



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[항등식]

• 항등식: 등식에 포함된 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는
등식

[미정계수법]

항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법

• 계수비교법: 항등식에서 양변의 동류항의 계수는 같다. 성질을
이용하여, 주어진 등식의 양변의 계수를 비교하여 미정 계수를 구하는
방법

• 수치대입법: 항등식은 주어진 문자에 어떠한 값을 대입해도 항상
성립한다. 성질을 이용하여, 주어진 문자에 적당한 값을 대입하여
미정계수를 구하는 방법

[인수정리]

다항식 $f(x)$ 와 일차식 $x-\alpha$ 에 대하여

(1) $f(\alpha)=0$ 이면 $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어 떨어진다.

(2) $f(x)$ 가 $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$ 이다.

[조립제법]

x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x 에 대한 일차식으로 나눌 때, 나눴셈을
직접 하지 않고 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

기본문제

[문제]

1. 나눗셈 $(2x^3-9x+2) \div (x+3)$ 의 몫 Q 와 나머지
 R 을 구하면?

- ① $Q=2x^2-6x+9, R=25$
- ② $Q=2x^2-6x+9, R=-25$
- ③ $Q=2x^2-6x+9, R=-15$
- ④ $Q=2x^2+6x-9, R=-20$
- ⑤ $Q=2x^2+6x-9, R=20$

[예제]

4. 조립제법을 이용하여 나눗셈

$(3x^3-2x^2+5x-2) \div (3x+1)$ 의 몫 Q 와 나머지 R 을
구하면?

- ① $Q=3x^2-3x+6, R=-8$
- ② $Q=3x^2-3x+6, R=-4$
- ③ $Q=x^2+x+3, R=-2$
- ④ $Q=x^2-x+2, R=-\frac{4}{3}$
- ⑤ $Q=x^2-x+2, R=-4$

[예제]

2. 조립제법을 이용하여 다항식 $3x^3+7x^2-5x+8$ 을
일차식 $x+3$ 로 나누었을 때의 몫 Q 와 나머지 R 을
구하면?

- ① $Q=3x^2-3x+1, R=3$
- ② $Q=3x^2-3x-1, R=3$
- ③ $Q=3x^2-2x+1, R=5$
- ④ $Q=3x^2+2x-1, R=5$
- ⑤ $Q=3x^2+x+1, R=-5$

[문제]

3. 조립제법을 이용하여 다항식 $2x^3-x^2-5x-3$ 을
일차식 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫 Q 와 나머지 R 을
구하면?

- ① $Q=2x^2+3x+1, R=-1$
- ② $Q=2x^2+3x+2, R=1$
- ③ $Q=2x^2+3x, R=-3$
- ④ $Q=2x^2+2x+3, R=3$
- ⑤ $Q=2x^2+2x-1, R=-5$

[문제]

5. 조립제법을 이용하여 나눗셈

$(4x^3 + 4x^2 + x + 3) \div (2x + 3)$ 의 몫 Q 와 나머지 R 을 구하면?

- ① $Q = 2x^2 - 2x + 4, R = -9$
 ② $Q = 2x^2 - x + 2, R = -3$
 ③ $Q = 2x^2 - x + 2, R = -\frac{3}{2}$
 ④ $Q = 4x^2 - 2x + 4, R = -3$
 ⑤ $Q = 4x^2 - 2x + 4, R = -9$

[예제]

6. 등식 $ax^2 + bx + c = 3x^2 + 2x - 1$ 가 x 에 대한 항등식일 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[문제]

7. 다음은 등식 $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ 이 x 의 항등식이면 $a = a', b = b', c = c'$ 임을 설명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

주어진 식의 우변을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$(\boxed{\text{가}})x^2 + (\boxed{\text{나}})x + (\boxed{\text{다}}) = 0$$

이 등식이 x 의 항등식이므로

$$a - a' = 0, b - b' = 0, c - c' = 0$$

즉, $a = \boxed{\text{라}}, b = \boxed{\text{마}}, c = c'$ 이다.

