



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-03-05

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 켈레복소수

복소수 $a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$ 를 $a+bi$ 의 켈레복소수라 하고, 이것을 기호로 $\overline{a+bi}$ 로 나타낸다. 즉 $\overline{a+bi} = a-bi$

(참고) • 복소수의 켈레복소수를 \bar{z} 로 나타내고 이를 'z bar' 라고 읽는다.

• 주어진 복소수와 허수부분의 부호를 바꾼 수가 켈레복소수이다.

■ 다음 복소수의 켈레복소수를 구하여라.

(단, $i = \sqrt{-1}$)

1. $3+2i$

2. $-4i+1$

3. -8

4. $15i$

5. $3-4i$

6. $i-7$

7. $2i-1$

8. $2-i$

9. $-i$

10. -2

11. $-5i$

12. $3+2i$

13. $-3i+2$

14. $4+i$

15. $\sqrt{5} + \sqrt{3}i$

16. $-5+4i$

17. $-1+i$

18. $-\sqrt{2}i$

19. $1+i$

20. $(\sqrt{2}+1)i$

■ 다음을 구하여라.

21. $\overline{1}$

22. $\overline{3-2i}$

23. $\overline{2+3i}$

24. $\overline{2i}$

25. $\overline{-4i}$

26. $\overline{7+i}$

27. $\overline{3+8i}$

28. $\overline{-2+3i}$

29. $\overline{\sqrt{3}i-8}$

30. $\overline{i+9}$

31. $\overline{-2i-1}$

32. $\overline{-\sqrt{3}i}$

33. $\overline{-2i}$

34. $\overline{\sqrt{11}}$

35. $\overline{12-4i}$

■ 복소수 z 와 그 켈레복소수 \bar{z} 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 복소수 z 를 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

36. $2i\bar{z}+z=2+i$

37. $3iz+2\bar{z}=8+7i$

38. $iz+3\bar{z}=8+2i$

39. $2z+3i\bar{z}=3+7i$

40. $3iz+2\bar{z}=8+7i$

41. $2z-i\bar{z}=3+3i$

42. $(2+i)z+i\bar{z}=8i$

43. $(1+i)z+i\bar{z}=1+3i$

44. $\bar{z}+(2-i)z=-3+5i$

45. $(1+i)z + 3i\bar{z} = 2 + 8i$

46. $(1+2i)z + 2i\bar{z} = 2 + 5i$

47. $(1+i)z + (3+2i)\bar{z} = 14 + 5i$

48. $\overline{z - zi} = 5 - i$

49. $4iz + (3-i)\bar{z} = 3i - 1$

50. $(1+i)z - 3\bar{z} = -4 + 9i$

51. $(1-i)\bar{z} + iz = -2 + 7i$

52. $(1+i)z + 2i\bar{z} = 1 + 5i$

53. $(1+i)\bar{z} + 3iz = -3 + 2i$

54. $iz + (3+i)\bar{z} = -3 - 5i$

55. $(1+2i)z + 3i\bar{z} = 4 + 16i$

56. $(1-i)z + 3i\bar{z} = 8 - 5i$

57. $z(1-i) - (2-3i)\bar{z} = 2 - 4i$

58. $(1-2i)z + (-2+5i)\bar{z} = 13 + 9i$

59. $(1-i)z - i\bar{z} = 1 + i$

60. $(1+i)z + i\bar{z} = 1 + i$

61. $(2+i)z + i\bar{z} = 4 - 6i$

62. $(1+i)z + 3i\bar{z} = 2 + i$

63. $(1-i)z + 3i\bar{z} = 6 - 2i$

■ 다음 등식을 만족하는 실수 x, y 의 값을 각각 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

64. $(x+y) + (x-y)i = \overline{2+4i}$

65. $(3+2i)x + (2-i)y = \overline{5-i}$

66. $x(2+i) + y\overline{(1+3i)} = 7i$

67. $\overline{(x+1)} + \overline{(y-3)}i = 2+2i$

68. $(2x+y) + (-x+y)i = \overline{6-3i}$

69. $x(1+i) + y(1-3i) = \overline{5+7i}$

70. $\overline{x+yi} = 3 + (x+2y)i$

71. $(x+yi)(3-i) = \overline{3+11i}$

■ 다음 물음에 답하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

72. $\overline{(a+b)} - \overline{(a-b)}i = 5+7i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

73. $(1+3i) - \overline{(2+i)} = a+bi$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

74. 복소수 $\alpha = 2+3i$ 일 때, $\alpha + \bar{\alpha}$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켈레복소수)

75. 복소수 $z = 4-2i$ 에 대해 $z + \bar{z}$ 의 값을 구하여라. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수, $i = \sqrt{-1}$)

76. 등식 $(1+i)z - i\bar{z} = 7-2i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여, $z\bar{z}$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

77. 복소수 $z = (1-2i)x^2 + (3-3i)x + 2-i$ 에 대하여 $z + \bar{z} = 0$ 일 때, 실수 x 의 값을 구하여라. (단, $z \neq 0$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

78. 복소수 z 에 대하여 $(1-i)z + (2-i)\bar{z} = 3+4i$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값을 구하여라.

