01 이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차

이산확률변수 X의 확률질량함수가
$\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$일 때,

(1) X의 기댓값 또는 평균 :
$\mathrm{E}(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots+x_np_n$

(2) X의 분산 : $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}((X-m)^2)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) X의 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

1. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

2. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

3. $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	1

4. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

5. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

6. $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$	1

7. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

8. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

9. $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

10. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

11. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

12. $\sigma(\mathrm{X})$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	1

13. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

14. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

15. $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

16. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

17. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

18. $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 다음 물음에 답하여라.

19. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 100배한 금액을 받기로 하였다. 한 개의 주사위를 던져서 받을 수 있는 금액을 확률변수 X라 할 때, X의 평균을 구하여라.

20. 한 개의 동전을 네 번 던질 때 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, X의 분산을 구하여라.

21. 한 개의 동전을 4번 던져서 나오는 앞면의 횟수를 확률변수 X라고 할 때, X의 분산을 구하여라.

22. 50원짜리 동전 2개를 동시에 던질 때, 앞면이 나온 동전의 금액의 합을 확률변수 X라 하자. 이때 X의 기댓값을 구하시오.

23. 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 1개를 던져서 앞면이 나오면 그 동전을 받기로 하는 게임에서 받을 수 있는 금액의 기댓값을 구하여라.

24. 빨간 공 4개와 파란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다고 한다. 꺼낸 공 중에서 빨간 공의 개수의 기댓값을 구하여라.

25. 당첨 제비가 3개 포함된 6개의 제비가 들어있는 주머니에서 임의로 2개의 제비를 동시에 뽑을 때, 나오는 당첨 제비의 개수를 확률변수 X라고 하자. 이때 X의 평균을 구하여라.

26. 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 4장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 두 수 중 큰 수를 확률변수 X라고 하자. 이때 X의 표준편차를 구하여라.

27. 500원짜리 동전 2개를 동시에 던질 때 앞면이 나온 동전의 금액의 합을 확률변수 X라고 하자. 이때 X의 기댓값을 구하여라.

28. 한 개의 주사위를 계속 던져서 나온 눈의 수의 합이 3이상이 될 때까지 주사위를 던진 횟수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X의 기댓값을 구하시오.

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

29. 3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면 1개당 1000원의 상금을 받는다고 한다. 이때 상금의 기댓값을 구하여라.

30. 한 개의 동전을 2번 던지는 시행에서 앞면이 나올 때마다 100원, 뒷면이 나올 때마다 40원의 상금을 받는다고 한다. 이때 상금의 기댓값을 구하여라.

31. 100원짜리 동전 1개와 50원짜리 동전 2개를 동시에 던져서 앞면이 나오면 그 동전을 상금으로 받는다고 할 때, 상금의 기댓값을 구하여라.

32. 파란 공 4개, 빨간 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 파란 공은 1개당 300원, 빨간 공은 1개당 600원의 상금을 받는다고 한다. 이때 상금의 기댓값을 구하여라.

02 확률변수 aX+b의 평균, 분산, 표준편차

이산확률변수 X와 두 상수 $a\,(a \neq 0)$, b에 대하여

(1) $aX+b$의 평균 : $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $aX+b$의 분산 : $\mathrm{V}(aX+b)=a^2\mathrm{V}(X)$

(3) $aX+b$의 표준편차 : $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

참고 평균은 확률변수 X에 더하거나 곱한 만큼 변하고 분산과 표준편차는 곱했을 때만 변한다.

◪ 다음 확률변수의 평균, 분산, 표준편차를 구하시오.

33. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=50$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=3$일 때, 확률변수 2X의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

34. 확률변수 X에 대하여 $E(X)=10$, $V(X)=4$일 때, $3X-2$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

35. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=2$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=\frac{3}{2}$일 때, $\mathrm{Y}=2\mathrm{X}-1$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

36. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=50$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=3$일 때, 확률변수 $3\mathrm{X}-1$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

37. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=2$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=\frac{3}{2}$일 때, $\mathrm{Y}=-\frac{1}{3}\mathrm{X}+5$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

38. 확률변수 X에 대하여 $E(X)=10, V(X)=4$일 때, 확률변수 $-3X+2$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

39. 확률변수 X에 대하여 $E(X)=10$, $V(X)=4$일 때, $-\frac{1}{2}X+3$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

40. 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(\mathrm{X})=50$, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=3$일 때, 확률변수 $-3\mathrm{X}+2$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	1