- ① (가): $a - a'$ ② (나): $b - b'$
 ③ (다): $c + c'$ ④ (라): a'
 ⑤ (마): b'

[예제]

8. 등식 $a(x-2)^2 + b(x-2) + c = 2x^2 - 4x - 1$ 이 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 1 ② 3
 ③ 5 ④ 7
 ⑤ 9

[문제]

9. 등식

$ax(x-1) + bx(x+1) + c(x+1)(x-1) = 3x^2 - 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + c$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
 ③ 6 ④ 8
 ⑤ 10

[문제]

10. 다항식 $P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$ 를 일차식 $x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 0
 ③ -1 ④ -2
 ⑤ -3

[예제]

11. 다음은 다항식 $P(x)$ 를 일차식 $ax + b$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라고 하면 $R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$ 임을 보이는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

다항식 $P(x)$ 를 일차식 $ax + b$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$P(x) = (\boxed{\text{가}})Q(x) + (\boxed{\text{나}})$$

이 등식은 x 의 $\boxed{\text{다}}$ 이므로 양변에 $x = -\frac{b}{a}$ 를 대입하면

$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = (\boxed{\text{라}}) \times Q\left(-\frac{b}{a}\right) + R$$

따라서 $R = \boxed{\text{마}}$

- ① (가): $ax + b$ ② (나): R
 ③ (다): 방정식 ④ (라): 0
 ⑤ (라): $P\left(-\frac{b}{a}\right)$

[문제]

12. 다항식 $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 7$ 을 일차식 $2x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -4 ② -2
 ③ 0 ④ 2
 ⑤ 4

[예제]

13. 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 1이고 $x-3$ 로 나누었을 때의 나머지는 11일 때, $P(x)$ 를 $(x+2)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x+1$ ② $x+3$
 ③ $2x+5$ ④ $2x+3$
 ⑤ $2x+1$

[문제]

14. 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 1이고 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3일 때, $P(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x+1$ ② $x+2$
 ③ $-x-1$ ④ $-x+1$
 ⑤ $-x+2$

[예제]

15. 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax - 5$ 가 일차식 $x-1$ 로 나누어떨어질 때, 실수 a 의 값은?

- ① 7 ② 6
 ③ 5 ④ 4
 ⑤ 3

[문제]

16. 다항식 $P(x) = 2x^3 - x^2 + ax - 3$ 이 일차식 $2x-3$ 으로 나누어떨어질 때, 실수 a 의 값은?

- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

평가문제

[소단원 확인 문제]

17. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식

$8x^3 + 4x + 5$ 를 일차식 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

$$2x+1 = 2(\boxed{\text{가}}) \text{이므로 조립제법을 이용하여}$$

$$8x^3 + 4x + 5,$$

$$\text{즉 } 8x^3 + 0 \times x^2 + \boxed{\text{나}}x + 5 \text{를 } \boxed{\text{가}} \text{로 나누면}$$

$$-\frac{1}{2} \begin{array}{rrrr} 8 & 0 & 4 & 5 \\ & -4 & 2 & -3 \\ \hline 8 & -4 & 6 & 2 \end{array}$$

이것을 식으로 나타내면

$$8x^3 + 4x + 5$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)(\boxed{\text{다}}) + 2$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right) \times 2(4x^2 - 2x + 3) + \boxed{\text{라}}$$

$$= (\boxed{\text{마}})(4x^2 - 2x + 3) + 2$$

따라서 $8x^3 + 4x + 5$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫은 $4x^2 - 2x + 3$, 나머지는 2다.

- ① (가) $x + \frac{1}{2}$ ② (나) 4
 ③ (다) $4x^2 - 2x + 3$ ④ (라) 2
 ⑤ (마) $2x + 1$

[소단원 확인 문제]

18. 다항식 $P(x) = x^3 - ax^2 - 9$ 가 일차식 $x-3$ 으로 나누어떨어질 때, 실수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[소단원 확인 문제]

19. 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 -3이고 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2다. 이때 $P(x)$ 를 $(x+2)(2x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① x ② $x+1$
 ③ $2x-1$ ④ $2x$
 ⑤ $2x+1$

[소단원 확인 문제]

20. 다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는 $x-2$ 로 나누어 떨어지고 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② -1
 ③ -2 ④ -3
 ⑤ -4

[소단원 확인 문제]

21. 등식

$2x^3 + ax^2 - bx + 4 = 2x(x-2)(x+2) + c(x^2-1) + 2$
 가 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c 에
 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

22. 등식 $ax^2 - 4x - 1 = 5x^2 - bx + c$ 이 x 에 대한
 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 2 ② 4
 ③ 6 ④ 8
 ⑤ 10

[중단원 연습 문제]

23. 다항식 $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x - 4$ 를 일차식 $2x+1$
 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -4 ② -3
 ③ -2 ④ -1
 ⑤ 1

[중단원 연습 문제]

24. 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 - ax + 8$ 이 일차식 $x+2$ 로
 나누어떨어질 때, 실수 a 의 값은?

- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

[중단원 연습 문제]

25. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 을 $(x-2)(x+1)$ 로 나누었을
 때의 나머지가 $2x-3$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여
 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 연습 문제]

26. 다항식 $P(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어지고 $x-1$ 로
 나누었을 때의 나머지는 3일 때, $P(x)$ 를
 $(x+2)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-2x-4$ ② $-x-2$
 ③ $x+2$ ④ $2x+4$
 ⑤ $3x+6$

[중단원 연습 문제]

27. 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 으로 나누었을 때의 몫은
 $Q(x)$, 나머지는 -4 이고, 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로
 나누었을 때의 나머지는 5일 때, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로
 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[중단원 연습 문제]

28. 다항식 $P(x) = x^2 + ax + b$ 에서 $P(x)$ 를
 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 10이고,
 $P(2x+5)$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 19일
 때, $xP(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는? (단,
 a, b 는 실수)

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[대단원 종합 문제]

29. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 를 다항식 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지가 각각 $x+3$, $2x+1$ 일 때, $f(x)+g(x)$ 를 일차식 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -5 ② -4
③ -3 ④ -2
⑤ -1

[대단원 종합 문제]

30. 다항식 $P(x)$ 를 일차식 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 이라고 할 때, 다항식 $P(x)$ 를 일차식 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례로 구한 것은?

- ① $Q(x)$, $\frac{R}{2}$ ② $2Q(x)$, $2R$
③ $2Q(x)$, R ④ $2Q(x)$, $\frac{R}{2}$
⑤ $\frac{1}{2}Q(x)$, R

[대단원 종합 문제]

31. x 의 값에 관계없이 등식

$x^3-x+4=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가
항상 성립하도록 하는 실수 a , b , c , d 에 대하여
 $abcd$ 의 값은?

- ① 6 ② 12
③ -18 ④ -24
⑤ -30

[대단원 종합 문제]

32. 다항식 $x^3-ax^2-bx+12$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 8, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 10일 때, x^3-ax^2+3x+b 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는? (단, a , b 는 실수)

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[대단원 종합 문제]

33. 다항식 x^3+x^2+ax+b 가 $(x-1)^2$ 을 인수로 가질 때, ab 의 값은? (단, a , b 는 실수)

- ① -3 ② -6
③ -9 ④ -12
⑤ -15

[대단원 종합 문제]

34. 다항식 $P(x)$ 가 모든 실수 x 에서

$P(2+x)=P(2-x)$ 를 만족시키고 $P(3)=3$ 일 때,
 $P(x)$ 를 $(x-1)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ $x+1$
⑤ $x+2$

[대단원 종합 문제]

35. 다항식 $P(x)$ 를 $4x^3+3x^2+1$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2+1 이고 나머지는 $3x^2+x$ 이다. $P(x)$ 를 x^2+1 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(4)$ 의 값은?

- ① 2 ② 1
③ 0 ④ -1
⑤ -2

[대단원 종합 문제]

36. 다항식 $P(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ 을

일차식 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(1)$ 의 값은?

- ① 9 ② 7
③ 5 ④ 3
⑤ 1



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 조립제법을 이용하여 $2x^3-9x+2$, 즉 $2x^3+0x^2-9x+2$ 를 $x+3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 0 & -9 & 2 \\ -3 & & -6 & 18 & -27 \\ \hline & 2 & -6 & 9 & -25 \end{array}$$

따라서 몫 $Q=2x^2-6x+9$, 나머지 $R=-25$

2) [정답] ③

[해설] 조립제법을 이용하여 $3x^3+7x^2-5x+8$ 를 $x+3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 7 & -5 & 8 \\ -3 & & -9 & 6 & -3 \\ \hline & 3 & -2 & 1 & 5 \end{array}$$

