POWER

파워크북

WORKBOOK

수학 I

정답과 풀이

빠른정답

Ⅰ. 지수함수와 로그함수

1 지수 6 ~ 16쪽

001 a^8
002 a^6
003 $a^{12}b^4$
004 $\frac{a^2}{9b^2}$
005 a^2
006 $\frac{1}{a^6}$
007 $2a^3b^2$
008 $3a^5b^9$
009 $2a^8b^{14}$
010 $-1,\ \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$
011 $\pm2,\ \pm2i$
012 $\pm3,\ \pm3i$
013 -3
014 $-1,\ 1$
015 $-2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}$
016 ×
017 ×
018 ×
019 ○
020 ×
021 ○
022 4
023 -5
024 0.1
025 4
026 $-\frac{2}{3}$
027 2
028 3
029 2
030 2
031 3
032 13
033 3
034 3
035 3
036 121
037 32
038 2
039 8
040 2
041 6
042 5
043 a
044 a^6
045 a
046 a^3b^2
047 ab
048 1
049 $\frac{1}{81}$
050 $\frac{25}{4}$
051 $\frac{1}{a}$
052 a^2
053 a^8
054 $5^{\frac{1}{2}}$
055 $3^{\frac{1}{3}}$
056 $2^{-\frac{2}{5}}$
057 $\sqrt[5]{49}$
058 $\frac{\sqrt{3}}{9}$
059 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
060 81
061 6
062 1
063 8
064 $\frac{25}{36}$
065 $\frac{3}{5}$
066 a^2
067 $a^{-\frac{11}{6}}$
068 1
069 $a^{\frac{5}{12}}$
070 a^2b
071 a^2b
072 $2^{\sqrt{2}}$
073 216
074 $10^{\sqrt{5}}$
075 49
076 9
077 36
078 $a^{2\sqrt{3}}$
079 $a^{2\sqrt{2}}$
080 $a^{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$
081 a^4b^8
082 $\frac{a^3}{b}$
083 $a^{5\sqrt{6}}$
084 a^3-b^3
085 $a-b$
086 4
087 $a-b$
088 14
089 $8\sqrt{3}$
090 52
091 10
092 6
093 80
094 $\frac{1}{3}$
095 $\frac{2}{3}$
096 $\frac{34}{7}$
097 $\frac{13}{4}$
098 $\frac{1}{2}$
099 $\frac{26}{5}$
100 4
101 $\frac{8}{3}$
102 256
103 256
104 $\frac{1}{9}$
105 243
106 1
107 2
108 -2
109 2
110 0
111 0
112 $\sqrt[3]{3}>\sqrt[4]{4}$
113 $\sqrt[4]{3}<\sqrt[6]{6}$
114 $\sqrt{\sqrt[3]{2}}<\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}$
115 $\sqrt[6]{15}<\sqrt[3]{4}<\sqrt{3}$
116 $\sqrt[4]{3}<\sqrt[8]{10}<\sqrt{2}$
117 $\sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{5}<\sqrt{3}$
118 ⑤
119 ③
120 $-4,\ -2,\ -1$
121 17
122 24
123 ②
124 ②
125 8

Ⅰ. 지수함수와 로그함수

2 로그 17 ~ 28쪽

126 $4=\log_2 16$
127 $-2=\log_3 \frac{1}{9}$
128 $-3=\log_{\frac{1}{5}} 125$
129 $3^3=27$
130 $7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$
131 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=16$
132 5
133 2
134 -3
135 -4
136 9
137 10
138 $x>6$
139 $x<1$ 또는 $x>3$
140 $3<x<4$ 또는 $x>4$
141 $2<x<9$ 또는 $9<x<10$
142 $x>4$
143 $5<x<6$ 또는 $6<x<7$

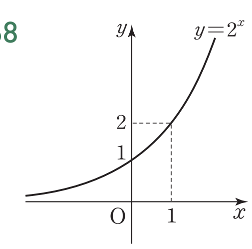
ㅊㅐㄱ1.indb 2 20. 5. 27. 오후 4:41

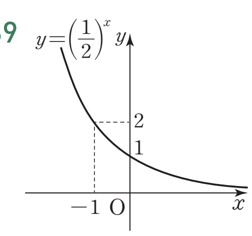
144 0
145 1
146 5
147 -1
148 $\frac{2}{3}$
149 6
150 3
151 2
152 3
153 1
154 0
155 2
156 $3a+b$
157 $3b-3a$
158 $1-a$
159 $4a+b-3$
160 $6a-2$
161 $-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{4}$
162 1
163 $\frac{1}{2}$
164 $\frac{3}{2}$
165 2
166 4
167 4
168 2
169 3
170 $\frac{1}{2}$
171 4
172 3
173 3
174 $\frac{b}{a}$
175 $\frac{6a}{b}$
176 $\frac{3a+b}{2a+b}$
177 $\frac{2a+b}{1-a}$
178 $\frac{a+2b}{b}$
179 $2a+3b+c$
180 $2a+b-3c$
181 $\frac{a+2c}{a+b}$
182 $\frac{a+b+4c}{3a+6c}$
183 $\frac{3a-5b-c}{6a}$
184 $\frac{6}{5}$
185 $\frac{7}{4}$
186 $\frac{5}{4}$
187 3
188 4
189 4
190 1
191 0
192 $\frac{15}{4}$
193 4
194 5
195 8
196 $\frac{5}{3}$
197 $-\frac{7}{6}$
198 -3
199 25
200 13
201 9
202 1
203 1
204 1
205 3
206 -2
207 2
208 1
209 1
210 7
211 16
212 3
213 10
214 2
215 -4
216 -6
217 -2

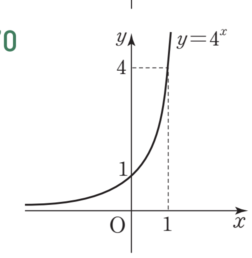
218 $\frac{7}{4}$
219 $\frac{7}{3}$
220 5
221 $\frac{7}{6}$
222 $\frac{1}{4}$
223 $-\frac{3}{2}$
224 $\frac{41}{10}$
225 $-\frac{1}{3}$
226 1.7308
227 3.7308
228 -1.2692
229 -0.699
230 0.398
231 -1.097
232 0.4843
233 2.4786
234 1.4942
235 4.5065
236 -2.4881
237 -3.5186
238 13자리
239 8자리
240 10째 자리
241 10째 자리
242 16.3
243 1630
244 0.000163
245 65.9
246 0.0659
247 0.0000659
248 8
249 1
250 ②
251 ①
252 1
253 $-\frac{34}{9}$
254 0.5502
255 ②

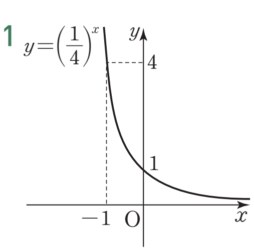
3 지수함수와 로그함수 29 ~ 41쪽

256 ○
257 ×
258 ×
259 ○
260 ×
261 ○
262 8
263 $\frac{1}{4}$
264 32
265 $\frac{1}{9}$
266 27
267 $\frac{1}{81}$

268


269


270


271


ㅊㅐㄱ1.indb 3
20. 5. 27. 오후 4:41

빠른정답

272 $y=2^{x-2}-1$

273 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}+4$

274 $y=-3^{x-4}-2$

275 $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5}+3$

276 $y=-4^{x+2}-3$

277 $y=-3^{x}$

278 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

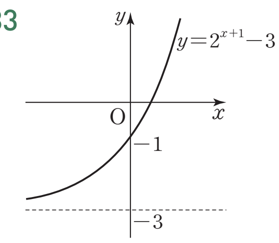
279 $y=-\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

280 $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$

281 $y=5^{x}$

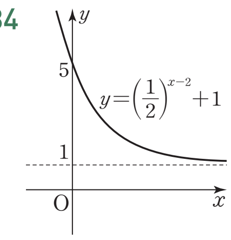
282 $y=-5^{x}$

283



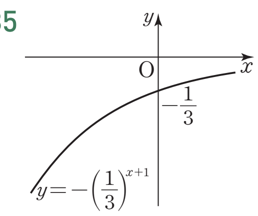
점근선의 방정식: $y=-3$

284



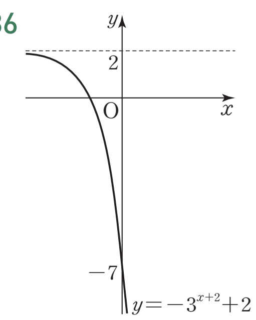
점근선의 방정식: $y=1$

285



점근선의 방정식: $y=0$

286



점근선의 방정식: $y=2$

287 ○

288 ×

289 ○

290 ○

291 ×

292 ○

293 ○

294 ×

295 ×

296 ○

297 ×

298 ○

299 $9^{5}>27^{3}$

300 $\frac{1}{64}>\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^{5}$

301 $9\sqrt[4]{27}<27\sqrt[3]{9}$

302 $\sqrt[3]{0.2}>\sqrt[4]{0.04}$

303 $\frac{1}{\sqrt{2}}>2^{-\frac{3}{2}}>\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$

304 $0.2^{-\frac{4}{3}}>\sqrt[4]{125}>\sqrt[3]{25}$

305 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{1}{2}$

306 최댓값: 125, 최솟값: $\frac{1}{5}$

307 최댓값: 5, 최솟값: $\frac{7}{2}$

308 최댓값: 5, 최솟값: $\frac{5}{4}$

309 최댓값: $\frac{31}{16}$, 최솟값: -2

310 최댓값: 27, 최솟값: 9

311 최댓값: 16, 최솟값: $\frac{1}{32}$

312 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{1}{128}$

313 최댓값: 3, 최솟값: $\frac{1}{27}$

314 최댓값: 7, 최솟값: 3

315 최댓값: 46, 최솟값: -2

316 최댓값: 9, 최솟값: 5

317 최댓값: 24, 최솟값: -12

318 $y=\log_2 x$

319 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

320 $y=5^{x}$

321 $y=\log_4 x-2$

322 $y=3^{x}+1$

323 $y=\log_3(x-5)+2$

324 2

325 -3

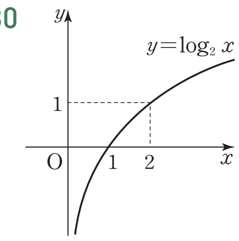
326 3

327 -1

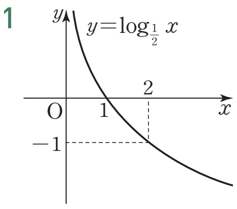
328 2

329 3

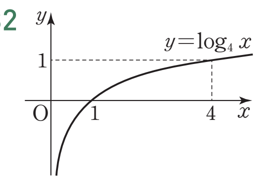
330



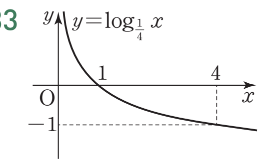
331



332



333



334 $y=\log_2(x-3)+2$

335 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+1$

336 $y=-\log_3(x-5)-2$

337 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(x+4)-3$

338 $y=-\log_4(x-1)-4$

339 $y=-\log_3 x$

340 $y=\log_3(-x)$

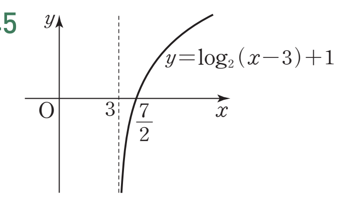
341 $y=-\log_3(-x)$

342 $y=\log_2 x$

343 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x)$

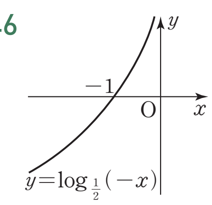
344 $y=\log_2(-x)$

345



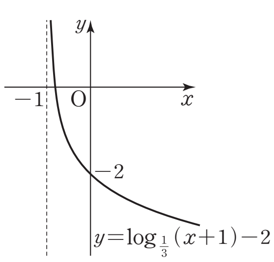
정의역: $\{x\,|\,x>3\}$
점근선의 방정식: $x=3$

346



정의역: $\{x\,|\,x<0\}$
점근선의 방정식: $x=0$

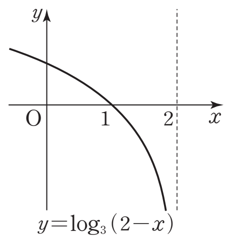
347



정의역: $\{x\,|\,x>-1\}$
점근선의 방정식: $x=-1$

초개1.indb 4 20. 5. 27. 오후 4:41

348



정의역: $\{x|x<2\}$
점근선의 방정식: $x=2$

349 ○ **350** ×
351 ○ **352** ×
353 ○ **354** ○
355 ○ **356** ×
357 ○ **358** ○
359 × **360** ○
361 $\log_5 6<\log_5 7$ **362** $3\log_2 5>2\log_4 50$
363 $2\log_{\frac{1}{3}} 4>-\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{24}$ **364** $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{30}>-3\log_4 \frac{1}{3}$
365 $2\log_2\sqrt{5}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>1$
366 $-2\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{7}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{6}>2\log_3 2$
367 최댓값: 3, 최솟값: -1 **368** 최댓값: 2, 최솟값: $-\frac{3}{2}$
369 최댓값: -3, 최솟값: -6 **370** 최댓값: 6, 최솟값: 4
371 최댓값: -2, 최솟값: -3 **372** 최댓값: 4, 최솟값: $\log_2 7$
373 최댓값: $-\log_3 11$, 최솟값: -3
374 최댓값: 2, 최솟값: 0
375 최댓값: $-\log_5 9$, 최솟값: -2
376 최댓값: 9, 최솟값: 5 **377** 최댓값: 13, 최솟값: 4
378 최댓값: 14, 최솟값: -10 **379** 최댓값: 8, 최솟값: -7
380 ③ **381** 1
382 ④ **383** ⑤
384 4 **385** ③
386 ① **387** 17

I. 지수함수와 로그함수

4 지수함수와 로그함수의 활용 42 ~ 50쪽

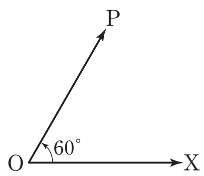
388 $x=3$ **389** $x=-3$
390 $x=\frac{1}{2}$ **391** $x=10$
392 $x=-12$ **393** $x=-5$ 또는 $x=1$
394 $x=1$ **395** $x=2$
396 $x=1$ **397** $x=-2$
398 $x=-3$ 또는 $x=-1$ **399** $x=0$ 또는 $x=4$
400 $x=1$ 또는 $x=3$ **401** $x=3$ 또는 $x=4$
402 $x=1$ 또는 $x=2$ **403** $x=4$ 또는 $x=5$
404 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$ **405** $x>8$

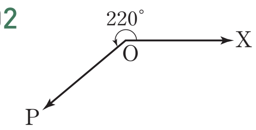
406 $x<5$ **407** $x\geq 4$
408 $x<6$ **409** $x>-3$
410 $x\geq\frac{1}{4}$ **411** $0<x<1$
412 $x\geq 3$ **413** $x>2$
414 $x<-3$ **415** $-1\leq x\leq 2$
416 $0<x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>1$ **417** $1\leq x\leq 2$
418 $1<x<4$ **419** $-1<x\leq-\frac{2}{3}$ 또는 $x\geq 0$
420 $1<x<\frac{4}{3}$ 또는 $x>2$ **421** 3
422 1 **423** 57
424 205 **425** 18년
426 3년 **427** 240시간
428 14억 년 **429** $x=6$
430 $x=-3$ **431** $x=2$
432 $x=-2$ **433** $x=4$
434 $x=2$ **435** $x=2$ 또는 $x=8$
436 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=27$ **437** $x=4$ 또는 $x=16$
438 $x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=27$ **439** $x=\frac{1}{32}$ 또는 $x=8$
440 $x=\frac{\log 3-4\log 2}{2\log 3-\log 2}$ **441** $x=\frac{2\log 5+\log 2}{3\log 2-2\log 5}$
442 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=64$ **443** $x=3$ 또는 $x=81$
444 $x=\frac{1}{125}$ 또는 $x=5$ **445** $\frac{3}{2}<x<6$
446 $-\frac{1}{3}<x<5$ **447** $3<x\leq 5$
448 $x>1$ **449** $\frac{5}{3}<x<2$ 또는 $x>3$
450 $2<x<10$ **451** $2<x<32$
452 $0<x<\frac{1}{3}$ 또는 $x>27$ **453** $\frac{1}{32}<x<2$
454 $0<x<\frac{1}{81}$ 또는 $x>3$ **455** $\frac{1}{5}<x<25$
456 $\frac{1}{3}<x<27$ **457** $0<x<2$ 또는 $x>32$
458 $\frac{1}{625}<x<5$ **459** $1<x<9$
460 $4<x<16$ **461** $\frac{1}{4}$ 또는 32
462 $0<a<3$ 또는 $a>27$ **463** 32
464 81 **465** 1600마리
466 $\frac{99}{8}$ **467** 2030년
468 7년
469 3 **470** ①
471 ④ **472** 20번
473 32 **474** ③
475 $4<a<8$ **476** 3년

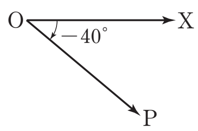
ㅊㅐㄱ1.indb 5 20. 5. 27. 오후 4:41

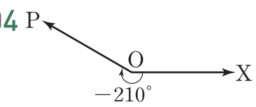
5 삼각함수

52 ~ 61쪽

001


002


003


004


005 $360^\circ \times n+30^\circ$　　006 $360^\circ \times n+110^\circ$

007 $360^\circ \times n+290^\circ$　　008 $360^\circ \times n+60^\circ$

009 $360^\circ \times n+190^\circ$　　010 $360^\circ \times n+130^\circ$

011 $360^\circ \times n+300^\circ$　　012 제2사분면

013 제1사분면　　014 제3사분면

015 제2사분면　　016 제3사분면

017 제4사분면　　018 $\frac{\pi}{5}$

019 $\frac{3}{4}\pi$　　020 $\frac{7}{6}\pi$

021 $-\frac{5}{6}\pi$　　022 $-\frac{17}{12}\pi$

023 $-\frac{8}{3}\pi$　　024 90°

025 144°　　026 330°

027 -135°　　028 -200°

029 -900°　　030 $2n\pi+\pi$

031 $2n\pi+\frac{3}{4}\pi$　　032 $2n\pi+\frac{\pi}{3}$

033 $2n\pi+\frac{11}{6}\pi$　　034 $2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

035 $2n\pi+\pi$　　036 72°

037 225°　　038 288°

039 150°　　040 $l=2\pi$, $S=4\pi$

041 $l=4\pi$, $S=10\pi$　　042 $l=\frac{15}{2}\pi$, $S=\frac{75}{2}\pi$

043 $r=3$, $S=\frac{3}{2}\pi$　　044 $r=6$, $S=15\pi$

045 $r=4$, $S=\frac{14}{3}\pi$　　046 $\theta=\frac{10}{9}\pi$, $l=\frac{10}{3}\pi$

047 $\theta=\frac{4}{9}\pi$, $l=4\pi$　　048 $r=12$, $\theta=\frac{\pi}{9}$

049 $r=5$, $\theta=\frac{5}{3}\pi$　　050 $r=1$, $l=\frac{3}{2}\pi$

051 $r=2$, $l=\frac{20}{11}\pi$

052 최댓값: 4, 반지름의 길이: 2

053 최댓값: $\frac{49}{4}$, 반지름의 길이: $\frac{7}{2}$

054 최댓값: 25, 반지름의 길이: 5

055 최댓값: $\frac{225}{4}$, 반지름의 길이: $\frac{15}{2}$

056 최댓값: 121, 반지름의 길이: 11

057 $\sin\theta=\frac{12}{13}$, $\cos\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{12}{5}$

058 $\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\cos\theta=\frac{4}{5}$, $\tan\theta=-\frac{3}{4}$

059 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

060 $\sin\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos\theta=\frac{1}{3}$, $\tan\theta=-2\sqrt{2}$

