

교과서 변형문제 발전

2-3.여러 가지 방정식과 부등식_신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-11
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 삼, 사차방정식과 연립이차방정식, 연립이차부등식에 관련된 문제 등이 자주 출제되며 방정식 및 부등식을 정확하게 해결할 수 있어야 응용 문제에 대한 접근이 용이하므로 기초적인 문제부터 반복적으로 학습합니다.

평가문제

[대단원 마무리]

- **1.** 사차방정식 $x^4 2x^2 3 = 0$ 의 두 실근을 α , β 라 할 때, $\alpha + 2$, $\beta + 2$ 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?
 - ① $x^2 4x + 1 = 0$
- ② $x^2 2x 3 = 0$
- (3) $x^2 + 4x + 1 = 0$
- (4) $x^2 + 4x 1 = 0$

[중단원 마무리]

- **2.** 방정식 $(x^2+2x-4)^3+1=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하면?
 - ① 2

- ② 3
- 3 4
- **4**) 5

⑤ 6

[중단원 마무리]

- **3.** 사차방정식 $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8=0$ 의 음의 실근의 합을 구하면?
 - (1) 3
- $\bigcirc 3 7$
- (4) 9
- (5) 11

[중단원 마무리]

- **4.** 삼차방정식 $x^3 3x^2 + x + 5 = 0$ 의 두 허근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값은?
 - 10
- 2 11
- 3 12
- (4) 13
- ⑤ 14

[중단원 마무리]

- **5.** 사차방정식 $x^4+2x^2+9=0$ 의 네 근이 α , $\overline{\alpha}$, β , $\overline{\beta}$ 일 때, $(\alpha^2+\overline{\alpha}^2)(\beta^2+\overline{\beta}^2)$ 의 값을 구하면? (단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켤레복소수이다.)
 - $\bigcirc -6$
- 30
- **4**

⑤ 6

[중단원 마무리]

- **6.** 삼차방정식 $x^3 + px^2 + qx + 6 = 0$ 의 한 허근이 1+i, 실근이 m일 때, 실수 p, q, m에 대하여 p+q+m의 값은?
 - $\bigcirc -4$
- 3 8
- \bigcirc -10
- \bigcirc -12

[중단원 마무리]

7. 삼차방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\overline{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

<보기:

$$\neg. \ \omega - \frac{1}{\overline{\omega}^2} = 1$$

$$\Box . \ \omega^2 + \overline{\omega}^2 = 0$$

$$\Box \cdot \frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{1-\omega} = 1$$

1 -

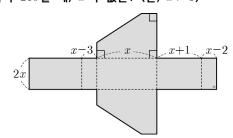
- ② [
- ③ ¬, ⊏
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ 7, ∟, ⊏

[중단원 마무리]

- **8.** 방정식 $x^4 + px^3 + 4x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 실근을 α 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 1$ 을 만족시키는 상수 p의 값은?
 - ① -5
- (3) -1
- **4** 1
- ⑤ 3

[중단원 마무리]

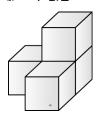
9. 다음 그림과 같은 전개도로 만든 오각기둥의 부 피가 260일 때, x의 값은? (단, x>3)



- ① 5
- ② 6
- 3 7
- **4** 8

⑤ 9

- [대단원 마무리]
- **10.** 다음 그림은 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면 체 4개를 쌓아 만든 입체도형이다. 이 입체도형의 부피를 $V \text{ cm}^3$, 겉넓이를 $S \text{ cm}^2$ 라 할 때, 3V = S + 24일 때, x의 값은?

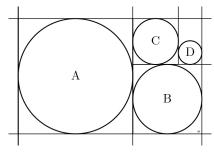


- ① $\frac{3}{2}$
- ② 2
- $3\frac{5}{2}$
- **4** 3

[대단원 마무리]

- **11.** 방정식 $x^3=-1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, $1-\omega^2+\omega^4-\omega^6+\omega^8-\omega^{10}+\omega^{12}=a+b\omega$ 를 만족시키는 두 실수 a, b에 대하여 a+b의 값은?
 - (1) 2
- $\Im 0$
- (4) 1
- ⑤ 2

- [대단원 마무리]
- **12.** 다음 그림과 같이 서로 평행하거나 수직인 직선들에 접하는 네 원 A, B, C, D가 있다. 두 원 A와 B의 지름의 길이의 합은 16이고, 두 원 A, D의 넓이의 차는 24π 일 때, 원 A의 지름의 길이는?



- 10
- 2 12
- ③ 13
- (4) 15
- (5) 18

[대단원 마무리]

13. 다음 두 연립방정식의 공통인 해가 존재할 때, 상 수 a, b에 대하여 a+b의 값은?

$$\begin{cases} x + y = 5 & bx - y = 4 \\ x^2 + ay = 1 & x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$$

- ① $-\frac{65}{4}$
- ② $\frac{65}{4}$
- $3 \frac{55}{4}$
- $4 \frac{5}{4}$
- $(5) \frac{5}{4}$

[중단원 마무리]

- **14.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 x+y의 최댓값은?
 - ① 0
- $2\frac{1}{3}$
- $3\frac{4}{5}$
- $4 \frac{6}{5}$
- ⑤ 2

[중단원 마무리]

15. 연립방정식 $\begin{cases} 3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 - 2xy + 2y^2 = 10 \end{cases}$ 만족시키는 실

수 x, y에 대하여 x^2+y^2 의 최댓값은?

