교과서 변형문제 발전



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-03
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 이차방정식의 뜻과 해에 대한 문제, 이차방정식의 근의 공식을 이용하는 문제 등이 자주 출제되며 이차방정식의 해를 구하는 여러 가지 방법을 이용하여 다양한 이차방정식을 풀수 있도록 반복적으로 학습합니다. 또한 이차방정식의 근의 공식은 무조건 외우는 것 보다 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 풀이하는 방법으로 유추해내는 과정을 연습해보는 것이 학습에 도움이 됩니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

- **1.** 4x(x-2)=a(3x-1)(x+3)이 x에 대한 이차방정식일 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?
 - ① $-\frac{4}{3}$
- ② $\frac{3}{4}$
- $3\frac{4}{3}$
- (4) $-\frac{3}{4}$
- **(5)** 0

[중단원 학습 점검]

- **2.** x의 값이 -1, 0, 1, 2일 때, 이차방정식 $-3x^2+3x+3=0$ 의 해의 개수는?
 - ① 4개
- ② 3개
- ③ 2개
- ④ 1개
- ⑤ 0개

[중단원 학습 점검]

- **3.** 이차방정식 $3x^2+px-3=0$ 의 해가 $x=\frac{4\pm\sqrt{q}}{3}$ 일 때, 유리수 $p,\ q$ 에 대해 p+q의 값 은?
 - ① 17
- ② 25
- ③ 42
- 4) 67
- ⑤ 92

- 4 0

[단원 마무리]

4. 다음은 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - 4x - 5 = 0$ 을 완전제곱 식을 이용하여 푼 것이다. ①~⑤에 알맞지 않은 것은?

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x = 5$$

$$\frac{1}{2}(x^2 - \boxed{1}x) = 5$$

$$(x^2 - \boxed{1} x) = \boxed{2}$$

$$(x^2 - \boxed{1}x + \boxed{3}) = \boxed{2} + \boxed{3}$$

$$(x-\boxed{4})^2 = \boxed{2} + \boxed{3}$$

$$x-\boxed{4}=\pm\sqrt{\boxed{2}+\boxed{3}}$$

$$\therefore x = \boxed{5}$$

- ① 8
- ② 10
- ③ 16
- (4) -4
- (5) $4 \pm \sqrt{26}$

실전문제

- **5.** a는 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이고, b는 이차방정식 $x^2-x-5=0$ 의 한 근일 때, $\frac{1}{2}a^2-a-3b^2+3b+11$ 의 값은?
 - ① $-\frac{7}{2}$
- $3\frac{1}{2}$
- $4) \frac{5}{2}$

⑤ 3

- **6.** $3(x+2)^2-4=ax^2-4x+6$ 이 x에 대한 이차방정 식일 때, 다음 중에서 상수 a의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?
 - $\bigcirc -3$
- (2) -1
- ③ 0
- (4) 1
- **⑤** 3
- 7. 이차방정식 $(k-1)x^2-(k^2+1)x+2(k+1)=0$ 의한 근이 2일 때, k의 값을 구한 것은?
 - $\bigcirc -2$
- ② 0
- 3 2
- **4**
- **⑤** 6
- **8.** 이차방정식 $(a-3)x^2-a^2x+18=0$ 의 한 근이 x=2일 때, 상수 a의 값은?
 - $\bigcirc -1$
- 20
- ③ 1
- 4) 2
- (5) 3
- **9.** 다음 중 x = -2 를 해로 갖는 이차방정식은?
 - ① $x^2 + 2x + 1 = 0$
- ② $x^2 + x 6 = 0$
- $(3) 2x^2 + 3x 2 = 0$
- (4) $3x^2 10x 6 = 0$
- $(5) 3x^2 4x 4 = 0$
- **10.** 이차방정식 $2x^2 ax 4a 2 = 0$ 의 해가 x = 2 또는 x = b 일 때, a + 2b 의 값은? (단, 상수 a, b 이 다.)
 - $\bigcirc -3$
- $\bigcirc 2 2$
- 3 1
- **4** 0
- (5) 1

- **11.** 이차방정식 $(x+5)^2 = 4k$ 의 한 근이 $x = -5 + 2\sqrt{6}$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, k > 0)
 - 1 2

