3-2-2.여러 가지 수열의 합_미래엔(황선욱)

개념check

[자연수의 거듭제곱의 합]

(1) $\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

[분수 꼴로 주어진 수열의 합]

• 주어진 분수를 부분분수로 변형한 후 전개하여 계산한다.

(1) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

(2) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+a)} = \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$

(3) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+a)(k+b)} = \frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$

(4) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right\}$

[분모에 근호가 있는 수열의 합]

• 일반항이 분수식이고, a_k의 분모에 근호가 있는 두 식의 합으로 나타내어 질 경우, 분모를 유리화한 후, a_k의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 차례로 대입하여 합의 꼴로 나타내어 계산한다.

기본문제

[문제]

1. $\sum_{k=5}^{8}(2k-3)$을 계산한 것으로 옳은 것은?

① 34 ② 37
③ 40 ④ 43
⑤ 46

[문제]

2. 다음은 1부터 n까지의 자연수의 세제곱의 합 $\sum_{k=1}^{n} k^3$이 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$을 만족함을 항등식 $(k+1)^4-k^4 = 4k^3+6k^2+4k+1$을 이용하여 구하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것으로 옳은 것은?

(ⅰ) $k=1$일 때, $2^4-1^4 = 4\times1^3+6\times1^2+4\times1+1$
$k=2$일 때, $3^4-2^4 = 4\times2^3+6\times2^2+4\times2+1$
$k=3$일 때, $4^4-3^4 = 4\times3^3+6\times3^2+4\times3+1$
⋮ ⋮
$k=n$일 때, $(n+1)^4-n^4 = \boxed{\text{(가)}}$

(ⅱ) 이 등식을 모두 더하여 정리하면,
$\boxed{\text{(나)}}$
$= 4\sum_{k=1}^{n} k^3+6\sum_{k=1}^{n} k^2+4\sum_{k=1}^{n} k+n$
$= 4\sum_{k=1}^{n} k^3+6\times\boxed{\text{(다)}}+4\times\boxed{\text{(라)}}+n$

(ⅲ) $4\sum_{k=1}^{n} k^3$
$=(n+1)^4-n(n+1)(2n+1)-2n(n+1)-(n+1)$
$=(n+1)\{(n+1)^3-n(2n+1)-2n-1\}$
$=(n+1)(n^3+n^2)$
$=\boxed{\text{(마)}}$이므로,
$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

① (가) $4n^3+6n^2+n+4$ ② (나) 2^4-n^4
③ (다) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ ④ (라) $\frac{n(n+1)}{2}$
⑤ (마) $n^2(n^2+1)$

[문제]

3. $2^2+4^2+6^2+\cdots+20^2$의 값을 구한 것은?

① 1540 ② 1555
③ 1570 ④ 1585
⑤ 1600

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[예제]

4. 다음 합을 구한 것은?

$(-6)\times(-5)+(-5)\times(-4)+\cdots+3\times4$

① 95 ② 90
③ 85 ④ 80
⑤ 75

[문제]

5. $\sum_{k=1}^{7}(2k-1)(3k+1)$의 값을 구한 것은?

① 785 ② 795
③ 805 ④ 815
⑤ 825

[예제]

6. 다음 수열의 합을 구한 것은?

$\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\cdots+\frac{1}{10^2-1}$

① $\frac{72}{55}$ ② $\frac{36}{11}$
③ $\frac{36}{55}$ ④ $\frac{24}{55}$
⑤ $\frac{72}{11}$

[문제]

7. 다음 수열의 합을 구한 것은?

$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{25}}$

① 2 ② $\sqrt{23}-1$
③ $3\sqrt{2}-1$ ④ 4
⑤ $\sqrt{23}-\frac{1}{2}$

평가문제

[중단원 마무리하기]

8. $\sum_{k=1}^{7}(4k-2)-\sum_{k=1}^{7}(-2k-5)$의 값을 구한 것은?

