6-1-2.삼각형의 닮음 조건_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-07-25
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

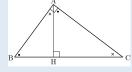
개념check

[삼각형의 닮음 조건]

- 두 삼각형은 다음 세 조건 중 어느 하나를 만족하면 서로 닮은 도형이
- (1) SSS 닮음: 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
- (2) SAS 닮음: 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인 각의 크기가 같다.
- (3) AA 닮음: 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 같다.

[직각삼각형의 닮음]

∠A=90°인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때,



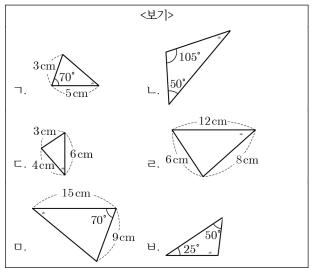
 $\triangle ABC \circ \triangle HBA \circ \triangle HAC$ (AA 닮음)

- (1) △ABC ∽ △HBA이므로 AB: HB=BC: BA
- $\therefore \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$
- (2) $\triangle ABC \circ \triangle HAC$ 이므로 $\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{HC}$
- $\therefore \overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$
- (3) △HBA ∽ △HAC이므로 BH: AH = AH: CH
- $\therefore \overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$

기본문제

[문제]

1. 다음 <보기>의 그림에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면?

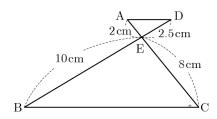


- ① 두 삼각형 ㄱ, ㅁ은 AA닮음이다.
- ② 두 삼각형 L. D은 SAS 닮음이다.

- ③ 두 삼각형 C, ㅂ은 SAS 닮음이다.
- ④ 두 삼각형 ㄷ, ㄹ 은 SAS 닮음이다.
- ⑤ 두 삼각형 L, ㅂ은 AA닮음이다.

[예제]

2. 다음 그림에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 모두 고르면?

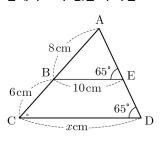


<보기>

- ¬. △AED와 △CEB는 SAS 닮음이다.
- $_{\perp}$. \triangle AED와 \triangle CEB의 닮음비는 4:1이다.
- \sqsubseteq . $\angle EAD = \angle EBC$
- ≥. <u>AD</u>= BC
- ① ¬, ∟
- ② 7. □
- ③ 7, ≥
- ④ ∟, ⊏
- ⑤ □, ㄹ

[문제]

3. 다음 그림에서 x의 값을 구하면?

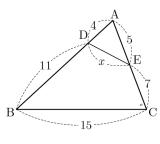


- ① 17
- 2 17.5
- 3 18
- (4) 18.5
- ⑤ 19

[문제]



4. 다음 그림에서 x의 값을 구하면?



1) 2

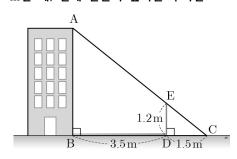
② 3

3 4

4) 5

⑤ 6

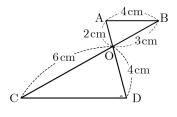
- [문제]
- 5. 다음 그림과 같이 건물의 높이를 재기 위해 건물 로부터 3.5m 떨어진 지점에 길이가 1.2m인 막대를 세웠더니 건물의 그림자의 끝과 막대의 그림자의 끝 이 A지점에서 일치하였다. 막대의 그림자의 길이가 1.5 m일 때, 실제 건물의 높이를 구하면?



- ① 4m
- ② 4.5m
- ③ 5m
- (4) 5.5m
- ⑤ 6m
- 평가문제

[중단원 학습 점검]

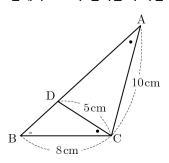
다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 교점을 O 라고 할 때, CD의 길이를 구하면?



- ① 6cm
- ② 7cm
- ③ 8cm
- 4 9cm
- ⑤ 10cm

[중단원 학습 점검]

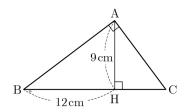
7. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하면?



- ① 10cm
- ② 11cm
- ③ 12cm
- ④ 13cm
- ⑤ 14cm

[중단원 학습 점검]

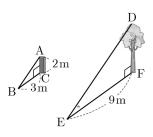
8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ACH$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{243}{8}$ cm²
- ② $\frac{245}{8}$ cm²
- $3 \frac{247}{8} \text{cm}^2$

[중단원 학습 점검]

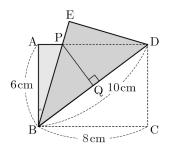
9. 나무의 높이를 알아보기 위해 어느 날 같은 시각 에 길이가 2 m인 막대의 그림자와 나무의 그림자의 길이를 재었더니 다음 그림과 같이 각각 $3 \, \text{m}$, $9 \, \text{m}$ 이었다. 나무의 높이를 구하면?