- 10
- 2 15
- 3 20
- ④ 25
- (5) 30

- [중단원 마무리]
- **16.** 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=rac{a^2+1}{4} \end{cases}$ 가 실근을 갖도록 하는

정수 a의 최솟값은?

- $\bigcirc -2$
- $\Im 0$
- 4 1

(5) 2

- [중단원 마무리]
- **17.** 넓이가 108 m^2 인 직사각형 모양의 운동장이 있다. 이 운동장의 대각선의 길이가 $6\sqrt{10} \text{ m}$ 일 때, 이 운동장의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는?
 - ① 9 m
- ② 10m
- ③ 11 m
- ④ 12 m
- ⑤ 13 m

[중단원 마무리]

- 18. 두 자리 자연수에서 각 자리의 숫자의 제곱의 합은 58이고, 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수와 처음 수의 합은 110일 때, 처음 수를 구하면? (단, 십의 자리의 숫자가 일의 자리의 숫자보다 크다.)
 - ① 67
- ② 68
- 3 71
- **4**) 72
- ⑤ 73

- [중단원 마무리]
- **19.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 + xy y^2 = 5 \\ x^2 + 2xy y^2 = 7 \end{cases}$ 허근을 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?
 - ① 3
- ② $\frac{5}{2}$
- 3 2
- $\frac{3}{2}$

(5) 1

- [중단원 마무리]
- **20.** 삼차방정식 $x^3 4x^2 + (k+4)x 2k = 0$ 의 서로 다른 실근이 한 개일 때, 실수 k의 값의 범위는?
 - ① k < -1
- ② k < 0
- ③ k < 1
- (4) k > 1
- ⑤ k > 2

[중단원 마무리]

- **21.** 연립부등식 $\begin{cases} 5x+1>-9 \\ 2(x-3) \le x+4 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, 부등식 ax+b>0을 만족하는 자연수 x의 값의 합은?
 - ① 10
- ② 15
- 3 21
- 4) 28
- **⑤** 35

[중단원 마무리]

- **22.** 부등식 $5(x-6) < 4x + 12 \le 6(x-7)$ 의 해 중에 서 가장 큰 정수를 구하면?
 - ① 35
- ② 36
- 3 40
- (4) 41
- ⑤ 42

- [중단원 마무리
- **23.** 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1>-5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4}+3 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일
 - 때, ab의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -32$
- (2) 35
- 3 38
- (4) -41
- \bigcirc -44

- [중단원 마무리]
- **24.** A중학교 2학년 학생들이 수련회를 가는데 버스한 대에 40명씩 타면 학생이 15명 남고, 45명씩 타면 버스가 1대 남는다고 한다. 버스를 예약하려고할 때, 최소 몇 대를 예약해야 하는가?
 - 1 9
- ② 10
- 3 11
- 4) 12
- ⑤ 13

- [대단원 마무리]
- **25.** 부등식 $|3x-2| \ge a$ 의 해가 $x \le b$ 또는 $x \ge 2$ 일 때, 상수 a, b에 대하여 a-3b의 값은?
 - ① -6
- ② -2
- ③ 0
- **4**) 2

⑤ 6

- [중단원 마무리]
- **26.** 부등식 |2x+1| < 5x-17를 만족시키는 자연수 x 의 최솟값은?
- ① 3

2 4

3 5

(4) 6

⑤ 7

- [중단원 마무리]
- **27.** 부등식 $|2x-5|+\sqrt{4x^2-8x+4}\leq 9$ 의 해가 $\alpha\leq x\leq \beta$ 일 때, $\beta-2\alpha$ 의 값은?
 - ① 3

2 4

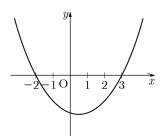
3 5

4) 6

⑤ 7

- [중단원 마무리]
- **28.** 이차함수 $y = 2x^2 x + m$ 의 그래프와 직선 y = 3x + 1이 적어도 한 점에서 만나도록 하는 자연 수 m의 값의 합은?
 - 1 1
- ② 2
- 3 3
- **(4)** 6
- **⑤** 10

- [중단원 마무리]
- **29.** 이차함수 y = f(x)의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f\left(\frac{x-2}{3}\right) \le 0$ 을 만족하는 정수 x의 개수는?



- 12
- ② 13
- ③ 14
- **4**) 15
- (5) 16

[중단원 마무리]

30. 다음 이차부등식의 해가 옳지 않은 것은?

- ① $5x^2 6x + 1 < 0$ 의 해는 $\frac{1}{5} < x < 1$ 이다.
- ② $x^2 10x + 26 \ge 0$ 의 해는 모든 실수이다.
- ③ $4x^2-12x+9 \le 0$ 의 해는 $x=\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ $-4x^2 + 8x 5 > 0$ 의 해는 없다.
- ⑤ $-x^2+2x-3>0$ 의 해는 모든 실수이다.

