $b=2$ 이므로

$$a^2+b^2=4\text{이다.}$$

## 8) [정답] ①

[해설] ㄱ. 일대일대응이다.

ㄴ.  $g(1)=g(-1)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

ㄷ.  $h(1)=h(-1)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

따라서 일대일대응인 것은 ㄱ이다.

## 9) [정답] ④

[해설] 세 그래프 중 함수인 것은 (가), (다)이다.

항등함수인 것은 (다), 상수함수인 것은 (가),

일대일함수인 것은 (다)이므로

$$a=2, b=1, c=1, d=1\text{이 되어}$$

$$a+2b+3c+4d=2+2+3+4=11\text{이다.}$$

## 10) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. 모든 대응이 함수인 것은 아니다. (거짓)

ㄴ. 일대일 대응  $f$ 는  $X$ 의 원소 하나를  $Y$ 의 원소 하나로 대응시켜주므로  $n(X)=n(Y)$ 이다. (참)

ㄷ. 모든 일대일대응은 일대일함수가 맞다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

## 11) [정답] ①

[해설] ㄱ. 함수가 맞다.

ㄴ.  $X$ 의 원소  $a$ 로 인해 함수가 아니다.

ㄷ.  $X$ 의 원소  $a$ 로 인해 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㄱ이다.

## 12) [정답] ④

[해설]  $f(0)=g(0)$ 이므로

$$-1=b\text{이다.}$$

$$f(1)=g(1)\text{이므로}$$

$$0=a+b, \text{ 즉 } a=1\text{이다.}$$

$$\text{따라서 } 2a+b=2-1=1\text{이다.}$$

## 13) [정답] ③

[해설] 일대일대응인 함수의 그래프는  $x$ 축과 평행한 직선을 그을 경우 두 개 이상의 교점을 가져서는 안 된다.

ㄷ. 직선  $y=a(-1 < a < 3)$ 에 대하여 두 개 이상의 교점을 가지므로 일대일대응이 아니다.

따라서 일대일대응인 그래프는 ㄱ, ㄴ이다.

## 14) [정답] ④

[해설] 일대일대응이라면 치역의 집합도

$$X=\{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$$

가 되어야 한다. 이때, 일차함수  $f(x)$ 의

기울기가 음수이므로 이 함수는 두 점

$(2, 5)$ ,  $(5, 2)$ 를 지나야 한다. 따라서

$$f(x)=-x+7\text{이 되므로 } a=-1, b=7\text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a+b=6\text{이다.}$$

## 15) [정답] ③

[해설] 항등함수가 되기 위해서는

$x$ 의 값이  $a$ 일 때  $y$ 의 값도  $a$ 여야 한다. 즉,

$$a=a^2-5a+5$$

$$(a-1)(a-5)=0$$

$$a=1 \text{ 또는 } a=5$$

따라서 가능한  $a$ 의 값은 2개이므로

이 값을 원소로 가지는 집합  $X$ 의 개수는

$$2^2-1=3\text{개다.}$$

## 16) [정답] ③

[해설]  $f=g$ 이므로

$$f(1)=g(1)\text{에 의해 } 1+a=b-3$$

$$f(2)=g(2)\text{에 의해 } 4+a=2b-3$$

두 식을 연립하면  $b=3$ ,  $a=-1$ 이므로  
 $a+b=2$ 이다.

17) [정답] ④

[해설] 일대일대응인 함수의 그래프는  $x$ 축과 평행한 직선을 그을 경우 두 개 이상의 교점을 가져서는 안 된다.

④만이 어떠한 직선을 그려도 교점이 항상 하나  
 이므로 일대일대응인 그래프이다.