

2021년 삼계고 수학(하) 중간고사

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 18문항(85점), 논술형: 2문항(15점), • 총점: 100점

1. 좌표평면 위의 점 $A(-2, 4)$ 를 x 축으로 1만큼 y 축으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표는? [4.1점]

- ① $(-1, 2)$ ② $(-1, 5)$ ③ $(-1, 6)$
- ④ $(-3, 2)$ ⑤ $(-3, 6)$

2. 좌표평면 위의 점 $A(-2, 4)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는? [4.3점]

- ① $(-2, -4)$ ② $(2, -4)$ ③ $(2, 4)$
- ④ $(4, -2)$ ⑤ $(4, 2)$

3. 다음 중 집합인 것은? [4.3점]

- ① 작은 수의 모임
- ② 인구가 많은 도시의 모임
- ③ 10에 가까운 유리수의 모임
- ④ 우리반에서 키가 큰 학생들의 모임
- ⑤ 일의 자리 숫자가 5인 자연수의 모임

[4~6] 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

4. 집합 $A \cap B$ 는? [4.3점]

- ① $\{1, 10\}$
- ② $\{2, 5\}$
- ③ $\{3, 7\}$
- ④ $\{1, 2, 5\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 5, 7, 10\}$

5. 집합 A^c 는? [4.4점]

- ① $\{3, 7\}$
- ② $\{3, 5, 7\}$
- ③ $\{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 5, 7, 10\}$
- ⑤ $\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

6. 집합 $A - B$ 는? [4.6점]

- ① $\{1, 10\}$
- ② $\{2, 5\}$
- ③ $\{3, 7\}$
- ④ $\{1, 2, 5\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 5, 7, 10\}$

7. 집합에 대한 기호의 사용이 올바른 것은? [4.7점]

- ① $n(\{0\})=0$
- ② 임의의 집합 A 에 대하여, $\emptyset \in A$
- ③ $A=\{1, 2\}$ 일 때, $1 \subset A$
- ④ $A=\{1, 2\}$ 일 때, $\{1, 2\} \subset A$
- ⑤ $A=\{x|x^2=-1\}$ 인 실수일 때, $n(A)=\emptyset$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $n(U)=45$, $n(A)=25$, $n(B)=17$, $n(A \cap B)=6$
 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 는? [4.8점]

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

9. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합
 $A=\{x|x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$, $B=\{x|x \text{는 } 6 \text{이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A \cap X = \emptyset$, $B^c \subset X^c$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는?
 [4.8점]

- ① 4 ② 8 ③ 12
- ④ 16 ⑤ 20

10. 직선 $2x+y-4=0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면 직선 $2x+y-3=0$ 과 일치한다. 이때 실수 a 의 값은? [4.6점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

11. 전체집합 $U=\{x|-3 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$ 에 대하여,
 조건 ' $p:x^2-x > 2$ '의 진리집합을 P 라 할 때, P^c 의 모든
 원소들의 합은? [4.7점]

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

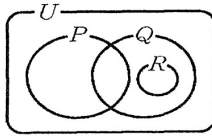
12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 집합 $(A-B) \cup (A \cup B)^c$ 와 같은 것은? [4.8점]

- ① \emptyset ② A ③ A^c
- ④ B^c ⑤ $A \cap B$

13. 100 이하의 자연수 중에서 9의 배수가 아니고, 6으로 나누었을 때의 나머지가 3이 아닌 자연수의 개수는? [4.9점]

- ① 21 ② 22 ③ 29
④ 71 ⑤ 78

14. 전체집합 U 에 대하여 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 이라 할 때, 세 집합 사이의 포함 관계는 그림과 같다. 다음 중 옳은 것은? [4.9점]



- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
② $\sim r$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
③ $\sim p$ 는 $\sim r$ 이기 위한 필요조건이다.
④ r 는 $\sim p$ 이기 위한 필요충분조건이다.
⑤ $\sim q$ 는 $\sim p$ 이기 위한 필요충분조건이다.

