2021학년도 2학기 2차 지필평가			
학년	과목명	과목코드	고사일/교시
2	수학Ⅱ	03	12월 14일 2교시

ㅇ인쇄된 시험지의 과목명, **전체쪽수**, **문항수**, 인쇄상태를 꼭 확인하시오.
ㅇ답안지에 인적사항과 과목코드를 정확히 표기한 후, 답안을 작성하시오. 표기는 컴퓨터용 사인펜으로 '⬮'와 같이 표시하시오.
ㅇ본 평가 문항은 선택형 16문항, 논술형 3문항입니다.

< 선 택 형 >

1. $4x^3+1$의 부정적분을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

x^4+x+C

<보기>

ㄱ. x^4+1 X　　ㄴ. x^4+x O
ㄷ. x^4+x+1 O　　ㄹ. x^4+2x+1 X

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ　④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

2. 정적분 $\int_1^3 (x^3+2x-3)dx$의 값은? [4.2점]

① 22　② 25　③ 28　④ 31　⑤ 34

$\left[\frac{1}{4}x^4+x^2-3x\right]_1^3$　$\frac{81}{4}-\left(\frac{1}{4}+1-3\right)$

$20+2$

$\frac{81}{4}+\cancel{9}-\cancel{9}-\left(\frac{1}{4}+1-3\right)$

20 22

3. 함수 $f(x)=-x^3+12x+9$가 열린구간 $(-a, a)$에서 증가할 때, 양수 a의 최댓값은? [4.2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$-3x^2+12$
$-3(x+2)(x-2)$
$x=2, -2$

$f(-2)=16+12-20+a=8+a\geq 0$
$f(-1)=a-6\geq 0$　$a\geq 6$　$a\geq -8$
$f(0)=a\geq 0$

4. 두 함수 $f(x)=x^4+4x^2+5x$, $g(x)=x^2-5x-a$가 닫힌구간 $[-2, 0]$에서 $f(x)\geq g(x)$를 만족시킬 때, 실수 a의 값의 최솟값은? [4.5점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

$1+3-10+a$
$x^4+3x^2+10x+a\geq 0$
$4x^3+6x+10$
$(x+1)$

-1 | 4　0　6　10
　 |　 -4　4　-10
　 | 4　-4　10　0

5. 함수 $f(x)=3x^2+ax+b$가 다음 조건을 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [4.4점]

(가) $f'(-1)=2$　　(나) $\int_0^2 f(x)dx=16$

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

$f'(x)=6x+a$
$-6+a=2$
$a=8$

$\left[x^3+4x^2+bx\right]_0^2$
$8+\cancel{16}+2b=\cancel{16}$
$b=-4$

6. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치는 각각 $f(t)=\frac{1}{3}t^3-8t-\frac{1}{3}$, $g(t)=t^2-10$이다. $t=a$에서 두 점 P, Q의 속도가 같아질 때 상수 a의 값은? [4.6점]

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

$v=t^2-8$　$v=2t$　$a=4$

$t^2-2t-8=0$　$t=4, \cancel{-2}$
$(t-4)(t+2)$

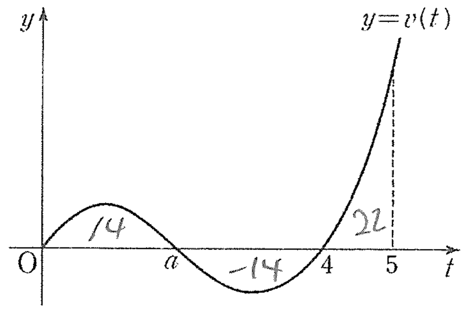
7. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-6t^2+12t$일 때, 점 P의 속도가 처음으로 3이 되는 순간의 점 P의 가속도는? [4.6점]

① -10　② -8　③ -6　④ -4　⑤ -2

$v=3t^2-12t+12=3$　$t=1$
$3t^2-12t+9=0$　$a=6t-12$
$3(t^2-4t+3)=$
$t=1, 3$

$3t^2-12t+9$
$6t-12$
$1, 3$

8. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$에 대하여 $y=v(t)$의 그래프는 그림과 같다.
점 P가 움직이기 시작하여 $t=4$일 때 다시 원점으로 돌아온다고 한다. $\int_0^a v(t)dt=14$, $\int_a^5 v(t)dt=8$일 때, $t=0$에서 $t=5$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, $0<a<4$) [4.7점]



