

2020년 태성고 수학(하) 중간고사

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A)=18$, $n(B)=13$, $n(A \cup B)=23$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은? [5점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 전체집합 $U=\{2,3,5,7,11\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B^c = \{3,7\}$, $B - A = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{11\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합은? [5점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 12

3. 두 집합 $A=\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$, $B=\{x|x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap X=A$, $B \cup X=B$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는? [5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 집합 $X=\{-1, 0, 1\}$, $Y=\{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수인 것은? [5.1점]

- ① $f(x)=x-2$
 ② $f(x)=-x+3$
 ③ $f(x)=|x|+3$
 ④ $f(x)=x^2+x+1$
 ⑤ $f(x)=\begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$

5. 함수 $f(x)=3x-4$ 에 대하여 $f^{-1}(5)$ 의 값은? (단, f^{-1} 은 f 의 역함수이다.) [5.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 집합 $X=\{x|-1 \leq x \leq 4\}$, $Y=\{y|-2 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x)=ax+b$ 가 일대일대응이 될 때, ab 의 값은? (단, $a < 0$, b 는 실수이다.) [5.2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 두 조건 ' $p: x^2 - 3x - 4 < 0$ '과 ' $q: a < x < b$ '에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, $a+b$ 의 값은? [5.3점]
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

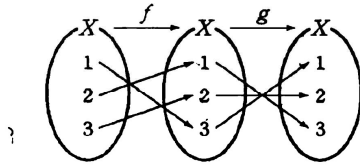
8. 두 조건 ' $p: |x-a| < 6$, $q: |x-2| < 1$ '에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 의 역이 참이 되도록 하는 실수 a 값의 범위는 $m \leq a \leq M$ 이다. $M+m$ 의 값은? [5.3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 명제 ' $k-1 \leq x \leq k+1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq x \leq 6$ 이다'가 참이 되도록 하는 실수 k 값의 범위는 $m \leq k \leq M$ 이다. $M-m$ 의 값은? [5.4점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. $x > 0$, $y > 0$ 일 때, $(3x+4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{4}{y}\right)$ 의 최솟값은? [5.4점]
- ① 41 ② 43 ③ 45 ④ 47 ⑤ 49

11. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여

X 에서 X 로 두 함수 f, g 가 아래 그림과 같을 때,
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(1) + (f^{-1} \circ g)(3) + (f \circ f^{-1})(2)$ 의 값은? [5.5점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

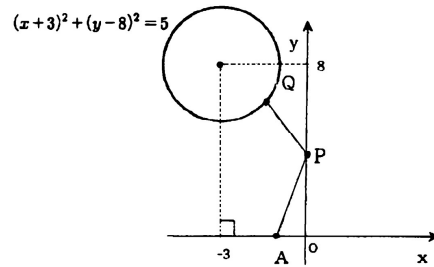
12. 제 1사분면 위의 점 A를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭 이동한 점을 B라 하자. x 축 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이 $3\sqrt{2}$ 일 때, \overline{OA} 의 길이는? (단, 점 O는 원점이다.) [5.5점]

- ① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

13. 점 $(-3, 4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 A, x 축으로 4만큼 y 축으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표를 B라 할 때, 선분 \overline{AB} 를 수직이등분하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하자. $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [5.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 좌표평면 위에 점 $A(-1, 0)$ 과 원 $C: (x+3)^2 + (y-8)^2 = 5$ 가 있다. y 축 위의 점 P와 원 C 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ}$ 의 최솟값은? [5.7점]



- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

15. 함수 $f(x) = 1 - x$ 에 대하여

$f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)일 때,
 $f^{2020}(10) + f^{2021}(29)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [5.8점]

- ① -29 ② -18 ③ -5 ④ 12 ⑤ 20

[논술형 2]

명제 ' $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(x-2)(x-a-2) > 0$ 이다'가 참이 되도록 하는 실수 a 값의 범위를 구하시오.

[7점]

여기부터 논술형 문제입니다.

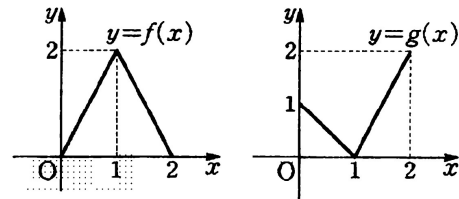
논술형 답안지에 반드시 풀이 과정을 포함하여 답안을 작성하시기를 바랍니다. 정답만 작성 시 '0'점 처리됩니다.

[논술형 1]

직선 $l: y = 2x + a$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선을 m 이라 할 때, 두 직선 l, m 사이의 거리는 $4\sqrt{5}$ 이다. 이때, 모든 상수 a 의 값의 곱을 구하시오. [6점]

[논술형3]

집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, x 의 값의 구간을 나누어 함수 $y = (g \circ f)(x)$ 를 구하시오. [7점]



정답

- 1) ④
- 2) ⑤
- 3) ②
- 4) ④
- 5) ③
- 6) ②
- 7) ②
- 8) ④
- 9) ①
- 10) ⑤
- 11) ③
- 12) ①
- 13) ②
- 14) ③
- 15) ②

[논술형 1] -100

[논술형 2] $a \geq -2$

$$[\text{논술형 3}] (g \circ f)(x) = \begin{cases} -2x+1 & (0 \leq x < \frac{1}{2}) \\ 4x-2 & (\frac{1}{2} \leq x < 1) \\ -4x+6 & (1 \leq x < \frac{3}{2}) \\ 2x-3 & (\frac{3}{2} \leq x \leq 2) \end{cases}$$