41. $\mathrm{E}(4\mathrm{X}+2)$

42. $\mathrm{V}(4\mathrm{X}+2)$

43. $\sigma(4\mathrm{X}+2)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

44. $\mathrm{E}(-\mathrm{X})$

45. $\mathrm{E}(4\mathrm{X}-2)$

46. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

47. $\mathrm{V}(2\mathrm{X}+4)$

48. $\sigma(-3\mathrm{X}+3)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

49. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

50. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

51. $\mathrm{E}(5\mathrm{X}-3)$

52. $\mathrm{V}(-\mathrm{X}+8)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	10	20	50	60	70	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

53. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

54. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

55. $\mathrm{E}(-\mathrm{X}+50)$

56. $\mathrm{V}(-\mathrm{X}+50)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

57. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

58. $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

59. $\mathrm{E}(4\mathrm{X}+1)$

60. $\sigma(-9\mathrm{X}+5)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

61. $E(6X-2)$

62. $V(6X-2)$

63. $\sigma(6X-2)$

64. $E(4X+7)$

65. $\sigma(-3X+1)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$4a$	a	1

66. a의 값

67. $E(X)$

68. $V(X)$

69. $E(3X-1)$

70. $V(2X+5)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$2a$	a	1

71. a의 값

72. $E(X)$

73. $V(X)$

74. $E(4X-5)$

75. $V(4X-5)$

76. $\sigma(4X-5)$

◪ 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

X	-1	0	1	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	a	a	$2a$	1

77. a의 값

78. $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

79. $V(X)$

80. $\sigma(X)$

81. $\mathrm{E}(-2\mathrm{X})$

82. $\mathrm{V}(4\mathrm{X}+9)$

83. $\sigma(-4\mathrm{X}+4)$

84. $\sigma\left(\frac{3}{4}\mathrm{X}-5\right)$

◪ 다음을 구하여라.

85. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 5로 나눈 나머지를 확률변수 X라고 할 때, 확률변수 $6X+5$의 평균을 구하여라.

86. 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 동시에 2개의 공을 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 검은 공의 개수를 확률변수 X라고 하자. 이때, $5X+1$의 평균을 구하여라.

87. 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 작은 수를 확률변수 X라 할 때, 확률변수 $-2X+3$의 표준편차를 구하여라. (단, 공의 크기와 모양은 같다.)

88. 100원짜리 동전 2개를 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 상금으로 갖는 게임이 있다. 이 게임에서 상금의 액수를 확률변수 X라 할 때, 확률변수 $4X+300$의 평균을 구하여라.

89. 남학생 4명, 여학생 2명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 뽑힌 남학생의 수를 확률변수 X라고 하자. 이때 $5X+7$의 분산을 구하여라.

90. 1이 적힌 구슬이 1개, 2가 적힌 구슬이 2개, 3이 적힌 구슬이 3개, $\cdots$, 10이 적힌 구슬이 10개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때 그 구슬에 적힌 숫자를 확률변수 X라 하자. 이 때 확률변수 $Y=2X-3$의 분산을 구하여라.

91. 10원짜리 동전 2개를 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전을 상금으로 갖는 게임이 있다. 이 게임에서 상금의 액수를 확률변수 X라고 할 때, 확률변수 $3X+300$의 분산을 구하여라.

정답 및 해설

1) 2

⇨ $E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

2) $\frac{1}{2}$

⇨ $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$E(X^2)=1\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{2}+9\times\frac{1}{4}=\frac{9}{2}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{2}-2^2=\frac{1}{2}$

3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $\frac{11}{4}$

⇨ $E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{3}{8}=\frac{11}{4}$

5) $\frac{23}{16}$

⇨ $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+3^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{3}{8}-\left(\frac{11}{4}\right)^2$

$=\frac{23}{16}$

6) $\frac{\sqrt{23}}{4}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{23}{16}}=\frac{\sqrt{23}}{4}$

7) $\frac{3}{2}$

8) $\frac{9}{20}$

9) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

10) $\frac{5}{2}$

⇨ $E(X)=1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{3}{8}+4\times\frac{1}{8}=\frac{5}{2}$

11) $\frac{3}{4}$

⇨ $E(X^2)=1^2\times\frac{1}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{3}{8}+4^2\times\frac{1}{8}=7$

이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=7-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

12) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

13) $\frac{5}{6}$

⇨ 확률의 총합은 1이므로 $a+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=1$에서

$a=\frac{1}{2}$

$\therefore\ E(X)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

14) $\frac{29}{36}$

⇨ $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$이므로

$E(X^2)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{3}{2}-\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{29}{36}$

15) $\frac{\sqrt{29}}{6}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{29}}{6}$

16) $\frac{7}{3}$

⇨ 확률의 총합은 1이므로

$a+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

$\therefore E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{6}=\frac{7}{3}$

17) $\frac{11}{9}$

⇨ $E(X^2)=1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{6}=\frac{20}{3}$

이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{20}{3}-\left(\frac{7}{3}\right)^2=\frac{11}{9}$

18) $\frac{\sqrt{11}}{3}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{11}{9}}=\frac{\sqrt{11}}{3}$

19) 350

⇨ 주사위 1개를 던지는 시행에서 받을 수 있는 금액 X는 100, 200, $\cdots$, 600의 값을 가질 수 있다. 따라서 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	100	200	300	400	500	600	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$\therefore\ E(X)=\frac{100+200+\cdots+600}{6}=\frac{2100}{6}=350$

20) 1

⇨ 뒷면의 횟수 X는 0, 1, 2, 3, 4의 값을 가질 수 있으므로 각각의 확률을 구하면

$P(X=0)={}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

$P(X=1)={}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$

$P(X=2)={}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}$

$P(X=3)={}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{16}$

$P(X=4)={}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$

따라서 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

$E(X)=\frac{0\times1+1\times4+2\times6+3\times4+4\times1}{16}=2$

$E(X^2)=\frac{0\times1+1\times4+4\times6+9\times4+16\times1}{16}$

$=\frac{80}{16}=5$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-2^2=1$

21) 1

⇨ 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라고 할 때,
앞면이 나온 횟수가
0인 경우
(T,T,T,T)의 1가지
1인 경우
(H,T,T,T), (T,H,T,T), (T,T,H,T), (T,T,T,H)의 4가지
2인 경우
(H,H,T,T), (H,T,H,T), (H,T,T,H), (T,H,H,T), (T,H,T,H), (T,T,H,H)의 6가지
3인 경우
(H,H,H,T), (H,H,T,H), (H,T,H,H), (T,H,H,H)의 4가지
4인 경우
(H,H,H,H)의 1가지
이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	1

$E(X)=0\times\frac{1}{16}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{16}=2$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{16}+1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{16}$

$=5$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-2^2=1$

22) 50

⇨ 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 50, 100이고 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(X=50)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$P(X=100)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	50	100	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$\therefore\ E(X)=0\times\frac{1}{4}+50\times\frac{1}{2}+100\times\frac{1}{4}=50$

따라서 X의 기댓값은 50원이다.

23) 300

⇨ 100원짜리 동전 1개와 500원짜리 동전 1개를 던져서 나올 수 있는 경우를 (100원, 500원)의 순서쌍으로 나열하면
(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)이다.
이때, 받는 금액을 확률변수 X라 하면
X는 0, 100, 500, 600의 값을 가지므로
X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	100	500	600	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\therefore E(X)=\frac{0+100+500+600}{4}=\frac{1200}{4}=300$

24) $\frac{8}{9}$

⇨ 빨간 공의 개수 X는 0, 1, 2의 값을 가질 수 있고 각각의 확률을 구하면

$P(X=0)=\frac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_5C_1}{{}_9C_2}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2}{{}_9C_2}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

따라서 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$	1

$\therefore\ \mathrm{E(X)}=0\times\frac{5}{18}+1\times\frac{5}{9}+2\times\frac{1}{6}=\frac{8}{9}$

25) 1

⇨ 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{{}_3C_0\times{}_3C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{5}$,

$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}=\frac{3}{5}$,

$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_3C_0}{{}_6C_2}=\frac{1}{5}$

따라서 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

따라서 X의 평균은

$E(X)=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}=1$

26) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

⇨ 나오는 두 수를 a, b $(a<b)$라고 하면 순서쌍 (a,b)에 대하여 두 수 중 큰 수가
2인 경우 $(1,2)$의 1가지
3인 경우 $(1,3)$, $(2,3)$의 2가지
4인 경우 $(1,4)$, $(2,4)$, $(3,4)$의 3가지
이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4이고, X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

$E(X)=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}=\frac{10}{3}$

$E(X^2)=2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{2}=\frac{35}{3}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{35}{3}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

27) 500

⇨ 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 500, 1000이고, 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(X=500)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$P(X=1000)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	500	1000	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{4}+500\times\frac{1}{2}+1000\times\frac{1}{4}=500$

따라서 구하는 기댓값은 500원이다.

