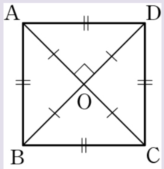
계산시 참고사항

1. 정사각형

1) 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

⇨ $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$, $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$



2. 정사각형의 성질

1) 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분 한다.

⇨ $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

3. 직사각형, 마름모가 정사각형이 되는 조건

1) 직사각형이 정사각형이 되는 조건

(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같다. ⇨ $\overline{AB}=\overline{BC}$

(2) 두 대각선이 서로 직교한다. ⇨ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

2) 마름모가 정사각형이 되는 조건

(1) 한 내각의 크기가 직각이다. ⇨ $\angle A=90^\circ$

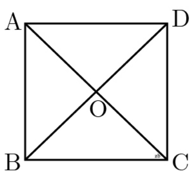
(2) 두 대각선의 길이가 같다. ⇨ $\overline{AC}=\overline{BD}$

참고

◉ 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.
즉, 정사각형은 마름모인 동시에 직사각형이다.

정사각형

◪ 정사각형 $ABCD$에 대하여 다음 중 옳은 것에는 O표, 옳지 않은 것에는 X표를 하여라.



1. $\overline{AC}=\overline{BC}$ ( )

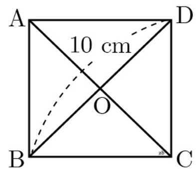
2. $\overline{OC}=\overline{OD}$ ( )

3. $\angle BOC=90^\circ$ ( )

4. $\angle ABC=\angle BCD$ ( )

정사각형의 성질

◪ 다음 그림과 같은 정사각형 $ABCD$에서 다음을 구하여라.



5. $\overline{AC}$의 길이

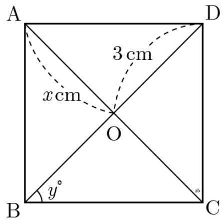
6. $\overline{OC}$의 길이

7. $\angle ADB$의 크기

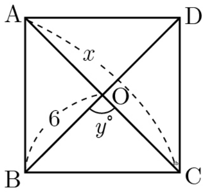
8. $\angle AOD$의 크기

◪ **다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하여라.**

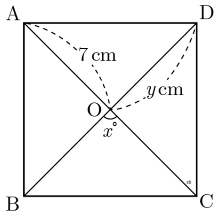
9.



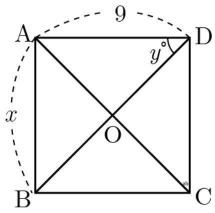
10.



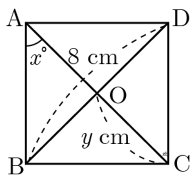
11.



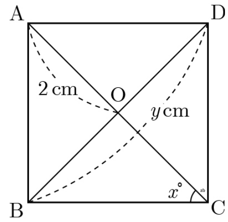
12.



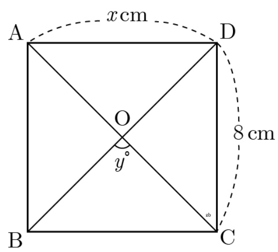
13.



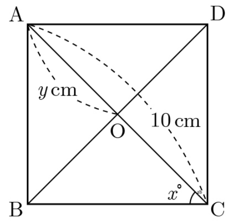
14.



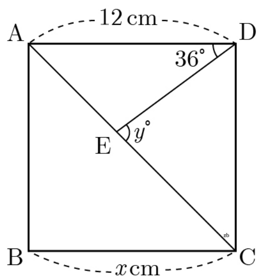
15.



16.

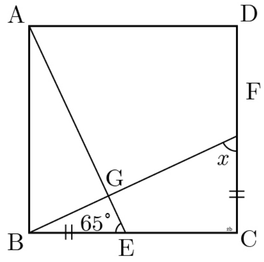


17.

