



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 직선의 방정식과 직선의 위치관계, 점과 직선 사이의 거리 관련 문제가 주로 출제됩니다.

직선의 방정식을 구하는 공식은 여러 가지가 있으므로 주어진 문제에 따라 올바른 방정식을 세워 문제를 해결할 수 있도록 반복적인 학습이 필요합니다.

또한, 점과 직선 사이의 거리는 단순한 거리 계산 뿐 아니라 삼각형의 넓이 등 다양한 도형에 활용되므로 여러 유형의 문제를 학습하도록 합니다.

평가문제

[중단원 연습 문제]

1. 세 점 $A(1, 5)$, $B(-7, -1)$, $C(2, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 점 A 를 지나는 직선 l 에 의하여 두 부분으로 나누어진다. 직선 l 과 선분 BC 가 만나는 점을 D 라고 하고, $\triangle ABC$ 의 넓이를 S , $\triangle ADC$ 의 넓이를 S_1 이라 할 때, $S=3S_1$ 을 만족시키는 직선 l 의 방정식을 구하면?

- ① $y=2x+1$ ② $y=2x+3$
③ $y=3x+1$ ④ $y=3x+3$
⑤ $y=3x+5$

[소단원 확인 문제]

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은 $y=-2x+7$ 이다.
② x 절편이 2 이고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은 $y=-2x+4$ 이다.
③ 두 점 $(-3, 4)$, $(2, -6)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y=-2x-2$ 이다.
④ 두 점 $(1, 0)$, $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y=-2x+2$ 이다.
⑤ 점 $(1, 8)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $y=8$ 이다.

[소단원 확인 문제]

3. 점 $(\sqrt{3}, -1)$ 을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 30° 인 직선의 방정식은?

- ① $y=\sqrt{3}x-4$ ② $y=\sqrt{3}x-1$
③ $y=x-\sqrt{3}$ ④ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-2$
⑤ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$

[소단원 확인 문제]

4. 직선 $3x+ay+b=0$ 이 제1,3,4사분면을 지날 때, 직선 $ax+by+2=0$ 이 지나는 사분면은?

- ① 제2,3사분면 ② 제3,4사분면
③ 제1,2,4사분면 ④ 제1,3,4사분면
⑤ 제2,3,4사분면

[소단원 확인 문제]

5. 곤충학자들은 귀뚜라미의 울음소리의 횟수와 온도 사이에 다음과 같은 규칙이 있음을 알아냈다.

<규칙>

온도 $x^\circ\text{C}$ 에서 귀뚜라미가 1분 동안 낸 울음소리가 y 회라고 할 때, x , y 사이의 관계를 그래프로 나타내면 직선이 된다.

온도 20°C 에서 1분 동안 낸 울음소리가 124회이고, 온도 25°C 에서 1분 동안 낸 울음소리가 160회일 때, 귀뚜라미가 1분 동안 낸 울음소리가 52회일 때의 온도를 구하면?

- ① 5°C ② 8°C
③ 10°C ④ 14°C
⑤ 20°C

[중단원 연습 문제]

6. 두 점 $A(6, -4)$, $B(1, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:3$ 으로 내분하는 점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 y 절편은?

- ① -4 ② -2
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[중단원 연습 문제]

7. 기울기가 3이고 두 점 $(2, a)$, $(a, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = 3x - 1$
 ③ $y = 3x + 2$ ④ $y = 3x - 3$
 ⑤ $y = 3x + 5$

[중단원 연습 문제]

8. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 3일 때, 이 직선의 기울기는 m 이다. 양수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$
 ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1
 ⑤ $\frac{3}{2}$

[소단원 확인 문제]

9. 두 직선 $ax + (a+1)y + 2 = 0$, $(a-6)x + ay - 2 = 0$ 의 교점과 원점을 지나는 직선의 기울기가 2일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{3}$

[중단원 연습 문제]

10. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(3, 2)$ 에 대하여 점 B 를 지나고 직선 AB 에 수직인 직선이 점 $(5, b)$ 를 지날 때, b 의 값은?

- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

[소단원 확인 문제]

11. 두 직선 $ax + y + 1 = 0$, $x - 3y + 2 = 0$ 이 평행할 때의 a 의 값을 p , 수직일 때의 a 의 값을 q 라 할 때, pq 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{3}$
 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ 2

[대단원 종합 문제]

12. 직선 $x - 2y + 4 = 0$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A , B 라 할 때, 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 구하면?