061 $\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=1$

062 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

063 $\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$

064 $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$

065 $\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

066 $\sin\theta=-\frac{1}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$

067 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

068 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

069 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

070 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

071 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

072 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

073 제3사분면　　074 제1사분면 또는 제3사분면

075 제2사분면 또는 제3사분면　　076 $\tan\theta$

077 $\tan\theta$　　078 $-\cos\theta$

079 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

080 $\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\tan\theta=\frac{3}{4}$　　081 $\sin\theta=\frac{12}{13}$, $\tan\theta=\frac{12}{5}$

082 $\cos\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

083 2　　084 1

085 $\frac{2}{\cos\theta}$　　086 2

087 $-\frac{4}{9}$　　088 $\pm\frac{\sqrt{17}}{3}$

089 $\pm\frac{\sqrt{17}}{9}$　　090 $-\frac{9}{4}$

091 $\frac{13}{27}$　　092 $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

093 $\frac{\sqrt{35}}{5}$　　094 $\frac{4}{3}$

095 $\frac{15}{8}$　　096 $-\frac{8}{3}$

ㅊㅐㄱ1.indb 6　　20. 5. 27. 오후 4:41

097

육십분법	-320°	-252°	140°	1440°
호도법	$-\frac{16}{9}\pi$	$-\frac{7}{5}\pi$	$\frac{7}{9}\pi$	8π

098 ④

099 4

100 ④

101 ④

102 3

103 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

104 1

6 삼각함수의 그래프

62 ~ 74쪽

105 ○

106 ○

107 ×

108 ×

109 ×

110 ×

111 ×

112 ○

113 ○

114 ×

115 ×

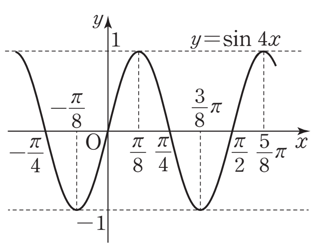
116 ○

117 ○

118 ×

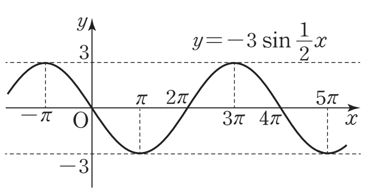
119 ○

120



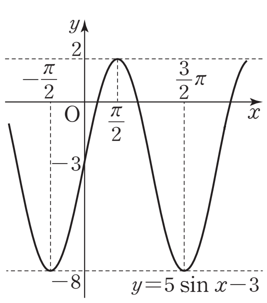
최댓값: 1
최솟값: -1
주기: $\frac{\pi}{2}$

121



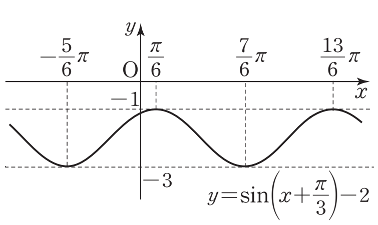
최댓값: 3
최솟값: -3
주기: 4π

122



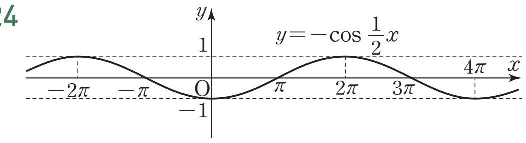
최댓값: 2
최솟값: -8
주기: 2π

123



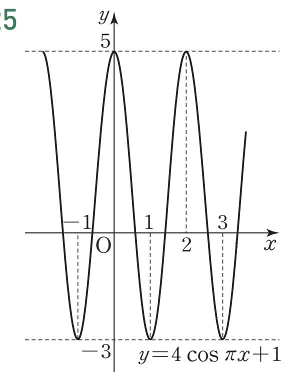
최댓값: -1
최솟값: -3
주기: 2π

124



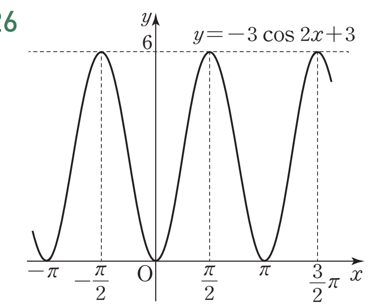
최댓값: 1, 최솟값: -1, 주기: 4π

125



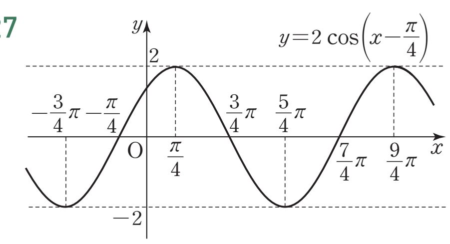
최댓값: 5
최솟값: -3
주기: 2

126



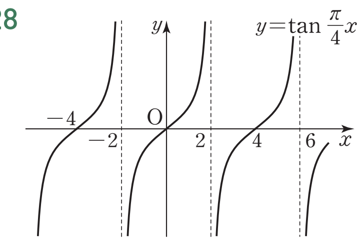
최댓값: 6
최솟값: 0
주기: π

127



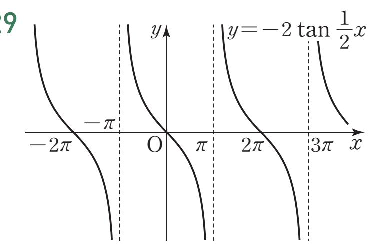
최댓값: 2
최솟값: -2
주기: 2π

128



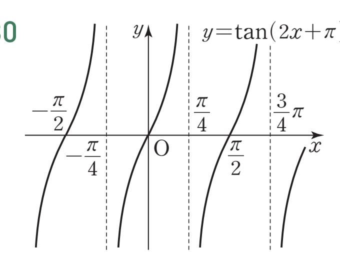
주기: 4

129



주기: 2π

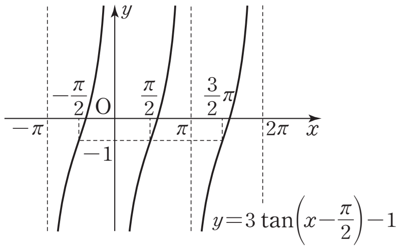
130



주기: $\frac{\pi}{2}$

수학1 빠답(002-011)_사.indd 7 2020. 5. 29. 오전 12:10

빠른정답

131 

주기: π

132 $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (단, n은 정수)

133 $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (단, n은 정수)

134 $x=n\pi+\frac{\pi}{6}$ (단, n은 정수)

135 $x=n\pi+\frac{2}{3}\pi$ (단, n은 정수)

136 $a=2$, $b=2$, $c=3$

137 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$, $c=1$

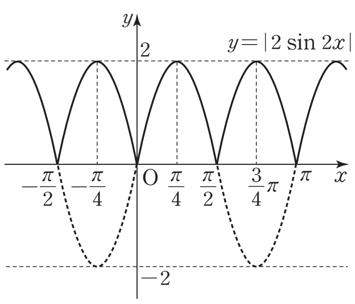
138 $a=1$, $b=2$, $c=-3$

139 $a=3$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-\sqrt{3}$

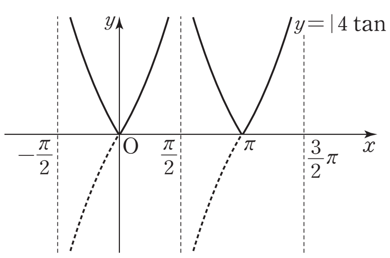
140 $a=2$, $b=\frac{1}{2}$, $c=2$

141 $a=3$, $b=2$, $c=\pi$

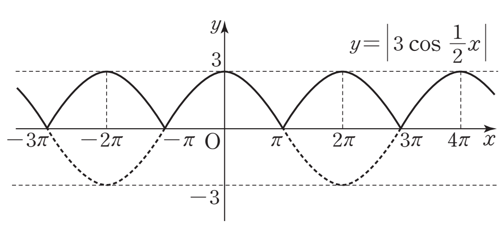
142 $a=1$, $b=2$, $c=\sqrt{3}$

143 

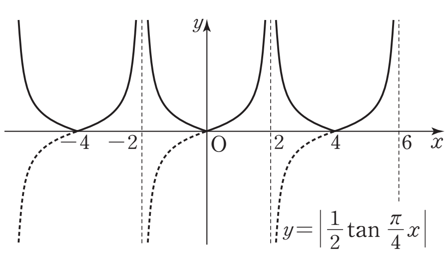
최댓값: 2
최솟값: 0
주기: $\frac{\pi}{2}$

144 

최댓값: 없다.
최솟값: 0
주기: π

145 

최댓값: 3, 최솟값: 0, 주기: 2π

146 

최댓값: 없다.
최솟값: 0
주기: 4

147 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

148 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

149 1

150 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

151 $\frac{1}{2}$

152 $\sqrt{3}$

153 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

154 $\frac{1}{2}$

155 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

156 $-\frac{1}{2}$

157 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

158 -1

159 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

160 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

161 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

162 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

163 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

164 $\sqrt{3}$

165 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

166 $-\frac{1}{2}$

167 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

168 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

169 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

170 1

171 $-1-\sqrt{3}$

172 $\frac{1}{2}$

173 $\frac{7\sqrt{3}}{4}$

174 $\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

175 1

176 $-2\cos\theta$

177 1

178 $2\tan\theta$

179 최댓값: -1, 최솟값: -5

180 최댓값: 3, 최솟값: -5

181 최댓값: 5, 최솟값: 3

182 최댓값: 8, 최솟값: 2

183 최댓값: 5, 최솟값: 1

184 최댓값: 3, 최솟값: -5

185 최댓값: $\frac{25}{4}$, 최솟값: 4

186 최댓값: 2, 최솟값: -2

187 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$

188 $x=\frac{4}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

189 $x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

190 $x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

191 $x=\frac{2}{3}\pi$

192 $x=\frac{\pi}{6}$

193 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\pi$

194 $x=\frac{\pi}{8}$ 또는 $x=\frac{7}{8}\pi$

195 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$

196 $x=0$ 또는 $x=\pi$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

197 $x=\pi$

198 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

199 $0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi<x<2\pi$

200 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5}{6}\pi$

ㅊㅐㄱ1.indb 8 20. 5. 27. 오후 4:41

201 $0\le x<\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi<x<2\pi$

202 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{11}{6}\pi$

203 $\frac{\pi}{3}\le x<\frac{\pi}{2}$

204 $0\le x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\pi$

205 $0\le x\le\frac{\pi}{3}$

206 $0\le x<\frac{\pi}{12}$ 또는 $\frac{17}{12}\pi<x<2\pi$

207 $\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{3}$

208 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$

209 $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{5}{3}\pi$

210 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\pi<x<\frac{7}{6}\pi$

211 ⑤

212 ③

213 ④

214 6

215 9

216 ④

217 ④

218 ①

II. 삼각함수

7 사인법칙과 코사인법칙 75 ~ 80쪽

219 $3\sqrt{3}$

220 $2\sqrt{2}$

221 $4\sqrt{2}$

222 $60°$ 또는 $120°$

223 $45°$

224 $30°$

225 2

226 $2\sqrt{3}$

227 $4\sqrt{3}$

228 3

229 $45°$ 또는 $135°$

230 $2:3:4$

231 $5:6:7$

232 $1:3:3$

233 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

234 $1:\sqrt{3}:2$

235 1

236 $\sqrt{29}$

237 $\sqrt{2}$

238 $2\sqrt{21}$

239 $2\sqrt{7}$

240 $\sqrt{19}$

241 $45°$

242 $120°$

243 $60°$

244 $\frac{1}{2}$

245 1

246 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

247 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

248 $\frac{3}{4}$

249 $\frac{7}{8}$

250 $60°$

251 $120°$

252 $a=b$인 이등변삼각형

253 $a=c$인 이등변삼각형

254 $a=b$인 이등변삼각형

255 $B=90°$인 직각삼각형

256 $a=b$인 이등변삼각형

257 3

258 10

259 3

260 $2\sqrt{2}$

261 $12\sqrt{5}$

262 $2\sqrt{14}$

263 $6\sqrt{3}$

264 15

265 6

266 12

267 $2\sqrt{3}$

268 $6\sqrt{2}$

269 $13\sqrt{3}$

270 $9\sqrt{3}$

271 ⑤

272 ④

273 ②

274 $\frac{5}{8}$

275 50

276 $a=c$인 이등변삼각형

277 5

278 40

III. 수열

8 등차수열과 등비수열 82 ~ 93쪽

001 4, 7, 10, 13

002 1, 3, 7, 15

003 $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$

004 $a_n=4n$

005 $a_n=\frac{1}{n^2}$

006 $a_n=n(n+1)$

007 $a_n=2n-5$

008 $a_n=-4n+9$

009 $a_n=7n-10$

010 $a_n=5n-17$

011 $a_n=-8n+19$

012 $a_n=6n-8$

013 $a_n=2n+7$

014 $a_n=-3n+20$

015 $a_n=-5n+21$

016 $a_n=3n-14$

017 36

018 27

019 -10

020 71

021 -27

022 2

023 14, 17, 20

024 $-10, -13, -16$

025 $-7, -3, 1$

026 13, 20, 27, 34

027 $16, 10, 4, -2$

028 $-4, 1, 6, 11$

029 $x=8$

030 $x=13$

031 $x=10, y=22$

032 $x=6, y=-10$

033 $x=-5, y=1, z=7$

034 $x=14, y=4, z=-6$

035 1, 3, 5

036 $-4, -1, 2$

037 $-7, 1, 9$

038 1, 5, 9, 13

039 $-10, -4, 2, 8$

040 $-5, -3, -1, 1$

041 126

042 -110

043 104

044 -114

045 497

046 -80

047 96

048 -290

049 282

050 165

051 276

052 768

053 49

054 51

055 148

056 -92

057 -136

058 -108

ㅊㅐㄱ1.indb 9 20. 5. 27. 오후 4:41

빠른정답

059 $a_n=2n-5$

060 $a_n=6n-1$

061 $a_1=0$, $a_n=2n-4\,(n\ge2)$

062 $a_1=1$, $a_n=4n-6\,(n\ge2)$

063 $a_n=2^{n-1}$

064 $a_n=3\times5^{n-1}$

065 $a_n=7\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

066 $a_n=3\times(-2)^{n-1}$

067 $a_n=(\sqrt{5})^{n+1}$

068 $a_n=2\times3^{n-2}$

069 $a_n=-3\times(-2)^{n-1}$

070 $a_n=(\sqrt{2})^{n}$

071 $a_n=(-1)^{n}$

072 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-9}$

073 320

074 $\frac{3}{64}$

075 $-\frac{1}{81}$

076 81

077 $-\frac{\sqrt{5}}{25}$

078 $96\sqrt{2}$

079 20, 40, 80

080 6, 2, $\frac{2}{3}$

081 $3\sqrt{3}$, 9, $9\sqrt{3}$

082 3, 9, 27, 81

083 12, 6, 3, $\frac{3}{2}$

084 -6, 12, -24, 48

085 $x=-15$ 또는 $x=15$

086 $x=-\frac{1}{4}$, $y=-4$ 또는 $x=\frac{1}{4}$, $y=4$

087 $x=-21$, $y=-189$ 또는 $x=21$, $y=189$

088 $\sqrt{6}$

089 9

090 2

091 2, 4, 8

092 -3, 1, 9

093 1, 4, 16

094 -6, 3, 12

095 120

096 $3^{10}-1$

097 -728

098 $\frac{2}{3}\times\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\right\}$

099 511

100 $27\times\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{7}\right\}$

101 168

102 112

103 260

104 182

105 255

106 86

107 $a_n=4\times5^{n-1}$

108 $a_n=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

109 $a_1=9$, $a_n=2^{n+1}\,(n\ge2)$

110 $a_1=\frac{15}{16}$, $a_n=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{n}(n\ge2)$

111 4

112 $18\times\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

113 $\left(\frac{1}{4}\right)^{8}$

114 1122만 원

115 1100만 원

116 3502만 원

117 3400만 원

118 ①

119 87

120 -10

121 ①

122 ④

123 18

124 ④

125 -6

9 수열의 합과 수학적 귀납법 94 ~ 104쪽

126 $\sum_{k=1}^{n}(3k-1)$

127 $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3k+1}$

128 $\sum_{k=1}^{6}4$

129 $\sum_{k=1}^{15}2^k$

130 $\sum_{k=1}^{99}k(k+1)$

131 $3+3^2+3^3+\cdots+3^n$

132 $2+4+6+\cdots+2n$

133 $4\times5+5\times6+6\times7+\cdots+(n+1)(n+2)$

134 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}$

135 $7+11+15+\cdots+47$

136 80

137 -50

138 60

139 -30

140 12

141 178

142 48

143 30

144 1160

145 542

146 972

147 $-\frac{1024}{625}$

148 $n(n+4)$

149 740

150 $\frac{n(n+1)(2n+13)}{6}$

151 5456

152 $\frac{n(n+1)(n-1)(n+2)}{4}$

153 6380

154 $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

155 1330

156 $\frac{(n-3)(n+4)}{2}$

157 200

158 $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

159 806

160 $\frac{n(n+1)(n+2)(3n+5)}{12}$

161 6050

162 $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

163 $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

164 $\frac{n^2(n+1)}{2}$

165 $\frac{n}{n+1}$

166 $\frac{13}{30}$

167 $\frac{n}{2n+1}$

168 $\frac{169}{480}$

169 $\frac{n}{3n+1}$

170 $\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

171 $\frac{n}{2n+1}$

172 $\frac{2n}{n+1}$

173 $\sqrt{n+1}-1$

174 $5\sqrt{2}$

175 $\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$

176 $2\sqrt{2}$

177 2

178 $\frac{(2n-1)\times3^{n+1}+3}{4}$

179 $\frac{2\times4^{13}+1}{9}$

180 $3-\frac{2n+3}{2^n}$

181 $\frac{21}{4}+\frac{1}{4\times3^{11}}$

182 42

183 3

ㅊㅐㄱ1.indb 10 20. 5. 27. 오후 4:41

184 437

185 $\frac{2}{9}$

186 8

187 $a_n=4n-3$

188 $a_n=2n-5$

189 $a_n=-3n+7$

190 $a_n=2n-1$

191 $a_n=-3n+8$

192 $a_n=(-5)^{n-1}$

193 $a_n=2^{n+1}$

194 $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

195 $a_n=(-2)^{n-1}$

196 $a_n=3^{n-2}$

197 $a_n=n^2-n+1$

198 $a_n=\frac{-n^2+n+4}{2}$

199 -2337

200 817

201 $a_n=n+1$

202 $a_n=-\frac{2}{n(n+1)}$

203 120

204 $-\frac{5\sqrt{22}}{44}$

205 3, 1, $(k+1)^2$, $(k+1)^2$, $(k+1)^2$, $2k+3$

206 풀이 참조

207 풀이 참조

208 풀이 참조

209 $2h$, $2h$, $1+h$, $1+h$, $k+1$, $k+1$

210 풀이 참조

211 풀이 참조

212 풀이 참조

213 ②

214 91

215 142

216 $\sqrt{3}$

217 ①

218 40

219 ②

9종 교과서 필수 문제

1 지수 106 ~ 107쪽

1 ②	2 ④	3 22	4 ①
5 2	6 a^2-b^2	7 5	8 ⑤
9 ③	10 ④	11 0	12 ⑤

2 로그 108 ~ 109쪽

1 81	2 ⑤	3 -4	4 ②
5 ④	6 18	7 ④	8 ②
9 ④	10 0.8188	11 16째 자리	12 2.5배

3 지수함수와 로그함수 110 ~ 111쪽

1 ①	2 ⑤	3 3	4 ⑤
5 ④	6 1	7 ①	8 ②
9 ①	10 1	11 2	12 1

4 지수함수와 로그함수의 활용 112 ~ 113쪽

1 2	2 ②	3 ②	4 ④
5 9	6 8	7 ⑤	8 10
9 ③	10 63	11 ⑤	12 16년

5 삼각함수 114 ~ 115쪽

1 ⑤	2 ③	3 ②	4 ③
5 ①	6 10000 m^2	7 ①	8 ⑤
9 ③	10 ④	11 ①	12 ③

6 삼각함수의 그래프 116 ~ 117쪽

1 ④	2 ㄱ, ㄷ, ㄹ	3 6π	4 ④
5 -1	6 ③	7 ⑤	8 ④
9 $x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$		10 ①	11 ④
12 $\frac{3}{4}\pi\le\theta\le\frac{5}{4}\pi$			

