



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-10  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [삼각방정식의 풀이]

## • 삼각방정식의 풀이

- 주어진 방정식을  $\sin x = k$  (또는  $\cos x = k$  또는  $\tan x = k$ ) 꼴로 고친다.
- 함수  $y = \sin x$  (또는  $y = \cos x$  또는  $y = \tan x$ )의 그래프와 직선  $y = k$ 를 그린다.
- 주어진 범위에서 삼각함수의 그래프와 직선의 교점의  $x$ 좌표를 찾아 방정식의 해를 구한다.

## [삼각방정식의 실근의 개수]

- 방정식  $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프의 서로 다른 교점의 개수와 같다.

## [삼각부등식의 풀이]

## • 삼각부등식의 풀이

- $\sin x > k$  (또는  $\cos x > k$  또는  $\tan x > k$ ) 꼴의 부등식:  
함수  $y = \sin x$  (또는  $y = \cos x$  또는  $y = \tan x$ )의 그래프와 직선  $y = k$ 의 교점의  $x$ 좌표를 이용하여 삼각함수의 그래프가 직선  $y = k$ 보다 위쪽에 있는  $x$ 의 값의 범위를 구한다.
- $\sin x < k$  (또는  $\cos x < k$  또는  $\tan x < k$ ) 꼴의 부등식:  
함수  $y = \sin x$  (또는  $y = \cos x$  또는  $y = \tan x$ )의 그래프와 직선  $y = k$ 의 교점의  $x$ 좌표를 이용하여 삼각함수의 그래프가 직선  $y = k$ 보다 아래쪽에 있는  $x$ 의 값의 범위를 구한다.

## 기본문제

[예제]

1. 방정식  $(2\sin x + \sqrt{3})(2\cos x + 1) = 0$ 의 모든 해의  
합은? (단,  $0 \leq x < 2\pi$ )

- $3\pi$
- $\frac{10}{3}\pi$
- $\frac{11}{3}\pi$
- $4\pi$
- $\frac{13}{3}\pi$

[문제]

2.  $2^{1+2\cos x} = 4$ 의 해가  $x = \alpha$  또는  $x = \beta$ 라 할 때,  
 $\beta - \alpha$ 의 값은? (단,  $0 \leq x < 2\pi$ )

- $\frac{1}{3}\pi$
- $\frac{2}{3}\pi$
- $\pi$
- $\frac{4}{3}\pi$
- $\frac{5}{3}\pi$

[예제]

3. 방정식  $\log_4 \cos x < -\frac{1}{2}$ 의 해가  $a < x < b$  또는  
 $c < x < d$ 일 때,  $(b-a) + (d-c)$ 의 값은? (단,  
 $0 \leq x < 2\pi$ )

- $\frac{1}{3}\pi$
- $\frac{2}{3}\pi$
- 1
- $\frac{4}{3}\pi$
- $\frac{5}{3}\pi$

[문제]

4. 전체집합  $U = \{x | 0 \leq x < 2\pi\}$ 의 부분집합  
 $A = \{x | \sqrt{2} \sin x > 1\}$ ,  $B = \{x | 4\cos x > -2\}$ 에 대하  
여 다음 중 집합  $A \cap B^C$ 의 원소인 것은?

- 0
- $\frac{1}{6}\pi$
- $\frac{2}{3}\pi$
- $\pi$
- $\frac{3}{2}\pi$

## 평가문제

[스스로 확인하기]

5.  $2\cos x = -\sqrt{2}$ 의 해를  $\alpha$ ,  $|\tan x| = 1$ 의 해를  $\beta$ ,  $\gamma$ 라 할 때,  $\alpha + \beta - \gamma$ 의 값은? (단,  $0 \leq x < \pi$ ,  $\beta < \gamma$ )

- ①  $-\frac{1}{2}\pi$                       ②  $-\frac{1}{4}\pi$   
 ③ 0                              ④  $\frac{1}{4}\pi$   
 ⑤  $\frac{1}{2}\pi$

[스스로 확인하기]

6. 어떤 야구 선수가 배트로 야구공을 쳤을 때, 야구공의 처음 속력을  $v$  m/s, 야구공이 배트에 맞는 순간 지면과 이루는 각의 크기를  $\theta$ , 야구공이 날아간 거리를  $f(\theta)$  m라 하면  $f(\theta) = \frac{v^2}{10} \sin 2\theta$ 가 성립한다고 한다. 야구공의 처음 속력이 40 m/s 일 때, 야구공이 날아간 거리가 80 m 이상이 되게 하는 각  $\theta$ 의 값의 범위가  $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은? (단,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고, 공기의 저항은 고려하지 않는다.)