- ① $x + 2y + 1 = 0$ ② $2x + y + 3 = 0$
 ③ $2x + y + 1 = 0$ ④ $2x - y + 3 = 0$
 ⑤ $2x + y - 1 = 0$

[중단원 연습 문제]

13. 두 직선 $(k-2)x + 3y - 1 = 0$, $y = kx + 3$ 이 평행하도록 하는 상수 k 의 값을 α , 수직이 되도록 하는 상수 k 의 값을 β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하면? (단, $\beta > 0$)

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$
 ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$
 ⑤ 4

[중단원 연습 문제]

14. 두 점 $A(-4, -2)$, $B(2, -5)$ 를 지나는 직선에 수직이고, 선분 AB 를 1 : 2로 내분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $2x - y + 1 = 0$ ② $2x + y + 3 = 0$
 ③ $2x + y + 1 = 0$ ④ $2x - y + 3 = 0$
 ⑤ $2x + y - 1 = 0$

[중단원 연습 문제]

15. 직선 $x + ay + 1 = 0$ 이 직선 $2x - by + 1 = 0$ 에 수직이고, 직선 $x - (b-3)y - 1 = 0$ 에 평행할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^3 + b^3$ 의 값을 구하면?

- ① -9 ② -7
 ③ 0 ④ 7
 ⑤ 9

[대단원 종합 문제]

16. 두 직선 $3x + 2y = -1$, $2x - y = -10$ 의 교점을 지나고 직선 $x + 3y = 3$ 에 수직인 직선의 방정식의 기울기와 y 절편의 곱을 구하면?

- ① 15 ② 21
 ③ 24 ④ 26
 ⑤ 39

[대단원 종합 문제]

17. 두 점 $A(1, a)$, $B(5, b)$ 를 이은 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식이 $x - 3y = 0$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -35 ② -30
 ③ -25 ④ -20
 ⑤ -15

[소단원 확인 문제]

18. 서로 다른 세 직선 $ax + y + 1 = 0$, $x + by + 3 = 0$, $2x + y + 5 = 0$ 에 의하여 좌표평면이 4개의 영역으로 나누어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$
 ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{2}$

[소단원 확인 문제]

19. 직선 $3x + ay + 1 = 0$ 과 직선 $bx + cy - 8 = 0$ 은 수직이고, 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, -2)$ 이다. 이 때 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[소단원 확인 문제]

20. 세 점 $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 각 꼭짓점에서 대변에 내린 수선의 교점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ $\frac{1}{2}$

[소단원 확인 문제]

21. 직선 $y = -2x + 1$ 에 평행하고, 두 점 $A(1, 2)$, $B(5, -2)$ 를 3 : 1로 내분하는 점을 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 M, N 이라 하자. $\triangle OMN$ 의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하면? (단, O 는 원점)

- ① 7 ② 11
 ③ 21 ④ 43
 ⑤ 49

[소단원 확인 문제]

22. 직선 $y=x$ 위의 두 점 P 에서 $y=3x-1$ 과 $y=-\frac{1}{3}x+1$ 에 이르는 거리가 같도록 하는 점 P 의 좌표의 x 좌표의 합을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$
 ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{3}$

[소단원 확인 문제]

23. 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 l 에 대하여 직선 l 과 점 $(0, 2)$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$
 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

[소단원 확인 문제]

24. 두 직선 $2x+y-6=0$, $(m-3)x+my+3=0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$
 ③ $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{3}$
 ⑤ $\sqrt{5}$

[소단원 확인 문제]

25. 두 직선 $x+2y+1=0$, $x+2y+k=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 가 되도록 하는 실수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 0
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 5

[소단원 확인 문제]

26. 세 점 $A(1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(a, 4)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이가 8일 때, 정수 a 의 값을 구하면?

- ① -2 ② 0
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

27. 직선 $y=mx+m-1$ 이 두 점 $A(3, 1)$, $B(-1, 5)$ 를 이은 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점을 지날 때, 원점과 이 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{10}}{10}$
 ③ $\frac{3\sqrt{26}}{13}$ ④ $\frac{2\sqrt{26}}{13}$
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

28. 직선 $y=x$ 위의 점 P 에서 두 직선 $y=3x-1$, $y=-\frac{1}{3}x+1$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 y 좌표의 곱을 구하면?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{3}$

[중단원 연습 문제]

29. 좌표평면 위의 점 $(-4, 2)$ 를 지나는 직선 중 원점에서의 거리가 최대가 되는 것의 기울기를 구하면?

