



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 **집합의 연산법칙과 관련된 문제, 집합의 원소의 개
수의 활용에 대한 문제** 등이 자주 출제되며 벤다이어그램을 이용
하여 집합의 연산법칙을 이해하고, 문제를 통한 반복적인 연습이
필요합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 다음 <보기> 중 집합인 것의 개수는?

<보기>

- 인기인들의 모임
- 우리나라에서 높은 산들의 모임
- 키가 160cm 이상인 사람들의 모임
- 한 자리 수 중 소수의 모임

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[스스로 확인하기]

2. 단어 '족보'에 들어있는 자음과 모음으로 이루어 진 집합을 A라 할 때, $n(A)$ 를 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

3. 세 집합 A, B, C가 $A = \{x | x \text{와 } \frac{2}{x} \text{는 정수}\}$,

$B = \{x | x \text{와 } \frac{3}{x} \text{는 정수}\}$, $C = \{x | x \text{와 } \frac{4}{x} \text{는 정수}\}$ 일

때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ ② $B \subset C$
③ $C \subset A$ ④ $A \subset C$
⑤ $B \subset A$

[스스로 확인하기]

4. 두 집합 $A = \{3, a+2, a-1\}$,

$B = \{2, 3, a^2-4\}$ 에 대하여 $A=B$ 가 되도록 하는
상수 a의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

5. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 6, 7은 포함하고 1은 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 21 ② 14
③ 31 ④ 16
⑤ 8

[스스로 확인하기]

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 홀수가 한 개 이상 속해 있는 집합의 개수는?

- ① 16 ② 20
③ 24 ④ 28
⑤ 32

[스스로 확인하기]

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 A가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, 집합 A의 개수는?

(가) 집합 A의 원소의 개수는 3개다.

(나) 집합 A의 원소 중 가장 작은 것은 3이다.

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$ 이고 $n(A \cap B) = 10, n(B) = 26$ 일 때, $n(A^c \cap B)$ 의 값은?

- ① 14 ② 16
③ 18 ④ 20
⑤ 22

[스스로 확인하기]

9. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 7, n(A - B) = 5, n(B - A) = 6$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 의 값은? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

- ① 5 ② 7
③ 9 ④ 11
⑤ 13

[스스로 마무리하기]

10. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 A 와 서로소인 집합 B 의 모든 원소의 합은?

- ① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

[스스로 확인하기]

11. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2\}$ 에 대하여 다음을 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

$$A \cup X = A, \quad B \cap X = B$$

- ① 16 ② 14
③ 12 ④ 10
⑤ 8

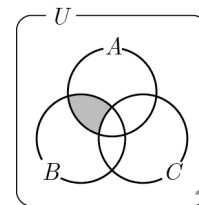
[스스로 확인하기]

12. 어느 고등학교에서는 1학년 학생들을 대상으로 방과 후 수업을 진행하는데 월수금반은 50분 수업, 화목반은 90분 수업을 진행한다고 한다. 학생이 35명인 어느 학급에서 방과후 수업 신청자를 조사했더니 월수금반을 신청한 학생은 20명, 화목반을 신청한 학생은 15명, 어느 반도 신청하지 않은 학생은 8명이었다. 이때, 월수금반과 화목반을 모두 신청한 학생수는?

- ① 8명 ② 14명
③ 13명 ④ 16명
⑤ 15명

[스스로 마무리하기]

13. 다음 벤다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은?



- ① $A - (B \cap C)$ ② $A - (B \cup C)$
③ $B \cup (A - C)$ ④ $(A \cup B) - C$
⑤ $A \cap (B - C)$

[스스로 마무리하기]

14. 자연수 전체의 집합 X 의 부분 집합 A_k 를 $A_k = \{x | x \text{는 } k \text{의 배수}, k \text{는 자연수}\}$ 로 정의할 때, $(A_{12} \cup A_{18}) \subset A_n$ 을 만족하는 자연수 n 의 최댓값은?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

[스스로 확인하기]

15. 전체집합 U 의 임의의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap (A-B)^C$ 와 같은 집합은?

