2021년 용인고 수학1 1학기 기말

DATE	
NAME	
GRADE	

1. $\frac{\pi}{2} \le x < \pi$일 때, 방정식 $4\sin x = 2$를 만족시키는 x의 값은? [4.4점]

① $\frac{1}{2}\pi$　② $\frac{2}{3}\pi$　③ $\frac{3}{4}\pi$　④ $\frac{4}{5}\pi$　⑤ $\frac{5}{6}\pi$

2. $\sin\theta = \frac{1}{3}$일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \sin(\pi + \theta)$의 값은? [4.6점]

① $-\frac{2}{3}$　② $-\frac{1}{3}$　③ 0　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{2}{3}$

3. 수열의 귀납적 정의가 다음과 같은 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에서 $a_4 + b_3$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [4.6점]

- $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$
- $\begin{cases} b_1 = 4 \\ b_{n+1} = -2b_n \end{cases}$

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

4. 삼각형 ABC에 대하여 $b=5$, $c=8$, $A=60^\circ$일 때, a의 값은? [4.8점]

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

5. 상수 a, b, c에 대하여 함수 $y = a\sin bx + c$의 최댓값이 6, 최솟값이 -4이고 주기가 $\frac{2}{3}\pi$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, $a>0$, $b>0$) [5.3점]

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

6. n을 5로 나눈 나머지를 a_n이라 할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{101}$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [5.3점]

① 201　② 202　③ 203　④ 204　⑤ 205

7. $k>0$인 상수 k에 대하여 $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\tan x = k$의 두근을 α, $\beta(\alpha<\beta)$라 하자. $\tan\frac{\alpha+\beta}{2} = -\frac{4}{5}$일 때, k의 값은? [5.5점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

8. 첫째항이 10, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대해 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{S_n\}$의 첫재항부터 제 n항까지의 합을 T_n이라 할 때, T_5의 값은? [5.5점]

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

9. 첫째항이 9, 공비가 $\frac{1}{10}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대해 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_5의 값은? [5.3점]

① 9.9 ② 9.99 ③ 9.999 ④ 9.9999 ⑤ 10

10. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=4$, $a_{n+1}=\frac{3n+2}{3n-1}a_n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [5.5점]

① 300 ② 310 ③ 320 ④ 330 ⑤ 340

11. 다음을 기호 $\sum$를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것은? [4.9점]

$$2+5+8+11+\cdots+(3n+2)$$

① $\sum_{k=1}^{n+1}(3k-1)$ ② $\sum_{k=1}^{n}(3k-1)$ ③ $\sum_{k=0}^{n-1}(3k+2)$
④ $\sum_{k=1}^{n}(3k+2)$ ⑤ $\sum_{k=1}^{n+1}(3k+2)$

12. $0 \le x < 2\pi$에서 함수 $y=\cos^2 x - \sin x - 1$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [5.5점]

① $-\frac{9}{4}$ ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

13. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$ ⋯⋯㉠

이 항상 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

> <증명>
>
> (1) $n=1$일 때,
>
> (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$
>
> 따라서 $n=1$일 때 등식 ㉠이 성립한다.
>
> (2) $n=k$일 때 등식 ㉠이 성립한다고 가정하면
>
> $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$ ⋯⋯㉡ 이므로
>
> 등식 ㉡의 좌변에 $\boxed{\text{(가)}}$를(을) 더하면
>
> $1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{\text{(가)}}=k^2+\boxed{\text{(가)}}$
>
> $=\boxed{\text{(나)}}$
>
> 이 등식은 등식 ㉠에 $n=k+1$을 대입한 것과 같다.
>
> 따라서 $n=k+1$일 때도 등식 ㉠이 성립한다.
>
> 따라서, (1), (2)에 의해
>
> 모든 자연수 n에 대하여 등식 ㉠이 성립한다.