[중단원 마무리]

- **31.** 연립부등식 $\begin{cases} x^2-6x+8\geq 0 \\ -2x^2+11x+6>0 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은?
 - 1 8
- 29
- ③ 10
- (4) 11
- ⑤ 12

[중단원 마무리]

- **32.** 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 -3 < x < 4일 때, 이차부등식 $ax^2 bx + c > 0$ 의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이 다. 두 상수 α , β 에 대하여 $\alpha\beta$ 의 값은? (단, a, b, c는 상수)
 - $\bigcirc -12$
- (2) -6
- (3) 2
- (4) 12

(5) 6

[중단원 마무리]

- **33.** 부등식 $kx^2 2(k+2)x + 2k + 1 \le 0$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 정수 k의 최솟값을 구하면?
 - $\bigcirc -2$
- 3 4
- **4**) 5
- **⑤** 6

[중단원 마무리]

- **34.** 연립부등식 $\begin{cases} x^2-2x-8 \geq 0 \\ x^2-(k+1)x+k < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x가 2개일 때, 모든 정수 k의 값의 곱은?
 - $\bigcirc -24$
- $\bigcirc -20$
- 3 16
- (4) -12
- (5) 8

[중단원 마무리]

- **35.** 모든 실수 x에 대하여 부등식 $-1 \le (a-1)x+b \le x^2+2x+2$ 가 성립할 때, 점 (a,b)가 나타내는 도형의 길이는?
 - 1 1
- ② $\frac{5}{4}$
- $3\frac{7}{4}$
- 4 2

[중단원 마무리]

- **36.** 연립부등식 $\begin{cases} 4|x-1| < a \\ x^2 + 8x + 12 < 0 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 양수 a의 값의 범위는?
 - ① $0 < a \le 4$
- ② 0 < a < 12
- $0 < a \le 12$
- $4 1 < a \le 12$
- ⑤ $a \ge 12$

[중단원 마무리]

- 37. 상품 $1 \log 2 = 100x \log 2 + 2x + 2 \log 2 = 100x \log 2 + 2x + 2 \log 2 = 100x \log 2 =$
 - ① 100km 초과 200km 미만
 - ② 200km 초과 300km 미만
 - ③ 300km 초과 400km 미만
 - ④ 400km 초과 500km 미만
 - ⑤ 500km 초과 600km 미만

[대단원 마무리]

- **38.** 부등식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+3>0$ 이 모든 실수 x에 대하여 성립할 때, 실수 a의 값의 범위는?
 - ① $a \leq 2$
- ② -1 < a < 2
- $3 1 < a \le 2$
- $4 1 \le a < 2$
- $5 1 \le a \le 2$

P

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 주어진 방정식에서 $x^2=X$ 로 치환하면 $x^4-2x^2-3=X^2-2X-3$ $=(X-3)(X+1)=(x^2-3)(x^2+1)$ $=(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x^2+1)$ 따라서 두 실근은 $\sqrt{3},-\sqrt{3}$ 이므로 구하려는 이 차방정식의 두 실근은 $\sqrt{3}+2,-\sqrt{3}+2$ 이다. 이때, 두 실근의 합은 $(\sqrt{3}+2)+(-\sqrt{3}+2)=4$, 두 실근의 곱은 $(\sqrt{3}+2)(-\sqrt{3}+2)=1$ 이므로 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2-4x+1=0$

2) [정답] ①

[해설] $(x^2 + 2x - 4)^3 = -1$ 에서 x가 실수이므로 $x^2 + 2x - 4 = -1$ 이다. $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이므로 주어진 방정식의 실근의 개수도 2이다.

3) [정답] ③

[해설] $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8=0$ 에서 $x^2+3x=X$ 라고 하면 $X^2-2X-8=0, (X-4)(X+2)=0$ X=-2 또는 X=4이다. $x^2+3x=-2$ 에서 $x^2+3x+2=0$ (x+1)(x+2)=0이므로 x=-2 또는 x=-1이다. $x^2+3x=4$ 에서 $x^2+3x-4=0$ (x+4)(x-1)=0이므로 x=-4 또는 x=1이다. 따라서 음의 실근의 합은 -4+(-2)+(-1)=-7

4) [정답] ②

[해설] $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ 라 하면 f(-1) = 0이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\therefore f(x) = (x+1)(x^2-4x+5)$$
 이때 방정식 $f(x) = 0$ 의 두 허근 α , β 는 방정식 $x^2-4x+5=0$ 의 근이므로 이차방정식의 근과 계

x - 4x + 5 = 0의 근이므로 이사망성식의 근괴 수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 4$, $\alpha\beta = 5$

$$\therefore \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 4^2 - 5 = 11$$

5) [정답] ④

[해설]
$$x^4 + 2x^2 + 9 = 0$$

 $x^4 + 6x^2 + 9 - 4x^2 = 0$, $(x^2 + 3)^2 - (2x)^2 = 0$
 $(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3) = 0$
 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 또는 $x^2 - 2x + 3 = 0$
이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 은 허근을 가지므로 두

허근을 α , α 라 하면 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\alpha=-2$, $\alpha\cdot\alpha=3$

또 이차방정식 $x^2-2x+3=0$ 도 허근을 가지므로 두 허근을 β , $\overline{\beta}$ 라 하면 근과 계수의 관계에 의 해 $\beta+\overline{\beta}=2$, $\beta\cdot\overline{\beta}=3$ 이므로 $\alpha^2+\overline{\alpha}^2=(\alpha+\overline{\alpha})^2-2\alpha\cdot\overline{\alpha}=4-6=-2$

$$\alpha^2 + \overline{\alpha}^2 = (\alpha + \overline{\alpha})^2 - 2\alpha \cdot \overline{\alpha} = 4 - 6 = -6$$

 $\beta^2 + \overline{\beta}^2 = (\beta + \overline{\beta})^2 - 2\beta \cdot \overline{\beta} = 4 - 6 = -2$
따라서 $(\alpha^2 + \overline{\alpha}^2)(\beta^2 + \overline{\beta}^2) = 4$ 이다.