- ① $A \cap B$ ② $A \cup B$
 ③ $A \cap B^C$ ④ $(A \cup B)^C$
 ⑤ $(A \cap B)^C$

[스스로 마무리하기]

16. 학생 수가 35명인 어느 학급에서 1교시 수학시간에 두 종류의 참고서 A, B 를 사용하는 학생 수를 조사하였더니 각각 20명, 25명이었다. 두 종류의 참고서 A, B 를 모두 사용하는 학생은 최소 몇 명인가?

- ① 8명 ② 9명
 ③ 10명 ④ 11명
 ⑤ 12명

[스스로 확인하기]

17. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 서로 다른 부분집합 A, B 에 대하여 $(A-B) \cup (A-B)^C$ 와 같은 집합은?

- ① \emptyset ② A
 ③ B ④ $(A \cap B)$
 ⑤ $A \cup B$

[스스로 확인하기]

18. 두 집합 $A = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$,
 $B = \{x | x^2 - kx + 4 = 0\}$ 에 대하여 $A - B = \{-2\}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[스스로 마무리하기]

19. 집합 X 의 원소의 개수를 $n(X)$ 라 할 때, 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 5$, $n(B) = 4$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 2$ 가 성립한다. 집합 A 또는 집합 B 에 포함되는 원소 중에서 집합 C 에도 포함되는 원소의 개수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때 $M+m$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

실전문제

20. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X 의 개수는?

- (가) $X \subset U$, $X \neq \emptyset$
 (나) $X \cup (A \cup B) = A \cup B$
 (다) $(A - B) \cap X = A - B$
 (라) X 의 원소의 합은 홀수이다.

- ① 18 ② 21
 ③ 28 ④ 32
 ⑤ 48

21. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 두 집합 A ,
 B 는 $A = \{x | x^3 + ax^2 + bx = 0\}$,
 $B = \{x | x^3 + bx^2 + ax = 0\}$ 이다. $n(A \cup B) = 4$,
 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, $(A \cup B) - (A \cap B)$ 의 모든 원소의 합은? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

22. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

$$\neg. A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

$$\angle. (A - B) - C = A - (B \cap C)$$

$$\sqsubset. (A \cup B^C) - (A \cap B)^C = A - B$$

$$\sqsupset. (A \cap B)^C - (A \cup B^C) = B - A$$

$$\square. (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) \cap (A^C \cup B^C)$$

$$\textcircled{1} \neg, \angle, \sqsubset$$

$$\textcircled{2} \neg, \sqsubset, \square$$

$$\textcircled{3} \neg, \sqsupset, \square$$

$$\textcircled{4} \angle, \sqsubset, \sqsupset$$

$$\textcircled{5} \sqsubset, \sqsupset, \square$$

23. 어느 학교 학생들을 대상으로 축제 포스터를 선정하기 위하여 세 가지 안 A, B, C 에 대해 선호도 조사를 했더니 A 를 선택한 학생이 전체의 $\frac{1}{2}$, B 를 선택한 학생이 전체의 $\frac{1}{3}$, C 를 선택한 학생이 전체의 $\frac{2}{3}$ 이었다. 세 안 중에서 하나만 선택한 학생이 전체의 $\frac{3}{5}$, 세 안을 모두 선택한 학생이 전체의 $\frac{1}{5}$ 이고, A, B, C 를 모두 선택하지 않은 학생이 6명일 때, 선호도 조사에 참여한 전체 학생의 수는?

$$\textcircled{1} 60$$

$$\textcircled{2} 120$$

$$\textcircled{3} 180$$

$$\textcircled{4} 240$$

$$\textcircled{5} 300$$



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 키가 160cm 이상인 사람들의 모임과 한 자리 수 중 소수의 모임은 집합이고, 나머지 두 개는 참, 거짓을 확실히 판정할 수 없으므로 집합이 아니다.

2) [정답] ④

[해설] $A = \{\neg, \neg, \neg, \neg\}$, $n(A) = 4$ 이다.