79. 복소수 z 에 대하여 $(1+i)\bar{z} + (1+2i)z = 3i$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값을 구하여라.

80. 다음 등식이 성립하도록 하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값을 구하여라.

$$(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 6-3i$$



정답 및 해설

1) $3-2i$

$\Rightarrow \overline{3+2i} = 3-2i$

2) $1+4i$

$\Rightarrow \overline{-4i+1} = \overline{1-4i} = 1+4i$

3) -8

$\Rightarrow \overline{-8} = -8$

4) $-15i$

$\Rightarrow \overline{15i} = -15i$

5) $3+4i$

6) $-i-7$

7) $-1-2i$

8) $2+i$

9) i

10) -2

11) $5i$

12) $3-2i$

13) $3i+2$

14) $4-i$

15) $\sqrt{5}-\sqrt{3}i$

16) $-5-4i$

17) $-1-i$

18) $\sqrt{2}i$

19) $1-i$

20) $-(\sqrt{2}+1)i$

21) 1

22) $3+2i$

$\Rightarrow z=3-2i$ 의 켈레 복소수는 $3+2i$

23) $2-3i$

24) $-2i$

25) $4i$

26) $7-i$

27) $3-8i$

28) $-2-3i$

29) $-\sqrt{3}i-8$

30) $-i+9$

31) $2i-1$

32) $\sqrt{3}i$

33) -21

34) $\sqrt{11}$

35) $12+4i$

36) i

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$2i(a-bi)+(a+bi)=2+i$

$(a+2b)+(2a+b)i=2+i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+2b=2, 2a+b=1$ 이므로 $a=0, b=1$

$\therefore z=i$

37) $1-2i$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$3i(a+bi)+2(a-bi)=8+7i$

$(2a-3b)+(3a-2b)i=8+7i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$2a-3b=8, 3a-2b=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-2$

$\therefore z=1-2i$

38) $\frac{11}{4}+\frac{1}{4}i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라 하면

$iz+3\bar{z}=(ai-b)+3(a-bi)$

$= (3a-b)+(a-3b)i$

$= 8+2i$ 에서

$3a-b=8$ 이고 $a-3b=2$ 이다.

두 식을 연립하면 $a=\frac{11}{4}, b=\frac{1}{4}$

39) $3-i$

$\Rightarrow z=x+yi$ 라 하면

$2z+3i\bar{z}=2(x+yi)+3i(x-yi)$

$= (2x+3y)+i(3x+2y)=3+7i$ 이므로

$2x+3y=3, 3x+2y=7$

이를 연립하여 풀면 $x=3, y=-1$ 이므로 $z=3-i$

40) $1-2i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$3iz+2\bar{z}=3i(a+bi)+2(a-bi)$

$= (2a-3b)+(3a-2b)i$

에서 $2a-3b=8, 3a-2b=7$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-2$

$$\therefore z=1-2i$$

41) $3+3i$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$2(a+bi)-i(a-bi)=3+3i$$

$$(2a-b)+(-a+2b)i=3+3i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$2a-b=3, -a+2b=3$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=3$

$$\therefore z=3+3i$$

42) $4i$

43) $1+i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라 하면

$$(1+i)z+i\bar{z}=(1+i)(a+bi)+i(a-bi)$$

$$=(a-b)+(a+b)i+ai+b$$

$$=a+(2a+b)i$$

$$=1+3i \text{에서}$$

$a=1$ 이고 $b=1$ 이다.

따라서 $z=1+i$ 이다.

44) $z=-2+3i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라고 하면 $\bar{z}=a-bi$

$$\bar{z}+(2-i)z=a-bi+(2-i)(a+bi)$$

$$=a-bi+2a+2bi-ai+b$$

$$=(3a+b)+(b-a)i$$

$$=-3+5i$$

$$\therefore \begin{cases} 3a+b=-3 & \dots \textcircled{1} \\ -a+b=5 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 을 하면 $\therefore a=-2, b=3$

45) 2

$\Rightarrow z=a+bi$ 라고 하자.

$$(1+i)z+3i\bar{z}=(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)$$

$$=a+bi+ai-b+3ai+3b$$

$$=(a+2b)+(4a+b)i$$

$$=2+8i$$

$$\therefore \begin{cases} a+2b=2 \\ 4a+b=8 \end{cases}$$

연립하여 풀면

$$\therefore a=2, b=0$$

$$\therefore z=2$$

46) $2-3i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라 하면

$$(1+2i)z+2i\bar{z}$$

$$=(1+2i)(a+bi)+2i(a-bi)$$

$$=a+(4a+b)i$$

$$=2+5i \text{에서}$$

$a=2$ 이고 $4a+b=5$ 이므로 $b=-3$ 이다.