따라서 $(\alpha^2 + \alpha^2)(\beta^2 + \beta^2)$ =

6) [정답] ②

[해설] 주어진 삼차방정식의 계수가 실수이므로 1+i가 근이면 1-i도 근이다. 나머지 한 근이 m이 므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 m+(1+i)+(1-i)=-p, m(1+i)+m(1-i)+(1+i)(1-i)=q, m(1+i)(1-i)=-6 위의 세 식을 연립하여 풀면 m=-3, p=1, q=-4 $\therefore p+q+m=-6$

7) [정답] ③

[해설] 삼차방정식 $x^3 = -1$ 에서 $x^3 + 1 = 0$,

즉
$$(x+1)(x^2-x+1)=0$$
이므로

 ω 는 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이고, 방정식의 계수 가 실수이므로 ω 의 켤레복소수인 ω 도 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이다.

$$\omega^3 = -1, \ \overline{\omega}^3 = -1$$

$$\omega^2 - \omega + 1 = 0$$
, $\overline{\omega}^2 - \overline{\omega} + 1 = 0$

근과 계수와의 관계에 의하여 $\omega + \bar{\omega} = 1, \ \omega \bar{\omega} = 1$ 이 성립한다.

$$\neg . \ \omega - \frac{1}{\frac{-2}{\omega}} = \omega - \frac{\overline{\omega}}{\frac{-3}{\omega}} = \omega + \overline{\omega} = 1$$

$$\bot. \ \omega^2 + \overline{\omega^2} = (\omega - 1) + (\overline{\omega} - 1) = (\omega + \overline{\omega}) - 2 = -1$$

$$\Box \cdot \frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{1-\overline{\omega}} = \frac{1}{-\omega^2} + \frac{1}{-\overline{\omega}^2} = \frac{\omega}{-\omega^3} + \frac{\overline{\omega}}{-\overline{\omega}^3}$$

$$=\omega + \overline{\omega} = 1$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

8) [정답] ②

[해설] 방정식 $x^4 + px^3 + 4x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 실근이 α 이므로 $\alpha^4 + p\alpha^3 + 4\alpha^2 + p\alpha + 1 = 0$

양변을 α^2 으로 나누면

$$\alpha^2 + p\alpha + 4 + \frac{p}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} = 0$$

$$\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + p\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) + 4 = 0$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 + p\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) + 2 = 0$$

이때
$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = 1$$
이므로

$$1+p+2=0$$
 : $p=-3$

9) [정답] ①

[해설] 밑면인 오각형은 직사각형과 사다리꼴로 나눌 수 있으므로

(밑넓이)

$$= \frac{1}{2} \, \cdot \, 2 \, \cdot \, \{(x-3) + (x+1)\} + (x+1)(x-2)$$

$$=(2x-2)+(x^2-x-2)=x^2+x-4$$

이때 오각기둥의 높이는 2x이고, 부피가 260이므

로
$$(x^2+x-4) \cdot 2x = 260$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 130 = 0$$

$$(x-5)(x^2+6x+26)=0$$

$$\therefore x = 5 \quad \text{E-} \quad x = -3 \pm \sqrt{17}i$$

그런데 x는 실수이므로 x=5

10) [정답] ②

[해설] 정육면체 4개를 쌓은 입체도형이므로

$$V = 4x^3$$

앞쪽과 뒤쪽에 보이는 도형의 겉넓이는

$$3x^2 + 3x^2 = 6x^2$$

왼쪽과 오른쪽에 보이는 도형의 겉넓이는

$$3x^2 + 3x^2 = 6x^2$$

위쪽과 아래쪽에 보이는 도형의 겉넓이는

$$3x^2 + 3x^2 = 6x^2$$

$$\therefore S = 6x^2 + 6x^2 + 6x^2 = 18x^2$$

이때
$$3V = S + 24$$
에서

$$3 \cdot 4x^3 = 18x^2 + 24$$
, $2x^3 - 3x^2 - 4 = 0$

$$(x-2)(2x^2+x+2)=0$$

그런데 x는 실수이므로 x=2

11) [정답] ④

[해설] 삼차방정식 $x^3 = -1$ 에서 $x^3 + 1 = 0$,

$$(x+1)(x^2-x+1)=0$$
이므로 ω^{\perp} $x^2-x+1=0$

의 한 허근이다. 따라서 $\omega^3 = -1$, $\omega^2 - \omega + 1 = 0$

이 성립하므로

$$1 - \omega^2 + \omega^4 - \omega^6 + \omega^8 - \omega^{10} + \omega^{12}$$

$$= 1 - \omega^2 + \omega^3 \omega - (\omega^3)^2 + (\omega^3)^2 \omega^2 - (\omega^3)^3 \omega + (\omega^3)^4$$

$$= 1 - \omega^2 + (-1)\omega - (-1)^2 \\ + (-1)^2 \omega^2 - (-1)^3 \omega + (-1)^4$$

$$=1-\omega^{2}-\omega-1+\omega^{2}+\omega+1=1=a+b\omega$$

a, b는 실수이므로 a=1, b=0

따라서 두 실수 a, b의 합은 a+b=1+0=1이다.

