



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 직선의 방정식과 직선의 위치관계, 점과 직선 사이의 거리 관련 문제가 주로 출제됩니다.

직선의 방정식을 구하는 공식은 여러 가지가 있으므로 주어진 문제에 따라 올바른 방정식을 세워 문제를 해결할 수 있도록 반복적인 학습이 필요합니다.

또한, 점과 직선 사이의 거리는 단순한 거리 계산 뿐 아니라 삼각형의 넓이 등 다양한 도형에 활용되므로 여러 유형의 문제를 학습하도록 합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 네 점 $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(6,12)$, $C(0,12)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다. 두 직선 $y=x+a$, $y=x+b$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 4
③ 5 ④ 8
⑤ 10

[스스로 마무리하기]

2. 점 $A(-2,1)$ 이고 변 AB 가 x 축에 평행한 정삼각형 ABC 가 있다. 이때 점 M 은 변 BC 의 중점이고 직선 AM 의 방정식이 $y=mx+n$ 이라 할 때, 상수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값을 구하면? (단, $m > 0$)

- ① 2 ② $\sqrt{3}$
③ $\sqrt{3}-1$ ④ $\sqrt{3}+1$
⑤ 4

[스스로 확인하기]

3. 방정식 $y=(m-2)x+n+5$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이고, y 절편이 5일 때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[스스로 확인하기]

4. 두 점 $A(-3,-4)$, $B(-12,8)$ 을 지나는 직선이 x 축 및 y 축과 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

- ① 5 ② 8
③ 10 ④ 14
⑤ 15

[스스로 확인하기]

5. 직선 $y=2m(x-2)+1$ 이 세 점 $A(-2,0)$, $B(1,-1)$, $C(0,3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 와 만나기 위한 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 \leq m \leq 1$ ② $-\frac{1}{2} \leq m \leq 2$
③ $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ ④ $\frac{1}{2} \leq m \leq 2$
⑤ $-1 \leq m \leq 2$

[스스로 확인하기]

6. 세 점 $A(2, -4)$, $B(8, 0)$, $C(0, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $mx + y - 2m + 4 = 0$ 이 이등분할 때, 상수 m 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{15}{2}$
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ $\frac{9}{2}$

[스스로 마무리하기]

7. 두 직선 $3x + 2y + 2 = 0$, $x + 4y - 1 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $x + y + 1 = 0$ 과 수직인 직선이 점 $(-2, a)$ 를 지난다고 한다. 이때 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$
 ③ 0 ④ 2
 ⑤ $\frac{5}{2}$

[스스로 확인하기]

8. 두 직선 $3x + y = 5$, $x - 2y + 3 = 0$ 의 교점을 지나고 $2x + 3y = 1$ 에 평행한 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[스스로 확인하기]

9. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $x - (b - 3)y + 5 = 0$ 과 평행하고, 직선 $(a - 2)x + (b - 1)y + 3 = 0$ 과 수직일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[스스로 마무리하기]

10. 두 점 $A(1, 3)$, $B(5, -1)$ 를 이은 선분 AB 의 수직이등분선과 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 넓이를 구하면? (단, 점 O 는 원점이다.)

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$
 ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$
 ⑤ 4

[스스로 마무리하기]

11. 서로 다른 세 직선 $ax + y + 5 = 0$, $2x + by - 4 = 0$, $x + 2y + 3 = 0$ 에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나누어 질 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 1
 ⑤ 2

[스스로 확인하기]

12. 직선 $x + ay + 2 = 0$ 이 직선 $2x - by - 3 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b - 3)y + 4 = 0$ 과는 평행할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 3
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[스스로 확인하기]

13. 두 점 $A(2, 3)$, B 에 대하여 직선 $x + 2y - 4 = 0$ 이 선분 AB 를 수직이등분할 때, 점 B 의 좌표는?