2 4

3 6

(4) 8

- **⑤** 9
- **12.** 이차방정식 $x^2 + 9x + 2(2m 1) = 0$ 의 일차항의 계수와 상수항을 바꾼 이차방정식이 중근을 갖게 하는 양수 m의 값은?
 - ① 1
- 2 2
- 3 3
- (4) 4
- **⑤** 5
- **13.** 이차방정식 $4x^2-20x+8=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고쳐서 풀려고 할 때, a+b의 값은?
 - $\bigcirc -3$
- $\bigcirc -\frac{5}{4}$
- $3 \frac{7}{4}$
- $4 \frac{5}{4}$
- **14.** 이차방정식 $3(x-4)^2 = a$ 의 두 근의 차가 1이 되기 위한 양수 a의 값은?
 - ① $\frac{3}{4}$
- $2\frac{3}{2}$
- $3\frac{7}{4}$
- $4 \frac{9}{4}$
- **15.** 이차방정식 $(a-2)x^2+(a^2+3)x-6a+5=0$ 의 한 근이 x=1일 때, 다른 한 근을 구하면?
 - ① x = -17
- ② x = -15
- ③ x = -13
- 4) x = -11
- (5) x = -9

9

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설]
$$4x(x-2)=a(3x-1)(x+3)$$
를 정리하면
$$4x^2-8x=a(3x^2+8x-3)$$

$$(3a-4)x^2+(8a+8)x-3a=0$$
이다. 이 식이 이차방정식이므로 $3a-4\neq 0$ 이다. 그러므로 $a\neq \frac{4}{3}$ 의 조건을 가진다.

2) [정답] ⑤

[해설]
$$-3x^2 + 3x + 3 = 0$$
에 x 의 값 -1 , 0 , 1 , 2 를 대입하여 구하면 다음과 같다.
$$x = -1$$
일 때, $-3 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 3 = -3 \neq 0$
$$x = 0$$
일 때, $-3 \times 0^2 + 3 \times 0 + 3 = 3 \neq 0$
$$x = 1$$
일 때, $-3 \times 1^2 + 3 \times 1 + 3 = 3 \neq 0$
$$x = 2$$
일 때, $-3 \times 2^2 + 3 \times 2 + 3 = -3 \neq 0$ 그러므로 x 의 값은 -1 , 0 , 1 , 2 중에 없다.

3) [정답] ①

[해설] 근의 공식에
$$a=3$$
, $b=p$, $c=-3$ 를 대입하면
$$x=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}=\frac{-p\pm\sqrt{p^2+36}}{6}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{q}}{3}$$
이다.
이때 $\frac{-p\pm\sqrt{p^2+36}}{6}=\frac{8\pm2\sqrt{q}}{6}$ 이므로
$$-p=8, \ \sqrt{p^2+36}=2\sqrt{q}$$
이다.
$$p=-8, \ p^2+36=4q$$
 $(-8)^2+36=4q$ 에서 $q=25$ 이다.
$$p+q=-8+25=17$$

4) [정답] ④

[해설]
$$\frac{1}{2}x^2 - 4x - 5 = 0$$

 $\frac{1}{2}x^2 - 4x = 5$
 $\frac{1}{2}(x^2 - 8x) = 5$
 $(x^2 - 8x) = 10$
 $(x^2 - 8x + 16) = 10 + 16$
 $(x - 4)^2 = 26$
 $x - 4 = \pm \sqrt{26}$
 $\therefore x = 4 \pm \sqrt{26}$

5) [정답] ①

[해설]
$$x^2-2x-1=0$$
의 한 근이 a 이므로 $a^2-2a-1=0$ $\therefore a^2-2a=1$ 또 $x^2-x-5=0$ 의 한 근이 b 이므로 $b^2-b-5=0$ $\therefore b^2-b=5$

$$\begin{split} & \therefore \ \frac{1}{2}a^2 - a - 3b^2 + 3b + 11 = \frac{1}{2}(a^2 - 2a) - 3(b^2 - b) + 11 \\ & = \frac{1}{2} \times 1 - 3 \times 5 + 11 = -\frac{7}{2} \end{split}$$