12) [정답] ①

[해설] 두 원 A, B의 반지름의 길이를 각각 x, y라 고 하면 두 원 A, B의 지름의 길이의 합이 16

이므로 2x + 2y = 16

$$x+y=8$$
 $\therefore x=8-y \cdots \bigcirc$

또 원 C의 지름의 길이는 2x-2y이므로 원 D의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\{2y-(2x-2y)\}=-x+2y$$

두 원 A, D의 넓이의 차가 24π 이므로

$$\pi x^2 - \pi (-x + 2y)^2 = 24\pi$$

$$x^2 - (x^2 - 4xy + 4y^2) = 24$$

$$4xy-4y^2=24$$
 $\therefore xy-y^2=6$ $\cdots \bigcirc$

⊙을 ⓒ에 대입하면

$$(8-y)y-y^2=6$$

$$2y^2 - 8y + 6 = 0$$
, $y^2 - 4y + 3 = 0$

$$(y-1)(y-3) = 0$$
 : $y=1 \oplus y=3$

y의 값을 ⊙에 대입하면

$$x = 7, y = 1 + x = 5, y = 3$$

그런데 x=7, y=1이면 원 D의 반지름의 길이

가 음수이므로 x=5, y=3

따라서 원 A의 지름의 길이는 $2 \times 5 = 10$

13) [정답] ③

[해설] 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=5 & \cdots \bigcirc \\ x^2-y^2=15 & \cdots \bigcirc \end{cases}$$

의 해와 같다.

 \bigcirc 에서 y=-x+5 …©

◎을 ◎에 대입하면

$$x^2 - (-x+5)^2 = 15$$

$$10x = 40$$
 : $x = 4$

x의 값을 ©에 대입하면 y=1

x=4, y=1을 $x^2+ay=1$, bx-y=4에 각각 대

입하면 16+a=1, 4b-1=4

$$\therefore a = -15, b = \frac{5}{4} \quad \therefore a + b = -\frac{55}{4}$$

14) [정답] ④

[해설]
$$\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots \\ x^2+y^2=2 & \cdots \end{cases}$$

$$\bigcirc$$
에서 $y=-2x+1$ … \bigcirc

□을 □에 대입하면

$$x^2 + (-2x+1)^2 = 2$$

$$5x^2-4x-1=0$$
, $(5x+1)(x-1)=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \quad \text{£} \quad x = 1$$

x의 값을 \bigcirc 에 대입하면 주어진 연립방정식의 해

$$= x = -\frac{1}{5}, y = \frac{7}{5} = x = 1, y = -1$$

$$\therefore x+y=\frac{6}{5} \quad \text{EL} \quad x+y=0$$

따라서 x+y의 최댓값은 $\frac{6}{5}$ 이다.

15) [정답] ③

[해설]
$$\begin{cases} 3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 & \cdots \\ x^2 - 2xy + 2y^2 = 10 & \cdots \end{cases}$$

 \bigcirc 에서 (x-y)(3x-2y)=0

$$\therefore x = y \quad \exists \exists x = \frac{2}{3}y$$

(i) *x* = *y*를 ○에 대입하면

$$y^2 - 2y^2 + 2y^2 = 10$$
, $y^2 = 10$

$$\therefore y = \pm \sqrt{10}$$
 , $x = \pm \sqrt{10}$ (복부호동순)

$$\therefore x^2 + y^2 = 10 + 10 = 20$$

(ii)
$$x = \frac{2}{3}y$$
를 ©에 대입하면

$$\frac{4}{9}y^2 - \frac{4}{3}y^2 + 2y^2 = 10$$
, $y^2 = 9$

$$\therefore x^2 + y^2 = 9 + 4 = 13$$

따라서 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은 20이다.

16) [정답] ③

[해설] 주어진 연립방정식을 만족시키는 두 실수 x,

y는 이차방정식 $t^2 - (a+2)t + \frac{a^2+1}{4} = 0$ 의 두 실 근이므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$D = \{-(a+2)\}^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{a^2 + 1}{4}\right) \ge 0$$

$$a^2+4a+4-(a^2+1) \ge 0$$
, $4a+3 \ge 0$

$$\therefore a \ge -\frac{3}{4}$$

따라서 이를 만족하는 정수 a의 최솟값은 0이다.

17) [정답] ④

[해설] 운동장의 가로, 세로의 길이를 각각 xm, ym 라고 하면 넓이가 $108\,\mathrm{m}^2$, 대각선의 길이가 $6\,\sqrt{10}\,\mathrm{m}$ 이므로

$$\begin{cases} xy = 108 & \cdots \bigcirc \\ x^2 + y^2 = 360 & \cdots \bigcirc \end{cases}$$

①. ⓒ에서

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 360 + 216 = 576$$

이때 x > 0, y > 0이므로 x + y = 24

$$\therefore y = 24 - x \cdots \bigcirc$$

□을 →에 대입하면

$$x(24-x) = 108$$
, $x^2 - 24x + 108 = 0$

$$(x-6)(x-18) = 0$$
 $\therefore x = 6 \oplus x = 18$

x의 값을 ©에 대입하면

x = 6, y = 18 $\pm \frac{1}{2}$ x = 18, y = 6

따라서 운동장의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 18-6=12(m)

18) [정답] ⑤

[해설] 두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 & \cdots \\ (10x + y) + (10y + x) = 110 & \cdots \\ \bigcirc \end{cases}$$

©에서 y=10-x …©

◎을 ⊙에 대입하면

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$
, $x^2 - 10x + 21 = 0$

$$(x-3)(x-7) = 0$$
 $\therefore x = 3 \oplus x = 7$

x의 값을 ©에 대입하면 x=3, y=7 또는 x=7, y=3 그런데 x>y이므로 x=7, y=3 따라서 처음 수는 73이다.