- ① $(-\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ ② $(\frac{3}{5}, \frac{1}{5})$
 ③ $(0, 0)$ ④ $(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$
 ⑤ $(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5})$

[스스로 마무리하기]

14. 점 $(a, 2)$ 에서 두 직선 $3x - y + 1 = 0$, $x + 3y - 1 = 0$ 까지의 거리가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[스스로 확인하기]

15. 직선 $5x - 12y + 3 = 0$ 에 수직이고 점 $(1, -1)$ 에서의 거리가 1인 직선의 방정식을 $12x + ay - b = 0$ 이라 할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면? (단, $b > 0$)

- ① 5 ② 8
③ 15 ④ 21
⑤ 25

[스스로 확인하기]

16. 점 $P(1, 1)$ 에서 직선 $5x + 12y - 4 = 0$ 에 내린 수선 \overline{PH} 의 길이를 구하면?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 6
⑤ 7

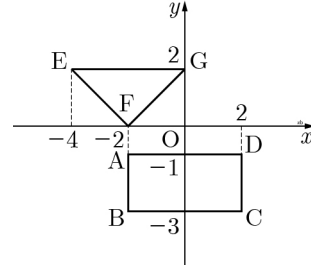
[스스로 확인하기]

17. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 5)$, $B(3, 1)$ 과 y 축 위의 점 $C(0, a)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 이 삼각형 ABC 의 넓이가 6이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하면?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 6
⑤ 8

실전문제

18. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $A(-2, -1)$, $B(-2, -3)$, $C(2, -3)$, $D(2, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 직사각형 $ABCD$ 와 세 점 $E(-4, 2)$, $F(-2, 0)$, $G(0, 2)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 EFG 가 있다. 직사각형 $ABCD$ 와 삼각형 EFG 의 넓이를 동시에 이등분하는 직선 l 의 기울기는?



- ① -1 ② $1 - \sqrt{5}$
③ $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$ ④ $\frac{1 - \sqrt{15}}{2}$
⑤ $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

19. 실수 k 에 대하여 두 직선 l_1, l_2 가

$$l_1 : 3x - (k-1)(k-2)y + k^3 - 1 = 0,$$

$$l_2 : (k-2)x - (k-1)y + k^2 - 1 = 0 \text{ 일 때,}$$

<보기>

- ㄱ. 직선 l_1 이 제 1 사분면을 지나지 않으면 직선 l_2 는 제 3 사분면을 지나지 않는다.
ㄴ. 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직이 되는 k 의 값은 없다.
ㄷ. 두 직선 l_1, l_2 가 서로 평행이 되는 k 의 값은 2개이다.

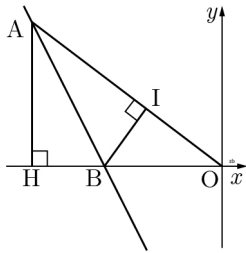
<보기> 중 옳은 것만을 모두 고른 것은?

- ① ㄱ ② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면 위의 세 점 $A(3,7)$, $B(1,1)$, $C(9,3)$ 로부터 같은 거리에 있는 직선 l 이 두 선분 AB , AC 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 하고, 선분 BC 의 중점을 R 이라 하자. $\triangle PQR$ 의 넓이를 a , 무게중심을 (b,c) 라 할 때, $2a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 8
 ③ 13 ④ 19
 ⑤ 21

21. 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $A(-4,3)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 선분 OH 위의 점 B 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 I 라 하자. 다음은 $\overline{BH} = \overline{BI}$ 일 때, 직선 AB 의 방정식을 찾는 과정이다.



두 점 O , A 를 지나는 직선의 방정식은 $y = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

점 B 의 좌표를 $(b, 0)$ 이라 하면 $(-4 < b < 0)$

\overline{BI} 의 길이는 점 B 와 직선 OA 사이의 거리이므로

$\overline{BI} = \boxed{\text{(나)}} \times b$

$\overline{BH} = \overline{BI}$ 이므로 $b = \boxed{\text{(다)}}$

따라서 두 점 A , B 를 지나는 직선의 방정식은

$y = \boxed{\text{(라)}}$ 이다.

