

2020학년도 1학기 제1차 지필평가

3학년 확률과통계

과목코드 04

2020. 6. 12. 2교시

- 본 시험은 선택형 (17) 문항, 논술형 (3) 문항, 쪽수는 (5) 쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 **●**와 같이 표기하시오.
- 논술형 답은 논술형 OMR 카드에 서술하시오.

1. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5로 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? [3.8점]

- ① 432 ② 648 ③ 864
④ 1080 ⑤ 1296

$$\begin{array}{cccc} 5 & 6 & 6 & 6 \\ \hline 30 & 36 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 1080 \end{array}$$

2. 서로 다른 여행도서 5권과 자기계발도서 2권이 꽂혀 있는 책장에서 세민이와 윤아가 차례로 책을 임의로 꺼낼 때, 두 사람 모두 자기계발도서를 꺼낼 확률은? [3.8점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{22}$ ④ $\frac{1}{23}$ ⑤ $\frac{1}{24}$

$$\frac{{}^2C_1 \times {}^5C_1}{{}^7C_1 \times {}^6C_1} = \frac{2!}{7 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{1}{21}$$

3. 한 줄에 6명이 앉을 수 있는 영화관에서 세 쌍의 부부가 임의로 앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉을 확률은? [3.9점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{25}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

$$\textcircled{11} \textcircled{22} \textcircled{33}$$

$$\frac{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!}{6!}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!}{6!} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{2}{15}$$

4. 방정식 $x+y+z=12$ 를 만족시키는 양의 정수 해의 개수는? [3.9점]

- ① 45 ② 55 ③ 66
④ 78 ⑤ 91

$$x, y, z \geq 1$$

$$x' + y' + z' = 9$$

$$3H9 = {}^{11}C_2 = 11 \cdot 5$$

5. 주사위 1개를 던지는 시행을 4번 반복할 때, 주사위의 눈이 6의 약수 3번 나올 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{16}{27}$ ④ $\frac{15}{64}$ ⑤ $\frac{32}{81}$

$$4C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{32}{81}$$

$$4 \cdot 8$$

6. 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3의 숫자가 적혀 있는 카드 7장이 있다. 이 카드를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 2가 나올 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

$$22$$

$$2$$

$$\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

$$\frac{7!}{2! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

$$\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{7}$$

<보 기>

\neg ${}_5C_3 + {}_5C_4 = {}_6C_4$
 \times ${}_6C_1 + {}_6C_3 + {}_6C_5 = 6^3$
 \neg ${}_3C_0 + {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_3C_3 = 3^3$
 \equiv ${}_{49}C_0 + {}_{49}C_1 + {}_{49}C_2 + \dots + {}_{49}C_{24} = 2^{48}$
 \square ${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5 = {}_8C_5$

① \neg, \neg ② \neg, \square ③ \neg, \equiv, \square
 ④ \neg, \neg, \equiv ⑤ \neg, \neg, \neg, \equiv

- $$6C_2 = 15 \quad 6C_4 = 15 \times 6$$
- $$4C_2 = 6$$

10. 한 개의 주사위를 3번 던졌을 때 나오는 눈의 수의 최댓값이 6이 될 확률은? [4.1점] $\frac{1}{27}$

☒ ① $\frac{91}{216}$ ② $\frac{97}{216}$ ③ $\frac{103}{216}$ ④ $\frac{117}{216}$ ⑤ $\frac{125}{216}$

$$\frac{6}{10} \times \frac{9}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{54+12}{100} = \frac{66}{100}$$

2166

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 6 \\ \hline 156 \end{array}$$

— — 6

$$\begin{array}{r} 216 \\ - 125 \\ \hline 91 \end{array}$$

555

125

15. $(x^3 + \frac{1}{x})^4 (x-2)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [4.4점]
- ① -232 ② -212 ③ -192
④ -172 ⑤ -152

1). $x^4 \cdot 2$

$4C_3 x^3 \cdot \frac{1}{x} \cdot (-2) = -192x^4$

2). $x \cdot x^4$

$4C_1 x^3 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot 5C_4 x^4 \cdot (-2) = -40$
 $4x - 10x^4$