① 182 ② 189
③ 196 ④ 204
⑤ 211

[중단원 마무리하기]

9. $3\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{(k+2)(k+5)}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{d}-\frac{1}{e}-\frac{1}{f}$ 일 때, $a+b+c+d+e+f$의 값을 구한 것은? (단, a, b, c, d, e, f는 자연수이다.)

① 51 ② 54
③ 57 ④ 60
⑤ 63

[중단원 마무리하기]

10. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k})=n^2$ 이 성립할 때, $\sum_{k=13}^{33}a_k$의 값을 구한 것은?

① 101 ② 103
③ 105 ④ 107
⑤ 109

[중단원 마무리하기]

11. 수열 $\frac{1}{3}, \frac{1}{3+6}, \frac{1}{3+6+9}, \cdots, \frac{1}{3+6+9+\cdots+21}$의 합을 구하여라.

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{7}{12}$
③ $\frac{8}{21}$ ④ $\frac{5}{12}$
⑤ $\frac{13}{21}$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 마무리하기]

12. 다음 식의 값을 구한 것은?

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{50}}$$

① $4\sqrt{3}-2$ ② $-4\sqrt{3}+2$
③ $-2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$
⑤ $2\sqrt{5}$

[중단원 마무리하기]

13. $\sum_{k=1}^{60}\log_3\{\log_{k+3}(k+4)\}$ 의 값을 구한 것은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리하기]

14. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{33}a_k=12$, $a_{34}=\frac{1}{3}$일 때, $\sum_{k=1}^{33}k(a_k-a_{k+1})$의 값을 구한 것은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리하기]

15. 등식 $1\times(n-1)+2\times(n-2)+\cdots+(n-1)\times 1$ $=\frac{n(an^2+b)}{6}$가 성립할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구한 것은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[중단원 마무리하기]

16. 다음과 같이 자연수를 나열할 때, n행에 나열되는 수들의 합을 a_n이라 하자. 이때 $\sum_{k=1}^{7}a_k$의 값을 구한 것은?

1행	4
2행	8 16
3행	12 24 36
4행	16 32 48 64
5행	20 40 60 80 100
⋮	⋮

① 1818 ② 1828
③ 1838 ④ 1848
⑤ 1858

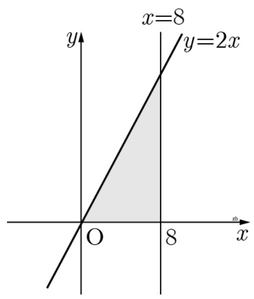
[대단원 평가하기]

17. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_{3n-2}+a_{3n-1}+a_{3n}=2n$ $(n=1,2,3,\cdots)$이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{45}a_k$의 값을 구한 것은?

① 210 ② 220
③ 230 ④ 240
⑤ 250

[대단원 평가하기]

18. 다음 그림과 같이 두 직선 $y=2x$와 $x=8$ 및 x축으로 둘러싸인 부분에 속한 점 중에서 x, y좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? (단, 경계선은 포함한다.)



① 66개 ② 68개
③ 70개 ④ 72개
⑤ 74개

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[대단원 평가하기]

19. 수열

$$1,\ \frac{1}{\sqrt{2}+1},\ \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}},\cdots,\ \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}},\ \cdots$$

의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} S_k{}^4 = \frac{55(2n+1)}{3}$이다. n의 값은?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

[대단원 평가하기]

20. 다음 식의 값을 구하시오.

$$\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{5^2-1}+\frac{1}{7^2-1}+\cdots+\frac{1}{21^2-1}$$

① $\frac{1}{22}$　② $\frac{3}{22}$　③ $\frac{5}{22}$　④ $\frac{7}{22}$　⑤ $\frac{9}{22}$

[대단원 평가하기]

21. 수열 $\{a_n\}$이 첫째항이 9, 공차가 3인 등차수열일 때, $\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{a_9}+\sqrt{a_{10}}}$의 값을 구한 것은?

