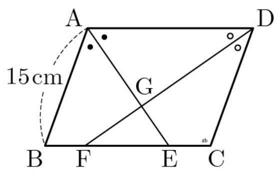
단원 ISSUE

이 단원에서는 **평행사변형에서 각의 크기를 구하는 문제, 평행사변형의 조건에 따른 미지수를 구하는 문제** 등이 자주 출제되며 주어진 조건을 꼼꼼히 따져보면서 실수가 생기지 않도록 학습합니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

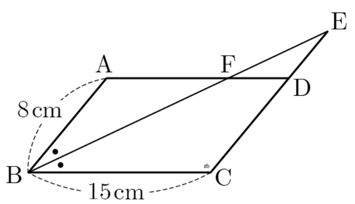
1. **다음 둘레의 길이가 $80\,\mathrm{cm}$인 평행사변형 ABCD에서 $\angle \mathrm{A}$의 이등분선과 $\angle \mathrm{D}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고, 두 각의 이등분선의 교점을 G라고 하자. 이때 $\overline{\mathrm{FE}}$의 길이는?**



① $4\,\mathrm{cm}$
② $5\,\mathrm{cm}$
③ $8\,\mathrm{cm}$
④ $10\,\mathrm{cm}$
⑤ $12\,\mathrm{cm}$

[중단원 학습 점검]

2. **다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle \mathrm{B}$의 이등분선이 변 CD의 연장선과 만나는 점을 E라고 할 때, $\overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{DF}}$의 값은?**



① $8\,\mathrm{cm}$
② $10\,\mathrm{cm}$
③ $12\,\mathrm{cm}$
④ $14\,\mathrm{cm}$
⑤ $16\,\mathrm{cm}$

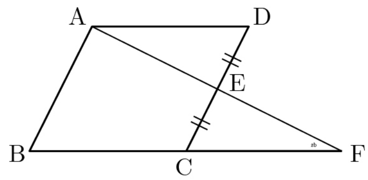
[중단원 학습 점검]

3. **평행사변형 ABCD에서 $\angle \mathrm{B} : \angle \mathrm{C} = 5 : 7$일 때, $\angle \mathrm{A}$와 $\angle \mathrm{D}$의 크기의 차는?**

① 30°
② 35°
③ 40°
④ 45°
⑤ 50°

[단원 마무리]

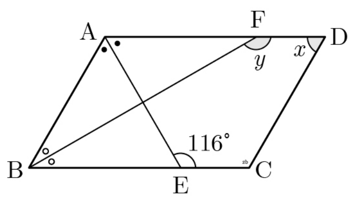
4. **다음 평행사변형 ABCD에서 점 E는 $\overline{\mathrm{CD}}$의 중점이고, $\overline{\mathrm{AE}}$의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선이 만나는 점을 F라고 할 때, $\triangle \mathrm{AED}$의 넓이는 $\triangle \mathrm{ABF}$의 넓이의 몇 배인가?**



① $\frac{1}{4}$
② $\frac{1}{2}$
③ 2
④ 4
⑤ 16

[단원 마무리]

5. **다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{B}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 할 때, $\angle y - \angle x$의 값은?**

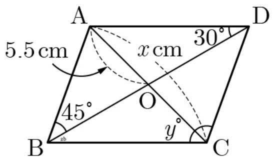


① 100°
② 102°
③ 104°
④ 106°
⑤ 108°

I410-ECN-0199-2021-001-001401589

[중단원 학습 점검]

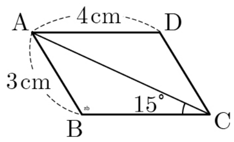
6. 다음과 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $x+y$의 값은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



① 112　② 113
③ 114　④ 115
⑤ 116

[중단원 학습 점검]

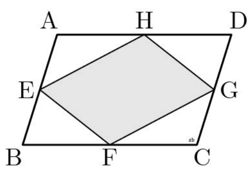
7. 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건은?



