



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
 1) 제작연월일 : 2019-02-13  
 2) 제작자 : 교육지대(주)  
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 01 사인법칙

## 1. 사인법칙

: 삼각형 ABC에서 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 이라 하면

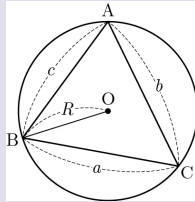
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

## 2. 사인법칙의 변형

$$(1) \sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

$$(2) a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

$$(3) a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$



■  $\triangle ABC$ 에서 다음을 구하여라. (단,  $R$ 는 외접원의 반지름의 길이)

1.  $b = \sqrt{2}, c = \sqrt{3}, R = 1$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기  
(단,  $0^\circ < C < 90^\circ$ )

2.  $B = 15^\circ, C = 45^\circ, a = 3$ 일 때,  $R$ 의 값

3.  $A = 45^\circ, a = 3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$ 일 때,  $\angle C$ 의 크기

4.  $C = 60^\circ, b = 5, c = 5\sqrt{3}$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기

5.  $B = 30^\circ, C = 15^\circ, b = 5$ 일 때,  $a$ 의 값

6.  $A = 60^\circ, B = 75^\circ, a = 3$ 일 때,  $c$ 의 값

7.  $A = 60^\circ, a = \sqrt{3}$ 일 때,  $R$ 의 값  
(단,  $0^\circ < \angle B < 90^\circ$ )

8.  $b = 12\sqrt{2}, R = 12$ 일 때,  $\angle B$ 의 크기

9.  $A = 60^\circ, B = 75^\circ, c = 10$ 일 때,  $R$ 의 값

10.  $A = 120^\circ, R = 10$ 일 때,  $a$ 의 값

11.  $B = 75^\circ, C = 60^\circ, a = 2$ 일 때,  $R$ 의 값

12.  $A = 60^\circ, a = \sqrt{3}$ 일 때,  $R$ 의 값

13.  $A = 60^\circ$ ,  $C = 75^\circ$ ,  $a = 6$ 일 때,  $b$ 의 값

14.  $B = 75^\circ$ ,  $C = 45^\circ$ ,  $c = 8$ 일 때,  $a$ 의 값

15.  $B = 45^\circ$ ,  $C = 30^\circ$ ,  $b = 5$ 일 때,  $c$ 의 값

16.  $A = 30^\circ$ ,  $a = 4$ ,  $c = 8$ 일 때,  $b$ 의 값

17.  $A = 60^\circ$ ,  $a = 6$ 일 때,  $R$ 의 값

18.  $a = \sqrt{3}$ ,  $A = 60^\circ$ 일 때,  $R$ 의 값

19.  $C = 120^\circ$ ,  $c = 2\sqrt{3}$ ,  $b = 2$ 일 때,  $\angle B$ 의 크기

20.  $B = 135^\circ$ ,  $a = 3\sqrt{2}$ ,  $b = 6$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기

21.  $b = 12$ ,  $A = 30^\circ$ ,  $B = 120^\circ$ 일 때,  $a$ 의 값

22.  $a = 2$ ,  $b = 2\sqrt{2}$ ,  $A = 30^\circ$ 일 때,  $\angle B$ 의 크기

23.  $A = 45^\circ$ ,  $a = 5\sqrt{2}$ ,  $b = 5$ 일 때,  $\angle B$ 의 크기

24.  $c = 5$ ,  $B = 30^\circ$ ,  $C = 45^\circ$ 일 때,  $b$ 의 값

25.  $a = 4$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $C = 45^\circ$ 일 때,  $c$ 의 값

26.  $b = 2$ ,  $c = \sqrt{6}$ ,  $B = 45^\circ$ 일 때,  $\angle C$ 의 크기

27.  $a = 1$ ,  $c = \sqrt{2}$ ,  $C = 135^\circ$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기

28.  $A = 60^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ ,  $a = \sqrt{3}$ 일 때,  $b$ 의 값

29.  $B=30^\circ$ ,  $c=\sqrt{2}$ ,  $b=1$ ,  $\angle C$ 의 크기 (단,  $0^\circ < C < 90^\circ$ )