15. 다음은 부등식 $a^2 + b^2 \geq ab$ (단, a, b 는 실수)를 증명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은? [4.9점]

$$a^2 - ab + b^2 = (a - \boxed{\text{가}})^2 + \boxed{\text{나}}b^2$$

그런데 $(a - \boxed{\text{가}})^2 \geq 0$ 이고 $\boxed{\text{나}}b^2 \geq 0$ 이므로

$$a^2 - ab + b^2 \geq 0$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 \geq ab$$

여기서 등호는 $a - \boxed{\text{가}} = 0$ 이고 $b = 0$, 즉 $a = b = 0$ 일 때 성립한다.

- ① (가): $\frac{b}{4}$, (나): $\frac{1}{4}$ ② (가): $\frac{b}{3}$, (나): $\frac{1}{2}$ ③ (가): $\frac{b}{2}$, (나): $\frac{3}{4}$
④ (가): $\frac{b}{2}$, (나): 1 ⑤ (가): b , (나): 1

16. $a > 1$ 일 때, $a\left(4 + \frac{1}{a-1}\right)$ 의 최솟값은? [5.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

17. 실수 x, y 에 대한 다음 명제 중에서 역이 참인 것은? [5.3점]

- ① $x > 0$ 이면 $|x| = x$ 이다.
- ② $x = y$ 이면 $x^2 - y^2 = 0$ 이다.
- ③ $|x| + |y| = 0$ 이면 $x^2 + y^2 = 0$ 이다.
- ④ $xy > 0$ 이면 $|x + y| = |x| + |y|$ 이다.
- ⑤ $|x| = |y|$ 이면 $|x + y| = |x| + |y|$ 이다.

18. 세 점 $A(1, 2), B(0, b), C(c, c)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 둘레의 길이가 최소일 때, $12(b+c)$ 의 값은? (단, $b > 0, c > 0$) [5.4점]

- | | | |
|------|------|------|
| ① 31 | ② 32 | ③ 33 |
| ④ 34 | ⑤ 35 | |

[논술형 1] 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A, B 는 다음 조건을 만족한다. 집합 $A \cup B$ 의 원소의 합이 최소가 될 때의 집합 $A \cup B$ 를 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

- (가) ' $a \in A$ 인 어떤 a 에 대하여 $a^3 \in U$ 이다.'
- (나) ' $b \in B$ 인 모든 b 에 대하여 $0 < b-4 < 4$ 이다.'
- (다) $n(B) = 2$

[논술형 2] 귀류법을 이용하여 다음 명제가 참임을 증명하시오. [8.0점]

' $\sqrt{2}$ 는 무리수이다.'

정답

- 1) ①
- 2) ④
- 3) ⑤
- 4) ②
- 5) ⑤
- 6) ③
- 7) ④
- 8) ③
- 9) ④
- 10) ②
- 11) ⑤
- 12) ④
- 13) ⑤
- 14) ②
- 15) ③
- 16) ⑤
- 17) ③
- 18) ⑤

[논술형 1]

$a \in A$ 어떤 a 에 대하여 $a^2 \in U$ 일 때

$$1^2=1 \quad 2^2=0 \quad \text{이므로}$$

a 는 1, 2가 가능하다

$b \in B$ 인 모든 B 에 대해 $0 < b-4 < 4$ 일 때

$$4 < b < 8 \quad \text{이므로}$$

b 는 5, 6, 7, 8이 가능하다

$A \cup B$ 의 원소의 합이 최소가 되기 위해선

원소 a, b 들 중 가장 작은 것만을 골라야 한다.

따라서 $a=1 \quad b=5, 6$ 이다 (b 의 원소개수가 2개)

$$\therefore A \cup B: \{1, 5, 6\}$$

[논술형 2]

$\sqrt{2}$ 를 유리수라 가정하자

$$\sqrt{2} = \frac{b}{a} \quad (a, b \text{는 } 0 \text{이 아닌 서로소인 자연수})$$

$$a\sqrt{2} = b$$

$$2a^2 = b^2$$

$$b^2 = 2 \text{의 배수} \rightarrow b = 2 \text{의 배수}$$

$$2a^2 = 4$$

$$a^2 = 2$$

$$a^2 = 2 \text{의 배수} \rightarrow a = 2 \text{의 배수}$$

a, b 모두 2의 배수이므로

서로소라는 가정에 모순됨

따라서 $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아닌 무리수.