7 사인법칙과 코사인법칙 118 ~ 119쪽

1 ⑤	2 ④	3 ①	4 ①
5 ③	6 $120°$	7 $a=b$인 이등변삼각형	
8 $60°$	9 ②	10 $150°$	11 ③
12 ①			

8 등차수열과 등비수열 120 ~ 121쪽

1 $a_n=4n+2$	2 ①	3 ②	4 ⑤
5 ④	6 10	7 ③	8 ③
9 5	10 6	11 ⑤	12 200명

9 수열의 합과 수학적 귀납법 122 ~ 123쪽

1 430	2 ①	3 28	4 2
5 55	6 ②	7 80	8 552
9 ⑤	10 ①	11 16	12 236

ㅊㅐㄱ1.indb 11 20. 5. 27. 오후 4:41

1 지수 6 ~ 16쪽

001 답 a^8

$a^2a^6=a^{2+6}=a^8$

002 답 a^6

$(a^2)^3=a^{2\times3}=a^6$

003 답 $a^{12}b^4$

$(a^3b)^4=a^{3\times4}b^4=a^{12}b^4$

004 답 $\dfrac{a^2}{9b^2}$

$\left(\dfrac{a}{3b}\right)^2=\dfrac{a^2}{(3b)^2}=\dfrac{a^2}{9b^2}$

005 답 a^2

$a^7\div a^5=a^{7-5}=a^2$

006 답 $\dfrac{1}{a^6}$

$a^3\div a^9=\dfrac{1}{a^{9-3}}=\dfrac{1}{a^6}$

007 답 $2a^3b^2$

$(2a^2b)^3\div4a^3b=8a^6b^3\div4a^3b=2a^3b^2$

008 답 $3a^5b^9$

$$(3ab^3)^3\times\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^2\div(ab)^2=27a^3b^9\times\frac{1}{9}a^4b^2\div a^2b^2$$
$$=3a^5b^9$$

009 답 $2a^8b^{14}$

$$\left(\frac{1}{4}a^2b^3\right)^2\div\left(\frac{a^2}{b}\right)^3\times(2a^2b)^5=\frac{1}{16}a^4b^6\div\frac{a^6}{b^3}\times32a^{10}b^5$$
$$=\frac{1}{16}a^4b^6\times\frac{b^3}{a^6}\times32a^{10}b^5$$
$$=2a^8b^{14}$$

010 답 -1, $\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

-1의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-1$이므로

$x^3+1=0$, $(x+1)(x^2-x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

011 답 ±2, $\pm2i$

16의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=16$이므로

$x^4-16=0$, $(x^2-4)(x^2+4)=0$

$(x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i)=0$

$\therefore x=\pm2$ 또는 $x=\pm2i$

012 답 ±3, $\pm3i$

$(-3)^4=81$

81의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=81$이므로

$x^4-81=0$, $(x^2-9)(x^2+9)=0$

$(x+3)(x-3)(x+3i)(x-3i)=0$

$\therefore x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$

013 답 -3

-27의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-27$이므로

$x^3+27=0$, $(x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

따라서 -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

014 답 -1, 1

1의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=1$이므로

$x^4-1=0$, $(x^2-1)(x^2+1)=0$

$(x+1)(x-1)(x+i)(x-i)=0$

$\therefore x=\pm1$ 또는 $x=\pm i$

따라서 1의 네제곱근 중 실수인 것은 -1, 1이다.

015 답 $-2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$

64의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=64$이므로

$x^4-64=0$, $(x^2-8)(x^2+8)=0$

$(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})(x+2\sqrt{2}i)(x-2\sqrt{2}i)=0$

$\therefore x=\pm2\sqrt{2}$ 또는 $x=\pm2\sqrt{2}i$

따라서 64의 네제곱근 중 실수인 것은 $-2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$이다.

016 답 ×

양수 a의 n제곱근은 n개이다.

017 답 ×

-8의 세제곱근은 3개이고, 그중 실수인 것은 $\sqrt[3]{-8}$뿐이다.

018 답 ×

27의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{27}$의 1개이다.

019 답 ○

625의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=625$이므로

$x^4-625=0$, $(x^2-25)(x^2+25)=0$

$(x+5)(x-5)(x+5i)(x-5i)=0$

$\therefore x=\pm5$ 또는 $x=\pm5i$

ㅊㅐㄱ1.indb 12 20. 5. 27. 오후 4:41

020 답 ×

$x^4=-1$을 만족시키는 실수 x는 존재하지 않는다.

021 답 ○

$x^4=-16$을 만족시키는 실수 x는 존재하지 않는다.

022 답 4

$\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{4^3}=4$

023 답 -5

$\sqrt[3]{-125}=\sqrt[3]{(-5)^3}=-5$

024 답 0.1

$\sqrt[3]{0.001}=\sqrt[3]{0.1^3}=0.1$

025 답 4

$\sqrt[4]{256}=\sqrt[4]{4^4}=4$

026 답 $-\frac{2}{3}$

$-\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=-\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=-\frac{2}{3}$

027 답 2

$\sqrt[4]{(-4)^2}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$

028 답 3

$\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3\times9}=\sqrt[3]{3^3}=3$

029 답 2

$\sqrt[4]{2}\times\sqrt[4]{8}=\sqrt[4]{2\times8}=\sqrt[4]{2^4}=2$

030 답 2

$\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[3]{\frac{32}{4}}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

031 답 3

$\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}=\sqrt[4]{\frac{243}{3}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

032 답 13

$(\sqrt[5]{13})^5=\sqrt[5]{13^5}=13$

033 답 3

$(\sqrt[8]{9})^4=\sqrt[8]{9^4}=\sqrt[8]{3^8}=3$

034 답 3

$\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

035 답 3

$\sqrt{\sqrt[3]{729}}=\sqrt[6]{729}=\sqrt[6]{3^6}=3$

036 답 121

$\sqrt[5]{11^{10}}=11^2=121$

037 답 32

$\sqrt[3]{2^{15}}=2^5=32$

038 답 2

$\sqrt[3]{4\times\sqrt[3]{8}}=\sqrt[3]{4\times\sqrt[3]{2^3}}=\sqrt[3]{4\times2}=\sqrt[3]{2^3}=2$

039 답 8

$\sqrt[12]{2^{16}}\times\sqrt[3]{2^5}=\sqrt[3]{2^4}\times\sqrt[3]{2^5}=\sqrt[3]{2^4\times2^5}=\sqrt[3]{2^9}=2^3=8$

040 답 2

$\sqrt[4]{128}\div\sqrt{\sqrt{8}}=\sqrt[4]{128}\div\sqrt[4]{8}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$

041 답 6

$\sqrt[4]{243}\times\sqrt{\sqrt[3]{64}}\div\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{3^5}\times\sqrt[6]{2^6}\div\sqrt[4]{3}$

$=\sqrt[4]{3^4}\times2=3\times2=6$

042 답 5

$\sqrt[3]{\frac{625}{\sqrt{5}}}\div\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[6]{5}}=\frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[6]{5}}\div\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[6]{5}}=\frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[6]{5}}\times\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

$=\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$

043 답 a

$\frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}=\sqrt[3]{\frac{a^4}{a}}=\sqrt[3]{a^3}=a$

044 답 a^6

$(\sqrt[4]{a^3})^8=\sqrt[4]{a^{24}}=a^6$

045 답 a

$\sqrt[11]{a^3}\times\sqrt[11]{a^{10}}\div\sqrt[11]{a^2}=\sqrt[11]{\frac{a^3\times a^{10}}{a^2}}=\sqrt[11]{a^{11}}=a$

046 답 a^3b^2

$\sqrt[3]{a^7b^5}\times\sqrt[6]{a^4b^2}=\sqrt[3]{a^7b^5}\times\sqrt[3]{a^2b}=\sqrt[3]{a^9b^6}=a^3b^2$

ㅊㅐㄱ1.indb 13 20. 5. 27. 오후 4:41

047 답 ab

$$\sqrt{\frac{\sqrt{a^{12}b^8}}{\sqrt[4]{a^6b^2}}}\div\sqrt[4]{a^5b^3}=\sqrt{\frac{\sqrt{a^{12}b^8}}{\sqrt{a^3b}}}\div\sqrt[4]{a^5b^3}$$
$$=\sqrt{\sqrt{\frac{a^{12}b^8}{a^3b}}}\div\sqrt[4]{a^5b^3}$$
$$=\sqrt[4]{a^9b^7}\div\sqrt[4]{a^5b^3}$$
$$=\sqrt[4]{\frac{a^9b^7}{a^5b^3}}=\sqrt[4]{a^4b^4}=ab$$

048 답 1

$(-7)^0=1$

049 답 $\frac{1}{81}$

$3^{-4}=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$

050 답 $\frac{25}{4}$

$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$

051 답 $\frac{1}{a}$

$a^{-3}\times a^8\div a^6=a^{-3+8-6}=a^{-1}=\frac{1}{a}$

052 답 a^2

$(a^{-2})^3\div a^2\times a^{10}=a^{-6}\div a^2\times a^{10}=a^{-6-2+10}=a^2$

053 답 a^8

$\frac{(a^4)^4\times(a^3)^{-2}}{(a^{-5})^2\times(a^{-4})^{-3}}=\frac{a^{16}\times a^{-6}}{a^{-10}\times a^{12}}=\frac{a^{16-6}}{a^{-10+12}}=\frac{a^{10}}{a^2}=a^8$

054 답 $5^{\frac{1}{2}}$

055 답 $3^{\frac{1}{3}}$

056 답 $2^{-\frac{2}{5}}$

057 답 $\sqrt[5]{49}$

$7^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{7^2}=\sqrt[5]{49}$

058 답 $\frac{\sqrt{3}}{9}$

$3^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{3^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{3^3}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{9}$

059 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(\frac{256}{81}\right)^{-\frac{1}{8}}=\left(\frac{2^8}{3^4}\right)^{-\frac{1}{8}}=\left(\frac{3^4}{2^8}\right)^{\frac{1}{8}}=\frac{3^{\frac{1}{2}}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

060 답 81

$(3^{\frac{7}{4}})^2\times3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{7}{2}}\times3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{7}{2}+\frac{1}{2}}=3^4=81$

061 답 6

$6^{\frac{5}{3}}\div6^{\frac{2}{3}}=6^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}}=6^1=6$

062 답 1

$9^{-\frac{3}{2}}\times81^{\frac{3}{4}}=(3^2)^{-\frac{3}{2}}\times(3^4)^{\frac{3}{4}}=3^{-3}\times3^3=3^{-3+3}=3^0=1$

063 답 8

$$4^{\frac{1}{4}}\div4^{\frac{3}{4}}\times8^{\frac{4}{3}}=(2^2)^{\frac{1}{4}}\div(2^2)^{\frac{3}{4}}\times(2^3)^{\frac{4}{3}}$$
$$=2^{\frac{1}{2}}\div2^{\frac{3}{2}}\times2^4=2^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+4}=2^3=8$$

064 답 $\frac{25}{36}$

$\left\{\left(\frac{6}{5}\right)^{-\frac{3}{2}}\right\}^{\frac{4}{3}}=\left(\frac{6}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$

065 답 $\frac{3}{5}$

$$\left\{\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{4}{3}}\div\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}\div\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$=\left\{\left(\frac{5}{3}\right)^3\right\}^{-\frac{2}{3}}\div\left\{\left(\frac{5}{3}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}$$
$$=\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\div\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}$$
$$=\left(\frac{5}{3}\right)^{-2-(-1)}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{5}$$

066 답 a^2

$a^{\frac{1}{3}}\div a^{-\frac{5}{3}}=a^{\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)}=a^2$

067 답 $a^{-\frac{11}{6}}$

$(a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{2}{3}})^{-2}=(a^{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}})^{-2}=(a^{\frac{11}{12}})^{-2}=a^{-\frac{11}{6}}$

068 답 1

$\sqrt[3]{a^2}\div\sqrt{a^3}\times\sqrt[6]{a^5}=a^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{3}{2}}\times a^{\frac{5}{6}}=a^{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}+\frac{5}{6}}=a^0=1$

069 답 $a^{\frac{5}{12}}$

$$\sqrt{\sqrt[3]{a\sqrt{a^3}}}=(\sqrt[3]{a\sqrt{a^3}})^{\frac{1}{2}}=\{(a\sqrt{a^3})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}}$$
$$=\{(a\times a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}}=\{(a^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{12}}$$

ㅊㅐㄱ1.indb 14 20. 5. 27. 오후 4:41

070 답 $\boldsymbol{a^2b}$

$$(a^4b^2)^{-\frac{1}{8}}\times(a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{5}{12}})^3=a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{4}}\times a^{\frac{5}{2}}b^{\frac{5}{4}}$$
$$=a^{-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}b^{-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}}=a^2b$$

071 답 $\boldsymbol{a^2b}$

$$\sqrt[3]{a^6b^2}\times\sqrt[4]{a^3b^2}\div\sqrt[12]{a^9b^2}=a^2b^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{1}{2}}\div a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{1}{6}}$$
$$=a^{2+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}}b^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}=a^2b$$

072 답 $\boldsymbol{2^{\sqrt{2}}}$

$$2^{\frac{\sqrt{2}}{3}}\times2^{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=2^{\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}}=2^{\sqrt{2}}$$

073 답 **216**

$$(36^{\sqrt{3}})^{\frac{\sqrt{3}}{2}}=36^{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=36^{\frac{3}{2}}=(6^2)^{\frac{3}{2}}=6^3=216$$

074 답 $\boldsymbol{10^{\sqrt{5}}}$

$$2^{\sqrt{5}}\times5^{\sqrt{5}}=(2\times5)^{\sqrt{5}}=10^{\sqrt{5}}$$

075 답 **49**

$$7^{\sqrt{3}+1}\div7^{\sqrt{3}-1}=7^{\sqrt{3}+1-(\sqrt{3}-1)}=7^2=49$$

076 답 **9**

$$(3^{\sqrt{8}}\div3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=(3^{2\sqrt{2}}\div3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=(3^{2\sqrt{2}-\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$$
$$=(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=3^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=3^2=9$$

077 답 **36**

$$(2^{\sqrt{8}}\times3^{\sqrt{2}}\div2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}=(2^{2\sqrt{2}}\times3^{\sqrt{2}}\div2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$$
$$=(2^{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}\times3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$$
$$=(2^{\sqrt{2}}\times3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$$
$$=2^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\times3^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=2^2\times3^2=36$$

078 답 $\boldsymbol{a^{2\sqrt{3}}}$

$$a^{\sqrt{3}}\div a^{\sqrt{12}}\times a^{\sqrt{27}}=a^{\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}}=a^{2\sqrt{3}}$$

079 답 $\boldsymbol{a^{2\sqrt{2}}}$

$$a^{\frac{\sqrt{2}}{4}}\times a^{\frac{3\sqrt{2}}{4}}\div a^{-\sqrt{2}}=a^{\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3\sqrt{2}}{4}-(-\sqrt{2})}=a^{2\sqrt{2}}$$

080 답 $\boldsymbol{a^{\frac{3\sqrt{5}}{2}}}$

$$a^{\sqrt{20}}\div(a^{\frac{\sqrt{5}}{4}})^2=a^{2\sqrt{5}}\div a^{\frac{\sqrt{5}}{2}}=a^{2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{2}}=a^{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$$

081 답 $\boldsymbol{a^4b^8}$

$$(a^{\sqrt{8}}b^{\sqrt{32}})^{\sqrt{2}}=a^{\sqrt{8}\times\sqrt{2}}\times b^{\sqrt{32}\times\sqrt{2}}=a^4b^8$$

082 답 $\boldsymbol{\frac{a^3}{b}}$

$$(a^{\sqrt{28}}b^{\sqrt{7}})^{\frac{1}{\sqrt{7}}}\times(a^{-\sqrt{7}}b^{\sqrt{28}})^{-\frac{1}{\sqrt{7}}}$$
$$=a^{\sqrt{28}\times\frac{1}{\sqrt{7}}}b^{\sqrt{7}\times\frac{1}{\sqrt{7}}}\times a^{-\sqrt{7}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)}b^{\sqrt{28}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)}$$
$$=a^2b\times ab^{-2}=a^{2+1}\times b^{1-2}=\frac{a^3}{b}$$

083 답 $\boldsymbol{a^{5\sqrt{6}}}$

$$(a^{\sqrt{6}})^{\sqrt{6}-1}\times(a^2)^{3-\sqrt{6}}\div(a^4)^{3-2\sqrt{6}}=a^{6-\sqrt{6}}\times a^{6-2\sqrt{6}}\div a^{12-8\sqrt{6}}$$
$$=a^{6-\sqrt{6}+6-2\sqrt{6}-(12-8\sqrt{6})}$$
$$=a^{5\sqrt{6}}$$

084 답 $\boldsymbol{a^3-b^3}$

$$(a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}})(a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}})=(a^{\frac{3}{2}})^2-(b^{\frac{3}{2}})^2=a^3-b^3$$

085 답 $\boldsymbol{a-b}$

$$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}})=(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})\{(a^{\frac{1}{4}})^2-(b^{\frac{1}{4}})^2\}$$
$$=(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})$$
$$=(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2$$
$$=a-b$$

086 답 **4**

$$(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2-(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})^2$$
$$=(a^{\frac{1}{2}})^2+2a^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{1}{2}}+(a^{-\frac{1}{2}})^2-\{(a^{\frac{1}{2}})^2-2a^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{1}{2}}+(a^{-\frac{1}{2}})^2\}$$
$$=2-(-2)=4$$

087 답 $\boldsymbol{a-b}$

$$(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}})=(a^{\frac{1}{3}})^3-(b^{\frac{1}{3}})^3=a-b$$

088 답 **14**

$$a+a^{-1}=(a^{\frac{1}{2}})^2+(a^{-\frac{1}{2}})^2$$
$$=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2-2$$
$$=4^2-2=14$$

089 답 $\boldsymbol{8\sqrt{3}}$

$$(a-a^{-1})^2=(a+a^{-1})^2-4=14^2-4=192$$
$$\therefore\ a-a^{-1}=8\sqrt{3}\ (\because\ a>1)$$

090 답 **52**

$$a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=(a^{\frac{1}{2}})^3+(a^{-\frac{1}{2}})^3$$
$$=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^3-3a^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})$$
$$=4^3-3\times1\times4=52$$

ㅊㅐㄱ1.indb 15 20. 5. 27. 오후 4:41

091 답 **10**

$x=3^{\frac{1}{3}}+3^{-\frac{1}{3}}$에서

$x^3=(3^{\frac{1}{3}})^3+(3^{-\frac{1}{3}})^3+3\times3^{\frac{1}{3}}\times3^{-\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}}+3^{-\frac{1}{3}})$

$=3+3^{-1}+3x=\frac{10}{3}+3x$

따라서 $x^3-3x=\frac{10}{3}$이므로

$3x^3-9x=3(x^3-3x)=3\times\frac{10}{3}=10$

092 답 **6**

$x=2^{\frac{1}{3}}-2^{-\frac{1}{3}}$에서

$x^3=(2^{\frac{1}{3}})^3-(2^{-\frac{1}{3}})^3-3\times2^{\frac{1}{3}}\times2^{-\frac{1}{3}}(2^{\frac{1}{3}}-2^{-\frac{1}{3}})$

$=2-2^{-1}-3x=\frac{3}{2}-3x$

따라서 $x^3+3x=\frac{3}{2}$이므로

$4x^3+12x=4(x^3+3x)=4\times\frac{3}{2}=6$

093 답 **80**

$x=3^{\frac{2}{3}}-3^{-\frac{2}{3}}$에서

$x^3=(3^{\frac{2}{3}})^3-(3^{-\frac{2}{3}})^3-3\times3^{\frac{2}{3}}\times3^{-\frac{2}{3}}(3^{\frac{2}{3}}-3^{-\frac{2}{3}})$