① $\overline{BC}=3\,cm$, $\overline{CD}=4\,cm$
② $\overline{BC}=4\,cm$, $\angle CAB=15°$
③ $\overline{BC}=4\,cm$, $\angle CAD=15°$
④ $\overline{CD}=3\,cm$, $\angle CAB=15°$
⑤ $\overline{CD}=3\,cm$, $\angle CAD=15°$

[중단원 학습 점검]

8. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점을 각각 E, F, G, H라고 하자. 다음 보기 중에서 있는 대로 고른 것은?



<보기>
ㄱ. $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$
ㄴ. $\overline{EF}=\overline{GH}$
ㄷ. □EFGH는 평행사변형이 아니다.

① ㄱ　② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[단원 마무리]

9. 다음 보기 중에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 것의 개수는?

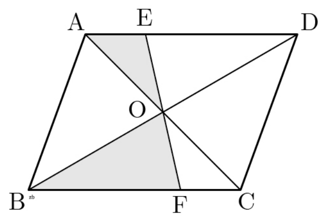
<보기>
ㄱ. $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=7\,cm$
ㄴ. $\angle C=\angle A=115°$, $\angle D=\angle B=65°$
ㄷ. $\angle A=\angle C=45°$, $\angle B=135°$
ㄹ. $\overline{AB}=\overline{DC}=6\,cm$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,cm$

① 0　② 1
③ 2　④ 3
⑤ 4

실전문제

10. <보기>와 같이 평행사변형 $ABCD$에서 점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 한다. 평행사변형 $ABCD$의 넓이가 $52\,cm^2$일 때, 두 삼각형 OAE와 OBF의 넓이의 합은?(단, 점 O는 두 대각선 AC와 BD의 교점이다.)

<보기>

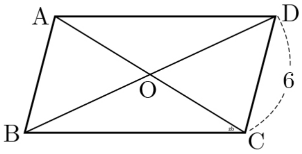


① $12\,cm^2$　② $13\,cm^2$
③ $14\,cm^2$　④ $15\,cm^2$
⑤ $16\,cm^2$

11. 다음 중 □ABCD가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?

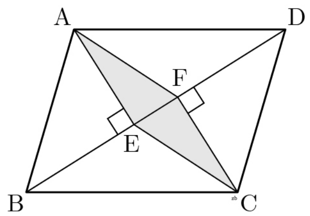
① $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$
② $\angle A=100°$, $\angle B=80°$, $\angle C=100°$
③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB}=5\,cm$, $\overline{DC}=5\,cm$
④ $\angle A=70°$, $\angle B=110°$, $\overline{AD}=3\,cm$, $\overline{BC}=3\,cm$
⑤ $\overline{AB}=3\,cm$, $\overline{BC}=3\,cm$, $\overline{CD}=5\,cm$, $\overline{DA}=5\,cm$

12. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 길이의 합이 24이고, $\overline{DC}=6$일 때, $\triangle OCD$의 둘레의 길이는?



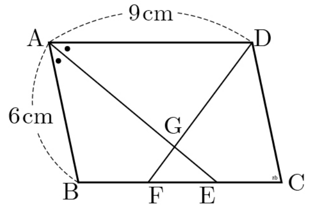
① 16　② 18　③ 20　④ 22　⑤ 24

13. 다음 그림의 평행사변형 $ABCD$의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, 다음 중 $\square AECF$가 평행사변형임을 설명하는 데 가장 적절한 것은?



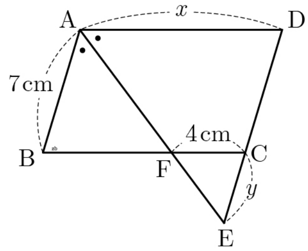
① $\overline{CE}=\overline{CF}$　② $\overline{AE}=\overline{EC}$　③ $\angle ECB=\angle FCD$　④ $\angle BAE=\angle DAF$　⑤ $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이고 $\overline{AE}\perp\overline{DF}$, $\overline{AB}=6\,cm$, $\overline{AD}=9\,cm$일 때, $\triangle GAD$와 $\triangle GEF$의 닮음비는?



