



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[항등식]

• 항등식: 등식에 포함된 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는
등식

[미정계수법]

항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법

• 계수비교법: 항등식에서 양변의 동류항의 계수는 같다.는 성질을
이용하여, 주어진 등식의 양변의 계수를 비교하여 미정 계수를 구하는
방법

• 수치대입법: 항등식은 주어진 문자에 어떠한 값을 대입해도 항상
성립한다.는 성질을 이용하여, 주어진 문자에 적당한 값을 대입하여
미정계수를 구하는 방법

[인수정리]

다항식 $f(x)$ 와 일차식 $x-\alpha$ 에 대하여

(1) $f(\alpha)=0$ 이면 $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어 떨어진다.

(2) $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$ 이다.

[조립제법]

x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x 에 대한 일차식으로 나눌 때, 나눗셈을
직접 하지 않고 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

기본문제

[문제]

1. 다항식 $5x^3+3x^2-2x+3$ 을 다항식 x^2+2x-1 로
나누었을 때,

$5x^3+3x^2-2x+3=(x^2+2x-1)Q+R$ 이 되는 몫
 Q 와 나머지 R 를 구하면?

- ① $Q=5x+13, R=-33x+13$
- ② $Q=5x-7, R=17x-4$
- ③ $Q=5x+13, R=19x-13$
- ④ $Q=5x-7, R=-11x+10$
- ⑤ $Q=5x-13, R=-33x+13$

[예제]

2. 조립제법을 이용하여 $(x^3-5x+3)\div(x-2)$ 의 몫
과 나머지를 구할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, $a, b,$
 c, d 는 상수)

	1	a	-5	3
b				
			c	d

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[문제]

3. 조립제법을 이용하여 나눗셈

$(x^3+2x^2+2)\div(x+1)$ 의 몫 Q 와 나머지 R 를
구하면?

- ① $Q=x^2+3x+3, R=5$
- ② $Q=x^2+3x+3, R=1$
- ③ $Q=x^2+x-1, R=5$
- ④ $Q=x^2+x-1, R=1$
- ⑤ $Q=x^2+x-1, R=3$

[예제]

4. 조립제법을 이용하여

나눗셈 $(3x^3-2x^2+2x-1)\div(3x+1)$ 의 몫 Q 와
나머지 R 를 구하면?

- ① $Q=x^2-x+1, R=2$
- ② $Q=x^2-x+1, R=-2$
- ③ $Q=x^2-x+1, R=0$
- ④ $Q=3x^2-3x+3, R=-2$
- ⑤ $Q=3x^2-3x+3, R=0$

[문제]

5. 조립제법을 이용하여

나눗셈 $(4x^3 - 3x - 5) \div (2x + 1)$ 의 몫 Q 와 나눗셈 $(3x^3 + 7x^2 - 1) \div (3x - 2)$ 의 나머지 R 를 구하면?

- ① $Q = 2x^2 - x - 1, R = 3$
 ② $Q = 2x^2 - x - 1, R = 2$
 ③ $Q = 2x^2 - x + 1, R = 1$
 ④ $Q = x^2 + 3x + 2, R = -4$
 ⑤ $Q = x^2 + 3x + 2, R = 1$

[예제]

6. 등식 $ax^2 + bx + c = 2x^2 + x - 4$ 가 x 에 대한 항등식 일 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

[문제]

7. 등식 $(a+2)x^2 + bx + 1 = x^2 - 2x + c$ 가 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값은?

- ① -6 ② -4
 ③ -2 ④ 0
 ⑤ 2

[예제]

8. 등식 $a(x-2)^2 + b(x-2) - 3 = 2x^2 - 3x - 5$ 가 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 3
 ③ 5 ④ 7
 ⑤ 9

[문제]

9. 등식

$ax(x+1) + b(x+1)(x-2) + cx(x-2) = 3x^2 + 3x + 6$ 이 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값은?