- ① -1 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ $\frac{1}{2}$

[중단원 연습 문제]

30. 두 직선 $x+2y-7=0$, $2x-y-4=0$ 의 교점을 지나고, 점 $(0,1)$ 에서의 거리가 1 인 직선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하면? (단, $ab \neq 0$)

- ① -2 ② 0
 ③ 1 ④ 3
 ⑤ 5

[대단원 종합 문제]

31. 점 $(-5, 1)$ 과 직선 $3x+ay+1=0$ 사이의 거리가 2일 때, 정수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 4



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 직선 l 이 \overline{BC} 와 만나는 점을 D 라 하면 $S=3S_1$ 에서 점 D 는 \overline{BC} 를 2:1로 내분하는 점이다. 즉 점 D 의 좌표는

$$D\left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot (-7)}{2+1}, \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1)}{2+1}\right)$$

$$= D(-1, 1) \text{이다.}$$

따라서 두 점 $A(1, 5)$, $D(-1, 1)$ 을 지나는 직선 l 의 방정식은

$$y-5 = \frac{1-5}{-1-1}(x-1) \text{이고 } y=2x+3 \text{이다.}$$

2) [정답] ⑤

[해설] 점 $(1, 8)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x=1$ 이다.

3) [정답] ④

[해설] 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고 점 $(\sqrt{3}, -1)$ 을

$$\text{지나므로 } y+1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-\sqrt{3})$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$$

4) [정답] ③

[해설] $3x+ay+b=0$ 에서 $y=-\frac{3}{a}x-\frac{b}{a}$ 이고,

제1, 3, 4 사분면을 지나므로 기울기는 양수이고, y 절편은 음수이어야 한다.

따라서 $-\frac{3}{a} > 0$, $-\frac{b}{a} < 0$ 에서 $a < 0$, $b < 0$ 이므로

직선 $ax+by+2=0$, 즉 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{2}{b}$ 의 기울

기는 음수, y 절편은 양수이다

따라서 이 직선은 제1, 2, 4 사분면을 지난다.

5) [정답] ③

[해설] 두 점 $(20, 124)$, $(25, 160)$ 을 지나는 직선의

$$\text{방정식과 같으므로 } y-124 = \frac{160-124}{25-20}(x-20)$$

$$y = \frac{36}{5}(x-20) + 124 \text{이고 } y=52 \text{일 때 } x=10 \text{이}$$

므로 귀뚜라미가 1분 동안 낸 울음소리가 52회일 때의 온도는 10°C 이다.

6) [정답] ③

[해설] 두 점 $A(6, -4)$, $B(1, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:3으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 1 + 3 \times 6}{2+3}, \frac{2 \times 1 + 3 \times (-4)}{2+3}\right) = (4, -2) \text{이다.}$$

두 점 $(4, -2)$, $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정

$$\text{식은 } y-(-2) = \frac{3-(-2)}{-1-4}(x-4) \therefore y=-x+2$$

따라서 y 절편은 2이다.

7) [정답] ④

[해설] 기울기가 3이고 점 $(2, a)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y-a=3(x-2)$ 이다.

이 직선이 점 $(a, 6)$ 을 지나므로

$$6-a=3(a-2), 6-a=3a-6 \text{이고 } a=3 \text{이다.}$$

$a=3$ 을 $y-a=3(x-2)$ 에 대입하여 정리하면 $y=3x-3$ 이다.

8) [정답] ③

[해설] x 절편이 3이므로 y 절편을 a 라고 하면 삼각

$$\text{형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 3 \times |a| = 3, |a| = 2, a = \pm 2 \text{이}$$

다. 따라서 양수 m 의 값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

9) [정답] ④

[해설] 두 직선 $ax+(a+1)y+2=0$,

$(a-6)x+ay-2=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$ax+(a+1)y+2+k\{(a-6)x+ay-2\}=0 \text{이다.}$$

이 직선이 원점을 지나므로 $2-2k=0$ 이고 $k=1$ 이다. 이것을 대입하면 $(2a-6)x+(2a+1)y=0$ 이고 이 직선의 기울기가 2이므로

$$-\frac{2a-6}{2a+1}=2, -2a+6=4a+2 \text{이므로 } a=\frac{2}{3} \text{이다.}$$

10) [정답] ②

[해설] 직선 AB 의 기울기는 $\frac{2-3}{3-1}=-\frac{1}{2}$ 이므로 구하

는 직선의 방정식은 $y-2=2(x-3)$,

$$\text{즉 } y=2x-4 \text{이다.}$$

점 $(5, b)$ 가 이 직선 위의 점이므로

$$b=2 \times 5 - 4 = 6 \text{이다.}$$

11) [정답] ①

[해설] 두 직선 $ax+y+1=0$, $x-3y+2=0$ 에 대하여

(i) 두 직선이 평행할 때,

$$\frac{a}{1} = \frac{1}{-3} \neq \frac{1}{2} \text{이므로 } a = -\frac{1}{3} \text{이다.}$$