따라서 몫 $Q=3x^2-2x+1$, 나머지 $R=5$

3) [정답] ①

[해설] 조립제법을 이용하여 $2x^3-x^2-5x-3$ 을 $x-2$ 로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -1 & -5 & -3 \\ 2 & & 4 & 6 & 2 \\ \hline & 2 & 3 & 1 & -1 \end{array}$$

따라서 몫 $Q=2x^2+3x+1$, 나머지 $R=-1$

4) [정답] ⑤

[해설] $3x+1=3\left(x+\frac{1}{3}\right)$ 이므로 조립제법을 이용하여

$3x^3-2x^2+5x-2$ 를 $x+\frac{1}{3}$ 로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -2 & 5 & -2 \\ -\frac{1}{3} & & -1 & 1 & -2 \\ \hline & 3 & -3 & 6 & -4 \end{array}$$

이것을 식으로 나타내면

$$\begin{aligned} & 3x^3-2x^2+5x-2 \\ &= \left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2-3x+6)-4 \\ &= \left(x+\frac{1}{3}\right) \times 3(x^2-x+2)-4 \\ &= (3x+1)(x^2-x+2)-4 \end{aligned}$$

따라서 $3x^3-2x^2+5x-2$ 를 $3x+1$ 로 나누었을 때의 몫 $Q=x^2-x+2$, 나머지 $R=-4$

5) [정답] ②

[해설] $2x+3=2\left(x+\frac{3}{2}\right)$ 이므로 조립제법을 이용하여

$4x^3+4x^2+x+3$ 을 $x+\frac{3}{2}$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 4 & 1 & 3 \\ -\frac{3}{2} & & -6 & 3 & -6 \\ \hline & 4 & -2 & 4 & -3 \end{array}$$

이것을 식으로 나타내면

$$\begin{aligned} & 4x^3+4x^2+x+3 \\ &= \left(x+\frac{3}{2}\right)(4x^2-2x+4)-3 \\ &= \left(x+\frac{3}{2}\right) \times 2(2x^2-x+2)-3 \\ &= (2x+3)(2x^2-x+2)-3 \end{aligned}$$

따라서 $4x^3+4x^2+x+3$ 을 $2x+3$ 으로 나누었을 때의 몫 $Q=2x^2-x+2$, 나머지 $R=-3$

6) [정답] ④

[해설] $ax^2+bx+c=3x^2+2x-1$ 에서 $3x^2+2x-1$ 을 좌변으로 이항시키면

$$(a-3)x^2+(b-2)x+(c+1)=0$$

x 에 대한 항등식이므로 $a-3=0$, $b-2=0$, $c+1=0$

따라서 $a=3$, $b=2$, $c=-1$ 이므로

$$a+b+c=4$$

7) [정답] ③

[해설] 주어진 식의 우변을 좌변으로 이항하여 정리하면 $(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')=0$

이 등식이 x 의 항등식이므로

$$a-a'=0, b-b'=0, c-c'=0$$

즉, $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$ 이다.

8) [정답] ③

[해설] 좌변을 전개하여 정리하면

$$a(x-2)^2+b(x-2)+c=2x^2-4x-1$$

$$ax^2-4ax+4a+bx-2b+c=2x^2-4x-1$$

$$ax^2+(b-4a)x+(4a-2b+c)=2x^2-4x-1$$

$2x^2-4x-1$ 을 좌변으로 이항시키면

$$(a-2)x^2+(b-4a+4)x+(4a-2b+c+1)=0$$

x 에 대한 항등식이므로 $a-2=0$, $b-4a+4=0$, $4a-2b+c+1=0$

따라서 $a=2$, $b=4$, $c=-1$ 이므로

$$a+b+c=5$$

9) [정답] ②

[해설] 좌변을 전개하여 정리하면

$$ax(x-1)+bx(x+1)+c(x+1)(x-1)=3x^2-2x+1$$

$$ax^2-ax+bx^2+bx+cx^2-c=3x^2-2x+1$$

$$(a+b+c)x^2+(b-a)x-c=3x^2-2x+1$$

$3x^2-2x+1$ 을 좌변으로 이항시키면

$$(a+b+c-3)x^2+(b-a+2)x+(-c-1)=0$$

x 에 대한 항등식이므로 $a+b+c-3=0$, $b-a+2=0$, $-c-1=0$

따라서 $a=3$, $b=1$, $c=-1$ 이므로

$$a+2b+c=4$$

10) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면
 $P(x) = (x+2)Q(x) + R$
 이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-2$ 를 대입하면
 $P(-2) = 0 \times Q(-2) + R = R$
 따라서 구하는 나머지 R 은
 $R = P(-2)$
 $= (-2)^4 - 3 \times (-2)^2 + 1 \times (-2) - 5$
 $= 16 - 12 - 2 - 5 = -3$

