



◇ 「콘텐츠산업 진흥법 시행령」 제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-19
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇ 「콘텐츠산업 진흥법」 외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 확률변수와 확률분포

- (1) 확률변수 : 어떤 시행에서 표본공간 S 의 각 원소에 단 하나의 실수가 대응되는 함수를 확률변수라 한다.
- (2) $P(X=x)$: 확률변수 X 가 어떤 값 x 를 가질 확률
- (3) 이산확률변수 : 확률변수가 가질 수 있는 값이 유한개이거나 무한히 많더라도 자연수와 같이 셀 수 있을 때, 이 확률변수를 이산확률변수라 한다.
- (4) 확률분포 : 이산확률변수 X 가 가질 수 있는 값이 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 이고, X 가 이들 값을 가질 확률이 각각 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 일 때, 이들 사이의 대응관계를 이산확률변수 X 의 확률분포라 한다.

■ 다음 물음에 답하여라.

1. 한 개의 주사위를 던지는 시행에서 나오는 눈의 수를 확률변수 X 라 할 때, X 가 가지는 값
2. 한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 가 가지는 값
3. 빨간 공 5개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 동시에 3개의 공을 꺼낼 때 나오는 빨간 공의 개수를 확률변수 X 라 할 때, X 가 가지는 값
4. 2, 3, 5, 7, 9가 하나씩 적혀 있는 공 중에서 한 개의 공을 뽑았을 때 공에 적혀 있는 숫자를 확률변수 X 라 할 때, X 가 가지는 값

■ 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 박스에서 임의로 2개의 공을 꺼내는 시행을 하려고 한다. 나오는 빨간 공의 개수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

5. 빨간 공을 R_1, R_2, R_3 , 파란 공을 B_1, B_2 로 나타낼 때, 표본공간 S
6. 확률변수 X 가 가질 수 있는 모든 값
7. 동전의 앞면을 H , 뒷면을 T 로 나타낼 때, 표본공간 S
8. 확률변수 X 가 가질 수 있는 모든 값
9. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내어라.
10. 확률변수 X 가 가질 수 있는 모든 값
11. 확률변수 X 가 각 값을 가질 확률
12. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

- 흰 공 2개와 검은 공 2개가 들어 있는 박스에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 나오는 검은 공의 개수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

13. 검은 공을 B , 흰 공을 W 로 나타낼 때, 표본공간 S

14. 확률변수 X 가 가질 수 있는 모든 값

15. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

- 다음 확률변수가 이산확률변수인지 아닌지 판별하여라.

16. 어느 고등학교 학생들의 몸무게

17. 성인 여자의 2분 동안의 혈압

18. 한 개의 동전을 3번 던질 때 앞면이 나오는 횟수

19. 한 개의 동전을 7번 던질 때 앞면이 나오는 횟수

20. 3분 간격으로 운행되는 지하철을 기다리는 시간

21. 4분 간격으로 운행되는 버스를 기다리는 시간

22. 10개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합

23. 성공률이 80%인 농구선수가 5번의 슛을 던질 때 성공한 횟수

02 확률질량함수

(1) 확률질량함수 : 이산확률변수 X 의

확률분포를 나타내는 함수

$$P(X=x_i)=p_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

를 이산확률변수 X 의 확률질량함수라 한다.

(2) 확률질량함수의 성질 : 이산확률변수 X 의

확률질량함수가 $P(X=x_i)=p_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$

일 때, 확률의 기본성질에 의하여 다음이 성립한다.

$$\textcircled{1} \quad 0 \leq p_i \leq 1$$

$$\textcircled{2} \quad \sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$$

$$\textcircled{3} \quad P(x_i \leq X \leq x_j) = \sum_{k=i}^j P(X=x_k) = \sum_{k=i}^j p_k$$

(단, $i \leq j, j=1, 2, 3, \dots, n$)