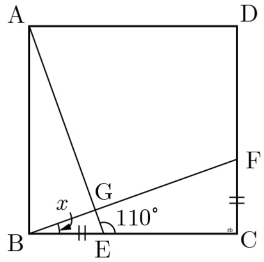


◪ 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

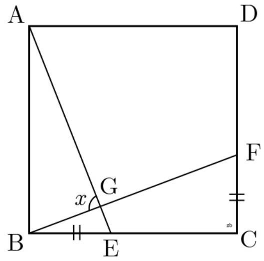
18.



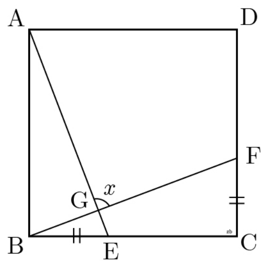
19.



20.

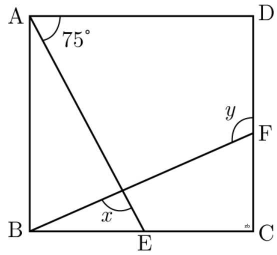


21.

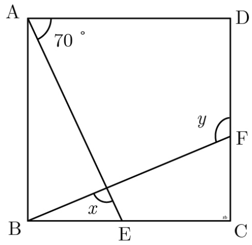


◪ 그림의 정사각형 ABCD에 관한 조건이 주어질 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.

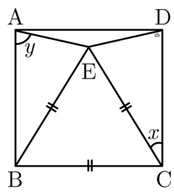
22. $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{BF}}$일 때,



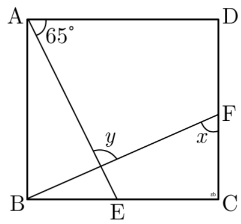
23. $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{BF}}$일 때



24. $\triangle\mathrm{BCE}$는 정삼각형

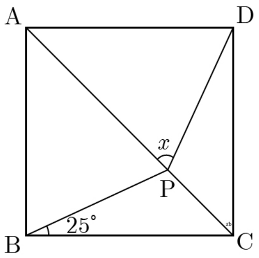


25. $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{BF}}$일 때

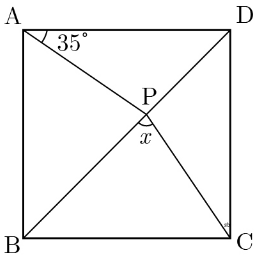


◪ **다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.**

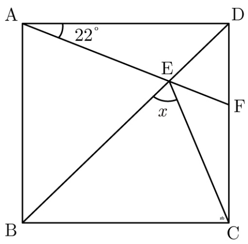
26.



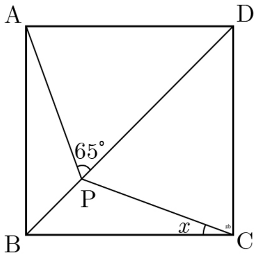
27.



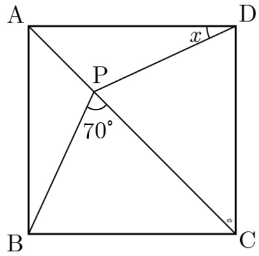
28.



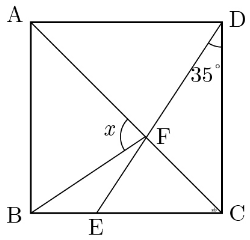
29.



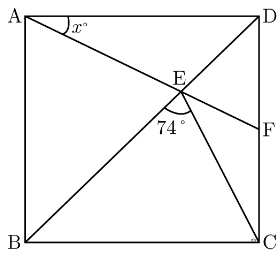
30.



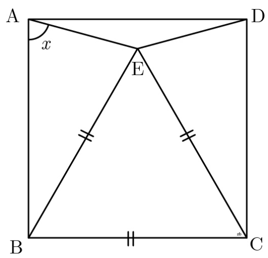
31.



32.