30.  $c=3\sqrt{2}$ ,  $b=6$ ,  $\angle B=45^\circ$ 일 때,  $\angle C$ 의 크기

31.  $c=5\sqrt{2}$ ,  $\angle C=45^\circ$ ,  $\angle A=60^\circ$ 일 때,  $a$ 의 값

32.  $A=75^\circ$ ,  $C=60^\circ$ ,  $b=10$ 일 때,  $c$ 의 값

33.  $A=60^\circ$ ,  $a=4\sqrt{3}$ ,  $c=8$ 일 때,  $\angle C$ 의 크기

34.  $a=12$ ,  $A=150^\circ$ 일 때,  $R$ 의 값

35.  $C=135^\circ$ ,  $c=2\sqrt{2}$ ,  $b=2$ ,  $\angle A$ 의 크기

36.  $A=30^\circ$ ,  $a=3\sqrt{3}$ ,  $b=9$ 일 때,  $\angle B$ 의 크기 (단,  $0^\circ < B < 90^\circ$ )

37.  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle B=135^\circ$ ,  $a=5$ 일 때,  $b$ 의 값

38.  $b=2$ ,  $c=2$ ,  $A=120^\circ$ 일 때,  $R$ 의 값

39.  $a=6$ ,  $B=100^\circ$ ,  $C=50^\circ$ 일 때,  $R$ 의 값

▣  $\triangle ABC$ 에서 다음을 구하여라. (단,  $R$ 는 외접원의 반지름의 길이)

40.  $a-2b+c=0$ ,  $4a-4b+c=0$ 일 때,  
 $\sin A : \sin B : \sin C$

41.  $a+b-2c=0$ ,  $a-3b+c=0$ 일 때,  
 $\sin A : \sin B : \sin C$

42.  $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 7 : 6 : 5$ 일 때,  
 $\sin A : \sin B : \sin C$

43.  $A : B : C = 1 : 3 : 2$ 일 때,  $\frac{c^2}{ab}$ 의 값

44.  $A:B:C=1:2:3$ 일 때,  $\frac{b^2}{a^2+c^2}$ 의 값

45.  $A:B:C=1:2:3$ 일 때,  $\frac{ab}{c^2}$ 의 값

46.  $A:B:C=1:2:3$ 일 때,  $a:b:c$ 의 값

47.  $\sin A + \sin B + \sin C = \sqrt{3}$ ,  $R=3$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값

48.  $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 4 : 3$ 일 때,  $\frac{ac}{b^2}$ 의 값

49.  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 4 : 5$ 일 때,  $\frac{a^2}{bc}$ 의 값

50.  $A:B:C=1:2:3$ 일 때,  $a:b:c$ 의 값

51.  $A:B:C=2:1:1$ 일 때,  $\frac{b^2}{ac}$ 의 값

52.  $3 \sin B - \sin C = \sin A$ ,  $a+c=9$ 일 때,  $b$ 의 값

53.  $\sin A + \sin B - 2 \sin C = \sqrt{2}$ ,  $a+b-2c=4$ 일 때,  $R$ 의 값

54.  $2 \sin A = \sin B + \sin C$ ,  $2a-c=2$ 일 때,  $b$ 의 값

55.  $2 \sin A = \sin B + \sin C$ ,  $b+c=8$ 일 때,  $a$ 의 값

■ 다음 등식을 만족하는  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

56.  $a \sin A = b \sin B$

57.  $a \sin A = b \sin B + c \sin C$

58.  $a \sin A = b \sin B = c \sin C$

59.  $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

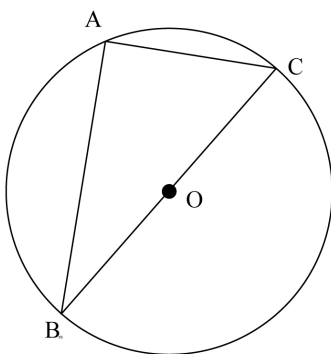
60.  $\sin(\pi - A) \sin\left(\frac{\pi}{2} + B\right) = 0$

61.  $\sin^2 A - \sin^2 B = 0$

62.  $a^2 \sin A - c^2 \sin C = 0$

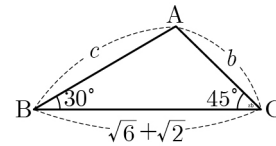
▣ 다음 물음에 답하여라.

63. 그림과 같이  $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 내접하는 삼각형  $ABC$ 가 있다.  $\overline{AB} = 24$ ,  $\overline{AC} = 10$ 일 때,  $\sin C$ 의 값을 구하여라.