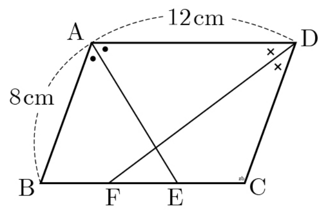
① $2:1$　② $3:1$　③ $3:2$　④ $4:1$　⑤ $5:1$

15. 그림에서 $\square ABCD$가 평행사변형일 때, $x+y$의 값은?



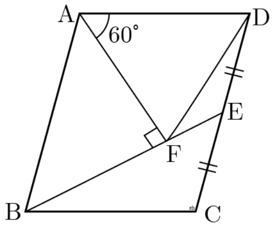
① $11\,cm$　② $12\,cm$　③ $13\,cm$　④ $14\,cm$　⑤ $15\,cm$

16. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AE}$, $\overline{DF}$는 각각 $\angle A$, $\angle D$의 이등분선이고, $\overline{AB}=8\,cm$, $\overline{AD}=12\,cm$일 때, $\overline{EF}$의 길이는?



① $1\,cm$　② $2\,cm$　③ $3\,cm$　④ $4\,cm$　⑤ $5\,cm$

17. 평행사변형 $ABCD$에서 변 CD의 중점을 E라 하고, 꼭짓점 A에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\angle DAF=60^{\circ}$이고 $\overline{AD}=6$, $\overline{DE}=4$일 때, $\angle DFE=x^{\circ}$, $\overline{AF}=y$라 할 때 $x+y$의 값은?



① 36　② 38　③ 40　④ 42　⑤ 44

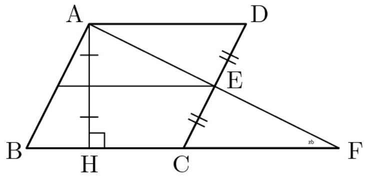
정답 및 해설

1) [정답] ②
[해설] 평행사변형 ABCD의 둘레의 길이가 $80\,\text{cm}$이므로 $\overline{AD}=\frac{1}{2}(80-15-15)=25\,\text{cm}$
$\angle BEA=\angle DAE$(엇각)이므로
삼각형 ABE는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BE}=\overline{BA}=15\,\text{cm}$이다.
같은 방법으로 $\overline{CF}=\overline{CD}=15\,\text{cm}$
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{FE}$이므로
$25=15+15-\overline{FE}$
$\overline{FE}=5\,(\text{cm})$

2) [정답] ④
[해설] $\angle CEB=\angle ABE$(엇각)이고,
$\angle ABE=\angle EBC$이므로 $\triangle BCE$는 $\overline{CB}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{CE}=\overline{CB}=15\,\text{cm}$이고, $\overline{CD}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$이므로
$\overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=15-8=7\,(\text{cm})$
이때 $\angle EFD=\angle EBC$(동위각)이므로
$\triangle DFE$는 $\overline{DF}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{DF}=\overline{DE}=7$이므로 $\overline{DE}+\overline{DF}=14\,\text{cm}$

3) [정답] ①
[해설] $\angle A=\angle C=180^\circ\times\frac{7}{12}=105^\circ$
$\angle D=\angle B=180^\circ\times\frac{5}{12}=75^\circ$
따라서 $\angle A-\angle D=30^\circ$

4) [정답] ①
[해설] $\triangle AED$와 $\triangle FEC$에서
$\angle ADE=\angle FCE$(엇각), $\overline{DE}=\overline{CE}$
$\angle AED=\angle FEC$(맞꼭지각)
이므로 $\triangle AED\equiv\triangle FEC$(ASA 합동)
따라서 $\overline{CF}=\overline{DA}$이고, 이때 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{AD}$이므로 $\overline{BF}=2\overline{AD}$



