

연립일차부등식

유형의 이해에 따라 ☐ 안에 ○, × 표시를 하고 반복하여 학습합니다.

필수유형 01	부등식 $ax > b$ 의 풀이
필수유형 02	연립일차부등식의 풀이
필수유형 03	$A < B < C$ 꼴의 부등식의 풀이
필수유형 04	해가 주어진 연립일차부등식
필수유형 05	해의 조건이 주어진 연립일차부등식
필수유형 06	절댓값 기호를 포함한 일차부등식의 풀이
발전유형 07	연립일차부등식의 활용

필수유형 01 부등식 $ax > b$ 의 풀이

다음 물음에 답하여라.

- (1) x 에 대한 부등식 $(a-b)x + a - 3b \leq 0$ 의 해가 없을 때, x 에 대한 부등식 $(a-2b)x + a - 4b > 0$ 의 해를 구하여라.
- (2) x 에 대한 부등식 $(2-a)x > 3a+b$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(2a+b)x \geq 2$ 의 해를 구하여라.

풍썸
POINT

- (1) $ax > b$ 에서 $a=0$ 이면 $0 \times x > b$ 이므로 $\begin{cases} b \geq 0 \text{이면 해는 없어.} \\ b < 0 \text{이면 해는 모든 실수야.} \end{cases}$
- (2) 주어진 부등식의 부등호와 그 해의 부등호의 방향이 $\begin{cases} \text{같으면 } x \text{의 계수가 양수!} \\ \text{다르면 } x \text{의 계수가 음수!} \end{cases}$

풀이 (1) STEP1 a, b 의 조건 구하기

$$(a-b)x + a - 3b \leq 0 \text{에서 } (a-b)x \leq -a + 3b$$

이 부등식의 해가 없으려면 ① $a-b=0$, $-a+3b < 0$ 이어야 한다. ① 부등식 $ax \leq b$ 에서 $a=0$ 일 때, $b < 0$ 이면 해는 없다.

$$a-b=0 \text{에서 } b=a \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①을 $-a+3b < 0$ 에 대입하면

$$-a+3a < 0 \quad \therefore a < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

STEP2 $(a-2b)x + a - 4b > 0$ 의 해 구하기

①을 $(a-2b)x + a - 4b > 0$ 에 대입하면

$$(a-2a)x + a - 4a > 0, \quad -ax > 3a$$

이때 ②에서 $a < 0$, 즉 $-a > 0$ 이므로 $x > -3$

(2) STEP1 a, b 사이의 관계식 구하기

$(2-a)x > 3a+b$ 의 해가 $x < -1$ ②이므로

② 주어진 부등식의 부등호와 그 해의 부등호의 방향이 다르므로 $(x \text{의 계수}) < 0$

$$2-a < 0 \quad \therefore x < \frac{3a+b}{2-a}$$

$$\text{따라서 } \frac{3a+b}{2-a} = -1 \text{이므로 } 3a+b = a-2 \quad \therefore 2a+b = -2$$

STEP2 $(2a+b)x \geq 2$ 의 해 구하기

이를 부등식 $(2a+b)x \geq 2$ 에 대입하면

$$-2x \geq 2 \quad \therefore x \leq -1$$

답 (1) $x > -3$ (2) $x \leq -1$

풍썸 강의
NOTE

부등식 $ax > b$ 는 $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$ 일 때로 나누어서 생각한다.

$a > 0$ 일 때	$a < 0$ 일 때	$a = 0$ 일 때
$x > \frac{b}{a}$	$x < \frac{b}{a}$	$b \geq 0$ 이면 해는 없다. $b < 0$ 이면 해는 모든 실수이다.

01-1 ● 기본

$a > b, c > 0 > d$ 일 때, |보기|에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.

|보기|

$$\begin{array}{ll} \neg. a-c > b-c & \neg. \frac{1}{c} < \frac{1}{d} \\ \sqsubset. ad > bd & \text{ㄹ. } \frac{a}{d}-c < \frac{b}{d}-c \end{array}$$

01-2 ● 기본

다음 부등식을 풀어라.

- (1) $ax-2 > x+3a$
 (2) $a(x+a) > 1-x$

01-3 ● 유사

다음 물음에 답하여라.

- (1) x 에 대한 부등식 $bx-a > ax-2b$ 의 해가 없을 때, x 에 대한 부등식 $-2bx-2a < 3bx+5a$ 의 해를 구하여라.
 (2) x 에 대한 부등식 $a^2x-1 > x+3a$ 의 해가 없을 때, x 에 대한 부등식 $a(a-2)x > 3x+a$ 의 해를 구하여라.

01-4 ● 유사

다음 물음에 답하여라.

- (1) x 에 대한 부등식 $(a-b)x+2a-b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(a+2b)x+2a-4b > 0$ 의 해를 구하여라.
 (2) $a-b=0$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 부등식 $(a+2b)x > 5a-4b+8$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

01-5 ● 변형

x 에 대한 부등식 $a^2x-a > 9x-30$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

01-6 ● 변형

x 에 대한 부등식 $a^2x+a(x-1)-1 \leq 6x$ 가 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

필수유형 02 연립일차부등식의 풀이

다음 연립부등식을 풀어라.

$$(1) \begin{cases} 3(x+4) > 6x \\ x-2 > 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0.2x+1 > 0.3(x-2) \\ \frac{x-1}{4} < \frac{1}{2}x-1 \end{cases}$$

**품셈
POINT**

연립부등식의 해는 각 부등식의 해의 공통부분이다.