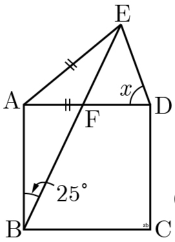


33.



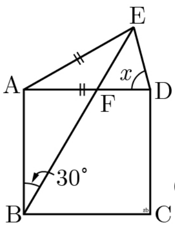
◪ 다음 그림에서 □ABCD가 정사각형일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

34.



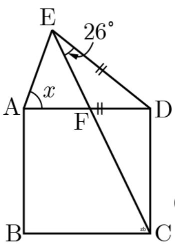
($\overline{AE}=\overline{AD}$)

35.



($\overline{AE}=\overline{AD}$)

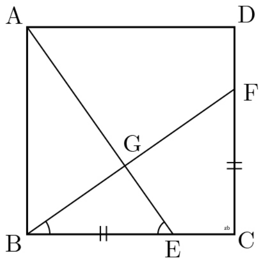
36.



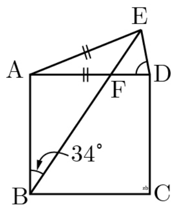
($\overline{DA}=\overline{DE}$)

◪ 다음 물음에 답하여라.

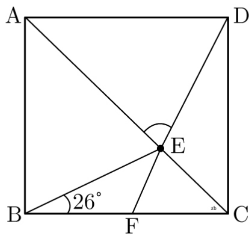
37. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$일 때, $\angle GBE+\angle GEB$의 크기를 구하여라.



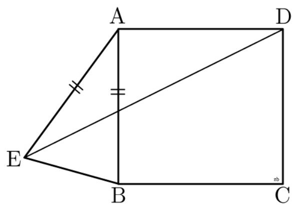
38. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle ABE=34^{\circ}$일 때, $\angle ADE$의 크기를 구하여라.



39. $\overline{AC}$는 정사각형 ABCD의 대각선이고 E는 $\overline{AC}$ 위의 한 점이다. $\angle EBF=26^{\circ}$일 때, $\angle AED$의 크기를 구하여라.

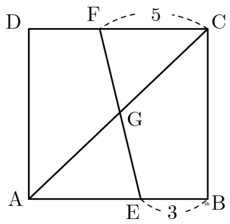


40. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, △AEB는 $\overline{AE}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이다. 이때 $\angle DEB$의 크기를 구하여라.

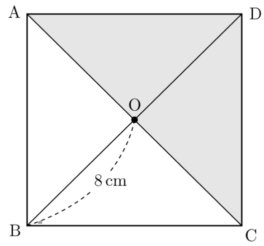


◪ **다음 그림을 보고 알맞은 넓이를 구하여라.**

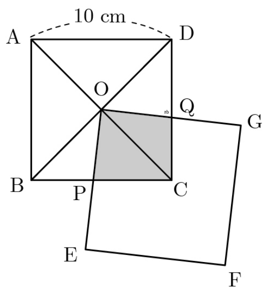
41. 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB}$ 위에 점 E, $\overline{CD}$ 위에 점 F를 찍는다. 이때 대각선 AC는 $\overline{EF}$를 이등분하며 그 교점이 G, $\overline{EB}=3$, $\overline{FC}=5$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



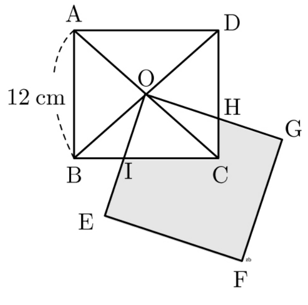
42. 정사각형 ABCD에서 점 O는 두 대각선 AC, BD의 교점이고, $\overline{OB}=8\text{cm}$일 때, △ACD의 넓이를 구하여라.