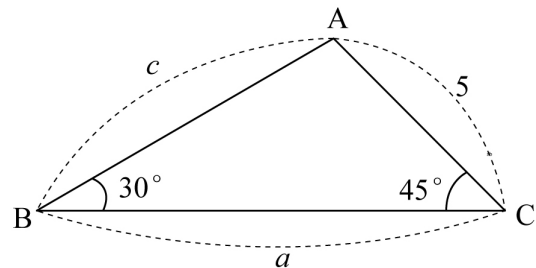


64. 다음 그림과 같은  $\triangle ABC$ 에서  $A, b, c$ 의 값을 구하여라.

(단,  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ,  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ )



65. 다음 그림과 같은 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이  $R$ 와  $\overline{AB}$ 의 길이  $c$ 에 대하여  $R + c^2$ 의 값을 구하여라.



66.  $x$ 에 대한 이차방정식

$(\sin B - \cos A)x^2 + 2\cos Cx - \sin B - \cos A = 0$ 이 중근을 가질 때, 삼각형  $ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



## 정답 및 해설

1)  $75^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{\sqrt{2}}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C} = 2 \cdot 1$ 이므로

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin B} = 2 \text{에서 } \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore B = 45^\circ \text{ 또는 } B = 135^\circ \quad (\because 0^\circ < B < 180^\circ)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin C} = 2 \text{에서 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore C = 60^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 90^\circ)$$

그런데  $B + C < 180^\circ$  이어야 하므로  $B = 45^\circ$

$$\therefore A = 180^\circ - B - C = 75^\circ$$

2)  $\sqrt{3}$ 

⇒  $A + B + C = 180^\circ$  이므로  $A = 120^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{3}{\sin 120^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \quad \therefore R = \sqrt{3}$$

3)  $75^\circ$  또는  $15^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin B}$ 이므로

$$\frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin B} \quad \therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore B = 60^\circ \text{ 또는 } B = 120^\circ \quad (\because 0^\circ < B < 135^\circ)$$

이때,  $C = 180^\circ - A - B$ 이므로

$$C = 75^\circ \text{ 또는 } C = 15^\circ$$

4)  $90^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{5}{\sin B} = \frac{5\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$ 이므로

$$\frac{5}{\sin B} = \frac{5\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore \sin B = \frac{1}{2}$$

$$\therefore B = 30^\circ \quad (\because 0^\circ < B < 120^\circ)$$

이때,  $A = 180^\circ - B - C$ 이므로  $A = 90^\circ$

5)  $5\sqrt{2}$ 

⇒  $A + B + C = 180^\circ$  이므로  $A = 135^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{\sin 135^\circ}$ 이므로

$$\frac{5}{\frac{1}{2}} = \frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore a = 5\sqrt{2}$$

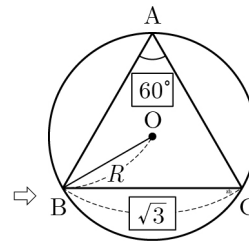
6)  $\sqrt{6}$ 

⇒  $A + B + C = 180^\circ$  이므로  $C = 45^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{3}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ}$ 이므로

$$\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore c = \sqrt{6}$$

7) 1



사인법칙에 의하여  $\frac{BC}{\sin A} = 2R$ 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R \quad \therefore R = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = 1$$

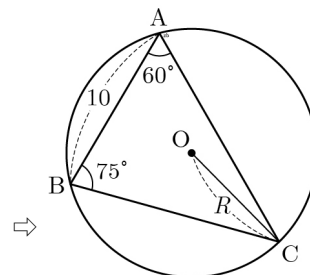
8)  $45^\circ$  또는  $135^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{12\sqrt{2}}{\sin B} = 2 \cdot 12$ 이므로

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이때,  $0^\circ < B < 180^\circ$  이므로

$$B = 45^\circ \text{ 또는 } B = 135^\circ$$

9)  $5\sqrt{2}$ 

$$C = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

사인법칙에 의하여

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \text{이므로 } \frac{10}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$\therefore R = \frac{10}{2 \sin 45^\circ} = 5\sqrt{2}$$

10)  $10\sqrt{3}$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2 \cdot 10$ 이므로

$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20 \quad \therefore a = 10\sqrt{3}$$

11)  $\sqrt{2}$ 

⇒  $A + B + C = 180^\circ$  이므로  $A = 45^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{2}{\sin 45^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R \quad \therefore R = \sqrt{2}$$