- (1) 괄호가 있는 부등식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀자!
- (2) 계수가 분수 또는 소수인 경우는 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수가 되도록 고치자!

풀이 (1) STEP1 각각의 일차부등식의 해 구하기

$$3(x+4) > 6x \text{ ①에서 } 3x+12 > 6x$$

$$-3x > -12 \quad \therefore x < 4$$

$$x-2 > 0 \text{에서 } x > 2$$

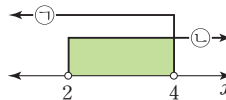
① 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

STEP2 연립부등식의 해 구하기

①, ②를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로

주어진 연립부등식의 해는

$$2 < x < 4$$



② 하나의 수직선 위에 각 부등식의 해의 범위를 나타내어 공통부분을 찾는다.

(2) STEP1 각각의 일차부등식의 해 구하기

$$0.2x+1 > 0.3(x-2) \text{의 양변에 } 10 \text{ ③을 곱하여 정리하면}$$

$$2x+10 > 3(x-2), -x > -16$$

$$\therefore x < 16$$

③ 계수가 모두 소수점 아래 첫째 자리까지만 소수이므로 양변에 10을 곱한다.

$$\frac{x-1}{4} < \frac{1}{2}x-1 \text{의 양변에 분모의 최소공배수인 } 4 \text{ ④를 곱하여}$$

정리하면

$$x-1 < 2x-4, -x < -3$$

$$\therefore x > 3$$

④ 분모인 4와 2의 최소공배수 4를 곱한다.

STEP2 연립부등식의 해 구하기

①, ②를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 주어진 연립부

등식의 해는

$$3 < x < 16$$



답 (1) $2 < x < 4$ (2) $3 < x < 16$

**품셈 강의
NOTE**

연립부등식의 각 부등식을 풀 때

① 계수가 분수이면 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

② 계수가 소수이면 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.

이때 계수가 분수 또는 소수인 항에만 곱하지 말고 모든 항에 곱해야 함에 주의한다.

02-1 ● 유사

다음 연립부등식을 풀어라.

$$(1) \begin{cases} 4x+8 > 3(x+2) \\ 2(x-2)+1 < 3-x \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0.4(-3-x)+1 > 0.2x-5 \\ \frac{x-3}{6} \leq \frac{3x+7}{2} \end{cases}$$

02-2 ● 유사

연립부등식 $\begin{cases} 2x+1 < 10-x \\ 3x+5 \geq 4x+9 \end{cases}$ 를 만족시키는 x 의 최댓

값을 구하여라.

02-3 ● 유사

다음 연립부등식을 풀어라.

$$(1) \begin{cases} 6x-1 < x-2 \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{2} \geq \frac{2x-3}{12} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-1 \geq -2(x-4) \\ 3(x-1) \leq -2(x-6) \end{cases}$$

02-4 ● 변형

연립부등식 $\begin{cases} 0.3(x+4) \leq 0.4x+2 \\ \frac{x}{2}-1 \leq \frac{x}{3}+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 x 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

02-5 ● 변형

연립부등식 $\begin{cases} 2(4-x)+8 > 6x-8 \\ \frac{x}{4}+2 \leq \frac{5x+13}{2} \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$

일 때, 다음 중 부등식 $bx-a < 0$ 의 해가 아닌 것은?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

02-6 ● 실력

기출

x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x+2 > 3 \\ 3x < a+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수

x 의 값의 합이 9가 되도록 하는 자연수 a 의 최댓값을 구하여라.

다음 부등식을 풀어라.

$$(1) 3(x-1)-5 < x+4 \leq 4+4(x-3)$$

$$(2) x-4 < \frac{3x-1}{2} \leq \frac{x}{3}-4$$

풍샘
POINT

A < B < C 꼴의 부등식은 $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 꼴로 바꾸어 연립부등식을 풀면 돼!

풀이 풀이 (1) STEP1 두 일차부등식으로 나타내어 각각의 해 구하기

$$3(x-1)-5 < x+4 \leq 4+4(x-3) \text{에서}$$

$$\begin{cases} 3(x-1)-5 < x+4 \\ x+4 \leq 4+4(x-3) \end{cases}$$

$$3(x-1)-5 < x+4 \text{에서 } 3x-8 < x+4$$

$$2x < 12 \quad \therefore x < 6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

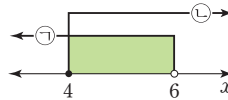
$$x+4 \leq 4+4(x-3) \text{에서 } x+4 \leq 4x-8$$

$$-3x \leq -12 \quad \therefore x \geq 4 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

STEP2 주어진 부등식의 해 구하기

①, ②를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 주어진 부등식의

해는 $4 \leq x < 6$



(2) STEP1 두 일차부등식으로 나타내어 각각의 해 구하기

$$x-4 < \frac{3x-1}{2} \leq \frac{x}{3}-4 \text{에서 } \begin{cases} x-4 < \frac{3x-1}{2} \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{x}{3}-4 \end{cases}$$

$$2(x-4) < 3x-1, -x < 7 \quad \therefore x > -7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

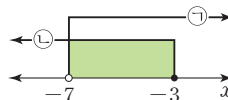
$$\frac{3x-1}{2} \leq \frac{x}{3}-4 \text{에서 } 3(3x-1) \leq 2x-24, 9x-3 \leq 2x-24 \quad \textcircled{1} \text{ 분모 2, 3의 최소공배수인 6을 곱하여 } x \text{의 계수를 정수로 바꾼다.}$$

$$7x \leq -21 \quad \therefore x \leq -3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

STEP2 주어진 부등식의 해 구하기

①, ②를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 주어진 부등식의

해는 $-7 < x \leq -3$



답 (1) $4 \leq x < 6$ (2) $-7 < x \leq -3$

풍샘 강의
NOTE

A < B < C 꼴의 부등식을 $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$ 꼴로 바꾸어 풀지 않도록 주의한다.