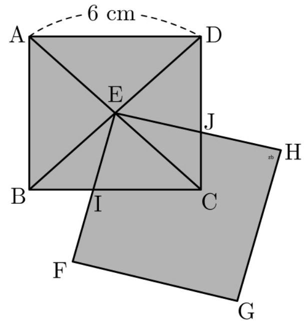
43. 한 변의 길이가 10cm인 두 정사각형 ABCD와 EFGO가 있다. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선의 교점에 □EFGO의 꼭짓점 O가 놓이도록 겹쳐 놓을 때, 겹쳐진 부분 □OPCQ의 넓이를 구하여라.



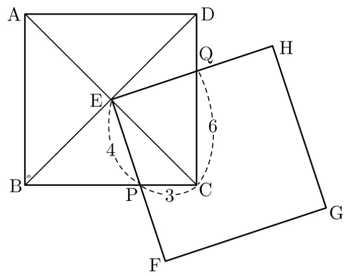
44. **두 정사각형 ABCD와 OEFG는 서로 합동이고, 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점과 정사각형 OEFG의 한 꼭짓점 O가 서로 겹치도록 할 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.**



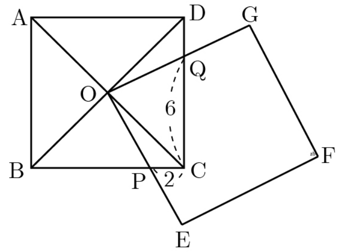
45. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6cm인 합동의 두 정사각형이 있다. 한 정사각형의 꼭짓점이 다른 한 정사각형의 대각선의 중심에 오도록 겹쳤을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



46. 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점과 정사각형 EFGH의 한 꼭짓점이 겹치도록 놓여있다. $\overline{PC}=3$, $\overline{CQ}=6$, $\overline{PE}=4$일 대, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.(단, 두 정사각형의 크기는 같다.)



47. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 정사각형 OEFG와 정사각형 ABCD가 합동이고, $\overline{PC}=2$, $\overline{QC}=6$일 때, □OPCQ의 넓이를 구하여라.



정사각형이 되는 조건

◪ 다음 중 정사각형이라고 할 수 있는 것에는 ○표, 할 수 없는 것에는 ×표를 하여라.

48. 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 마름모

( )

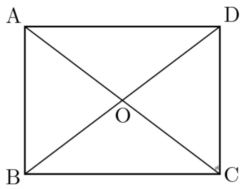
49. 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형

( )

50. 네 변의 길이가 같고 두 대각선의 길이가 같은 사각형

( )

◪ 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건인 것에는 ○표, 아닌 것에는 ×표를 하여라.



51. $\overline{AB}=\overline{AD}$ ( )

52. $\overline{OA}=\overline{OC}$ ( )

53. $\overline{AC}=\overline{BD}$ ( )

54. $\angle ABC=90^\circ$ ( )

55. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ( )

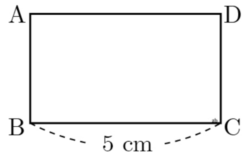
56. $\overline{BC}=\overline{CD}$ ( )

57. $\overline{AC}=\overline{BD}$ ( )

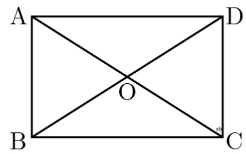
58. $\angle A=\angle D$ ( )

◪ 다음 그림의 직사각형 ABCD가 정사각형이 되도록 [ ]안에 알맞은 수를 써넣어라.

59. $\overline{AB}=$[ ]cm

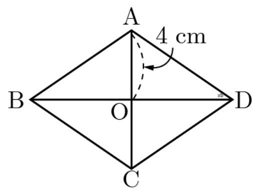


60. $\angle AOD=$[ ]°

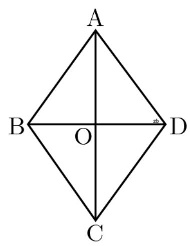


◪ 다음 그림의 마름모 ABCD가 정사각형이 되도록 [ ]안에 알맞은 수를 써넣어라.