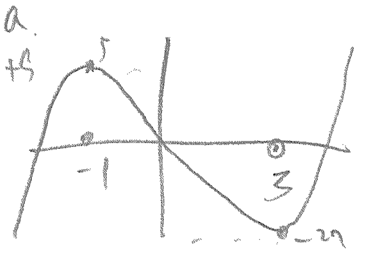
① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58

28 +22 = 50

28 +22 = 50

9. 두 함수 $f(x)=x^3-3x^2-4x$와 $g(x)=5x+a$에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 a의 최댓값은? [5.7점]
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

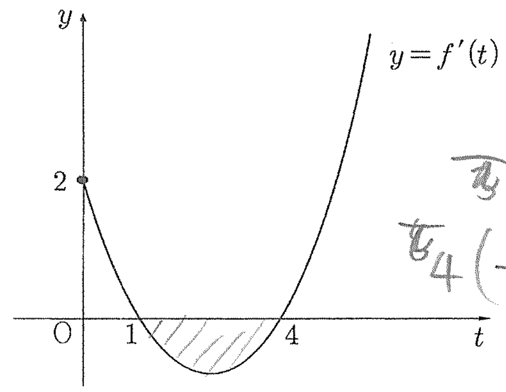
$27-27-27$
$x^3-3x^2-9x=a$
$3x^2-6x-9$ $-1-3+9=5$
$3(x^2-2x-3)$
$x=3$ $3(x-3)(x+1)$
$x=3,-1$ $0<a<5$



10. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=12x^2-6x+5$, $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값은? [4.6점]
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f(x)=4x^3-3x^2+5x+2$
$4-3+5+2=$
$11-3=8$

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $f(t)$에 대하여 이차함수 $y=f'(t)$의 그래프는 그림과 같다.

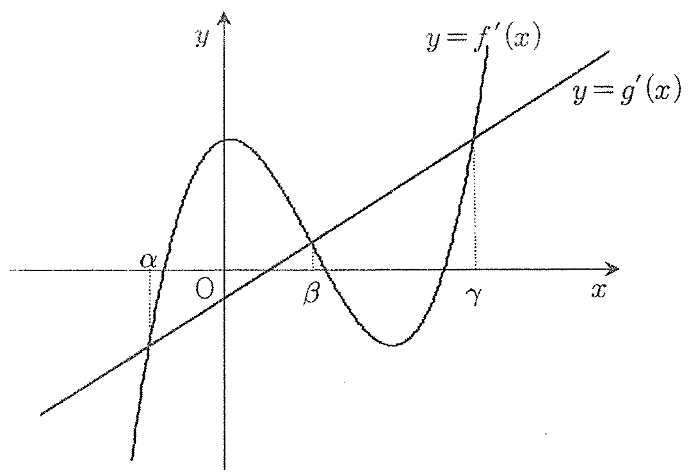


점 P가 출발할 때의 운동 방향에 대하여 반대 방향으로 움직인 거리를 d라 할 때, $4d$의 값은? [4.9점]
① 8 ② 9 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$4\left(\frac{21}{2}-14+\frac{5}{4}\right)$
$42-56+5$
$47-56$
$=49$
456
-47
9

$f'(t)=a(x-1)(x-4)$ $\frac{1}{2}(x-1)(x-4)$
$4a=2$ x^2-5x+4
$a=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+2$
$\frac{64}{6}-20+8-\left(\frac{1}{6}-\frac{5}{4}+2\right)$
-12
$\frac{63}{6}-14+\frac{5}{4}$ $\left[\frac{1}{6}x^3-\frac{5}{4}x^2+2x\right]_1^4$

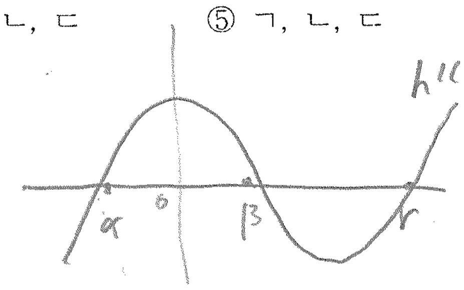
12. 사차함수 $y=f(x)$의 도함수와 이차함수 $y=g(x)$의 도함수의 그래프가 그림과 같다.