① 1　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{5}{6}$

[대단원 평가하기]

22. x에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+2k=0$의 두 근을 α_k, β_k라 할 때, $\sum_{k=1}^{5}(\alpha_k{}^2+\beta_k{}^2)$의 값을 구한 것은? (단, k는 자연수이다.)

① 160　② 180　③ 200　④ 220　⑤ 240

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] $\sum_{k=5}^{8}(2k-3)=\sum_{k=1}^{8}(2k-3)-\sum_{k=1}^{4}(2k-3)$이므로

$\sum_{k=1}^{8}(2k-3)-\sum_{k=1}^{4}(2k-3)$

$=\left(2\times\frac{8\times 9}{2}-24\right)-\left(2\times\frac{4\times 5}{2}-12\right)=40$

2) [정답] ④

[해설] (ⅰ) $k=1$일 때,

$2^4-1^4=4\times 1^3+6\times 1^2+4\times 1+1$

$k=2$일 때, $3^4-2^4=4\times 2^3+6\times 2^2+4\times 2+1$

$k=3$일 때, $4^4-3^4=4\times 3^3+6\times 3^2+4\times 3+1$

$\vdots \qquad \vdots$

$k=n$일 때,

$(n+1)^4-n^4=\boxed{4n^3+6n^2+4n+1}$

(ⅱ) 이 등식을 모두 더하여 정리하면,

$\boxed{(n+1)^4-1^4}=4\sum_{k=1}^{n}k^3+6\sum_{k=1}^{n}k^2+4\sum_{k=1}^{n}k+n$

$=4\sum_{k=1}^{n}k^3+6\times\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$

$+4\times\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}+n$

$=4\sum_{k=1}^{n}k^3+n(n+1)(2n+1)+2n(n+1)+n$이다.

(ⅲ) $4\sum_{k=1}^{n}k^3$

$=(n+1)^4-n(n+1)(2n+1)-2n(n+1)-(n+1)$

$=(n+1)\{(n+1)^3-n(2n+1)-2n-1\}$

$=(n+1)(n^3+n^2)$

$=\boxed{n^2(n+1)^2}$이므로,

$\sum_{k=1}^{n}k^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

3) [정답] ①

[해설] $2^2+4^2+6^2+\cdots+20^2=\sum_{k=1}^{10}(2k)^2$

$=\sum_{k=1}^{10}4k^2=4\times\frac{10\times 11\times 21}{6}=1540$

4) [정답] ②

[해설] $(-6)\times(-5)+(-5)\times(-4)+\cdots+3\times 4$

$=\sum_{k=1}^{10}(k-7)(k-6)=\sum_{k=1}^{10}(k^2-13k+42)$

$=\frac{10\times 11\times 21}{6}-13\times\frac{10\times 11}{2}+420$

$=90$

5) [정답] ③

[해설] $\sum_{k=1}^{7}(2k-1)(3k+1)=\sum_{k=1}^{7}(6k^2-k-1)$

$=6\times\frac{7\times 8\times 15}{6}-\frac{7\times 8}{2}-7$

$=7\times 8\times 15-7\times 4-7=840-35=805$

6) [정답] ③

[해설] $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\cdots+\frac{1}{10^2-1}$

$=\frac{1}{(2-1)(2+1)}+\frac{1}{(3-1)(3+1)}+\cdots$

$+\frac{1}{(9-1)(9+1)}+\frac{1}{(10-1)(10+1)}$

$=\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{2\times 4}+\frac{1}{3\times 5}+\cdots$

$+\frac{1}{7\times 9}+\frac{1}{8\times 10}+\frac{1}{9\times 11}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)=\frac{36}{55}$

7) [정답] ①

[해설] $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{25}}$

$=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{23}}$

$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}+\cdots+\frac{\sqrt{25}-\sqrt{23}}{2}$

