



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [지수의 확장]

• 0 또는 음의 정수인 지수의 정의

 $a \neq 0$ 이고  $n$ 이 양의 정수일 때

①  $a^0 = 1$     ②  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

• 유리수인 지수의 정의

 $a > 0$ 이고,  $m, n (n \geq 2)$ 이 정수일 때

①  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$     ②  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

## [지수법칙]

• 지수가 정수일 때의 지수법칙

 $a \neq 0, b \neq 0$ 이고  $m, n$ 이 정수일 때

①  $a^m a^n = a^{m+n}$     ②  $a^m \div a^n = a^{m-n}$

③  $(a^m)^n = a^{mn}$     ④  $(ab)^n = a^n b^n$

• 지수가 유리수일 때의 지수법칙

 $a > 0, b > 0$ 이고  $p, q$ 가 유리수일 때

①  $a^p a^q = a^{p+q}$     ②  $a^p \div a^q = a^{p-q}$

③  $(a^p)^q = a^{pq}$     ④  $(ab)^p = a^p b^p$

• 지수가 실수일 때의 지수법칙

 $a > 0, b > 0$ 이고  $x, y$ 가 실수일 때

①  $a^x a^y = a^{x+y}$     ②  $a^x \div a^y = a^{x-y}$

③  $(a^x)^y = a^{xy}$     ④  $(ab)^x = a^x b^x$

## 기본문제

[문제]

## 1. 다음 식을 계산한 값은?

$$(-3)^0 + \frac{2^3 \times 3^2}{2} \times (-6)^{-1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

① -23

② -24

③ -25

④ -26

⑤ -27

[예제]

2. 다음은  $a \neq 0$ 이고  $m, n$ 이 모두 음의 정수일 때,  $(a^m)^n = a^{mn}$ 이 성립함을 증명한 것이다. 빈칸에 들어갈 말로 알맞은 것을 고르시오. $m = -p, n = -q (p, q \text{는 양의 정수})$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= (a^{-p})^{-q} = \left(\frac{1}{a^{\boxed{가}}}\right)^{-q} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\boxed{나}}^q} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{a^{pq}}} = a^{pq} = a^{(-p)(-q)} = a^{mn} \end{aligned}$$

① (가)  $p$ , (나)  $a^p$     ② (가)  $p$ , (나)  $\frac{1}{a^p}$

③ (가)  $-p$ , (나)  $\frac{1}{a^p}$     ④ (가)  $\frac{1}{p}$ , (나)  $a^p$

⑤ (가)  $\frac{1}{p}$ , (나)  $\frac{1}{a^p}$

[문제]

3. 다음은  $a \neq 0, b \neq 0$ 이고  $m, n$ 이 모두 음의 정수일 때,  $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 이 성립함을 증명한 것이다. 이때, (가)+(나)+(다)를 간단히 한 것을 고르시오. $m = -p, n = -q (p, q \text{는 양의 정수})$ 로 놓자.

$$\begin{aligned} a^m \div a^n &= a^{-p} \div a^{-q} = \frac{1}{a^{\boxed{가}}} \div \frac{1}{a^{\boxed{나}}} = \frac{1}{a^{\boxed{가}}} \times a^{\boxed{나}} \\ &= a^{\boxed{다}} = a^{m-n} \end{aligned}$$

①  $pq$

②  $2p$

③  $p-q$

④  $2q$

⑤  $p+q$

[예제]

4. 다음 중  $\frac{4}{(3^{-2})^3 \times 3^2} \div \frac{27}{(2 \times 2^{-2})^2}$  을 간단히 한 것은?

- ① 1                                  ② 3  
 ③ 4                                  ④ 9  
 ⑤ 8

[문제]

5.  $(a^2)^{-2} \times \left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{a^4}\right)^{-1} = a^n$  일 때,  $n$ 의 값은?  
 (단,  $a > 0$ )

- ① 1                                  ② 2  
 ③ 3                                  ④ 4  
 ⑤ 5

[문제]

6. 양수  $a, b$ 에 대하여  $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{a^6}$ ,  $\sqrt[5]{b^8} = b^{\frac{8}{y}}$  을 만족하는 자연수  $x, y$ 를 합한 값은?