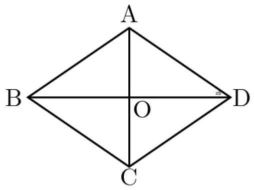
61. $\overline{BD}=$[ ]cm



62. $\angle ABO=$[ ]°



◪ 다음 그림의 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건인 것은 O표, 아닌 것은 X표를 하여라.



63. $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$ ( )

64. $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$ ( )

65. $\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{DAC}$ ( )

66. $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$ ( )

67. $\angle \mathrm{A}=\angle \mathrm{B}$ ( )

정답 및 해설

1) ×

2) ○

3) ○

4) ○

5) 10 cm

6) 5 cm

7) 45°

8) 90°

9) $x=3$, $y=45$

10) $x=12$, $y=90$

11) $x=90$, $y=7$

12) $x=9$, $y=45$

13) $x=45$, $y=4$

⇨ $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$\therefore\ x=45$

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\mathrm{cm})$

$\therefore\ y=4$

14) $x=45$, $y=4$

15) $x=8$, $y=90$

16) $x=45$, $y=5$

17) $x=12$, $y=81$

⇨ $\overline{BC}=\overline{AD}=12(\mathrm{cm})$ $\therefore x=12$

$\angle CAD=45^\circ$이므로 $\triangle AED$에서

$\angle DEC=45^\circ+36^\circ=81^\circ$ $\therefore y=81$

18) 65°

19) 20°

⇨ $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$(SAS 합동)이므로

$\angle BAE=\angle CBF=\angle x$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle x+90^\circ=110^\circ$ $\therefore \angle x=20^\circ$

20) 90°

21) 90°

22) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=105^\circ$

⇨ $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서 $\overline{AE}=\overline{BF}$, $\angle B=\angle C$,

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$(RHS합동)이다.

따라서 $\angle BAE=\angle CBF$, $\angle AEB=\angle BFC$이다.

이 때, $\angle CBF+\angle AEB=90^\circ$이므로 $\angle x=90^\circ$이고,

$\angle CBF=90^\circ-75^\circ=15^\circ$이므로

$\angle y=90^\circ+15^\circ=105^\circ$이다.

23) $\angle x=90^\circ, \angle y=110^\circ$

⇨ $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B=\angle C$,

$\overline{AE}=\overline{BF}$이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$(RHS 합동)이다.

이 때, $\angle CBF=\angle BAE=20^\circ, \angle AEB=\angle BFC=70^\circ$이다. 따라서 $\angle x=90^\circ, \angle y=110^\circ$이다.

24) $\angle x=30^\circ$, $\angle y=75^\circ$

⇨ $\triangle EBC$는 정삼각형이므로 $\angle ABE=\angle DCE=30^\circ$이고,

$\overline{AB}=\overline{EB}$이므로 $\angle BAE=75^\circ$이다.

$\angle x=30^\circ$, $\angle y=75^\circ$

25) $\angle x=65^\circ$, $\angle y=90^\circ$

⇨ $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (RHS 합동)

($\because \overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B=\angle C$, $\overline{AE}=\overline{BF}$)

이 때, $\angle BAE=\angle CBF=25^\circ$, $\angle AEB=\angle BFC=65^\circ$이므로 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=90^\circ$이다.

26) 70°

⇨ $\triangle PBC$와 $\triangle PDC$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle PCB=\angle PCD=45^\circ$, $\overline{PC}$는 공통