12) 1

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \quad \therefore R = 1$$

13)  $2\sqrt{6}$ 

⇒  $A+B+C=180^\circ$ 이므로  $B=45^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$ 이므로

$$\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore b = 2\sqrt{6}$$

14)  $4\sqrt{6}$ 

⇒  $A+B+C=180^\circ$ 이므로  $A=60^\circ$

사인법칙에 의해  $\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$ 이므로

$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore a = 4\sqrt{6}$$

15)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 30^\circ}$ 이므로

$$\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{2}} \quad \therefore c = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

16)  $4\sqrt{3}$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{\sin C}$ 이므로

$$\frac{4}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{\sin C} \quad \therefore \sin C = 1$$

$\therefore C=90^\circ$  ( $\because 0^\circ < C < 150^\circ$ )

따라서  $\triangle ABC$ 는  $c$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형  
이므로  $b = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

17)  $2\sqrt{3}$ 

⇒  $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 이라 하면

사인법칙에 의해  $\frac{6}{\sin 60^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \quad \therefore R = 2\sqrt{3}$$

18) 1

⇒ 사인법칙에 의하여  $\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

19)  $30^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{2}{\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}$ 이므로

$$\frac{2}{\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore \sin B = \frac{1}{2}$$

$\therefore B=30^\circ$  ( $\because 0^\circ < B < 60^\circ$ )

20)  $30^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{3\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{6}{\sin 135^\circ}$ 이므로

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore \sin A = \frac{1}{2}$$

$\therefore A=30^\circ$  ( $\because 0^\circ < A < 45^\circ$ )

21)  $4\sqrt{3}$ 

⇒ 사인법칙에 의하여  $\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{12}{\sin 120^\circ}$ 이므로

$$a \sin 120^\circ = 12 \sin 30^\circ, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6$$

$$\therefore a = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

22)  $45^\circ$  또는  $135^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의하여  $\frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin B}$ 이므로

$$2 \sin B = 2\sqrt{2} \sin 30^\circ$$

$$\therefore \sin B = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$0^\circ < B < 180^\circ$ 이므로  $B=45^\circ$  또는  $B=135^\circ$

23)  $30^\circ$ 

⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{5}{\sin B}$ 이므로

$$\frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5}{\sin B} \quad \therefore \sin B = \frac{1}{2}$$

$\therefore B=30^\circ$  ( $\because 0^\circ < B < 135^\circ$ )

24)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 

⇒ 사인법칙에 의하여  $\frac{b}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\sin 45^\circ}$ 이므로

$$b \sin 45^\circ = 5 \sin 30^\circ, \quad \frac{\sqrt{2}}{2}b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore b = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

25)  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ 

⇒ 사인법칙에 의하여  $\frac{c}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{\sin 60^\circ}$ 이므로

$$c \sin 60^\circ = 4 \sin 45^\circ, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}c = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore c = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

26)  $60^\circ$  또는  $120^\circ$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의하여 } \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin C} \text{ 이므로}$$

$$2 \sin C = \sqrt{6} \sin 45^\circ$$

$$\therefore \sin C = \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0^\circ < C < 180^\circ \text{ 이므로 } C = 60^\circ \text{ 또는 } C = 120^\circ$$

27)  $30^\circ$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의하여 } \frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2} \sin A = \sin 135^\circ$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$0^\circ < A < 180^\circ \text{ 이므로 } A = 30^\circ \text{ 또는 } A = 150^\circ$$

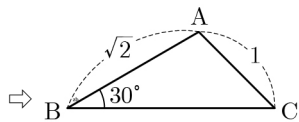
$$\text{그런데 } A + C < 180^\circ \text{ 이어야 하므로 } A = 30^\circ$$

28)  $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의해 } \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore b = \sqrt{2}$$

29)  $45^\circ$



$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin C} \text{ 이므로}$$

$$\sin C = \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore C = 45^\circ$$

30)  $30^\circ$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의해 } \frac{6}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin x} \text{ 이므로}$$

$$\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin x} \quad \therefore \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 30^\circ \quad (\because 0^\circ < x < 135^\circ)$$

31)  $5\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의해 } \frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore x = 5\sqrt{3}$$

32)  $5\sqrt{6}$

$$\Rightarrow A + B + C = 180^\circ \text{ 이므로 } B = 45^\circ$$

$$\text{사인법칙에 의해 } \frac{10}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore c = 5\sqrt{6}$$