28) $\frac{49}{36}$

⇨ (i) $X=1$이면 첫 번째에 3이상의 눈이 나와야한다. 따라서 $P(X=1)=\frac{2}{3}$

(ii) $X=2$이면 첫 번째에는 3보다 작은 눈이 나오고 두 번째 나온 눈과 더해 3 이상이 되어야 한다. 이를 만족하는 경우는
$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$,
$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$이다.
따라서 $P(X=2)=\frac{11}{36}$이다.

(iii) $X=3$이면 첫 번째와 두 번째 눈은 1이 나와야 한다.
따라서 $P(X=3)=\frac{1}{36}$이다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

$\therefore\ E(X)=1\cdot\frac{2}{3}+2\cdot\frac{11}{36}+3\cdot\frac{1}{36}=\frac{49}{36}$

29) 1500

⇨ 이 시행에서 받을 수 있는 상금을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 0, 1000, 2000, 3000이다.
동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라고 할 때, 앞면이 나온 횟수가
0인 경우 (T,T,T)의 1가지
1인 경우 (H,T,T), (T,H,T), (T,T,H)의 3가지
2인 경우 (H,H,T), (H,T,H), (T,H,H)의 3가지
3인 경우 (H,H,H)의 1가지
이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1000	2000	3000	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{8}+1000\times\frac{3}{8}+2000\times\frac{3}{8}+3000\times\frac{1}{8}$
$=1500$

따라서 구하는 기댓값은 1500원이다.

30) 140

⇨ 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고, 동전 1개를 2번 던져서 나오는 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

첫 번째	두 번째	받는 금액(원)
H	H	200
H	T	140
T	H	140
T	T	80

이 시행에서 상금으로 받는 금액을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 80, 140, 200이고, 그 확률은 각각

$P(X=80)=\frac{1}{4}$, $P(X=140)=\frac{1}{2}$, $P(X=200)=\frac{1}{4}$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	80	140	200	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$\therefore E(X)=80\times\frac{1}{4}+140\times\frac{1}{2}+200\times\frac{1}{4}=140$

따라서 구하는 기댓값은 140원이다.

31) 100

⇨ 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고, 100원짜리 동전 1개와 50원짜리 동전 2개를 던져서 나오는 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원	50원	50원	받는 금액(원)
H	H	H	200
H	H	T	150
H	T	H	150
H	T	T	100
T	H	H	100
T	H	T	50
T	T	H	50
T	T	T	0

이 시행에서 상금으로 받는 금액을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 0, 50, 100, 150, 200이고, 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{1}{8}$, $P(X=50)=\frac{1}{4}$, $P(X=100)=\frac{1}{4}$,

$P(X=150)=\frac{1}{4}$, $P(X=200)=\frac{1}{8}$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	50	100	150	200	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{8}+50\times\frac{1}{4}+100\times\frac{1}{4}+150\times\frac{1}{4}$

$+200\times\frac{1}{8}=100$

따라서 구하는 기댓값은 100원이다.

32) 800

⇨ 이 시행에서 받을 수 있는 상금을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 600, 900, 1200이고, 그 확률은 각각

$P(X=600)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_0}{{}_6C_2}=\frac{2}{5}$

$P(X=900)=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$

$P(X=1200)=\frac{{}_4C_0\times{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{15}$

이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	600	900	1200	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

$\therefore E(X)=600\times\frac{2}{5}+900\times\frac{8}{15}+1200\times\frac{1}{15}=800$

따라서 구하는 기댓값은 800원이다.