- ① 4m
- ② 4.5m
- ③ 5m
- ④ 5.5m
- ⑤ 6m

[중단원 학습 점검]

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. \overline{AD} 와 \overline{BE} 의 교점 P 에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하면?

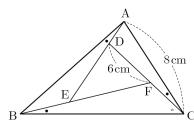


- ① $\frac{11}{4}$ cm
- ② 3cm
- $3\frac{13}{4}$ cm
- $\frac{7}{2}$ cm

[중단원 학습 점검]

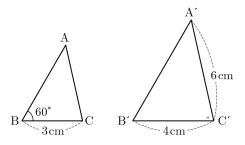
11. 다음 그림과 같은 △ABC에서

∠ABD = ∠BCE = ∠CAF**이다**. △ABC**의 둘레의** 길이가 34 cm 일 때, △DEF의 둘레의 길이를 구하 면?



- $3\frac{53}{2}$ cm
- $4 \frac{55}{2} \text{ cm}$

12. 다음 두 삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 가 닮음이 되 기 위한 조건으로 알맞은 것을 <보기>에서 모두 고 르면?



<보기>

$$\neg$$
. $\angle B' = 60^{\circ}$, $\angle A = \angle A'$

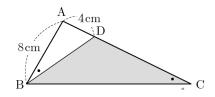
$$\triangle$$
. $\overline{AC} = \frac{9}{2}$ cm, $\triangle B' = 60^{\circ}$

$$\Box$$
. $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{A'B'} = \frac{20}{3}$ cm, $\overline{AC} = \frac{9}{2}$ cm

$$=$$
. $\angle A = \angle A' = 45^{\circ}$, $\overline{AC} = \frac{9}{2}$ cm

- ① ¬, ∟
- ③ ¬, ≥
- ④ ∟, ⊏
- ⑤ ∟, ≥

- [단원 마무리]
- 13. 다음 △ABC에서 ∠ABD = ∠ACB이고 \triangle ABD의 넓이가 12cm 2 일 때, \triangle DBC의 넓이를 구 하면?

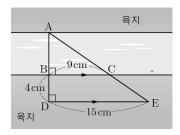


- ① 24cm²
- ② 28cm²
- ③ 32cm²
- 4 36cm²
- ⑤ 40cm²

[단원 마무리]

[단원 마무리]

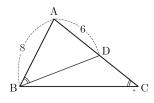
14. 다음 그림은 강의 폭을 구하기 위해 축척이 $\frac{1}{10000}$ 인 축도를 그린 것이다. \overline{BC} // \overline{DE} 일 때, 실제 강의 폭은 몇 m인가?



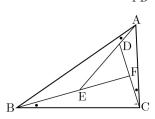
- ① 400m
- ② 450m
- ③ 500m
- 4 550m
- ⑤ 600m

유사문제

15. 삼각형 ABC에서 \overline{AB} =8, \overline{AD} =6, $\angle ACB = \angle ABD$ 일 때, \overline{DC} 의 길이는?

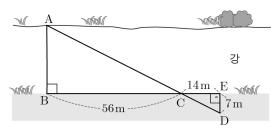


- ① $\frac{14}{3}$
- ② $\frac{15}{3}$
- $3\frac{16}{3}$
- **4** 6
- ⑤ 8
- **16.** 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$ 이고, $\overline{AB} = 14$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{CA} = 8$ 일 때, $\overline{\frac{EF}{FD}}$ 의 값은?

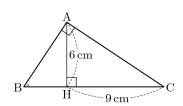


- ① $\frac{1}{2}$
- 2 1
- $3 \frac{3}{2}$
- 4) 2
- $(5) \frac{5}{2}$

17. 그림은 강의 폭을 구하기 위하여 필요한 거리를 $\frac{W}{BC} = 56m$, $\frac{\overline{CE}}{CE} = 14m$, $\overline{DE} = 7m$ 일 때, 실제 강의 폭은?



- ① 26m
- ② 28m
- ③ 30m
- ④ 32m
- ⑤ 34m
- **18.** 그림과 같이 $\angle A = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭 <u>入점</u> A에서 <u>リ</u>변에 내린 수선의 발을 H라고 하자. $\overline{AH} = 6cm$, $\overline{HC} = 9cm$ 일 때, \overline{BH} 의 길이는?