03-1 ● 유사

다음 부등식을 풀어라.

- (1) $x < 2x + 4 \leq 5x - 2$
 (2) $x + 1 \leq 3 - x \leq 2x$
 (3) $x - 2 < -5 + 2x \leq x - 3$

03-2 ● 유사

다음 부등식을 풀어라.

- (1) $0.4x - 5 < 0.2x - 3 < 0.5x - \frac{9}{5}$
 (2) $5(x - 1) \leq -x + 4 < \frac{2x + 13}{5}$

03-3 ● 변형

부등식 $-2 < \frac{1}{2}x - 3 < 2$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

기출

03-4 ● 변형

부등식 $0 < -\frac{1}{2}a + 1 < 3$ 을 만족시키는 자연수 a 에 대하여 부등식 $-3x - a \leq -4(x - 1) < 2x + a$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하여라.

03-5 ● 변형

연립부등식 $\begin{cases} 5x - 3 < 2x + 9 \\ \frac{2(x - 1)}{3} + \frac{3}{2} \leq \frac{4x + 7}{2} \end{cases}$ 의 해 중에서

가장 큰 정수를 M 이라고 할 때, 부등식

$a - 6 < M < \frac{a + 2}{3}$ 를 만족시키는 정수 a 의 값을 구하여라.

03-6 ● 실력

부등식 $3x - b \leq x + 2a \leq 5x + a$ 를 연립부등식

$\begin{cases} 3x - b \leq x + 2a \\ 3x - b \leq 5x + a \end{cases}$ 로 잘못 변형하여 풀었더니 해가

$-3 \leq x \leq 20$ 이었다. 처음 부등식의 해를 구하여라.

(단, a, b 는 실수이다.)

필수유형 04 해가 주어진 연립일차부등식

다음 물음에 답하여라.

- (1) 연립부등식 $\begin{cases} 8-x \geq a \\ 2x+7 > 5 \end{cases}$ 의 해가 $b < x \leq 4$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 각각 구하여라.
- (2) 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x+a}{2} \leq \frac{x}{4} + 2 \\ -x+1 \leq x+b \end{cases}$ 의 해가 $x=2$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

**풍뎡
POINT**

각 일차부등식을 풀어 x 의 값의 범위를 구한 후, 이 x 의 값의 범위를 주어진 연립부등식의 해와 비교하여 미지수의 값을 구하면 돼.

풀이 ● (1) STEP1 각 일차부등식의 해 구하기

$$8-x \geq a \text{에서 } -x \geq a-8 \quad \therefore x \leq 8-a$$

$$2x+7 > 5 \text{에서 } 2x > -2 \quad \therefore x > -1$$

STEP2 a, b 의 값 구하기

이때 주어진 연립부등식의 해가 $b < x \leq 4$ ^①이므로

$$-1 < x \leq 8-a \text{에서 } b = -1, 8-a = 4$$

$$\therefore a = 4, b = -1$$

① b 는 $2x+7=5$ 의 해이고,
4는 $8-x=a$ 의 해이다.

(2) STEP1 각 일차부등식의 해 구하기

$$\frac{x+a}{2} \leq \frac{x}{4} + 2 \text{에서 } 2(x+a) \leq x+8$$

$$2x+2a \leq x+8 \quad \therefore x \leq -2a+8$$

$$-x+1 \leq x+b \text{에서 } -2x \leq b-1 \quad \therefore x \geq \frac{1-b}{2}$$

STEP2 a, b 의 값 구하기

이때 주어진 연립부등식의 해가 $x=2$ ^②이므로

$$-2a+8=2, \frac{1-b}{2}=2$$

$$\therefore a = 3, b = -3$$

② 양변에 분모 2와 4의 최소공배수인 4를 곱한다.

③ 연립부등식의 해가 한 개이므로 각각의 일차부등식의 공통부분이 $x=2$ 뿐이다.

답 (1) $a=4, b=-1$ (2) $a=3, b=-3$

**풍뎡 강의
NOTE**

• 연립부등식 $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ 의 해는 두 부등식 $f(x) > 0, g(x) > 0$ 의 각각의 해의 공통부분이다.

• 연립부등식 $\begin{cases} ax+b > 0 \\ cx+d \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 이면 α 는 방정식 $ax+b=0$ 의 해이고, β 는 방정식 $cx+d=0$ 의 해이다. (단, $a > 0, c > 0$)

04-1 ● 기본

연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-a}{2} > \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} \\ 0.3x + 1 > 0.5x \end{cases}$ 의 해가 $2 < x < 5$ 일

때, 실수 a 의 값을 구하여라.