$=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{1}+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{25}-\sqrt{23})$

$=\frac{1}{2}\times(5-1)=2$

8) [정답] ②

[해설] $\sum_{k=1}^{7}(4k-2)-\sum_{k=1}^{7}(-2k-5)$

$=\sum_{k=1}^{7}(6k+3)=6\times\frac{7\times 8}{2}+21=189$

9) [정답] ⑤

[해설] $3\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{(k+2)(k+5)}=\sum_{k=1}^{13}\left(\frac{1}{k+2}-\frac{1}{k+5}\right)$이므로

$3\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{(k+2)(k+5)}$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{14}-\frac{1}{17}+\frac{1}{15}-\frac{1}{18}$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{16}-\frac{1}{17}-\frac{1}{18}$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{16}-\frac{1}{17}-\frac{1}{18}$

따라서 $3+4+5+16+17+18=63$

10) [정답] ③

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[해설] $\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k})$

$=(a_1+a_2+a_3)+(a_4+a_5+a_6)+$
$+\cdots+(a_{3n-2}+a_{3n-1}+a_{3n})$

$=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{3n}=\sum_{k=1}^{3n}a_k$

즉, $\sum_{k=1}^{3n}a_k=n^2$이므로

$\sum_{k=1}^{33}a_k=11^2=121$, $\sum_{k=1}^{12}a_k=4^2=16$

$\sum_{k=13}^{33}a_k=\sum_{k=1}^{33}a_k-\sum_{k=1}^{12}a_k=121-16=105$

11) [정답] ②

[해설] 수열 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3+6}$, $\frac{1}{3+6+9}$, $\cdots$,

$\frac{1}{3+6+9+\cdots+21}$의 분모의 일반항은

$\sum_{k=1}^{n}3k=\frac{3n(n+1)}{2}$이므로

주어진 수열의 일반항은 $\frac{2}{3n(n+1)}$이다.

$\sum_{k=1}^{7}\frac{2}{3k(k+1)}=\frac{2}{3}\sum_{k=1}^{7}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{12}$

12) [정답] ④

[해설] $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{50}}$

$=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{4}}{-2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{6}}{-2}+\cdots+\frac{\sqrt{48}-\sqrt{50}}{-2}$

$=-\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{4}+\sqrt{4}-\sqrt{6}+\cdots+\sqrt{48}-\sqrt{50})$

$=-\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{50})=2\sqrt{2}$

13) [정답] ①

[해설] $\sum_{k=1}^{60}\log_3\{\log_{k+3}(k+4)\}$

$=\log_3(\log_4 5)+\log_3(\log_5 6)+\log_3(\log_6 7)$
$+\cdots+\log_3(\log_{63}64)$

$=\log_3(\log_4 5\times\log_5 6\times\log_6 7\times\cdots\times\log_{63}64)$

$=\log_3(\log_4 64)=\log_3 3=1$

14) [정답] ①

[해설] $\sum_{k=1}^{33}k(a_k-a_{k+1})$

$=(a_1-a_2)+2(a_2-a_3)+3(a_3-a_4)$
$+\cdots+33(a_{33}-a_{34})$

$=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{33}-33a_{34}$

$=\sum_{k=1}^{33}a_k-33a_{34}=12-33\times\frac{1}{3}=1$

15) [정답] ③

[해설] 준식을 일반항으로 나타내면 $\sum_{k=1}^{n-1}k(n-k)$이다.

$\sum_{k=1}^{n-1}k(n-k)=\sum_{k=1}^{n-1}(nk-k^2)$

$=\frac{n^2(n-1)}{2}-\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

$=\frac{n^3-n}{6}=\frac{n(n^2-1)}{6}$

따라서 $a=1$, $b=-1$이므로 $a+b=0$

16) [정답] ④

[해설] n행에 나열되는 수들의 합은 첫째항이 $4n$, 공차가 $4n$인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이다.

