

수학 계산력 강화

(1)이차함수의 최대, 최소(1)





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-02-19

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 이차함수의 최대, 최소

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최대, 최소는 이차함수의 식을 표준형인 $y=a(x-m)^2+n$ 의 꼴로 변형한 후 다음과 같이 구한다.

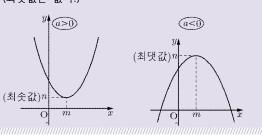
이차함수 $y = a(x-m)^2 + n$ 에서

(1) a > 0이면 $\Rightarrow x = m$ 일 때 최솟값은 n이다.

(최댓값은 없다.)

(2) a < 0이면 $\Rightarrow x = m$ 일 때 최댓값은 n이다.

(최솟값은 없다.)



☑ 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

1.
$$y=2(x+2)^2-3$$

2.
$$y = -(x-1)^2 + 2$$

$$3. y = x^2 + 2x + 3$$

4.
$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$5. y = 3x^2 - 12x + 15$$

6.
$$y = -x^2 - 2x + 1$$

7.
$$y = -x^2 - 4x + 5$$

8.
$$y = 3x^2 + 6x + 1$$

9.
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$$

☑ 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그때의 x의 값을 구하여라.

10.
$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

11.
$$y = -5(x+3)^2$$

12.
$$y=2(x-3)^2+2$$

13.
$$y = x^2 - 2x$$

14.
$$y = -5x^2 + 10x$$

15.
$$y = -x^2 + 2x + 1$$

16.
$$y = 2x^2 - 8x + 13$$

17.
$$y = -x^2 + 6x$$

18.
$$y = 2x^2 - 8x + 4$$

19.
$$y = -x^2 + 4x - 5$$

20.
$$y = -2x^2 + 4x + 1$$

21.
$$y = -2x^2 + 8x - 5$$

22.
$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

 $oldsymbol{\square}$ 이차함수 y = f(x)의 최댓값 또는 최솟값이 다음과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, a > 0)

23.
$$y = x^2 - 8x + a + 2$$
의 최솟값이 -1

24.
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2ax + 2a + 1$$
의 최댓값이 5

25.
$$y = x^2 - 2ax + 2a^2 - a$$
의 최솟값이 6

26.
$$y = -x^2 + 2ax + 2a + 1$$
의 최댓값이 16

27.
$$y = -x^2 + 2ax + 2a + 2$$
의 최댓값이 17

28.
$$y = 2x^2 - 2ax - a^2 + a - 1$$
의 최솟값이 -1

29.
$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2a$$
의 최댓값이 5

- ightharpoonup 이차함수 y = f(x)가 다음을 만족시킬 때, 상수 a,b의 값을 구하여라.
- **30.** $y = x^2 + 6x + a$ 가 x = b에서 최솟값 -2를 갖는
- **31.** $y = x^2 2ax + 2$ 가 x = 2에서 최솟값 b = 2 갖는다.
- **32.** $y = -x^2 + 2ax + 5$ 가 x = 1에서 최댓값 b = 갖는
- **33.** $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + a$ 가 x = b에서 최댓값 2를 갖는 다.
- **34.** $y = ax^2 6x + b$ 가 x = 1에서 최솟값 3을 갖는다.
- **35.** $y = ax^2 + 4x + a + 1$ 이 x = -1에서 최솟값 b = 3는다.

36.
$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax - 1$$
이 $x = 2$ 에서 최솟값 b 를 갖는다.

37. $f(x) = 2x^2 - 4ax + b$ 가 x = -2에서 최솟값 -8을 갖는다.

02 / 제한된 범위에서의 이차함수의 최대, 최소

제한된 범위 $\alpha \le x \le \beta$ 에서 이차함수

 $f(x) = a(x-m)^2 + n$ 의 최대, 최소는 다음과 같다.

- (1) 꼭깃점의 x좌표가 제한된 범위에 포함될 때
- ① a>0이면 $\Rightarrow x=m$ 일 때 최솟값이 n이고 $f(\alpha)$,

 $f(\beta)$ 중 큰 쪽이 최댓값이다.

