



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2022-01-10  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 단원 ISSUE

이 단원에서는 미분계수를 이용하는 문제가 자주 출제된다. 평균  
변화율과 미분계수를 비교하는 문제의 경우 문제에서 주어진 조건  
을 놓치지 않고 풀어야 한다. 또한 함수를 도함수의 정의를 통하  
여 미분하는 경우 미분법의 공식에 대한 반복학습이 필요하다.

## 평가문제

[스스로 확인하기]

### 1. $x$ 의 값이 0에서 3까지 변할 때

함수  $f(x) = x^2 - 3x$ 의 평균변화율을 구하면?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 2

[스스로 확인하기]

### 2. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 의 $x = 1$ 에서의 순간변화율을 구하면?

- ① 3                        ② 4  
③ 5                        ④ 6  
⑤ 7

[스스로 확인하기]

### 3. 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 $x$ 의 값이 1에서 $a$ 까지 변할 때의 평균변화율과 $x = 2$ 에서의 미분계수 가 같을 때, 상수 $a$ 의 값의 곱을 구하는 풀이 과정 과 답을 쓰면?

- ① -9                      ② -10  
③ -11                    ④ -12  
⑤ -13

[스스로 확인하기]

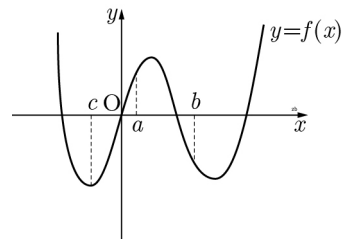
### 4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(2) = 4$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{5h}$ 의 값을 구하면?

- ①  $\frac{10}{5}$                       ②  $\frac{11}{5}$   
③  $\frac{12}{5}$                       ④  $\frac{13}{5}$   
⑤  $\frac{14}{5}$

[스스로 확인하기]

### 5. 모든 실수 $x$ 에서 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그 래프가 다음 그림과 같을 때, 세 수 $f'(a)$ , $f'(b)$ , $f'(c)$ 의 대소를 비교하면?



- ①  $f'(a) < f'(b) < f'(c)$     ②  $f'(b) < f'(a) < f'(c)$   
③  $f'(b) < f'(c) < f'(a)$     ④  $f'(a) < f'(c) < f'(b)$   
⑤  $f'(c) < f'(a) < f'(b)$

[스스로 확인하기]

### 6. 다음 <보기> 중 $x = 0$ 에서 미분가능한 함수를 모 두 고른 것은?

<보기>

ㄱ.  $f(x) = x|x|$

ㄴ.  $f(x) = x^2|x|$

ㄷ.  $f(x) = \frac{|x|}{x}$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ  
③ ㄱ, ㄷ                ④ ㄴ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[스스로 확인하기]

7. 함수  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 1) \\ x^2 + bx + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 가  $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① 5                                  ② 4  
③ 3                                  ④ 2  
⑤ 1

[스스로 확인하기]

8. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(2)=3, f'(2)=5$  일 때  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f(2) - 4f(x)}{x-2}$ 를 구하면?

- ① -8                                  ② -10  
③ -12                                  ④ -14  
⑤ -16

[스스로 마무리하기]

9. 함수  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & (x \leq 1) \\ 2x + b & (x > 1) \end{cases}$ 가  $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① -2                                  ② -1  
③ 0                                    ④ 1  
⑤ 2

[스스로 마무리하기]

10.  $x$ 의 값이  $a$ 에서  $a+1$ 까지 변할 때,  $f(x)=3x^2+5$ 의 평균변화율이 9이다. 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① 1                                    ② 2  
③ 3                                    ④ 4  
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

11. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(3)=5, f'(3)=3$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x) - xf(3)}{x-3}$ 의 값을 구하면?

- ① 1                                    ② 2  
③ 3                                    ④ 4  
⑤ 5

[스스로 확인하기]

12. 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$ 를 만족하고  $f'(1)=5$ 일 때,  $f'(6)$ 의 값을 구하면?

- ① 10                                  ② 11  
③ 12                                  ④ 13  
⑤ 14

[스스로 확인하기]

13. 세 다항함수  $f(x), g(x), h(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고르면?

&lt;보기&gt;

ㄱ. 모든 실수  $a$ 에서  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$ 이다.ㄴ. 모든 실수  $a$ 에서  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = f(a) + g(a)$ ㄷ. 모든 실수  $x$ 에 대해  $h(x) = h(-x)$ 이면  $h'(0) = 0$ 이다.

- ① ㄱ                                  ② ㄱ, ㄴ  
③ ㄴ, ㄷ                              ④ ㄱ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[스스로 확인하기]

14. 함수  $f(x) = (x^2+1)(x^3+2x+1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하면?