(ii) 두 직선이 수직일 때,

$$a-3=0 \text{이므로 } a=3 \text{이다.}$$

(i), (ii)에서 $p=-\frac{1}{3}$, $q=3$ 이므로 $pq=-1$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] 직선 $x-2y+4=0$ 의 x 절편은 -4 , y 절편은 2이므로 $A(-4, 0)$, $B(0, 2)$ 이다.

\overline{AB} 의 중점의 좌표는 $(-2, 1)$ 이다.

또 직선 $x-2y+4=0$ 의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 구

하는 직선의 기울기는 -2 이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y-1=-2(x+2)$ 이므로 $2x+y+3=0$ 이다.

13) [정답] ②

[해설] 직선 $(k-2)x+3y-1=0$ 과

직선 $y=kx+3$, 즉 $kx-y+3=0$ 이다.

(i) 두 직선이 평행하려면 $\frac{k-2}{k}=\frac{3}{-1}\neq\frac{-1}{3}$ 이

고 $-k+2=3k$, $k=\frac{1}{2}$ 이다.

(ii) 두 직선이 수직이라면

$(k-2) \cdot k+3 \cdot (-1)=0$

$k^2-2k-3=0$, $(k+1)(k-3)=0$

$k=-1$ 또는 $k=3$ 이다.

(i), (ii)에서 $\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=3$ 이므로 $\alpha\beta=\frac{3}{2}$ 이다.

14) [정답] ①

[해설] 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-5-(-2)}{2-(-4)}=-\frac{1}{2}$ 이므로 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 2 이다.

\overline{AB} 를 $1:2$ 로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1 \cdot 2+2 \cdot (-4)}{1+2}, \frac{1 \cdot (-5)+2 \cdot (-2)}{1+2}\right)=(-2,-3)$

따라서 기울기가 2 이고 점 $(-2,-3)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y-(-3)=2\{x-(-2)\}$

$\therefore y=2x+1$

15) [정답] ⑤

[해설] 직선 $x+ay+1=0$ 과 직선 $2x-by+1=0$ 이 수직이므로 $1 \cdot 2+a \cdot (-b)=0$, $ab=2$ 이다.

또, 직선 $x+ay+1=0$ 과 직선 $x-(b-3)y-1=0$ 이

평행하므로 $\frac{1}{1}=\frac{a}{-b+3}\neq\frac{1}{-1}$, $a=-b+3$, $a+b=3$ 이다.

따라서 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=9$ 이다.

16) [정답] ⑤

[해설] 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을 $3x+2y+1+k(2x-y+10)=0$ (k 는 실수)라 하면 $(3+2k)x+(2-k)y+1+10k=0$ 이다. ... ㉠

이 직선과 직선 $x+3y=3$ 이 서로 수직이므로 $(3+2k) \cdot 1+(2-k) \cdot 3=0$, $-k+9=0 \therefore k=9$ 이것을 ㉠에 대입하면 $21x-7y+91=0$ 이다.

따라서 $y=3x+13$ 이므로 기울기와 y 절편의 곱을 구하면 39 이다.

17) [정답] ①

[해설] \overline{AB} 의 중점의 좌표는 $\left(3, \frac{a+b}{2}\right)$ 이다.

직선 $x-3y=0$ 이 이 점을 지나므로

$3-3 \cdot \frac{a+b}{2}=0$ 이고 $a+b=2$ 이다. ... ㉡

직선 $x-3y=0$ 의 기울기가 $\frac{1}{3}$ 이므로 직선 AB

의 기울기는 $\frac{a-b}{1-5}=-3$ 이고 $a-b=12$ 이다. ... ㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=7$, $b=-5$ 이고

$ab=-35$ 이다.

18) [정답] ⑤

[해설] 주어진 세 직선이 좌표평면을 4개의 영역으로 나누려면 세 직선이 모두 평행해야 한다.