$\triangle AED$의 높이는 $\triangle ABF$의 높이의 2배이므로
$\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}\overline{AH}=\frac{1}{4}\times\overline{AD}\times\overline{AH}$
$\triangle ABF=\frac{1}{2}\times\overline{BF}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 2\overline{AD}\times\overline{AH}$
$=\overline{AD}\times\overline{AH}$
즉, $\triangle AED$의 넓이는 $\triangle ABF$의 넓이의 $\frac{1}{4}$배이다.

5) [정답] ②
[해설] 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
$\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle C+\angle D=180^\circ$
$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로
$\angle FAE=\angle AEB=180^\circ-116^\circ=64^\circ$(엇각)
$\angle A=2\angle FAE=2\times 64^\circ=128^\circ$이므로
$\angle B=180^\circ-\angle A=180^\circ-128^\circ=52^\circ$
$\angle x=\angle D=\angle B=52^\circ$
$\angle FBE=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$
$\angle AFB=\angle FBE=26^\circ$(엇각)이므로
$\angle y=180^\circ-\angle AFB=180^\circ-26^\circ=154^\circ$
따라서 $\angle y-\angle x=154^\circ-52^\circ=102^\circ$

6) [정답] ⑤
[해설] $x=\overline{AC}=2\overline{AO}=11$
$\angle BDC=\angle ABD=45^\circ$(엇각)이므로
$\angle D=30^\circ+45^\circ=75^\circ=\angle B$
$\angle y=\angle C=\angle A=\frac{1}{2}(360^\circ-75^\circ-75^\circ)=105^\circ$
에서 $y=105$
따라서 $x+y=116$이다.

7) [정답] ③
[해설] ③ $\angle CAD=\angle ACB=15^\circ$에서 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$이 서로 평행하다.
(⑤ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$가 서로 평행하지 않을 수도 있다.)
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 될 수 있다.

8) [정답] ③
[해설] ㄱ. $\triangle AEH$와 $\triangle CGF$에서
$\overline{AE}=\overline{CG}$, $\angle HAE=\angle FCG$, $\overline{AH}=\overline{CF}$
이므로 $\triangle AEH\equiv\triangle CGF$(SAS 합동)이므로 두 삼각형의 넓이는 같다.
마찬가지 방법으로 $\triangle EBF$와 $\triangle GDH$에서
$\overline{EB}=\overline{GD}$, $\angle EBF=\angle GDH$, $\overline{BF}=\overline{DH}$
이므로 $\triangle EBF\equiv\triangle GDH$(SAS 합동) (참)
ㄴ. $\triangle AEH\equiv\triangle CGF$이므로 $\overline{EH}=\overline{GF}$
$\triangle EBF\equiv\triangle GDH$이므로 $\overline{EF}=\overline{GH}$ (참)
ㄷ. ㄴ에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □EFGH는 평행사변형이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

9) [정답] ⑤
[해설] ㄱ. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
ㄴ. $\angle C=\angle A=115^\circ$, $\angle D=\angle B=65^\circ$이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
ㄷ. $\angle D=360^\circ-45^\circ-45^\circ-135^\circ=135^\circ$이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

ㄹ. 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ의 네 개다.

10) [정답] ②
[해설] $\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle EAO=\angle FCO$(엇각),
$\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각)이므로
$\triangle OAE\equiv\triangle OCF$($ASA$합동)
즉, $\triangle OAE=\triangle OCF$
$\therefore \triangle OAE+\triangle OBF=\triangle OCF+\triangle OBF=\triangle OBC$
$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 52=13(cm^2)$

11) [정답] ⑤
[해설] ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
④ $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\overline{AD}//\overline{BC}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