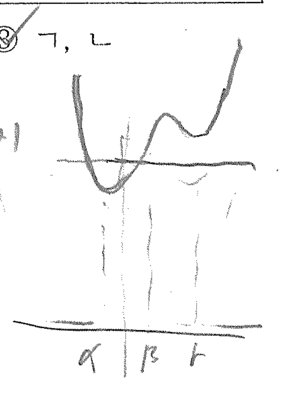


$h(x)=f(x)-g(x)$라 하고 $f(0)<g(0)$, $f(\gamma)>g(\gamma)$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [6.1점]

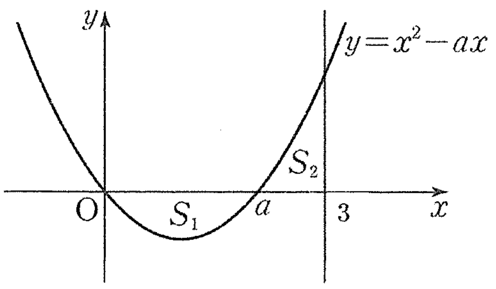
<보기>
ㄱ. $\alpha<x<\beta$에서 $h(x)$는 증가한다. O
ㄴ. 함수 $h(x)$는 $x=\beta$에서 극댓값을 갖는다. O
ㄷ. 방정식 $h(x)=0$은 하나의 음의 실근과 서로 다른 세 양의 실근을 갖는다. X

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ





13. 그림과 같이 곡선 $y=x^2-ax\ (0<a<3)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하고, 곡선 $y=x^2-ax\ (x\geq a)$와 x 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=S_2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [5.4점]



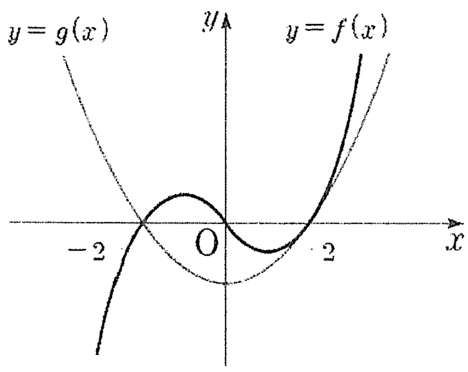
① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

$\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}ax^2\right]_0^3=0$

$9-\frac{9}{2}a=0$

$\frac{9}{2}a=9$ $a=2.$

14. 그림과 같이 원점을 지나고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 있다. $y=f(x)$가 이차함수 $y=g(x)$의 그래프와 두 점 $(2,0), (-2,0)$에서 만나고, $(2,0)$에서 두 곡선의 접선의 기울기가 같을 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5.5점]



① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{32}{3}$
④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{64}{3}$

$f(x)=x(x+2)(x-2)=$

$g(x)=a(x^2-4)$

ax^2-4a $2x^2-8$

$2ax$

$g'(2)=4a$ $4a=8$

$a=2$

$x^3-4x=2x^2-8$

$x^3-2x^2-4x+8=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -2 & -4 & 8 \\ & & 2 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$(x-2)^2(x+2)$

$\int_{-2}^{2}(x^3-4x-2x^2+8)\,dx$

$\cancel{x^3}-2x^2-\cancel{4x}+8$

$2\left[-\frac{2}{3}x^3+8x\right]_0^2$

$-\frac{16}{3}+16$ $\left(\frac{32}{3}\right)2=\frac{64}{3}$

15. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가 $4F(x)=x\{f(x)-6\}$을 만족시킬 때, $4F(-1)$의 값은? [6.2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$4F(x)=xf(x)-6x$ $F(0)=0$

$4f(x)=xf'(x)+f(x)-6$

$3f(x)=xf'(x)-6$

~~$3x+3a=x-6$~~

x^2+ax+b

~~$2x+a$~~

$x+a$

x^3+ax^2+bx+c

$3x^3+3ax^2+3bx+3c=3x^3+2ax^2+bx-6$ $3x^2+2ax+b$

$3a=2a$

$3b=b$

$c=-2$

$f(x)=x^3-2$

$F(x)=\frac{1}{4}x^4-2x$

$\frac{1}{4}+2$ $\frac{9}{4}$

16. 삼차함수 $f(x)=k(x-1)(x-a)(x-a+1)$이 다음 조건을 만족시킨다. $1, a, a-1$ $a=$ $a=2$

(가) $y=f(x)$와 x축은 서로 다른 두 점에서만 만난다. (나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 -4이다.