33) $\mathrm{E}(2\mathrm{X})=100$, $\mathrm{V}(2\mathrm{X})=12$, $\sigma(2\mathrm{X})=2\sqrt{3}$

⇨ $\mathrm{E}(2\mathrm{X})=2\mathrm{E}(\mathrm{X})=2\times50=100$

$\mathrm{V}(2\mathrm{X})=2^2\mathrm{V}(\mathrm{X})=4\times3=12$

$\sigma(2\mathrm{X})=2\sigma(\mathrm{X})=2\sqrt{3}$

34) $E(3X-2)=28$, $V(3X-2)=36$, $\sigma(3X-2)=6$

⇨ $E(3X-2)=3E(X)-2=3\times10-2=28$

$V(3X-2)=3^2V(X)=9\times4=36$

$\sigma(3X-2)=3\sigma(X)=3\times2=6$

35) $\mathrm{E}(\mathrm{Y})=3$, $\mathrm{V}(\mathrm{Y})=6$, $\sigma(\mathrm{Y})=\sqrt{6}$

⇨ $\mathrm{E}(\mathrm{Y})=\mathrm{E}(2\mathrm{X}-1)=2\mathrm{E}(\mathrm{X})-1=2\times2-1=3$

$\mathrm{V}(\mathrm{Y})=\mathrm{V}(2\mathrm{X}-1)=2^2\mathrm{V}(\mathrm{X})=4\times\frac{3}{2}=6$

$\sigma(\mathrm{Y})=\sigma(2\mathrm{X}-1)=|2|\sigma(\mathrm{X})=2\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{6}$

36) $\mathrm{E}(3\mathrm{X}-1)=149$, $\mathrm{V}(3\mathrm{X}-1)=27$, $\sigma(3\mathrm{X}-1)=3\sqrt{3}$

⇨ $\mathrm{E}(3\mathrm{X}-1)=3\mathrm{E}(\mathrm{X})-1=3\times50-1=149$

$\mathrm{V}(3\mathrm{X}-1)=3^2\mathrm{V}(\mathrm{X})=9\times3=27$

$\sigma(3\mathrm{X}-1)=3\sigma(\mathrm{X})=3\sqrt{3}$

37) $\mathrm{E}(\mathrm{Y})=\frac{13}{3}$, $\mathrm{V}(\mathrm{Y})=\frac{1}{6}$, $\sigma(\mathrm{Y})=\frac{\sqrt{6}}{6}$

⇨ $\mathrm{E}(\mathrm{Y})=\mathrm{E}\left(-\frac{1}{3}\mathrm{X}+5\right)=-\frac{1}{3}\mathrm{E}(\mathrm{X})+5$

$=-\frac{1}{3}\times2+5=\frac{13}{3}$

$\mathrm{V(Y)=V}\left(-\frac{1}{3}\mathrm{X}+5\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)^2\mathrm{V(X)}=\frac{1}{9}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{6}$

$\sigma(\mathrm{Y})=\sigma\left(-\frac{1}{3}\mathrm{X}+5\right)=\left|-\frac{1}{3}\right|\sigma(\mathrm{X})=\frac{1}{3}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

38) $E(-3X+2)=-28$, $V(-3X+2)=36$,
$\sigma(-3X+2)=6$

⇨ $E(-3X+2)=-3E(X)+2=(-3)\cdot 10+2=-28$

$V(-3X+2)=(-3)^2V(X)=9\cdot 4=36$

$\sigma(-3X+2)=|-3|\sigma(X)=3\cdot\sqrt{4}=6$

39) $E\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=-2$, $V\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=1$,

$\sigma\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=1$

⇨ $E\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=-\frac{1}{2}E(X)+3=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 10+3=-2$

$V\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2V(X)=\frac{1}{4}\times 4=1$

$\sigma\left(-\frac{1}{2}X+3\right)=\left|-\frac{1}{2}\right|\sigma(X)=\frac{1}{2}\times 2=1$

40) $\mathrm{E(-3X+2)}=-148$, $\mathrm{V(-3X+2)}=27$,
$\sigma(-3X+2)=3\sqrt{3}$

⇨ $\mathrm{E(-3X+2)=-3E(X)+2}=-3\times 50+2=-148$

$\mathrm{V(-3X+2)=(-3)^2V(X)}=27$

$\sigma(-3\mathrm{X}+2)=|-3|\sigma(\mathrm{X})=3\sqrt{3}$

41) 10

⇨ $\mathrm{E(X)}=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{2}=2$

$\mathrm{E(X^2)}=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+3^2\times\frac{1}{2}=\frac{21}{4}$

$\mathrm{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}=\frac{21}{4}-2^2=\frac{5}{4}$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\mathrm{E(4X+2)=4E(X)+2}=4\times 2+2=10$

42) 20

⇨ $\mathrm{E(X)}=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{2}=2$

$\mathrm{E(X^2)}=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+3^2\times\frac{1}{2}=\frac{21}{4}$