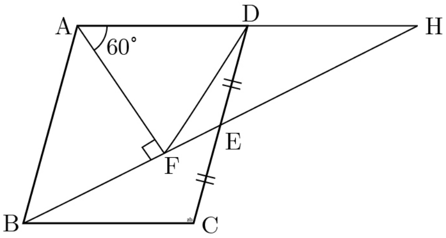
12) [정답] ②
[해설] $\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로
$\triangle OCD$의 둘레의 길이는
$\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\overline{CD}$
$=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{BD})+\overline{CD}$
$=\frac{1}{2}\times 24+6=12+6=18$

13) [정답] ⑤
[해설] $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서
$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$,
$\angle ABE=\angle CDF$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$($RHA$합동)
따라서 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$이면 $\overline{AE}=\overline{CF}$,
$\angle AEF=\angle CFE=90^\circ$이므로 $\overline{AE}//\overline{CF}$
한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square AECF$는 평행사변형이다.

14) [정답] ②
[해설] $\triangle AGD$가 직각삼각형이므로
$\angle GAD+\angle GDA=90^\circ$이고,
평행사변형 $ABCD$에서
$\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle BAE+\angle FDC=90^\circ$ $\quad\therefore \angle GDA=\angle FDC$
이때 $\angle ADF=\angle CFD$(엇각)이므로
$\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}=6cm$인 이등변삼각형
마찬가지로 $\angle DAE=\angle AEB$(엇각)이므로
$\triangle BAE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}=6cm$인 이등변삼각형
$\therefore \overline{EF}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{BC}=6+6-9=3(cm)$
$\triangle GAD$와 $\triangle GEF$는 $\angle AGD=\angle EGF=90^\circ$,
$\angle DAG=\angle FEG$(엇각)
$\therefore \triangle GAD\backsim\triangle GEF$($AA$닮음)
따라서 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{FE}=9:3=3:1$이다.

15) [정답] ⑤
[해설] $\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle DAF=\angle AFB$(엇각)
$\angle AFB=\angle EFC$(맞꼭지각)
이때 $\overline{AB}//\overline{DE}$이므로 $\angle BAF=\angle FEC$(엇각)
즉 $\angle EFC=\angle FEC$이므로 $\triangle CFE$는 이등변삼각형이다.
$\therefore y=4cm$
또 $\angle DAE=\angle DEA$이므로 $\triangle DEA$는 이등변삼각형이다.
$\therefore x=\overline{DC}+\overline{CE}=\overline{AB}+\overline{CE}=7+4=11(cm)$
$\therefore x+y=15cm$

16) [정답] ④
[해설] $\angle DAE=\angle BEA$(엇각), $\angle BAE=\angle BEA$
따라서 $\triangle ABE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{BA}=8(cm)$
또 $\angle ADF=\angle CFD$(엇각), $\angle CDF=\angle CFD$
따라서 $\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=8(cm)$
이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=12(cm)$이므로
$\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{EF}=12$
$8+8-\overline{EF}=12\quad\therefore \overline{EF}=4(cm)$

17) [정답] ①
[해설]


위의 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$의 연장선이 만나는 점을 H라 하면 $\triangle DEH$와 $\triangle CEB$에서
$\overline{CE}=\overline{DE}$, $\angle DEH=\angle CEB$(맞꼭지각),
$\angle HDE=\angle BCE$(엇각)이므로
$\triangle DEH\equiv\triangle CEB$($ASA$합동)
$\therefore \overline{DH}=\overline{BC}$
이때 $\overline{BC}=\overline{AD}$이므로 점 D는 $\overline{AH}$의 중점이고, 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로 점 D는 $\triangle AFH$의 외심이다.
$\therefore \overline{AD}=\overline{DH}=\overline{FD}$
따라서 $\triangle DAF$는 $\overline{DA}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이고 $\angle DAF=60^\circ$이므로 $\triangle DAF$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}=6$, $\angle DFE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
$\therefore x+y=36$

I410-ECN-0199-2021-001-001401589