33)  $90^\circ$

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의해 } \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin C} \text{ 이므로}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sin C} \quad \therefore \sin C = 1$$

$$\therefore C = 90^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 120^\circ)$$

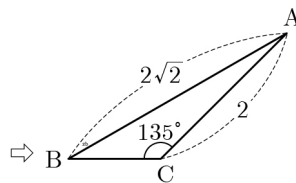
34) 12

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{의 외접원의 반지름의 길이를 } R \text{ 라 하면}$$

$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{12}{\sin 150^\circ} = 2R$$

$$\therefore R = \frac{12}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 12$$

35)  $15^\circ$



$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{2}{\sin B} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} \text{ 이므로}$$

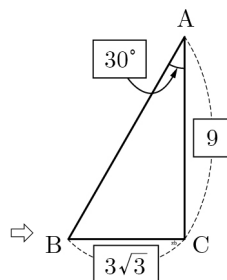
$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore B = 30^\circ \text{ 또는 } B = 150^\circ$$

$$\text{그런데 } C = 135^\circ \text{ 이므로 } B = 30^\circ$$

$$\therefore A = 180^\circ - (30^\circ + 135^\circ) = 15^\circ$$

36)  $60^\circ$



$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{3\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{9}{\sin B} \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{3} \sin B = 9 \times \frac{1}{2}, \quad \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore B = 60^\circ$$

37)  $5\sqrt{2}$



⇒ 사인법칙에 의해  $\frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 135^\circ}$  이므로

$$\frac{5}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore x = 5\sqrt{2}$$

38) 2

⇒  $b=c=2$ 에서  $\triangle ABC$ 는  $B=C$ 인 이등변삼각형이

$$\text{므로 } B=C=\frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

사인법칙에 의하여  $\frac{2}{\sin 30^\circ} = 2R$

$$\therefore R = \frac{2}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

39) 6

⇒  $A+B+C=180^\circ$  이므로

$$A=180^\circ - (100^\circ + 50^\circ) = 30^\circ$$

사인법칙에 의하여  $\frac{6}{\sin 30^\circ} = 2R$

$$\therefore R = \frac{6}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} = 6$$

40) 2:3:4

⇒  $a-2b+c=0$  ..... ㉠

$$4a-4b+c=0 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠-㉡을 하면

$$3a-2b=0 \quad \therefore a=\frac{2}{3}b \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉢을 ㉠에 대입하면

$$\frac{2}{3}b-2b+c=0 \quad \therefore c=\frac{4}{3}b$$

따라서  $a:b:c=\frac{2}{3}b:b:\frac{4}{3}b=2:3:4$ 이므로

$$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=2:3:4$$

41) 5:3:4

⇒  $a+b-2c=0$  ..... ㉠

$$a-3b+c=0 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠-㉡을 하면

$$4b-3c=0 \quad \therefore b=\frac{3}{4}c \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉢을 ㉠에 대입하면

$$a+\frac{3}{4}c-2c=0 \quad \therefore a=\frac{5}{4}c$$

따라서  $a:b:c=\frac{5}{4}c:\frac{3}{4}c:c=5:3:4$ 이므로

$$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=5:3:4$$

42) 3:4:2

⇒  $(a+b):(b+c):(c+a)=7:6:5$ 이므로

$$a+b=7k, \quad b+c=6k, \quad c+a=5k \quad \dots\dots \text{㉠}$$

세 식을 변끼리 더하면

$$2a+2b+2c=18k \quad \therefore a+b+c=9k \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉡에서 ㉠의 각 식을 빼면  $a=3k, \quad b=4k, \quad c=2k$

$$\therefore \sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$$

$$=3k:4k:2k=3:4:2$$

43)  $\frac{3}{2}$

⇒  $A+B+C=180^\circ$  이고,  $A:B:C=1:3:2$ 이므로

$$A=180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ, \quad B=180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ,$$

$$C=180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$$\therefore \sin A:\sin B:\sin C=\frac{1}{2}:1:\frac{\sqrt{3}}{2}=1:2:\sqrt{3}$$

이때,  $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=1:2:\sqrt{3}$ 이므로

로  $a=k, \quad b=2k, \quad c=\sqrt{3}k$ 라 하면

$$\frac{c^2}{ab}=\frac{(\sqrt{3}k)^2}{k \cdot 2k}=\frac{3}{2}$$

44)  $\frac{3}{5}$

⇒ 사인 법칙의 변형에 의하여

$$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{3}:2 \text{ 이므로}$$

$a=k, \quad b=\sqrt{3}k, \quad c=2k \quad (k>0)$ 라고 하자.