- ①  $\frac{1}{6}\pi$                       ②  $\frac{1}{3}\pi$   
 ③  $\frac{1}{2}\pi$                       ④  $\frac{2}{3}\pi$   
 ⑤  $\frac{5}{6}\pi$

[스스로 마무리하기]

7. 방정식  $\cos^2 x + \sqrt{2} \sin x = \frac{3}{2}$ 를 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 합은? (단,  $0 \leq x < 2\pi$ )

- ①  $\frac{5}{2}\pi$                       ②  $2\pi$   
 ③  $\frac{3}{2}\pi$                       ④  $\pi$   
 ⑤  $\frac{1}{2}\pi$

[스스로 마무리하기]

8. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$-\sin^2 x - 4\cos x + p \geq 0$$

이 항상 성립하게 하는 실수  $p$ 의 최솟값은?

- ① 0                              ② 1  
 ③ 2                              ④ 3  
 ⑤ 4

[스스로 마무리하기]

9.  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 4x \sin \theta + (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta - \sqrt{3} = 0$$

의 실근이 존재하지 않을 때,  $\theta$ 의 값의 범위를 구하시오. (단,  $0 \leq \theta < 2\pi$ )

- ①  $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{3}$  또는  $\frac{2}{3}\pi < \theta < \frac{5}{6}\pi$   
 ②  $0 < \theta < \pi$   
 ③  $0 < x < \frac{1}{6}\pi$  또는  $\frac{5}{6}\pi < \theta < \pi$   
 ④  $\frac{1}{3}\pi < \theta < \frac{2}{3}\pi$   
 ⑤  $\frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{4}{3}\pi$  또는  $\frac{5}{3}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$

## 유사문제

10.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ 의 모든 해의 합은?

- ①  $\frac{5}{3}\pi$                       ②  $2\pi$   
 ③  $\frac{7}{3}\pi$                       ④  $\frac{8}{3}\pi$   
 ⑤  $3\pi$

11.  $0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식  $3\sin^2 x - 2 = 0$ 의 모든 실근의 합은?

- ①  $\frac{\pi}{2}$                                       ②  $\pi$   
 ③  $\frac{3}{2}\pi$                                       ④  $2\pi$   
 ⑤  $4\pi$

12.  $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$$4x^2 + (4\sqrt{2}\sin\theta)x + \cos\theta + 1 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위는  $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 이다.  $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}\pi$                                       ②  $\frac{1}{2}\pi$   
 ③  $\frac{2}{3}\pi$                                       ④  $\pi$   
 ⑤  $\frac{4}{3}\pi$

13. 방정식  $4\cos^2 x - 4\sin x = k$ 가 실근을 가질 때, 상수  $k$ 값의 범위는  $a \leq k \leq b$ 이다.  $a+b$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$                                       ②  $\frac{1}{2}$   
 ③ 1                                      ④  $\frac{3}{2}$   
 ⑤ 2

14.  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5}{2}\pi$ 에서 부등식  $\cos x > \sin x$ 를 만족하는  $x$ 값의 범위가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ①  $\frac{\pi}{4}$                                       ②  $\frac{\pi}{2}$   
 ③  $\frac{3}{4}\pi$                                       ④  $\pi$   
 ⑤  $\frac{5}{4}\pi$



## 정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설]  $(2\sin x + \sqrt{3})(2\cos x + 1) = 0$  에서

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{에서 } x = \frac{4}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \text{에서 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$\text{따라서 모든 해의 합은 } \frac{2}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi = \frac{11}{3}\pi$$