- ① 4cm
- ② 5cm
- ③ 6cm
- (4) 7cm
- ⑤ 8cm

정답 및 해설

1) [정답] ⑤

- [해설] ㄱ, ㅁ은 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 일정 하고 끼인각의 크기가 같으므로 SAS닮음이다.
 - L, ㅂ는 대응하는 두 쌍의 각의 크기가 같으므로 AA닮음이다.
 - 다. a은 세 쌍의 대응변의 길이의 비가 일정하므로 SSS 닮음이다.
 - 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

2) [정답] ③

- [해설] △AED와 △CEB에서
 - $\overline{AE}:\overline{CE}=2:8=1:4$
 - $\overline{DE}: \overline{BE} = 2.5: 10 = 1:4$
 - $\angle AED = \angle CEB$
 - 그러므로 △AED∽△CEB (SAS 닮음)
 - ㄱ. △AED와 △CEB는 SAS 닮음
 - L. AE: CE=2:8=1:4이므로
 - △AED와 △CEB의 닮음비는 1:4
 - □. 대응각의 크기가 같으므로 ∠EAD = ∠ECB
 - ㄹ. $\overline{AD}:\overline{BC}=1:4$ 이므로 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BC}}=\frac{1}{4}$
 - 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

3) [정답] ②

- [해설] \triangle ABE와 \triangle ACD에서
 - $\angle AEB = \angle ADC$, $\angle BAE = \angle CAD$
 - 그러므로 △ABE∽△ACD (AA 닮음)
 - 이때 AB: AC = BE: CD이므로
 - 8:14=10:x에서 8x=140
 - $\therefore x = 17.5$

4) [정답] ④

- [해설] △ADE와 △ACB에서
 - $\overline{AD}: \overline{AC} = 4:12 = 1:3$
 - \overline{AE} : \overline{AB} = 5:15 = 1:3
 - $\angle DAE = \angle CAB$
 - 그러므로 △ADE∽△ACB (SAS 닮음)
 - 이때 \overline{AD} : $\overline{AC} = \overline{DE}$: \overline{CB} 이므로
 - 4:12=1:3=x:15에서 3x=15
 - $\therefore x = 5$

5) [정답] ①

- [해설] \triangle ABC와 \triangle EDC에서
 - $\angle ABC = \angle EDC, \angle ACB = \angle ECD$
 - 그러므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)
 - 이때 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{ED}:\overline{DC}$ 이므로
 - \overline{AB} : 5 = 1.2:1.5, \overline{AB} = 4m
 - 그러므로 실제 건물의 높이는 4m

6) [정답] ③

- [해설] △OAB와 △ODC에서
 - $\angle AOB = \angle DOC$,
 - $\overline{OA}: \overline{OD} = 2: 4 = 1:2$
 - $\overline{OB}: \overline{OC} = 3:6 = 1:2$
 - 그러므로 △OAB∽△ODC (SAS 닮음)
 - 이때 $\overline{BA}:\overline{CD}=4:\overline{CD}=1:2$
 - $\therefore \overline{\text{CD}} = 8\text{cm}$

7) [정답] ③

- [해설] $\triangle BCD와 \triangle BAC에서$
 - $\angle BCD = \angle BAC$, $\angle DBC = \angle CBA$
 - 그러므로 △BCD∽△BAC (AA 닮음)
 - 이때 BC:BA=CD: AC이므로
 - $8: \overline{BA} = 5:10$, $\overline{\Rightarrow} \overline{BA} = 16 \text{ cm}$
 - 또한 BD: BC = CD: AC이므로
 - \overline{BD} : 8 = 5:10, $\overline{\Rightarrow}$ \overline{BD} = 4 cm
 - $\therefore \overline{AD} = \overline{BA} \overline{BD} = 16 4 = 12$ cm

8) [정답] ①

- [해설] △ABH와 △CAH에서
 - $\angle ABH = \angle CAH$, $\angle BHA = \angle AHC$
 - 그러므로 △ABH∽△CAH (AA 닮음)
 - 이때 \overline{BH} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{CH} 이므로
 - $12:9=9:\overline{CH}, \subseteq \overline{CH} = \frac{27}{4} \text{ cm}$

$$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{27}{4} \times 9 = \frac{243}{8} cm^2$$

9) [정답] ⑤

- [해설] △ABC∽△DEF (AA 닮음)이므로
 - $\overline{AC}: \overline{DF} = \overline{BC}: \overline{EF} \cap M$
 - $2: \overline{DF} = 3:9, \subseteq \overline{DF} = 6 \text{ m}$
 - 따라서 나무의 높이는 6m이다.

