● 4회차

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ④	07 ③	08 ③	09 ②	10 ①
11 ①	12 ④	13 ⑤	14 ③	15 ①
16 ②	17 ①			

[서술형 1] 13
[서술형 2] $(4, -1)$
[서술형 3] $y=2x$

01 $x^2+2x-3\le0$에서 $(x-1)(x+3)\le0$
따라서 부등식의 해는 $-3\le x\le1$이므로 정수 x는 $-3, -2, -1, 0, 1$로 그 개수는 5이다.

02 해가 $-3<x<4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+3)(x-4)<0 \qquad \therefore\ x^2-x-12<0$
이 부등식이 $x^2+ax+b<0$과 일치하므로
$a=-1,\ b=-12$
$\therefore\ a+b=-1+(-12)=-13$

03 (i) $m-1=0$, 즉 $m=1$일 때
$0\cdot x^2-0\cdot x+3>0$이므로 주어진 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.
(ii) $m-1\ne0$, 즉 $m\ne1$일 때
주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 이차함수의 그래프가 아래로 볼록해야 하므로
$m-1>0 \qquad \therefore\ m>1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
또 이차방정식 $(m-1)x^2-2(m-1)x+3=0$의 판별식을 D라 할 때, $D<0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=\{-(m-1)\}^2-(m-1)\cdot3<0$
$m^2-5m+4<0,\ (m-1)(m-4)<0$
$\therefore\ 1<m<4 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<m<4$
(i), (ii)에서 $1\le m<4$이므로 모든 정수 m의 값의 합은 $1+2+3=6$

04 (i) 직선 $y=x-3k$가 이차함수 $y=x^2-x+1$의 그래프와 만나려면 이차방정식 $x^2-x+1=x-3k$, 즉 $x^2-2x+3k+1=0$의 판별식을 D라 할 때, $D\ge0$이어야 한다.
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(3k+1)\ge0$
$-3k\ge0 \qquad \therefore\ k\le0$
(ii) 직선 $y=x-3k$가 이차함수 $y=x^2-2k+1$의 그래프와 만나지 않으려면 이차방정식 $x^2-2k+1=x-3k$, 즉 $x^2-x+k+1=0$의 판별식을 D라 할 때, $D<0$이어야 한다.
$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(k+1)<0$
$-4k-3<0 \qquad \therefore\ k>-\frac{3}{4}$
(i), (ii)에서 실수 k의 값의 범위는 $-\frac{3}{4}<k\le0$
따라서 $\alpha=-\frac{3}{4},\ \beta=0$이므로
$4(\beta-\alpha)=4\left\{0-\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}=3$

05 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(2-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$

06 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(a-3)^2+(0-2)^2}=\sqrt{a^2-6a+13}$
$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(a-5)^2+(0-4)^2}=\sqrt{a^2-10a+41}$
$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2$이므로
$a^2-6a+13=a^2-10a+41$
$4a=28 \qquad \therefore\ a=7$

07 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점 P의 좌표는
$\left(\frac{2\cdot3+1\cdot(-3)}{2+1}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(1) \qquad \therefore\ a=1$
선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는
$\left(\frac{2\cdot3-1\cdot(-3)}{2-1}\right)$, 즉 $\mathrm{Q}(9) \qquad \therefore\ b=9$
$\therefore\ b-a=9-1=8$

08 $\overline{\mathrm{AC}}=2\overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BC}}=2:1$이므로 선분 AB 위의 점 C는 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이다.
따라서 점 C의 좌표는
$\left(\frac{2\cdot2+1\cdot(-1)}{2+1},\ \frac{2\cdot(-1)+1\cdot5}{2+1}\right)$
$\therefore\ \mathrm{C}(1, 1)$

09 점 $(-3, 2)$를 지나고 기울기가 $\frac{1}{3}$인 직선의 방정식은

$y-2=\frac{1}{3}\{x-(-3)\}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{3}x+3$

이 직선의 x절편을 a라 하면

$0=\frac{1}{3}a+3$ $\quad\therefore a=-9$

따라서 구하는 직선의 x절편은 -9

10 점 A를 지나는 직선 l이 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하려면 변 BC의 중점을 지나야 한다.

변 BC의 중점의 좌표는

$\left(\frac{2+6}{2}, \frac{9+5}{2}\right)$, 즉 $(4, 7)$

따라서 두 점 $(1, 1)$, $(4, 7)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y-1=\frac{7-1}{4-1}(x-1)$ $\quad\therefore y=2x-1$

11 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$(7x-5y+22)+k(3x+2y+9)=0$ (k는 실수)

으로 놓으면 이 직선이 점 $(5, 1)$을 지나므로

$52+26k=0$ $\quad\therefore k=-2$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$7x-5y+22-2(3x+2y+9)=0$

$\therefore x-9y+4=0$

Lecture **두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식**

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 교점을 지나는 직선 중에서 직선 $a'x+b'y+c'=0$을 제외한 직선의 방정식은

$(ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$ (단, k는 실수)