따라서 등차수열의 합의 공식에 의하여

$a_n=\frac{n\{8n+(n-1)\times 4n\}}{2}=2(n^3+n^2)$이므로

$\sum_{k=1}^{7}a_k=2\sum_{k=1}^{7}(k^3+k^2)$

$=2\left\{\left(\frac{7\times 8}{2}\right)^2+\frac{7\times 8\times 15}{6}\right\}$

$=2(28^2+140)=1848$

17) [정답] ④

[해설] $\sum_{k=1}^{45}a_k=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{43}+a_{44}+a_{45}$

$=(a_1+a_2+a_3)+\cdots+(a_{43}+a_{44}+a_{45})$

$=\sum_{k=1}^{15}2k=15\times 16=240$

18) [정답] ④

[해설] $x=1$일 때, 2개: (1, 1), (1, 2)

$x=2$일 때, 4개: (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)

$x=3$일 때, 6개: (3, 1), (3, 2), $\cdots$, (3, 6)

$\vdots$

$x=8$일 때, 16개: (8, 1), (8, 2), $\cdots$,(8, 16)

따라서 구하는 점의 개수는

$2+4+6+\cdots+16=\sum_{k=1}^{8}2k=8\times 9=72$

19) [정답] ④

[해설] 수열의 각 항을 유리화하면 1, $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}\cdots$, $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

따라서 각 항의 합 $S_n=\sqrt{n}$

$\sum_{k=1}^{n}{S_k}^4=\frac{55(2n+1)}{3}$에 대입하면

$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{55(2n+1)}{3}$이므로

$n^2+n-110=(n-10)(n+11)=0$이다.

$n=10$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

20) [정답] ③

[해설] $\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{5^2-1}+\frac{1}{7^2-1}+\cdots+\frac{1}{21^2-1}$

$=\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{(2n+1)^2-1}$

곱셈 공식으로 분모를 변형하면

$\frac{1}{(2n+1)^2-1}=\frac{1}{2n(2n+2)}=\frac{1}{4n(n+1)}$

부분분수를 이용하여 이 분수를 변형하면

$\frac{1}{4n(n+1)}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{(2n+1)^2-1}=\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{5}{22}$

21) [정답] ①

[해설] 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 9, 공차가 3인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=9+(n-1)\times 3=3n+6$

주어진 식을 유리화하면

$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{a_9}+\sqrt{a_{10}}}$

$=\frac{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}{a_2-a_1}+\frac{\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}}{a_3-a_2}+\cdots+\frac{\sqrt{a_{10}}-\sqrt{a_9}}{a_{10}-a_9}$

이때 수열 $\{a_n\}$은 공차가 3인 등차수열이므로

$a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=a_{10}-a_9=3$

따라서

$\frac{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}{a_2-a_1}+\frac{\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}}{a_3-a_2}+\cdots+\frac{\sqrt{a_{10}}-\sqrt{a_9}}{a_{10}-a_9}$

$=\frac{1}{3}(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}+\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_{10}}-\sqrt{a_9})$

$=\frac{1}{3}(\sqrt{a_{10}}-\sqrt{a_1})$

$a_n=3n+6$이므로 $a_{10}=36$, $a_1=9$

따라서 주어진 식의 값은 $\frac{1}{3}(6-3)=1$

22) [정답] ①

[해설] 근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha_k+\beta_k=2k$, $\alpha_k\beta_k=2k$이다.

$({\alpha_k}^2+{\beta_k}^2)=\{(\alpha_k+\beta_k)^2-2\alpha_k\beta_k\}$이므로

$\sum_{k=1}^{5}({\alpha_k}^2+{\beta_k}^2)=\sum_{k=1}^{5}\{(\alpha_k+\beta_k)^2-2\alpha_k\beta_k\}$

$=4\sum_{k=1}^{5}(k^2-k)=160$이다.

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125