$$\therefore \frac{b^2}{a^2+c^2}=\frac{3k^2}{k^2+4k^2}=\frac{3}{5}$$

45)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

⇒  $A+B+C=180^\circ$  이고,  $A:B:C=1:2:3$ 이므로

$$A=180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ, \quad B=180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ,$$

$$C=180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ$$

$$\therefore \sin A:\sin B:\sin C=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}:1=1:\sqrt{3}:2$$

이때,  $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{3}:2$ 이므로

로  $a=k, \quad b=\sqrt{3}k, \quad c=2k$ 라 하면

$$\frac{ab}{c^2}=\frac{k \cdot \sqrt{3}k}{4k^2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

46)  $1:\sqrt{3}:2$

⇒  $A+B+C=\pi$ 이므로,  $A=\frac{\pi}{6}, \quad B=\frac{\pi}{3}, \quad C=\frac{\pi}{2}$ .

$\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름을  $R$ 이라 하자. 이때

사인법칙에 의하여  $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ 에

$$\text{서 } a=2R\sin A=2R\sin \frac{\pi}{6}=R,$$

$$b=2R\sin B=2R\sin \frac{\pi}{3}=\sqrt{3}R,$$

$$c=2R\sin C=2R\sin \frac{\pi}{2}=2R.$$

따라서  $a:b:c=R:\sqrt{3}R:2R=1:\sqrt{3}:2$

47)  $6\sqrt{3}$ ⇒ 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$\frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \sqrt{3} \text{에서}$$

$$a+b+c=2\sqrt{3}R=6\sqrt{3}$$

48)  $\frac{3}{8}$ ⇒  $a:b:c = \sin A : \sin B : \sin C = 2:4:3$ 이므로 $a=2k, b=4k, c=3k$ 라 하면

$$\frac{ac}{b^2} = \frac{2k \cdot 3k}{16k^2} = \frac{3}{8}$$

49)  $\frac{9}{20}$ ⇒  $a:b:c = \sin A : \sin B : \sin C = 3:4:5$ 이므로 $a=3k, b=4k, c=5k$ 라 하면

$$\frac{a^2}{bc} = \frac{9k^2}{4k \cdot 5k} = \frac{9}{20}$$

50)  $1:\sqrt{3}:2$ ⇒  $A+B+C=180^\circ$ 이고  $A:B:C=1:2:3$ 이므로

$$A=180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

$$B=180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$$C=180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ$$

$$\therefore \sin A : \sin B : \sin C = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1$$

$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

사인 법칙의 변형에 의하여

$$a:b:c = \sin A : \sin B : \sin C = 1 : \sqrt{3} : 2$$

51)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⇒  $A+B+C=180^\circ$ 이고,  $A:B:C=2:1:1$ 이므로

$$A=180^\circ \times \frac{2}{4} = 90^\circ, B=180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ,$$

$$C=180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ$$

$$\therefore \sin A : \sin B : \sin C = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} : 1 : 1$$

이때,  $a:b:c = \sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{2}:1:1$ 이므로 $a=\sqrt{2}k, b=k, c=k$ 라 하면

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{k^2}{\sqrt{2}k \cdot k} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

52) 3

⇒ 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$3 \cdot \frac{b}{2R} - \frac{c}{2R} = \frac{a}{2R} \text{에서}$$

$$3b=a+c=9 \quad \therefore b=3$$

53)  $\sqrt{2}$ ⇒  $\sin A + \sin B - 2 \sin C = \sqrt{2}$ 에서외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$\frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} - 2 \cdot \frac{c}{2R} = \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}R = a+b-2c=4 \quad \therefore R = \sqrt{2}$$

54) 2

⇒  $2 \sin A = \sin B + \sin C$ 에서외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$2 \cdot \frac{a}{2R} = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R}$$

$$2a=b+c \quad \therefore b=2a-c=2$$

55) 4

⇒ 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$2 \cdot \frac{a}{2R} = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} \text{에서}$$

$$2a=b+c=8 \quad \therefore a=4$$

56)  $a=b$ 인 이등변삼각형

⇒ 사인법칙에 의하여

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$a \times \frac{a}{2R} = b \times \frac{b}{2R}$$

$$a^2 = b^2 \quad \therefore a=b \quad (\because a>0, b>0)$$

따라서 삼각형 ABC는  $a=b$ 인 이등변삼각형이다.57)  $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형⇒  $a \sin A = b \sin B + c \sin C$ 에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 하면

$$a \cdot \frac{a}{2R} = b \cdot \frac{b}{2R} + c \cdot \frac{c}{2R}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