12 원 $(x+2)^2+(y-3)^2=16$의 중심의 좌표는 $(-2, 3)$이고 반지름의 길이는 4이므로

$a=-2, b=3, r=4$

$\therefore a+b+r=-2+3+4=5$

13 $x^2-2kx+y^2+3k+4=0$에서

$(x^2-2kx+k^2)+y^2=k^2-3k-4$

$\therefore (x-k)^2+y^2=k^2-3k-4$

이 방정식이 원을 나타내려면

$k^2-3k-4>0$, $(k+1)(k-4)>0$

$\therefore k<-1$ 또는 $k>4$

따라서 자연수 k의 최솟값은 5

14 원 C_1을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원 C_2의 방정식은

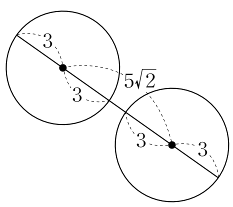
$(y+3)^2+(x-2)^2=9$

$\therefore C_2$: $(x-2)^2+(y+3)^2=9$

원 C_1의 중심 $(-3, 2)$와 원 C_2의 중심 $(2, -3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(-3-2)^2}=5\sqrt{2}$

원 C_1, C_2의 반지름의 길이가 3이므로 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값은



$5\sqrt{2}+3+3=5\sqrt{2}+6$,

최솟값은 $5\sqrt{2}-3-3=5\sqrt{2}-6$

따라서 구하는 최댓값과 최솟값의 곱은

$(5\sqrt{2}+6)(5\sqrt{2}-6)=50-36=14$

15 원 $x^2+y^2=3$의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x+\sqrt{2}y-k=0$ 사이의 거리는

$\frac{|-k|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{3}}$

이때 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$이고 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{|k|}{\sqrt{3}}<\sqrt{3}$, $|k|<3$ $\quad\therefore -3<k<3$

16 평행이동 $(x, y) \longrightarrow (x+2, y-1)$은 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하는 것이므로 이 평행이동에 의하여 점 $(-4, 3)$이 옮겨지는 점의 좌표는

$(-4+2, 3-1)$, 즉 $(-2, 2)$

17 직선 $4x+5y+2=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$4\cdot(-x)+5\cdot(-y)+2=0$

$\therefore\ 4x+5y-2=0$

이때 이 직선이 원 $(x-a)^2+(y+2)^2=16$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(a, -2)$를 지나야 하므로

$4a-10-2=0 \qquad \therefore\ a=3$

[서술형 1] $x^2-x-30\geq0$에서 $(x+5)(x-6)\geq0$

$\therefore\ x\leq-5$ 또는 $x\geq6 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

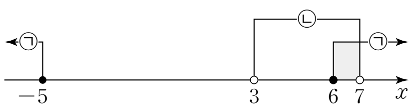
❶

$x^2<10x-21$에서

$x^2-10x+21<0,\ (x-3)(x-7)<0$

$\therefore\ 3<x<7 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

❷



따라서 연립부등식의 해는 $6\leq x<7$이므로

$a=6,\ b=7$

$\therefore\ a+b=6+7=13$

❸

채점 기준	배점
❶ 부등식 $x^2-x-30\geq0$의 해를 구할 수 있다.	2점
❷ 부등식 $x^2<10x-21$의 해를 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 2] 꼭짓점 B의 좌표를 (a, b)라 하면 변 AB의 중점의 좌표는

$\left(\frac{4+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$

이때 이 점이 점 $(-2, 2)$와 일치하므로

$\frac{4+a}{2}=-2,\ \frac{3+b}{2}=2$

따라서 $a=-8,\ b=1$이므로 $\mathrm{B}(-8, 1)$

❶

또 꼭짓점 C의 좌표를 (c, d)라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{4+(-8)+c}{3}, \frac{3+1+d}{3}\right) \qquad \therefore\ \left(\frac{c-4}{3}, \frac{d+4}{3}\right)$

이때 이 점이 점 $(0, 1)$과 일치하므로

$\frac{c-4}{3}=0,\ \frac{d+4}{3}=1$

따라서 $c=4,\ d=-1$이므로 $\mathrm{C}(4, -1)$

❷

채점 기준	배점
❶ 꼭짓점 B의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❷ 꼭짓점 C의 좌표를 구할 수 있다.	4점

[서술형 3] 점 $(1, 2)$를 지나는 직선 l의 기울기를 m이라 하면 직선 l의 방정식은

$y-2=m(x-1)$

$\therefore\ y=mx-m+2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

❶

직선 ㉠을 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y-3=mx-m+2 \qquad \therefore\ y=mx-m+5$

이 직선을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y=m\cdot(-x)-m+5 \qquad \therefore\ y=-mx-m+5$

❷

이때 이 직선이 점 $(2, -1)$을 지나므로

$-1=-2m-m+5,\ 3m=6$

$\therefore\ m=2$

$m=2$를 ㉠에 대입하면 구하는 직선 l의 방정식은

$y=2x-2+2 \qquad \therefore\ y=2x$

❸

채점 기준	배점
❶ 직선 l의 기울기를 m으로 놓고, 직선 l의 방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ ❶에서 구한 직선의 방정식을 평행이동한 후 대칭이동한 직선의 방정식을 구할 수 있다.	3점
❸ 직선 l의 방정식을 구할 수 있다.	2점

Lecture 도형의 평행이동과 대칭이동

평행이동과 대칭이동이 연속적으로 이루어지는 경우에는 주어진 순서대로 적용해야 한다.