- ① 5 ② 7
 ③ 9 ④ 11
 ⑤ 13

[문제]

10. 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[예제]

11. 다항식 $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$ 를 $3x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 1
 ⑤ 2

[문제]

12. 다항식 $P(x) = 4x^3 + x - 1$ 을 $2x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2
 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1
 ⑤ $-\frac{1}{2}$

[예제]

13. 다항식 $P(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 9이고, $x + 3$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이다. $P(x)$ 를 $(x - 2)(x + 3)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-x + 7$ ② $-x + 5$
 ③ $9x + 4$ ④ $x + 5$
 ⑤ $x + 7$

[문제]

14. 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -3 이고, $x-3$ 로 나누었을 때의 나머지가 2 이다. $P(x)$ 를 $(x+2)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-x+1$ ② $-x+6$
 ③ $x+2$ ④ $x-1$
 ⑤ $x-6$

[문제]

15. 다항식 x^3+3x^2-9x+5 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x-1$ ② $x+1$
 ③ $x+5$ ④ x^2-2x+1
 ⑤ x^2+4x-5

[예제]

16. 다항식 $P(x)=x^3+ax-5$ 가 $x-1$ 로 나누어떨어지게 하는 상수 a 의 값은?

- ① 4 ② 2
 ③ 0 ④ -2
 ⑤ -4

[문제]

17. 다항식 $P(x)=x^3-3x^2+ax-3a$ 가 $x+3$ 으로 나누어떨어지게 하는 상수 a 의 값은?

- ① 9 ② 3
 ③ 0 ④ -3
 ⑤ -9

[문제]

18. 다항식 $P(x)=2x^3+ax^2+bx-4$ 가 $(x-1)(x+2)$ 으로 나누어떨어지게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 5 ② 4
 ③ 3 ④ 2
 ⑤ 1

평가문제

[스스로 확인하기]

19. x 에 대한 항등식 $ax^2+2x-1=3x^2+bx-1$ 에서 의 상수 a, b 에 대하여 다항식 $P(x)=3x^2-ax+b$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② 2
 ③ 4 ④ 6
 ⑤ 8

[스스로 확인하기]

20. $x^3+ax(x+2)(x-2)+b=2x^3+cx$ 가 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5

[스스로 확인하기]

21. 다항식 $P(x)=4x^3+3x+4$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② 2
 ③ 4 ④ 6
 ⑤ 8

[스스로 확인하기]

22. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 1 이고, $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 5 일 때 $P(x)$ 를 x^2-2x-3 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x+1$ ② $x+2$
 ③ $x+3$ ④ $-x$
 ⑤ $-x+1$

[스스로 확인하기]

23. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는 $x-2$ 로 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 3일 때 $a+b$ 의 값은? (단 a, b 는 상수)

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[스스로 확인하기]

24. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $P(x)$ 에 대하여 $P(-1) = P(1) = P(-2) = -6$ 일 때, $P(2)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[스스로 마무리하기]

25. 다항식 $x^3 - 3x - 2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나누었을 때의 몫이 $x-1$ 이고 나머지가 -4 일 때, $P(x)$ 는?

- ① $x^2 - x - 2$ ② $x^2 - x + 2$
③ $x^2 + x - 2$ ④ $x^2 + x + 2$
⑤ $x^2 + 2x + 2$

[스스로 마무리하기]

26. 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 r 라 할 때, $xP(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는? (단, r 은 상수)

- ① 몫: $xQ(x)$, 나머지: $2r$
② 몫: $xQ(x)$, 나머지: $-2r$
③ 몫: $xQ(x) + 2$, 나머지: $2r$
④ 몫: $xQ(x) + r$, 나머지: $2r$
⑤ 몫: $xQ(x) + r$, 나머지: $-2r$

[스스로 마무리하기]

27. 등식 $2x^2 - 8x = 2(x-1)^2 - a(x+1) + b$ 가 x 에 대한 항등식일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 13 ② 17
③ 20 ④ 25
⑤ 34

[스스로 마무리하기]

28. 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $x^2 + 2x - 1$ 이고 나머지가 -5 일 때, 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 마무리하기]

29. 다항식 $P(x)$ 는 $x+3$ 으로 나누어떨어지고, $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이다. $P(x)$ 를 $(x+3)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-x+1$ ② $-x+2$
③ $x+1$ ④ $x+2$
⑤ $x+3$

[스스로 마무리하기]

30. $2019^8 + 2019^4 + 1$ 을 2020 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[스스로 마무리하기]