$=3^2-3^{-2}-3x=\frac{80}{9}-3x$

따라서 $x^3+3x=\frac{80}{9}$이므로

$9x^3+27x=9(x^3+3x)=9\times\frac{80}{9}=80$

094 답 $\frac{1}{3}$

분모, 분자에 a^x을 곱하면

$\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}=\frac{a^{2x}-1}{a^{2x}+1}=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$

095 답 $\frac{2}{3}$

분모, 분자에 a^{3x}을 곱하면

$\frac{a^x+a^{-x}}{a^{3x}+a^{-3x}}=\frac{a^{4x}+a^{2x}}{a^{6x}+1}=\frac{(a^{2x})^2+a^{2x}}{(a^{2x})^3+1}$

$=\frac{2^2+2}{2^3+1}=\frac{2}{3}$

096 답 $\frac{34}{7}$

분모, 분자에 a^{5x}을 곱하면

$\frac{a^{5x}+a^{-3x}}{a^x-a^{-5x}}=\frac{a^{10x}+a^{2x}}{a^{6x}-1}=\frac{(a^{2x})^5+a^{2x}}{(a^{2x})^3-1}$

$=\frac{2^5+2}{2^3-1}=\frac{34}{7}$

097 답 $\frac{13}{4}$

분모, 분자에 a^{6x}을 곱하면

$\frac{a^{6x}+a^{-6x}}{a^{2x}+a^{-2x}}=\frac{a^{12x}+1}{a^{8x}+a^{4x}}=\frac{(a^{2x})^6+1}{(a^{2x})^4+(a^{2x})^2}$

$=\frac{2^6+1}{2^4+2^2}=\frac{65}{20}=\frac{13}{4}$

098 답 $\frac{1}{2}$

$\frac{2^x-2^{-x}}{2^x+2^{-x}}=-\frac{1}{3}$의 좌변의 분모, 분자에 2^x을 곱하면

$\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}=-\frac{1}{3}$, $3(2^{2x}-1)=-2^{2x}-1$

$4\times2^{2x}=2$ $\quad\therefore 2^{2x}=\frac{1}{2}$

099 답 $\frac{26}{5}$

$\frac{2^x+2^{-x}}{2^x-2^{-x}}=\frac{3}{2}$의 좌변의 분모, 분자에 2^x을 곱하면

$\frac{2^{2x}+1}{2^{2x}-1}=\frac{3}{2}$, $2(2^{2x}+1)=3(2^{2x}-1)$

$\therefore 2^{2x}=5$

$\therefore 4^x+4^{-x}=2^{2x}+2^{-2x}=2^{2x}+\frac{1}{2^{2x}}=5+\frac{1}{5}=\frac{26}{5}$

100 답 **4**

$\frac{3^x+3^{-x}}{3^x-3^{-x}}=\frac{5}{3}$의 좌변의 분모, 분자에 3^x을 곱하면

$\frac{3^{2x}+1}{3^{2x}-1}=\frac{5}{3}$, $3(3^{2x}+1)=5(3^{2x}-1)$

$2\times3^{2x}=8$ $\quad\therefore 9^x=3^{2x}=4$

101 답 $\frac{8}{3}$

$\frac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}=-\frac{1}{2}$의 좌변의 분모, 분자에 3^x을 곱하면

$\frac{3^{2x}-1}{3^{2x}+1}=-\frac{1}{2}$, $2(3^{2x}-1)=-3^{2x}-1$

$3\times3^{2x}=1$ $\quad\therefore 3^{2x}=\frac{1}{3}$

$\therefore 9^{-x}-9^x=3^{-2x}-3^{2x}=\frac{1}{3^{2x}}-3^{2x}=3-\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$

102 답 **256**

$81^{4x}=(3^4)^{4x}=3^{16x}=(3^{2x})^8=(9^x)^8=2^8=256$

103 답 **256**

$\left(\frac{1}{25}\right)^{-2x}=(5^{-2})^{-2x}=5^{4x}=(5^x)^4=4^4=256$

ㅊㅐㄱ1.indb 16 20. 5. 27. 오후 4:41

104 답 $\frac{1}{9}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{4x}=(2^{-\frac{1}{2}})^{4x}=2^{-2x}=(2^x)^{-2}=3^{-2}=\frac{1}{9}$

105 답 243

$\left(\frac{1}{32}\right)^{3x}=(2^{-5})^{3x}=2^{-15x}=(2^{-3x})^5=\left\{\left(\frac{1}{8}\right)^x\right\}^5=3^5=243$

106 답 1

$3^x=12$에서 $3=12^{\frac{1}{x}}$, $4^y=12$에서 $4=12^{\frac{1}{y}}$

$12^{\frac{1}{x}}\times 12^{\frac{1}{y}}=3\times 4$, $12^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=12$

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$

107 답 2

$12^x=2$에서 $12=2^{\frac{1}{x}}$, $3^y=2$에서 $3=2^{\frac{1}{y}}$

$2^{\frac{1}{x}}\div 2^{\frac{1}{y}}=12\div 3=4$, $2^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}=2^2$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=2$

108 답 -2

$5^x=16$에서 $5=16^{\frac{1}{x}}=(2^4)^{\frac{1}{x}}=2^{\frac{4}{x}}$ …… ㉠

$20^y=128$에서 $20=128^{\frac{1}{y}}=(2^7)^{\frac{1}{y}}=2^{\frac{7}{y}}$ …… ㉡

㉠÷㉡에서 $\frac{1}{4}=2^{\frac{4}{x}-\frac{7}{y}}$, $2^{-2}=2^{\frac{4}{x}-\frac{7}{y}}$

$\therefore \frac{4}{x}-\frac{7}{y}=-2$

109 답 2

$18^x=243$에서 $18=243^{\frac{1}{x}}=(3^5)^{\frac{1}{x}}=3^{\frac{5}{x}}$ …… ㉠

$2^y=27$에서 $2=27^{\frac{1}{y}}=(3^3)^{\frac{1}{y}}=3^{\frac{3}{y}}$ …… ㉡

㉠÷㉡에서 $9=3^{\frac{5}{x}-\frac{3}{y}}$, $3^2=3^{\frac{5}{x}-\frac{3}{y}}$

$\therefore \frac{5}{x}-\frac{3}{y}=2$

110 답 0

$2^x=5^y=10^z=k\,(k>0)$로 놓으면 $xyz\neq 0$에서 $k\neq 1$

$2^x=k$에서 $2=k^{\frac{1}{x}}$ …… ㉠

$5^y=k$에서 $5=k^{\frac{1}{y}}$ …… ㉡

$10^z=k$에서 $10=k^{\frac{1}{z}}$ …… ㉢

㉠×㉡÷㉢을 하면

$2\times 5\div 10=k^{\frac{1}{x}}\times k^{\frac{1}{y}}\div k^{\frac{1}{z}}$

$\therefore 1=k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}}$

그런데 $k\neq 1$이므로 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0$

111 답 0

$3^x=7^y=21^z=k\,(k>0)$로 놓으면 $xyz\neq 0$에서 $k\neq 1$

$3^x=k$에서 $3=k^{\frac{1}{x}}$ …… ㉠

$7^y=k$에서 $7=k^{\frac{1}{y}}$ …… ㉡

$21^z=k$에서 $21=k^{\frac{1}{z}}$ …… ㉢

㉠×㉡÷㉢을 하면

$3\times 7\div 21=k^{\frac{1}{x}}\times k^{\frac{1}{y}}\div k^{\frac{1}{z}}$

$\therefore 1=k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}}$

그런데 $k\neq 1$이므로 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0$

112 답 $\sqrt[3]{3}>\sqrt[4]{4}$

$\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[4]{4}=4^{\frac{1}{4}}$이므로 지수의 분모를 3과 4의 최소공배수 12로 통분하면

$\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{4}{12}}=(3^4)^{\frac{1}{12}}=81^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[4]{4}=4^{\frac{1}{4}}=4^{\frac{3}{12}}=(4^3)^{\frac{1}{12}}=64^{\frac{1}{12}}$

이때 $81>64$이므로 $81^{\frac{1}{12}}>64^{\frac{1}{12}}$

$\therefore \sqrt[3]{3}>\sqrt[4]{4}$

113 답 $\sqrt[4]{3}<\sqrt[6]{6}$

$\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[6]{6}=6^{\frac{1}{6}}$이므로 지수의 분모를 4와 6의 최소공배수 12로 통분하면

$\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}=3^{\frac{3}{12}}=(3^3)^{\frac{1}{12}}=27^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[6]{6}=6^{\frac{1}{6}}=6^{\frac{2}{12}}=(6^2)^{\frac{1}{12}}=36^{\frac{1}{12}}$

이때 $27<36$이므로 $27^{\frac{1}{12}}<36^{\frac{1}{12}}$

$\therefore \sqrt[4]{3}<\sqrt[6]{6}$

114 답 $\sqrt{\sqrt[3]{2}}<\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}$

$\sqrt{\sqrt[3]{2}}=2^{\frac{1}{6}}$, $\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}=5^{\frac{1}{9}}$이므로 지수의 분모를 6과 9의 최소공배수 18로 통분하면

$\sqrt{\sqrt[3]{2}}=2^{\frac{1}{6}}=2^{\frac{3}{18}}=(2^3)^{\frac{1}{18}}=8^{\frac{1}{18}}$

$\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}=5^{\frac{1}{9}}=5^{\frac{2}{18}}=(5^2)^{\frac{1}{18}}=25^{\frac{1}{18}}$

이때 $8<25$이므로 $8^{\frac{1}{18}}<25^{\frac{1}{18}}$

$\therefore \sqrt{\sqrt[3]{2}}<\sqrt[3]{\sqrt[3]{5}}$

115 답 $\sqrt[6]{15}<\sqrt[3]{4}<\sqrt{3}$

$\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{4}=4^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[6]{15}=15^{\frac{1}{6}}$이므로 지수의 분모를 2, 3, 6의 최소공배수 6으로 통분하면

$\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{6}}=(3^3)^{\frac{1}{6}}=27^{\frac{1}{6}}$

$\sqrt[3]{4}=4^{\frac{1}{3}}=4^{\frac{2}{6}}=(4^2)^{\frac{1}{6}}=16^{\frac{1}{6}}$

이때 $15<16<27$이므로 $15^{\frac{1}{6}}<16^{\frac{1}{6}}<27^{\frac{1}{6}}$

$\therefore \sqrt[6]{15}<\sqrt[3]{4}<\sqrt{3}$

ㅊㅐㄱ1.indb 17 20. 5. 27. 오후 4:41

116 답 $\sqrt[4]{3}<\sqrt[8]{10}<\sqrt{2}$

$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[8]{10}=10^{\frac{1}{8}}$이므로 지수의 분모를 2, 4, 8의 최소공배수 8로 통분하면

$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{4}{8}}=(2^4)^{\frac{1}{8}}=16^{\frac{1}{8}}$

$\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}=3^{\frac{2}{8}}=(3^2)^{\frac{1}{8}}=9^{\frac{1}{8}}$

이때 $9<10<16$이므로 $9^{\frac{1}{8}}<10^{\frac{1}{8}}<16^{\frac{1}{8}}$

$\therefore \sqrt[4]{3}<\sqrt[8]{10}<\sqrt{2}$

117 답 $\sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{5}<\sqrt{3}$

$\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{5}=5^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}$이므로 지수의 분모를 2, 3, 4의 최소공배수 12로 통분하면

$\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{6}{12}}=(3^6)^{\frac{1}{12}}=729^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[3]{5}=5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{4}{12}}=(5^4)^{\frac{1}{12}}=625^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}=6^{\frac{3}{12}}=(6^3)^{\frac{1}{12}}=216^{\frac{1}{12}}$

이때 $216<625<729$이므로 $216^{\frac{1}{12}}<625^{\frac{1}{12}}<729^{\frac{1}{12}}$

$\therefore \sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{5}<\sqrt{3}$

중단원 #기출#교과서 16쪽

118 ⑤	119 ③	120 -4, -2, -1	
121 17	122 24	123 ②	124 ②
125 8			

118

① -2의 세제곱근은 3개이다.

② 10의 네제곱근 중 실수인 것은 $-\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[4]{10}$이다.

③ -64의 세제곱근 중 실수인 것은 -4이다.

④ n이 짝수일 때, -3의 n제곱근 중 실수인 것은 없다.

⑤ n이 홀수일 때, 5의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{5}$로 하나뿐이다.

119

$\sqrt[4]{(-5)^4\times(-5)^8}=\sqrt[4]{(-5)^{12}}=\sqrt[4]{5^{12}}=(\sqrt[4]{5^3})^4=5^3=125$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ③이다.

120

$\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{n}}=(3^{-4})^{\frac{1}{n}}=3^{-\frac{4}{n}}$이므로 주어진 수가 자연수가 되려면

$-\frac{4}{n}$가 0 또는 양의 정수가 되어야 한다.

따라서 정수 n의 값은 -4, -2, -1이다.

121

$$\left\{\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}}\times\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}}\right\}^6=\left[\frac{a^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}}}\times\{(a^{-1})^{-4}\}^{\frac{1}{2}}\right]^6$$
$$=(a^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+2})^6$$
$$=(a^{\frac{17}{6}})^6=a^{17}$$

$\therefore k=17$

122

$$(2^{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}\times3^{\sqrt{\frac{2}{3}}})^{\frac{\sqrt{6}}{2}}=2^{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}}{2}}\times3^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{2}}$$
$$=2^3\times3=24$$

123

$(2^{x+y}+2^{x-y})^2-(2^{x+y}-2^{x-y})^2$

$=2^{2(x+y)}+2\times2^{x+y}\times2^{x-y}+2^{2(x-y)}$

$\qquad-\{2^{2(x+y)}-2\times2^{x+y}\times2^{x-y}+2^{2(x-y)}\}$

$=4\times2^{x+y}\times2^{x-y}=2^{2+(x+y)+(x-y)}=2^{2x+2}$

다른 풀이

$(2^{x+y}+2^{x-y})^2-(2^{x+y}-2^{x-y})^2$

$=\{(2^{x+y}+2^{x-y})+(2^{x+y}-2^{x-y})\}$

$\qquad-\{(2^{x+y}+2^{x-y})-(2^{x+y}-2^{x-y})\}$

$=(2\times2^{x+y})\times(2\times2^{x-y})=2^{2x+2}$

124

$\frac{2^a+2^{-a}}{2^a-2^{-a}}=-2$에서 좌변의 분모, 분자에 2^a을 곱하면

$\frac{2^{2a}+1}{2^{2a}-1}=-2$, $2^{2a}+1=-2(2^{2a}-1)$

$3\times2^{2a}=1 \qquad \therefore 2^{2a}=\frac{1}{3}$

$\therefore 4^a+4^{-a}=2^{2a}+2^{-2a}$

$=2^{2a}+\frac{1}{2^{2a}}$

$=\frac{1}{3}+3=\frac{10}{3}$

125

$12^x=9$에서 $12=9^{\frac{1}{x}}=(3^2)^{\frac{1}{x}}=3^{\frac{2}{x}}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^y=3$에서 $\frac{1}{6}=3^{\frac{1}{y}}$

$a^z=27$에서 $a^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{1}{z}}$

$3^{\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}}=12\times\frac{1}{6}\div a^{\frac{1}{3}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$이므로

$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=3^0=1$, $\sqrt[3]{a}=2 \qquad \therefore a=8$

ㅊㅐㄱ1.indb 18 20. 5. 27. 오후 4:41

Ⅰ. 지수함수와 로그함수

2 로그 17 ~ 28쪽

126 답 $4=\log_2 16$

127 답 $-2=\log_3 \frac{1}{9}$

128 답 $-3=\log_{\frac{1}{5}} 125$

129 답 $3^3=27$

130 답 $7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$

131 답 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=16$

132 답 5

$\log_5 x=1$에서 $x=5^1=5$

133 답 2

$\log_3 9=x$에서 $3^x=9=3^2$ $\therefore x=2$

134 답 -3

$\log_4 \frac{1}{64}=x$에서 $4^x=\frac{1}{64}=4^{-3}$ $\therefore x=-3$

135 답 -4

$\log_{\frac{1}{2}} 16=x$에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=16$, $2^{-x}=2^4$

$\therefore x=-4$

136 답 9

$\log_x 81=2$에서 $x^2=81=9^2$ $\therefore x=9$

137 답 10

$\log_x 0.0001=-4$에서 $x^{-4}=0.0001=10^{-4}$ $\therefore x=10$

138 답 $x>6$

진수의 조건에서 $x-6>0$ $\therefore x>6$

139 답 $x<1$ 또는 $x>3$

진수의 조건에서 $x^2-4x+3>0$

$(x-1)(x-3)>0$ $\therefore x<1$ 또는 $x>3$

140 답 $3<x<4$ 또는 $x>4$

밑의 조건에서 $x-3>0$, $x-3\neq1$

$\therefore 3<x<4$ 또는 $x>4$

141 답 $2<x<9$ 또는 $9<x<10$

밑의 조건에서 $10-x>0$, $10-x\neq1$

$\therefore x<9$ 또는 $9<x<10$ …… ㉠

진수의 조건에서 $x-2>0$ $\therefore x>2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<9$ 또는 $9<x<10$

142 답 $x>4$

밑의 조건에서 $x+1>0$, $x+1\neq1$

$\therefore -1<x<0$ 또는 $x>0$ …… ㉠

진수의 조건에서 $x^2-2x-8>0$

$(x+2)(x-4)>0$ $\therefore x<-2$ 또는 $x>4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x>4$

143 답 $5<x<6$ 또는 $6<x<7$

밑의 조건에서 $x-5>0$, $x-5\neq1$

$\therefore 5<x<6$ 또는 $x>6$ …… ㉠

진수의 조건에서 $-x^2+10x-21>0$

$x^2-10x+21<0$, $(x-3)(x-7)<0$

$\therefore 3<x<7$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $5<x<6$ 또는 $6<x<7$

144 답 0

145 답 1

146 답 5

$\log_3 3^5=5\log_3 3=5$

147 답 -1

$\log_2 0.5=\log_2 \frac{1}{2}=\log_2 2^{-1}=-\log_2 2=-1$

148 답 $\frac{2}{3}$

$\log_5 \sqrt[3]{25}=\log_5 5^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}\log_5 5=\frac{2}{3}$

149 답 6

$4\log_2 \sqrt{8}=4\log_2 2^{\frac{3}{2}}=4\times\frac{3}{2}\log_2 2=6$

150 답 3

$\log_2 24+\log_2 \frac{1}{3}=\log_2\left(24\times\frac{1}{3}\right)=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

ㅊㅐㄱ1.indb 19 20. 5. 27. 오후 4:41

151 답 **2**

$\log_6 2+\log_6 18=\log_6(2\times 18)=\log_6 36=\log_6 6^2=2$

152 답 **3**

$$\log_3 \frac{9}{5}+2\log_3\sqrt{15}=\log_3\frac{9}{5}+\log_3(\sqrt{15})^2$$
$$=\log_3\frac{9}{5}+\log_3 15$$
$$=\log_3\left(\frac{9}{5}\times 15\right)=\log_3 27$$
$$=\log_3 3^3=3$$

153 답 **1**

$$\log_{20}40\sqrt{2}-\frac{3}{2}\log_{20}2=\log_{20}40\sqrt{2}-\log_{20}2^{\frac{3}{2}}$$
$$=\log_{20}40\sqrt{2}-\log_{20}2\sqrt{2}$$
$$=\log_{20}\frac{40\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$
$$=\log_{20}20=1$$