19) [정답] ④

[해설]
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 5 & \cdots \\ x^2 + 2xy - y^2 = 7 & \cdots \end{cases}$$

○×7-ⓒ×5를 계산하면

$$9x^2 - 3xy - 2y^2 = 0$$
, $(3x + y)(3x - 2y) = 0$

$$\therefore y = -3x + \frac{3}{2}x$$

(i) *y* =-3*x*를 ⊙에 대입하면

$$2x^2 - 3x^2 - 9x^2 = 5$$
, $x^2 = -\frac{1}{2}$

$$\therefore x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i, y = \mp \frac{3\sqrt{2}}{2}i(복부호동순)$$

(ii) $y = \frac{3}{2}x$ 를 \bigcirc 에 대입하면

$$2x^2 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x^2 = 5$$
, $x^2 = 4$

따라서
$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}i$$
, $\beta = -\frac{3\sqrt{2}}{2}i$

또는
$$\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$
, $\beta = \frac{3\sqrt{2}}{2}i$ 이므로 $\alpha\beta = \frac{3}{2}$

20) [정답] ④

[해설] $P(x) = x^3 - 4x^2 + (k+4)x - 2k$ 라 하면 P(2) = 8 - 16 + 2(k+4) - 2k = 0

조립제법을 이용하여 P(x)를 인수분해하면

 $P(x) = (x-2)(x^2-2x+k)$

이때 방정식 P(x)=0의 서로 다른 실근이 한 개이려면 방정식 $x^2-2x+k=0$ 이 실근을 갖지 않거나 x=2를 중근으로 가져야 한다.

(i) 방정식 $x^2-2x+k=0$ 이 실근을 갖지 않는 경우

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - k < 0$$

1-k < 0 $\therefore k > 1$

(ii) 방정식 $x^2-2x+k=0$ 이 x=2를 중근으로 갖는 경우

$$4-4+k=0$$
 : $k=0$

$$x^2 - 2x + k = 0$$
에서 $x^2 - 2x = 0$ 이므로

$$x(x-2)=0$$
 $\therefore x=0$ $\stackrel{\leftarrow}{=}$ $x=2$

즉 방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 은 x = 2를 중근으로 갖지 않는다.

따라서 (i), (ii)에서 구하는 실수 k의 값의 범위는 k>1

21) [정답] ①

[해설]
$$5x+1>-9$$
에서 $5x>-10$ $\therefore x>-2$ …① $2(x-3) \le x+4$ 에서 $2x-6 \le x+4$

$$\therefore x \le 10 \dots \bigcirc$$

$$\bigcirc$$
, \bigcirc 의 공통부분을 구하면 $-2 < x \le 10$

$$\therefore a = -2, b = 10$$

$$a, b$$
의 값을 $ax+b>0$ 에 대입하면

$$-2x+10 > 0$$
, $2x < 10$: $x < 5$

따라서 이를 만족하는 자연수 x의 값은 1, 2, 3,4이므로 그 합은 1+2+3+4=10

22) [정답] ④

[해설]
$$5(x-6) < 4x+12$$
에서 $x < 42$ … \bigcirc

$$4x+12 \le 6(x-7)$$
에서

$$2x \ge 54$$
 $\therefore x \ge 27$ $\cdots \bigcirc$

①, ①의 공통부분을 구하면
$$27 \le x < 42$$
 따라서 이를 만족하는 가장 큰 정수는 41 이다.

23) [정답] ⑤

[해설]
$$2x-1>-5$$
에서 $2x>-4$ $\therefore x>-2$ … \bigcirc

$$\frac{x-5}{2} \le \frac{x}{4} + 3$$
에서 $2(x-5) \le x + 12$

$$\therefore x \le 22 \cdots \bigcirc$$

$$-2 < x \le 22$$

따라서
$$a=-2$$
, $b=22$ 이므로 $ab=-44$

24) [정답] ④

[해설] 예약하는 버스를
$$x$$
대라 하면 학생 수는 $(40x+15)$ 명이므로

$$45(x-2) < 40x + 15 \le 45(x-1)$$

$$45(x-2) < 40x+15$$
에서 $5x < 105$

$$\therefore x < 21 \cdots \bigcirc$$

$$40x+15 \le 45(x-1)$$
에서 $5x \ge 60$

$$\therefore x \ge 12 \cdots \bigcirc$$

⊙, ⓒ의 공통부분을 구하면

$$12 \le x < 21$$

따라서 예약해야 하는 버스의 최소 대수는 12대 이다.

25) [정답] ⑤

[해설]
$$|3x-2| \ge a$$
의 해가 $x \le b$ 또는 $x \ge 2$ 이므로 $a > 0$

$$|3x-2| \ge a$$
에서 $3x-2 \le -a$ 또는 $3x-2 \ge a$

(i)
$$3x-2 \le a$$
에서 $3x \le -a+2$

$$\therefore x \leq \frac{-a+2}{3}$$

(ii)
$$3x-2 \ge a$$
에서 $3x \ge a+2$

$$\therefore x \ge \frac{a+2}{3}$$

$$x \leq \frac{-a+2}{3}$$
 또는 $x \geq \frac{a+2}{3}$

그런데 주어진 부등식의 해가
$$x \le b$$
 또는 $x \ge 2$

이므로
$$\frac{-a+2}{3} = b$$
, $\frac{a+2}{3} = 2$

$$\therefore a = 4, b = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore a-3b=4+2=6$$

26) [정답] ⑤

[해설] |2x+1| < 5x-17에서

(i)
$$x < -\frac{1}{2}$$
일 때, $2x+1 < 0$ 이므로

$$-(2x+1) < 5x-17, 7x > 16$$
 $\therefore x > \frac{16}{7}$

그런데
$$x < -\frac{1}{2}$$
이므로 해는 없다.