- 2개의 당첨제비가 포함된 5개의 제비가 들어있는 주머니에서 임의로 뽑은 2개의 제비 중에 있는 당첨제비의 개수를 확률변수 X 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

24. X 의 확률질량함수

25. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

- 당첨 제비가 4개 들어 있는 10개의 제비 중에서 3개의 제비를 뽑을 때 나오는 당첨 제비의 개수를 확률변수 X 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

26. X 의 확률질량함수

27. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

- 4개의 사과와 3개의 배가 들어 있는 과일 선물 세트에서 임의로 3개를 선택하려고 한다. 선택한 3개의 과일 중에서 사과의 개수를 확률변수 X 라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

28. X 의 확률질량함수

29. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

■ 빨간 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 나오는 빨간 공의 개수를 확률변수 X 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

30. X 의 확률질량함수

31. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

32. 빨간 공을 1개 이하 꺼낼 확률

■ 남자 4명, 여자 2명 중에서 3명의 임원을 뽑을 때, 선출된 여자 임원의 수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

33. X 의 확률질량함수

34. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

35. 여자 임원이 1명 이하로 선출될 확률

■ 빨간 공 3개와 노란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 꺼낼 때, 나오는 빨간 공의 개수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

36. X 의 확률질량함수

37. X 의 확률분포를 표로 나타내어라.

38. 빨간 공이 1개 이상 나올 확률

■ 흰 공 6개와 검은 공 4개 모두 10개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 임의로 꺼낼 때, 나오는 흰 공의 개수를 X 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

39. X 의 확률질량함수

40. X 의 확률분포의 표로 나타내어라.

41. 흰 공이 적어도 1개 나올 확률

■ 다음을 구하여라.

42. 동전 3개를 동시에 던져 나오는 앞면의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X=1)$ 의 값

43. 동전 3개를 던져 나오는 앞면의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X \geq 1)$ 의 값

44. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 두 눈의 수의 합을 확률변수 X 라 할 때, $P(5 \leq X \leq 7)$ 의 값

45. 7개의 제비 중에서 3개의 당첨 제비가 있는 박스에서 3개를 임의로 택하여 나오는 당첨 제비의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X \geq 1)$ 의 값

46. 불량품 4개가 포함된 10개의 제품 중에서 임의로 3개의 제품을 동시에 뽑아 나오는 불량품의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(2 \leq X \leq 3)$ 의 값

47. 크기와 모양이 같은 흰 구슬 4개와 붉은 구슬 2개가 들어 있는 주머니에서 3개의 구슬을 함께 꺼낼 때 나오는 붉은 구슬의 개수를 확률변수 X 라 할 때 $P(X \leq 1)$ 의 값

48. 흰 구슬 5개, 검은 구슬 3개가 들어 있는 주머니에서 3개의 구슬을 동시에 꺼내 나오는 흰 구슬의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값

49. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 눈의 수의 합을 확률변수 X 라 할 때, $P(5 \leq X \leq 8)$ 의 값

50. 흰 공 4개, 빨간 공 6개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 동시에 꺼내 나오는 흰 공의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X \geq 1)$ 의 값

51. 1부터 6까지의 숫자가 각각 적힌 6장의 카드에서 동시에 3장을 뽑아 뽑힌 카드에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 할 때, 확률 $P(X \geq 5)$ 의 값

52. 0, 1, 2의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 3장의 카드 중에서 임의로 뽑은 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 확률변수 X 라 할 때, $P(X^2 - X \leq 0)$ 의 값

53. 흰 공이 4개, 검은 공이 3개 들어 있는 주머니에서 동시에 2개의 공을 임의로 꺼내 나오는 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$ 의 값

54. 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 4장의 카드 중에서 임의로 2장을 동시에 뽑아 나오는 두 수의 차를 확률변수 X 라 할 때, $P(X^2 - 3X + 2 \leq 0)$ 의 값

■ 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같을 때, 다음을 구하시오.