즉, $\triangle PBC\equiv\triangle PDC$(SAS 합동)이므로

$\angle PDC=\angle PBC=25^\circ$

$\triangle PDC$에서 $\angle x=45^\circ+25^\circ=70^\circ$

27) 80°

⇨ $\triangle APD\equiv\triangle CPD$(SAS 합동)이므로

$\angle PCD=\angle PAD=35^\circ$

$\triangle DPC$에서 $\angle x=45^\circ+35^\circ=80^\circ$

28) 67°

29) 20°

⇨ $\triangle ADP\equiv\triangle CDP$(SAS 합동)이므로

$\angle DPC=\angle DPA=65^\circ$

$\triangle PBC$에서

$45^\circ+\angle x=65^\circ$ $\therefore \angle x=20^\circ$

30) 25°

⇨ $\triangle PBC\equiv\triangle PDC$(SAS 합동)이므로

$\angle DPC=\angle BPC=70^\circ$

$\triangle APD$에서 $45^\circ+\angle x=70^\circ$ $\therefore \angle x=25^\circ$

31) 80°

⇨ $\triangle ABF$와 $\triangle ADF$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AF}$는 공통, $\angle BAF=\angle DAF=45^\circ$이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle ADF$(SAS 합동)이다. 따라서 $\angle AFB=\angle AFD$이다.
이 때, $\angle AFD$는 $\triangle CDF$의 외각이므로
$\angle AFD=35^\circ+45^\circ=80^\circ$이다.
따라서 $\angle AFB=80^\circ$이다.

32) 29°

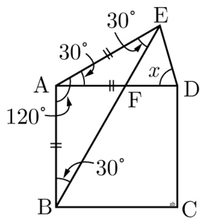
⇨ $\triangle ADE$와 $\triangle CDE$에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$, $\angle ADE=\angle CDE$, $\overline{DE}$는 공통이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle CDE$(SAS 합동)이다.
따라서 $\angle DAE=\angle DCE$이다.
$\angle BEC=74^\circ$이면 $\angle AED=106^\circ$이고, $\angle ADE=45^\circ$이므로 $\angle DAE=180^\circ-(106^\circ+45^\circ)=29^\circ$이다.

33) 75°

34) 70°

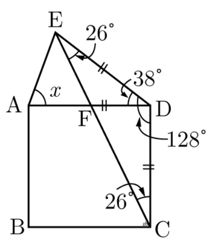
⇨ $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\angle AEB=25^\circ$이므로
$\angle EAB=180^\circ-2\times25^\circ=130^\circ$
$\angle BAD=90^\circ$ 이므로
$\angle EAD=\angle EAB-\angle BAD=130^\circ-90^\circ=40^\circ$
$\overline{AE}=\overline{AD}$이므로 $\triangle ADE$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

35) 75°

⇨ 

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

36) 71°

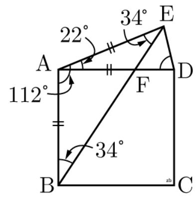
⇨ 

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$

37) 90°

⇨ $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서
$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF$
따라서 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$(SAS 합동)이므로
$\angle FBC=\angle EAB$
$\therefore\angle GBE+\angle GEB=\angle EAB+\angle GEB=90^\circ$

38) 79°

⇨ 

$\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-22^\circ)=79^\circ$

39) 71°

⇨ $\triangle BCE$와 $\triangle DCE$에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$, $\overline{CE}$는 공통, $\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$이므로 $\triangle BCE\equiv\triangle DCE$(SAS 합동)이다. 이 때, $\angle CBE=\angle CDE=26^\circ$이다.
삼각형의 한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다. 따라서 $\angle AED=26^\circ+45^\circ=71^\circ$이다.

40) 45°

⇨ $\overline{AE}=\overline{AD}$이므로 $\angle AED=\angle ADE=a$, $\angle DEB=b$라 하면 $\overline{AE}=\overline{AB}$이므로 $\angle ABE=a+b$이다.
삼각형의 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다. 즉, $90^\circ+a=b+(a+b)$, $2b=90^\circ$, $b=45^\circ$이다.
따라서 $\angle DEB=45^\circ$이다.