- ② a < 0이면 $\Rightarrow x = m$ 일 때 최댓값이 n이고 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중 작은 쪽이 최솟값이다.
- (2) 꼭짓점의 x좌표가 제한된 범위에 포함되지 않을

 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중 큰 쪽이 최댓값이고 작은 쪽이 최솟값이다.

ightharpoonup x의 값의 범위가 다음과 같이 주어질 때, 이차함수 y = f(x)의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

38.
$$f(x) = -(x+1)^2 + 2(-2 \le x \le 1)$$

39.
$$f(x) = x^2 - 4x + 1(3 \le x \le 5)$$

40.
$$f(x) = x^2 + 6x + 1(0 \le x \le 1)$$

41.
$$f(x) = x^2 + 2x - 2(-2 \le x \le 1)$$

50.
$$f(x) = x^2 - 4x + 1(-1 \le x \le 4)$$

42.
$$f(x) = -x^2 - 3x(-3 \le x \le -1)$$

51.
$$f(x) = -x^2 + 4x + 2(-1 \le x \le 3)$$

43.
$$f(x) = x^2 - 3x + 2(-1 \le x \le 2)$$

52.
$$f(x) = x^2 + 4x + 7(-3 \le x \le 0)$$

44.
$$f(x) = -x^2 - 4x + 1(-1 \le x \le 0)$$

53.
$$f(x) = -x^2 + 4x - 3(0 \le x \le 1)$$

45.
$$f(x) = x^2 - 2x - 3(-2 \le x \le 2)$$

54.
$$f(x) = -x^2 + 6x - 8(0 \le x \le 2)$$

46.
$$f(x) = -x^2 - 2x + 3(-2 \le x \le 2)$$

55.
$$f(x) = 2x^2 + 4x - 1(0 \le x \le 1)$$

47.
$$f(x) = x^2 - x - 1(1 \le x \le 2)$$

56.
$$f(x) = 2x^2 + 8x - 1(-1 \le x \le 2)$$

48.
$$f(x) = x^2 - x + 2(0 \le x \le 2)$$

57.
$$f(x) = -2x^2 - 4x + 1(0 \le x \le 1)$$

49.
$$f(x) = x^2 - 2x - 4(2 \le x \le 4)$$

58.
$$f(x) = x(40-2x)(0 \le x \le 20)$$

- ☑ 다음을 만족시키는 상수 k의 값을 구하여라.
- **59.** $-5 \le x \le 0$ 에서 이차함수 $y = x^2 + 8x + k$ 의 최 솟값이 0이다.
- **60.** $1 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 최댓 값이 12이다.
- **61.** $x \ge 2$ 에서 이차함수 $y = x^2 2kx$ 의 최솟값이 -16이다.
- **62.** $0 \le x \le 3$ 에서 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최 댓값이 3이다.
- **63.** $2 \le x \le 5$ 에서 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 4x + k$ 의 최 솟값이 5이다.
- **64.** $1 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 6kx + 7$ 의 최솟 값이 -2이다. (단, $\frac{1}{3} < k < \frac{4}{3}$)
- **65.** $x \ge 2$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + 2kx$ 의 최댓값이 9 이다.

- **66.** $-2 \le x \le 2$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + x + k$ 의 최 솟값이 −4이다.
- **67.** $-3 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + k$ 의 최 댓값이 11이다.
- **68.** $0 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 6x + k$ 의 최 댓값이 4이다.
- **69.** $-1 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = -2x^2 4x + k$ 의 최솟값이 -4이다.
- ☑ 다음을 만족시키는 상수 a,b의 값을 구하여라. (단, a > 0)
- **70.** $-1 \le x \le 0$ 에서 이차함수 $y = ax^2 2ax + b$ 의 최댓값이 12, 최<u>솟</u>값이 −3이다.
- **71.** $1 \le x \le 5$ 에서 이차함수 $y = ax^2 4ax + b$ 의 최 댓값이 5, 최<u>솟</u>값이 -4이다.
- **72.** $-1 \le x \le 3$ 에서 이차함수 $y = ax^2 4ax + b$ 의 최댓값이 4, 최<u>솟</u>값이 −5이다.

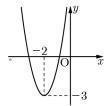
- **73.** $0 \le x \le 3$ 에서 이차함수 $y = -ax^2 + 2ax + b$ 의 최 댓값이 5, 최<u>솟</u>값이 -3이다.
- **74.** $1 \le x \le 2$ 에서 이차함수 $y = -ax^2 + 6ax b$ 의 최 댓값이 -3, 최<u>송</u>값이 -6이다.
- **75.** $5 \le x \le 6$ 에서 이차함수 $y = -ax^2 + 8ax 8a 2b$ 의 최댓값이 8, 최솟값이 2이다.
- ightharpoonup 주어진 x의 값의 범위에서 이차함수 y=f(x)의 최댓값 이 다음과 같을 때, y = f(x)의 최솟값을 구하여라.
- **76.** $1 \le x \le 3$ 에서 $f(x) = x^2 2x + a 2$ 의 최댓값이 6이다.
- 77. $-1 \le x \le 5$ 에서 $f(x) = -x^2 + 6x + a$ 의 최댓값이 5이다.
- **78.** $-2 \le x \le 1$ 에서 $f(x) = -x^2 6x + a$ 의 최댓값이 12이다.
- **79.** $-2 \le x \le 1$ 에서 $f(x) = x^2 + 3x + a$ 의 최댓값이 5이다.