55. $P(X=2)$ 또는 $X=4$ 의 값

X	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	a	$\frac{1}{4}$	b	$\frac{1}{8}$	1

56. $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	a	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{15}$	1

57. $P(X \geq 3) = \frac{7}{10}$ 일 때, $P(X=2)$ 의 값

X	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	a	b	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

58. $P(-1 \leq X \leq 1)$ 의 값

X	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{2}{9}$	$3a$	1

59. $P(1 \leq X \leq 3)$ 의 값

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{6}$	1

60. $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1

61. $P(1 < X \leq 3)$ 의 값

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	a	$\frac{1}{10}$	1

62. $P(X \geq 1)$ 의 값

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{a}{4}$	a	$\frac{3}{8}$	1

63. $P(1 \leq X \leq 3)$ 의 값

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{10}$	$2a$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

64. $P(X^2=1)$ 의 값

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$3a$	$2a$	a	1

65. $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	1

66. $P(X \leq 1)$ 의 값

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}a$	$a - \frac{1}{4}$	1

67. $P(X=1 \text{ 또는 } X=2)$ 의 값

X	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{2}{9}$	$3a$	1

68. $P(2 \leq X \leq 3)$ 의 값

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$3a$	$\frac{1}{3}$	1

69. $P(1 < X \leq 3)$ 의 값

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	a	$\frac{3}{10}$	1

70. $P(2 \leq X \leq 4)$ 의 값

X	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	a	$\frac{1}{4}$	b	$\frac{1}{8}$	1

71. $P(X^2=1)$ 의 값

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a^2	$\frac{a}{2}$	1

72. $P(X^2 - 2X - 3 = 0)$ 의 값

X	-1	0	1	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	a	1

73. $P(X^2 + X - 2 < 0)$ 의 값

X	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	1

74. $P(X^2 - 4X + 3 > 0)$ 의 값

X	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	a	$2a$	$\frac{3}{10}$	$2a$	$\frac{1}{5}$	1



정답 및 해설

1) 1, 2, 3, 4, 5, 6

2) 0, 1, 2

3) 0, 1, 2, 3

4) 2, 3, 5, 7, 9

5) $S = \{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1B_1, R_2B_1, R_3B_1, R_1B_2, R_2B_2, R_3B_2, B_1B_2\}$

6) 0, 1, 2

7) $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

8) 0, 1, 2

	X	0	1	2	합계
9)	$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

10) 0, 1, 2

⇒ 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

11) $P(X=0) = \frac{3}{10}, P(X=1) = \frac{3}{5}, P(X=2) = \frac{1}{10}$

$$\Rightarrow P(X=0) = \frac{{}^2C_0 \times {}^3C_2}{{}^5C_2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^2C_1 \times {}^3C_1}{{}^5C_2} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^2C_2 \times {}^3C_0}{{}^5C_2} = \frac{1}{10}$$

	X	0	1	2	합계
12)	$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

13) $S = \{BB, BW, WW\}$

14) 0, 1, 2

	X	0	1	2	합계
15)	$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

16) 이산확률변수가 아니다.

17) 이산확률변수가 아니다.

⇒ 혈압의 수치는 연속적인 값을 취하므로 이산확률변수가 아니다.

18) 이산확률변수이다.

19) 이산확률변수이다.

20) 이산확률변수가 아니다.

⇒ 시간, 길이, 무게 등과 같이 연속적인 값을 취하는 확률변수는 이산확률변수가 아니다.

21) 이산확률변수가 아니다.

22) 이산확률변수이다.

23) 이산확률변수이다.

$$24) P(X=x) = \frac{{}^2C_x \times {}^3C_{2-x}}{{}^5C_2} (x=0, 1, 2)$$

	X	0	1	2	합계
25)	$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

$$\Rightarrow P(X=0) = \frac{{}^2C_0 \times {}^3C_2}{{}^5C_2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^2C_1 \times {}^3C_1}{{}^5C_2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^2C_2 \times {}^3C_0}{{}^5C_2} = \frac{1}{10}$$

따라서 X의 확률분포표는 다음과 같다.

