

# 2022학년도 1학기 2차 지필평가 (확률과 통계)과

2022년 7월 1일 1교시 3학년 (4~9)반 (6)학급

과목코드 ( 04 )

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 7면에 인쇄된 표준정규분포표를 적절히 이용하여 문제를 해결하십시오.
- 선택형: 20문항(90점), 논술형: 2문항(10점), • 총점: 100점

1. 다음 확률변수 중 이산확률변수는 모두 몇 개인가? [3.9점]

- 우리 학교에 매년 입학하는 학생 수
- 우리 학교 학생들의 키
- 1부터 100까지의 자연수가 하나씩 적힌 100장의 카드 중에서 임의로 택한 한장의 카드에 적힌 수
- 독도에서의 일 년 동안의 적설량

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

2. 확률변수  $X$ 의 확률분포가 다음 표와 같을 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3.9점]

$X$	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$a$	$\frac{1}{2}$	$b$

- ①  $\frac{1}{8}$
- ②  $\frac{3}{8}$
- ③  $\frac{5}{8}$
- ④  $\frac{7}{8}$
- ⑤  $\frac{9}{8}$

3. 확률변수  $X$ 의 확률분포가 다음 표와 같을 때,  $X$ 의 기댓값은? [4.1점]

$X$	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	1

- ①  $\frac{11}{10}$
- ②  $\frac{13}{10}$
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④  $\frac{17}{10}$
- ⑤  $\frac{19}{10}$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{12}{10}$$

$$\frac{14}{10}$$

$$\frac{4}{10}$$

$$\frac{1+1+12}{10}$$

$$13/10$$

4. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(100, \frac{1}{2})$ 을 따를 때,  $X$ 의 평균, 분산, 표준편차를 모두 더한 값은? [4.2점]

- ① 50
- ② 60
- ③ 70
- ④ 80
- ⑤ 90

$$50, 25, 5$$

$$30+50$$

$$50, 25, 5$$

$$(100, \frac{2}{5})$$

5. 빨간 공 4개와 파란 공 6개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내 색깔을 확인하고 다시 넣는 시행을 100회 반복할 때, 빨간 공이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $X$ 의 평균과 분산을 모두 더한 값은? [4.3점]

- ① 64
- ② 65
- ③ 66
- ④ 67
- ⑤ 68

$(100, \frac{4}{10})$   $40, 24$   
 $(100, \frac{2}{5})$   $40 \times \frac{2}{5} = 16$   
 $40 + 16 = 56$   
 $20 \times \frac{2}{5} = 8$   
 $40 + 24 = 64$   
 $40 \times \frac{2}{5} = 16$   
 $20$   
 $40 + 16 = 56$   
 $24$

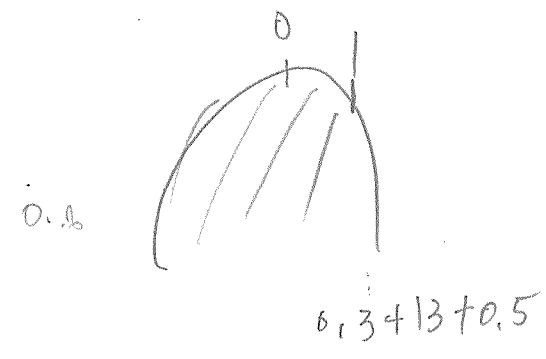
6. 어느 기계에서 생산되는 제품은 20개 중에서 1개꼴로 불량품이라고 한다. 이 기계로 400개의 제품을 생산할 때 나오는 불량품의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 불량품 1개당 250원의 손해가 생긴다고 할 때, 손해 금액을 확률변수  $Y$ 라 하자.  $Y$ 의 평균  $E(Y)$ 의 값은? [4.3점]

- ① 1000원
- ② 2000원
- ③ 3000원
- ④ 4000원
- ⑤ 5000원

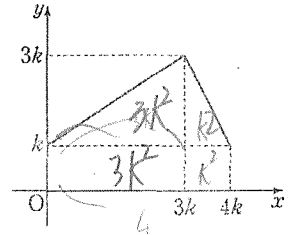
$(400, \frac{1}{20})$   $400 \times \frac{1}{20} = 20$   
 $20 \times 250 = 5000$   
 $20 \times 250 = 5000$   
 $5000$   
 $5000$