31. 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ 는

$P(x) = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2)$ 로 나타낼 수 있음을 이용하여 $P(1002)$ 의 값의 각 자리의 숫자를 모두 더한 값을 구하면? (단, a, b, c 는 10보다 작은 자연수)

- ① 5 ② 7
 ③ 9 ④ 11
 ⑤ 13

[스스로 마무리하기]

32. 다항식 $3x^3 + ax^2 + bx - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 를 인수로 가질 때, $2a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 6 ② 8
 ③ 10 ④ 12
 ⑤ 14

[스스로 마무리하기]

33. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 다항식 $f(x) + g(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4, 다항식 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 12이다. 다항식 $f(x)g(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

8) [정답] ④

[해설] 좌변을 전개하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 a(x-2)^2 + b(x-2) - 3 &= 2x^2 - 3x - 5 \\
 ax^2 - 4ax + 4a + bx - 2b - 3 &= 2x^2 - 3x - 5 \\
 ax^2 + (b-4a)x + (4a-2b-3) &= 2x^2 - 3x - 5 \\
 2x^2 - 3x - 5 \text{를 좌변으로 이항시키면} \\
 (a-2)x^2 + (b-4a+3)x + (4a-2b+2) &= 0 \\
 x \text{에 대한 항등식이므로 } a-2=0, \quad b-4a+3=0, \\
 4a-2b+2=0 \\
 \text{따라서 } a=2, \quad b=5 \text{이므로} \\
 a+b &= 7
 \end{aligned}$$

9) [정답] ③

[해설] 좌변을 전개하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 ax(x+1) + b(x+1)(x-2) + cx(x-2) &= 3x^2 + 3x + 6 \\
 ax^2 + ax + bx^2 - bx - 2b + cx^2 - 2cx &= 3x^2 + 3x + 6 \\
 (a+b+c)x^2 + (a-b-2c)x - 2b &= 3x^2 + 3x + 6 \\
 3x^2 + 3x + 6 \text{을 좌변으로 이항시키면} \\
 (a+b+c-3)x^2 + (a-b-2c-3)x - 2b - 6 &= 0 \\
 x \text{에 대한 항등식이므로 } a+b+c-3=0, \\
 a-b-2c-3=0, \quad -2b-6=0 \\
 \text{따라서 } a=4, \quad b=-3, \quad c=2 \text{이므로} \\
 a-b+c &= 9
 \end{aligned}$$

10) [정답] ①

[해설] $P(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x-3)Q(x) + R \\
 \text{이 등식은 } x \text{에 대한 항등식이므로 양변에 } x=3 \\
 \text{을 대입하면} \\
 P(3) &= 0 \times Q(3) + R = R \\
 \text{따라서 구하는 나머지 } R \text{은} \\
 R &= P(3) \\
 &= 3^3 - 2 \times 3^2 - 4 \times 3 + 1 \\
 &= 27 - 18 - 12 + 1 = -2
 \end{aligned}$$

11) [정답] ③

[해설] $P(x)$ 를 $3x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (3x+1)Q(x) + R \\
 \text{이 등식은 } x \text{에 대한 항등식이므로 양변에} \\
 x &= -\frac{1}{3} \text{을 대입하면} \\
 P\left(-\frac{1}{3}\right) &= 0 \times Q\left(-\frac{1}{3}\right) + R = R \\
 \text{따라서 구하는 나머지 } R \text{은} \\
 R &= P\left(-\frac{1}{3}\right) \\
 &= 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \\
 &= -\frac{1}{9} - \frac{5}{9} - \frac{4}{3} + 1 = -1
 \end{aligned}$$

12) [정답] ②

[해설] $P(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (2x+1)Q(x) + R \\
 \text{이 등식은 } x \text{에 대한 항등식이므로 양변에} \\
 x &= -\frac{1}{2} \text{을 대입하면} \\
 P\left(-\frac{1}{2}\right) &= 0 \times Q\left(-\frac{1}{2}\right) + R = R \\
 \text{따라서 구하는 나머지 } R \text{은} \\
 R &= P\left(-\frac{1}{2}\right) \\
 &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 \\
 &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 = -2
 \end{aligned}$$

13) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x-2)(x+3)Q(x) + ax + b \\
 P(x) \text{를 } x-2 \text{로 나누었을 때의 나머지가 } 9 \text{이므로} \\
 P(2) &= 9 \\
 \text{즉 } 2a+b &= 9 \\
 P(x) \text{를 } x+3 \text{로 나누었을 때의 나머지가 } 4 \text{이므로} \\
 P(-3) &= 4 \\
 \text{즉 } -3a+b &= 4 \\
 2a+b=9 \text{이고 } -3a+b=4 \text{이므로} \\
 a=1, \quad b=7 \\
 \text{따라서 나머지는 } x+7
 \end{aligned}$$

14) [정답] ④

[해설] $P(x)$ 를 $(x+2)(x-3)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x+2)(x-3)Q(x) + ax + b \\
 P(x) \text{를 } x+2 \text{로 나누었을 때의 나머지가 } -3 \text{이므로} \\
 P(-2) &= -3 \\
 \text{즉 } -2a+b &= -3 \\
 P(x) \text{를 } x-3 \text{로 나누었을 때의 나머지가 } 2 \text{이므로} \\
 P(3) &= 2 \\
 \text{즉 } 3a+b &= 2 \\
 -2a+b=-3 \text{이고 } 3a+b=2 \text{이므로} \\
 a=1, \quad b=-1 \\
 \text{따라서 나머지는 } x-1
 \end{aligned}$$

15) [정답] ②

[해설] 다항식 x^3+3x^2-9x+5 를 $P(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 P(1) &= 1+3-9+5=0 \\
 \text{즉 다항식 } x^3+3x^2-9x+5 \text{는 } x-1 \text{을 인수로 가진다.} \\
 \text{조립제법을 이용하면}
 \end{aligned}$$

$$1 \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -9 & 5 \\ & 1 & 4 & -5 \\ & 1 & 4 & -5 \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{이므로 } x^3 + 3x^2 - 9x + 5 &= (x-1)(x^2 + 4x - 5) \\ &= (x-1)(x-1)(x+5) \\ &= (x-1)^2(x+5) \end{aligned}$$

16) [정답] ①

[해설] $P(x)$ 가 $x-1$ 로 나누어떨어지면 인수정리에 의하여 $P(1)=0$
 $P(1)=1+a-5=a-4$
 따라서 $a-4=0$ 이므로 $a=4$

17) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 가 $x+3$ 로 나누어떨어지면 인수정리에 의하여 $P(-3)=0$
 $P(-3)=-27-27-3a-3a=-6a-54$
 따라서 $-6a-54=0$ 이므로 $a=-9$

18) [정답] ④

[해설] $P(x)$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어떨어지면 인수정리에 의하여 $P(1)=0$, $P(-2)=0$
 (i) $P(1)=2+a+b-4=a+b-2$
 즉 $a+b-2=0$
 (ii) $P(-2)=-16+4a-2b-4=4a-2b-20$
 즉 $2a-b-10=0$
 $a+b-2=0$ 이고 $2a-b-10=0$ 이므로
 $a=4$, $b=-2$
 따라서 $a+b=2$

19) [정답] ⑤

[해설] $ax^2+2x-1=3x^2+bx-1$ 에서 $3x^2+bx-1$ 을 좌변으로 이항시키면
 $(a-3)x^2+(2-b)x+(-1+1)=0$
 x 에 대한 항등식이므로 $a=3$, $b=2$
 $P(x)=3x^2-ax+b$ 에서 $a=3$, $b=2$ 이므로
 $P(x)=3x^2-3x+2$
 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의해 $P(2)$
 $P(2)=12-6+2=8$

20) [정답] ③

[해설] $x^3+ax(x+2)(x-2)+b=2x^3+cx$ 을 정리하면
 $x^3+ax(x^2-4)+b=2x^3+cx$
 $x^3+ax^3-4ax+b=2x^3+cx$
 $(1+a-2)x^3-(4a+c)x+b=0$
 $(a-1)x^3-(4a+c)x+b=0$
 x 에 대한 항등식이므로 $a=1$, $b=0$, $c=-4$
 따라서 $a+b+c=-3$

21) [정답] ④

[해설] $P(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$,

나머지를 R 이라 하면

$$P(x)=(2x-1)Q(x)+R$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$P\left(\frac{1}{2}\right)=0 \times Q\left(\frac{1}{2}\right)+R=R$$