① 5                                  ② 10  
 ③ 15                                  ④ 20  
 ⑤ 25

[예제]

7. 다음은  $a > 0$ 이고  $r, s$ 가 유리수일 때,  $a^r a^s = a^{r+s}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

$$\begin{aligned} r &= \frac{m}{n}, s = \frac{p}{q} \quad (m, n, p, q \text{는 정수, } n \geq 2, q \geq 2) \text{로 놓으면} \\ a^r a^s &= a^{\frac{m}{n}} a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mq}{nq}} a^{\frac{np}{nq}} \\ &= \sqrt[nq]{a^{mq} a^{np}} \\ &= \sqrt[nq]{a^{mq+np}} = a^{\frac{mq+np}{nq}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}} = a^{r+s} \end{aligned}$$

이때 (가), (나)에 들어갈 말로 적절한 것은?

- ① (가)  $mp$ , (나)  $mq+np$     ② (가)  $nq$ , (나)  $mq+np$   
 ③ (가)  $mq+np$ , (나)  $nq$     ④ (가)  $mq+np$ , (나)  $mp$   
 ⑤ (가)  $mq$ , (나)  $np$

[문제]

8. 다음은  $a > 0$ 이고  $r, s$ 가 유리수일 때,  $(a^r)^s = a^{rs}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

$$\begin{aligned} r &= \frac{m}{n}, s = \frac{p}{q} \quad (m, n, p, q \text{는 정수, } n \geq 2, q \geq 2) \text{로 놓으면} \\ (a^r)^s &= \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p} \\ &= \left(\sqrt[q]{\sqrt[n]{a^m}}\right)^p = \sqrt[q]{\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p} \\ &= \sqrt[q]{\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p} = a^{\frac{mp}{nq}} = a^{rs} \end{aligned}$$

이때 (가), (나)에 들어갈 말로 적절한 것은?

- ① (가)  $mp$ , (나)  $nq$                   ② (가)  $mn$ , (나)  $pq$   
 ③ (가)  $nq$ , (나)  $mp$                   ④ (가)  $np$ , (나)  $mq$   
 ⑤ (가)  $mq$ , (나)  $np$

[예제]

9. 다음 두 조건을 만족하는  $p, q, r$ 에 대하여  $(pqr)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? (단,  $a > 0, b > 0$ )

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & 5^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{6}{5}} = p \\ \text{(나)} \quad & \left(ab^{\frac{5}{2}}\right)^2 = a^q b^r \end{aligned}$$

- ① 5                                  ②  $5\sqrt{2}$   
 ③  $5\sqrt{5}$                                   ④  $5\sqrt{10}$   
 ⑤ 25

[문제]

10. 다음 식을 간단히 나타낸 것으로 옳은 것은?  
 (단,  $a > 0, b > 0$ )

- ①  $2^{\frac{5}{8}} \times 2^{-\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{7}{8}} = 2$   
 ②  $\left(4^{\frac{1}{3}} 3^{\frac{2}{3}}\right)^2 \times 2^{\frac{2}{3}} \div 3^{\frac{1}{3}} = 6$   
 ③  $a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} = 1$   
 ④  $(ab^2)^{-1} \times a^{\frac{3}{2}} \times (\sqrt{b})^3 = \sqrt{ab}$   
 ⑤  $\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{5}{2}} \times (ab^3)^{\frac{1}{6}} = a\sqrt{b}$

[문제]

11.  $2^{\sqrt{2}} \times 3^{\sqrt{3}} \times 4^{\sqrt{4}} \times 6^{\sqrt{5}} = 2^p 3^q$ 일 때,  $p-q$ 의 값은?

- ①  $2 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$       ②  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$   
 ③  $4 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$       ④  $2\sqrt{10} - \sqrt{15}$   
 ⑤  $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$

평가문제

[스스로 확인하기]

12. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 식이 만족한다고 할 때,  $a, b$ 에 들어갈 수를 합한 값은?

$$3^{\frac{1}{n}} = {}^{2n}\sqrt{a}, \quad 5^{\frac{2}{n}} \times 5^{\frac{1}{4n}} = {}^n\sqrt{5^b}$$

- ①  $\frac{9}{2}$       ②  $\frac{21}{4}$   
 ③  $\frac{45}{4}$       ④  $\frac{81}{4}$   
 ⑤  $\frac{45}{2}$

[스스로 확인하기]

13. 서양 음악의 음계에서 한 옥타브는 12개의 반음으로 이루어져 있다. 또한, 음과 진동수 사이에는 다음 그림과 같은 관계를 가지고 있다. 이때, '미'의 진동수는 '도'의 진동수의 몇 배인가? (단, '미'는 '도'에서 4개의 반음을 올린 음정이다.)