- **80.** $-2 \le x \le 2$ 에서 $f(x) = -x^2 + x + a$ 의 최댓값이 $\frac{1}{4}$ 이다.
- **81.** $-2 \le x \le 2$ 에서 $f(x) = 2x^2 4x + a$ 의 최댓값이 14이다.
- **82.** $-2 \le x \le 1$ 에서 $f(x) = 4x^2 + 8x + a$ 의 최댓값이 18**이다**.
- ightharpoonup 주어진 x의 값의 범위에서 이차함수 y=f(x)의 최솟값 이 다음과 같을 때, y=f(x)의 최댓값을 구하여라.
- **83.** $0 \le x \le 3$ 에서 $f(x) = x^2 2x + a$ 의 최속값이 3 이다.
- **84.** $0 \le x \le 3$ 에서 $f(x) = x^2 4x + a$ 의 최솟값이 5 이다.
- **85.** $-1 \le x \le 3$ 에서 $f(x) = x^2 4x + a$ 의 최솟값이 1이다.
- **86.** $0 \le x \le 2$ 에서 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2a + 1$ 의 최 솟값이 −3이다.

87. $-2 \le x \le 2$ 에서 $f(x) = x^2 + 2x + a$ 의 최솟값이

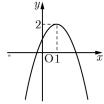
정답 및 해설

- 1) 최댓값: 없다, 최솟값: -3
- $\Rightarrow y = 2(x+2)^2 3$



최솟값은 -3이고, 최댓값은 없다.

- 2) 최댓값: 2, 최솟값: 없다.
- $\Rightarrow y = -(x-1)^2 + 2$



최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

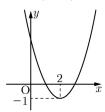
- 3) 최솟값: 2, 최댓값: 없다.
- $\Rightarrow y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

따라서 x=-1일 때 최솟값은 2이고, 최댓값은 없다.

4) 최댓값: 없다, 최솟값: -1

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3$$

= $(x-2)^2 - 1$



최솟값은 -1이고, 최댓값은 없다.

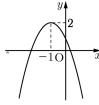
- 5) 최댓값: 없다, 최솟값: 3
- $\Rightarrow y = 3x^2 12x + 15$

$$=3(x-2)^2+3$$

따라서 x=2일 때 최솟값은 3이고 최댓값은 없다.

6) 최댓값: 2, 최솟값: 없다.

$$\Rightarrow y = -x^2 - 2x + 1 = -(x+1)^2 + 2$$



최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

- 7) 최댓값: 9, 최솟값: 없다.
- $\Rightarrow y = -x^2 4x + 5$

$$=-(x+2)^2+9$$

따라서 x = -2일 때 최댓값은 9이고 최솟값은 없다.

- 8) 최댓값: 없다, 최솟값: -2
- $\Rightarrow y = 3x^2 + 6x + 1$

$$=3(x+1)^2-2$$

따라서 x=-1일 때 최솟값은 -2이고 최댓값은 없

9) 최댓값: $\frac{3}{2}$, 최솟값: 없다.

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1 = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2}$$

따라서 x=1일 때 최댓값은 $\frac{3}{2}$ 이고, 최솟값은 없다.

- 10) x = 0일 때 최댓값 1
- 11) x = -3일 때 최댓값 0
- 12) x = 3일 때 최솟값 2
- 13) x = 1일 때 최솟값은 -1

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x$$
$$= (x-1)^2 - 1$$

따라서 x=1일 때, 최솟값은 -1이다.

14) x = 1일 때 최댓값 5

$$\Rightarrow y = -5x^2 + 10x$$

$$=-5(x^2-2x+1)+5$$

$$=-5(x-1)^2+5$$

이므로 x=1일 때 최댓값 5

15) x = 1일 때 최댓값 2

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2x + 1$$

$$=-(x^2-2x+1)+2$$

$$=-(x-1)^2+2$$

이므로 x=1일 때 최댓값 2

16) x = 2일 때 최솟값은 5

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 8x + 13 = 2(x-2)^2 + 5$$

따라서 x=2일 때, 최솟값은 5이다.