	X	0	1	2	합계
	$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

$$26) P(X=x) = \frac{{}^4C_x \cdot {}^6C_{3-x}}{{}^{10}C_3} (x=0, 1, 2, 3)$$

	X	0	1	2	3	합계
27)	$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

$$28) P(X=x) = \frac{{}^4C_x \times {}^3C_{3-x}}{{}^7C_3} (x=0, 1, 2, 3)$$

⇒ 사과의 개수는 0, 1, 2, 3의 값을 취할 수 있으므로

$$P(X=x) = \frac{{}^4C_x \times {}^3C_{3-x}}{{}^7C_3} (x=0, 1, 2, 3)$$

	X	0	1	2	3	합계
29)	$P(X=x)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

⇒ 사과의 개수는 0, 1, 2, 3의 값을 취할 수 있으므로

$$P(X=x) = \frac{{}^4C_x \times {}^3C_{3-x}}{{}^7C_3} (x=0, 1, 2, 3)$$

x=0, 1, 2, 3에 대한 각각의 확률을 구하면

$$P(X=0) = \frac{{}_4C_0 \times {}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{35},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_2}{{}_7C_3} = \frac{12}{35}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{{}_7C_3} = \frac{18}{35},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_3 \times {}_3C_0}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}$$

따라서 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

$$30) P(X=x) = \frac{{}_3C_x \times {}_2C_{2-x}}{{}_5C_2} \quad (x=0, 1, 2)$$

\Rightarrow 확률변수 X 가 취할 수 있는 값은 0, 1, 2이므로

$$P(X=x) = \frac{{}_3C_x \times {}_2C_{2-x}}{{}_5C_2} \quad (x=0, 1, 2)$$

$$31) \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 0 & 1 & 2 & \text{합계} \\ \hline P(X=x) & \frac{1}{10} & \frac{3}{5} & \frac{3}{10} & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow P(X=0) = \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{10},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_2C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

$$32) \frac{7}{10}$$

\Rightarrow 빨간 공을 1개 이하 꺼낼 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{6}{10} = \frac{7}{10}$

$$33) P(X=x) = \frac{{}_2C_x \times {}_4C_{3-x}}{{}_6C_3} \quad (x=0, 1, 2)$$

\Rightarrow 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

이때 남자 4명, 여자 2명 중에서 3명의 임원을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$

선출된 임원 중에서 여자가 x 명인 경우의 수는 ${}_2C_x \times {}_4C_{3-x}$

따라서 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_2C_x \times {}_4C_{3-x}}{{}_6C_3} \quad (x=0, 1, 2)$$

$$34) \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 0 & 1 & 2 & \text{합계} \\ \hline P(X=x) & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow P(X=0) = \frac{{}_2C_0 \times {}_4C_3}{{}_6C_3} = \frac{1}{5},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_2C_2 \times {}_4C_1}{{}_6C_3} = \frac{1}{5}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

$$35) \frac{4}{5}$$

\Rightarrow 여자 임원이 1명 이하로 선출될 확률은 $P(X \leq 1)$ 이므로

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$36) P(X=x) = \frac{{}_3C_x \times {}_4C_{2-x}}{{}_7C_2} \quad (x=0, 1, 2)$$

\Rightarrow 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

이때 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는 ${}_7C_2$

꺼낸 공 중에서 빨간 공이 x 개인 경우의 수는

$${}_3C_x \times {}_4C_{2-x}$$

따라서 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_3C_x \times {}_4C_{2-x}}{{}_7C_2} \quad (x=0, 1, 2)$$

$$37) \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & 0 & 1 & 2 & \text{합계} \\ \hline P(X=x) & \frac{2}{7} & \frac{4}{7} & \frac{1}{7} & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \times {}_4C_2}{{}_7C_2} = \frac{2}{7},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_4C_1}{{}_7C_2} = \frac{4}{7},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \times {}_4C_0}{{}_7C_2} = \frac{1}{7}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$	1

$$38) \frac{5}{7}$$

\Rightarrow 빨간 공이 1개 이상 나올 확률은 $P(X \geq 1)$ 이므로

$$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$39) P(X=x) = \frac{{}^6C_x \cdot {}^4C_{3-x}}{{}^{10}C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

