

# 2020학년도 1학기 제2차 지필평가

## 2학년 수학 I

76.5

과목코드 02

2020. 7. 28. 1교시

- 본 시험은 선택형 [ 17 ] 문항, 논술형 [ 3 ] 문항, 쪽수는 [ 6 ] 쪽입니다.  
○ 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{10} - a_7 = 9$  일 때,  $a_{103} - a_{97}$ 의 값은? [4.5점]  
☒ ① 18      ② 20      ③ 22      ④ 24      ⑤ 26

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 5$ ,  $a_9 = 19$ 일 때,  $a_{16}$ 의 값은? [4.1점]  
☒ ① 33      ② 35      ③ 37      ④ 39      ⑤ 41

5.  $\sum_{k=1}^5 (k^3 + 3k) + \sum_{k=1}^5 (-3k^2 - 1)$ 의 값은? [4.5점]  
 ① 10      ② 84      ☒ ③ 100      ④ 175      ⑤ 225

2. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합은? [4.1점]  
 ① 2      ② 7      ③ 15      ④ 25      ☒ ⑤ 31

3.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 30$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k - 1)$ 의 값은? [4.1점]  
 ① 10      ☒ ② 20      ③ 30      ④ 40      ⑤ 50

6. 자연수  $n$ 에 대하여  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = S_n$  일 때,  $S_{10}$ 의 값은? [4.5점]  
 ① 381      ② 382      ③ 383      ④ 384      ☒ ⑤ 385

7. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.  $S_n = n^2 + 2n + 2$ 일 때,  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4.7점]
- ① 19    ② 21    ③ ☒ 23    ④ 25    ⑤ 27
9. 첫째항부터 제4항까지의 합이 6, 첫째항부터 제8항까지의 합이 30인 등비수열의 첫째항부터 제12항까지의 합은? [4.7점]  $S_{12} = ?$
- ① 24    ② 96    ③ ☒ 126    ④ 180    ⑤ 630

8. 세 수  $a, 5, b$ 가 이 순서대로 등차수열이고, 세 수  $a, 3, b$ 가 이 순서대로 등비수열일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? [4.7점]
- ① 52    ② 58    ③ 68    ④ ☒ 82    ⑤ 94
10.  $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )로 정의되는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{48} (\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k})$ 의 값은? [4.7점]
- ☒ ①  $4\sqrt{2}$     ②  $5\sqrt{2}$     ③  $6\sqrt{2}$     ④  $7\sqrt{2}$     ⑤  $8\sqrt{2}$

11. 다음은  $h > 0$  일 때,  $n \geq 2$  인 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$(1+h)^n > 1+nh \dots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.  
빈 칸 (가)에 들어갈 알맞은 식은? [4.8점]

(i)  $n=2$  일 때,

$$(\text{좌변}) = (1+h)^2 = 1+2h+h^2 > 1+2h = (\text{우변})$$

따라서  $n=2$  일 때 부등식  $\textcircled{1}$  이 성립한다.

(ii)  $n=k$  ( $k \geq 2$ ) 일 때,

부등식  $\textcircled{1}$  이 성립한다고 가정하면

(가) 이 성립한다.

부등식 (가) 의 양변에  $(1+h)$  를 곱하면

$1+h > 0$  이므로

$$(1+h)^{k+1} > (1+kh)(1+h)$$

그런데

$$(1+kh)(1+h) = 1 + (k+1)h + kh^2 > 1 + (k+1)h$$

이므로

$$(1+h)^{k+1} > 1 + (k+1)h$$

따라서  $n=k+1$  일 때도 부등식  $\textcircled{1}$  이 성립한다.

(i), (ii)에서 부등식  $\textcircled{1}$  은  $n \geq 2$  인 모든 자연수  $n$  에 대하여 성립한다.

①  $(1+h)^2 > 1+2h$

②  $(1+h)^k > 1+kh$

③  $(1+k)^{k+1} > (1+kh)(1+h)$

④  $(a+kh)(a+h) > 1+(k+1)h$

⑤  $(1+h)^{k+1} > 1+(k+1)h$

12. 수열  $\{a_n\}$  이  $\sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 30$ ,  $\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = 14$  를 만족시킬 때,

$$\sum_{k=1}^{20} (-1)^k a_k \text{ 의 값은? [4.9점]}$$

① 2

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

13. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$  은  $a_4 = 45$  이고, 모든 자연수  $n$  에 대

하여  $\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^2 + 2\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right) - 15 = 0$  을 만족시킨다. 이때,  $a_{10}$  의 값은? [4.9점]

①  $3^4 \times 5^5$

②  $3^5 \times 5^4$

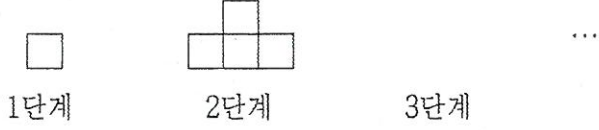
③  $3^6 \times 5^3$

④  $3^7 \times 5^2$

⑤  $3^8 \times 5$

14. 크기가 같은 정사각형을 그림과 같은 규칙으로 배열하여 새로운 도형을 만들려고 한다. 이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 단계를 만드는 데 필요한 정사각형의 개수를  $a_n$ 이라고 한다.  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을  $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 라고 할 때,  $f(2020)$ 의 값은?