17) x = 3일 때 최댓값은 9

$$\Rightarrow y = -x^2 + 6x = -(x-3)^2 + 9$$

따라서 x=3일 때, 최댓값은 9

18) x = 2일 때 최솟값 -4

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 8x + 4 = 2(x^2 - 4x + 4) - 4$$

$$=2(x-2)^2-4$$

이므로 x=2일 때 최솟값 -4

- 19) x = 2일 때 최댓값은 -1
- $\Rightarrow y = -x^2 + 4x 5 = -(x-2)^2 1$

따라서 x=2일 때, 최댓값은 -1

20)
$$x = 1$$
일 때 최댓값은 3

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x-1)^2 + 3$$

따라서 x=1일 때 최댓값은 3이다.

21)
$$x = 2$$
일 때 최댓값은 3

22)
$$x = 2$$
일 때 최솟값은 1

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$
$$= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

따라서 x=2일 때 최솟값은 1

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 2ax + 2a + 1$$

$$=-\frac{1}{2}(x-2a)^2+2a^2+2a+1$$

$$2a^2 + 2a + 1 = 5$$
, $a^2 + a - 2 = 0$

$$(a+2)(a-1) = 0$$
 $\therefore a = 1(\because a > 0)$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2ax + 2a^2 - a \\ = (x - a)^2 + a^2 - a$$

$$a^2 - a = 6, a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a+2)(a-3) = 0$$
 : $a = 3$ (: $a > 0$)

26) 3

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2ax + 2a + 1 = -(x-a)^2 + a^2 + 2a + 1$$

이 이차함수의 최댓값이 16이므로

$$a^2 + 2a + 1 = 16$$
, $a^2 + 2a - 15 = 0$

$$(a+5)(a-3) = 0$$
 : $a = 3$ (: $a > 0$)

27) 3

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2ax + 2a + 2$$

= -(x-a)^2 + a^2 + 2a + 2

$$a^2 + 2a + 2 = 17, a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a+5)(a-3) = 0$$
 : $a = 3$ (: $a > 0$)

28)
$$\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 2ax - a^2 + a - 1$$
$$= 2\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 - \frac{3}{2}a^2 + a - 1$$

$$-\frac{3}{2}a^2+a-1=-1, 3a^2-2a=0$$

$$a(3a-2) = 0$$
 : $a = \frac{2}{3}(\because a > 0)$

29) 2

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) - (-1) + 2a$$
$$= -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 2a + 1$$

이므로
$$2a+1=5$$
 $\therefore a=2$

30) a = 7, b = -3

 \Rightarrow 이차항의 계수가 1이고, x=b에서 최솟값 -2를 가지는 이차함수의 식은

$$y = (x-b)^2 - 2 = x^2 - 2bx + b^2 - 2$$

즉,
$$x^2 + 6x + a = x^2 - 2bx + b^2 - 2$$
이므로

$$6 = -2b$$
, $a = b^2 - 2$

$$\therefore a = 7, b = -3$$

31) a = 2, b = -2

 \Rightarrow 이차항의 계수가 1이고, x=2에서 최솟값 b를 가 이차함수의

$$y = (x-2)^2 + b = x^2 - 4x + 4 + b$$

즉,
$$-2a = -4$$
, $2 = 4 + b$ 이므로

$$a = 2, b = -2$$

[다른풀이]

$$y = x^2 - 2ax + 2 = (x - a)^2 - a^2 + 2$$

이 이차함수는 x=a에서 최솟값 $-a^2+2$ 를 가지므로

$$a = 2, -a^2 + 2 = b$$

$$\therefore a = 2, b = -2$$

32) a = 1, b = 6

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2ax + 5$$

$$= -(x^2 - 2ax + a^2) + 5 + a^2$$

$$= -(x - a)^2 + 5 + a^2$$

x=1에서 최댓값 b를 가지므로

$$a=1, 5+a^2=b$$

$$\therefore a = 1, b = 6$$

33)
$$a = \frac{3}{2}, b = 1$$

 \Rightarrow 이차항의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이고, x=b에서 최댓값 2를 가지는 이차함수의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x-b)^2 + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + bx - \frac{1}{2}b^2 + 2$$

즉,
$$-\frac{1}{2}x^2 + x + a = -\frac{1}{2}x^2 + bx - \frac{1}{2}b^2 + 2$$
이므로

$$1 = b, a = -\frac{1}{2}b^2 + 2$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 1$$

- 34) a = 3, b = 6
- \Rightarrow 이차항의 계수가 a이고, x=1에서 최솟값 3을 가 지는 이차함수의 식은

$$y = a(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 2ax + a + 3$$

즉,
$$ax^2 - 6x + b = ax^2 - 2ax + a + 3$$
이므로

$$-6 = -2a, b = a + 3$$
 : $a = 3, b = 6$

- 35) a = 2, b = 1
- $\Rightarrow x = -1$ 에서 최솟값 b = 7 가지므로 꼭짓점의 좌표는 (-1, b)

$$f(x) = a(x+1)^2 + b = ax^2 + 2ax + a + b$$

$$ax^2 + 2ax + a + b = ax^2 + 4x + a + 1$$
이므로

$$2a = 4$$
, $a + b = a + 1$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