⇒ 전체 경우의 수는 공 10개 중에서 3개를 뽑는 가짓수이므로 ${}^{10}C_3$ 이다. 또한 흰 공 6개 중에서 x 개를 뽑으면, 검은 공 4개 중에서 $3-x$ 개를 뽑으므로 X 의 확률 질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}^6C_x \cdot {}^4C_{3-x}}{{}^{10}C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3) \text{이다.}$$

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

$$40) \Rightarrow P(X=0) = \frac{{}^6C_0 \cdot {}^4C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{30},$$

$$P(X=1) = \frac{{}^6C_1 \cdot {}^4C_2}{{}^{10}C_3} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=2) = \frac{{}^6C_2 \cdot {}^4C_1}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{2},$$

$$P(X=3) = \frac{{}^6C_3 \cdot {}^4C_0}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{6}$$

$$41) \frac{29}{30}$$

⇒ 흰 공이 적어도 한 개 나올 확률은 전체에서 흰 공이 하나도 안 나오는 경우를 제외한 경우이므로 구하는 확률은

$$1 - P(X=0) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

$$42) \frac{3}{8}$$

⇒ 동전의 앞면을 H , 뒷면을 T 라 하면 모든 경우는 $(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (T, T, H), (T, H, T), (H, T, T), (T, T, T)$

이므로 확률변수 X 가 취할 수 있는 값이

0, 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{1}{8}, \quad P(X=1) = \frac{3}{8},$$

$$P(X=2) = \frac{3}{8}, \quad P(X=3) = \frac{1}{8}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

따라서 $P(X=1) = \frac{3}{8}$ 이다.

$$43) \frac{7}{8}$$

⇒ 동전의 앞면을 H , 뒷면을 T 라 하면 모든 경우는 $(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (T, T, H), (T, H, T), (H, T, T), (T, T, T)$

이므로 확률변수 X 가 취할 수 있는 값이

0, 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{1}{8}, \quad P(X=1) = \frac{3}{8},$$

$$P(X=2) = \frac{3}{8}, \quad P(X=3) = \frac{1}{8}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

따라서 $P(X \geq 1) = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ 이다.

$$44) \frac{5}{12}$$

⇒ 나오는 두 눈의 수를 a, b 라고 하면

순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 수의 합이 5인 경우는 $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ 의 4가지이므로

$$P(X=5) = \frac{1}{9}$$

6인 경우는

$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 5가지이므로

$$P(X=6) = \frac{5}{36}$$

7인 경우는

$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ 의 6가지

$$\text{이므로 } P(X=7) = \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(5 \leq X \leq 7) = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7)$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{5}{36} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

$$45) \frac{31}{35}$$

⇒ 확률변수 X 가 취할 수 있는 값이 0, 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{{}^4C_3}{{}^7C_3} = \frac{4}{35},$$

$$P(X=1) = \frac{{}^3C_1 \times {}^4C_2}{{}^7C_3} = \frac{18}{35}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^3C_2 \times {}^4C_1}{{}^7C_3} = \frac{12}{35},$$

$$P(X=3) = \frac{{}^3C_3}{{}^7C_3} = \frac{1}{35}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

따라서 $P(X \geq 1) = 1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$ 이다.