- ①  ${}^{12}\sqrt{2}$       ②  ${}^6\sqrt{2}$   
 ③  ${}^4\sqrt{12}$       ④  ${}^3\sqrt{2}$   
 ⑤  ${}^2\sqrt{12}$

[스스로 확인하기]

14. 서로소인  $p, q$ 에 대하여  $\sqrt[p]{4^3} = 2^{\frac{p}{q}}$ 이고, 서로소인  $r, s$ 에 대하여  $27^{\frac{2}{r}} = \sqrt[r]{3^s}$ 일 때,  $p-q+r-s$ 의 값은?

- ① 0      ② 1  
 ③ 2      ④ 3  
 ⑤ 4

[스스로 확인하기]

15.  $12^2 \times (2^2)^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[4]{27} = 2^a 3^b$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

- ①  $\frac{62}{5}$       ②  $\frac{64}{5}$   
 ③  $\frac{66}{5}$       ④  $\frac{68}{5}$   
 ⑤ 14

[스스로 확인하기]

16. 다음 중 옳지 않은 것은? (단,  $a > 0, b > 0$ )

- ①  $a^4 \times a^{-2} \times a^9 = a^{11}$   
 ②  $\sqrt{a^5} \div \sqrt[3]{a^5} \times \sqrt[4]{a^5} = \sqrt[12]{a^{25}}$   
 ③  $\left(a^{\frac{\sqrt{2}}{3}}\right)^{\sqrt{18}} \times a^{-\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}}$   
 ④  $\sqrt[3]{a^2 b^4} \div \sqrt{ab} = \sqrt[6]{ab^5}$   
 ⑤  $a^{-3} b^{-2} \times (ab)^{\frac{3}{2}} \div (a^2 b)^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{b}$

[스스로 확인하기]

17.  $a=3, b=2$ 일 때,  $\frac{2\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}\right)}{\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2  
 ③ 3      ④ 4  
 ⑤ 5

[스스로 확인하기]

18. 어느 바다의 수면에서의 빛의 세기가  $A$ 일 때, 수

심이  $k$  m인 곳의 빛의 세기는  $A\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{4}}$ 이라 한다.

수심이 12 m인 곳에서의 빛의 세기는 수심이 16 m인 곳에서의 빛의 세기의 몇 배인가?

- ① 2배                      ② 4배  
③ 8배                      ④ 16배  
⑤ 32배

[스스로 마무리하기]

19.  $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{15} \times \sqrt{6} = 2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 유리수)

- ①  $\frac{9}{4}$                       ②  $\frac{14}{6}$   
③  $\frac{29}{12}$                       ④  $\frac{5}{2}$   
⑤  $\frac{31}{12}$

[스스로 마무리하기]

20. 실수  $x, y$ 가  $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 1$ 을 만족시킬 때,

$16^x = 27^y = k$ 가 성립한다. 상수  $k$ 의 값은?

- ① 6                      ② 9  
③ 12                      ④ 18  
⑤ 27

[스스로 마무리하기]

21.  $4^a + 4^{-a} = 11$ 일 때,  $\frac{2^{3a} - 2^{5a}}{2^{7a} - 2^a}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a > 0$ )

- ①  $-\frac{1}{12}$                       ②  $-\frac{1}{6}$   
③  $-\frac{1}{5}$                       ④  $-\frac{1}{4}$   
⑤  $-\frac{1}{3}$

[스스로 마무리하기]

22.  $\sqrt{\frac{n}{3}}, \sqrt[3]{\frac{n}{2}}$ 이 모두 자연수가 되게 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오

- ① 216                      ② 324  
③ 384                      ④ 432  
⑤ 3456



## 정답 및 해설

1) [정답] ①

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & (-3)^0 + \frac{2^3 \times 3^2}{2} \times (-6)^{-1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \\ & = 1 + \frac{72}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times 4 = -23 \end{aligned}$$