따라서 구하는 나머지 R 은

$$\begin{aligned} R &= P\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right) + 4 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 4 = 6 \end{aligned}$$

22) [정답] ②

[해설] $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ 이므로 다항식 $P(x)$ 를 x^2-2x-3 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 상수인 a , b 에 대해 $ax+b$ 라고 하면

$$P(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에(i) $x=-1$ 을 대입하면

$$P(-1)=0 \times (-4) \times Q(-1)-a+b=-a+b$$

$P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 1이므로 $P(-1)=1$

$$\text{즉 } -a+b=1$$

(ii) $x=3$ 을 대입하면

$$P(3)=4 \times 0 \times Q(3)+3a+b=3a+b$$

$P(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 5이므로 $P(3)=5$

$$\text{즉 } 3a+b=5$$

$$-a+b=1 \text{ 이고 } 3a+b=5 \text{ 이므로}$$

$$a=1, b=2$$

따라서 나머지는 $x+2$

23) [정답] ①

[해설] $P(x)$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어지면 인수정리에 의하여 $P(2)=0$

$$P(2)=8+4a+2b-4=4a+2b+4$$

$$\text{즉 } 4a+2b+4=0 \text{ 이므로 } 2a+b=-2$$

$P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$P(x)=(x+1)Q(x)+3$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$P(-1)=0 \times Q(-1)+3=3$$

$$P(-1)=-1+a-b-4=a-b-5$$

$$\text{즉 } a-b-5=3 \text{ 이므로 } a-b=8$$

$$2a+b=-2 \text{ 이고 } a-b=8 \text{ 이므로}$$

$$a=2, b=-6$$

따라서 $a+b=-4$

24) [정답] ③

[해설] 다항식 $Q(x)$ 에 대하여 $P(x)+6=Q(x)$ 라고 하면 $P(-1)=P(1)=P(-2)=-6$ 이므로

$$Q(-1)=Q(1)=Q(-2)=0$$

즉 $Q(x)$ 는 $x+1$, $x-1$, $x+2$ 로 각각 나누어떨어진다. 이때 $Q(x)=P(x)+6$ 이고 $P(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이므로 $Q(x)$ 도 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이다.

$Q(x)$ 의 일차식인 인수가 $x+1$, $x-1$, $x+2$ 이므로

$$Q(x)=(x+1)(x-1)(x+2)$$

$$P(x)=Q(x)-6\text{이므로}$$

$$P(x)=(x+1)(x-1)(x+2)-6$$

따라서

$$P(2)=(2+1)(2-1)(2+2)-6=6$$

25) [정답] ③

[해설] 나머지정리에 의해

$$x^3-3x-2=P(x)(x-1)-4$$

$$x^3-3x-2+4=P(x)(x-1)$$

$$P(x)(x-1)=x^3-3x+2$$

x^3-3x+2 를 인수분해하면

x^3-3x+2 의 상수항이 2이므로 $x^3-3x+2=0$ 이 되는 x 는 ± 1 , ± 2 중에 있다.

이 중에서 1을 x^3-3x+2 의 x 에 대입하면

0이므로 x^3-3x+2 는 $x-1$ 을 인수로 갖는다.

따라서 조립제법을 이용하여 x^3-3x+2 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^3-3x+2=(x-1)(x^2+x-2)$$

$$=(x+2)(x-1)^2$$

$$P(x)(x-1)=x^3-3x+2\text{에서}$$

$$x^3-3x+2=(x+2)(x-1)^2\text{이므로}$$

$$P(x)(x-1)=(x+2)(x-1)^2$$

(i) $x=1$ 일 때, $P(1) \times 0 = 3 \times 0^2 = 0$ 이므로

등식은 성립한다.