(ii)
$$x \ge -\frac{1}{2}$$
일 때, $2x+1 > 0$ 이므로

$$2x+1 < 5x-17, \ 3x > 18$$
 $\therefore x > 6$

그런데
$$x \ge -\frac{1}{2}$$
이므로 $x > 6$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 x>6 따라서 이를 만족하는 자연수 x의 값의 최솟값은 7이다.

27) [정답] ③

[해설] $\sqrt{4x^2-8x+4} = \sqrt{4(x-1)^2} = 2|x-1|$ 이므로 주어진 부등식은 $|2x-5|+2|x-1| \le 9$

$$-(2x-5)-2(x-1) \le 9$$

$$-4x+7 \le 9$$
, $4x \ge -2$: $x \ge -\frac{1}{2}$

그런데
$$x < 1$$
이므로 $-\frac{1}{2} \le x < 1$

(ii)
$$1 \le x < \frac{5}{2}$$
일 때,

$$-(2x-5)+2(x-1) \le 9$$
 : $0 \cdot x \le 6$

그런데
$$1 \le x < \frac{5}{2}$$
이므로 $1 \le x < \frac{5}{2}$

(iii)
$$x \ge \frac{5}{2}$$
일 때,

$$(2x-5)+2(x-1) \le 9$$

$$4x-7 \le 9$$
, $4x \le 16$ $\therefore x \le 4$

그런데
$$x \ge \frac{5}{2}$$
이므로 $\frac{5}{2} \le x \le 4$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$-\frac{1}{2} \le x \le 4$$

따라서
$$\alpha = -\frac{1}{2}$$
, $\beta = 4$ 이므로 $\beta - 2\alpha = 4 + 1 = 5$

28) [정답] ④

[해설] 이차함수
$$y=2x^2-x+m$$
의 그래프와 직선

y = 3x + 1이 적어도 한 점에서 만나야 하므로 방 정식 $2x^2 - x + m = 3x + 1$.

즉
$$2x^2 - 4x + m - 1 = 0$$
의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 2(m-1) \ge 0$$

 $6-2m \geq 0, \ 2m \leq 6$ $\therefore m \leq 3$ 따라서 자연수 m은 $1, \ 2, \ 3$ 이므로 그 합은 1+2+3=6

29) [정답] ⑤

[해설] 주어진 이차함수 y=f(x)의 그래프가 x축과 두 점 (-2,0), (3,0)에서 만나므로 f(x)=a(x+2)(x-3)(a>0)라 하면 $f\left(\frac{x-2}{3}\right)=a\left(\frac{x-2}{3}+2\right)\left(\frac{x-2}{3}-3\right)$ $=\frac{a}{9}(x+4)(x-11)$ 부등식 $f\left(\frac{x-2}{3}\right)\leq 0$, 즉 $\frac{a}{9}(x+4)(x-11)\leq 0$ 에서 $(x+4)(x-11)\leq 0$ $\therefore -4\leq x\leq 11$ 따라서 이를 만족하는 정수 x의 개수는 -4.

30) [정답] ⑤

[해설] ① $5x^2 - 6x + 1 < 0$ 의 해는 $\frac{1}{5} < x < 1$ 이다.

②
$$x^2 - 10x + 26 \ge 0$$
의 해는 모든 실수이다.

③
$$4x^2 - 12x + 9 \le 0$$
의 해는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

④
$$-4x^2+8x-5>0$$
의 해는 없다.

⑤
$$-x^2+2x-3>0$$
의 해는 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

-3, -2, ⋯, 11의 16개이다.

31) [정답] ⑤

[해설]
$$x^2-6x+8 \ge 0$$
에서 $(x-2)(x-4) \ge 0$
 $\therefore x \le 2$ 또는 $x \ge 4$ … \bigcirc
 $-2x^2+11x+6>0$ 에서 $2x^2-11x-6<0$
 $(2x+1)(x-6)<0$ \therefore $-\frac{1}{2}< x<6$ … \bigcirc

①, ①의 공통부분을 구하면
$$-\frac{1}{2} < x \leq 2 \ \text{또는} \ 4 \leq x < 6$$

따라서 이를 만족하는 정수 x는 0, 1, 2, 4, 5이 므로 그 합은 0+1+2+4+5=12

32) [정답] ①

[해설]
$$ax^2 + bx + c > 0$$
의 해가 $-3 < x < 4$ 이므로 $a < 0$

해가 -3 < x < 4이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등 식은

$$(x+3)(x-4) < 0$$
 : $x^2 - x - 12 < 0$

양변에 a를 곱하면 $ax^2 - ax - 12a > 0$

이 부등식이 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$$b = -a, c = -12a$$

이것을
$$ax^2-bx+c>0$$
에 대입하면 $ax^2+ax-12a>0$, $x^2+x-12<0$ $(x+4)(x-3)<0$ \therefore $-4< x<3$ 따라서 $\alpha=-4$, $\beta=3$ 이므로 $\alpha\beta=-12$

33) [정답] ④

[해설] 주어진 부등식의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 x에 대하여

$$kx^2 - 2(k+2)x + 2k + 1 > 0$$
 ...