위의 (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하고, (가), (라)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, $f(p) \times g(2q)$ 의 값은? (단, O 는 원점)

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$
 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$
 ⑤ $\frac{13}{4}$



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 사각형 OABC의 넓이가 72이므로 직선 $y=x+b$ 에 의해 만들어진 작은 사각형의 넓이는 24이다. $\frac{1}{2}(b+6+b) \times 6 = 24$ 이므로 $b=1$ 이다. 같은 방법으로 $a=5$ 이고 $ab=5$ 이다.

2) [정답] ④

[해설] $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 점 M 은 변 BC 의 중점이므로 점 A 와 점 M 을 잇는 직선은 $\angle CAB$ 를 이등분한다. $\angle CAB=60^\circ$ 이므로 $\angle MAB=30^\circ$ 이다. 따라서 직선 AM 은 기울기가 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고 점 $(-2, 1)$ 을 지나는 직선이므로 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ 이다. 따라서 $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $n = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ 이고 $m+n = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} + 1 = \sqrt{3} + 1$ 이다.

3) [정답] ②

[해설] 방정식 $y=(m-2)x+n+5$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이므로 기울기는 $\tan 45^\circ$ 이다. $m-2 = \tan 45^\circ = 1$ 이므로 $m=3$ 이다. y 절편이 5이므로 $n+5=5$ 이고 $n=0$ 이다. 따라서 $m+n=3$ 이다.

4) [정답] ③

[해설] 두 점 $A(-3, -4)$, $B(-12, 8)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y-8 = \frac{8+4}{-12+3}(x+12)$ 이고 $y = -\frac{4}{3}x - 8$ 이다. 따라서 $P(-6, 0)$, $Q(0, -8)$ 이므로 $PQ = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = 10$ 이다.

5) [정답] ③

[해설] 직선 $y=2m(x-2)+1$ 은 실수 m 의 값에 관계없이 점 $P(2, 1)$ 을 지난다. 이 직선이 $\triangle ABC$ 와 만나기 위해서는 직선이 두 점 B, C 를 지나거나 두 점 사이를 지나야 하므로 직선 $y=2m(x-2)+1$ 에서 점 $B(1, -1)$ 을 지날 때의 m 의 값은 $-1 = -2m+1$ 이고 $m=1$ 이다. 또한 점 $C(0, 3)$ 을 지날 때의 m 의 값은 $3 = -4m+1$ 이고 $m = -\frac{1}{2}$ 이다. 따라서 m 의 값의 범위는 $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

6) [정답] ①

[해설] $mx+y-2m+4=0$ 에서 m 에 대하여 정리하면 $m(x-2)+(y+4)=0$ 이므로 m 의 값에 관계없이 점 $(2, -4)$ 를 지난다. 점 $(2, -4)$ 가 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 와 일치하므로 직선 $mx+y-2m+4=0$ 이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 \overline{BC} 의 중점 $M(4, 3)$ 을 지나야 한다. 따라서 점 $(4, 3)$ 을 직선 $mx+y-2m+4=0$ 에 대입하면 $4m+3-2m+4=0$ 이고 $m = -\frac{7}{2}$ 이다.

7) [정답] ②

[해설] 두 직선 $3x+2y+2=0$, $x+4y-1=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은 $3x+2y+2+k(x+4y-1)=0$ (k 는 실수) $(3+k)x+(2+4k)y+(2-k)=0$ 이다. $x+y+1=0$ 와 수직이므로 $k=-1$ 이다. 따라서 $k=-1$ 을 대입하면 $2x-2y+3=0$ 이고 이 직선이 점 $(-2, a)$ 를 지나므로 $-4-2a+3=0$ 이고 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

8) [정답] ①

[해설] 두 직선 $3x+y=5$, $x-2y+3=0$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이고 직선 $2x+3y=1$ 의 기울기는 $-\frac{2}{3}$ 이므로 점 $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가 $-\frac{2}{3}$ 인 직선의 방정식은 $y-2 = -\frac{2}{3}(x-1)$, $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ 이다. 따라서 $a+b = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2$ 이다.