$\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{192} = \frac{1}{6144}$

16. A가 주사위를 1회 던져서 나온 눈의 수만큼 B가 동전을 던지는 시행을 한다. B가 동전을 던져서 나온 앞면의 개수가 4일 때, A가 던진 주사위의 눈이 5일 확률은? [4.4점]
- ① $\frac{6}{29}$ ② $\frac{7}{29}$ ③ $\frac{8}{29}$ ④ $\frac{9}{29}$ ⑤ $\frac{10}{29}$

4, 5, 6

$4 \cdot (4 \cdot (\frac{1}{2})^4) = \frac{1}{16} = \frac{4}{64}$

$5 \cdot (4 \cdot (\frac{1}{2})^4) \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{5}{32} = \frac{10}{64}$

$6 \cdot (4 \cdot (\frac{1}{2})^4) \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{15}{64}$

$\frac{10}{64} \cdot \frac{1}{29} = \frac{10}{1856}$

$\frac{10}{29}$

- 다음은 $\sum_{n=1}^{10} ({}_{10}C_n)^2$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸 (가), (나), (다), (라)에 들어갈 값을 각각 a, b, c, d라 할 때, a+b+c+d의 값은? [4.5점]

$(x+1)^{10}(x+1)^{10}$ 에서 $x^{(가)}$ 의 계수는
(상수) \times ($x^{(가)}$ 의 계수) + (x 의 계수) \times ($x^{(가)-1}$ 의 계수) + ... + ($x^{(가)}$ 의 계수) \times (상수)이다.

즉 $(x+1)^{10}(x+1)^{10}$ 에서 $x^{(가)}$ 의 계수는 $\sum_{n=0}^{10} ({}_{10}C_n)^2$ 이다.

$(x+1)^{10}(x+1)^{10} = (x+1)^{20}$ 이므로 $({}_{10}C_1)^2 + ({}_{10}C_2)^2 + \dots + ({}_{10}C_{10})^2$

$(x+1)^{20}$ 에서 $x^{(가)}$ 의 계수는 $\frac{(20)}{(나)} C_{\frac{(다)}{(라)}}$ 이다. $2^{20}-1$

$\sum_{n=1}^{10} ({}_{10}C_n)^2$ 에서 n이 1부터 시작하므로

n=0일 때의 값 (라)를 빼면

$\sum_{n=1}^{10} ({}_{10}C_n)^2 = \frac{(나)}{20} C_{\frac{(다)}{20}} - (라)$ 이다.

- ① 40 ② 41 ③ 42
④ 43 ⑤ 44

$10 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 1$

$20 \cdot 20 \cdot 1$

- [논술형 1] 주사위 1개를 던져 나온 눈의 수를 n이라 할 때, $(a+b+c+d)^n$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 a_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 의 값을 구하고 풀이과정을 서술하시오. [10.0점]

n=1

$(a+b+c+d)^1 \Rightarrow 4H_1 = 4C_1 = 4$

n=2

$(a+b+c+d)^2 \Rightarrow 4H_2 = 5C_2 = 10$

n=3

$(a+b+c+d)^3 \Rightarrow 4H_3 = 6C_3 = 20$

n=4

$(a+b+c+d)^4 \Rightarrow 4H_4 = 7C_4 = 35$

n=5

$(a+b+c+d)^5 \Rightarrow 4H_5 = 8C_5 = 56$

n=6

$(a+b+c+d)^6 \Rightarrow 4H_6 = 9C_6 = 84$

11. 흰 공 5개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 검은 공의 개수가 2개 이상일 확률은?

- ① $\frac{17}{42}$ ② $\frac{19}{42}$ ③ $\frac{7}{14}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{25}{42}$

$$1 - P(A)$$

$$P(A^c)$$

$$\frac{10 + 40}{5C_3 + 4C_1 \times 5C_2} = \frac{50}{84} \quad \frac{25}{42}$$

$$\frac{29}{42} - \frac{25}{42} = \frac{4}{42} = \frac{2}{21}$$

$$\frac{29}{42} - \frac{25}{42} = \frac{4}{42} = \frac{2}{21}$$

$$\frac{34}{84} \quad \frac{17}{42}$$

12. 두 사건 A, B에 대하여 $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{9}$ 일 때, $P(A|B^c)$ 의 값은? [4.2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$P(A) + \frac{1}{3} - P(A \cap B) = \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