36) a = -2, b = -3

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 + ax - 1$$
$$= \frac{1}{2}(x+a)^2 - \frac{1}{2}a^2 - 1$$

x=2에서 최솟값 b를 가지므로

$$-a=2, -\frac{1}{2}a^2-1=b$$
 : $a=-2, b=-3$

37) a = -2, b = 0

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4ax + b$$

$$= 2(x^2 - 2ax + a^2) + b - 2a^2$$

$$= 2(x - a)^2 + b - 2a^2$$

x = -2에서 최솟값 -8을 가지므로

$$a = -2, b - 2a^2 = -8$$

$$\therefore a = -2, b = 0$$

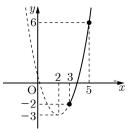
- 38) 최댓값: 2, 최솟값: -2
- \Rightarrow 주어진 x의 값의 범위에서 함수 $y=-(x+1)^2+2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 x=-1일 때 최댓값은 2, x=1일 때 최솟값

39) 최댓값: 6, 최솟값: -2

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 1 \\ = (x - 2)^2 - 3$$



이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되 지 않고.

$$f(3) = -2$$
, $f(5) = 6$ 이므로

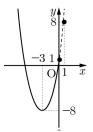
$$3 \le x \le 5$$
에서 $y = f(x)$ 의

최댓값은 6, 최솟값은 -2이다.

40) 최댓값: 8, 최솟값: 1

$$\Rightarrow y = x^2 + 6x + 1 = (x^2 + 6x + 9) - 8$$
$$= (x+3)^2 - 8$$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 이 함수의 그래프 는 다음 그림과 같다.

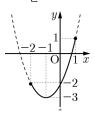


따라서 x=1일 때 최댓값은 8, x=0일 때 최솟값은

41) 최댓값: 1, 최솟값: -3

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x - 2 = (x+1)^2 - 3$$

 $-2 \le x \le 1$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과

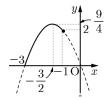


f(-2) = -2, f(-1) = -3, f(1) = 1따라서 f(x)의 최댓값은 1, 최솟값은 -3이다.

42) 최댓값: $\frac{9}{4}$, 최솟값: 0

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 - 3x$$
$$= -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

 $-3 \le x \le -1$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과 같고



$$f(-3) = 0, f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}, f(-1) = 2$$

따라서 f(x)의 최댓값은 $\frac{9}{4}$, 최솟값은 0이다.

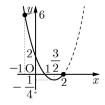
43) 최댓값: 6, 최솟값: $-\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow y = x^2 - 3x + 2$$

$$= \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{1}{4}$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

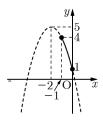


따라서 x=-1일 때 최댓값은 $6, x=\frac{3}{2}$ 일 때 최솟값 은 $-\frac{1}{4}$

44) 최댓값: 4, 최솟값: 1

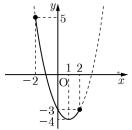
$$\Rightarrow f(x) = -x^2 - 4x + 1 = -(x+2)^2 + 5$$

- 이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 포함 되지 않고, f(-1) = 4, f(0) = 1이므로
- $-1 \le x \le 0$ 에서 y = f(x)의 최댓값은 4, 최솟값은 1 이다.



45) 최댓값: 5, 최솟값: -4

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 3$$
$$= (x-1)^2 - 4$$



이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되

$$f(-2) = 5$$
, $f(1) = -4$, $f(2) = -3$ 이므로 $-2 \le x \le 2$ 에서 $y = f(x)$ 의

최댓값은 5, 최솟값은 -4이다.

46) 최댓값: 4, 최솟값: -5

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1는 x의 값의 범위에 포함

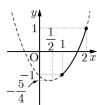
$$f(-2)=3, f(-1)=4, f(2)=-5$$
이므로 $-2 \le x \le 2$ 에서

y = f(x)의 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.

47) 최댓값: 1, 최솟값: -1

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

 $1 \le x \le 2$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과 같



f(1) = -1, f(2) = 1

따라서 f(x)의 최댓값은 1, 최솟값은 -1이다.

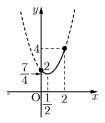
48) 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{7}{4}$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - x + 2$$
$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$ 는 x의 값의 범위에 포함되

$$f(0) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}, f(2) = 4$$
이므로

 $0 \le x \le 2$ 에서 y = f(x)의 최댓값은 4, 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.