04-2 ● 유사

기술

x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} 2x - a > 3 \\ -2x + 4 > b \end{cases}$ 의 해가 $2 < x < 3$

이 되도록 두 수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

04-3 ● 유사

연립부등식 $\begin{cases} x - \frac{x-1}{2} \geq \frac{x}{4} + a \\ 0.4(x+b) \geq 0.6x - 1 \end{cases}$ 의 해가 $x = -1$

일 때, 실수 a, b 에 대하여 $4a - b$ 의 값을 구하여라.

04-4 ● 변형

부등식 $3x + a \leq -x + 5 \leq b(x+2)$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

04-5 ● 변형

부등식 $4x - a \leq x + 6 < 2x - b$ 의 해가 $-2 < x \leq 5$ 가 되도록 하는 실수 a, b 에 대하여 부등식 $b(x+2) < -5.5x + a$ 의 해를 구하여라.

04-6 ● 실력

연립부등식 $\begin{cases} ax + 4 \leq -2(x+a) \\ bx + 24 < -2ax + 5b \end{cases}$ 의 해가 $x < 3$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

다음 물음에 답하여라.

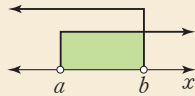
(1) 연립부등식 $\begin{cases} 2x+1 < 3(x-2) \\ x+3a < 1 \end{cases}$ 이 해를 갖기 위한 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

(2) 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \leq 9 \\ x+5 \geq 3a \end{cases}$ 가 해를 갖지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

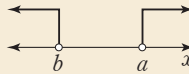
풍뎡
POINT

연립일차부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 에서

① 해를 갖기 위한 조건 $\Rightarrow a < b$



② 해를 갖지 않기 위한 조건 $\Rightarrow a \geq b$



풀이 (1) STEP1 각 일차부등식의 해 구하기

$$2x+1 \leq 3(x-2) \text{에서}$$

$$2x+1 \leq 3x-6, -x \leq -7 \quad \therefore x \geq 7 \quad \text{..... ㉠}$$

$$x+3a < 1 \text{에서 } x < -3a+1 \quad \text{..... ㉡}$$

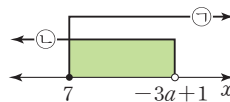
STEP2 해의 조건에 맞는 실수 a 의 값의 범위 구하기

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 ①

오른쪽 그림에서

$$-3a+1 > 7 \text{ ②, } -3a > 6$$

$$\therefore a < -2$$



① 연립부등식을 이루는 두 일차부등식의 공통부분이 존재해야 한다.

② $-3a+1=7$ 이면 ㉠은 7을 포함하고 ㉡은 7을 포함하지 않으므로 해가 존재하지 않는다.

따라서 $-3a+1 > 7$ 이다.

(2) STEP1 각 일차부등식의 해 구하기

$$3x-3 \leq 9 \text{에서 } 3x \leq 12 \quad \therefore x \leq 4 \quad \text{..... ㉢}$$

$$x+5 \geq 3a \text{에서 } x \geq 3a-5 \quad \text{..... ㉣}$$

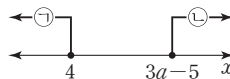
STEP2 해의 조건에 맞는 실수 a 의 값의 범위 구하기

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으

려면 ③ 오른쪽 그림에서

$$3a-5 > 4, 3a > 9$$

$$\therefore a > 3$$



③ 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 각 부등식의 해의 공통부분이 없어야 한다.

답 (1) $a < -2$ (2) $a > 3$

풍뎡 강의
NOTE

연립일차부등식에서 각각의 일차부등식의 해를 구한 후, 이를 주어진 해의 조건에 맞게 수직선 위에 나타낸다.

(1) 연립부등식이 해를 갖는 경우 \Rightarrow 공통부분이 존재하도록 해를 수직선 위에 나타낸다.

(2) 연립부등식이 해를 갖지 않는 경우 \Rightarrow 공통부분이 없도록 해를 수직선 위에 나타낸다.

05-1 ● 유사

다음 물음에 답하여라.

(1) 연립부등식 $\begin{cases} 0, 4x-2, 6 \leq 1 \\ 2(x-5) \leq 3x-k \end{cases}$ 가 해를 갖도록

하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

(2) 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \leq 2(x+3) \\ \frac{3x+k}{3} > \frac{4x-k}{5} + 2 \end{cases}$ 가 해를 갖

지 않도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

05-2 ● 유사

부등식 $\frac{7x+4}{3} < 3x+2 < 2x-a$ 가 해를 갖도록 하는

실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

05-3 ● 변형

부등식 $\frac{x-a}{2} \leq \frac{5-x}{3} < 3x-5$ 가 해를 갖지 않도록

하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

05-4 ● 변형

연립부등식 $\begin{cases} x-2 \leq 2x-a \\ \frac{3x-4}{2} \leq 12+0,1x \end{cases}$ 가 해를 갖지 않도록

하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

05-5 ● 변형

기출

연립부등식 $\begin{cases} 3x-5 < 4 \\ x \geq a \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 의 값이

2개일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

05-6 ● 실력

기출

x 에 대한 부등식 $3x-1 < 5x+3 \leq 4x+a$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 8이 되도록 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

다음 부등식을 풀어라.

(1) $2 < |x-3| < 6$

(2) $|x+1| + |x-3| < 6$

풍샘
POINT

절댓값 기호를 포함한 부등식을 풀 때는 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 범위를 나누어 풀면 돼.