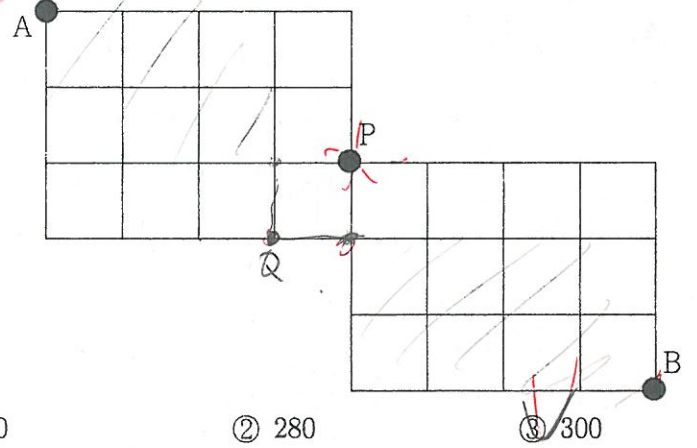
$$\frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$$



$$P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

13. 그림과 같은 도로망에서 지점 A를 출발하여 지점 B까지 최단거리로 갈 때, 지점 P를 지나지 않고 가는 모든 경우의 수는? [4.3점]



- ① 260 ② 280 ③ 300 ④ 320 ⑤ 340

$$A \rightarrow Q \rightarrow B$$

$$20 \times 15 = 300$$

$$\frac{6!}{3!3!} = \frac{720}{36} = 20$$

14. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X에서 Y로의 함수 f가 $f(a) = 1$ 또는 $f(c) = 4$ 를 만족할 확률은? [4.3점]

- ① $\frac{3}{25}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{9}{25}$ ④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

$$1) f(a) = 1 \quad 2) f(c) = 4 \quad 3) f(a) = 1, f(c) = 4$$

$$5^2 \quad 5^2 \quad 5$$

$$\frac{9}{5^2} = \frac{9}{25}$$

[논술형 2] n 이 50 이하의 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식 $21x^2 - 10nx + n^2 = 0$ 의 정수해가 존재할 확률을 구하고, 풀이과정을 서술하시오. [10.0점]

$$\begin{array}{r} n \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{r} -n \\ -n \end{array} \quad (7x-n)(3x-n) = 0$$

$$x = \frac{n}{7} \quad x = \frac{n}{3}$$

$n = 7$ 의 배수 또는 3의 배수

7의 배수 7개

3의 배수 16개

2의 배수 27개

$$\therefore 7 + 16 - 2 = 21$$

$$\frac{21}{50}$$

[논술형 3] 다음 물음에 답하시오. [총 10.0점]

3-1. 사건 A와 B가 독립이기 위한 필요충분조건을 서술하시오. [2.0점]
(단, $P(A) > 0$, $P(B) > 0$)

사건 A와 B가 독립이려면 $P(A|B) = P(A)$ 이어야 한다.

3-2. 어느 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 '점심시간 학교방송에 사연을 보낸 경험'에 대하여 조사하였더니 남학생 중에서 사연을 보낸 경험이 있는 학생은 20명, 없는 학생은 40명, 여학생 중에서 사연을 보낸 경험이 없는 학생이 16명이었다. 조사한 학생 중에서 임의로 택한 1명이 남학생인 사건과 사연을 보낸 경험이 있는 학생인 사건이 서로 독립이라고 한다. 조사한 학생 중에서 임의로 택한 1명이 사연을 보낸 경험이 있는 학생일 때, 그 학생이 여학생일 확률을 구하고, 풀이과정을 서술하시오. [8.0점]

	0	X	
남	20	40	60
여	$x-16$	16	$x=24$
	$x+4$ 28	56	$x+60$ 64

$$\frac{60}{x+60} \times \frac{x+4}{x+60} = \frac{20}{x+60}$$

$$\frac{B}{28} = \left(\frac{2}{7} \right)$$

$$60x + 240 = 20x + 1200$$

$$40x = 960$$

$$x = 24$$

$$\left(\frac{2}{7} \right)$$

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.