2) [정답] ②

[해설]  $m = -p$ ,  $n = -q$  ( $p, q$ 는 양의 정수)로 놓으면

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= (a^{-p})^{-q} = \left(\frac{1}{a^p}\right)^{-q} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a^p}\right)^q} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{a^{pq}}} = a^{pq} = a^{(-p)(-q)} = a^{mn} \end{aligned}$$

3) [정답] ④

[해설]  $m = -p$ ,  $n = -q$  ( $p, q$ 는 양의 정수)로 놓자.

$$\begin{aligned} a^m \div a^n &= a^{-p} \div a^{-q} = \frac{1}{a^p} \div \frac{1}{a^q} = \frac{1}{a^p} \times a^q \\ &= a^{-p} a^q = a^{\overbrace{-p+q}^{\text{가}}} = a^{mn} \end{aligned}$$

따라서 (가) =  $p$ , (나) =  $q$ , (다) =  $-p+q$ 이므로  
(가) + (나) + (다) =  $p+q+(-p+q) = 2q$ 이다.

4) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & \frac{4}{(3^{-2})^3 \times 3^2} \div \frac{27}{(2 \times 2^{-2})^2} = \frac{4}{3^{-6} \times 3^2} \div \frac{27}{2^2 \times 2^{-4}} \\ &= \frac{2^2}{3^{-4}} \times \frac{2^{-2}}{3^3} = \frac{1}{3^{-1}} = 3 \end{aligned}$$

5) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & (a^2)^{-2} \times \left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{a^4}\right)^{-1} \\ &= a^{-4} \times (a^{-1})^{-3} \times (a^{-4})^{-1} \\ &= a^{-4} \times a^3 \times a^4 = a^3 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

6) [정답] ③

[해설] 양수  $a, b$ 에 대하여 다음같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} a^{\frac{3}{5}} &= \sqrt[5]{a^6} = a^{\frac{6}{x}}, \quad b^{\frac{8}{y}} = \sqrt[5]{b^8} = b^{\frac{8}{5}} \\ \text{따라서 } \frac{3}{5} &= \frac{6}{x}, \quad \frac{8}{y} = \frac{8}{5} \text{ 이므로} \\ x &= 10, \quad y = 5 \\ x+y &= 15 \end{aligned}$$

7) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & r = \frac{m}{n}, \quad s = \frac{p}{q} \\ (m, n, p, q \text{는 정수, } n \geq 2, q \geq 2) \text{로 놓으면} \\ a^r a^s &= a^{\frac{m}{n}} a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mq}{nq}} a^{\frac{np}{nq}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[nq]{a^{mq}} \sqrt[nq]{a^{np}} = \sqrt[nq]{a^{mq} a^{np}} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}} \\ &= a^{\frac{mq+np}{nq}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}} = a^{r+s} \end{aligned}$$

8) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & r = \frac{m}{n}, \quad s = \frac{p}{q} \\ (m, n, p, q \text{는 정수, } n \geq 2, q \geq 2) \text{로 놓으면} \\ (a^r)^s &= \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p} \\ &= \left(\sqrt[q]{\sqrt[n]{a^m}}\right)^p = \left(\sqrt[nq]{a^m}\right)^p \\ &= \left(\sqrt[nq]{a}\right)^{mp} = a^{\frac{mp}{nq}} = a^{rs} \text{ 이므로} \\ \text{(가)는 } nq, \text{ (나)는 } mp \text{이다.} \end{aligned}$$

9) [정답] ④

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & \text{(가)} \quad 5^{\frac{4}{5}} \times 5^{\frac{6}{5}} = 5^{\frac{4}{5} + \frac{6}{5}} = 5^2 = 25 = p \\ \text{(나)} & \left(ab^{\frac{5}{2}}\right)^2 = a^2 b^5 = a^q b^r \\ \therefore q &= 2, \quad r = 5 \\ pqr &= 25 \cdot 2 \cdot 5 = 250 \text{ 이므로} \\ (pqr)^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \end{aligned}$$