49) 최댓값: 4, 최솟값: -4

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 4 = (x - 1)^2 - 5$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되 지 않고.

$$f(2) = -4, f(4) = 4$$
이므로 $2 \le x \le 4$ 에서 $y = f(x)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

50) 최댓값: 6, 최솟값: -3

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$$f(-1)=6, f(2)=-3, f(4)=1$$
이므로 $-1 \leq x \leq 4$ 에 서

y=f(x)의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.

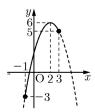
51) 최댓값: 6, 최솟값: -3

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x + 2 = -(x-2)^2 + 6$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$$f(-1) = -3, f(2) = 6, f(3) = 5$$
이므로

 $-1 \le x \le 3$ 에서 y = f(x)의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.



52) 최댓값: 7, 최솟값: 3

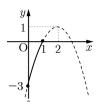
$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 4x + 7 = (x+2)^2 + 3$$

이때 f(-3)=4, f(-2)=3, f(0)=7이므로 최댓값은 7, 최솟값은 3이다.

53) 최댓값: 0, 최솟값: -3

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

 $0 \le x \le 1$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과 같고



$$f(0) = -3, f(1) = 0$$

따라서 f(x)의 최댓값은 0, 최솟값은 -3이다.

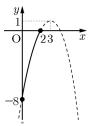
54) 최댓값: 0, 최솟값: -8

$$\Rightarrow y = -x^2 + 6x - 8$$

$$= -(x^2 - 6x + 9) + 1$$

$$= -(x - 3)^2 + 1$$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



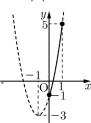
따라서 x=2일 때 최댓값은 0, x=0일 때 최솟값은 -8

55) 최댓값: 5, 최솟값: -1

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 + 4x - 1 = 2(x+1)^2 - 3$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고, f(0) = -1, f(1) = 5이므로

 $0 \le x \le 1$ 에서 y = f(x)의 최댓값은 5, 최솟값은 -1이다.



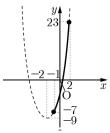
56) 최댓값: 23, 최솟값: -7

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 8x - 1$$

$$= 2(x^2 + 4x + 4) - 9$$

$$= 2(x+2)^2 - 9$$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



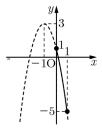
따라서 x=2일 때 최댓값은 23, x=-1일 때 최솟값 은 -7

57) 최댓값: 1, 최솟값: -5

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2 - 4x + 1 = -2(x+1)^2 + 3$$

 $0 \le x \le 1$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과 같

고



$$f(0) = 1, f(1) = -5$$

따라서 f(x)의 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.

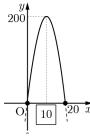
58) 최댓값: 200, 최솟값: 0

$$\Rightarrow y = x(40-2x) = -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x^2 - 20x + 100) + 200$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 이 함수의 그래프 + 다음과 같다.



따라서 x=10일 때 최댓값은 200이고, x=0 또는 x=20일 때 최솟값은 0이다.

59) 16

$$\Rightarrow y = x^2 + 8x + k = (x+4)^2 + k - 16$$

꼭짓점의 x좌표 -4가 x의 값의 범위에 속하므로 x=-4에서 최솟값 k-16을 갖는다.

따라서 k-16=0이므로 k=16

60) 3

$$\Rightarrow y = -x^2 + 6x + k = -(x-3)^2 + k + 9$$

꼭짓점의 x좌표 3이 x의 값의 범위에 속하므로 x=3에서 최댓값 k+9를 갖는다.

따라서 k+9=12이므로 k=3

61) 4

$$\Rightarrow y = x^2 - 2kx = (x^2 - 2kx + k^2) - k^2 = (x - k)^2 - k^2$$

(i) $k \ge 2$ 일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하므로 다음 그림에서



$$-k^2 = -16$$

 $k^2 = 16 : k = 4 (: k \ge 2)$

(ii) k < 2일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하지 않으므로 다음 그림에서



$$4-4k = -16$$

$$\therefore k = 5$$

그런데 k=5은 k<2의 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 k=4

62) 1

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

x=1에서 최댓값 k+2를 갖는다.

따라서 k+2=3이므로 k=1

63) 13

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x-4)^2 + k - 8$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 속하므로 x=4에서 최솟값 k-8을 갖는다.

따라서 k-8=5이므로 k=13

64) 1

$$\Rightarrow y = x^2 - 6kx + 7 = (x - 3k)^2 - 9k^2 + 7$$

이때, $\frac{1}{3} < k < \frac{4}{3}$ 에서 1 < 3k < 4이므로 꼭짓점의 x

좌표 3k는 주어진 범위에 속한다.