3) [정답] ④

[해설] i) 정수 x 에 대하여 $\frac{2}{x}$ 가 정수인 x 의 값은

$$x = -2, -1, 1, 2 \therefore A = \{-2, -1, 1, 2\}$$

ii) 정수 x 에 대하여 $\frac{3}{x}$ 가 정수인 x 의 값은

$$x = -3, -1, 1, 3 \therefore B = \{-3, -1, 1, 3\}$$

iii) 정수 x 에 대하여 $\frac{4}{x}$ 가 정수인 x 의 값은

$$x = -4, -2, -1, 1, 2, 4$$

$$\therefore C = \{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$$

i), ii), iii)에서 $A \subset C$ 이다.

4) [정답] ③

[해설] $2 \in B$ 이고 $A = B$ 이므로

$$a+2=2 \text{ 또는 } a-1=2 \therefore a=0 \text{ 또는 } a=3$$

i) $a=0$ 일 때

$$A = \{3, 2, -1\}, B = \{2, 3, -4\} \text{이므로 } A \neq B$$

ii) $a=3$ 일 때

$$A = \{3, 5, 2\}, B = \{2, 3, 5\} \text{이므로 } A = B$$

i), ii)에서 $a=3$

5) [정답] ④

[해설] 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 6, 7은 포함하고 1은 포함하지 않는 부분집합은 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합에 6, 7을 넣은 집합이다. 따라서 구하는 부분집합의 개수는 $2^4 = 16(\text{개})$ 이다.

6) [정답] ④

[해설] 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 원소의 개수가 5이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32(\text{개})$

이때 집합 A 의 부분집합 중에서 홀수를 포함하지 않는 집합의 개수는 집합 $\{2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4(\text{개})$ 이다.

따라서 집합 A 의 부분집합 중에서 홀수가 한 개 이상 속해 있는 집합의 개수는 $32 - 4 = 28(\text{개})$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] (나)에서 집합 A 의 원소 중 가장 작은 것이 3이므로 1, 2는 A 의 원소가 아니다.

또한, (가)에서 A 의 원소의 개수가 3개이므로 집합 A 는 $\{3, 4, 5\}$, $\{3, 4, 6\}$, $\{3, 5, 6\}$ 의 3개다.

8) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad n(A^c \cap B) &= n(B \cap A^c) = n(B - A) \\ &= n(B) - n(A \cap B) = 26 - 10 = 16 \end{aligned}$$

9) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(A \cap B) &= n(A) - n(A - B) = 7 - 5 = 2 \quad \cdots \cdots \text{㉠} \\ \text{같은 방법으로 } n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(B) &= n(B - A) + n(A \cap B) = 6 + 2 = 8 \quad (\because \text{㉠}) \\ \therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 7 + 8 - 2 = 13 \\ \therefore n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 20 - 13 = 7 \end{aligned}$$

10) [정답] ③

[해설] $A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $B = (A \cup B) - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은 $4 + 5 = 9$ 이다.

11) [정답] ⑤

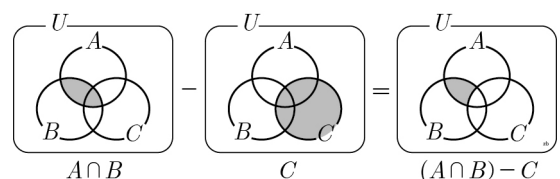
[해설] $A \cup X = A$ 이므로 $X \subset A$ 이고, $B \cap X = B$ 이므로 $B \subset X$ 이다. $\therefore B \subset X \subset A$ 즉, 집합 X 는 원소 1, 2를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ 이다.

12) [정답] ①

[해설] 월수금반을 신청한 학생의 집합을 A , 화목반을 신청한 학생의 집합을 B 라 하면 $n(A) = 20$, $n(B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 8$ $n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c)$ $= n(U) - n(A \cup B) = 35 - n(A \cup B) = 8$ $\therefore n(A \cup B) = 27$ 이때, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 15 - 27 = 8$ 따라서, 월수금반과 화목반을 모두 신청한 학생 수는 8명이다.

13) [정답] ⑤

[해설] 주어진 벤 다이어그램의 어두운 부분은 다음 그림과 같다.



