



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2022-01-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 로그함수의 그래프의 평행이동과 대칭이동에 대한 문제, 로그함수의 역함수가 지수함수임을 이용하는 문제 등이 자주 출제되며 응용문제의 경우, 고1에서 학습한 내용을 바탕으로 해결할 수 있습니다.



평가문제

[중단원 마무리하기]

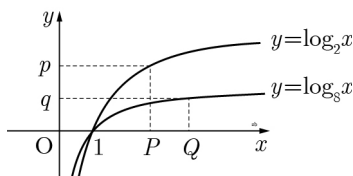
1. $a > 1$ 일 때, 자연수 n 에 대하여

$\log_2 A = {}^{n+1}\sqrt{a^4}$, $\log_2 B = {}^{n+2}\sqrt{a^3}$, $\log_2 C = {}^{n+3}\sqrt{a^2}$ 라 할 때, 이 세 수의 대소를 비교하면 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱이 $a^{f(n)}$ 이다. $f(1)$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$
 ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ $\frac{11}{2}$

[중단원 마무리하기]

2. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_8 x$ 의 그래프에서 x 축 위의 두 점 P, Q 에 대하여 $\overline{OP} : \overline{OQ} = 1 : 4$ 가 성립한다. $3q - p$ 의 값을 구하면?



- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

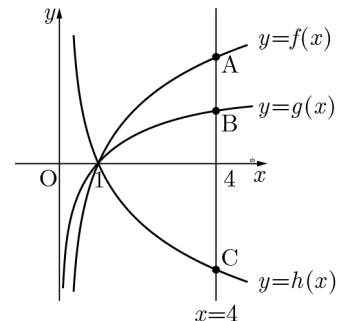
[중단원 마무리하기]

3. 함수 $y = \log_a(x+2b)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고 두 교점의 좌표가 $-1, 2$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 - \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?
 (단, $a > 0$, $a \neq 1$)

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

4. 다음 그림은 세 함수 $f(x) = \log_a x$, $g(x) = \log_b x$, $h(x) = -\log_a x$ 의 그래프이다. 세 그래프와 직선 $x=4$ 가 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하자. $a^3 = b^2$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : k$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?



- ① 4 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8

[중단원 마무리하기]

5. 함수 $y = \log x$ 의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동 하여 겹쳐질 수 없는 그래프의 식을 고르면?

- ① $y = \log_{\frac{1}{100}} x^2$ ② $y = \log \frac{100}{x}$
 ③ $y = \log(1-x)$ ④ $y = \log(1-x)^2$
 ⑤ $y = \log_{\frac{1}{10}}(3-x)$

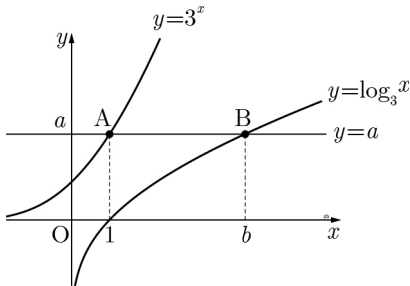
[중단원 마무리하기]

6. 세 수 $A=3\log_3 8, B=5, C=\log_{\sqrt{3}} 30$ 의 대소 관계가 옳은 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
 ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$
 ⑤ $C < A < B$

[중단원 마무리하기]

7. 다음 그림과 같이 두 함수 $y=3^x, y=\log_3 x$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점을 각각 A, B라 하자. 점 B의 x좌표가 b일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① 15 ② 20
 ③ 25 ④ 30
 ⑤ 35

[대단원 평가하기]

8. 함수 $f(x)=\log_a(2x+3)+2$ 에 대하여 $f(3)=3$ 일 때, $f(k)=4$ 를 만족한다. 상수 k의 값을 구하면? (단, $a > 0, a \neq 1$)

- ① 31 ② 35
 ③ 39 ④ 43
 ⑤ 47

[대단원 평가하기]

9. 함수 $y=\log_2(3x-p)+4$ 의 점근선이 $x=1$ 이고, x절편이 q일 때, \sqrt{pq} 의 값을 구하면?

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$
 ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$
 ⑤ $\frac{11}{4}$

[대단원 평가하기]

10. 두 양수 a, b에 대하여 $a < 1 < b < \frac{1}{a}$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 고르면?