- ① 15                                  ② 16  
③ 17                                  ④ 18  
⑤ 19

[스스로 확인하기]

15. 자동차  $x$ 대를 생산하는 데 드는 생산 비용이  $C(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 100$  (만 원)일 때, 생산 비용의 순간변화율인  $C'(x)$ 를 한계 비용이라고 한다. 이때 자동차 50대를 생산하는 데 드는 한계 비용을 구하면?

- ① 2000                              ② 1449  
③ 2001                              ④ 2451  
⑤ 2551

[스스로 마무리하기]

16. 다항함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점  $(3, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이다.  $f(x)$ 를  $(x-3)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(5)$ 의 값을 구하면?

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[스스로 확인하기]

17. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f'(1)$ 의 값을 구하면?

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^3 + x + 9} = 1$	(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 2$
---	--

- ① 10                                  ② 11  
③ 12                                  ④ 13  
⑤ 14

[스스로 확인하기]

18. 다항식  $x^{10} + 11$ 을  $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ①  $10x + 2$                                   ②  $10x + 1$   
③  $10x - 2$                                   ④  $10x - 1$   
⑤  $10x$

[스스로 마무리하기]

19. 함수  $f(x) = (x^3 + 2x + a)(x^3 + 5x^2 - 7x + 1)$ 에 대하여  $f'(0) = -12$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[스스로 확인하기]

20. 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(2) = -3, f'(2) = 5, g(2) = 6, g'(2) = 10$  일 때, 함수  $f(x)g(x)$ 의  $x=2$ 에서의 미분계수를 구하면?

- ① 0                                  ② 1  
③ 2                                  ④ 3  
⑤ 4

[스스로 확인하기]

21. 다음 중 함수와 그 도함수가 짝지어진 것으로 옳지 않은 것은?

- ①  $y = 10x^3 : y' = 30x^2$   
②  $y = -5x^4 + 7x + 9 : y' = -20x^3 + 7$   
③  $y = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 5 : y' = 5x^2 - 3x$   
④  $y = (x^2 + 5)(x^3 + 2x + 7) : y' = 2x(x^3 + 2x + 7) + (x^2 + 5)(3x^2 + 2)$   
⑤  $y = (5x + 2)(2x + 3)(3x - 5) : y' = 5 \times 2 \times 3$

[스스로 확인하기]

22. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여  $f(1) = 10, f'(0) = 5, f'(2) = 9$  을 만족시키는 상수  $abc$ 의 값을 구하면?

- ① 20                                  ② 21  
③ 22                                  ④ 23  
⑤ 24

[스스로 마무리하기]

23.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2020} + x^{1010} - 2}{x - 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 1010                                  ② 2020  
③ 3030                                  ④ 4040  
⑤ 5050



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ③

[해설]  $\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=0$

## 2) [정답] ④

[해설]  $f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$   
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{6\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (6 + \Delta x) = 6$

## 3) [정답] ③

[해설]  $x$ 의 값이 1에서  $a$ 까지 변할 때

$f(x)=x^3-3x$ 의 평균변화율은

$$\frac{f(a)-f(1)}{a-1} = \frac{a^3-3a+2}{a-1}$$

$$= \frac{(a-1)(a^2+a-2)}{a-1} = a^2+a-2$$

또,  $f(x)=x^3-3x$ 에서  $f'(x)=3x^2-3$  이므로  
 $f'(2)=9$ , 따라서  $a^2+a-2=9$ ,  $a^2+a-11=0$   
 은 서로 다른 두 실근을 가지므로 실수  $a$ 의 값의  
 곱은  $-11$ 이다.

## 4) [정답] ③

[해설]  $f'(2)=4$  이므로

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h)-f(2)}{5h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h)-f(2)}{3h} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} f'(2) = \frac{12}{5}$$

## 5) [정답] ③

[해설]  $f'(a)$ ,  $f'(b)$ ,  $f'(c)$ 는 각 점에서의  
 접선의 기울기이므로 그래프에서 접선의  
 기울기를 비교하면  $f'(b) < f'(c) < f'(a)$  이다.

## 6) [정답] ②

[해설]  $\because f(x) = \frac{|x|}{x}$  는

$x=0$ 에서 함수값이 존재하지 않는다.

## 7) [정답] ②

[해설] 함수  $f(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속이므로

$$-1+a=1+b+1, \quad a-b=3$$

$$f'(x) = \begin{cases} -2x & (x < 1) \\ 2x+b & (x > 1) \end{cases} \text{에서}$$

$$-2=2+b, \quad b=-4, \quad a=-1$$

그러므로  $ab=4$  이다.