11) [정답] ③

[해설] 다항식 $P(x)$ 를 일차식 $ax+b$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면
 $P(x) = (ax+b)Q(x) + R$
 이 등식은 x 의 항등식이므로 양변에 $x = -\frac{b}{a}$ 를 대입하면
 $P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0 \times Q\left(-\frac{b}{a}\right) + R$
 따라서 $R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$

12) [정답] ①

[해설] $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 7$ 을 일차식 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면
 $P(x) = (2x-1)Q(x) + R$
 이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x = \frac{1}{2}$ 을 대입하면
 $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \times Q\left(\frac{1}{2}\right) + R = R$
 따라서 구하는 나머지 R 은
 $R = P\left(\frac{1}{2}\right)$
 $= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) - 7$
 $= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 2 - 7 = -4$

13) [정답] ③

[해설] $P(x)$ 를 $(x+2)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라고 하면
 $P(x) = (x+2)(x-3)Q(x) + ax+b$
 나머지정리에 의하여 $P(-2) = 1, P(3) = 11$ 이므로
 $P(-2) = -2a+b=1, P(3) = 3a+b=11$
 위 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=5$
 따라서 구하는 나머지는 $2x+5$ 다.

14) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라고 하면
 $P(x) = (x-1)(x+1)Q(x) + ax+b$
 나머지정리에 의하여 $P(1) = 1, P(-1) = 3$ 이므로
 $P(1) = a+b=1, P(-1) = -a+b=3$
 위 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$
 따라서 구하는 나머지는 $-x+2$ 다.

15) [정답] ②

[해설] 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax - 5$ 가 일차식 $x-1$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $P(1) = 0$ 이다.
 즉, $P(1) = 1^3 - 2 \times 1^2 + a \times 1 - 5$
 $= a - 6 = 0$
 따라서 $a = 6$ 이다.

16) [정답] ④

[해설] $P(x) = 2x^3 - x^2 + ax - 3$ 이 일차식 $2x-3$ 으로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $P\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ 이다.
 즉, $P\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 1 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 + a \times \frac{3}{2} - 3$
 $= \frac{3}{2}a + \frac{3}{2} = 0$
 따라서 $a = -1$ 이다.

17) [정답] ③

[해설] $2x+1 = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$ 이므로 조립제법을 이용하여
 $8x^3 + 4x + 5$,
 즉 $8x^3 + 0 \times x^2 + 4x + 5$ 를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면

$-\frac{1}{2}$	8	0	4	5
		-4	2	-3
	8	-4	6	2

이것을 식으로 나타내면
 $8x^3 + 4x + 5$
 $= \left(x + \frac{1}{2}\right)(8x^2 - 4x + 6) + 2$
 $= \left(x + \frac{1}{2}\right) \times 2(4x^2 - 2x + 3) + 2$
 $= (2x+1)(4x^2 - 2x + 3) + 2$
 따라서 $8x^3 + 4x + 5$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫은 $4x^2 - 2x + 3$, 나머지는 2다.

18) [정답] ①

[해설] $P(x) = x^3 - ax^2 - 9$ 가 일차식 $x-3$ 으로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $P(3) = 0$ 이다.
 즉, $P(3) = 1 \times 3^3 - a \times 3^2 - 9$

$$=-9a+18=0$$

따라서 $a=2$ 이다.

19) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 를 $(x+2)(2x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$P(x) = (x+2)(2x-1)Q(x) + ax+b$$

나머지정리에 의하여 $P(-2) = -3$,

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \text{이므로}$$

$$P(-2) = -2a+b = -3, \quad P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a+b = 2$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=1$

따라서 구하는 나머지는 $2x+1$ 이다.