$\mathrm{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}=\frac{21}{4}-2^2=\frac{5}{4}$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\mathrm{V(4X+2)=4^2V(X)}=16\times\frac{5}{4}=20$

43) $2\sqrt{5}$

⇨ $\mathrm{E(X)}=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{2}=2$

$\mathrm{E(X^2)}=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+3^2\times\frac{1}{2}=\frac{21}{4}$

$\mathrm{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}=\frac{21}{4}-2^2=\frac{5}{4}$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\sigma(4\mathrm{X}+2)=4\sigma(\mathrm{X})=4\times\frac{\sqrt{5}}{2}=2\sqrt{5}$

44) -3

⇨ $\mathrm{E(X)}=2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{4}=3$

$\mathrm{E(-X)=-E(X)}=-3$

45) 10

⇨ $\mathrm{E(4X-2)=4E(X)-2}=4\times 3-2=10$

46) $\frac{1}{2}$

⇨ $\mathrm{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}$

$\mathrm{E(X^2)}=4\times\frac{1}{4}+9\times\frac{1}{2}+16\times\frac{1}{4}=\frac{19}{2}$

$\mathrm{V(X)}=\frac{19}{2}-3^2=\frac{1}{2}$

47) 2

⇨ $\mathrm{V(2X+4)=2^2V(X)}=4\times\frac{1}{2}=2$

48) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⇨ $\sigma(-3\mathrm{X}+3)=|-3|\sigma(\mathrm{X})=3\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

49) $\frac{4}{5}$

⇨ $\mathrm{E(X)}=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$

50) $\frac{9}{25}$

⇨ $\mathrm{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}$

$=\left(0^2\times\frac{3}{10}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{4}{5}\right)^2$

$=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$

51) 1

⇨ $\mathrm{E(5X-3)=5E(X)-3}=5\times\frac{4}{5}-3=1$

52) $\frac{9}{25}$

⇨ $\mathrm{V(-X+8)=(-1)^2V(X)}=\frac{9}{25}$

53) 35

54) 675

55) 15

56) 675

57) 3

⇨ $E(X)=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)=\frac{15}{5}=3$

58) 2

⇨ $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{1}{5}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2)-3^2=\frac{55}{5}-9=2$

59) 13

⇨ $E(4X+1)=4E(X)+1=4\times 3+1=13$

60) $9\sqrt{2}$

⇨ $\sigma(-9X+5)=|-9|\sigma(X)=9\sqrt{2}$

61) 7

⇨ $E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{3}{2}$

$\therefore E(6X-2)=6E(X)-2=6\times\frac{3}{2}-2=7$

62) 33

⇨ $E(X^2)=0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6}=\frac{19}{6}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{19}{6}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{11}{12}$

$\therefore V(6X-2)=6^2V(X)=36\times\frac{11}{12}=33$

63) $\sqrt{33}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{11}{12}}=\frac{\sqrt{33}}{6}$

$\therefore \sigma(6X-2)=6\sigma(X)=6\times\frac{\sqrt{33}}{6}=\sqrt{33}$

64) 13

⇨ $E(4X+7)=4E(X)+7=4\times\frac{3}{2}+7=13$

65) $\frac{\sqrt{33}}{2}$

⇨ $\sigma(-3X+1)=|-3|\sigma(X)=3\times\frac{\sqrt{33}}{6}=\frac{\sqrt{33}}{2}$

66) $\frac{1}{6}$

⇨ 확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{6}+4a+a=1$, $5a=\frac{5}{6}$

$\therefore a=\frac{1}{6}$

67) 0

⇨ $E(X)=(-1)\times\frac{1}{6}+0\times\frac{2}{3}+1\times\frac{1}{6}=0$

68) $\frac{1}{3}$

⇨ $E(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{6}+0^2\times\frac{2}{3}+1^2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{1}{3}-0^2=\frac{1}{3}$

69) -1

⇨ $E(X)=(-1)\times\frac{1}{6}+0\times\frac{2}{3}+1\times\frac{1}{6}=0$

$\therefore E(3X-1)=3E(X)-1=3\times 0-1=-1$

70) $\frac{4}{3}$

⇨ $E(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{6}+0^2\times\frac{2}{3}+1^2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{1}{3}-0^2=\frac{1}{3}$

$\therefore V(2X+5)=2^2V(X)=4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