7. 확률변수  $Z$ 가 표준정규분포  $N(0, 1)$ 을 따를 때, 확률  $P(Z \leq 1)$ 를 구하면? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.4점]

- ① 0.7881
- ② 0.8159
- ③ 0.8413
- ④ 0.8643
- ⑤ 0.8849



8. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $y=f(x)$ . ( $0 \leq x \leq 4k$ )의 그래프는 다음 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq 3k)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 양수이다.) [4.5점]

- ①  $\frac{3}{8}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{5}{8}$
- ④  $\frac{3}{4}$
- ⑤  $\frac{7}{8}$

$k^2 = \frac{1}{8}$   
 $6k^2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

9. 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균인 60점, 분산이 16점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중에서 임의로 택한 한 학생의 점수가 56점 이상 68점 이하일 확률은? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.5점]

- ① 0.8159
- ② 0.8185
- ③ 0.8212
- ④ 0.8238
- ⑤ 0.8264

$$N(60, 4^2)$$

$$-1 \sim 2$$

$$\begin{array}{r} 3413 \\ 4172 \\ \hline 8185 \end{array}$$

$$-1 \sim 2$$

$$\begin{array}{r} 3413 \\ 4172 \\ \hline 8185 \end{array}$$

10. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(1800, \frac{1}{3})$ 을 따를 때, 확률  $P(580 \leq X \leq 630)$  값은? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.5점]

- ① 0.6826
- ② 0.7745
- ③ 0.8136
- ④ 0.8351
- ⑤ 0.9332

$$N(600, 20^2)$$

$$-1 \sim 1.5$$

$$600, 20^2$$

$$3413$$

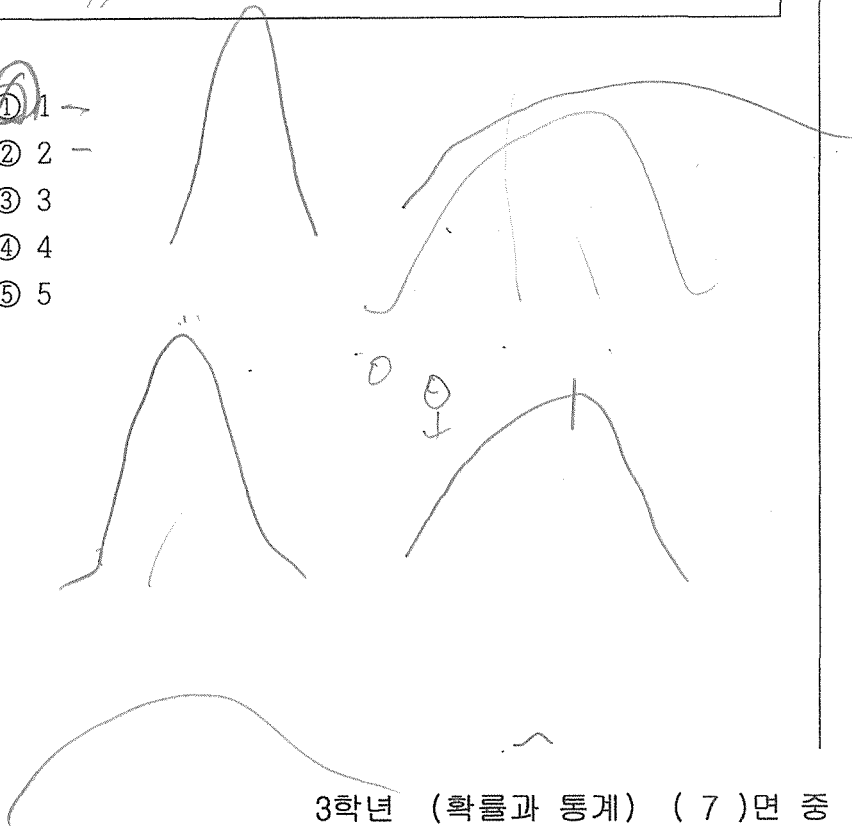
$$4332$$

$$7745$$

11. 다음은 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 의 확률밀도함수의 그래프의 성질이다. 옳은 것은 모두 몇 개인가? [4.5점]