풀이 풀이 (1) STEP1 x 의 값의 범위에 따라 경우를 나누어 부등식 풀기

절댓값 기호 안의 식 $x-3$ 이 0이 되는 $x=3$ 을 기준으로 구간을 나누면^①

(i) $x < 3$ ^②일 때, $2 < -(x-3) < 6$ 이므로

$$-6 < x-3 < -2 \quad \therefore -3 < x < 1$$

그런데 $x < 3$ 이므로 $-3 < x < 1$

(ii) $x \geq 3$ ^③일 때, $2 < x-3 < 6 \quad \therefore 5 < x < 9$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $5 < x < 9$

STEP2 주어진 부등식의 해 구하기

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$$-3 < x < 1 \text{ 또는 } 5 < x < 9$$

(2) STEP1 x 의 값의 범위에 따라 경우를 나누어 부등식 풀기

절댓값 기호 안의 식 $x+1$, $x-3$ 이 0이 되는 $x=-1$, $x=3$ 을 기준으로 구간을 나누면^④

(i) $x < -1$ 일 때, $-(x+1) - (x-3) < 6$ 이므로

$$-2x < 4 \quad \therefore x > -2$$

그런데 $x < -1$ 이므로 $-2 < x < -1$

(ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때, $(x+1) - (x-3) < 6$ 이므로

$$0 \times x < 2$$

따라서 해는 모든 실수이다.

그런데 $-1 \leq x < 3$ 이므로 $-1 \leq x < 3$

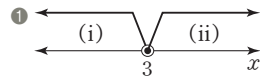
(iii) $x \geq 3$ 일 때, $(x+1) + (x-3) < 6$ 이므로

$$2x < 8 \quad \therefore x < 4$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x < 4$

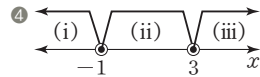
STEP2 주어진 부등식의 해 구하기

(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는 $-2 < x < 4$ ^⑤



$$\textcircled{2} x-3 < 0$$

$$\textcircled{3} x-3 \geq 0$$



⑤ x 에 어느 값을 대입하여도 부등식이 항상 성립하므로 해는 모든 실수이다.

⑥ (i)~(iii)의 해를 모두 합한다.

답 (1) $-3 < x < 1$ 또는 $5 < x < 9$ (2) $-2 < x < 4$

풍샘 강의
NOTE

절댓값 기호를 1개 포함하는 일차부등식은 x 의 값의 범위를 2개로 나누어 풀고, 절댓값 기호를 2개 포함하는 일차부등식은 x 의 값의 범위를 3개로 나누어 푼다.

06-1 유사

다음 부등식을 풀어라.

- (1) $|2x-1| > 5$
 (2) $|3x-2| - 1 \leq x$
 (3) $|x| + |x-1| \geq 3$

06-2 유사

부등식 $1 < |x-2| < 7$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하여라.

06-3 변형

기출

연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 \leq 9 \\ |x-3| \leq 7 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

06-4 변형

부등식 $|2x-3| \leq \sqrt{x^2-4x+4}+6$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\beta-\alpha$ 의 값을 구하여라.

06-5 변형

부등식 $|x+1| + |x-4| \leq 6$ 의 해가 부등식 $|x-a| \leq 3$ 의 해와 일치할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

06-6 실력

연립부등식 $\begin{cases} |4-2x| < x+1 \\ a(x+3) > a^2+3x \end{cases}$ 가 해를 갖지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

발전유형 07 연립일차부등식의 활용

두 종류의 영양제 A, B를 각각 1개씩 만드는 데 필요한 비타민 C, 비타민 D의 양은 오른쪽 표와 같다. 비타민 C 1700 mg과 비타민 D 1200 mg으로 20개의 영양제를 만들려고 할 때, 영양제 A는 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구하여라.

영양제	비타민 C (mg)	비타민 D (mg)
A	100	40
B	120	35

풍뎡 POINT

A, B의 영양제의 개수를 각각 x , $20 - x$ 로 놓고, 이때 비타민 C와 비타민 D의 용량을 비교하는 부등식을 각각 세운다.

풀이 • STEP 1 미지수 정하기

영양제 A의 개수를 x ^①라고 하면 영양제 B의 개수는 $20 - x$ 이다. ① 구해야 하는 것이 영양제 A이므로 영양제 A의 개수를 미지수 x 로 놓는다.

STEP 2 연립부등식 세우기

문제에서 주어진 조건으로 연립부등식을 세우면

$$\begin{cases} 100x + 120(20 - x) \leq 1700 \\ 40x + 35(20 - x) \leq 1200 \end{cases}$$

STEP 3 연립부등식의 해 구하기

$$100x + 120(20 - x) \leq 1700 \text{에서}$$

$$100x + 2400 - 120x \leq 1700$$

$$-20x \leq -700$$

$$\therefore x \geq 35$$

..... ㉠

$$40x + 35(20 - x) \leq 1200 \text{에서}$$

$$40x + 700 - 35x \leq 1200$$

$$5x \leq 500$$

$$\therefore x \leq 100$$

..... ㉡

㉠, ㉡에서 연립부등식의 해는

$$35 \leq x \leq 100$$

STEP 4 조건에 맞는 답 구하기

따라서 영양제 A는 최대 100개^②까지 만들 수 있다.