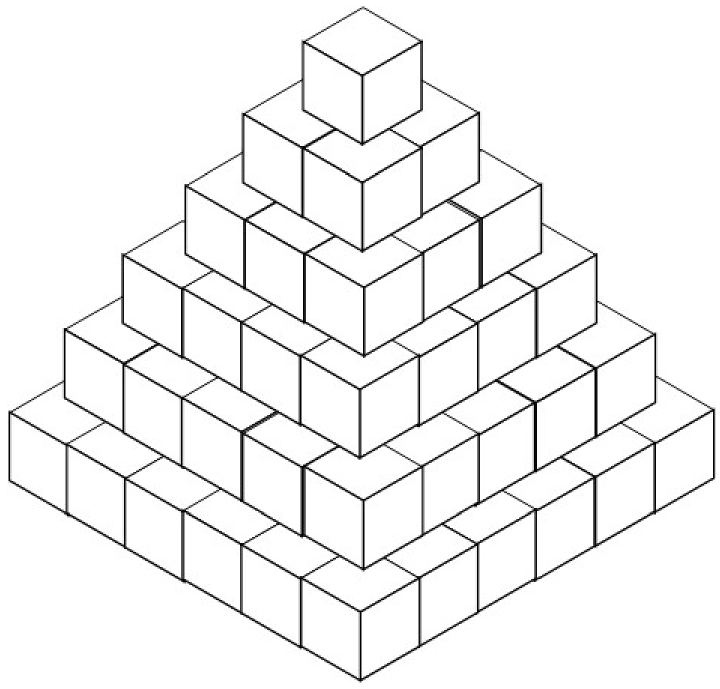
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$이라 할 때, $f(3)+g(-3)$의 값은? [5.9점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

14. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 $x=4$이다. $f(n)$이 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합과 같을 때 $f(10)$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [6.8점]

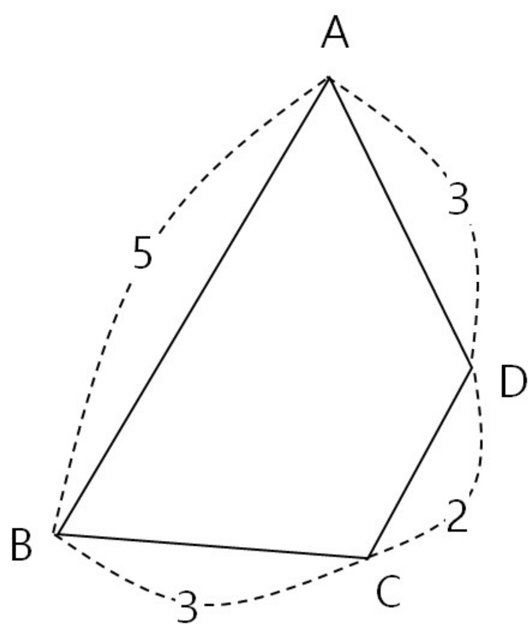
① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

15. 크기가 같은 정육면체를 빈틈없이 쌓아서 n단의 피라미드 모양의 입체도형을 만들 때, 이 입체도형을 만드는데 사용된 모든 정육면체의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $a_1=1$, $a_2=5$이다. 이때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$의 값은?
(그림은 6단을 쌓아 만든 피라미드 모양의 입체도형이다,.) [6.1점]



① 1200 ② 1210 ③ 1220 ④ 1230 ⑤ 1240

16. 그림과 같은 사각형 $ABCD$에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=2$, $\overline{DA}=3$이고 $\angle B=60^\circ$, $\angle D=120^\circ$일 때, □$ABCD$의 넓이를 구하고 그 과정을 서술하시오. [5점]



17. 2^{n-1}의 모든 양의 약수의 합을 a_n이라 하고, 3^{n-1}의 모든 양의 약수의 합을 b_n이라 하자. 수열 $\{a_n\}$의 일반항과 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하고, a_3+b_4의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, n은 자연수이다.) [7점]

18. 수열 $\{a_n\}$이 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{2k+2}=n^2+n$을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하고 $\sum_{n=1}^{5}\frac{1}{a_n}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. [8점]

1) ⑤

2) ⑤

3) ③

4) ①

5) ③

6) ①

7) ④

8) ⑤

9) ④

10) ②

11) ①

12) ⑤

13) ⑤

14) ③

15) ②

16) $\frac{21\sqrt{3}}{4}$

17) 47

18) $\frac{5}{24}$