즉, x = 3k에서 최솟값 $-9k^2 + 7$ 을 가지므로

$$-9k^2+7=-2, k^2-1=0$$

$$(k+1)(k-1) = 0$$
 $\therefore k = 1 \left(\because \frac{1}{3} < k < \frac{4}{3} \right)$

65) 3

(i) $k \ge 2$ 일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하므로 다음 그림에서 $k^2=9$



 $\therefore k = 3 (\because k \ge 2)$

(ii) k < 2일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하지

않으므로 다음 그림에서



$$4k - 4 = 9$$

$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

그런데 $k = \frac{13}{4}$ 은 k < 2의 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 k=3

66) 2

$$\implies y = -\,x^2 + x + k = -\,\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + k + \frac{1}{4}$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$ 은 x의 값의 범위에 속하므 로 $x=\frac{1}{2}$ 에서 최댓값 $k+\frac{1}{4}$ 을 가지고, x=-2에 서 최솟값 -6+k를 갖는다. 따라서 -6+k=-4이므로 k=2

67) 1

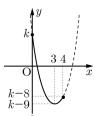
$$\Rightarrow y = 2x^2 + 8x + k = 2(x+2)^2 - 8 + k$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 속하 므로 x=-2에서 최솟값 k-8을 가지고, x=1에 서 최댓값 10+k를 갖는다. 따라서 10+k=11이 므로 k=1

68) 4

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + k = (x-3)^2 - 9 + k$$

이므로 $0 \le x \le 4$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그 림과 같다.

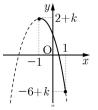


따라서 x=0에서 최댓값 k=0 가지므로 k=4

69) 2

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2 - 4x + k = -2(x+1)^2 + 2 + k$$

이므로 $-1 \le x \le 1$ 에서 y = f(x)의 그래프는 다음 그림과 같다.



x = 1에서 최솟값 -6+k를 가지므로 -6+k=-4

 $\therefore k = 2$

70) a = 5, b = -3

$$\Rightarrow y = ax^2 - 2ax + b$$
$$= a(x-1)^2 - a + b$$

이때, a>0이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위 에 속하지 않으므로

x=-1에서 최댓값 3a+b, x=0에서 최솟값 b= 갖

따라서 3a+b=12,b=-3이므로 a = 5, b = -3

71) a = 1, b = 0

$$\Rightarrow y = ax^2 - 4ax + b = a(x-2)^2 - 4a + b$$

이때, a > 0이고 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위 에 속하므로

x = 2에서 최솟값 -4a + b,

x = 5에서 최댓값 5a + b를 갖는다.

따라서 -4a+b=-4, 5a+b=5이므로

a = 1, b = 0

72) a = 1, b = -1

$$\Rightarrow y = ax^2 - 4ax + b$$
$$= a(x-2)^2 - 4a + b$$

이때, a > 0이고 꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위 에 속하므로 x=-1에서 최댓값 5a+b, x=2에 최솟값 -4a+b를 갖는다. 따라서 5a+b=4, -4a+b=-5이므로

a = 1, b = -1

73) a = 2, b = 3

$$\Rightarrow y = -ax^2 + 2ax + b = -a(x-1)^2 + a + b$$

이때, -a < 0이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범 위에 속하므로

x=1에서 최댓값 a+b, x=3에서 최솟값 -3a+b를 갖는다. 따라서 a+b=5, -3a+b=-3이므로

a = 2, b = 3

74) a = 1, b = 11

$$\Rightarrow y = -ax^2 + 6ax - b$$
$$= -a(x-3)^2 + 9a - b$$

이때, -a < 0이고 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범 위에 속하지 않으므로

x=2에서 최댓값 8a-b, x=1에서 최솟값 5a-b를 갖는다. 따라서 8a-b=-3,5a-b=-6이므로

$$a = 1, b = 11$$

75)
$$a = 2, b = 3$$

$$\Rightarrow y = -ax^2 + 8ax - 8a - 2b$$

= -a(x-4)^2 + 8a - 2b

이때, -a < 0이고 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범 위에 속하지 않으므로

x=5에서 최댓값 7a-2b, x=6에서 최솟값 4a-2b를 갖는다. 따라서 7a-2b=8, 4a-2b=2이므로 a = 2, b = 3

76) 2

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + a - 2 = (x - 1)^2 + a - 3$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므

x=1에서 최솟값 a-3, x=3에서 최댓값 a+1을 갖 는다.