② 영양제의 개수는 자연수이므로 구한 범위에 있는 수 중에서 자연수만 생각한다.

답 100개

풍뎡 NOTE

연립부등식의 활용 문제를 푸는 순서

- ① 구하려는 것을 미지수 x 로 놓기
- ② 주어진 조건을 만족시키는 연립부등식 세우기
- ③ 연립부등식을 풀기
- ④ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하기

07-1 ● 유사

두 종류의 식품 A, B의 100 g에 들어 있는 열량과 단백질의 양은 다음 표와 같다. 두 식품 A, B를 합해 200 g의 식품을 섭취하여 열량은 360 kcal 이상, 단백질은 14 g 이상을 얻으려고 한다. 섭취해야 하는 식품 B의 양의 범위를 구하여라.

식품	열량(kcal)	단백질(g)
A	120	8
B	300	6

07-2 ● 변형

연속하는 세 짝수의 합이 87보다 크고 93보다 작을 때, 세 짝수 중 가장 큰 수를 구하여라.

07-3 ● 변형

학생들에게 공책을 나누어 주는데 한 명에게 4권씩 나누어 주면 공책 3권이 남고, 8권씩 나누어 주면 세 명의 학생은 받지 못하고 한 명의 학생은 공책을 3권 이상 6권 이하 받는다고 한다. 이때 공책은 모두 몇 권인지 구하여라.

07-4 ● 변형

세 변의 길이가 각각 x , $18-3x$, $3x+1$ 인 세 선분을 이용하여 삼각형을 만들려고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

07-5 ● 변형

어느 고등학교 학생들이 강당의 긴 의자에 앉으려고 한다. 한 의자에 6명씩 앉으면 학생이 24명 남고, 7명씩 앉으면 의자가 8개 남는다고 한다. 이때 의자의 최대 개수를 구하여라.

07-6 ● 실력

다음은 어느 반의 두 학생이 친구들에게 나눠 줄 사탕을 상자에 담으면서 나는 대화의 일부이다.

하영: 상자에 사탕을 몇 개씩 담을까?

민수: 모든 상자에 12개씩 담으면 사탕이 45개 남아.

하영: 그러면 한 상자에 사탕을 15개씩 담으면 어떨까?

민수: 15개가 채워지지 않는 상자가 1개 있고 빈 상자가 2개 남게 돼.

위 학생들의 대화를 만족시키는 상자의 개수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

풍산차 유형 특강

절댓값 기호 안의 식으로
구간을 정하는 것이
문제 해결의 첫 걸음!

풍산차 풀이 흐름

- ❶ 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값 구하기
- ❷ x 의 값의 범위를 나누어 함수 구하기
- ❸ ❷에서 그린 그래프를 x 의 값의 범위에 따라 나누어 그려서 함수의 그래프 완성하기

$x = -2$ 를 기준으로 $x < -2$,
 $x \geq -2$ 로 나누어진다.

$x = 0, x = 1$ 을 기준으로 $x < 0$,
 $0 \leq x < 1, x \geq 1$ 로 나누어진다.

그래프를 이용한 절댓값 기호를 포함한 부등식의 풀이

여기서는 절댓값 기호를 포함한 함수의 그래프를 그리는 방법을 알아보고,
이를 이용하여 부등식을 푸는 방법을 알아보자.

절댓값 기호를 포함한 함수의 그래프는 어떻게 그릴까?

예시 1 절댓값 기호를 포함한 함수의 그래프 그리기

다음 함수의 그래프를 그려라.

$$(1) y = |x + 2|$$

$$(2) y = |x| + |x - 1|$$

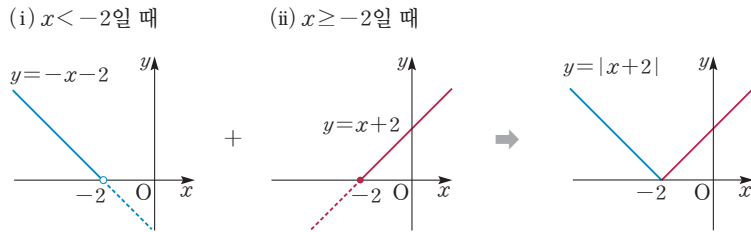
(1) ❶ 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값은

$$x + 2 = 0 \text{에서 } x = -2$$

$$\text{❷ (i) } x < -2 \text{일 때, } y = -(x + 2) \quad \therefore y = -x - 2$$

$$\text{(ii) } x \geq -2 \text{일 때, } y = x + 2$$

❸ x 의 값의 범위에 따라 그래프를 그려서 합치면 $y = |x + 2|$ 의 그래프가 되고
다음 그림과 같다.



