

2019년 태성고 수학(하) 중간고사

1. 점 $(2, -7)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동 한 점의 좌표는 (a, b) 이다.
 $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

2. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 함수 $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 명제 ' $0 \leq x \leq k$ 인 모든 x 에 대하여 $-1 \leq x \leq 4$ 이다.'가 참이 되도록
하는 k 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 조건 ' $p: |x-2| \leq 1$ ', ' $q: |x-a| \leq 4$ '에 대하여 q 는 p 이기 위한
필요조건일 때, 실수 a 값의 범위는 $k_1 \leq a \leq k_2$ 이다. $k_1 k_2$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합 $A = \{1, 2\}$,
 B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = B - A$ 가 성립하게 하는 집합 B 의
개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

7. 두 함수 $f(x) = -x + 3$, $g(x) = 2x + k$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 값은?

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

8. 두 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, $Y = \{y | -2 \leq y \leq 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $a < 0$ 이다.)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

9. 두 점 $A(1, 1), B(2, 4)$ 와 y 축 위를 움직이는 점 C 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소가 되도록 하는 점 C 의 y 좌표는 k 이다. 이 때, $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $k + m$ 의 값은?

① $2 + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $3 + 4\sqrt{2}$
④ $2 + 3\sqrt{3}$ ⑤ $3 + 3\sqrt{3}$

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} ax+x & (x \geq 1) \\ ax-x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 이 일대일대응이 되도록 하는 상수 a 값의 범위는?

① $a < -1$ 또는 $a > 1$ ② $a < -2$ 또는 $a > 2$ ③ $-1 < a < 1$
④ $-2 < a < 2$ ⑤ $a > 3$

11. 원 $x^2 + (y-1)^2 = 13$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 하였더니 직선 $2x - 3y - 1 = 0$ 과 접하였다. 다음은 양수 a 의 값을 구하는 과정이다. 다음 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(x)$, (나)에 알맞은 식을 $g(y)$, (다)에 알맞은 식을 $h(a)$ 라 할 때, $f(a) + g(5) + h(1)$ 의 값은?

원 $x^2 + (y-1)^2 = 13$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 원의 방정식은 $\boxed{\text{가}}^2 + \boxed{\text{나}}^2 = 13$ 이다.
그런데 이 원은 직선 $2x - 3y - 1 = 0$ 과 접하므로
원의 중심 $(a, 1)$ 과 직선 $2x - 3y - 1 = 0$ 사이의 거리가 원의 반지름과 같으므로 $\boxed{\text{다}} = 13$ 이다.
그런데 a 는 양수이므로 $a = \frac{17}{2}$

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x+1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases} \text{라 하자. } \langle \text{보기} \rangle \text{에서 옳은 것만을 있는$$

대로 고른 것은?

(단, $f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이다.)

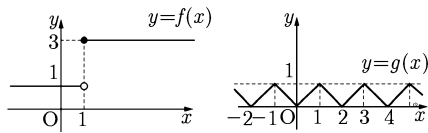
〈보기〉

ㄱ. $f(99) = 1$ 이다.
ㄴ. $f^2(99) = 25$ 이다.
ㄷ. $f^n(99) = 1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 7이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[단답형1] $x > 3$ 일 때, $x^2 + \frac{49}{x^2 - 9}$ 의 값은 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 갖는다.
 a 와 b 를 각각 구하시오.

[단답형2] 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 각각 다음 그림과 같다. $h(x) = (g \circ f)(x)$ 라 할 때, $\frac{3}{2} \{h(-1) + h(0) + h(1)\}$ 의 값을 구하시오.



[단답형3] 두 조건 ‘ $p: x^2 - 2x + a < 0$ ’, ‘ $q: (x+1)(x-3) < 0$ ’에 대하여 조건 p, q 가 다음 두 조건을 만족한다고 한다. 실수 a 값의 범위를 구하시오. (단, p 의 진리집합은 공집합이 아니다.)

- (가) p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 (나) 명제 $p \rightarrow q$ 의 역은 참이 아니다.

[서술형1] 실수 전체의 집합에 대하여 명제 ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 - 16x + k < 0$ 이다.’의 부정이 참이 되도록 하는 상수 k 의 최솟값을 구하시오.

[서술형2] 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow A$ 를 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 3) \\ 1 & (x = 4) \end{cases}$ 로 정의 하자. $f^{2019}(1) + f^{2020}(2) + f^{2021}(3)$ 의 값을 구하시오. (단, $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이다.)

[서술형3] 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 3만큼 평행이동한 원과 함수 $y = m|x|$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 m 의 값의 범위를 구하시오.

-
- 1) ④
 - 2) ③
 - 3) ⑤
 - 4) ④
 - 5) ②
 - 6) ⑤
 - 7) ②
 - 8) ④
 - 9) ①
 - 10) ①
 - 11) ①
 - 12) ③
 - 13) [단답형1] $a = 4, b = 23$
 - 14) [단답형2] $\frac{9}{2}$
 - 15) [단답형3] $-3 < a < 1$
 - 16) [논술형1] 64
 - 17) [논술형2] 10
 - 18) [논술형3] $1 < m < 7$