71) $\frac{1}{4}$

⇨ 확률의 총합은 1이므로

$a+2a+a=1$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

72) 3

⇨ $E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

73) $\frac{1}{2}$

⇨ $E(X^2)=1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{4}=\frac{9}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{2}-2^2=\frac{1}{2}$

74) 3

⇨ 확률의 총합은 1이므로

$a+2a+a=1$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

$E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

$\therefore E(4X-5)=4E(X)-5=8-5=3$

75) 8

⇨ 확률의 총합은 1이므로

$a+2a+a=1$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

$E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{4}=\frac{9}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{2}-2^2=\frac{1}{2}$

$\therefore V(4X-5)=16V(X)=16\times\frac{1}{2}=8$

76) $2\sqrt{2}$
⇨ 확률의 총합은 1이므로
$a+2a+a=1$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

$E(X)=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=2$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{4}=\frac{9}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{2}-2^2=\frac{1}{2}$

$\therefore \sigma(4X-5)=4\sigma(X)=4\sqrt{V(X)}=4\times\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}$

77) $\frac{1}{4}$
⇨ 확률의 총합은 1이므로 $a+a+2a=1$에서
$a=\frac{1}{4}$
따라서 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

78) $\frac{1}{4}$

⇨ $E(X)=-1\times\frac{1}{4}+0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

79) $\frac{11}{16}$
⇨ $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$
$=\left\{(-1)^2\times\frac{1}{4}+0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}\right\}-\left(\frac{1}{4}\right)^2$
$=\frac{3}{4}-\frac{1}{16}=\frac{11}{16}$

80) $\frac{\sqrt{11}}{4}$

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{11}{16}}=\frac{\sqrt{11}}{4}$

81) $-\frac{1}{2}$

⇨ $E(-2X)=-2E(X)=-\frac{1}{2}$

82) 11
⇨ $V(4X+9)=4^2V(X)=16\times\frac{11}{16}=11$

83) $\sqrt{11}$
⇨ $\sigma(-4X+4)=|-4|\sigma(X)=4\times\frac{\sqrt{11}}{4}=\sqrt{11}$

84) $\frac{3\sqrt{11}}{16}$
⇨ $\sigma\left(\frac{3}{4}X-5\right)=\left|\frac{3}{4}\right|\sigma(X)=\frac{3}{4}\times\frac{\sqrt{11}}{4}=\frac{3\sqrt{11}}{16}$

85) 16

86) 5
⇨ 꺼낸 공 중 검은 공의 개수를 확률변수 X라 하면 확률변수 X가 취할 수 있는 값은 $0, 1, 2$이고
그 확률은 각각
$P(X=0)=\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$, $P(X=1)=\frac{{}_3C_1\cdot{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{6}{10}$,
$P(X=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{10}$
이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

$E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{1}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\therefore E(5X+1)=5E(X)+1=5\times\frac{4}{5}+1=5$

87) 2

88) 700

89) 10
⇨ X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3이고,
그 확률은 각각
$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_2}{{}_6C_3}=\frac{1}{5}$,
$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{3}{5}$
$P(X=3)=\frac{{}_4C_3\times{}_2C_0}{{}_6C_3}=\frac{1}{5}$
이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

$E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{3}{5}+3^2\times\frac{1}{5}=\frac{22}{5}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{22}{5}-2^2=\frac{2}{5}$

$\therefore V(5X+7)=5^2V(X)=25\times\frac{2}{5}=10$

90) 24

⇨ 구슬의 총 개수는 $\frac{10 \cdot 11}{2}=55$이므로

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면
다음과 같다.

X	1	2	$\cdots$	10	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{2}{55}$	$\cdots$	$\frac{10}{55}$	1

$E(X)=1\times\frac{1}{55}+2\times\frac{2}{55}+\cdots+10\times\frac{10}{55}=7$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{55}+2^2\times\frac{2}{55}+\cdots+10^2\times\frac{10}{55}=55$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=55-7^2=6$이므로
$V(2X-3)=4V(X)=4\times6=24$

91) 450

⇨ 받을 수 있는 상금을 X라 하면 확률변수 X가
취할 수 있는 값은 $0,10,20$이므로
확률분포는 다음과 같다.

X	0	10	20	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+10\times\frac{2}{4}+20\times\frac{1}{4}=\frac{40}{4}=10$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+10^2\times\frac{2}{4}+20^2\times\frac{1}{4}=\frac{600}{4}=150$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=150-10^2=50$
이므로
$V(3X+300)=9V(X)=9\cdot50=450$