58) 정삼각형

⇒  $a \sin A = b \sin B = c \sin C$ 에서

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

$$a \cdot \frac{a}{2R} = b \cdot \frac{b}{2R} = c \cdot \frac{c}{2R}$$

$$a^2 = b^2 = c^2 \quad \therefore a=b=c$$

따라서  $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.59)  $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형⇒  $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$ 에서

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R} \text{이므로}$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

60)  $B = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형

$$\Rightarrow \sin(\pi - A) = \sin A, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + B\right) = \cos B \text{ 이므로,}$$

$$\sin(\pi - A) \sin\left(\frac{\pi}{2} + B\right) = \sin A \cos B = 0 \text{ 에 } \quad \text{서}$$

$\sin A = 0$  또는  $\cos B = 0$ . 그런데  $0 < A < \pi$  이므로

$$\sin A \neq 0. \therefore \cos B = 0 \text{ 에서 } B = \frac{\pi}{2}$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $B = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형이다.

61)  $a = b$  인 이등변삼각형

$$\Rightarrow \sin^2 A - \sin^2 B = 0 \text{ 에서}$$

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \quad \sin B = \frac{b}{2R} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 - \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = 0$$

$$a^2 - b^2 = 0, \quad (a+b)(a-b) = 0$$

$$\therefore a = b \quad (\because a+b > 0)$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $a = b$  인 이등변삼각형이다.

62)  $a = c$  인 이등변삼각형

$$\Rightarrow a^2 \sin A - c^2 \sin C \text{ 에서}$$

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \quad \sin C = \frac{c}{2R} \text{ 이므로}$$

$$a^2 \cdot \frac{a}{2R} - c^2 \cdot \frac{c}{2R} = 0$$

$$a^3 - c^3 = 0, \quad (a-c)(a^2 + ac + c^2) = 0$$

$$\therefore a = c \quad (\because a^2 + ac + c^2 > 0)$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $a = c$  인 이등변삼각형이다.

63)  $\frac{12}{13}$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{는 } \angle BAC = \frac{\pi}{2} \text{ 인 직각삼각형이므로,}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26.$$

$$\text{따라서 } \sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}.$$

64)  $A = 105^\circ$ ,  $b = 2$ ,  $c = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow A + B + C = 180^\circ \text{ 이므로 } A = 105^\circ$$

사인법칙에 의해

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} = \frac{b}{\sin 30^\circ} \text{ 이고, } \sin 105^\circ = \sin 75^\circ \text{ 이}$$

므로

$$b = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} \times \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ} \text{ 이므로}$$

$$c = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sin 105^\circ} \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

65) 55

$$\Rightarrow \text{사인법칙에 의하면 } \frac{5}{\sin 30^\circ} = 2R \text{ 에서}$$

$$R = \frac{5}{2\sin 30^\circ} = 5.$$

$$\text{한편 } \frac{c}{\sin 45^\circ} = 2 \times 5 = 10 \text{ 에서}$$

$$c = 10\sin 45^\circ = 5\sqrt{2}.$$

$$\therefore R + c^2 = 5 + (5\sqrt{2})^2 = 55.$$

66)  $C = 90^\circ$  인 직각삼각형

$$\Rightarrow \text{주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 판별식이 0 이어야 한다.}$$

$$\text{즉, } D/4 = \cos^2 C + (\sin B - \cos A)(\sin B + \cos A) = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 C + \sin^2 B - \cos^2 A = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 C + \sin^2 B - (1 - \sin^2 A) = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 0$$

$\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름을  $R$ 이라 할 때 사인

$$\text{법칙에 의하면 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ 에서}$$

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \quad \sin B = \frac{b}{2R}, \quad \sin C = \frac{c}{2R} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2 \Rightarrow \frac{a^2}{4R^2} + \frac{b^2}{4R^2} = \frac{c^2}{4R^2}$$

$$\text{에서 } a^2 + b^2 = c^2.$$

따라서  $\triangle ABC$ 는  $c$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.