6) [정답] ⑤

[해설]
$$3(x+2)^2-4=ax^2-4x+6$$
에서 $(3-a)x^2+16x+2=0$ 이 식이 이차방정식이려면 $3-a\neq 0$ $\therefore a\neq 3$

7) [정답] ③

대입하면
$$4(k-1)-2(k^2+1)+2(k+1)=0$$

$$2k^2-6k+4=0, \ k^2-3k+2=0$$

$$(k-1)(k-2)=0 \qquad \therefore k=1 \ \text{또는} \ k=2$$
 그런데 $k-1\neq 0$ 이므로 $k\neq 1$
$$\therefore k=2$$

[해설] $(k-1)x^2-(k^2+1)x+2(k+1)=0$ 에 x=2를

8) [정답] ①

[해설]
$$(a-3)x^2-a^2x+18=0$$
에 $x=2$ 를 대입하면 $4(a-3)-2a^2+18=0$ $2a^2-4a-6=0$, $a^2-2a-3=0$ $(a+1)(a-3)=0$ $\therefore a=-1$ 또는 $a=3$ 그런데 $a-3\neq 0$ 이므로 $a\neq 3$ $\therefore a=-1$

9) [정답] ③

[해설] ①
$$(-2)^2 + 2 \times (-2) + 1 \neq 0$$

② $(-2)^2 + (-2) - 6 \neq 0$
③ $2 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2 = 0$
④ $3 \times (-2)^2 - 10 \times (-2) - 6 \neq 0$
⑤ $3 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) - 4 \neq 0$

10) [정답] ②

[해설]
$$2x^2 - ax - 4a - 2 = 0$$
에 $x = 2$ 를 대입하면 $2 \times 4 - 2a - 4a - 2 = 0$ $-6a = -6$ $\therefore a = 1$ 즉 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이므로 $(x-2)(2x+3) = 0$ $\therefore x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ $\therefore b = -\frac{3}{2}$ $\therefore a + 2b = 1 + 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -2$

11) [정답] ③
[해설] $(x+5)^2 = 4k$ 에서
$x+5 = \pm 2\sqrt{k} \qquad \therefore x = -5 \pm 2\sqrt{k}$
이때 이차방정식의 한 근이 $-5+2\sqrt{6}$ 이므로
k = 6

12) [정답] ②

[해설]
$$x^2+2(2m-1)x+9=0$$
이 중근을 가지므로

$$(2m-1)^2 = 9$$

$$2m-1=\pm 3$$

$$2m = 4 + 2m = -2$$

$$\therefore m=2$$
 또는 $m=-1$

13) [정답] ⑤

[해설]
$$4x^2 - 20x + 8 = 0$$
에서 양변을 4 로 나누면

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x = -2$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = -2 + \frac{25}{4}$$

$$\therefore \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

따라서
$$a=-\frac{5}{2}$$
, $b=\frac{17}{4}$ 이므로

$$a+b=-\frac{5}{2}+\frac{17}{4}=\frac{7}{4}$$

14) [정답] ①

[해설]
$$3(x-4)^2 = a$$
에서

$$(x-4)^2 = \frac{a}{3}$$
, $x-4 = \pm \frac{\sqrt{3a}}{3}$

$$\therefore x = 4 \pm \frac{\sqrt{3a}}{3}$$

$$\left(4 + \frac{\sqrt{3a}}{3}\right) - \left(4 - \frac{\sqrt{3a}}{3}\right) = 1$$

$$\frac{2\sqrt{3a}}{3} = 1$$
, $\sqrt{3a} = \frac{3}{2}$

$$3a = \frac{9}{4}$$
 $\therefore a = \frac{3}{4}$

15) [정답] ③

[해설]
$$(a-2)x^2 + (a^2+3)x - 6a + 5 = 0$$
에 $x = 1$ 을 대 입하면

$$(a-2)+(a^2+3)-6a+5=0$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$
, $(a-2)(a-3) = 0$

그런데
$$a-2 \neq 0$$
이므로 $a \neq 2$

$$\therefore a = 3$$

즉
$$x^2 + 12x - 13 = 0$$
이므로

$$(x-1)(x+13) = 0$$
 $\therefore x = 1 + \frac{1}{2} = x = -13$