2) [정답] ④

[해설]  $2^{1+2\cos x} = 4$  에서  $1+2\cos x = 2$ ,  $\cos x = \frac{1}{2}$ 

$$\text{이므로 } \alpha = \frac{1}{3}\pi \text{ 또는 } \beta = \frac{5}{3}\pi$$

$$\therefore \beta - \alpha = \frac{4}{3}\pi$$

3) [정답] ①

[해설]  $\log_4 \cos x < -\frac{1}{2}$  에서  $\log_4 \cos x < \log_4 \frac{1}{2}$  이므로

$$\cos x < \frac{1}{2} \text{이다. } \therefore \frac{1}{3}\pi < x < \frac{5}{3}\pi \dots \textcircled{7}$$

그런데 로그의 진수조건에 의해  $\cos x > 0$  이므로

$$0 \leq x < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi < x < 2\pi \text{이다. } \dots \textcircled{8}$$

따라서 ⑦, ⑧에 의해

$$\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi < x < \frac{5}{3}\pi \text{이므로}$$

$$(b-a) + (d-c) = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{이다.}$$

4) [정답] ③

[해설]  $\sqrt{2} \sin x > 1$ , 즉,  $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 해는

$$\frac{1}{4}\pi < x < \frac{3}{4}\pi \text{이므로}$$

$$A = \left\{ x \mid \frac{1}{4}\pi < x < \frac{3}{4}\pi \right\}$$

$$4\cos x > -2, \text{ 즉, } \cos x > -\frac{1}{2} \text{의 해는}$$

$$0 \leq x < \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } \frac{4}{3}\pi < x < 2\pi \text{이므로}$$

$$B^C = \left\{ x \mid \frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi \right\}$$

$$A \cap B^C = \left\{ x \mid \frac{2}{3}\pi \leq x < \frac{3}{4}\pi \right\} \text{이므로}$$

$$\text{따라서 보기 중 } A \cap B^C \text{의 원소인 것은 } \frac{2}{3}\pi \text{이다.}$$

5) [정답] ④

[해설]  $2\cos x = -\sqrt{2}$  에서  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  $0 \leq x < \pi$ 에서 위 방정식을 만족하는  $x$ 의 값은

$$x = \frac{3}{4}\pi \text{이다.}$$

$$\therefore \alpha = \frac{3}{4}\pi$$

 $|\tan x| = 1$ 에서  $\tan x = 1$ , 또는  $\tan x = -1$  $0 \leq x < \pi$ 에서  $\tan x = 1$ 을 만족하는  $x$ 의 값은

$$x = \frac{1}{4}\pi$$

 $0 \leq x < \pi$ 에서  $\tan x = -1$ 을 만족하는  $x$ 의 값은

$$x = \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore \beta = \frac{1}{4}\pi, \gamma = \frac{3}{4}\pi$$

$$\text{따라서 } \alpha + \beta - \gamma = \frac{1}{4}\pi$$

6) [정답] ②

[해설]  $v = 40$ 일 때

$$\frac{40^2}{10} \sin 2\theta = 160 \sin 2\theta \geq 80$$

$$\sin 2\theta \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6}\pi \leq 2\theta \leq \frac{5}{6}\pi, \frac{1}{12}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{12}\pi$$

$$\alpha = \frac{1}{12}\pi, \beta = \frac{5}{12}\pi \text{이므로 } \beta - \alpha = \frac{1}{3}\pi$$

7) [정답] ④

[해설]  $\cos^2 x + \sqrt{2} \sin x = \frac{3}{2}$  에서

$$1 - \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = \frac{3}{2},$$

$$2\sin^2 x - 2\sqrt{2} \sin x + 1 = 0,$$

$$(\sqrt{2} \sin x - 1)^2 = 0, \text{ 즉 } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이므로}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } x = \frac{1}{4}\pi \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}\pi$$

$$\text{따라서 구하는 합은 } \frac{1}{4}\pi + \frac{3}{4}\pi = \pi$$

8) [정답] ⑤

[해설]  $-\sin^2 x - 4\cos x + p \geq 0$  에서  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ 