(2) ❶ 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값은

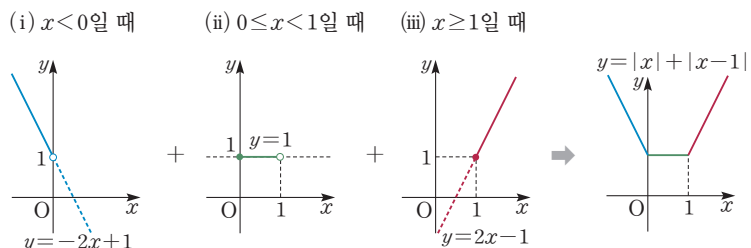
$$x = 0, x - 1 = 0 \text{에서 } x = 1$$

$$\text{❷ (i) } x < 0 \text{일 때, } y = -x - (x - 1) \quad \therefore y = -2x + 1$$

$$\text{(ii) } 0 \leq x < 1 \text{일 때, } y = x - (x - 1) \quad \therefore y = 1$$

$$\text{(iii) } x \geq 1 \text{일 때, } y = x + x - 1 \quad \therefore y = 2x - 1$$

❸ x 의 값의 범위에 따라 그래프를 그려서 합치면 $y = |x| + |x - 1|$ 의 그래프
는 다음 그림과 같다.

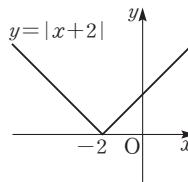


예시 2 그래프를 이용한 절댓값 기호를 포함한 부등식 풀기

함수의 그래프를 이용하여 다음 부등식의 해를 구하여라.

(1) $1 < |x+2| \leq 3$ (2) $|x| + |x-1| \leq 5$

- (1) ❶ 예시 1의 (1)에 의하여 함수 $y = |x+2|$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



- ❷ $y = |x+2|$ 의 그래프와 직선 $y=1$ 의 교점의 x 좌표는

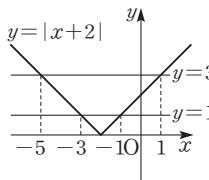
(i) $x < -2$ 일 때, $-x-2=1 \quad \therefore x=-3$

(ii) $x \geq -2$ 일 때, $x+2=1 \quad \therefore x=-1$

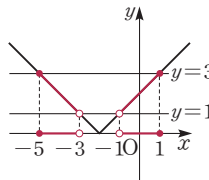
$y = |x+2|$ 의 그래프와 직선 $y=3$ 의 교점의 x 좌표는

(i) $x < -2$ 일 때, $-x-2=3 \quad \therefore x=-5$

(ii) $x \geq -2$ 일 때, $x+2=3 \quad \therefore x=1$

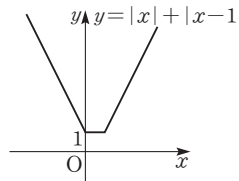


- ❸ $1 < |x+2| \leq 3$ 의 해는 $y = |x+2|$ 의 그래프가 직선 $y=1$ 의 위쪽, 직선 $y=3$ 과 만나거나 그 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.



따라서 구하는 해는 $-5 \leq x < -3$ 또는 $-1 < x \leq 1$

- (2) ❶ 예시 1의 (2)에 의하여 함수 $y = |x| + |x-1|$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

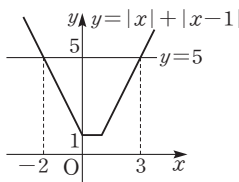


- ❷ $y = |x| + |x-1|$ 의 그래프와 직선 $y=5$ 의 교점의 x 좌표는

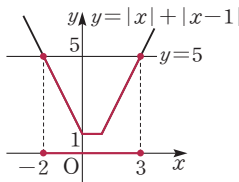
(i) $x < 0$ 일 때, $-2x+1=5 \quad \therefore x=-2$

(ii) $0 \leq x < 1$ 일 때, $1 \neq 5$ 이므로 교점은 없다.

(iii) $x \geq 1$ 일 때, $2x-1=5 \quad \therefore x=3$



- ❸ $|x| + |x-1| \leq 5$ 의 해는 $y = |x| + |x-1|$ 의 그래프가 직선 $y=5$ 와 만나거나 그 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.



따라서 구하는 해는 $-2 \leq x \leq 3$

확인

정답과 풀이 187쪽

함수의 그래프를 이용하여 다음 부등식의 해를 구하여라.

(1) $|x+1| > 3$ (2) $1 < |-2x+3| \leq 3$ (3) $|x+2| + |x-2| \leq 6$

그래프를 이용하면 답이 한 눈에 보여~

풍산자 풀이 흐름

- ❶ 절댓값 기호를 포함한 함수의 그래프를 그리기
- ❷ 두 함수의 그래프의 교점의 x 좌표 구하기
- ❸ 함수의 그래프를 이용하여 부등식의 해 구하기

실전 연습 문제

01

기출

$ab < 0$ 을 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $|a+b|$ 에
서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

「보기」

- ㄱ. $a+b < 0$
 ㄴ. $|a-b| > |a+b|$
 ㄷ. $\frac{a-b}{a} > \frac{a+b}{b}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02

x 에 대한 부등식 $a(3x-2) > b(2x-1)$ 의 해가 모든
실수일 때, x 에 대한 부등식 $ax+4b > 3a-2bx$ 의 해
는?

- ① $x < -\frac{3}{4}$ ② $x < -\frac{1}{3}$ ③ $x > -\frac{1}{4}$
 ④ $x < \frac{3}{4}$ ⑤ $x < \frac{2}{3}$

03

연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{3}-1 \geq \frac{x-1}{2} \\ 0.3x-2 < 0.4x+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 x 에

대하여 $A = -\frac{1}{3}x+5$ 일 때, A 의 값의 범위는?