20) [정답] ⑤

[해설] 다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 가 일차식 $x-2$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $P(2) = 0$ 이다.

$$\text{즉, } P(2) = 2^3 + a \times 2^2 + b \times 2 - 4$$

$$= 4a + 2b + 4 = 0, \quad 2a + b = -2$$

한편 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$P(x) = (x+1)Q(x) + R$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-1$ 를 대입하면

$$P(-1) = 0 \times Q(-1) + R = R$$

따라서 구하는 나머지 R 은

$$R = P(-1)$$

$$= (-1)^3 + a \times (-1)^2 + b \times (-1) - 4$$

$$= a - b - 5 = 3, \quad a - b = 8$$

$$\text{즉 } 2a + b = -2 \text{이고 } a - b = 8 \text{이므로}$$

$$a = 2, \quad b = -6$$

$$\text{따라서 } a + b = -4$$

21) [정답] ④

[해설] 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$$2x^3 + ax^2 - bx + 4 = 2x^3 + cx^2 - 8x - c + 2$$

양변의 계수를 비교하면

$$a = c, \quad b = 8, \quad 4 = -c + 2 \text{이므로}$$

$$a = -2, \quad b = 8, \quad c = -2$$

$$\text{따라서 } a + b + c = 4$$

22) [정답] ④

[해설] $ax^2 - 4x - 1 = 5x^2 - bx + c$ 에서 $5x^2 - bx + c$ 를 좌변으로 이항시키면

$$(a-5)x^2 + (-4+b)x + (-1-c) = 0$$

x 에 대한 항등식이므로 $a-5=0, -4+b=0, -1-c=0$

$$\text{따라서 } a=5, \quad b=4, \quad c=-1 \text{이므로}$$

$$a+b+c=8$$

23) [정답] ③

[해설] $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x - 4$ 를 일차식 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 하면

$$P(x) = (2x+1)Q(x) + R$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로 양변에

$$x = -\frac{1}{2} \text{을 대입하면}$$

$$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \times Q\left(-\frac{1}{2}\right) + R = R$$

따라서 구하는 나머지 R 은

$$R = P\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 4$$

$$= -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 3 - 4 = -2$$

24) [정답] ①

[해설] 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 - ax + 8$ 이 일차식 $x+2$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$$P(-2) = 0 \text{이다.}$$

$$\text{즉, } P(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - a \times (-2) + 8$$

$$= 2a - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } a = 2 \text{다.}$$

25) [정답] ②

[해설] $x^3 + ax^2 + bx + 1 = P(x)$ 라고 하면

$P(x)$ 를 $(x-2)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면 나머지는 $2x-3$ 이므로

$$P(x) = (x-2)(x+1)Q(x) + 2x-3$$

나머지정리에 의하여 $P(2) = 1, P(-1) = -5$ 이므로

$$P(2) = 8 + 4a + 2b + 1 = 4a + 2b + 9 = 1,$$

$$P(-1) = -1 + a - b + 1 = a - b = -5$$

$$\text{즉 } 2a + b = -4, \quad a - b = -5$$

$$\text{위 두 식을 연립하여 풀면 } a = -3, \quad b = 2$$

$$\text{따라서 } a + b = -1$$

26) [정답] ③

[해설] $P(x)$ 를 $(x+2)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$P(x) = (x+2)(x-1)Q(x) + ax+b$$

나머지정리에 의하여 $P(-2) = 0, P(1) = 3$ 이므로

$$P(-2) = -2a+b=0, \quad P(1) = a+b=3$$

$$\text{위 두 식을 연립하여 풀면 } a=1, \quad b=2$$

$$\text{따라서 구하는 나머지는 } x+2 \text{다.}$$

27) [정답] ④

[해설] $P(x)$ 를 $x+2$ 으로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 -4 이므로

$$P(x) = (x+2)Q(x) - 4$$

$$\text{나머지정리에 의하여 } P(1) = 5 \text{이므로}$$

$$P(1) = 3Q(1) - 4 = 5$$

$$\text{즉 } Q(1) = 3$$

$Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $Q(1)$ 이므로

$Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3

28) [정답] ①

[해설] 나머지정리에 의하여 $P(2) = 10$,

$$P(-2+5) = P(3) = 19 \text{이므로}$$

$$4+2a+b=10, \quad 9+3a+b=19$$

$$\text{즉 } 2a+b=6, \quad 3a+b=10$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=4, \quad b=-2$