$$\text{이므로 } \cos^2 x - 4\cos x + p - 1 \geq 0$$

$$\cos x = t \text{로 놓으면 } -1 \leq t \leq 1 \text{이고}$$

$$\text{주어진 부등식은 } t^2 - 4t + p - 1 \geq 0$$

$$f(t) = t^2 - 4t + p - 1 \text{로 놓으면}$$

$$f(t) = (t-2)^2 + p-5$$

$$\text{이때 } -1 \leq t \leq 1 \text{에서 } f(t) \text{는 } t=1 \text{일 때 최솟값}$$

$$p-4 \text{을 가지므로}$$

$$p-4 \geq 0, \text{ 즉 } p \geq 4$$

$$\text{따라서 구하는 실수 } p \text{의 최솟값은 } 4 \text{이다.}$$

9) [정답] ①

[해설] 이차방정식

 $x^2 - 4x \sin \theta + (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta - \sqrt{3} = 0$ 의 짝의 판별식을  $D/4$ 라 하면
실근이 존재하지 않으므로  $D/4 < 0$ 

$$4\sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} < 0$$

$$(2\sin \theta - 1)(2\sin \theta - \sqrt{3}) < 0$$

$$\frac{1}{2} < \sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서  $\theta$ 의 값의 범위는

$$\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{3} \quad \text{또는} \quad \frac{2}{3}\pi < \theta < \frac{5}{6}\pi$$

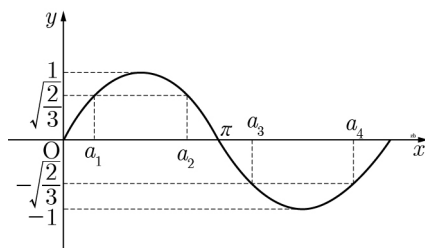
10) [정답] ②

[해설] 방정식을 정리하면

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \frac{5\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{7\pi}{6} \text{ 이므로}$$

모든 해의 합은  $2\pi$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설]  $\sin x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$ 가 되는 지점을 구하면 된다. $y = \sin x$ 의 그래프를 그리고 이를 표시하자. $a_1 + a_2 = \pi$ ,  $a_3 + a_4 = 3\pi$ 이므로 합은  $4\pi$ 이다.

12) [정답] ⑤

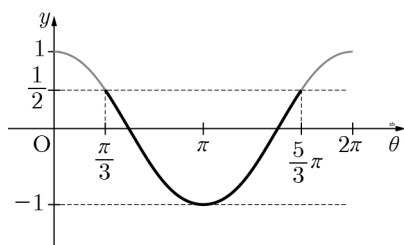
[해설]  $x$ 에 대한 판별식을 이용하면

$$(2\sqrt{2} \sin \theta)^2 - 4(\cos \theta + 1) \geq 0,$$

$$8(1 - \cos^2 \theta) - 4\cos \theta - 4 \geq 0,$$

$$(\cos \theta + 1)(2\cos \theta - 1) \leq 0,$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

따라서  $y = \cos \theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ )인 그래프를 그리면

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}, \quad \beta = \frac{5}{3}\pi$$

13) [정답] ③

[해설]  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

$$4(1 - \sin^2 x) - 4\sin x = k, \quad 4 - 4\sin^2 x - 4\sin x = k,$$

$$4\sin^2 x + 4\sin x + k - 4 = 0,$$

$$\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{k}{4} - \frac{5}{4} = 0$$

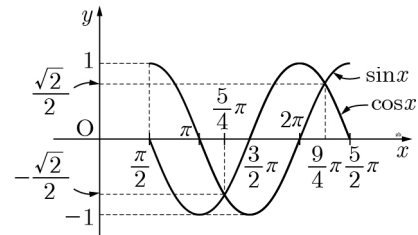
위 방정식이 실근을 가지려면

$$0 \leq \frac{5}{4} - \frac{k}{4} \leq \frac{9}{4} \text{ 이어야 하므로 } -4 \leq k \leq 5$$

$$\therefore a + b = -4 + 5 = 1$$

14) [정답] ④

[해설]

주어진  $x$ 의 범위에서  $\cos x > \sin x$ 를 만족하는 $x$ 값의 범위는  $\frac{5}{4}\pi < x < \frac{9}{4}\pi$ 이다.따라서  $\alpha = \frac{5}{4}\pi$ ,  $\beta = \frac{9}{4}\pi$ 이다.

$$\therefore \beta - \alpha = \frac{9}{4}\pi - \frac{5}{4}\pi = \pi$$