이때, $(A \cap B) - C$ 를 집합의 연산법칙을 이용하여 정리하면 $(A \cap B) - C = (A \cap B) \cap C^c$
 $= A \cap (B \cap C^c) = A \cap (B - C)$

14) [정답] ③

[해설] $A_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$

$A_{18} = \{18, 36, 54, 72, 90, \dots\}$ 이므로

$A_{12} \cup A_{18} = \{12, 18, 24, 36, 48, 54, \dots\}$

$\therefore (A_{12} \cup A_{18}) \subset A_6$

따라서 n 의 최댓값은 6이다.

15) [정답] ①

[해설] $A \cap (A - B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c$

$= A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = A \cap B$

16) [정답] ③

[해설] $n(U) = 35$, $n(A) = 20$, $n(B) = 25$ 이고

$n(A \cup B) \leq n(U)$ 이므로 $n(A \cup B) \leq 35$

이때 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 에서

$20 + 25 - n(A \cap B) \leq 35$, $\therefore n(A \cap B) \geq 10$

따라서 두 종류의 참고서 A, B 를 모두 사용하는 학생은 최소 10명이다.

17) [정답] ②

[해설] $(A - B) \cup (A - B)^c = (A \cap B^c) \cup (A \cap B)$

$A \cap (B^c \cup B) = A$

18) [정답] ⑤

[해설] $x^2 + x - 2 = 0$ 에서 $(x+2)(x-1) = 0$

$x = -2$ 또는 $x = 1$ $\therefore A = \{-2, 1\}$

이때, $A = \{-2, 1\}$ 이고 $A - B = \{-2\}$ 이므로 $1 \in B$

즉, $x = 1$ 은 이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 의

근이어야 하므로 $1 - k + 4 = 0$

$\therefore k = 5$

19) [정답] ②

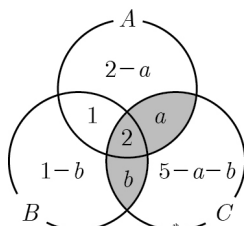
[해설] $n(A \cap B \cap C^c)$

$= n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 3 - 2 = 1$

이므로 $n(A \cap B \cap C^c) = a$, $n(A^c \cap B \cap C) = b$ 라

하면 벤다이어그램을 그려서 나누어지는 7개 부분의 원소의 개수는 다음과 같다.

이때, $a \geq 0$, $b \geq 0$, $2 - a \geq 0$, $1 - b \geq 0$



$5 - a - b \geq 0$ 이므로 $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 1$

$\therefore 0 \leq a + b \leq 3 \dots \dots \textcircled{7}$

한편, 구하는 값은 집합 $(A \cup B) \cap C$ 의

원소의 개수이므로

$n((A \cup B) \cap C) = 2 + a + b$ 에서

$2 \leq n((A \cup B) \cap C) \leq 5$ ($\because \textcircled{7}$)

따라서 $M = 5$, $m = 2$ 이므로 $M + m = 5 + 2 = 7$

20) [정답] ④

[해설] $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$

$A - B = \{4, 8, 12, 24\}$

$X \cup (A \cup B) = A \cup B$ 이면 $X \subset (A \cup B)$

$(A - B) \cap X = A - B$ 이면 $(A - B) \subset X$

$\therefore (A - B) \subset X \subset (A \cup B)$

집합 X 는 4, 8, 12, 24는 반드시 포함한다.

집합 X 의 원소의 합이 홀수이려면

홀수 1, 3, 9 중에서 1개 또는 3개 포함해야 한다.

따라서 집합 X 의 개수는 홀수를 선택하는 방법은

$\{1\}$, $\{3\}$, $\{9\}$, $\{1, 3, 9\}$ 의 4가지이고,

짝수 $\{2, 6, 18\}$ 의 부분집합의 개수만큼 존재하므로 $4 \times 2^3 = 32$ 개다.