10) [정답] ⑤

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & \text{①} \quad 2^{\frac{5}{8}} \times 2^{-\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{7}{8}} = 2^{\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2} - \frac{7}{8}\right)} = 2^{-\frac{3}{4}} \\ & \text{②} \quad \left(4^{\frac{1}{3}} 3^{\frac{2}{3}}\right)^2 \times 2^{\frac{2}{3}} \div 3^{\frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}} \times 3^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = 2^2 \times 3 = 12 \\ & \text{③} \quad a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} \\ & \text{④} \quad (ab^2)^{-1} \times a^{\frac{3}{2}} \times (\sqrt{b})^3 = a^{-1} b^{-2} \times a^{\frac{3}{2}} \times b^{\frac{3}{2}} \\ &= a^{\frac{1}{2}} \times b^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \\ & \text{⑤} \quad \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{5}{2}} \times (ab^3)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{6}} \times b^{\frac{3}{6}} \\ &= a^{\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right)} b^{\frac{1}{2}} = a\sqrt{b} \end{aligned}$$

11) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & 2^{\sqrt{2}} \times 3^{\sqrt{3}} \times 4^{\sqrt{4}} \times 6^{\sqrt{5}} \\ &= 2^{\sqrt{2}} \times 3^{\sqrt{3}} \times (2^2)^2 \times (2 \times 3)^{\sqrt{5}} \\ &= 2^{(\sqrt{2} + 4 + \sqrt{5})} \times 3^{(\sqrt{3} + \sqrt{5})} \\ \text{따라서 } p &= \sqrt{2} + 4 + \sqrt{5}, \quad q = \sqrt{3} + \sqrt{5} \text{ 이므로} \\ p-q &= 4 + \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{aligned}$$

12) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & 3^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{3} = \sqrt[n]{3^2} = \sqrt[n]{9} \text{ 이므로 } a = 9 \\ & 5^{\frac{2}{n}} \times 5^{\frac{1}{4n}} = 5^{\frac{2}{n} + \frac{1}{4n}} \end{aligned}$$

$$= 5^{\frac{9}{4n}} = \left(5^{\frac{9}{4}}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{5^{\frac{9}{4}}} \text{ 이므로 } b = \frac{9}{4}$$

$$\text{따라서 } a+b = \frac{45}{4}$$

13) [정답] ④

[해설] 처음 음의 진동수를  $a$ 라 하면 한 옥타브 올라간 음의 진동수는  $2a$ 이므로  $ax^{12} = 2a$ ,  $x^{12} = 2$  이때  $x$ 는 양수이므로  $x = \sqrt[12]{2}$  이때, '미'는 '도'보다 4개의 반음만큼 높은 음정이다. 따라서 '미'의 진동수는 '도'의 진동수의  $(\sqrt[12]{2})^4 = \sqrt[3]{2}$ 배만큼 높다.

14) [정답] ①

[해설]  $\sqrt[7]{4^3} = \sqrt[7]{2^6} = 2^{\frac{6}{7}}$ 이므로  $p=6$ ,  $q=7$

$$27^{\frac{2}{7}} = (3^3)^{\frac{2}{7}} = 3^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{3^6} \text{ 이므로}$$

$$r=7, s=6$$

$$\therefore p-q+r-s = 6-7+7-6 = 0$$

15) [정답] ③

[해설]  $12^2 \times (2^2)^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[4]{27} = (2^2 \times 3)^2 \times (2^2)^{\frac{2}{5}} \times \sqrt[4]{3^3}$

$$= 2^4 \times 3^2 \times 2^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{3}{4}}$$

$$= 2^{4+\frac{4}{5}} \times 3^{2+\frac{3}{4}} = 2^{\frac{24}{5}} \times 3^{\frac{11}{4}}$$

$$a = \frac{24}{5}, b = \frac{11}{4} \text{ 이므로 } ab = \frac{66}{5}$$

16) [정답] ③

[해설] ①  $a^4 \times a^{-2} \times a^9 = a^{4-2+9} = a^{11}$

$$\begin{aligned} \text{② } \sqrt{a^5} \div \sqrt[3]{a^5} \times \sqrt[4]{a^5} &= a^{\frac{5}{2}} \div a^{\frac{5}{3}} \times a^{\frac{5}{4}} \\ &= a^{\frac{5}{2}-\frac{5}{3}+\frac{5}{4}} = a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}} \end{aligned}$$

$$\text{③ } \left(a^{\frac{\sqrt{2}}{3}}\right)^{\sqrt{18}} \times a^{-\sqrt{2}} = a^{\left(\frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{18}\right) - \sqrt{2}} a^{2-\sqrt{2}}$$

$$\text{④ } \sqrt[3]{a^2 b^4} \div \sqrt{ab} = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}} \div a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} b^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{ab^5}$$

$$\text{⑤ } a^{-3} b^{-2} \times (ab)^{\frac{3}{2}} \div (a^2 b)^{-\frac{3}{4}}$$

$$= a^{-3} b^{-2} \times a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{3}{2}} \div a^{-\frac{3}{2}} b^{-\frac{3}{4}}$$

$$= a^{-3+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}} b^{-2+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}} = a^0 b^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{b}$$