46) $\frac{1}{3}$

⇒ 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은
0, 1, 2, 3이고, 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_4C_x \times {}_6C_{3-x}}{{}_{10}C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

각각의 확률을 구하면

$$P(X=0) = \frac{{}_4C_0 \times {}_6C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{6},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_1 \times {}_6C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{2},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2 \times {}_6C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_3 \times {}_6C_0}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{30}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

따라서 구하는 확률은

$$P(2 \leq X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{3}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{3}$$

47) $\frac{4}{5}$

48) $\frac{45}{56}$

⇒ 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은
0, 1, 2, 3이고, 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_5C_x \times {}_3C_{3-x}}{{}_8C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

각각의 확률을 구하면

$$P(X=0) = \frac{{}_5C_0 \times {}_3C_3}{{}_8C_3} = \frac{1}{56},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_5C_1 \times {}_3C_2}{{}_8C_3} = \frac{15}{56},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_5C_2 \times {}_3C_1}{{}_8C_3} = \frac{15}{28},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_5C_3 \times {}_3C_0}{{}_8C_3} = \frac{5}{28}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$	1

따라서 구하는 확률은

$$P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{15}{56} + \frac{15}{28} = \frac{45}{56}$$

49) $\frac{5}{9}$

⇒ $P(5 \leq X \leq 8)$

$$= P(X=5) \text{ 또는 } X=6 \text{ 또는 } X=7 \text{ 또는 } X=8 \\ = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8)$$

각각을 구하면

(i) $X=5$ 인 경우 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의
4가지이므로 $P(X=5) = \frac{4}{36}$

(ii) $X=6$ 인 경우 : (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2),
(5, 1)의 5가지이므로 $P(X=6) = \frac{5}{36}$

(iii) $X=7$ 인 경우 : (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3),
(5, 2), (6, 1)의 6가지이므로 $P(X=7) = \frac{6}{36}$

(iv) $X=8$ 인 경우 : (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3),
(6, 2)의 5가지이므로 $P(X=8) = \frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

50) $\frac{5}{6}$

51) $\frac{4}{5}$

⇒ 확률변수 X 가 취할 수 있는 값이 3, 4, 5, 6이고,
그 확률은 각각

$$P(X=3) = \frac{{}_2C_2}{{}_6C_3} = \frac{1}{20}, \quad P(X=4) = \frac{{}_3C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{20},$$

$$P(X=5) = \frac{{}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{6}{20}, \quad P(X=6) = \frac{{}_5C_2}{{}_6C_3} = \frac{10}{20}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{10}{20}$	1

따라서 $P(X \geq 5) = \frac{6+10}{20} = \frac{4}{5}$ 이다.

52) $\frac{2}{3}$

⇒ 0, 1, 2의 숫자카드에서 두 장을 뽑아 만들 수
있는 두 수의 차는 $X=1, 2$ 이다.

각각의 확률을 구하면

(i) $X=1$ 일 때 : (0, 1), (1, 2)의 2가지이므로

$$P(X=1) = \frac{2}{{}_3C_2} = \frac{2}{3}$$

(ii) $X=2$ 일 때 : (0, 2)의 1가지이므로

$$P(X=2) = \frac{1}{{}_3C_2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore P(X^2 - X \leq 0) = P(X(X-1) \leq 0)$$

$$=P(0 \leq X \leq 1) = P(X=1) = \frac{2}{3}$$

$$53) \frac{5}{7}$$

$\Rightarrow X^2 - 3X + 2 = 0$ 에서

$$(X-1)(X-2) = 0$$

$$\therefore X=1 \text{ 또는 } X=2$$

$$\therefore P(X^2 - 3X + 2 = 0) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_4C_1}{{}_7C_2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

이므로

$$P(X^2 - 3X + 2 = 0) = \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$54) \frac{5}{6}$$