47) $3+2i$

$\Rightarrow z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 로 두면

$$(1+i)z+(3+2i)\bar{z}=(1+i)(a+bi)+(3+2i)(a-bi)$$

$$=4a+b+(3a-2b)i=14+5i$$

$$\therefore 4a+b=14, 3a-2b=5$$

두식을 연립하면 $a=3, b=2$

따라서 $z=3+2i$ 이다.

48) $2+3i$

$\Rightarrow \overline{z-zi}=5-i$ 에서 $z-zi=5+i$ 이고

$z=a+bi$ 라 하면

$$a+bi-(a+bi)i=(a+b)+(b-a)i \text{이므로}$$

$$a+b=5, -a+b=1 \text{을 연립하면}$$

$$a=2, b=3$$

49) $3+2i$

50) $1+2i$

$\Rightarrow z=a+bi$ (단, a, b 는 실수)라고 두면

$\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1+i)(a+bi)-3(a-bi)=-4+9i$$

$$a-b+(a+b)i-3a+3bi=-4+9i$$

$$(-2a-b)+(a+4b)i=-4+9i$$

$$-2a-b=-4, a+4b=9 \therefore a=1, b=2$$

따라서 $z=a+bi=1+2i$ 이다.

51) $-16-7i$

$\Rightarrow z=a+bi$ (단, a, b 는 실수)라고 두면

$\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1-i)(a-bi)+i(a+bi)=-2+7i$$

$$a-b-(a+b)i+ai-b=-2+7i$$

$$(a-2b)-bi=-2+7i$$

$$a-2b=-2, -b=7 \therefore a=-16, b=-7$$

따라서 $z=a+bi=-16-7i$ 이다.

52) $z=2-i$

$\Rightarrow z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라고 하면

$$(1+i)(a+bi)+2i(a-bi)=1+5i$$

$$a+ai+bi-b+2ai+2b=1+5i$$

$$a+b+(3a+b)i=1+5i$$

$$a+b=1, 3a+b=5$$

연립방정식을 풀면 $a=2, b=-1$

53) $1+2i$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1+i)(a-bi)+3i(a+bi)=-3+2i$$

$$(a-2b)+(4a-b)i=-3+2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$a-2b=-3, 4a-b=2 \text{이므로 } a=1, b=2$$

$$\therefore z=1+2i$$

54) $-1+i$

55) $3+i$

$\Rightarrow z=a+bi$ 로 놓으면

$\bar{z}=a-bi$ 이고 이를 주어진 등식

$$(1+2i)z+3i\bar{z}=4+16i,$$

즉 $z+2iz+3i\bar{z}=4+16i$ 에 대입하여 정리하면

$$(a+b)+(5a+b)i=4+16i \text{ 이므로}$$

$a+b=4, 5a+b=16$ 의 두 식을 연립하면

$$a=3, b=1$$

따라서 구하는 복소수 z 는 $3+i$

$$56) -4+3i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=8-5i$$

$$(a+4b)+(2a+b)i=8-5i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$a+4b=8, 2a+b=-5 \text{ 이므로 } a=-4, b=3$$

$$\therefore z=-4+3i$$

$$57) -2$$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b : 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(\text{좌변})=(a+bi)(1-i)-(2-3i)(a-bi)$$

$$=-a+4b+(2a+3b)i$$

$$(\text{우변})=2-4i$$

$$(\text{좌변})=(\text{우변}) \text{ 이므로}$$

$$-a+4b=2, 2a+3b=-4 \text{ 을 동시에 만족해야 한다.}$$

따라서 $a=-2, b=0$ 이다.

$$58) 1+2i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라고 하자

$$(1-2i)z+(-2+5i)\bar{z}$$

$$=(1-2i)(a+bi)+(-2+5i)(a-bi)$$

$$=a+bi-2ai+2b-2a+2bi+5ai+5b$$

$$=(-a+7b)+(3a+3b)i$$

$$=13+9i$$

$$\therefore \begin{cases} -a+7b=13 \\ 3a+3b=9 \end{cases}$$

연립하여 풀면

$$\therefore a=1, b=2$$

$$\therefore z=1+2i.$$

$$59) 1+3i$$

$\Rightarrow (1-i)z-i\bar{z}=1+i$ 에서 $z-(z+\bar{z})i=1+i$

$$z=a+bi \text{ 라 하면 } a=1, b-2a=1 \text{ 에서 } b=3$$

따라서 $z=1+3i$ 이다.