<보기>	
ㄱ. $a^2 < a^3$	ㄴ. $a^b < \left(\frac{1}{a}\right)^b$
ㄷ. $b^a < b^{2a}$	ㄹ. $\frac{1}{b^a} < b^a$

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄱ, ㄴ
 ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ
 ⑤ ㄷ, ㄹ

[대단원 평가하기]

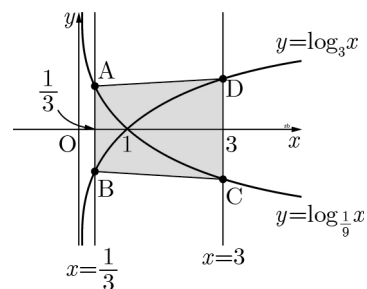
11. 함수 $f(x)=\log_3(x+5)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $(g \circ f)(x)=x$ 를 만족시킬 때, $(g \circ g)(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 71 ② 76
 ③ 81 ④ 86
 ⑤ 91

[대단원 평가하기]

12. 다음 그림과 같이 두 함수 $y=\log_{\frac{1}{9}} x, y=\log_3 x$ 가

직선 $x=\frac{1}{3}$ 과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x=3$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하면?



- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

13. 함수 $y = x^{3-\log x}$ 가 $x=a$ 에서 최댓값 b 를 가질 때, $ab^2 = 10^k$ 가 성립한다. 상수 k 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

[중단원 마무리하기]

14. $\log_x 27 = 3, \log_y 36 = 2$ 이 성립할 때 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

[중단원 마무리하기]

15. 부등식 $\log_2 2x^2 < \log_2 2ax$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 이를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

[중단원 마무리하기]

16. 부등식 $\log(x+3) - \log(-x+2) > \log 4$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 평가하기]

17. 방정식 $(\log x)^2 + n \log(10^n x) - 4 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 n 의 최댓값을 구하면?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
③ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ④ $2\sqrt{3}$
⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

[중단원 마무리하기]

18. 서울의 미세 먼지 농도가 매년 10%씩 증가한다고 할 때, 미세 먼지 농도가 현재의 3배 이상이 되는 것은 최소 몇 년 후인지 구하면? (단, $\log 1.1 = 0.04, \log 3 = 0.48$)

- ① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

[중단원 마무리하기]

19. 방정식 $\log_{x^2-2x+1}(2x) = \log_{16}(2x)$ 의 모든 실근의 합을 구하면?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$
③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$
⑤ $\frac{11}{2}$

실전문제

20. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

$$\neg. (-7)^0 = 1$$

$$\neg. \frac{1}{25} = 5^{-2}$$

$$\neg. \sqrt[4]{5^3} = 5^{\frac{4}{3}}$$

$$\neg. 2 < a < b < 3 \text{ 일 때, } \log_a b < \log_b a < 1 \text{ 이다.}$$

$$\square. 2 < a < b < 3 \text{ 일 때, } \log_{(b-2)} b < \log_{(a-2)} b < a \text{ 이다.}$$

- ① \neg, \neg ② \neg, \neg
③ \neg, \neg, \square ④ \neg, \neg, \neg
⑤ $\neg, \neg, \neg, \square$

21. 방정식 $(\log_3 3x) \left(\log_3 \frac{x}{3} \right) = 3$ 의 두 근을 α, β 라 할

때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 0 ② 2
 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{82}{9}$
 ⑤ $\frac{730}{27}$

22. 부등식 $\log_2(x-3) + 2\log_4(x-4) \leq 1$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] $a^{\frac{4}{n+1}}, a^{\frac{3}{n+2}}, a^{\frac{2}{n+3}}$ 의 대소를 비교하면 $4 > 3 > 2$ 이고 n 은 자연수 이므로

$$\frac{1}{n+1} > \frac{1}{n+2} > \frac{1}{n+3}, \quad \frac{4}{n+1} > \frac{3}{n+2} > \frac{2}{n+3}$$

 $a > 1$ 이므로 $A > B > C$ 이고, $\log_2 A > \log_2 B > \log_2 C$ 이다.

$$\text{따라서 } (\log_2 A)(\log_2 C) = a^{\frac{4}{n+1} + \frac{2}{n+3}} = a^{f(n)}$$

$$f(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

2) [정답] ②

[해설] 점 P 의 x 좌표를 p 로 표현하면 2^p 이고 점 Q 의 x 좌표를 q 를 이용하여 나타내면 8^q 이다.