\Rightarrow 두 수의 차가 1인 경우는

$(3, 2), (2, 1), (1, 0)$ 의 3가지이므로

$$P(X=1) = \frac{1}{2}$$

2인 경우는 $(3, 1), (2, 0)$ 의 2가지이므로

$$P(X=2) = \frac{1}{3}$$

3인 경우는 $(3, 0)$ 의 1가지이므로 $P(X=3) = \frac{1}{6}$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

$$X^2 - 3X + 2 \leq 0 \text{을 풀면 } (X-1)(X-2) \leq 0$$

$$1 \leq X \leq 2$$

$$\begin{aligned} \therefore P(X^2 - 3X + 2 \leq 0) &= P(1 \leq X \leq 2) \\ &= P(X=1) + P(X=2) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$55) \frac{1}{2}$$

\Rightarrow 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{8} + a + \frac{1}{4} + b + \frac{1}{8} = 1 \quad \therefore a + b = \frac{1}{2}$$

$$P(X=2 \text{ 또는 } X=4) = P(X=2) + P(X=4)$$

$$= a + b = \frac{1}{2}$$

$$56) \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{15} + a + \frac{3}{10} + \frac{2}{15} = 1 \text{이므로 } a = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$$

$$57) \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 3) = b + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\therefore b = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{10} + a + P(X \geq 3) = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}$$

$$58) \frac{2}{3}$$

\Rightarrow 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{3} + a + \frac{2}{9} + 3a = 1, \quad 4a = \frac{4}{9}$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$P(-1 \leq X \leq 1) = P(X=-1) + P(X=0) + P(X=1)$$

$$= \frac{1}{3} + a + \frac{2}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

$$59) \frac{5}{6}$$

\Rightarrow 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + a + \frac{1}{6} = 1 \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1 \text{ 또는 } X=2 \text{ 또는 } X=3)$$

$$= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$60) \frac{3}{4}$$

$$61) \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \right) = \frac{2}{5}$$

$$P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{7}{10}$$

$$62) \frac{7}{8}$$

$$63) \frac{7}{10}$$

$$64) \frac{2}{3}$$

\Rightarrow 확률의 총합은 1이므로

$$3a + 2a + a = 1 \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$P(X^2=1) = P(X=-1 \text{ 또는 } X=1)$$

$$= P(X=-1) + P(X=1) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

65) $\frac{5}{12}$

⇒ 확률의 총합이 1이므로

$$a+b+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=1$$

$$a+b=\frac{5}{12}$$

$$\therefore P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = a+b = \frac{5}{12}$$

66) $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3}a + a - \frac{1}{4} = \frac{4}{3}a = 1$$

$$\therefore a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore P(X \leq 1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}a = \frac{1}{2}$$

67) $\frac{5}{9}$

⇒ 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{3} + a + \frac{2}{9} + 3a = 1, \quad 4a = \frac{4}{9}$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned} P(X=1 \text{ 또는 } X=2) &= P(X=1) + P(X=2) \\ &= \frac{2}{9} + 3a = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

68) $\frac{5}{6}$

⇒ 확률의 총합은 1이므로

$$a+3a+\frac{1}{3}=1, \quad 4a=\frac{2}{3} \quad \therefore a=\frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} P(2 \leq X \leq 3) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= 3a + \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

69) $\frac{1}{2}$

70) $\frac{3}{4}$

⇒ 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{8} + a + \frac{1}{4} + b + \frac{1}{8} = 1 \quad \therefore a+b = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} P(2 \leq X \leq 4) &= P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) \\ &= a + \frac{1}{4} + b = a+b + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

71) $\frac{3}{4}$

⇒ 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{2} + a^2 + \frac{a}{2} = 1, \quad 2a^2 + a - 1 = 0$$

$$(2a-1)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = -1$$

$$\text{이때 } 0 \leq P(X=x) \leq 1 \text{ 이므로 } a = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X^2=1) &= P(X=-1 \text{ 또는 } X=1) \\ &= P(X=-1) + P(X=1) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{a}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

72) $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} \right) = \frac{3}{8}$$

$$P(X^2-2X-3=0) = P(X=3) + P(X=-1) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

73) $\frac{17}{24}$

74) $\frac{2}{5}$