(ii) $x \neq 1$ 일 때, $P(x)(x-1)=(x+2)(x-1)^2$ 의 양 변을 $x-1$ 로 나누어주면

$$P(x)=(x+2)(x-1)=x^2+x-2$$

26) [정답] ④

[해설] $P(x)=(x-2)Q(x)+r$ 이므로

$$xP(x)=x(x-2)Q(x)+rx$$

$$=x(x-2)Q(x)+r(x-2)+2r$$

$$=(x-2)\{xQ(x)+r\}+2r$$

따라서 구하는 몫은 $xQ(x)+r$, 나머지는 $2r$

27) [정답] ③

[해설] 우변을 전개하여 정리하면

$$2x^2-8x=2(x-1)^2-a(x+1)+b$$

$$2x^2-8x=2x^2-4x+2-ax-a+b$$

$$2x^2-8x=2x^2-(4+a)x+(2-a+b)$$

$2x^2-8x$ 을 우변으로 이항시키면

$$0=(2-2)x^2-(4+a-8)x+(2-a+b)$$

$$=-(a-4)x+(2-a+b)$$

x 에 대한 항등식이므로 $a-4=0$, $2-a+b=0$

따라서 $a=4$, $b=2$ 이므로

$$a^2+b^2=4^2+2^2=16+4=20$$

28) [정답] ①

[해설] $P(x)=(x-1)(x^2+2x-1)-5$ 이므로

$P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는

$$P(-2)=(-2-1)\{(-2)^2+2 \times (-2)-1\}-5$$

$$=(-3)(4-4-1)-5$$

$$=(-3)(-1)-5$$

$$=3-5=-2$$

29) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 가 $x+3$ 으로 나누어떨어지면 인수정리에 의하여 $P(-3)=0$

$P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지

정리에 의해 $P(1)=4$

$P(x)$ 를 $(x+3)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수인 a , b 에 대하여 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$P(x)=(x+3)(x-1)Q(x)+ax+b$$

$x=-3$ 을 대입하면

$$P(-3)=0 \times (-4) \times Q(-3)-3a+b=-3a+b$$

$$\text{즉 } -3a+b=0$$

$x=1$ 을 대입하면

$$P(1)=4 \times 0 \times Q(1)+a+b=a+b$$

$$\text{즉 } a+b=4$$

$$-3a+b=0, a+b=4\text{이므로}$$

$$a=1, b=3$$

따라서 나머지는 $x+3$

30) [정답] ②

[해설] $2019=X$ 로 놓으면

$$2019^8+2019^4+1=X^8+X^4+1, 2020=X+1$$

따라서 구하는 나머지는 x^8+x^4+1 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지와 같으므로

$$(-1)^8+(-1)^4+1=3$$

31) [정답] ④

[해설] $P(x)=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)$

$P(x)$ 에 $x=1002$ 를 대입하면

$$P(1002)=a \times 1000^3+b \times 1000^2+c \times 1000$$

$$=a \times 10^9+b \times 10^6+c \times 10^3$$

이므로 $P(1002)$ 의 값을 각 자리의 숫자를 모두 더한 값은 $a+b+c$

한편 $P(x)$ 에 $x=3$ 를 대입하면

$$P(3) = a + b + c$$

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4 \text{이므로 구하는 값은}$$

$$a + b + c = P(3) = 3^3 - 2 \times 3^2 + 2 \times 3 - 4 = 11$$

32) [정답] ①

[해설] $P(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 4$ 라 하면

$P(x)$ 가 $x^2 + x - 2$ 를 인수로 가지므로 $x^2 + x - 2$ 로 나누어떨어진다.

이때 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 이므로

$P(x)$ 는 $x - 1$, $x + 2$ 로 각각 나누어떨어진다.

즉 $P(1) = 0$ 이므로 $a + b = 1$, $P(-2) = 0$ 이므로

$$2a - b = 14$$

따라서 $a + b = 1$, $2a - b = 14$ 이므로

$$a = 5, b = -4$$

$$2a + b = 6$$

33) [정답] ②

[해설] $f(x) + g(x)$ 를 $x - 2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$$f(2) + g(2) = 4$$

$\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2$ 을 $x - 2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 12이므로

$$\{f(2)\}^2 + \{g(2)\}^2 = 12$$

한편

$$2f(x)g(x) = \{f(x) + g(x)\}^2 - [\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2]$$

이므로 이 식에 $x = 2$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} 2f(2)g(2) &= \{f(2) + g(2)\}^2 - [\{f(2)\}^2 + \{g(2)\}^2] \\ &= 4^2 - 12 = 4 \end{aligned}$$

즉 $f(2)g(2) = 2$ 이므로 구하는 나머지는 2이다.