- ☒ 직선  $x=m$ 에 대하여 대칭이고 종 모양의 곡선이다.
- ☒ 곡선과  $x$ 축 사이의 넓이는 1보다 크다.
- ☒  $x$ 축을 점근선으로 하며,  $x=m$ 일 때 최솟값을 갖는다.
- ☒  $m$ 의 값이 일정할 때,  $\sigma$ 의 값이 커지면 곡선은 높아지면서 양쪽으로 퍼지고,  $\sigma$ 의 값이 작아지면 곡선은 낮아지면서 뾰족해진다.
- ☒  $\sigma$ 의 값이 일정할 때,  $m$ 의 값에 따라 대칭축의 위치는 바뀌고 곡선의 모양이 달라진다.

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5



12. 모평균이  $m$ , 모표준편차가 9인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.  $E(\bar{X})=43$ ,  $\sigma(\bar{X})=1$ 일 때,  $m+n$ 의 값은? (단,  $m$ ,  $n$ 은 상수이다.) [4.6점]

- ① 49
- ② 64
- ③ 96
- ④ 124
- ⑤ 144

$$(m, 9^2)$$

$$m=43$$

$$\frac{9}{\sqrt{n}}=1$$

$$n=81$$

$$m+n=124$$

13. 모표준편차가  $\sigma$ 인 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자. 확률변수  $\bar{X}$ 의 표준편차가 모표준편차의  $\frac{1}{3}$  이하가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값은? [4.6점]

- ① 5
- ② 9
- ③ 16
- ④ 25
- ⑤ 36

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{3}$$

$$n \geq 9$$

14. 어느 음료 회사에서 생산되는 음료수 한 개의 부피는 평균이 200 mL, 표준편차가 10 mL인 정규분포를 따른다고 한다. 이 중에서 100개를 임의추출할 때, 표본평균이 203 mL 이상일 확률은? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.7점]

- ① 0.0013
- ② 0.0019
- ③ 0.0026
- ④ 0.0035
- ⑤ 0.0047

$$(200, 10^2)$$

$$(200, 1^2) \quad (200, 1^2)$$



$$\begin{array}{r} 0.49910 \\ 4981 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.49910 \\ 0.4981 \\ \hline 0.0010 \end{array}$$

15. 모평균이 40, 모표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 가 39.1 이상 41.2 이하일 확률은? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.7점]

- ① 0.9559
- ② 0.9599
- ③ 0.9608
- ④ 0.9616
- ⑤ 0.9625

$$N(40, 5^2)$$

$$\frac{5}{10}$$

$$N(40, 0.5^2)$$

$$40, 0.5$$

$$\begin{array}{r} 4918 \\ 4641 \\ \hline 0.9559 \end{array}$$

$$1.8 \sim 2.4$$

$$0.4$$

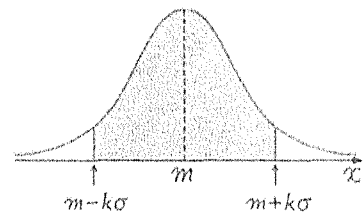
$$\frac{9}{5}$$

$$1.2 \sim 0.5$$

$$\frac{1}{5} \quad 2.4$$

16. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 확률변수  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 은 표준정규분포를 따르므로 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} P(m-k\sigma \leq X \leq m+k\sigma) \\ = P(-k \leq Z \leq k) \\ = 2P(0 \leq Z \leq k) \end{aligned}$$



확률  $P(m-k\sigma \leq X \leq m+k\sigma) = 0.9922$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4.8점]

- ① 2.58
- ② 2.62
- ③ 2.66
- ④ 2.70
- ⑤ 2.74

$$\begin{array}{r} 4961 \\ 2 \overline{) 9922} \\ \underline{6} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 18 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$4961$$

$$\begin{array}{r} 4961 \\ 2 \overline{) 9922} \\ \underline{8} \\ 19 \\ 18 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$2.66$$