154 답 **0**

$$\log_3 12+\log_3 2-\log_3 24=\log_3\frac{12\times 2}{24}$$
$$=\log_3 1=0$$

155 답 **2**

$$\log_5 2-\log_5\frac{12}{5}+\log_5 30=\log_5\frac{2\times 30}{\frac{12}{5}}$$
$$=\log_5 25$$
$$=\log_5 5^2=2$$

156 답 $\boldsymbol{3a+b}$

$\log_{10}24=\log_{10}(2^3\times 3)=3\log_{10}2+\log_{10}3=3a+b$

157 답 $\boldsymbol{3b-3a}$

$$\log_{10}\frac{27}{8}=\log_{10}27-\log_{10}8=\log_{10}3^3-\log_{10}2^3$$
$$=3\log_{10}3-3\log_{10}2=3b-3a$$

158 답 $\boldsymbol{1-a}$

$\log_{10}5=\log_{10}\frac{10}{2}=1-\log_{10}2=1-a$

159 답 $\boldsymbol{4a+b-3}$

$$\log_{10}0.048=\log_{10}\frac{48}{1000}=\log_{10}\frac{2^4\times 3}{10^3}$$
$$=4\log_{10}2+\log_{10}3-3=4a+b-3$$

160 답 $\boldsymbol{6a-2}$

$$\log_{10}\left(\frac{4}{5}\right)^2=2\log_{10}\frac{4}{5}=2\log_{10}\frac{8}{10}=2\log_{10}\frac{2^3}{10}$$
$$=2(3\log_{10}2-1)=2(3a-1)=6a-2$$

161 답 $\boldsymbol{-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{4}}$

$$\log_{10}\sqrt[4]{15}=\log_{10}15^{\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}\log_{10}15$$
$$=\frac{1}{4}\log_{10}\frac{3\times 10}{2}$$
$$=\frac{1}{4}(\log_{10}3+1-\log_{10}2)$$
$$=\frac{1}{4}(b+1-a)=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{4}$$

162 답 **1**

$\log_2 5\times\log_5 2=\log_2 5\times\frac{1}{\log_2 5}=1$

163 답 $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

$$\log_3 5\times\log_{25}3=\log_3 5\times\frac{1}{\log_3 25}$$
$$=\log_3 5\times\frac{1}{\log_3 5^2}$$
$$=\log_3 5\times\frac{1}{2\log_3 5}=\frac{1}{2}$$

164 답 $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$

$$\log_3 8\times\log_2\sqrt{3}=\log_3 2^3\times\log_2 3^{\frac{1}{2}}$$
$$=3\log_3 2\times\frac{1}{2}\log_2 3$$
$$=\frac{3}{2}\log_3 2\times\frac{1}{\log_3 2}=\frac{3}{2}$$

165 답 **2**

$$\log_9 49\times\log_{\sqrt{7}}3=\log_{3^2}7^2\times\log_{7^{\frac{1}{2}}}3$$
$$=\log_3 7\times 2\log_7 3$$
$$=\log_3 7\times\frac{2}{\log_3 7}=2$$

166 답 **4**

$$\log_2 3\times\log_3 6\times\log_6 16=\frac{\log_{10}3}{\log_{10}2}\times\frac{\log_{10}6}{\log_{10}3}\times\frac{\log_{10}16}{\log_{10}6}$$
$$=\frac{\log_{10}3}{\log_{10}2}\times\frac{\log_{10}6}{\log_{10}3}\times\frac{\log_{10}2^4}{\log_{10}6}$$
$$=\frac{\log_{10}3}{\log_{10}2}\times\frac{\log_{10}6}{\log_{10}3}\times\frac{4\log_{10}2}{\log_{10}6}$$
$$=4$$

ㅊㅐㄱ1.indb 20 20. 5. 27. 오후 4:41

167 답 **4**

$\log_{\sqrt{2}} 5\times\log_{25} 49\times\log_7 4=\log_{2^{\frac{1}{2}}} 5\times\log_{5^2} 7^2\times\log_7 2^2$

$=2\log_2 5\times\log_5 7\times 2\log_7 2$

$=\dfrac{2\log_{10} 5}{\log_{10} 2}\times\dfrac{\log_{10} 7}{\log_{10} 5}\times\dfrac{2\log_{10} 2}{\log_{10} 7}$

$=4$

168 답 **2**

$\log_{25} 5+\dfrac{1}{\log_{125} 25}=\log_{25} 5+\log_{25} 125$

$=\log_{25}(5\times 125)=\log_{25} 625$

$=\log_{25} 25^2=2$

169 답 **3**

$\log_2 48-\dfrac{1}{\log_6 2}=\log_2 48-\log_2 6=\log_2 \dfrac{48}{6}$

$=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

170 답 $\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

$\dfrac{1}{\log_{24} 9}-\dfrac{1}{\log_8 9}=\log_9 24-\log_9 8=\log_9 \dfrac{24}{8}$

$=\log_9 3=\log_{3^2} 3=\dfrac{1}{2}$

171 답 **4**

$\log_3 \sqrt{7}-\dfrac{1}{\log_{\sqrt{7}} 3}+\dfrac{1}{\log_{81} 3}=\log_3 \sqrt{7}-\log_3 \sqrt{7}+\log_3 81$

$=\log_3 81=\log_3 3^4=4$

172 답 **3**

$\log_2(\log_2 9)+\log_2(\log_3 16)=\log_2(\log_2 9\times\log_3 16)$

$=\log_2(\log_2 3^2\times\log_3 2^4)$

$=\log_2\left(2\log_2 3\times\dfrac{4}{\log_2 3}\right)$

$=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

173 답 **3**

$\log_3 4\times\log_4 5\times\log_5 6\times\cdots\times\log_{26} 27$

$=\dfrac{\log_{10} 4}{\log_{10} 3}\times\dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 4}\times\dfrac{\log_{10} 6}{\log_{10} 5}\times\cdots\times\dfrac{\log_{10} 27}{\log_{10} 26}$

$=\dfrac{\log_{10} 27}{\log_{10} 3}=\log_3 27=\log_3 3^3=3$

174 답 $\boldsymbol{\dfrac{b}{a}}$

$\log_2 3=\dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}=\dfrac{b}{a}$

175 답 $\boldsymbol{\dfrac{6a}{b}}$

$\log_{\sqrt{3}} 8=\dfrac{\log_{10} 8}{\log_{10} \sqrt{3}}=\dfrac{\log_{10} 2^3}{\log_{10} 3^{\frac{1}{2}}}$

$=\dfrac{3\log_{10} 2}{\frac{1}{2}\log_{10} 3}=\dfrac{3a}{\frac{1}{2}b}=\dfrac{6a}{b}$

176 답 $\boldsymbol{\dfrac{3a+b}{2a+b}}$

$\log_{12} 24=\dfrac{\log_{10} 24}{\log_{10} 12}=\dfrac{\log_{10}(2^3\times 3)}{\log_{10}(2^2\times 3)}$

$=\dfrac{3\log_{10} 2+\log_{10} 3}{2\log_{10} 2+\log_{10} 3}=\dfrac{3a+b}{2a+b}$

177 답 $\boldsymbol{\dfrac{2a+b}{1-a}}$

$\log_5 12=\dfrac{\log_{10} 12}{\log_{10} 5}=\dfrac{\log_{10}(2^2\times 3)}{\log_{10} \frac{10}{2}}$

$=\dfrac{2\log_{10} 2+\log_{10} 3}{1-\log_{10} 2}=\dfrac{2a+b}{1-a}$

178 답 $\boldsymbol{\dfrac{a+2b}{b}}$

$\log_{\sqrt{3}} \sqrt{18}=\dfrac{\log_{10} \sqrt{18}}{\log_{10} \sqrt{3}}=\dfrac{\log_{10} 18^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} 3^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\log_{10} 18}{\log_{10} 3}$

$=\dfrac{\log_{10}(2\times 3^2)}{\log_{10} 3}=\dfrac{\log_{10} 2+2\log_{10} 3}{\log_{10} 3}=\dfrac{a+2b}{b}$

179 답 $\boldsymbol{2a+3b+c}$

$2^a=x$, $2^b=y$, $2^c=z$에서

$\log_2 x=a$, $\log_2 y=b$, $\log_2 z=c$

$\therefore \log_2 x^2y^3z=2\log_2 x+3\log_2 y+\log_2 z=2a+3b+c$

180 답 $\boldsymbol{2a+b-3c}$

$\log_2 \dfrac{x^2y}{z^3}=2\log_2 x+\log_2 y-3\log_2 z=2a+b-3c$

181 답 $\boldsymbol{\dfrac{a+2c}{a+b}}$

$\log_{xy} xz^2=\dfrac{\log_2 xz^2}{\log_2 xy}=\dfrac{\log_2 x+2\log_2 z}{\log_2 x+\log_2 y}=\dfrac{a+2c}{a+b}$

182 답 $\boldsymbol{\dfrac{a+b+4c}{3a+6c}}$

$\log_{xz^2} \sqrt[3]{xyz^4}=\dfrac{1}{3}\log_{xz^2} xyz^4=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\log_2 xyz^4}{\log_2 xz^2}$

$=\dfrac{\log_2 x+\log_2 y+4\log_2 z}{3(\log_2 x+2\log_2 z)}$

$=\dfrac{a+b+4c}{3a+6c}$

ㅊㅐㄱ1.indb 21 20. 5. 27. 오후 4:41

183 답 $\dfrac{3a-5b-c}{6a}$

$$\log_{x^2}\frac{x}{\sqrt[3]{y^5z}}=\frac{\log_2\frac{x}{\sqrt[3]{y^5z}}}{\log_2 x^2}=\frac{\log_2 x-\frac{5}{3}\log_2 y-\frac{1}{3}\log_2 z}{2\log_2 x}$$
$$=\frac{a-\frac{5}{3}b-\frac{1}{3}c}{2a}=\frac{3a-5b-c}{6a}$$

184 답 $\dfrac{6}{5}$

$$\log_{3^5}3^6=\frac{6}{5}\log_3 3=\frac{6}{5}$$

185 답 $\dfrac{7}{4}$

$$\log_{16}128=\log_{2^4}2^7=\frac{7}{4}\log_2 2=\frac{7}{4}$$

186 답 $\dfrac{5}{4}$

$$\log_4\sqrt{32}=\log_{2^2}2^{\frac{5}{2}}=\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\log_2 2=\frac{5}{4}$$

187 답 3

$$6^{\log_6 3}=3^{\log_6 6}=3$$

188 답 4

$$9^{\log_3 2}=2^{\log_3 9}=2^{\log_3 3^2}=2^2=4$$

189 답 4

$$7^{\log_{49}16}=16^{\log_{49}7}=16^{\log_{7^2}7}=16^{\frac{1}{2}}=4$$

190 답 1

$$\log_8 2+\log_{27}9=\log_{2^3}2+\log_{3^3}3^2$$
$$=\frac{1}{3}\log_2 2+\frac{2}{3}\log_3 3$$
$$=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$$

191 답 0

$$\log_{\frac{1}{2}}4-\log_6\frac{1}{36}=\log_{2^{-1}}2^2-\log_6 6^{-2}$$
$$=-2\log_2 2-(-2\log_6 6)$$
$$=-2-(-2)=0$$

192 답 $\dfrac{15}{4}$

$$(\log_3 2+\log_9 2)(\log_2 9+\log_4 3)$$
$$=(\log_3 2+\log_{3^2}2)(\log_2 3^2+\log_{2^2}3)$$
$$=\left(\log_3 2+\frac{1}{2}\log_3 2\right)\left(2\log_2 3+\frac{1}{2}\log_2 3\right)$$
$$=\frac{3}{2}\log_3 2\times\frac{5}{2}\log_2 3=\frac{15}{4}$$

193 답 4

$$\log_5 36\times(\log_6\sqrt{125}-\log_{\frac{1}{36}}5)$$
$$=\log_5 6^2\times(\log_6 5^{\frac{3}{2}}-\log_{6^{-2}}5)$$
$$=2\log_5 6\times\left\{\frac{3}{2}\log_6 5-\left(-\frac{1}{2}\log_6 5\right)\right\}$$
$$=2\log_5 6\times 2\log_6 5=4$$

194 답 5

$$3^{\log_3 25-\log_9 25}=3^{\log_3 5^2-\log_{3^2}5^2}=3^{2\log_3 5-\log_3 5}=3^{\log_3 5}=5^{\log_3 3}=5$$

195 답 8

$$7^{\log_{\frac{1}{7}}4+\log_7 32}=7^{\log_{7^{-1}}2^2+\log_7 2^5}=7^{-2\log_7 2+5\log_7 2}=7^{3\log_7 2}$$
$$=7^{\log_7 2^3}=7^{\log_7 8}=8^{\log_7 7}=8$$

196 답 $\dfrac{5}{3}$

$a^2b^3=1$의 양변에 밑이 a인 로그를 취하면

$\log_a a^2b^3=\log_a 1$이므로 $2\log_a a+3\log_a b=0$

$2+3\log_a b=0 \qquad \therefore \log_a b=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore \log_a a^3b^2=3\log_a a+2\log_a b=3+2\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{5}{3}$

197 답 $-\dfrac{7}{6}$

$$\log_{a^2}ab^5=\frac{1}{2}\log_a ab^5=\frac{1}{2}(\log_a a+\log_a b^5)$$
$$=\frac{1}{2}(1+5\log_a b)=\frac{1}{2}\left\{1+5\times\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}=-\frac{7}{6}$$

198 답 -3

$$\log_b a^4b^3=4\log_b a+3\log_b b=\frac{4}{\log_a b}+3$$
$$=\frac{4}{-\frac{2}{3}}+3=-3$$

199 답 25

$a^5=b^2$의 양변에 밑이 a인 로그를 취하면

$\log_a a^5=\log_a b^2$이므로 $5\log_a a=2\log_a b$

$5=2\log_a b \qquad \therefore \log_a b=\dfrac{5}{2}$

$\therefore 10\log_a b=10\times\dfrac{5}{2}=25$

ㅊ ㅐ ㄱ 1.indb 22 20. 5. 27. 오후 4:41

200 답 13

$\log_a a^3b^4 = 3\log_a a + 4\log_a b = 3 + 4\times\frac{5}{2} = 13$

201 답 9

$5\log_b a^2b = 5(2\log_b a + \log_b b) = 5\left(\frac{2}{\log_a b}+1\right)$

$= 5\left(\frac{2}{\frac{5}{2}}+1\right) = 5\times\frac{9}{5} = 9$

202 답 1

$2^x = 12$에서 $x = \log_2 12$

$6^y = 12$에서 $y = \log_6 12$

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{1}{\log_2 12}+\frac{1}{\log_6 12}$

$= \log_{12} 2 + \log_{12} 6$

$= \log_{12} 12 = 1$

203 답 1

$24^x = 3$에서 $x = \log_{24} 3$

$2^y = 3$에서 $y = \log_2 3$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{3}{y} = \frac{1}{\log_{24} 3}-\frac{3}{\log_2 3}$

$= \log_3 24 - 3\log_3 2$

$= \log_3 24 - \log_3 8 = \log_3 3 = 1$

204 답 1

$60^x = 3$에서 $x = \log_{60} 3$

$400^y = 9$에서 $y = \log_{400} 9$

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{y} = \frac{1}{\log_{60} 3}-\frac{1}{\log_{400} 9}$

$= \log_3 60 - \log_9 400 = \log_3 60 - \log_{3^2} 20^2$

$= \log_3 60 - \log_3 20 = \log_3 3 = 1$

205 답 3

$40^x = 16$에서 $x = \log_{40} 16$

$5^y = 64$에서 $y = \log_5 64$

$\therefore \frac{4}{x}-\frac{6}{y} = \frac{4}{\log_{40} 16}-\frac{6}{\log_5 64}$

$= 4\log_{16} 40 - 6\log_{64} 5 = 4\log_{2^4} 40 - 6\log_{2^6} 5$

$= \log_2 40 - \log_2 5 = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

206 답 -2

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta = -81$, $\alpha\beta = -9$

$\therefore \log_3 \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta} = \log_3 \frac{-9}{-81} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

207 답 2

$\log_3(\alpha^{-1}+\beta^{-1}) = \log_3\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right) = \log_3 \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$= \log_3 \frac{-81}{-9} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

208 답 1

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta = 4$, $\alpha\beta = 2$

$\therefore \log_8(\alpha-\beta)^2 = \log_8\{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\}$

$= \log_8(4^2-4\times2) = \log_8 8 = 1$

209 답 1

$\log_6\left(\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}\right) = \log_6 \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \log_6 \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \log_6 \frac{4^2-2\times2}{2}$

$= \log_6 6 = 1$

210 답 7

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2 a + \log_2 b = 3$, $\log_2 a \times \log_2 b = 1$

$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_2 b}{\log_2 a}+\frac{\log_2 a}{\log_2 b}$

$= \frac{(\log_2 b)^2+(\log_2 a)^2}{\log_2 a\times\log_2 b}$

$= \frac{(\log_2 a+\log_2 b)^2-2\log_2 a\times\log_2 b}{\log_2 a\times\log_2 b}$

$= \frac{3^2-2\times1}{1} = 7$

211 답 16

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2 a + \log_2 b = 6$, $\log_2 a \times \log_2 b = 2$

$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_2 b}{\log_2 a}+\frac{\log_2 a}{\log_2 b}$

$= \frac{(\log_2 b)^2+(\log_2 a)^2}{\log_2 a\times\log_2 b}$

$= \frac{(\log_2 a+\log_2 b)^2-2\log_2 a\times\log_2 b}{\log_2 a\times\log_2 b}$

$= \frac{6^2-2\times2}{2} = 16$

212 답 3

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_5 a + \log_5 b = 5$, $\log_5 a \times \log_5 b = 5$

$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_5 b}{\log_5 a}+\frac{\log_5 a}{\log_5 b}$

ㅊㅐㄱ1.indb 23 20. 5. 27. 오후 4:41

$=\dfrac{(\log_5 b)^2+(\log_5 a)^2}{\log_5 a\times\log_5 b}$

$=\dfrac{(\log_5 a+\log_5 b)^2-2\log_5 a\times\log_5 b}{\log_5 a\times\log_5 b}$

$=\dfrac{5^2-2\times5}{5}=3$

213 답 **10**

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_5 a+\log_5 b=6$, $\log_5 a\times\log_5 b=3$

$\therefore \log_a b+\log_b a=\dfrac{\log_5 b}{\log_5 a}+\dfrac{\log_5 a}{\log_5 b}$

$=\dfrac{(\log_5 b)^2+(\log_5 a)^2}{\log_5 a\times\log_5 b}$

$=\dfrac{(\log_5 a+\log_5 b)^2-2\log_5 a\times\log_5 b}{\log_5 a\times\log_5 b}$

$=\dfrac{6^2-2\times3}{3}=10$

214 답 **2**

$\log 100=\log 10^2=2$

215 답 **-4**

$\log\dfrac{1}{10000}=\log 10^{-4}=-4$

216 답 **-6**

$\log 10^{-6}=-6$

217 답 **-2**

$\log 0.01=\log 10^{-2}=-2$

218 답 **$\dfrac{7}{4}$**

$\log\sqrt[4]{10^7}=\log 10^{\frac{7}{4}}=\dfrac{7}{4}$

219 답 **$\dfrac{7}{3}$**

$\log 100\sqrt[3]{10}=\log(10^2\times10^{\frac{1}{3}})=\log 10^{\frac{7}{3}}=\dfrac{7}{3}$

220 답 **5**

$\log 10+\log 10000=\log 10+\log 10^4=1+4=5$

221 답 **$\dfrac{7}{6}$**

$\log\sqrt{10}+\log\sqrt[3]{100}=\log 10^{\frac{1}{2}}+\log 10^{\frac{2}{3}}$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{6}$

222 답 **$\dfrac{1}{4}$**

$\log\sqrt{1000}-\log 10\sqrt[4]{10}=\log 10^{\frac{3}{2}}-\log(10\times10^{\frac{1}{4}})$