9) [정답] ④

[해설] 두 직선 $x+ay-1=0$, $x-(b-3)y+5=0$ 이 평행하므로 $\frac{1}{1} = \frac{-b+3}{a} \neq \frac{5}{-1}$ 이고 $a+b=3$ 이다. 두 직선 $x+ay-1=0$, $(a-2)x+(b-1)y+3=0$ 이 수직이므로 $(a-2)+a(b-1)=0$ 이고 $ab=2$ 이다. 따라서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=9-4=5$ 이다.

10) [정답] ①

[해설] 선분 AB 의 중점의 좌표는 $M(3, 1)$ 이고, 직선 AB 의 기울기가 $\frac{-1-3}{5-1} = -1$ 이므로 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $M(3, 1)$ 을 지나고 기울기가 1인 직선이다. 이 직선의 방정식은 $y-1=1 \times (x-3)$ 이고 $y=x-2$ 이다. 따라서 $P(2, 0)$, $Q(0, -2)$ 이므로 $\triangle OPQ$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설] 주어진 세 직선을 y 에 대해 정리하면

$$y = -ax - 5, \quad y = -\frac{2}{b}x + \frac{4}{b}, \quad y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

세 직선이 좌표평면을 네 부분으로 나누려면 세 직선이 서로 평행해야 한다.

즉, 세 직선의 기울기가 같고, y 절편이 달라야 하므로 $-a = -\frac{2}{b} = -\frac{1}{2}, \quad \frac{4}{b} \neq -5, \quad \frac{4}{b} \neq -\frac{3}{2}$ 이

다. 따라서 $a = \frac{1}{2}, \quad b = 4$ 이므로 $ab = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

12) [정답] ③

[해설] 직선 $x + ay + 2 = 0$ 이 직선 $2x - by - 3 = 0$ 과 수직이므로 $1 \cdot 2 + a \cdot (-b) = 0$ 이고 $ab = 2$ 이다.

직선 $x + ay + 2 = 0$ 이 직선 $x - (b-3)y + 4 = 0$ 과 평행하므로 $\frac{1}{1} = \frac{a}{-(b-3)} \neq \frac{2}{4}$ 이고 $a + b = 3$ 이

다. 따라서 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 5$ 이다.

13) [정답] ⑤

[해설] 점 B의 좌표를 (a, b) 라 하면 선분 AB와 직선 $x + 2y - 4 = 0$ 이 서로 수직이므로

$$\frac{b-3}{a-2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ 이고 } 2a - b = 1 \text{ 이다.}$$

직선 $x + 2y - 4 = 0$ 은 선분 AB의 중점 $\left(\frac{a+2}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$ 을 지나므로

$$\frac{a+2}{2} + 2 \cdot \frac{b+3}{2} - 4 = 0 \text{ 이고 } a + 2b = 0 \text{ 이다.}$$

$2a - b = 1, \quad a + 2b = 0$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{2}{5}, \quad b = -\frac{1}{5} \text{ 이고 } B\left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right) \text{ 이다.}$$

14) [정답] ②

[해설] 점 $(a, 2)$ 에서 두 직선까지의 거리가 같으

$$\text{로 } \frac{|3a-2+1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \frac{|a+6-1|}{\sqrt{1^2+3^2}} \text{ 이고}$$

$$|3a-1| = |a+5| \text{ 이다. 양변을 제곱하면}$$

$$9a^2 - 6a + 1 = a^2 + 10a + 25$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0 \text{ 이고 } a = -1 \text{ 또는 } a = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

15) [정답] ⑤

[해설] 두 직선 $5x - 12y + 3 = 0, \quad 12x + ay - b = 0$ 이 서로 수직이므로 $5 \cdot 12 + (-12) \cdot a = 0$ 이고 $a = 5$ 이다. 이때 점 $(1, -1)$ 과 직선

$$12x + 5y - b = 0 \text{ 사이의 거리는 } \frac{|12-5-b|}{\sqrt{12^2+5^2}} = 1$$

이다. $|7-b| = 13$ 이고 $7-b = \pm 13$ 이므로 $b = -6$ 또는 $b = 20$ 이다. $b > 0$ 이므로 $b = 20$ 이다. 따라서 $a + b = 5 + 20 = 25$ 이다.