두 직선 $ax+y+1=0$, $2x+y+5=1$ 이 평행하려

면 $\frac{a}{2}=\frac{1}{1}\neq\frac{1}{5}$ 이므로 $a=2$ 이다.

두 직선 $x+by+3=0$, $2x+y+5=1$ 이 평행하려

면 $\frac{1}{2}=\frac{b}{1}\neq\frac{3}{5}$ 이므로 $b=\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a+b=\frac{5}{2}$ 이다.

19) [정답] ⑤

[해설] 직선 $3x+ay+1=0$ 이 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$3 \cdot 1-2a+1=0$ 이고 $a=2$ 이다.

직선 $bx+cy-8=0$ 도 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$b-2c-8=0$ 이고 $b-2c=8$ 이다. ... ㉣

두 직선 $3x+ay+1=0$, $bx+cy-8=0$ 이 수직이므로 $3b+2c=0$ 이다. ... ㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $b=2$, $c=-3$ 이므로

$a+b-c=2+2-(-3)=7$ 이다.

20) [정답] ③

[해설] 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 하면 직선 BC의 기울기는 $\frac{0-2}{3-1}=-1$ 이므로 직선

AE의 방정식은 $y=x$ 이다. ... ㉠

또 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D라 하면 직선 AC의 기울기는 2 이므로 직선 BD의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 직선 BD의 방정식은

$y=-\frac{1}{2}(x-3)$ 이므로 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 이다. ... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=1$ 이다.

따라서 구하는 교점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로

$a=1$, $b=1 \therefore a+b=2$

21) [정답] ⑤

[해설] 두 점 $A(1,2)$, $B(5,-2)$ 를 $3:1$ 로 내분하는 점의 좌표를 $P(a,b)$ 라 하면

$a=\frac{3 \cdot 5+1 \cdot 1}{3+1}=4$, $b=\frac{3 \cdot (-2)+1 \cdot 2}{3+1}=-1$ 이

므로 $P(4, -1)$ 이다.

이때 점 $(4, -1)$ 을 지나고 직선 $y=-2x+1$ 에

평행한 직선의 방정식은 $y+1=-2(x-4)$ 이므로 $y=-2x+7$ 이다. 따라서 직선 $y=-2x+7$ 의 x 절편은 $\frac{7}{2}$ 이고, y 절편은 7 이므로 점 M , N 의

좌표는 각각 $(\frac{7}{2}, 0)$, $(0, 7)$ 이다.

그러므로 구하는 $\triangle OMN$ 의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot 7 = \frac{49}{4} \text{ 이고 } 4S = 49 \text{ 이다.}$$

22) [정답] ⑤

[해설] 점 P 가 직선 $y=x$ 위의 점이므로 점 $P(a, a)$ 라 하면 점 P 에서 두 직선 $3x-y-1=0$, $x+3y-3=0$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|3a-a-1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \frac{|a+3a-3|}{\sqrt{1^2+3^2}}$$

$$|2a-1| = |4a-3|$$

$$2a-1 = \pm(4a-3) \text{ 이고 } a=1 \text{ 또는 } a=\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 점 P 의 x 좌표의 합은 $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ 이다.

23) [정답] ①

[해설] 직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 직선 l 의 방정식은 $y=m(x+1)$, $mx-y+m=0$ 이다.

점 $(0, 2)$ 와 직선 l 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \sqrt{5}, \quad |m-2| = \sqrt{5(m^2+1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $4m^2+4m+1=0$

$$(2m+1)^2=0 \text{ 이고 } m=-\frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 직선 l 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

24) [정답] ⑤

[해설] 두 직선 $2x+y-6=0$, $(m-3)x+my+3=0$

$$\text{이 평행하므로 } \frac{m-3}{2} = \frac{m}{1} \neq \frac{3}{-6}$$

$$m-3=2m \text{ 이고 } m=-3 \text{ 이다.}$$

따라서 두 직선의 방정식은 $2x+y-6=0$ 과 $2x+y-1=0$ 이다. 이때 직선 $2x+y-6=0$ 위의 한 점 $(0, 6)$ 과 직선 $2x+y-1=0$ 사이의

$$\text{거리는 } \frac{|6-1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \text{ 이다.}$$

25) [정답] ③

[해설] 두 직선 $x+2y+1=0$, $x+2y+k=0$ 이 서로 평행하므로 직선 $x+2y+1=0$ 위의 한 점 $(-1, 0)$ 과 직선 $x+2y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-1+0+k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = 2\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

$$|k-1|=10 \text{ 이므로 } k=-9 \text{ 또는 } k=11 \text{ 이다.}$$

따라서 상수 k 의 값의 합은 $-9+11=2$ 이다.