$=\log 10^{\frac{3}{2}}-\log 10^{\frac{5}{4}}$

$=\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{4}=\dfrac{1}{4}$

223 답 **$-\dfrac{3}{2}$**

$\log 0.1+\log\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\log 10^{-1}+\log 10^{-\frac{1}{2}}$

$=-1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{3}{2}$

224 답 **$\dfrac{41}{10}$**

$\log\sqrt[5]{1000}-\log\dfrac{1}{1000}+\log\sqrt{10}$

$=\log 10^{\frac{3}{5}}-\log 10^{-3}+\log 10^{\frac{1}{2}}$

$=\dfrac{3}{5}-(-3)+\dfrac{1}{2}=\dfrac{41}{10}$

225 답 **$-\dfrac{1}{3}$**

$\log 0.001+\log\dfrac{1}{\sqrt[3]{10}}-\log 10^{-3}$

$=\log 10^{-3}+\log 10^{-\frac{1}{3}}-\log 10^{-3}$

$=-3+\left(-\dfrac{1}{3}\right)-(-3)=-\dfrac{1}{3}$

226 답 **1.7308**

$\log 53.8=\log(5.38\times10)$

$=\log 5.38+\log 10$

$=0.7308+1=1.7308$

227 답 **3.7308**

$\log 5380=\log(5.38\times1000)$

$=\log 5.38+\log 10^3$

$=0.7308+3=3.7308$

228 답 **-1.2692**

$\log 0.0538=\log\left(5.38\times\dfrac{1}{100}\right)$

$=\log 5.38+\log 10^{-2}$

$=0.7308-2=-1.2692$

229 답 **-0.699**

$\log\dfrac{1}{5}=\log\dfrac{2}{10}=\log 2-\log 10$

$=0.3010-1=-0.699$

ㅊㅐㄱ1.indb 24 20. 5. 27. 오후 4:41

230 답 **0.398**

$\log \frac{5}{2}=\log \frac{10}{4}=\log 10-\log 2^2=1-2\log 2$

$=1-2\times 0.3010=1-0.602=0.398$

231 답 **-1.097**

$\log 0.08=\log \frac{8}{100}=\log 2^3-\log 10^2=3\log 2-2\log 10$

$=3\times 0.3010-2=0.903-2=-1.097$

232 답 **0.4843**

233 답 **2.4786**

$\log 3.01=0.4786$이므로

$\log 301=\log(3.01\times 100)$

$=\log 3.01+\log 10^2$

$=0.4786+2=2.4786$

234 답 **1.4942**

$\log 3.12=0.4942$이므로

$\log 31.2=\log(3.12\times 10)$

$=\log 3.12+\log 10$

$=0.4942+1=1.4942$

235 답 **4.5065**

$\log 3.21=0.5065$이므로

$\log 32100=\log(3.21\times 10000)$

$=\log 3.21+\log 10^4$

$=0.5065+4=4.5065$

236 답 **-2.4881**

$\log 3.25=0.5119$이므로

$\log 0.00325=\log\left(3.25\times \frac{1}{1000}\right)$

$=\log 3.25+\log 10^{-3}$

$=0.5119-3=-2.4881$

237 답 **-3.5186**

$\log 3.03=0.4814$이므로

$\log 0.000303=\log\left(3.03\times \frac{1}{10000}\right)$

$=\log 3.03+\log 10^{-4}$

$=0.4814-4=-3.5186$

238 답 **13자리**

$\log 2^{40}=40\log 2=40\times 0.3010=12.04$

이므로 $\log 2^{40}$의 정수 부분은 12이다.

따라서 2^{40}은 13자리의 정수이다.

239 답 **8자리**

$\log 6^{10}=10\log 6=10(\log 2+\log 3)$

$=10(0.3010+0.4771)$

$=10\times 0.7781=7.781$

이므로 $\log 6^{10}$의 정수 부분은 7이다.

따라서 6^{10}은 8자리의 정수이다.

240 답 **10째 자리**

$\log 2^{-30}=-30\log 2=-30\times 0.3010$

$=-9.03=-10+0.97$

이때 정수 부분이 -10이므로 2^{-30}은 소수점 아래 10째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

241 답 **10째 자리**

$\log 3^{-20}=-20\log 3=-20\times 0.4771$

$=-9.542=-10+0.458$

이때 정수 부분이 -10이므로 3^{-20}은 소수점 아래 10째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

242 답 **16.3**

$\log 1.63=0.2122$이므로

$\log N=1.2122=1+0.2122$

$=\log 10+\log 1.63$

$=\log 16.3$

$\therefore N=16.3$

243 답 **1630**

$\log 1.63=0.2122$이므로

$\log N=3.2122=3+0.2122$

$=\log 10^3+\log 1.63$

$=\log 1630$

$\therefore N=1630$

244 답 **0.000163**

$\log 1.63=0.2122$이므로

$\log N=-3.7878=-4+0.2122$

$=\log 10^{-4}+\log 1.63$

$=\log 0.000163$

$\therefore N=0.000163$

245 답 **65.9**

$\log 6.59=0.8189$이므로

$\log N=1.8189=1+0.8189$

$=\log 10+\log 6.59$

$=\log 65.9$

$\therefore N=65.9$

ㅊㅐㄱ1.indb 25 20. 5. 27. 오후 4:41

246 답 **0.0659**

$\log 6.59=0.8189$이므로

$\log N=-1.1811=-2+0.8189$

$=\log 10^{-2}+\log 6.59$

$=\log 0.0659$

$\therefore N=0.0659$

247 답 **0.0000659**

$\log 6.59=0.8189$이므로

$\log N=-4.1811=-5+0.8189$

$=\log 10^{-5}+\log 6.59$

$=\log 0.0000659$

$\therefore N=0.0000659$

중단원 **#기출#교과서** 28쪽

248 8	**249** 1	**250** ②	**251** ①
252 1	**253** $-\frac{34}{9}$	**254** 0.5502	**255** ②

248

밑의 조건에서 $a+3>0$, $a+3\neq1$

$\therefore -3<a<-2$ 또는 $a>-2$ ...... ㉠

진수의 조건에서 $-a^2+3a+28>0$

$a^2-3a-28<0$, $(a+4)(a-7)<0$

$\therefore -4<a<7$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $-3<a<-2$ 또는 $-2<a<7$이므로 정수 a는 -1, 0, 1, $\cdots$, 6의 8개이다.

249

$\log_a \frac{a^5}{b^3}=\log_a a^5-\log_a b^3$

$=5-3\log_a b=2$

$\therefore \log_a b=1$

250

$\log_2 5=\frac{1}{\log_5 2}$이므로 $\log_5 2=\frac{1}{a}$

$\therefore \log_5 12=\log_5(2^2\times3)$

$=2\log_5 2+\log_5 3$

$=2\times\frac{1}{a}+b=\frac{2}{a}+b$

251

ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=2^{\log_2(1\times2\times3\times\cdots\times10)}$

$=2^{\log_2 10!}=10!$ (참)

ㄴ. $\log_2(2^1\times2^2\times2^3\times\cdots\times2^{10})^2=\log_2(2^{1+2+3+\cdots+10})^2$

$=\log_2(2^{55})^2$

$=\log_2 2^{110}=110$ (거짓)

ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})$

$=1\times2\times3\times\cdots\times10=10!$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

252

$3^x=15$에서

$x=\log_3 15=\log_3(3\times5)=1+\log_3 5$

$5^y=15$에서

$y=\log_5 15=\log_5(5\times3)=1+\log_5 3$

$\therefore (x-1)(y-1)=(1+\log_3 5-1)(1+\log_5 3-1)$

$=\log_3 5\times\log_5 3=1$

253

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3 a+\log_3 b=4$, $\log_3 a\times\log_3 b=-9$

$\therefore \log_a b+\log_b a=\frac{\log_3 b}{\log_3 a}+\frac{\log_3 a}{\log_3 b}$

$=\frac{(\log_3 b)^2+(\log_3 a)^2}{\log_3 a\times\log_3 b}$

$=\frac{(\log_3 a+\log_3 b)^2-2\log_3 a\times\log_3 b}{\log_3 a\times\log_3 b}$

$=\frac{4^2-2\times(-9)}{-9}=-\frac{34}{9}$

254

$\log 1.26=0.1004$이므로

$\log\sqrt{12.6}=\log 12.6^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log 12.6$

$=\frac{1}{2}\log(1.26\times10)$

$=\frac{1}{2}(\log 1.26+\log 10)$

$=\frac{1}{2}(0.1004+1)$

$=\frac{1}{2}\times1.1004=0.5502$

255

$\log 1.44=a$이므로

$2\log 12=\log 12^2=\log 144$

$=\log(1.44\times10^2)$

$=\log 1.44+\log 10^2$

$=\log 1.44+2=a+2$

ㅊㅐㄱ1.indb 26 20. 5. 27. 오후 4:41

Ⅰ. 지수함수와 로그함수

3 지수함수와 로그함수 29 ~ 41쪽

256 답 ○

257 답 ×

258 답 ×

259 답 ○

260 답 ×

261 답 ○

262 답 8

$f(3)=2^3=8$

263 답 $\frac{1}{4}$

$f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$

264 답 32

$f(-3)f(8)=2^{-3}\times 2^8$
$=2^5=32$

265 답 $\frac{1}{9}$

$f(2)=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

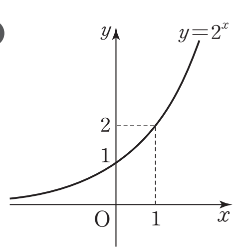
266 답 27

$f(-3)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=27$

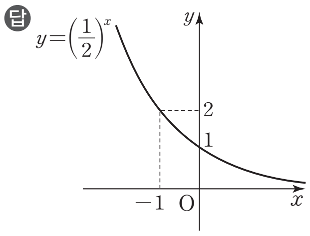
267 답 $\frac{1}{81}$

$\frac{f(3)}{f(-1)}=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}$
$=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$

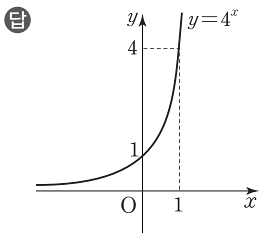
268 답



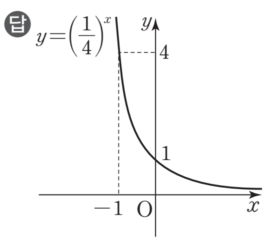
269 답



270 답



271 답



272 답 $y=2^{x-2}-1$

273 답 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}+4$

274 답 $y=-3^{x-4}-2$

275 답 $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5}+3$

276 답 $y=-4^{x+2}-3$

277 답 $y=-3^x$

278 답 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

$y=3^{-x}=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

279 답 $y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$

$y=-3^{-x}=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$

280 답 $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^x$

281 답 $y=5^x$

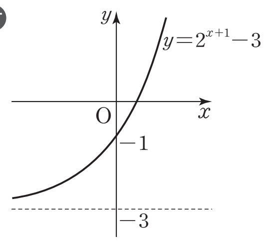
$y=\left(\frac{1}{5}\right)^{-x}=5^x$

ㅊㅐㄱ1.indb 27 20. 5. 27. 오후 4:41

282 답 $y=-5^x$

$y=-\left(\frac{1}{5}\right)^{-x}=-5^x$

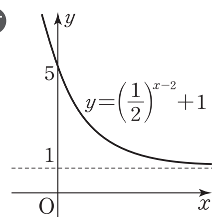
283 답



점근선의 방정식: $y=-3$

$y=2^{x+1}-3$의 그래프는 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로 점근선의 방정식은 $y=-3$이다.

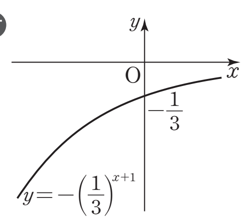
284 답



점근선의 방정식: $y=1$

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$의 그래프는 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 점근선의 방정식은 $y=1$이다.

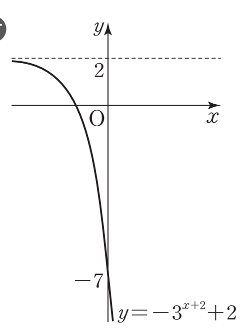
285 답



점근선의 방정식: $y=0$

$y=-\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$의 그래프는 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 후 x축에 대하여 대칭이동한 것이므로 점근선의 방정식은 $y=0$이다.

286 답



점근선의 방정식: $y=2$

$y=-3^{x+2}+2$의 그래프는 $y=3^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 점근선의 방정식은 $y=2$이다.

287 답 ○

함수 $y=4^{x-2}+1$의 그래프는 $y=4^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

288 답 ×

289 답 ○

함수 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}+5$의 그래프는 $y=4^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

290 답 ○

함수 $y=3^{x-2}+1$의 그래프는 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

291 답 ×

292 답 ○

함수 $y=-3^x$의 그래프는 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.

293 답 ○

294 답 ×

그래프의 점근선의 방정식은 $y=2$이다.

295 답 ×

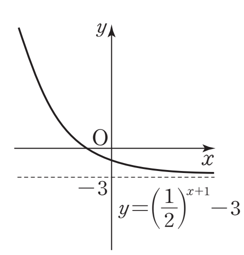
$x=0$일 때, $y=3^{0-1}+2=\frac{1}{3}+2=\frac{7}{3}$

따라서 그래프는 점 $\left(0,\ \frac{7}{3}\right)$을 지난다.

296 답 ○

297 답 ×

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2, 3, 4사분면을 지난다.



298 답 ○

밑이 1보다 작으므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

ㅊㅐㄱ1.indb 28 20. 5. 27. 오후 4:41

299 답 $9^5>27^3$

$9^5=3^{10}$, $27^3=3^9$

이때 $y=3^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $10>9$이므로

$3^{10}>3^9 \qquad \therefore 9^5>27^3$

300 답 $\frac{1}{64}>\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^5$

$\frac{1}{64}=\left(\frac{1}{2}\right)^6$, $\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^5=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right\}^5=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{15}{2}}$

이때 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고 $6<\frac{15}{2}$이므로

$\left(\frac{1}{2}\right)^6>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{15}{2}} \qquad \therefore \frac{1}{64}>\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^5$

301 답 $9\sqrt[4]{27}<27\sqrt[3]{9}$

$9\sqrt[4]{27}=3^2\times3^{\frac{3}{4}}=3^{\frac{11}{4}}$, $27\sqrt[3]{9}=3^3\times3^{\frac{2}{3}}=3^{\frac{11}{3}}$

이때 $y=3^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $\frac{11}{4}<\frac{11}{3}$이므로

$3^{\frac{11}{4}}<3^{\frac{11}{3}} \qquad \therefore 9\sqrt[4]{27}<27\sqrt[3]{9}$

302 답 $\sqrt[3]{0.2}>\sqrt[4]{0.04}$

$\sqrt[3]{0.2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[4]{0.04}=\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

이때 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고 $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$이므로

$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \therefore \sqrt[3]{0.2}>\sqrt[4]{0.04}$

303 답 $\frac{1}{\sqrt{2}}>2^{-\frac{3}{2}}>\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}=2^{-\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{32}}=2^{-\frac{5}{3}}$

이때 $y=2^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고

$-\frac{1}{2}>-\frac{3}{2}>-\frac{5}{3}$이므로

$2^{-\frac{1}{2}}>2^{-\frac{3}{2}}>2^{-\frac{5}{3}} \qquad \therefore \frac{1}{\sqrt{2}}>2^{-\frac{3}{2}}>\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$

304 답 $0.2^{-\frac{4}{3}}>\sqrt[4]{125}>\sqrt[3]{25}$

$\sqrt[3]{25}=5^{\frac{2}{3}}$, $0.2^{-\frac{4}{3}}=5^{\frac{4}{3}}$, $\sqrt[4]{125}=5^{\frac{3}{4}}$

이때 $y=5^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $\frac{4}{3}>\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$이므로

$5^{\frac{4}{3}}>5^{\frac{3}{4}}>5^{\frac{2}{3}} \qquad \therefore 0.2^{-\frac{4}{3}}>\sqrt[4]{125}>\sqrt[3]{25}$

305 답 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{1}{2}$

$x=-1$일 때 $y=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$x=2$일 때 $y=2^2=4$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 $\frac{1}{2}$이다.

306 답 최댓값: 125, 최솟값: $\frac{1}{5}$

$x=-3$일 때 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}=5^3=125$

$x=1$일 때 $y=\frac{1}{5}$

따라서 최댓값은 125, 최솟값은 $\frac{1}{5}$이다.

307 답 최댓값: 5, 최솟값: $\frac{7}{2}$

$x=1$일 때 $y=2^{1-2}+3=\frac{1}{2}+3=\frac{7}{2}$

$x=3$일 때 $y=2^{3-2}+3=2+3=5$

따라서 최댓값은 5, 최솟값은 $\frac{7}{2}$이다.

308 답 최댓값: 5, 최솟값: $\frac{5}{4}$

$x=2$일 때 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{2-4}+1=4+1=5$

$x=6$일 때 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{6-4}+1=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4}$

따라서 최댓값은 5, 최솟값은 $\frac{5}{4}$이다.

309 답 최댓값: $\frac{31}{16}$, 최솟값: -2

$x=-5$일 때 $y=-4^{-5+3}+2=-\frac{1}{16}+2=\frac{31}{16}$

$x=-2$일 때 $y=-4^{-2+3}+2=-4+2=-2$

따라서 최댓값은 $\frac{31}{16}$, 최솟값은 -2이다.

310 답 최댓값: 27, 최솟값: 9

$x^2-2x+3=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2+2$

$0\le x\le 2$에서 $2\le t\le 3$

이때 $y=3^t$의 밑이 1보다 크므로 $t=3$일 때 최댓값 $3^3=27$, $t=2$일 때 최솟값 $3^2=9$를 갖는다.

ㅊㅐㄱ1.indb 29 20. 5. 27. 오후 4:41

311 답 **최댓값: 16, 최솟값: $\frac{1}{32}$**

$x^2-4x=t$로 놓으면

$t=(x-2)^2-4$

$-1\le x\le 3$에서 $-4\le t\le 5$

이때 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^t$의 밑이 1보다 작으므로 $t=-4$일 때 최댓값

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=16$, $t=5$일 때 최솟값 $\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$을 갖는다.

312 답 **최댓값: 4, 최솟값: $\frac{1}{128}$**

$-x^2+6x-7=t$로 놓으면

$t=-(x-3)^2+2$

$2\le x\le 6$에서 $-7\le t\le 2$

이때 $y=2^t$의 밑이 1보다 크므로 $t=2$일 때 최댓값 $2^2=4$, $t=-7$일 때 최솟값 $2^{-7}=\frac{1}{128}$을 갖는다.

313 답 **최댓값: 3, 최솟값: $\frac{1}{27}$**

$-x^2-8x-13=t$로 놓으면

$t=-(x+4)^2+3$

$-5\le x\le -2$에서 $-1\le t\le 3$

이때 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^t$의 밑이 1보다 작으므로 $t=-1$일 때 최댓값

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=3$, $t=3$일 때 최솟값 $\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$을 갖는다.

314 답 **최댓값: 7, 최솟값: 3**

$y=4^x-2^{x+2}+7=(2^x)^2-4\times 2^x+7$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $0\le x\le 2$에서

$2^0\le 2^x\le 2^2 \qquad \therefore 1\le t\le 4$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-4t+7=(t-2)^2+3$

따라서 $t=4$일 때 최댓값 $(4-2)^2+3=7$,

$t=2$일 때 최솟값 $(2-2)^2+3=3$을 갖는다.

315 답 **최댓값: 46, 최솟값: -2**

$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-2=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^x-2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $-3\le x\le -1$에서

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\le\left(\frac{1}{2}\right)^x\le\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \qquad \therefore 2\le t\le 8$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-2t-2=(t-1)^2-3$

따라서 $t=8$일 때 최댓값 $(8-1)^2-3=46$,

$t=2$일 때 최솟값 $(2-1)^2-3=-2$를 갖는다.