41) 64

⇨ $\triangle AEG$와 $\triangle CFG$에서 $\overline{EG}=\overline{FG}$,
$\angle GEA=\angle GFC$(엇각), $\angle AGE=\angle CGF$(맞꼭지각)이므로
$\triangle AEG\equiv\triangle CFG$ (ASA 합동)이다.
이 때, $\overline{AE}=\overline{CF}=5$이고, $\overline{EB}=\overline{DF}=3$이다.
따라서 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD의 넓이는 $8\times8=64$이다.

42) $64cm^2$

⇨ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$이므로
$\overline{AC}=16cm$, $\overline{DO}=8cm$이다.
$\therefore\ \triangle ACD=\frac{1}{2}\times16\times8=64\,(cm^2)$

43) $25cm^2$

⇨ $\triangle BOP$와 $\triangle COQ$에서 $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle OBP=\angle OCQ$, $\angle BOP+\angle COP=\angle COQ+\angle COP=90^\circ$이므로 $\angle BOP=\angle COQ$이다. 따라서 $\triangle BOP\equiv\triangle COQ$이다. 이 때, $\square OPCQ=\triangle OBC$, $\overline{AB}=10cm$인 정사각형 ABCD의 넓이는 $100cm^2$이므로
$\square OPCQ=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times100=25cm^2$이다.

44) $108\mathrm{cm}^2$

⇨ $\triangle OBI$와 $\triangle OCH$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBI=\angle OCH$, $\angle BOI+\angle COI=\angle COH+\angle COI=90^\circ$ 이므로 $\angle BOI=\angle COH$이다. 따라서 $\triangle OBI\equiv\triangle OCH$(ASA 합동)이다. 이 때, 한 변의 길이가 $12\mathrm{cm}$인 정사각형의 넓이는
$12\times12=144\mathrm{cm}^2$이고, $\square OICH=\triangle OBC$이므로
색칠한 부분의 넓이는 $144-\frac{1}{4}\times144=108(\mathrm{cm}^2)$이다.

45) $63\mathrm{cm}^2$

⇨ $\triangle BEI$와 $\triangle CEJ$에서 $\overline{BE}=\overline{CE}$, $\angle EBI=\angle ECJ$, $\angle BEI+\angle CEI=\angle CEJ+\angle CEI=90^\circ$ 이므로 $\angle BEI=\angle CEJ$이다. 따라서 $\triangle BEI\equiv\triangle CEJ$ (ASA 합동)이다. 이 때, 겹쳐진 사각형 EICJ 와 $\triangle BCE$ 의 넓이는 같고, 그 넓이는 $\frac{1}{4}\times36=9\mathrm{cm}^2$이다. 이 때, 한 변의 길이가 $6\mathrm{cm}$인 정사각형의 넓이는 $36\mathrm{cm}^2$이므로 색칠한 부분의 넓이는 $2\times36-9=63\mathrm{cm}^2$이다.

46) $\frac{81}{4}$

⇨ $\overline{EB}=\overline{EC}$, $\angle BEP=90^\circ-\angle PEC=\angle CEQ$,
$\angle EBP=\angle ECQ=45^\circ$ 이므로
$\triangle ECQ\equiv\triangle EBP$(ASA 합동)이다.
$\therefore\square EPCQ=\triangle EBC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{81}{4}$

47) 16

⇨ $\triangle OPC$와 $\triangle OQD$에서
$\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle OCP=\angle ODQ$,
$\angle COP+\angle COQ=\angle DOQ+\angle COQ=90^\circ$ 이므로
$\angle COP=\angle DOQ$이다.
따라서 $\triangle OPC\equiv\triangle OQD$(ASA합동)이다.
$\triangle OPC\equiv\triangle OQD$이므로 $\square OPCQ=\triangle OCD$이다.
정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 8이므로 그 넓이는 64이다.
따라서 $\square OPCQ=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times64=16$이다.

48) ○

49) ×

50) ○

51) ○

52) ×

53) ×

54) ×

55) ○

56) O

57) X

58) X

59) 5

60) 90

61) 8

62) 45

63) X

64) O

65) X

66) X

67) O