$$\overline{OP} : \overline{OQ} = 1 : 4 \text{ 이므로 } 2^p : 8^q = 1 : 4$$

$$4 \times 2^p = 8^q \text{에서 } 2^{2+p} = 2^{3q}$$

$$2+p=3q, \quad 3q-p=2$$

3) [정답] ③

[해설] 함수 $y = \log_a(x+2b)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 $y = \log_a(x+2b)$ 와 $y = x$ 와의 교점과 같다.두 교점의 x 좌표가 $-1, 2$ 이므로 함수 $y = \log_a(x+2b)$ 의 그래프는 $(-1, -1), (2, 2)$ 를 지난다.

$$-1 = \log_a(-1+2b) \text{에서 } -1+2b = \frac{1}{a}$$

$$2 = \log_a(2+2b) \text{에서 } 2+2b = a^2, \quad a^2 - \frac{1}{a} = 3$$

4) [정답] ③

[해설] 세 점 A, B, C 의 좌표는 각각

$$(4, \log_a 4), (4, \log_b 4), (4, -\log_a 4) \text{ 이다.}$$

 $y = h(x)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 그래프이고

$$a^3 = b^2 \text{에서 } b = a^{\frac{3}{2}} \text{이므로 } y = g(x) \text{는}$$

$$y = \log_b x = \log_{a^{\frac{3}{2}}} x = \frac{2}{3} \log_a x \text{이다.}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : k \text{에서 } \overline{AC} = k\overline{AB} \text{ 이므로}$$

$$2\log_a 4 = k \left(\log_a 4 - \frac{2}{3} \log_a 4 \right) = \frac{k}{3} \log_a 4.$$

$$\text{여기에서 } \log_a 4 \neq 0 \text{이므로 } 2 = \frac{k}{3}, \quad k = 6$$

5) [정답] ④

$$\text{[해설] ① } y = \log_{\frac{1}{100}} x^2 = -\log x$$

$$\text{② } y = \log \frac{100}{x} = -\log x + 2$$

$$\text{③ } y = \log(1-x) = \log\{-(x-1)\}$$

$$\text{④ } y = \log(1-x)^2 = 2\log|1-x| \text{의 그래프는}$$

 $y = \log x$ 의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여

겹쳐질 수 없다.

$$\text{⑤ } y = \log_{\frac{1}{10}}(3-x) = -\log\{-(x-3)\}$$

6) [정답] ③

$$\text{[해설] } A = 3\log_3 8 = \log_3 8^3$$

$$B = 5 = \log_3 3^5 = \log_3 243$$

$$C = \log_{\sqrt{3}} 30 = \log_3 30^2 = \log_3 900$$

$$243 < 512 < 900 \text{이고 밑이 1보다 크므로}$$

$$\log_3 243 < \log_3 512 < \log_3 900$$

$$\text{따라서 } B < A < C$$

7) [정답] ④

[해설] 함수 $y = 3^x$ 가 점 $(1, a)$ 를 지나므로 $a = 3$ 이때 함수 $y = \log_3 x$ 는 점 (a, b) 를 지나므로

$$3 = \log_3 b, \quad b = 3^3 = 27$$

$$\text{따라서 } a + b = 30$$

8) [정답] ③

[해설] $f(3) = 3$ 을 대입하면

$$f(3) = \log_a 9 + 2 = 3, \quad \log_a 9 = 1, \quad a = 9$$

$$f(k) = 4 \text{를 대입하면 } f(k) = \log_9(2k+3) + 2 = 4$$

$$\log_9(2k+3) = 2, \quad 2k+3 = 81$$

$$\text{따라서 } k = 39$$

9) [정답] ③

[해설] 함수 $y = \log_2(3x-p) + 4$ 의 점근선은 $x = \frac{p}{3}$

$$\text{이므로 } \frac{p}{3} = 1 \text{에서 } p = 3 \text{ 이다.}$$

$$y = \log_2(3x-p) + 4 \text{의 } x \text{절편은 } q \text{이므로}$$

$$0 = \log_2(3q-3) + 4 \text{에서 } 3q-3 = \frac{1}{16}$$

$$q = \frac{49}{48} \text{가 된다. 따라서 } pq = \frac{49}{16}, \quad \sqrt{pq} = \frac{7}{4}$$