[4.9점]



- ① 4039    ② 4040    ③ 4041    ④ 4042    ⑤ 4043

15. 첫째항이  $a$ , 공비가  $r$  ( $r \neq 1$ )인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$  수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을  $b_n = S_n - \frac{a}{1-r}$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

<보기>

- ㄱ. 수열  $\{b_n\}$ 은 첫째항이  $-\frac{a}{1-r}$ 이다.  
 ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 은 수열  $\{a_n\}$ 과 공비가 같은 등비수열이다.  
 ㄷ. 수열  $\{a_n\}$ 과 수열  $\{b_n\}$ 에 대하여  $b_{n+1} - b_n = a_{n+1}$ 가 성립한다.

- ① ㄴ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

(가)  $S_1 = 3$  이다.

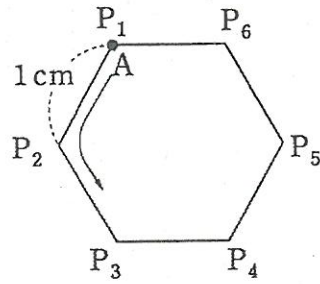
(나)  $n \geq 2$ 일 때,  $S_n = \sum_{m=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^m (k+m) \right\} - \sum_{m=2}^n \left\{ \sum_{k=2}^m (k+m) \right\}$ 이다.

(다) 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항  $b_n = a_{n+1}$  ( $n=1, 2, 3, 4, 5, \dots$ ) 이다.

- ① 137    ② 139    ③ 141    ④ 143    ⑤ 145



그림과 같이 한 변의 길이가 1 cm인 정육각형  $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 가 있다. 꼭짓점  $P_1$ 에 있는 점 A는 다음과 같은 규칙에 따라 시계 반대 방향으로 변 위를 움직인다.



- (가) 첫 번째에  $t$  cm만큼 ( $t = 1, 2, 3, 4, 5$ ) 이동하여 꼭짓점  $P_{t+1}$ 에 도착한다.  
 (나) 점 A가  $n$ 번째에 꼭짓점  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ )에 도착하면  $(n+1)$ 번째에는  $P_i$ 를 출발하여  $i$  cm만큼 이동한다.

점 A가  $n$ 번째에 도착한 꼭짓점이  $P_i$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 을

$a_n = i$ 라고 하자.  $\sum_{k=1}^{60} a_k = 183$ 일 때, 자연수  $t$ 의 값은? [5.3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

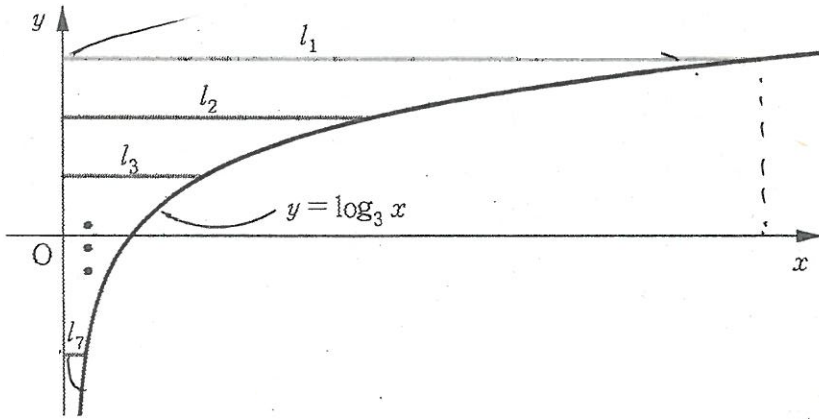
[논술형 1] 500 l의 물을 가득 채운 어항이 있다. 신선한 물 공급을 위해 매일 어항에 있던 물의  $\frac{1}{5}$ 을 버리고, 80 l의 신선한 물을 추가하려고 한다.  $n$ 일이 지난 후 어항 속의 물 양을  $a_n$ 이라고 할 때, 1일이 지난 후 물의 양인  $a_1$ 의 값을 구하고,  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을 서술하시오. [4.0점]

[논술형 2] 철수와 영희는 각각 1000만 원을 서로 다른 방법으로 2020년 1월 초부터 10월 말까지 10개월 동안 월 이율이 2%이고 1개월마다 복리로 계산되는 통장에 적립하려고 한다. 적립 방법이 다음과 같을 때 10월 말에 누구의 적립금의 원리합계가 얼마나 더 많은지 구하는 과정을 설명하고 답을 쓰시오. (단,  $1.02^{10} = 1.22$ 로 계산한다.) [8.0점]

철수 : 매월 초에 100만 원씩 10개월 동안 적립

영희 : 1월 초에 1000만 원을 모두 적립

[논술형 3] 그림은 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프와  $y$ 축 사이에  $x$ 축과  
 평행한 선분 7개를 일정한 간격으로 그은 것이다. 선분의 길이를  
 위쪽부터 차례로  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_7$  이라고 하면  $l_1 = 27$ ,  
 $l_7 = \frac{1}{27}$  이다.  $l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_7 = \frac{a}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^b \right\}$  일 때,  $a+b$ 의  
 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 쓰시오. [8.0점]



※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있  
 법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전  
 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.