이 성립해야 한다.

(i) k = 0일 때,

$$0 \cdot x^2 - 4x + 1 > 0, \ 4x < 1 \quad \therefore \ x < \frac{1}{4}$$

즉 주어진 부등식은 모든 실수 x에 대하여 항상 성립한다고 할 수 없다.

(ii) $k \neq 0$ 일 때,

모든 실수 x에 대하여 \bigcirc 이 성립하려면 k>0 … \bigcirc

또 이차방정식 $kx^2 - 2(k+2)x + 2k + 1 = 0$ 의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}\!=\!\{-\left(k\!+\!2\right)\}^2\!-\!k(2k\!+\!1)<0$$

$$-k^2+3k+4<0$$
, $k^2-3k-4>0$

$$(k+1)(k-4) > 0$$
 $\therefore k < -1$ $\Xi \succeq k > 4$

그런데 k > 0이므로 k > 4

(i), (ii)에서 k>4

따라서 이를 만족하는 정수 *k*의 최솟값은 5이다.

34) [정답] ①

[해설]
$$x^2 - 2x - 8 \ge 0$$
에서 $(x+2)(x-4) \ge 0$

$$\therefore x \leq -2 \stackrel{\mathsf{L}}{=} x \geq 4 \cdots \bigcirc$$

 $x^2 - (k+1)x + k < 0$ 에서 (x-1)(x-k) < 0 … ©

①, ②을 동시에 만족시키는 정수가 2개이므로

(i) k > 1일 때, $5 < k \le 6$

(ii) k < 1일 때, $-4 \le k < -3$

따라서 이를 만족하는 정수 k의 값은 6, -4이므로 그 곱은 $6 \times (-4) = -24$

35) [정답] ④

[해설] (i) $-1 \le (a-1)x+b$ 가 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하려면

 $a\!=\!1,\ b\!\geq\!-1$

(ii) $(a-1)x+b \le x^2+2x+2$ 에서

 $b < x^2 + 2x + 2$

 $x^2 + 2x + 2 - b \ge 0$

이 부등식이 모든 실수에 대하여 항상 성립하려

면 이차방정식 $x^2+2x+2-b=0$ 의 판별식을 D

라 할 때, $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \cdot (2 - b) \le 0$

 $-1+b \le 0$: $b \le 1$

따라서 a=1, $-1 \le b \le 1$ 이므로 점 (a,b)가 나

타내는 도형의 길이는 2이다.

36) [정답] ③

[해설]
$$4|x-1| < a$$
에서 $|x-1| < \frac{a}{4}$

$$-\frac{a}{4} < x - 1 < \frac{a}{4}$$

$$\therefore -\frac{a}{4}+1 < x < \frac{a}{4}+1 \cdots \bigcirc$$

$$x^2 + 8x + 12 < 0$$
에서 $(x+6)(x+2) < 0$

$$\therefore -6 < x < -2 \cdots \bigcirc$$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 ⑦, ◎ 의 공통부분이 존재하지 않아야 한다.

이때
$$a > 0$$
에서 $\frac{a}{4} + 1 > 0$ 이므로

$$-\frac{a}{4}+1 \ge -2, -\frac{a}{4} \ge -3$$
 : $a \le 12$

그런데 a>0이므로 0<a \le 12

37) [정답] ③

[해설] 상품 $A \log = 100 x \log$ 운송하는데 드는 비용은

자동차는 $A(x^2+2x+2)$ 만 원, 철도는 A(x+14)

만 원, 선박은
$$A\left(\frac{1}{2}x+16\right)$$
만 원이므로

$$\begin{cases} A(x+14) < A(x^2+2x+2) \\ A(x+14) < A\left(\frac{1}{2}x+16\right) \end{cases}$$

$$A(x+14) < A(x^2+2x+2)$$
에서

$$x+14 < x^2+2x+2$$
, $x^2+x-12 > 0$

$$(x+4)(x-3) > 0$$
 : $x < -4$ 또는 $x > 3$

그런데 x > 0이므로 x > 3 … \bigcirc

$$A(x+14) < A\left(\frac{1}{2}x+16\right)$$
에서

$$x+14 < \frac{1}{2}x+16, \ \frac{1}{2}x < 2 \quad \therefore \ x < 4$$

그런데 x > 0이므로 0 < x < 4 … ©

①, ①의 공통부분을 구하면 3 < x < 4

따라서 구하는 운송거리는 300km 초과 400km 미만이다.

38) [정답] ④

[해설] (i) a = -1일 때,

 $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 3 > 0$ 이므로 주어진 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

(ii) $a \neq -1$ 일 때.

모든 실수 x에 대하여

 $(a+1)x^2+2(a+1)+3>0$ 이 성립하려면

a+1>0 $\therefore a>-1 \cdots \bigcirc$

또 이차방정식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+3=0$ 의 판 별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4} = (a+1)^2 - (a+1) \cdot 3 < 0$$

$$a^2-a-2<0$$
, $(a+1)(a-2)<0$

$$\therefore -1 < a < 2 \cdots \bigcirc$$

\bigcirc , \bigcirc 의 공통부분을 구하면 -1 < a < 2

(i), (ii)에서 -1 ≤ a < 2