26) [정답] ⑤

[해설] 두 점 $A(1, 2)$, $B(3, -1)$ 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{13} \text{ 이다.}$$

직선 AB 의 방정식은 $y-2 = \frac{-1-2}{3-1}(x-1)$ 이고 $3x+2y-7=0$ 이다.

점 $C(a, 4)$ 와 직선 AB 사이의 거리를 h 라 하면

$$h = \frac{|3a+8-7|}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{|3a+1|}{\sqrt{13}} \text{ 이다.}$$

이때 $\triangle ABC$ 의 넓이가 8이므로

$$8 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{13} \cdot \frac{|3a+1|}{\sqrt{13}}, \quad |3a+1|=16$$

$$3a+1 = \pm 16 \text{ 이므로 } a=5 \text{ 또는 } a=-\frac{17}{3} \text{ 이다.}$$

따라서 정수 a 의 값은 5이다.

27) [정답] ④

[해설] 두 점 $A(3, 1)$, $B(-1, 5)$ 를 이은 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3 \cdot (-1) + 1 \cdot 3}{3+1}, \frac{3 \cdot 5 + 1 \cdot 1}{3+1} \right) = (0, 4) \text{ 이다.}$$

직선 $y=mx+m-1$ 이 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 $m=5$ 이다. 따라서 직선 $5x-y+4=0$ 과 원점 사이의 거리는

$$\frac{|4|}{\sqrt{5^2+(-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{26}} = \frac{2\sqrt{26}}{13} \text{ 이다.}$$

28) [정답] ④

[해설] 점 P 가 직선 $y=x$ 위의 점이므로 점 P 의 좌표를 (a, a) 라 하면 점 P 에서 두 직선 $3x-y-1=0$, $x+3y-3=0$ 에 이르는 거리가 같

$$\text{으므로 } \frac{|3a-a-1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \frac{|a+3a-3|}{\sqrt{1^2+3^2}},$$

$$|2a-1| = |4a-3|, \quad 2a-1 = \pm(4a-3)$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 점 P 의 y 좌표의 곱은 $\frac{2}{3}$ 이다.

29) [정답] ③

[해설] $A(-4, 2)$ 를 지나는 직선 중에서 원점과 거리가 최대인 것은 \overline{OA} 와 수직인 직선이다. 따라서 \overline{OA} 의 기울기는 $\frac{2-0}{-4-0} = -\frac{1}{2}$ 이므로 구하는 직선의 기울기는 2이다.

30) [정답] ③

[해설] 두 직선 $x+2y-7=0$, $2x-y-4=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은 $(x+2y-7)+k(2x-y-4)=0$ (k 는 실수)이므로 $(1+2k)x+(2-k)y-(7+4k)=0$ 이다. ...㉠

이때 직선 ㉠에서 점 $(0, 1)$ 에 이르는 거리가

$$1 \text{ 이므로 } \frac{|2-k-7-4k|}{\sqrt{(1+2k)^2+(2-k)^2}}=1$$

$$|-5k-5|=\sqrt{5k^2+5}$$

$$25k^2+50k+25=5k^2+5$$

$$20k^2+50k+20=0$$

$$(k+2)(2k+1)=0 \quad \therefore k=-2 \text{ 또는 } k=-\frac{1}{2}$$

(i) $k=-2$ 를 ㉠에 대입하면

$$-3x+4y+1=0, \quad y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

(ii) $k=-\frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하면

$$\frac{5}{2}y-5=0, \quad y=2 \text{ 이다.}$$

(i), (ii)에서 $ab \neq 0$ 이므로 구하는 직선의 방정

$$\text{식은 } y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a=\frac{3}{4}, b=-\frac{1}{4} \text{ 이므로 } a-b=1 \text{ 이다.}$$

31) [정답] ㉠

$$[\text{해설}] \quad \frac{|3 \cdot (-5)+a+1|}{\sqrt{3^2+a^2}}=2 \text{ 이므로}$$

$$|a-14|=2\sqrt{9+a^2} \text{ 이다.}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$3a^2+28a-160=0$$

$$(3a+40)(a-4)=0 \text{ 이므로 } a=-\frac{40}{3} \text{ 또는 } a=4$$

이다. 따라서 a 는 정수이므로 $a=4$ 이다.