16) [정답] ①

[해설] 점 P에서 직선 $5x + 12y - 4 = 0$ 에 내린 수선

$$\overline{PH} \text{의 길이는 } \frac{|5+12-4|}{\sqrt{5^2+12^2}} = 1 \text{ 이다.}$$

17) [정답] ⑤

$$[\text{해설}] \overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (1-5)^2} = 4\sqrt{2}$$

두 점 $A(-1, 5), B(3, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y - 5 = \frac{1-5}{3+1}(x+1)$ 이고 $x + y - 4 = 0$ 이다.

점 $C(0, a)$ 와 직선 $x + y - 4 = 0$ 사이의 거리 d 는 $d = \frac{|0+a-4|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|a-4|}{\sqrt{2}}$ 이다.

$$\triangle ABC \text{의 넓이가 6이므로 } \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{|a-4|}{\sqrt{2}} = 6$$

$|a-4| = 3, \quad a-4 = \pm 3$ 이고 $a = 1$ 또는 $a = 7$ 이다. 따라서 모든 a 의 값의 합은 $1+7=8$ 이다.

18) [정답] ③

[해설] 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하려면 점 $(0, -2)$ 를 지나야 한다.

직선 l 의 방정식의 기울기를 a 라 하면

직선 l 의 방정식은 $y = ax - 2$ 이다.

$$\triangle EFG = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

직선 l 과 \overline{EG} 가 만나는 점을 M 이라 하고,

직선 l 과 \overline{FG} 와 만나는 점을 N 이라 하자.

점 M 은 $y = ax - 2$ 와 $y = 2$ 의 교점이므로

$$M\left(\frac{4}{a}, 2\right)$$

점 N 은 $y = ax - 2$ 와 $y = x + 2$ 의 교점이므로

$$ax - 2 = x + 2, \quad x = \frac{4}{a-1}$$

$$N\left(\frac{4}{a-1}, \frac{4}{a-1} + 2\right)$$

$$\triangle MNG \text{의 밑변의 길이는 } \overline{MG} = -\frac{4}{a},$$

$$\triangle MNG \text{의 높이는 } 2 - \left(\frac{4}{a-1} + 2\right) = -\frac{4}{a-1} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle MNG = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{a}\right) \times \left(-\frac{4}{a-1}\right) = 2$$

$$\frac{4}{a(a-1)} = 1$$

$$a^2 - a - 4 = 0$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{이때 } a < 0 \text{ 이므로 } a = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \text{ 이다.}$$

19) [정답] ④

[해설] ㄱ. 먼저, 주어진 두 직선에서

$k=1$ 일 때, l_1 과 l_2 는 $x=0$ 으로 일치하고

$$k=2 \text{일 때, } l_1: x = -\frac{7}{3}, \quad l_2: y = 3 \text{ 이다.}$$

이제, $k \neq 1, \quad k \neq 2$ 일 때를 생각하자.

직선 l_1 이 제 1 사분면을 지나지 않으므로
 x 절편과 y 절편이 모두 0보다 작거나 같아야 한다.

l_1 의 x 절편과 y 절편은 각각

$$\frac{1-k^3}{3}, \frac{k^2+k+1}{k-2} \text{이다. (단, } k \neq 1, k \neq 2)$$

$$\text{이때 } \frac{1-k^3}{3} \leq 0, \frac{k^2+k+1}{k-2} \leq 0 \text{에서}$$

$$1 < k < 2$$

한편, 직선 l_2 가 제 3 사분면을 지나지 않으려면
 x 절편과 y 절편이 모두 0보다 크거나 같으면 된다.

l_2 의 x 절편과 y 절편은 각각

$$\frac{1-k^2}{k-2}, k+1 \text{이다. (단, } k \neq 1, k \neq 2)$$

$$\text{이때 } 1 < k < 2 \text{에서 } \frac{1-k^2}{k-2} > 0, k+1 > 0$$

따라서 직선 l_2 는 제 3 사분면을 지나지 않는다.