따라서 $P(x) = x^2 + 4x - 2$ 이고

$xP(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $1 \times P(1) = P(1)$ 이므로 3

29) [정답] ④

[해설] $f(x), g(x)$ 를 다항식 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫을 각각 $Q_1(x), Q_2(x)$ 라고 하면

$$f(x) = (x^2+x-2)Q_1(x) + x+3, \quad f(-2) = 1$$

$$g(x) = (x^2+x-2)Q_2(x) + 2x+1, \quad g(-2) = -3$$

한편 나머지정리에 의하여 $f(x)+g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(-2)+g(-2)$ 이므로 $f(x)+g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 -2

30) [정답] ③

[해설] $P(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을때의 몫과 나머지는 각각 $Q(x), R$ 이므로

$$P(x) = (2x+1)Q(x) + R$$

$$= 2\left(x + \frac{1}{2}\right)Q(x) + R$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right) \times 2Q(x) + R$$

따라서 $P(x)$ 를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을때의 몫과 나머지는 각각 $2Q(x), R$

31) [정답] ④

[해설] 우변을 전개하여 정리하면

$$x^3 - x + 4 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$$

$$x^3 - x + 4$$

$$= ax^3 + (3a+b)x^2 + (3a+2b+c)x + (a+b+c+d)$$

x 에 대한 항등식이므로 $a=1, \quad 3a+b=0,$

$$3a+2b+c=-1, \quad a+b+c+d=4$$

$$\text{즉 } a=1, \quad b=-3, \quad c=2, \quad d=4$$

따라서 $abcd = -24$

32) [정답] ②

[해설] $x^3 - ax^2 - bx + 12 = P(x)$ 라고 하면

나머지정리에 의하여

$$P(1) = 1 - a - b + 12 = -a - b + 13 = 8$$

$$P(-1) = -1 - a + b + 12 = -a + b + 11 = 10$$

$$\text{즉 } a+b=5, \quad a-b=1$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, \quad b=2$

$$\text{따라서 } x^3 - ax^2 + 3x + b = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$$

나머지정리에 의하여 $x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $8 - 12 + 6 + 2 = 4$

33) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 의 x^3 의 계수가 1이고 $(x-1)^2$ 을 인수로 가지므로 상수인 c 에 대하여

$$P(x) = (x-1)^2(x+c)$$

$$= x^3 + (c-2)x^2 + (1-2c)x + c$$

$$\text{즉 } x^3 + x^2 + ax + b = x^3 + (c-2)x^2 + (1-2c)x + c$$

x 에 대한 항등식이여야 하므로

$$c=3, \quad a=-5, \quad b=3$$

따라서 $ab = -15$

34) [정답] ③

[해설] $P(2+x) = P(2-x)$ 이므로

$$P(1) = P(3) = 3$$

$P(x)$ 를 $(x-1)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 상수 a, b 에 대해 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$P(x) = (x-1)(x-3)Q(x) + ax+b$$

$$P(1) = 3, \quad P(3) = 3 \text{이므로}$$

$$P(1) = a+b=3, \quad P(3) = 3a+b=3$$

위 두 식을 연립하여 풀면 $a=0, \quad b=3$

따라서 구하는 나머지는 3이다.

35) [정답] ②

$$[해설] P(x) = (4x^3 + 3x^2 + 1)(x^2 + 1) + 3x^2 + x$$

$$= (4x^3 + 3x^2 + 1)(x^2 + 1) + 3(x^2 + 1) + x - 3$$

$$= (x^2 + 1)(4x^3 + 3x^2 + 4) + x - 3$$

따라서 $R(x) = x - 3$ 이고

$$R(4) = 1$$

36) [정답] ①

[해설]

$$P(-2) = (-2)^5 + (-2)^4 + (-2)^3 + (-2)^2 - 2 + 1 = -21 \text{이므로}$$

$$P(x) = (x+2)Q(x) - 21$$

이 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$P(1) = (1+2)Q(1) - 21 \text{에서}$$

$$Q(1) = \frac{P(1) + 21}{3}$$

$$\text{이때 } P(1) = 6 \text{이므로 } Q(1) = \frac{6+21}{3} = 9$$