10) [정답] ③

[해설] 보기의 예시들의 참, 거짓을 판정하기 위해 $y = \log_a x$ 와 $y = \log_b x$ 에서의 함숫값을 살펴보자.ㄱ. $a^2 < a^3$ 는 양변에 밑이 a 인 로그를 취하면 $a < 1$ 이므로 $2 > 3$ 이다. 이는 모순이므로 거짓.ㄴ. $a^b < \left(\frac{1}{a}\right)^b$ 는 양변에 밑이 a 인 로그를 취하면 $a < 1$ 이므로 $b > -b$ 인데 b 가 양수이므로 참이다.ㄷ. $b^a < b^{2a}$ 는 양변에 밑이 b 인 로그를 취하면 $b > 1$ 임에서 $a < 2a$ 인데 a 가 양수이므로 참이다.ㄹ. $b^a < b^a$ 는 양변에 밑이 b 인 로그를 취하면

$b > 1$ 일에서 $\frac{1}{a} < a$ 인데 이는 $a < 1$ 일에 모순이므로
거짓.
따라서 ㄴ, ㄷ이 참이다.

11) [정답] ②

[해설] $(g \circ f)(x) = x$ 이므로 $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다. 따라서 $g(2) = a$ 라 하면 $f(a) = 2$ 이므로
 $\log_3(a+5) = 2$, $a+5 = 9$, $a = 4$
 $g(2) = 4$ 이고 $(g \circ g)(2) = g(4)$ 이다.
 $g(4) = b$ 라 하면 $f(b) = 4$ 이므로
 $\log_3(b+5) = 4$, $b+5 = 81$, $b = 76$
따라서 $(g \circ g)(2) = g(4) = b = 76$

12) [정답] ④

[해설] $x = \frac{1}{3}$ 일 때, $\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ 이므로 $A\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$
 $x = \frac{1}{3}$ 일 때, $\log_3 \frac{1}{3} = -1$ 이므로 $B\left(\frac{1}{3}, -1\right)$
 $x = 3$ 일 때, $\log_{\frac{1}{9}} 3 = -\frac{1}{2}$ 이므로 $C\left(3, -\frac{1}{2}\right)$
 $x = 3$ 일 때, $\log_3 3 = 1$ 이므로 $D = (3, 1)$
이 때 사각형 $ABCD$ 는 평행사변형이므로 구하는
넓이는 $\left(3 - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) = 4$

13) [정답] ②

[해설] $y = x^{3-\log x}$ 의 양변에 상용로그를 취하면
 $\log y = \log x^{3-\log x}$
 $= (3-\log x)\log x = -(\log x)^2 + 3\log x$
 $\log x = t$ 로 치환하면
 $\log y = -t^2 + 3t = -\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$
 $\log y$ 는 $t = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 가진다.
 $\log x = \frac{3}{2}$ 에서 $x = 10^{\frac{3}{2}}$, $a = 10^{\frac{3}{2}}$
 $\log y = \frac{9}{4}$ 에서 $y = 10^{\frac{9}{4}}$, $b = 10^{\frac{9}{4}}$
 $ab^2 = 10^6 = 10^k$, $k = 6$

14) [정답] ⑤

[해설] $\log_x 27 = 3$ 에서 $\log_x 3^3 = 3\log_x 3 = 3$, $x = 3$
 $\log_y 36 = 2$ 에서 $\log_y 6^2 = 2\log_y 6 = 2$, $y = 6$
따라서 $x + y = 9$

15) [정답] ②

[해설] $\log_2 2x^2 < \log_2 2ax$ 에서 $2x^2 < 2ax$,
 $2x^2 - 2ax < 0$, $2x(x-a) < 0$
 a 는 자연수이므로 $0 < x < a$
주어진 부등식을 만족시키는 정수의 개수가
5이므로 $5 < a \leq 6$ 이다. 따라서 $a = 6$ 이다.