21) [정답] ②

[해설] 두 방정식 $x^3 + ax^2 + bx = 0$, $x^3 + bx^2 + ax = 0$ 의 공통근을 α 라 하면

$\alpha^3 + a\alpha^2 + b\alpha = 0 \dots \textcircled{1}$

$\alpha^3 + b\alpha^2 + a\alpha = 0 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $(a - b)\alpha^2 - (a - b)\alpha = 0$

$(a - b)\alpha(\alpha - 1) = 0$

$\alpha = 0$ 또는 $\alpha = 1$

$\therefore A \cap B = \{0, 1\}$

$x = 1$ 이 $x^3 + ax^2 + bx = 0$ 의 근이므로

$1 + a + b = 0$

$\therefore b = -a - 1$

$x^3 + ax^2 + (-a - 1)x = 0$

$x(x^2 + ax - a - 1) = 0$

$x(x - 1)(x + 1 + a) = 0$

$x = 0, 1, -a - 1$

$\therefore A - B = \{-a - 1\}$

$x^3 + bx^2 + ax = 0$

$x^3 - ax^2 - x^2 + ax = 0$

$x(x^2 - ax - x + a) = 0$

$x(x - 1)(x - a) = 0$

$\therefore B - A = \{a\}$

$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ 이므로

모든 원소의 합은 $(-a - 1) + a = -1$ 이다.

22) [정답] ③

[해설] $\neg. A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)^c$

$= A \cap (B^c \cup C^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$

$= (A - B) \cup (A - C)$

$\neg. (A - B) - C = (A \cap B^c) \cap C^c$

$$\begin{aligned}
 &= A \cap (B^C \cap C^C) = A \cap (B \cup C)^C = A - (B \cup C) \\
 \square. & (A \cup B^C) - (A \cap B)^C = (A \cup B^C) \cap (A \cap B) \\
 &= (A^C \cap B)^C \cap (A \cap B) \\
 &= (A \cap B) - (B - A) = A \cap B \\
 \kappa. & (A \cap B)^C - (A \cup B^C) \\
 &= (A \cap B)^C \cap (A \cup B^C)^C \\
 &= (A^C \cup B^C) \cap (A^C \cap B) = (B - A) \cap (A \cap B)^C \\
 &= (B - A) - (A \cap B) = B - A \\
 \square. & (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) \\
 &= (A \cup B) \cap (A \cap B)^C = (A \cup B) \cap (A^C \cup B^C)
 \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

23) [정답] ②

[해설] 선호도 조사에 참여한 학생들의 전체집합을

U , A 안을 선택한 학생들의 집합을 A ,

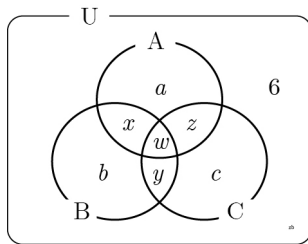
B 안을 선택한 학생들의 집합을 B ,

C 안을 선택한 학생들의 집합을 C 라고 하자.

벤다이어그램의 각 영역에 속하는 원소의 개수를

다음과 같이 나타내고,

조사에 참여한 전체 학생의 수를 $30k$ 라고 하면



$$n(A) = 15k, \quad n(B) = 10k, \quad n(C) = 20k \text{ 이고,}$$

$$a + b + c = 18k, \quad w = 6k, \quad n((A \cup B \cup C)^C) = 6 \text{ 이다.}$$

$$a + x + z + w = a + x + z + 6k = 15k \text{ 이므로}$$

$$a + x + z = 9k \text{ 이다. } \cdots \textcircled{7}$$

$$b + x + y + w = b + x + y + 6k = 10k \text{ 이므로}$$

$$b + x + y = 4k \text{ 이다. } \cdots \textcircled{8}$$

$$c + y + z + w = c + y + z + 6k = 20k \text{ 이므로}$$

$$c + y + z = 14k \text{ 이다. } \cdots \textcircled{9}$$

세 식 ⑦, ⑧, ⑨를 변끼리 모두 더하면

$$a + b + c + 2(x + y + z) = 27k \text{ 이고, } a + b + c = 18k$$

$$\text{이므로 } x + y + z = \frac{9}{2}k \text{ 이다.}$$

$$a + b + c + x + y + z + w = 30k - 6 \text{ 이므로}$$

$$18k + \frac{9}{2}k + 6k = 30k - 6 \text{ 이므로 } \frac{3}{2}k = 6 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 4$ 이므로 전체 학생 수는 $30k = 120$ 명이다.