이때 두 상수 a, k의 곱 ak의 값은? (단, $k>0$) [6.3점]

① 36 ② 42 ③ 45 ④ 54 ⑤ 58

$1=a-1$

$a=2$

$k(x-1)^2(x-2)$ ~~$(x-1)$~~

x^2-2x+1

$x^3-2x^2+x-2x^2+4x-2$

$k(x^3-4x^2+5x-2)$

$3x^2-8x+5$ $1-4+5-2$

$x=\frac{5}{3}, 1$

$k=27.$

$\frac{125}{27}-\frac{100}{9}+\frac{25}{3}-2$

$\frac{125}{27}-\frac{300}{27}+\frac{225}{27}-2$

$\frac{50}{27}-2=-\frac{4}{27}$

$-\frac{4}{27}k=-4$

$k=27$

$x=\frac{2t+1}{3}, 1$ $k(x-1)^2(x-4)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 9 & -4 \\ & & 1 & -5 & 4 \\ \hline & 1 & -5 & 4 & 0 \end{array}$$

< 논 술 형 >

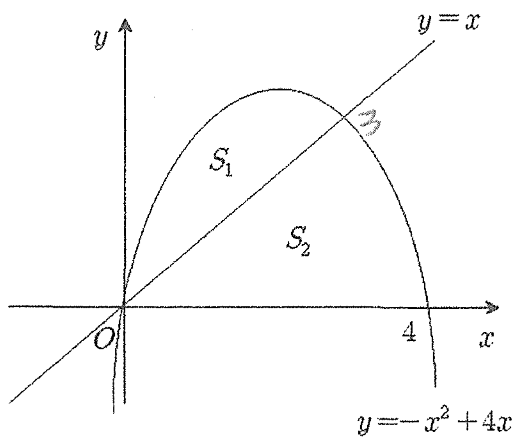
○ 논술형 답안은 OMR 답안지의 해당 논술형 답란에 검정 펜으로 정확히 기입하시오.
(논술형 문항번호 미기재 시 채점대상에서 제외함.)

[논술형 1] 함수 $f(x)=\int \frac{x^3}{x-1}dx-\int \frac{1}{x-1}dx$에 대하여 $f(0)=2$일 때, 함수 $f(x)$를 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [5점]

$\int \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}dx$

$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2$

[논술형 2] 그림과 같이 곡선 $y=-x^2+4x$와 x축으로 둘러싸인 도형을 직선 $y=x$로 나눈 두 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2라 한다. $S_2=kS_1$일 때, 실수 k의 값을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]



$-x^2+4x-x$

$-x^2+3x$

$\frac{1}{6}\cdot 27=\frac{9}{2}$

$-x^2+4x=x$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)$

$=\frac{9}{2}$

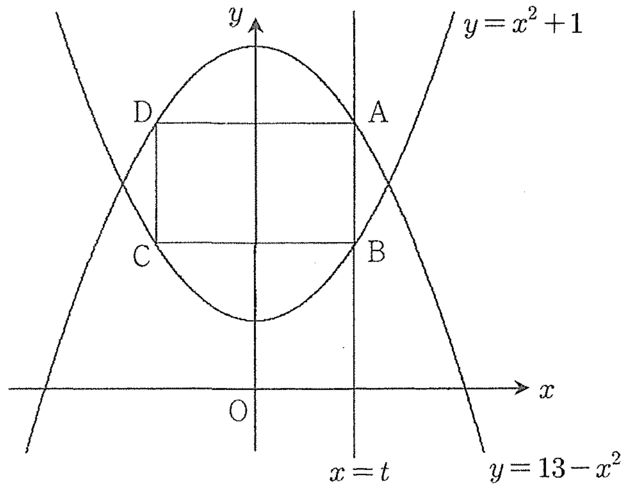
$\frac{37}{6}=\frac{9}{2}k$

$k=\frac{37}{27}$

$\frac{1}{6}\times 64=\frac{32}{3}-\frac{9}{2}$

$\frac{64}{6}-\frac{27}{6}=\frac{37}{6}$

[논술형 3] 그림과 같이 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=13-x^2$, $y=x^2+1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B를 지나고 y축에 수직인 직선이 두 곡선 $y=x^2+1$, $y=13-x^2$과 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값을 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, $0<t<\sqrt{6}$) [8점]



$A(t,\ 13-t^2)$ $B(t,\ t^2+1)$

$13-t^2-t^2-1$

$=-2t^2+12$

$D(-t,\ 13-t^2)$

$2t(-2t^2+12)$

$=-4t^3+24t$

$-12t^2+24=0$

$t^2=2$

$t=\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}\ (8)$

$\boxed{=16\sqrt{2}}$

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.