16) [정답] ②

[해설] 진수조건을 만족시켜야 하므로
 $x+3 > 0$, $x > -3$, $-x+2 > 0$, $x < 2$
 $\log(x+3) - \log(-x+2) > \log 4$ 에서
 $\frac{x+3}{-x+2} > 4$, $x+3 > -4x+8$, $x > 1$
세 부등식을 모두 만족하는 x 의 범위는
 $1 < x < 2$ 이다. 따라서 $ab = 2$

17) [정답] ②

[해설] $(\log x)^2 + n\log(10^n x) - 4$
 $= (\log x)^2 + n(n+\log x) - 4$
 $\log x = t$ 로 치환하면 t 에 대한 이차방정식이므로
 $t^2 + nt + n^2 - 4 = 0$ 이 실근을 갖기 위해서
판별식 $D = n^2 - 4(n^2 - 4) = -3n^2 + 16 \geq 0$ 을
만족해야 한다.
 $3n^2 \leq 16$, $|n| \leq \sqrt{\frac{16}{3}}$
따라서 n 의 최댓값은 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

18) [정답] ③

[해설] 현재 서울의 미세 먼지 농도를 a 라 할 때,
 n 년 후의 미세 먼지 농도는 $a \times 1.1^n$
 n 년 후의 미세 먼지 농도가 현재의 3배 이상이
된다고 하면 $a \times 1.1^n \geq 3a$, $1.1^n \geq 3$
양변에 상용로그를 취하면 $n\log 1.1 \geq \log 3$
 $0.04n \geq 0.48$, $n \geq 12$
따라서 최소 12년 후이다.

19) [정답] ⑤

[해설] 밑과 진수의 조건에서
 $x^2 - 2x + 1 > 0$, $x^2 - 2x + 1 \neq 1$, $2x > 0$ 에서
 $x > 0$, $x \neq 1$, $x \neq 2$ 를 만족해야 한다.
 $x^2 - 2x + 1 = 16$ 일 경우
 $x^2 - 2x - 15 = 0$, $(x+3)(x-5) = 0$ 에서
 $x = -3$ 또는 $x = 5$
 $2x = 1$ 일 경우 $x = \frac{1}{2}$
조건에 의해 $x = 5$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 모든 실근의 합을 구하면 $5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

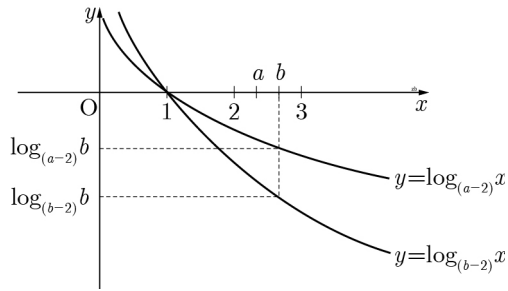
20) [정답] ③

[해설] ㄱ. $(-7)^0 = 1$ (참)
ㄴ. $\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$ (참)
ㄷ. $\sqrt[4]{5^3} = 5^{\frac{3}{4}}$ (거짓)
ㄹ. $a > 1, b > 1$ 이고, $a < b$ 이므로
 $\log_a a < \log_a b \Rightarrow 1 < \log_a b$

$$\log_b a < \log_b b \Rightarrow \log_b a < 1$$

$$\therefore \log_b a < 1 < \log_a b \text{ (거짓)}$$

□. $2 < a < b < 3$ 에서 $0 < a-2 < b-2 < 1$ 이므로



따라서 $\log_{(b-2)} b < \log_{(a-2)} b < 0 < a$ (참)

21) [정답] ④

[해설] $\log_3 x = t$ 로 치환하면

$$(\log_3 x + 1)(\log_3 x - 1) = 3, \quad t^2 - 1 = 3, \quad t = \pm 2$$

$$\therefore \log_3 x = \pm 2$$

$$\therefore x = 9 \text{ 또는 } \frac{1}{9}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 9 + \frac{1}{9} = \frac{82}{9}$$

22) [정답] ①

[해설] 부등식 $\log_2(x-3) + \log_2(x-4) \leq 1$ 에서

진수 조건에 의하여 $x > 4$ 이다.

또한, $\log_2(x-3)(x-4) \leq \log_2 2$ 이므로

$$x^2 - 7x + 12 \leq 2 \text{이다.}$$

$$\text{즉, } (x-2)(x-5) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq x \leq 5$$

따라서 부등식의 해는 $4 < x \leq 5$ 이므로

정수 x 는 5로 1개다.