$$60) 1-i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ (단, a, b 는 실수)라고 두면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1+i)z+i\bar{z}=1+i \text{ 에서}$$

$$(1+i)(a+bi)+i(a-bi)=1+i$$

$$a-b+(a+b)i+ai+b=1+i$$

$$a+(2a+b)i=1+i \text{ 이므로}$$

$$a=1, 2a+b=1 \therefore a=1, b=-1$$

따라서 $z=a+bi=1-i$ 이다.

$$61) 2-5i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ 라고 하면

$$(2+i)(a+bi)+i(a-bi)=4-6i$$

$$(2a+2b)i+2a=4-6i$$

$$2a=4, a=2$$

$$2a+2b=-6, b=-5$$

$$\therefore z=2-5i$$

$$62) i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)=2+i$$

$$(a+2b)+(4a+b)i=2+i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$a+2b=2, 4a+b=1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=0, b=1$

$$\therefore z=i$$

$$63) -2+2i$$

$\Rightarrow z=a+bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=6-2i$$

$$(a+4b)+(2a+b)i=6-2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$a+4b=6, 2a+b=-2$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, b=2$

$$\therefore z=-2+2i$$

$$64) x=-1, y=3$$

$$65) x=1, y=1$$

$\Rightarrow (3+2i)x+(2-i)y=\overline{5-i}$ 를 정리하면

$$(3x+2y)+(2x-y)i=5+i \text{ 이므로}$$

$$3x+2y=5 \text{ 이고 } 2x-y=1 \text{ 이므로 연립하면}$$

$$x=1, y=1 \text{ 이다.}$$

$$66) x=1, y=-2$$

$$\Rightarrow 2x+xi+y(1-3i)=7i$$

$$2x+y+(x-3y)i=7i$$

$$2x+y=0, x-3y=7$$

두 식을 연립하면 $x=1, y=-2$

$$67) x=1, y=1$$

$\Rightarrow x, y$ 가 실수이므로

$$\overline{(x+1)+(y-3)i}=(x+1)-(y-3)i=2+2i \text{ 에서}$$

$$x+1=2 \text{ 에서 } x=1 \text{ 이고}$$

$$-(y-3)=2 \text{ 에서 } y=1 \text{ 이다.}$$

$$68) x=1, y=4$$

$\Rightarrow \overline{6-3i}=6+3i$ 이므로 $(2x+y)+(-x+y)i=6+3i$ 에

$$\text{서 } 2x+y=6, -x+y=3 \therefore x=1, y=4$$

$$69) x=2, y=3$$

$$\Rightarrow x(1+i)+y(1-3i)=(x+y)+(x-3y)i$$

$$=5-7i$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=5 \\ x-3y=-7 \end{cases}$$

연립하여 풀면

$$\therefore x=2, y=3$$

70) $x=3, y=-1$

$\Rightarrow \overline{x+yi} = x-yi$ 이므로 $x-yi = 3+(x+2y)i$ 에서
 $x=3, -y=x+2y \therefore x=3, y=-1$

71) $x=2, y=-3$

72) -6

73) -4

$\Rightarrow (1+3i) - (\overline{2+i}) = (1+3i) - (2-i)$
 $= (1-2) + \{3-(-1)\}i$
 $= -1+4i$

따라서 $a=-1, b=4$ 이므로 $ab=-4$

74) 4

$\Rightarrow \alpha = 2+3i, \overline{\alpha} = 2-3i$
 $\alpha + \overline{\alpha} = (2+3i) + (2-3i) = 4$

75) 8

76) 13

77) -2

$\Rightarrow z = (x^2+3x+2) - (2x^2+3x+1)i$

이때 $z + \overline{z} = 0$ 이 되기 위해서는 복소수 z 의 실수 부분은 0이 되어야 한다.

즉, $x^2+3x+2=0, (x+1)(x+2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

이때, $x=-1$ 이면 $z=0$ 이 되므로 문제의 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 x 의 값은 -2 이다.

78) 37

$\Rightarrow z = a+bi$ 라 하면

$(1-i)z + (2-i)\overline{z} = 3+4i$ 에서

$(1-i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 3+4i$ 을 정리하면

$3a + (-2a-b)i = 3+4i$ 이므로 $a=1, b=-6$ 이다.

$\therefore z\overline{z} = a^2 + b^2 = 37$

79) 5

80) 25

$\Rightarrow z = a+bi$ 라 하면

$(1+i)z + (2-i)\overline{z} = 6-3i$ 에서

$(1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 6-3i$ 를 정리하면

$(3a-2b) + (-b)i = 6-3i$ 이므로 $a=4, b=3$ 이다.

따라서 $z\overline{z} = a^2 + b^2 = 25$ 이다.