- ① $5 < A \leq 8$ ② $6 \leq A < 9$
 ③ $6 \leq A < 15$ ④ $9 \leq A < 12$
 ⑤ $10 < A \leq 13$

04

연립부등식 $\begin{cases} 0.1x + \frac{2}{5} \leq 0.3x \\ 4(x-2) + 5 \geq 3x+1 \end{cases}$ 의 해가 부등식

$4x+a > 2$ 를 만족시키는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

05 서술형

a 가 자연수이고 $0 < -\frac{3}{4}a+1 < 2$ 를 만족시킬 때, x 에

대한 부등식 $2+3x+a \leq \frac{8}{3}(x+1) < 3x-a$ 를 풀어
라.

06

부등식 $0.2x-0.9 \leq -\frac{1}{5}x+0.3 < \frac{3}{10}x+1.8$ 을 만족

시키는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 M , 가장 작은 정
수를 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

07

연립부등식 $\begin{cases} 4x-1 \geq 2x+a \\ -x+2 > b \end{cases}$ 의 해가 $-2 \leq x < 4$ 일

때, 다음 중 부등식 $\frac{a}{5}x+b > 0$ 의 해가 될 수 없는 것은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2

08 서술형

부등식 $5a+2b-1 < (2a+b)x < 2a+b-5$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위가 $2 < x < 6$ 이 되도록 하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $2a+b \neq 0$)

09

연립부등식 $\begin{cases} \frac{x+1}{3} \geq k-x \\ \frac{x-3}{2} < \frac{1-2x}{3} \end{cases}$ 를 만족시키는 음의 정수 x 가 3개가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은?

- ① -8 ② -7 ③ -6
④ -5 ⑤ -4

10

연립부등식 $\begin{cases} \frac{1}{3}x+2 > \frac{3x-2}{6} \\ 2(x-k) < x-3 \end{cases}$ 을 만족시키는 x 의 값

중 자연수가 없을 때, 실수 k 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11

연립부등식 $\begin{cases} 3x+7 > x+1 \\ 2-x \leq a-5x \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 실수 a 의

값의 범위를 구하여라.

12

부등식 $5x+a < 3x-5 < 9x+17$ 의 해가 존재하도록 하는 정수 a 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

기출

x 에 대한 부등식 $|3x-1| < x+a$ 의 해가 $-1 < x < 3$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$
 ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

14

부등식 $|3x+1| + |x| \leq a$ 와 부등식 $0 \leq x-b \leq 2$ 의 해가 서로 같을 때, 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

15 서술형

연립부등식 $\begin{cases} 20|x-10| < a \\ 20x-a < 20 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 최댓값을 구하여라.

16

상자에 과자를 6봉지씩 담으면 과자가 7봉지 남고, 과자를 9봉지씩 담으면 상자가 2개 남는다. 가능한 상자의 개수를 모두 구하여라.

17 서술형

일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자보다 4만큼 큰 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수의 각 자리의 숫자의 합은 14 이상이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 2배에서 34를 뺀 수보다 크다. 처음 자연수를 구하여라.

18

3 %의 소금물에 12 %의 소금물을 섞어서 6 % 이상 8 % 이하의 소금물 900 g을 얻었다. 3 %의 소금물이 몇 g 들어 있는지 구하여라.

01

임의의 양의 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수, $\langle x \rangle$ 는 x 보다 작지 않은 최소의 정수를 나타낸다고 하자. 예를 들어 $[1.3]=1$, $\langle 1.6 \rangle=2$ 이다. 부등식 $[x] + \langle x \rangle \leq 9$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

02

연립부등식 $\begin{cases} 4x+2k \leq 5x-4 \\ 2x+13 > 6x-5 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 가 6개 이상 10개 미만일 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

03

부등식 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} < x - \frac{2a+3}{4} \leq \frac{3}{4}x - \frac{a-2}{4}$ 를 만족시키는 정수 x 의 값이 오직 7뿐일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

04

x 에 대한 이차방정식 $ax^2+b=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, x 에 대한 부등식 $|ax+4| \geq b$ 의 해가 $x \leq -4$ 또는 $x \geq 8$ 이다. 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

05

부등식 $|x| - 4n < x < -|x| + 4n$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 개수가 15개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

06

부등식 $|x| + \sqrt{16x^2 + 8x + 1} \leq a$ 의 해가 $b \leq x \leq b + 2$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $a > 1$)

- ① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{13}{5}$ ③ 3
 ④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{19}{5}$

07

x 에 대한 부등식 $|(a-b)x + 4| \leq b$ 의 해가 $-4 \leq x \leq 8$ 이다. 이때 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

08

기출

어떤 이동 통신 회사에서는 휴대폰의 사용 시간에 따라 매월 다음과 같은 요금 체계를 적용한다고 한다.

요금제	기본 요금	무료 통화	사용 시간 (1분)당 요금
A	10000원	0분	150원
B	20200원	60분	120원
C	28900원	120분	90원

(단, 매월 총 사용 시간은 분 단위로 계산한다.)

예를 들어, B 요금제를 사용하여 한 달 동안의 통화 시간이 80분인 경우 사용 요금은 다음과 같이 계산한다.

$$20200 + 120 \times (80 - 60) = 22600$$

B 요금제를 사용하는 사람이 A 요금제와 C 요금제를 사용할 때보다 저렴한 요금을 내기 위한 한 달 동안의 통화 시간은 a 분 초과 b 분 미만이다. 이때 $b - a$ 의 최댓값은?

- ① 70 ② 80 ③ 90
 ④ 100 ⑤ 110