316 답 **최댓값: 9, 최솟값: 5**

$y=9^x-2\times 3^x+6=(3^x)^2-2\times 3^x+6$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $-1\le x\le 1$에서

$3^{-1}\le 3^x\le 3^1 \qquad \therefore \frac{1}{3}\le t\le 3$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-2t+6=(t-1)^2+5$

따라서 $t=3$일 때 최댓값 $(3-1)^2+5=9$,

$t=1$일 때 최솟값 $(1-1)^2+5=5$를 갖는다.

317 답 **최댓값: 24, 최솟값: -12**

$y=\left(\frac{1}{9}\right)^x-2\times\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-3=\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2-6\times\left(\frac{1}{3}\right)^x-3$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $-2\le x\le 0$에서

$\left(\frac{1}{3}\right)^0\le\left(\frac{1}{3}\right)^x\le\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \qquad \therefore 1\le t\le 9$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-6t-3=(t-3)^2-12$

따라서 $t=9$일 때 최댓값 $(9-3)^2-12=24$,

$t=3$일 때 최솟값 $(3-3)^2-12=-12$를 갖는다.

318 답 $\boldsymbol{y=\log_2 x}$

319 답 $\boldsymbol{y=\log_{\frac{1}{3}} x}$

320 답 $\boldsymbol{y=5^x}$

321 답 $\boldsymbol{y=\log_4 x-2}$

$y=4^{x+2}$에서 $x+2=\log_4 y$

$\therefore x=\log_4 y-2$

이때 x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$y=\log_4 x-2$

322 답 $\boldsymbol{y=3^x+1}$

$y=\log_3(x-1)$에서 $x-1=3^y$

$\therefore x=3^y+1$

이때 x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$y=3^x+1$

323 답 $\boldsymbol{y=\log_3(x-5)+2}$

$y=3^{x-2}+5$에서 $y-5=3^{x-2}$

$x-2=\log_3(y-5) \qquad \therefore x=\log_3(y-5)+2$

이때 x와 y를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$y=\log_3(x-5)+2$

324 답 **2**

$f(4)=\log_2 4=\log_2 2^2=2$

ㅊㅐㄱ1.indb 30 20. 5. 27. 오후 4:41

325 답 -3

$f\left(\frac{1}{8}\right)=\log_2 \frac{1}{8}=\log_2 2^{-3}=-3$

326 답 3

$f\left(\frac{1}{4}\right)+f(32)=\log_2 \frac{1}{4}+\log_2 32=\log_2\left(\frac{1}{4}\times 32\right)$

$=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

327 답 -1

$f(3)=\log_{\frac{1}{3}} 3=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=-1$

328 답 2

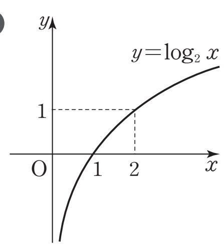
$f\left(\frac{1}{9}\right)=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^2=2$

329 답 3

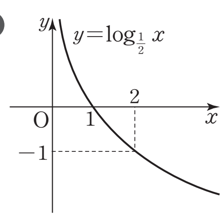
$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-f(9\sqrt{3})=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{\sqrt{3}}-\log_{\frac{1}{3}} 9\sqrt{3}=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}\times 9\sqrt{3}}\right)$

$=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^3=3$

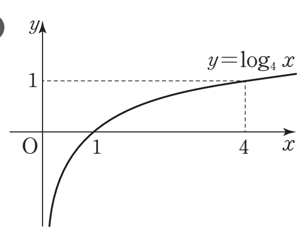
330 답



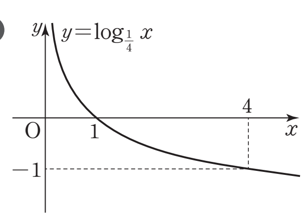
331 답



332 답



333 답



334 답 $y=\log_2(x-3)+2$

335 답 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+1$

336 답 $y=-\log_3(x-5)-2$

337 답 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(x+4)-3$

338 답 $y=-\log_4(x-1)-4$

339 답 $y=-\log_3 x$

340 답 $y=\log_3(-x)$

341 답 $y=-\log_3(-x)$

342 답 $y=\log_2 x$

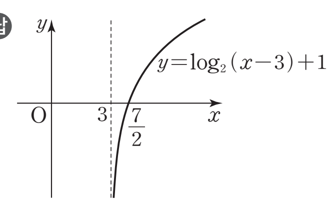
$y=-\log_{\frac{1}{2}} x=\log_2 x$

343 답 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x)$

344 답 $y=\log_2(-x)$

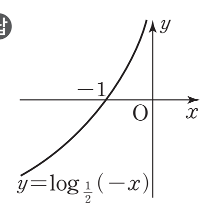
$y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)=\log_2(-x)$

345 답



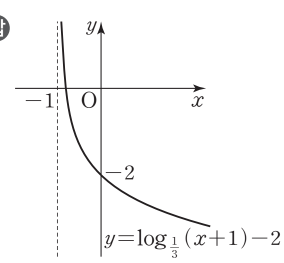
정의역: $\{x\,|\,x>3\}$
점근선의 방정식: $x=3$

346 답



정의역: $\{x\,|\,x<0\}$
점근선의 방정식: $x=0$

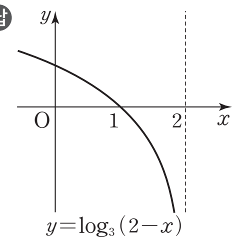
347 답



정의역: $\{x\,|\,x>-1\}$
점근선의 방정식: $x=-1$

ㅊㅐㄱ1.indb 31 20. 5. 27. 오후 4:41

348 답



정의역:
$\{x \mid x<2\}$
점근선의 방정식:
$x=2$

349 답 ○

$y=\log_5 5x=\log_5 x+1$이므로 함수 $y=\log_5 5x$의 그래프는 $y=\log_5 x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

350 답 ×

351 답 ○

함수 $y=\log_{\frac{1}{5}}(1-x)$의 그래프는 $y=\log_5 x$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

352 답 ×

353 답 ○

$y=\log_{\frac{1}{3}} 3(x-2)=\log_{\frac{1}{3}}(x-2)-1$이므로 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}} 3(x-2)$의 그래프는 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

354 답 ○

함수 $y=\log_3(x+2)$의 그래프는 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

355 답 ○

356 답 ×

그래프의 점근선의 방정식은 $x=2$이다.

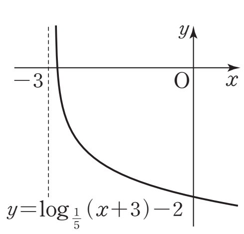
357 답 ○

$x=3$일 때 $y=\log_3 1+4=0+4=4$
따라서 그래프는 점 $(3,\ 4)$를 지난다.

358 답 ○

359 답 ×

$y=\log_{\frac{1}{5}}(x+3)-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2, 3, 4사분면을 지난다.



360 답 ○

밑이 1보다 작으므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

361 답 $\log_5 6<\log_5 7$

$y=\log_5 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $6<7$이므로
$\log_5 6<\log_5 7$

362 답 $3\log_2 5>2\log_4 50$

$3\log_2 5=\log_2 125,\ 2\log_4 50=\log_2 50$
$y=\log_2 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $125>50$이므로
$\log_2 125>\log_2 50$
$\therefore\ 3\log_2 5>2\log_4 50$

363 답 $2\log_{\frac{1}{3}} 4>-\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{24}$

$2\log_{\frac{1}{3}} 4=\log_{\frac{1}{3}} 16,\ -\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{24}=\log_{\frac{1}{3}} 24$
$y=\log_{\frac{1}{3}} x$는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고 $16<24$이므로
$\log_{\frac{1}{3}} 16>\log_{\frac{1}{3}} 24$
$\therefore\ 2\log_{\frac{1}{3}} 4>-\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{24}$

364 답 $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{30}>-3\log_4\frac{1}{3}$

$\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{30}=\log_4 30,\ -3\log_4\frac{1}{3}=\log_4 27$
$y=\log_4 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $30>27$이므로
$\log_4 30>\log_4 27$
$\therefore\ \log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{30}>-3\log_4\frac{1}{3}$

365 답 $2\log_2\sqrt{5}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>1$

$1=\log_2 2,\ 2\log_2\sqrt{5}=\log_2 5,\ \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}=\log_2 3$
$y=\log_2 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $5>3>2$이므로
$\log_2 5>\log_2 3>\log_2 2$
$\therefore\ 2\log_2\sqrt{5}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>1$

366 답 $-2\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{7}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{6}>2\log_3 2$

$\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{6}=\log_3 6,\ 2\log_3 2=\log_3 4,\ -2\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{7}=\log_3 7$
$y=\log_3 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고 $7>6>4$이므로
$\log_3 7>\log_3 6>\log_3 4$
$\therefore\ -2\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{7}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{6}>2\log_3 2$

ㅊㅐㄱ1.indb 32 20. 5. 27. 오후 4:41

367 답 **최댓값: 3, 최솟값: -1**

$x=\frac{1}{3}$일 때 $y=\log_3 \frac{1}{3}=-1$

$x=27$일 때 $y=\log_3 27=\log_3 3^3=3$

따라서 최댓값은 3, 최솟값은 -1이다.

368 답 **최댓값: 2, 최솟값: $-\frac{3}{2}$**

$x=\frac{1}{16}$일 때 $y=\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16}=2$

$x=8$일 때 $y=\log_{\frac{1}{4}} 8=\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}=-\frac{3}{2}$

따라서 최댓값은 2, 최솟값은 $-\frac{3}{2}$이다.

369 답 **최댓값: -3, 최솟값: -6**

$x=-1$일 때 $y=\log_{\frac{1}{2}} 1-3=0-3=-3$

$x=6$일 때 $y=\log_{\frac{1}{2}} 8-3=-3-3=-6$

따라서 최댓값은 -3, 최솟값은 -6이다.

370 답 **최댓값: 6, 최솟값: 4**

$x=3$일 때 $y=\log_2 4+2=2+2=4$

$x=7$일 때 $y=\log_2 16+2=4+2=6$

따라서 최댓값은 6, 최솟값은 4이다.

371 답 **최댓값: -2, 최솟값: -3**

$x=-4$일 때 $y=\log_{\frac{1}{3}} 9-1=-2-1=-3$

$x=2$일 때 $y=\log_{\frac{1}{3}} 3-1=-1-1=-2$

따라서 최댓값은 -2, 최솟값은 -3이다.

372 답 **최댓값: 4, 최솟값: $\log_2 7$**

$x^2-2x+8=t$로 놓으면

$t=(x-1)^2+7$

$-1\le x\le 4$에서 $7\le t\le 16$

이때 $y=\log_2 t$의 밑이 1보다 크므로 $t=16$일 때 최댓값

$\log_2 16=4$, $t=7$일 때 최솟값 $\log_2 7$을 갖는다.

373 답 **최댓값: $-\log_3 11$, 최솟값: -3**

$x^2-4x+15=t$로 놓으면

$t=(x-2)^2+11$

$-2\le x\le 3$에서 $11\le t\le 27$

이때 $y=\log_{\frac{1}{3}} t$의 밑이 1보다 작으므로 $t=11$일 때 최댓값

$\log_{\frac{1}{3}} 11=-\log_3 11$, $t=27$일 때 최솟값 $\log_{\frac{1}{3}} 27=-3$을 갖는다.

374 답 **최댓값: 2, 최솟값: 0**

$-x^2+2x+9=t$로 놓으면

$t=-(x-1)^2+10$

$2\le x\le 4$에서 $1\le t\le 9$

이때 $y=\log_3 t$의 밑이 1보다 크므로 $t=9$일 때 최댓값 $\log_3 9=2$,

$t=1$일 때 최솟값 $\log_3 1=0$을 갖는다.

375 답 **최댓값: $-\log_5 9$, 최솟값: -2**

$-x^2-8x+9=t$로 놓으면

$t=-(x+4)^2+25$

$-8\le x\le -1$에서 $9\le t\le 25$

이때 $y=\log_{\frac{1}{5}} t$의 밑이 1보다 작으므로 $t=9$일 때 최댓값

$\log_{\frac{1}{5}} 9=-\log_5 9$, $t=25$일 때 최솟값 $\log_{\frac{1}{5}} 25=-2$를 갖는다.

376 답 **최댓값: 9, 최솟값: 5**

$\log_2 x=t$로 놓으면 $2\le x\le 16$에서

$\log_2 2\le \log_2 x\le \log_2 16 \qquad \therefore 1\le t\le 4$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-4t+9=(t-2)^2+5$

따라서 $t=4$일 때 최댓값 $(4-2)^2+5=9$, $t=2$일 때 최솟값

$(2-2)^2+5=5$를 갖는다.

377 답 **최댓값: 13, 최솟값: 4**

$\log_3 x=t$로 놓으면 $\frac{1}{9}\le x\le 27$에서

$\log_3 \frac{1}{9}\le \log_3 x\le \log_3 27 \qquad \therefore -2\le t\le 3$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-2t+5=(t-1)^2+4$

따라서 $t=-2$일 때 최댓값 $(-2-1)^2+4=13$, $t=1$일 때 최솟값 $(1-1)^2+4=4$를 갖는다.

378 답 **최댓값: 14, 최솟값: -10**

$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면 $\frac{1}{4}\le x\le 4$에서

$\log_{\frac{1}{2}} 4\le \log_{\frac{1}{2}} x\le \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \qquad \therefore -2\le t\le 2$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-6t-2=(t-3)^2-11$

따라서 $t=-2$일 때 최댓값 $(-2-3)^2-11=14$, $t=2$일 때 최솟값 $(2-3)^2-11=-10$을 갖는다.

379 답 **최댓값: 8, 최솟값: -7**

$\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 놓으면 $\frac{1}{3}\le x\le 9$에서

$\log_{\frac{1}{3}} 9\le \log_{\frac{1}{3}} x\le \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \qquad \therefore -2\le t\le 1$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-4t-4=(t-2)^2-8$

따라서 $t=-2$일 때 최댓값 $(-2-2)^2-8=8$, $t=1$일 때 최솟값

$(1-2)^2-8=-7$을 갖는다.

ㅊㅐㄱ1.indb 33 20. 5. 27. 오후 4:41

중단원 #기출#교과서 41쪽

380 ③	381 1	382 ④	383 ⑤
384 4	385 ③	386 ①	387 17

380

$f(b)=3$, $f(c)=6$에서

$a^b\times a^c=a^{b+c}=18$

$\therefore f\left(\frac{b+c}{2}\right)=a^{\frac{b+c}{2}}=(a^{b+c})^{\frac{1}{2}}=18^{\frac{1}{2}}=3\sqrt{2}$

381

$y=3\times 9^{x+1}+4=3^{2x+3}+4=3^{2(x+1)+1}+4$이므로

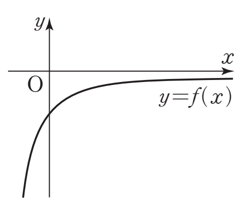
함수 $y=3^{2x-1}+1=3^{2(x-1)+1}+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 함수 $y=3\times 9^{x+1}+4$의 그래프와 일치한다.

따라서 $m=-2$, $n=3$이므로 $m+n=1$

382

$f(x)=-2^{4-3x}+k=-8^{\frac{4}{3}-x}+k=-\left(\frac{1}{8}\right)^{x-\frac{4}{3}}+k$

이때 함수 $y=f(x)$의 그래프는 함수 $y=\left(\frac{1}{8}\right)^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 $\frac{4}{3}$만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 것이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않기 위해서는 다음 그림과 같이 $x\le 0$에서 $f(x)\le 0$이어야 한다.



함수 $f(x)$는 x의 값이 커질 때 함숫값이 커지는 함수이므로

$f(0)=k-16\le 0$에서 $k\le 16$

따라서 자연수 k의 최댓값은 16이다.

383

함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}+a$는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $x=-1$일 때 최댓값, $x=4$일 때 최솟값을 갖는다.

$f(4)=\left(\frac{1}{2}\right)^0+a=1+a$에서

$1+a=3 \qquad \therefore a=2$

따라서 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}+2$이므로 구하는 최댓값은

$f(-1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}+2=32+2=34$

384

점 A의 좌표를 (a, b)라 하면

사각형 ABCD가 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로

$\overline{AB}=1$에서 $b=1$

점 A는 $y=\log_3 x$의 그래프 위의 점이므로

$\log_3 a=1 \qquad \therefore a=3$

선분 AD의 길이가 1이므로 점 D의 x좌표는

$a+1=4$

385

함수 $y=2^x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2^{x-m}+2$

함수 $y=\log_2 8x=\log_2 x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\log_2(x-2)+3$

이때 함수 $y=\log_2(x-2)+3$의 그래프를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 x와 y를 바꾸면 $x=\log_2(y-2)+3$

즉, $y=2^{x-3}+2$

이 식이 $y=2^{x-m}+2$와 일치하므로 $m=3$

386

$A=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}=\log_2\frac{1}{\sqrt{3}}$, $B=\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{3}=\log_4 3=\log_2\sqrt{3}$,

$C=2\log_4 3=\log_2 3$

이때 $y=\log_2 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고

$\frac{1}{\sqrt{3}}<\sqrt{3}<3$이므로

$\log_2\frac{1}{\sqrt{3}}<\log_2\sqrt{3}<\log_2 3$

$\therefore A<B<C$

387

$\log_2(x^2-2x+a)$의 밑이 1보다 크므로 x^2-2x+a가 최소일 때, 함수 $f(x)$는 최솟값 4를 갖는다.

따라서 x^2-2x+a의 최솟값은 $2^4=16$이다.