17) [정답] ⑤

[해설]  $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}\right) = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(b^{-\frac{1}{2}}\right)^2$

$$= a - \frac{1}{b}$$

$$\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right) = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3$$

$$= a - b$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \frac{2\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}\right)}{\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)} &= \frac{2\left(a - \frac{1}{b}\right)}{a - b} \\ &= \frac{2(ab-1)}{ab-b^2} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$a=3, b=2 \text{ 일 때 그 값은 } 5 \text{ 이다.}$$

18) [정답] ①

[해설]  $A\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{4}} \div A\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{16}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{4}-\frac{16}{4}}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$$

따라서 수심이 12 m인 곳에서의 빛의 세기는 수심이 16 m인 곳에서의 빛의 세기의 2배이다.

19) [정답] ④

[해설]  $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{15} \times \sqrt{6}$

$$= (2^2 \times 3)^{\frac{1}{3}} \times (3 \times 5)^{\frac{1}{4}} \times (2 \times 3)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 5^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2^{\frac{7}{6}} \times 3^{\frac{13}{12}} \times 5^{\frac{1}{4}} \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{7}{6}, b = \frac{13}{12}, c = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a+b+c = \frac{5}{2}$$

20) [정답] ③

[해설]  $16^x = k$ 에서  $4^{2x} = k$ 이므로  $k^{\frac{1}{2x}} = 4$

$$27^y = k \text{에서 } 3^{3y} = k \text{이므로 } k^{\frac{1}{3y}} = 3$$

$$\text{따라서 } k^{\frac{1}{2x}} \times k^{\frac{1}{3y}} = 4 \times 3, k^{\frac{1}{2x}+\frac{1}{3y}} = 12$$

$$\text{이때 } \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 1 \text{ 이므로 } k = 12$$

21) [정답] ①

[해설]  $\frac{2^{3a}-2^{5a}}{2^{7a}-2^a}$ 의 분자, 분모에  $2^{-4a}$ 을 곱하면

$$= \frac{2^{-4a}(2^{3a}-2^{5a})}{2^{-4a}(2^{7a}-2^a)} = \frac{2^a-2^{-a}}{2^{3a}-2^{-3a}}$$

$$\text{또 } (2^a-2^{-a})^2 = 4^a-2+4^{-a} = 11-2=9 \text{ 이고}$$

$$a > 0 \text{에서 } 2^a-2^{-a} > 0 \text{ 이므로}$$

$$2^a-2^{-a} = 3$$

$$\text{이때 } 2^{3a}-2^{-3a} = (2^a-2^{-a})^3 + 3(2^a-2^{-a})$$

$$= 3^3 + 3 \times 3 = 36$$

이므로 주어진 식의 값은

$$= \frac{2^{5a}-2^{3a}}{2^{7a}-2^a} = \frac{2^a-2^{-a}}{2^{3a}-2^{-3a}} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

22) [정답] ④

[해설]  $\sqrt{\frac{n}{3}}$  이 자연수가 되려면  $\frac{n}{3}=p^2(p$ 는 자연수),

즉  $n=3p^2$  꼴이어야 하고,  $\sqrt[3]{\frac{n}{2}}$  이 자연수가 되

려면  $\frac{n}{2}=q^3(q$ 는 자연수), 즉  $n=2q^3$  꼴이어야 하  
므로

$$n=3p^2=2q^3$$

이때  $p$ 는 2의 배수,  $q$ 는 3의 배수이어야 하므로  
 $p=2k$ ,  $q=3l(k, l$ 은 자연수)이라 하면

$$n=3 \times 2^2 \times k^2 = 2 \times 3^3 \times l^3$$

구하는  $n$ 의 최솟값은  $k=2 \times 3$ ,  $l=2$ 일 때

$$n=2^4 \times 3^3 = 432$$