10) [정답] ⑤

- [해설] ∠PBD = ∠CBD, ∠PDB = ∠CBD이므로
 - $\angle PBD = \angle PDB$
 - 그러므로 $\triangle PBD$ 에서 $\overline{PB} = \overline{PD}$
 - 따라서 \overline{PQ} 는 \overline{BD} 를 수직이등분하므로

$$\overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5cm$$

- 한편 ΔPBQ와 ΔDBE에서
- $\angle PBQ = \angle DBE$, $\angle PQB = \angle DEB$
- 그러므로 △PBQ∽△DBC (AA 닮음)
- 이때 PQ: DE=BQ: BE이므로
- \overline{PQ} : 6 = 5 : 8
- $\therefore \overline{PQ} = \frac{15}{4} \text{cm}$

11) [정답] ②

- [해설] ∠BAE = ∠CBF = ∠ACD = ∠x라 하고
 - $\angle ABE = \angle a$, $\angle BCF = \angle b$ 라 하면

 $\angle DEF = \angle ABE + \angle BAE = \angle a + \angle x$

 $\angle EFD = \angle BCF + \angle CBF = \angle b + \angle x$

또한 $\angle ABC = \angle a + \angle x$, $\angle BCA = \angle b + \angle x$

그러므로 △ABC와 △DEF에서

 $\angle ABC = \angle DEF = \angle a + \angle x$

 $\angle BCA = \angle EFD = \angle b + \angle x$

따라서 △ABC∽△DEF (AA 닮음)

이때 $\overline{AC}:\overline{DF}=8:6=4:3$ 이므로

△ABC와 △DEF의 닮음비는 4:3이다.

 \triangle DEF의 둘레의 길이를 $x \, \mathrm{cm}$ 이라고 하면

34: x = 4:3이므로 $x = \frac{51}{2}$

그러므로 \triangle DEF의 둘레의 길이는 $\frac{51}{2}$ cm

12) [정답] ②

[해설] ㄱ. 두 쌍의 대응각의 크기가 같으므로 AA 닮

C. 세 변의 길이의 비가 일정하므로 SSS 닮음

13) [정답] ④

[해설] △ABD와 △ACB에서

 $\angle ABD = \angle ACB$, $\angle BAD = \angle CAB$

그러므로 △ABD∽△ACB (AA 닮음)

이때 \overline{AD} : $\overline{AB} = \overline{AB}$: \overline{AC} 이므로

 $4:8=8:\overline{AC}, \ \overline{\circlearrowleft} \ \overline{AC}=16cm$

따라서 $\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = 12cm$

한편 \triangle ABD와 \triangle ACB의 닮음비는 4:8=1:2이

므로 △ABD와 △ACB의 넓이의 비는

 $1^2:2^2=1:4$

 \triangle ACB의 넓이를 x cm²라고 하면

12: x = 1:4이므로 x = 48

그러므로 $\triangle ACB$ 의 넓이는 48 cm^2

 $\therefore \triangle BCD = \triangle ABC - \triangle ABD = 36 \text{cm}^2$

14) [정답] ⑤

[해설] △ABC와 △ADE에서

 $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle ABC = \angle ADE$

그러므로 △ABC∽△ADE (AA 닮음)

이때 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$ 이므로

 $\overline{AB}: (\overline{AB}+4) = 9:15, \overline{AB} = 6cm$

따라서 실제 강의 폭은

 $6 \text{cm} \times 10000 = 60000 \text{cm} = 600 \text{m}$

15) [정답] ①

[해설] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACB$ 는 $\angle A$ 는 공통,

 $\angle ACB = \angle ABD$ 이므로

 $\triangle ABD$ $\hookrightarrow \triangle ACB(AA$ 닮음)이다.

 \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AC} 이므로

 $6:8=8:\overline{AC}$

6
$$\overline{AC}$$
= 64 $\therefore \overline{AC} = \frac{32}{3}$
따라서 $\overline{DC} = \overline{AC} - \overline{AD} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$

16) [정답] ③

[해설] $\angle CAD = a$, $\angle ABE = b$, $\angle BCF = c$ 라 하면 $\triangle ABC$ 의 세 내각은 각각 $a+ \bullet$, $b+ \bullet$, $c+ \bullet$ 이때 $\triangle ABE$ 의 외각 $\angle DEF = b + lacktriange$

 $\triangle BCF$ 의 외각 ∠EFD=c+●이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 는 두 내각의 크기가 각각 같으니 AA닮음이다.

$$\therefore \frac{\overline{EF}}{\overline{FD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CA}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

17) [정답] ②

[해설] $\triangle ABC \hookrightarrow \triangle DEC(AA$ 닮음)이므로

$$\overline{AB}:7=56:14$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{7 \times 56}{14} = 28m$$

18) [정답] ①

[해설] $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$ 이므로

 $36 = \overline{BH} \times 9$, $\therefore \overline{BH} = 4cm$ 이다.