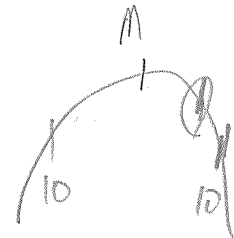
17. 어느 공장에서 생산되는 A제품의 수명은 정규분포  $N(m, 50^2)$ 을 따른다고 한다. A제품  $n$ 개를 임의추출하여 구한 수명의 평균을  $\bar{x}$ 라 하자. 신뢰도 95%로 모평균  $m$ 을 추정하였을 때, 표본평균  $\bar{x}$ 와 모평균  $m$ 의 차이가 10시간 이하가 되게 하는  $n$ 의 최소값은? (단, 수명의 단위는 시간이다. 7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.8점]

- ① 96
- ② 97
- ③ 98
- ④ 99
- ⑤ 100

$$1.96 \cdot \frac{50}{\sqrt{n}} \leq 10 \quad 1.96$$

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ 9.80 \\ \hline 9.8 \end{array}$$

$$\bar{x} - m$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 69.8 \\ 9.8 \\ \hline 79.6 \\ 88.2 \\ \hline 96.04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4918 \\ 4641 \\ \hline 0.9559 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ 9.80 \\ \hline 9.8 \end{array}$$

$$1.96 \cdot \frac{50}{\sqrt{n}} \leq 10$$

$$9.8 \leq \sqrt{n}$$

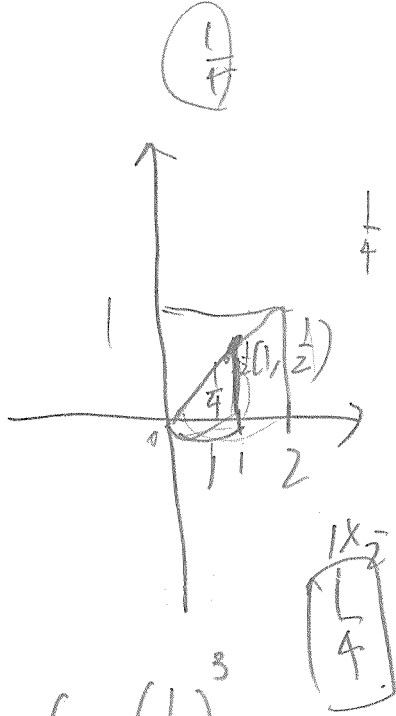
$$n \geq 96.04$$

18. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{2}x \quad (0 \leq x \leq 2)$$

매회의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $P(0 \leq X \leq 1)$ 로 일정할 때, 3회의 독립시행에서 사건  $A$ 가 2회 이상 일어날 확률은? [4.9점]

- ①  $\frac{1}{32}$   
 ②  $\frac{1}{16}$   
 ③  $\frac{3}{32}$   
 ④  $\frac{1}{8}$   
 ⑤  $\frac{5}{32}$



$$3 \left( \frac{1}{4} \right)^2 \left( \frac{3}{4} \right) + 3 \left( \frac{1}{4} \right)^3$$

$$\frac{9+1}{64} = \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

19. 어느 가게에서는 3가지 종류의 과자 A, B, C 중 중복을 허용하여 임의로 2개를 택해 선물 상자에 담아 판매한다고 한다. 이 가게에서 판매한 선물 상자 3600개 중 A과자가 들어 있지 않는 선물 상자의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 분산  $V(X)$ 의 값은? [4.9점]

- ① 400  
 ② 700  
 ③ 900  
 ④ 1200  
 ⑤ 1600

AA  
 AB  
 AC  
 BB  
 BC  
 CC

$$\frac{1}{2} \quad 3600 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{6}$$

$$3600 \times \frac{1}{2} \quad 1800 \times \frac{1}{2}$$

$$1800 \times \frac{1}{2}$$

20. 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수에 따라 수직선 위의 점  $P$ 를 다음과 같이 이동시킨다.