(참)

ㄱ. $k=2$ 일 때, 두 직선은 서로 수직이다. (거짓)

ㄴ. 먼저 $k=1$ 또는 $k=2$ 일 때, 두 직선은 평행이 아니다.

이제 $k \neq 1, k \neq 2$ 일 때, 두 직선 l_1, l_2 가 서로 평행하려면

$$\frac{3}{k-2} = \frac{-(k-1)(k-2)}{-(k-1)}$$

$$3 = (k-2)^2, k^2 - 4k + 1 = 0$$

이 방정식의 판별식이 양수이므로 k 의 값은 2개 존재한다. (참)

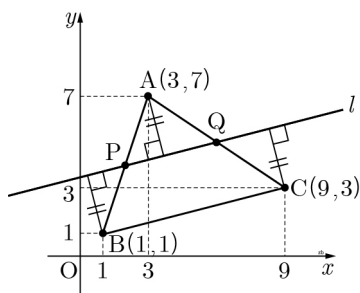
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

20) [정답] ④

[해설] 세 점 A, B, C 로부터 같은 거리에 있는

직선은 선분 BC 에 평행하며

선분 AB 의 중점과 선분 AC 의 중점을 지난다.



$$\therefore P(2, 4), Q(6, 5)$$

두 점 P, Q 를 지나서 직선 l 은

$$y = \frac{5-4}{6-2}(x-2) + 4$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$$

$$x - 4y + 14 = 0$$

삼각형 PQR 의 넓이 $\frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times h$ 에서

h 는 점 R 에서 직선 l 까지의 거리이고

점 R 은 선분 BC 의 중점이므로 $R(5, 2)$ 이다.

$$\therefore h = \frac{|5-8+14|}{\sqrt{1+16}} = \frac{11}{\sqrt{17}}$$

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times \frac{11}{\sqrt{17}} = \frac{11}{2} \text{이므로}$$

$$a = \frac{11}{2} \text{이다.}$$

또한 삼각형 PQR 의 무게중심은

$$\left(\frac{2+6+5}{3}, \frac{4+5+2}{3} \right) = \left(\frac{13}{3}, \frac{11}{3} \right) \text{이므로}$$

$$b = \frac{13}{3}, c = \frac{11}{3} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } 2a + b + c = 11 + \frac{13}{3} + \frac{11}{3} = 19 \text{이다.}$$

21) [정답] ③

[해설] 두 점 O, A 를 지나는 직선의 기울기는 $-\frac{3}{4}$

이므로 직선 OA 의 방정식은 $y = -\frac{3}{4}x$ 이다.

점 B 와 직선 $y = -\frac{3}{4}x$, 즉 $3x + 4y = 0$ 사이의

$$\text{거리는 } \frac{|3b|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3}{5}|b|$$

$$\text{따라서 } \overline{BI} = \frac{3}{5}|b| = -\frac{3}{5}b (\because -4 < b < 0)$$

$$\text{한편 } \overline{BH} = \overline{BI} \text{에서 } b+4 = -\frac{3}{5}b \therefore b = -\frac{5}{2}$$

따라서 두 점 $A(-4, 3), B(-\frac{5}{2}, 0)$ 을 지나는

$$\text{직선의 방정식은 } y = \frac{0-3}{-\frac{5}{2}+4} \left(x + \frac{5}{2} \right)$$

$$\text{즉, } y = -2 \left(x + \frac{5}{2} \right) \text{이다.}$$

따라서 빈 칸에 들어갈 값은

$$p = -\frac{3}{5}, q = -\frac{5}{2},$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x, g(x) = -2 \left(x + \frac{5}{2} \right)$$

따라서 주어진 식의 값은

$$f(p) \times g(2q) = -\frac{3}{4} \times \left(-\frac{3}{5} \right) \times (-2) \times \left(-\frac{5}{2} \right) = \frac{9}{4}$$