## 8) [정답] ①

[해설]  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f(2) - 4f(x)}{x-2}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f(2) - 4f(2) + 4f(2) - 4f(x)}{x-2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\{x^2 f(2) - 4f(2)\} - 4\{f(x) - f(2)\}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x^2-4)}{x-2} - 4 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$

$$= f(2) \times \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) - 4f'(2)$$

$$= 4f(2) - 4f'(2)$$

$$= 12 - 20 = -8$$

## 9) [정답] ③

[해설] 함수  $f(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속이므로

$$a+1=2+b, \quad a-b=1$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax & (x \leq 1) \\ 2 & (x > 1) \end{cases}$$

$$2a=2 \text{에서 } a=1, \quad b=0$$

그러므로  $ab=0$  이다.

## 10) [정답] ①

[해설]  $\frac{3(a+1)^2+5-(3a^2+5)}{a+1-a}$

$$= 3a^2+6a+3+5-3a^2-5=6a+3=9,$$

따라서  $a=1$

## 11) [정답] ④

[해설]  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x)-xf(3)}{x-3}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x)-3f(3)+3f(3)-xf(3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3\{f(x)-f(3)\}}{x-3} - \frac{f(3)(x-3)}{x-3}$$

$$= 3f'(3) - f(3) = 4$$

## 12) [정답] ①

[해설] 주어진 식에  $x=0, y=0$ 을 대입하면

$$f(0)=f(0)+f(0)+0 \text{ 에서 } f(0)=0 \text{이므로}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1)+f(h)+h-f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)+h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(h)}{h} + 1 \right) = 5$$

$$\text{이므로 } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 4$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x)+f(h)+xh-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)+xh}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} + x = x+4$$

따라서  $f'(6)=10$ 이다.

## 13) [정답] ⑤

[해설]  $\because$  다항함수는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\text{연속이므로 } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$$

ㄴ.  $f(x)+g(x)$ 는 다항함수의 합이므로  
연속함수이고,  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)+g(x)\} = f(a)+g(a)$

ㄷ.  $h(x)=h(-x)$ 이므로

$$h'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)-h(0)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{h(-x)-h(0)}{-x} \times (-1) \right\} = -h'(0)$$

따라서  $h'(0)=0$ 이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

14) [정답] ④

[해설]  $f'(x) = 2x(x^3+2x+1) + (x^2+1)(3x^2+2)$ ,  
 $f'(1) = 18$

15) [정답] ⑤

[해설]  $C(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 100$

$$C'(x) = x^2 + x + 1$$

$$C'(50) = 2500 + 50 + 1 = 2551$$

16) [정답] ⑤

[해설]  $f(x) = (x-3)^2 Q(x) + ax + b$

$$f(3) = 3a + b = 1$$

$$f'(x) = 2(x-3)Q(x) + (x-3)^2 Q'(x) + a$$

$$f'(3) = a = 2, \quad a = 2, \quad b = -5$$

$$\text{그러므로 } R(x) = 2x - 5, \quad R(5) = 5$$

17) [정답] ②

[해설]  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^3 + x + 9} = 1$ 에서

$$f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 9x^2 + 2ax + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 2 \text{에서 } f'(0) = 0, \text{ 그러므로 } b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^2 + 2ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (9x + 2a) = 2a = 2$$

$$\text{그러므로 } a = 1$$

$$f'(x) = 9x^2 + 2x, \quad f'(1) = 11$$

18) [정답] ①

[해설]  $x^{10} + 11 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b$ 에

$$x = 1 \text{을 대입하면 } a + b = 12$$

양변을 미분하면

$$10x^9 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$$

$$\text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면 } a = 10$$

$$\text{그러므로 } b = 2$$

따라서 구하는 나머지는  $10x + 2$ 이다.

19) [정답] ②

[해설]  $f(x) = (x^3 + 2x + a)(x^3 + 5x^2 - 7x + 1)$ ,

$$f'(x) = (3x^2 + 2)(x^3 + 5x^2 - 7x + 1)$$

$$+ (x^3 + 2x + a)(3x^2 + 10x - 7)$$

$$f'(0) = -7a + 2 = -12, \text{ 따라서 } a = 2$$

20) [정답] ①

[해설]  $\{f(x)g(x)\}' = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$

$$f(2)g'(2) + f'(2)g(2) = -30 + 30 = 0$$

21) [정답] ⑤

[해설] ⑤  $y = (5x+2)(2x+3)(3x-5)$ 의 도함수는

$$y' = 5(2x+3)(3x-5) + 2(5x+2)(3x-5)$$

$$+ 3(5x+2)(2x+3)$$

22) [정답] ①

[해설]  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f(1) = 10 \text{이므로 } a + b + c = 10$$

$$f'(0) = 5 \text{이므로 } b = 5$$

$$f'(2) = 9 \text{이므로 } 4a + b = 9, \quad a = 1$$

$$\text{따라서 } abc = 20$$

23) [정답] ③

[해설]  $f(x) = x^{2020} + x^{1010}$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$$

$$f'(x) = 2020x^{2019} + 1010x^{1009}$$

$$\text{그러므로 } f'(1) = 2020 + 1010 = 3030$$