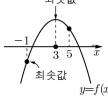
주어진 조건에서 최댓값이 6이므로

$$a+1=6$$
 : $a=5$

따라서 구하는 y = f(x)의 최솟값은

$$a-3=5-3=2$$

77) -11



이때, 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 속하므

x=3에서 최댓값 a+9를 갖는다.

따라서 a+9=5이므로 a=-4

$$\therefore f(x) = -x^2 + 6x - 4$$

한편, y = f(x)는 x = -1에서 최솟값을 가지므로 구하는 최솟값은 f(-1) = -11

78) -3

$$\Rightarrow y = -x^2 - 6x + a = -(x+3)^2 + a + 9$$

꼭짓점의 x좌표 -3은 x의 값의 범위에 속하지 않으

x=-2에서 최댓값 a+8, x=1에서 최솟값 a-7을 갖는다.

최댓값 12이므로 a+8=12 ∴a=4

따라서 구하는 최솟값은

a-7=4-7=-3

79)
$$-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 3x + a$$
$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + a - \frac{9}{4}$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $-\frac{3}{2}$ 은 x의 값의 범위에 속하

$$x=-\frac{3}{2}$$
에서 최솟값 $a-\frac{9}{4}$, $x=1$ 에서 최댓값 $a+4$

를 갖는다. 주어진 조건에서 최댓값이 5이므로

$$a+4=5 \quad \therefore a=1$$

따라서 구하는 y = f(x)의 최솟값은

$$a - \frac{9}{4} = 1 - \frac{9}{4} = -\frac{5}{4}$$

80) -6

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + x + a$$

$$= -\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + a + \frac{1}{4}$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + a + \frac{1}{4}$$

f(x)는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 최댓값 $a + \frac{1}{4}$ 을 가지므로

$$a + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$
 : $a = 0$

$$\therefore f(x) = -x^2 + x$$

따라서 $-2 \le x \le 2$ 에서 x = -2일 때 f(x)는 최솟값 을 가지므로 구하는 최솟값은

$$f(-2) = -(-2)^2 - 2 = -6$$

81) -4

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4x + a$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1) + a - 2$$

$$= 2(x - 1)^2 + a - 2$$

f(x)는 x=1일 때 최솟값 a-2를 가지므로 x=-2일 때 최댓값 14를 가진다.

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + a = 14$$
 : $a = -2$

따라서 구하는 최솟값은

$$f(1) = a-2 = -2 = -4$$

82) 2

$$\Rightarrow f(x) = 4x^2 + 8x + a = 4(x+1)^2 + a - 4$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 속하

x=-1에서 최솟값 a-4, x=1에서 최댓값 a+12를 갖는다. 주어진 조건에서 최댓값이 18이므로

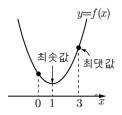
$$a+12=18$$
 : $a=6$

따라서 구하는 y = f(x)의 최솟값은

$$a-4=6-4=2$$

83) 7

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + a \\ = (x-1)^2 + a - 1$$



이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

x=1에서 최솟값 a-1을 갖는다.

따라서 a-1=3이므로 a=4

 $\therefore f(x) = x^2 - 2x + 4$

한편, y=f(x)는 x=3에서 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 f(3)=7

84) 9

 $\Rightarrow y = x^2 - 4x + a = (x - 2)^2 + a - 4$ 꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 속하므로 x = 2에서 최솟값 a - 4를 갖는다. 따라서 a - 4 = 5이므로 a = 9

한편, x=0에서 최댓값 a를 가지므로 구하는 최댓값 은 9

85) 10

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + a = (x-2)^2 + a - 4$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

x=2에서 최솟값 a-4를 갖는다.

따라서 a-4=1이므로 a=5

$$\therefore f(x) = x^2 - 4x + 5$$

한편, y=f(x)는 x=-1에서 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 f(-1)=10

86) -1

$$\ \, \Leftrightarrow \, f(x) = -\,\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2a + 1 = -\,\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2a + 3$$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

x = 2에서 최댓값 2a + 3, x = 0에서 최솟값 2a + 1을 갖는다.

주어진 조건에서 최솟값이 -3이므로

$$2a+1=-3$$
 : $a=-2$

따라서 구하는 y=f(x)의 최댓값은

 $2a+3=2\cdot(-2)+3=-1$

87) 11

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + a = (x^2 + 2x + 1) + a - 1 = (x+1)^2 + a - 1$$

f(x)는 x=-1에서 최솟값 a-1을 가지므로

$$a-1=2$$
 $\therefore a=3$

$$\therefore f(x) = x^2 + 2x + 3$$

따라서 $-2 \le x \le 2$ 에서 x = 2일 때 f(x)는 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은

 $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 11$