- 두 눈의 수의 차가 0이면 양의 방향으로 5만큼 이동시킨다.  $\frac{1}{6} \rightarrow +5$
- 두 눈의 수의 차가 0이 아니면 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.  $\frac{5}{6} \rightarrow -1$

위의 규칙에 따라 한 개의 주사위를 던지는 시행을 720번 반복하여 원점 0를 기준으로 좌표가 -10의 위치에 있던 점  $P$ 를 이동시켰을 때, 점  $P$ 의 좌표가 -10이상 110이하일 확률은? (7면의 표준정규분포표를 이용할 것) [4.9점]

- ① 0.4554  
 ② 0.4641  
 ③ 0.4772  
 ④ 0.4821  
 ⑤ 0.4861

$$\frac{1}{6} \rightarrow +5$$

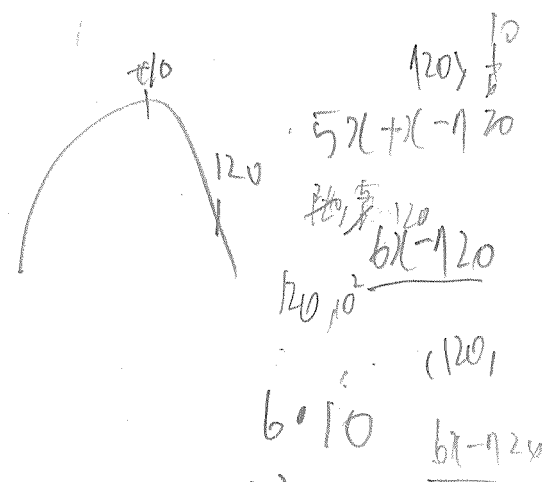
$$\frac{5}{6} \rightarrow -1$$

$$5 \times 120 \rightarrow 120$$

$$120$$

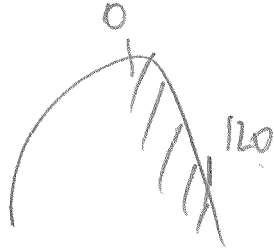
$$120 - x \rightarrow 120$$

$$0, 40^2, 60^2$$



$$\frac{10}{40}$$

$$\frac{110}{60}$$



$$\frac{120}{60} = \frac{60}{60}$$

$$Z = 2 \quad 4992$$

## 논술형

[논술형 1] 주머니 속에 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로  $a, b$ 라 하자.  $a-b$ 의 값을 확률변수  $X$ 라 할 때, (1) 확률변수  $X$ 의 확률분포표를 작성하고, (2)  $Y=4X-5$ 의 분산  $V(Y)$ 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [5.0점]

(1)

	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	1

(1,1)  
(2,2)

(2,1) × 2

(3,2) × 2

(4,3) × 2

(4,2) × 2

(3,1) × 2

(4,3)

$$(2) E(X) = \frac{6}{16} \cdot 1 + \frac{4}{16} \cdot 2 + \frac{2}{16} \cdot 3$$

$$= \frac{6 + 8 + 6}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

$$= \frac{5}{4}$$

$$E(X^2) = \frac{6}{16} \cdot 1^2 + \frac{4}{16} \cdot 2^2 + \frac{2}{16} \cdot 3^2$$

$$= \frac{6 + 16 + 18}{16} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$$

$$= \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{16} \cdot \frac{80}{16} - \frac{40}{16} - \frac{25}{16} = \frac{15}{16}$$

$$16 \times \frac{15}{16} = 15$$

[논술형 2] 어느 회사에서 생산되는 과일 통조림의 무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 제품 중에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 과일 통조림 무게의 평균은 401 g, 표준편차는  $s$  g이었다. 이를 이용하여 구한 과일 통조림의 평균 무게  $m$ 의 신뢰도 95 %인 신뢰구간이  $397.08 \leq m \leq 404.92$ 일 때, 표본표준편차  $s$ 의 값과 모평균  $m$ 의 신뢰도 99 %인 신뢰구간을 구하는 과정과 답을 논술하시오. (단,  $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ ) [5.0점]

$$n=36$$

$$N(401, s^2)$$

$$\begin{array}{r} 404 \\ 398 \\ \hline 802 \end{array} \quad 00$$

$$401$$

$$\begin{array}{r} 12.56 \\ 2 \\ \hline 5.16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400.916 \\ 5.16 \\ \hline 395.84 \end{array}$$