$x^2-2x+a=(x-1)^2+a-1$에서

$x=1$일 때 x^2-2x+a는 최솟값 $a-1$을 가지므로

$a-1=16 \qquad \therefore a=17$

ㅊㅐㄱ1.indb 34 20. 5. 27. 오후 4:41

I. 지수함수와 로그함수

4 지수함수와 로그함수의 활용 42 ~ 50쪽

388 답 $x=3$

$4^x=64$에서 $4^x=4^3$

$\therefore x=3$

389 답 $x=-3$

$3^{x-1}=\frac{1}{81}$에서 $3^{x-1}=3^{-4}$

따라서 $x-1=-4$이므로 $x=-3$

390 답 $x=\frac{1}{2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}=4\sqrt{2}$에서 $2^{-x+3}=2^{\frac{5}{2}}$

따라서 $-x+3=\frac{5}{2}$이므로 $x=\frac{1}{2}$

391 답 $x=10$

$27^x=\left(\frac{1}{9}\right)^{-2x+5}$에서 $3^{3x}=3^{4x-10}$

따라서 $3x=4x-10$이므로 $x=10$

392 답 $x=-12$

$25^{x-2}=0.2^{-3x-8}$에서 $5^{2x-4}=5^{3x+8}$

따라서 $2x-4=3x+8$이므로 $x=-12$

393 답 $x=-5$ 또는 $x=1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{2x-1}$에서 $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-4x+2}$

따라서 $x^2-3=-4x+2$이므로

$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

394 답 $x=1$

$4^x-2^x-2=0$에서 $(2^x)^2-2^x-2=0$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-t-2=0$, $(t+1)(t-2)=0$

$\therefore t=2\,(\because t>0)$

따라서 $2^x=2$이므로 $x=1$

395 답 $x=2$

$9^x-7\times3^x-18=0$에서 $(3^x)^2-7\times3^x-18=0$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-7t-18=0$, $(t+2)(t-9)=0$

$\therefore t=9\,(\because t>0)$

따라서 $3^x=9$이므로 $x=2$

396 답 $x=1$

$25^x+5^{x+1}=50$에서 $(5^x)^2+5\times5^x-50=0$

$5^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2+5t-50=0$, $(t+10)(t-5)=0$

$\therefore t=5\,(\because t>0)$

따라서 $5^x=5$이므로 $x=1$

397 답 $x=-2$

$\left(\frac{1}{9}\right)^x-2\times\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-27=0$에서

$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2-6\times\left(\frac{1}{3}\right)^x-27=0$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-6t-27=0$, $(t+3)(t-9)=0$

$\therefore t=9\,(\because t>0)$

따라서 $\left(\frac{1}{3}\right)^x=9$이므로 $x=-2$

398 답 $x=-3$ 또는 $x=-1$

$\left(\frac{1}{4}\right)^x-20\times\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}=-16$에서

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2-10\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+16=0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-10t+16=0$, $(t-2)(t-8)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=8$

따라서 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=2$ 또는 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=8$이므로

$x=-3$ 또는 $x=-1$

399 답 $x=0$ 또는 $x=4$

$(x+1)^{2x+3}=(x+1)^{x+7}$에서 밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$2x+3=x+7$에서 $x=4$

(ii) 밑이 1일 때

$x+1=1$에서 $x=0$

(i), (ii)에서 $x=0$ 또는 $x=4$

400 답 $x=1$ 또는 $x=3$

$(x^x)^x=x^{3x}$에서 $x^{x^2}=x^{3x}$

밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$x^2=3x$에서 $x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$

$\therefore x=3\,(\because x>0)$

(ii) 밑이 1일 때

$x=1$

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=3$

ㅊㅐㄱ1.indb 35 20. 5. 27. 오후 4:41

401 답 $x=3$ 또는 $x=4$

$(x-2)^{5x-4}=(x-2)^{x^2}$에서 밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$5x-4=x^2$에서

$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=4\,(\because x>2)$

(ii) 밑이 1일 때

$x-2=1$에서 $x=3$

(i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=4$

402 답 $x=1$ 또는 $x=2$

$(x+3)^{x-1}=5^{x-1}$에서 지수가 같으므로

(i) 밑이 같을 때

$x+3=5$에서 $x=2$

(ii) 지수가 0일 때

$x-1=0$에서 $x=1$

(i), (ii)에서 $x=1$ 또는 $x=2$

403 답 $x=4$ 또는 $x=5$

$(x-2)^{2x-10}=4^{x-5}$에서 $(x-2)^{2x-10}=2^{2x-10}$

지수가 같으므로

(i) 밑이 같을 때

$x-2=2$에서 $x=4$

(ii) 지수가 0일 때

$2x-10=0$에서 $x=5$

(i), (ii)에서 $x=4$ 또는 $x=5$

404 답 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

$(2x+1)^{2x-1}=(x+3)^{2x-1}$에서 지수가 같으므로

(i) 밑이 같을 때

$2x+1=x+3$에서 $x=2$

(ii) 지수가 0일 때

$2x-1=0$에서 $x=\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

405 답 $x>8$

$2^{x-2}>64$에서 $2^{x-2}>2^6$

밑이 1보다 크므로

$x-2>6 \qquad \therefore x>8$

406 답 $x<5$

$3^{-x+2}>\frac{1}{27}$에서 $3^{-x+2}>3^{-3}$

밑이 1보다 크므로

$-x+2>-3 \qquad \therefore x<5$

407 답 $x\geq4$

$4\times\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}\leq\frac{1}{32}$에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}\leq\left(\frac{1}{2}\right)^5$

밑이 1보다 작으므로

$x+1\geq5 \qquad \therefore x\geq4$

408 답 $x<6$

$3^x>\left(\frac{1}{9}\right)^{3-x}$에서 $3^x>3^{2x-6}$

밑이 1보다 크므로

$x>2x-6 \qquad \therefore x<6$

409 답 $x>-3$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{7+3x}<\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2x+2}$에서 $\left(\frac{1}{5}\right)^{7+3x}<\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}$

밑이 1보다 작으므로

$7+3x>x+1$, $2x>-6$

$\therefore x>-3$

410 답 $x\geq\frac{1}{4}$

$0.5^{2x}\leq0.25^{1-3x}$에서 $\left(\frac{1}{4}\right)^x\leq\left(\frac{1}{4}\right)^{1-3x}$

밑이 1보다 작으므로

$x\geq1-3x \qquad \therefore x\geq\frac{1}{4}$

411 답 $0<x<1$

$9^x-4\times3^x+3<0$에서

$(3^x)^2-4\times3^x+3<0$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-4t+3<0$, $(t-1)(t-3)<0$

$\therefore 1<t<3$

따라서 $1<3^x<3$이고 밑이 1보다 크므로

$0<x<1$

412 답 $x\geq3$

$4^x-7\times2^x-8\geq0$에서

$(2^x)^2-7\times2^x-8\geq0$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-7t-8\geq0$, $(t+1)(t-8)\geq0$

$\therefore t\geq8\,(\because t>0)$

따라서 $2^x\geq8$이고 밑이 1보다 크므로

$x\geq3$

ㅊ ㅐ ㄱ1.indb 36 20. 5. 27. 오후 4:41

413 답 $x>2$

$25^x>15\times5^x+2\times5^{x+1}$에서

$(5^x)^2-25\times5^x>0$

$5^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-25t>0,\ t(t-25)>0$

$\therefore t>25\ (\because t>0)$

따라서 $5^x>25$이고 밑이 1보다 크므로

$x>2$

414 답 $x<-3$

$\left(\frac{1}{4}\right)^x-3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-16>0$에서

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2-6\times\left(\frac{1}{2}\right)^x-16>0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-6t-16>0,\ (t+2)(t-8)>0$

$\therefore t>8\ (\because t>0)$

따라서 $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8$이고 밑이 1보다 작으므로

$x<-3$

415 답 $-1\le x\le2$

$2^{2x+1}-2^{x+3}-2^x+4\le0$에서

$2\times(2^x)^2-9\times2^x+4\le0$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$2t^2-9t+4\le0,\ (2t-1)(t-4)\le0$

$\therefore \frac{1}{2}\le t\le4$

따라서 $\frac{1}{2}\le2^x\le4$이고 밑이 1보다 크므로

$-1\le x\le2$

416 답 $0<x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>1$

(i) $0<x<1$일 때

$x-2>3x-3$에서 $-2x>-1$

$\therefore x<\frac{1}{2}$

그런데 $0<x<1$이므로 $0<x<\frac{1}{2}$

(ii) $x=1$일 때, 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x>1$일 때

$x-2<3x-3$에서 $-2x<-1$

$\therefore x>\frac{1}{2}$

그런데 $x>1$이므로 $x>1$

(i), (ii), (iii)에서 $0<x<\frac{1}{2}$ 또는 $x>1$

417 답 $1\le x\le2$

(i) $0<x<1$일 때

$2x-1\ge5-x$에서 $3x\ge6$

$\therefore x\ge2$

그런데 $0<x<1$이므로 해는 없다.

(ii) $x=1$일 때, 부등식은 성립한다.

(iii) $x>1$일 때

$2x-1\le5-x$에서 $3x\le6$

$\therefore x\le2$

그런데 $x>1$이므로 $1<x\le2$

(i), (ii), (iii)에서 $1\le x\le2$

418 답 $1<x<4$

(i) $0<x<1$일 때

$-x+1<x-7$에서 $-2x<-8$

$\therefore x>4$

그런데 $0<x<1$이므로 해는 없다.

(ii) $x=1$일 때, 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x>1$일 때

$-x+1>x-7$에서 $-2x>-8$

$\therefore x<4$

그런데 $x>1$이므로 $1<x<4$

(i), (ii), (iii)에서 $1<x<4$

419 답 $-1<x\le-\frac{2}{3}$ 또는 $x\ge0$

(i) $0<x+1<1$, 즉 $-1<x<0$일 때

$x+3\le1-2x$에서 $3x\le-2$

$\therefore x\le-\frac{2}{3}$

그런데 $-1<x<0$이므로 $-1<x\le-\frac{2}{3}$

(ii) $x+1=1$, 즉 $x=0$일 때 부등식은 성립한다.

(iii) $x+1>1$, 즉 $x>0$일 때

$x+3\ge1-2x$에서 $3x\ge-2$

$\therefore x\ge-\frac{2}{3}$

그런데 $x>0$이므로 $x>0$

(i), (ii), (iii)에서 $-1<x\le-\frac{2}{3}$ 또는 $x\ge0$

420 답 $1<x<\frac{4}{3}$ 또는 $x>2$

(i) $0<x-1<1$, 즉 $1<x<2$일 때

$-2x-2>x-6$에서 $-3x>-4$

$\therefore x<\frac{4}{3}$

그런데 $1<x<2$이므로 $1<x<\frac{4}{3}$

ㅊㅐㄱ1.indb 37 20. 5. 27. 오후 4:41

(ii) $x-1=1$, 즉 $x=2$일 때 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x-1>1$, 즉 $x>2$일 때

$-2x-2<x-6$에서 $-3x<-4$

$\therefore x>\frac{4}{3}$

그런데 $x>2$이므로 $x>2$

(i), (ii), (iii)에서 $1<x<\frac{4}{3}$ 또는 $x>2$

421 답 3

$4^x-6\times 2^x+8=0$에서 $(2^x)^2-6\times 2^x+8=0$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $t^2-6t+8=0$ …… ㉠

방정식 $4^x-6\times 2^x+8=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 2^α, 2^β이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$2^\alpha\times 2^\beta=2^{\alpha+\beta}=8 \qquad \therefore \alpha+\beta=3$

422 답 1

$9^x-3^{x+2}+3=0$에서 $(3^x)^2-9\times 3^x+3=0$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $t^2-9t+3=0$ …… ㉠

방정식 $9^x-3^{x+2}+3=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 3^α, 3^β이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$3^\alpha\times 3^\beta=3^{\alpha+\beta}=3 \qquad \therefore \alpha+\beta=1$

423 답 57

$4^x-9\times 2^x+12=0$에서 $(2^x)^2-9\times 2^x+12=0$

$2^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $t^2-9t+12=0$ …… ㉠

방정식 $4^x-9\times 2^x+12=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 2^α, 2^β이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$2^\alpha+2^\beta=9$, $2^{\alpha+\beta}=12$

$\therefore 4^\alpha+4^\beta=(2^\alpha+2^\beta)^2-2\times 2^{\alpha+\beta}$

$=9^2-2\times 12=81-24=57$

424 답 205

$9^x-5\times 3^{x+1}+10=0$에서 $(3^x)^2-15\times 3^x+10=0$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면 $t^2-15t+10=0$ …… ㉠

방정식 $9^x-5\times 3^{x+1}+10=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 3^α, 3^β이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$3^\alpha+3^\beta=15$, $3^{\alpha+\beta}=10$

$\therefore 9^\alpha+9^\beta=(3^\alpha+3^\beta)^2-2\times 3^{\alpha+\beta}$

$=15^2-2\times 10=225-20=205$

425 답 18년

금융 상품에 처음 270만 원을 투자했을 때, t년 후의 이익금은

$270\times\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{t}{6}}$(만 원)

t년 후의 이익금이 640만 원이 된다고 하면

$270\times\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{t}{6}}=640$에서

$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{t}{6}}=\frac{64}{27}$, $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{t}{6}}=\left(\frac{4}{3}\right)^3$

$\frac{t}{6}=3 \qquad \therefore t=18$

따라서 이익금이 640만 원이 되는 것은 투자한 지 18년 후이다.

426 답 3년

125만 원짜리 기계의 가치가 매년 20 %씩 감소하므로 t년 후 기계의 가치는

$125\times\left(1-\frac{20}{100}\right)^t=125\times\left(\frac{4}{5}\right)^t$(만 원)

이 기계의 가치가 64만 원이 된다고 하면

$125\times\left(\frac{4}{5}\right)^t=64$에서

$\left(\frac{4}{5}\right)^t=\frac{64}{125}$, $\left(\frac{4}{5}\right)^t=\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$\therefore t=3$

따라서 기계의 가치가 64만 원이 되는 것은 구매한 지 3년 후이다.

427 답 240시간

방향제의 처음 양을 a라 하고 t시간 후에 기화되는 양이 처음 양의 $\frac{1}{64}$보다 적어진다고 하면

$a\times\left(\frac{1}{\sqrt[40]{2}}\right)^t<\frac{1}{64}a$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{40}}<\left(\frac{1}{2}\right)^6$

밑이 1보다 작으므로

$\frac{t}{40}>6 \qquad \therefore t>240$

따라서 방향제의 향기가 지속되는 시간은 240시간이다.

428 답 14억 년

방사성 동위 원소의 처음 양을 a라 하고 x억 년 후 최초의 양의 25 % 이하가 된다고 하면 7억 년마다 그 양이 반으로 줄어드므로

$a\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{7}}\le\frac{1}{4}a$에서

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{7}}\le\frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{7}}\le\left(\frac{1}{2}\right)^2$

밑이 1보다 작으므로

$\frac{x}{7}\ge 2 \qquad \therefore x\ge 14$

따라서 방사성 동위 원소의 양이 처음으로 최초의 양의 25 % 이하가 되는 것은 14억 년 후이다.

ㅊㅐㄱ1.indb 38 20. 5. 27. 오후 4:41

429 답 $x=6$

진수의 조건에서 $x-3>0$ $\quad\therefore x>3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_2(x-3)=\log_4 9$에서 $\log_2(x-3)=\log_2 3$

따라서 $x-3=3$이므로 $x=6$

이것은 ㉠을 만족하므로 구하는 해이다.

430 답 $x=-3$

진수의 조건에서 $2-3x>0$ $\quad\therefore x<\frac{2}{3}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$-\log_{\frac{1}{5}}(2-3x)=\log_5 11$에서 $\log_5(2-3x)=\log_5 11$

따라서 $2-3x=11$이므로 $x=-3$

이것은 ㉠을 만족하므로 구하는 해이다.

431 답 $x=2$

진수의 조건에서 $5-x>0$, $13-2x>0$

$\therefore x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_3(5-x)=\log_9(13-2x)$에서

$\log_3(5-x)=\frac{1}{2}\log_3(13-2x)$

$2\log_3(5-x)=\log_3(13-2x)$, $\log_3(5-x)^2=\log_3(13-2x)$

따라서 $(5-x)^2=13-2x$이므로

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

이때 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=2$

432 답 $x=-2$

진수의 조건에서 $x+4>0$, $x+6>0$

$\therefore x>-4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{3}}(x+4)=\log_{\frac{1}{9}}(x+6)$에서

$\log_{\frac{1}{3}}(x+4)=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}(x+6)$, $2\log_{\frac{1}{3}}(x+4)=\log_{\frac{1}{3}}(x+6)$

$\log_{\frac{1}{3}}(x+4)^2=\log_{\frac{1}{3}}(x+6)$

따라서 $(x+4)^2=x+6$이므로

$x^2+7x+10=0$, $(x+5)(x+2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

이때 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=-2$

433 답 $x=4$

진수의 조건에서 $x>0$, $x-3>0$

$\therefore x>3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_2 x+\log_2(x-3)=2$에서

$\log_2 x(x-3)=\log_2 4$

따라서 $x(x-3)=4$이므로

$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

이때 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=4$

434 답 $x=2$

진수의 조건에서 $x+1>0$, $3x+3>0$

$\therefore x>-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\sqrt{3}}(x+1)=\log_3(3x+3)$에서

$\log_3(x+1)^2=\log_3(3x+3)$

따라서 $(x+1)^2=3x+3$이므로

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

이때 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=2$

435 답 $x=2$ 또는 $x=8$

$(\log_2 x)^2-\log_2 x^4+3=0$에서

$(\log_2 x)^2-4\log_2 x+3=0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-4t+3=0$, $(t-1)(t-3)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=3$

따라서 $\log_2 x=1$ 또는 $\log_2 x=3$이므로

$x=2$ 또는 $x=8$

436 답 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=27$

$(\log_{\frac{1}{3}} x)^2+\log_{\frac{1}{3}} x^2-3=0$에서

$(\log_{\frac{1}{3}} x)^2+2\log_{\frac{1}{3}} x-3=0$

$\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 놓으면

$t^2+2t-3=0$, $(t+3)(t-1)=0$

$\therefore t=-3$ 또는 $t=1$

따라서 $\log_{\frac{1}{3}} x=-3$ 또는 $\log_{\frac{1}{3}} x=1$이므로

$x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=27$

437 답 $x=4$ 또는 $x=16$

$(\log_2 x)^2+8=2\log_2 x^3$에서

$(\log_2 x)^2-2\log_2 x^3+8=0$, $(\log_2 x)^2-6\log_2 x+8=0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-6t+8=0$, $(t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$

따라서 $\log_2 x=2$ 또는 $\log_2 x=4$이므로

$x=4$ 또는 $x=16$

438 답 $x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=27$

$\left(\log_3 \frac{x}{9}\right)(\log_3 3x)=4$에서

$(\log_3 x-2)(\log_3 x+1)-4=0$, $(\log_3 x)^2-\log_3 x-6=0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-t-6=0$, $(t+2)(t-3)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=3$

ㅊㅐㄱ1.indb 39 20. 5. 27. 오후 4:41

따라서 $\log_3 x=-2$ 또는 $\log_3 x=3$이므로

$x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=27$

439 답 $x=\frac{1}{32}$ 또는 $x=8$

$(\log_{\frac{1}{2}} x+1)(\log_{\frac{1}{2}} 8x)=12$에서
$(\log_{\frac{1}{2}} x+1)(\log_{\frac{1}{2}} x-3)-12=0$, $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2-2\log_{\frac{1}{2}} x-15=0$
$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면
$t^2-2t-15=0$, $(t+3)(t-5)=0$
$\therefore t=-3$ 또는 $t=5$
따라서 $\log_{\frac{1}{2}} x=-3$ 또는 $\log_{\frac{1}{2}} x=5$이므로

$x=\frac{1}{32}$ 또는 $x=8$

440 답 $x=\frac{\log 3-4\log 2}{2\log 3-\log 2}$

$3^{2x-1}=2^{x-4}$의 양변에 상용로그를 취하면
$\log 3^{2x-1}=\log 2^{x-4}$
$(2x-1)\log 3=(x-4)\log 2$
$(2\log 3-\log 2)x=\log 3-4\log 2$
$\therefore x=\frac{\log 3-4\log 2}{2\log 3-\log 2}$

441 답 $x=\frac{2\log 5+\log 2}{3\log 2-2\log 5}$

$2^{3x-1}=5^{2x+2}$의 양변에 상용로그를 취하면
$\log 2^{3x-1}=\log 5^{2x+2}$
$(3x-1)\log 2=(2x+2)\log 5$
$(3\log 2-2\log 5)x=2\log 5+\log 2$
$\therefore x=\frac{2\log 5+\log 2}{3\log 2-2\log 5}$

442 답 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=64$

$x^{\log_2 x}=64x^5$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면
$\log_2 x^{\log_2 x}=\log_2 64x^5$
$(\log_2 x)^2=\log_2 64+\log_2 x^5$, $(\log_2 x)^2-5\log_2 x-6=0$
$\log_2 x=t$로 놓으면
$t^2-5t-6=0$, $(t+1)(t-6)=0$
$\therefore t=-1$ 또는 $t=6$
따라서 $\log_2 x=-1$ 또는 $\log_2 x=6$이므로

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=64$

443 답 $x=3$ 또는 $x=81$

$x^{\log_3 x}=\frac{1}{81}x^5$의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x}=\log_3 \frac{1}{81}x^5$

$(\log_3 x)^2=\log_3 \frac{1}{81}+\log_3 x^5$, $(\log_3 x)^2-5\log_3 x+4=0$
$\log_3 x=t$로 놓으면
$t^2-5t+4=0$, $(t-1)(t-4)=0$
$\therefore t=1$ 또는 $t=4$
따라서 $\log_3 x=1$ 또는 $\log_3 x=4$이므로
$x=3$ 또는 $x=81$

444 답 $x=\frac{1}{125}$ 또는 $x=5$

$x^{\log_5 x}=\frac{125}{x^2}$의 양변에 밑이 5인 로그를 취하면

$\log_5 x^{\log_5 x}=\log_5 \frac{125}{x^2}$
$(\log_5 x)^2=\log_5 125-\log_5 x^2$, $(\log_5 x)^2+2\log_5 x-3=0$
$\log_5 x=t$로 놓으면
$t^2+2t-3=0$, $(t+3)(t-1)=0$
$\therefore t=-3$ 또는 $t=1$
따라서 $\log_5 x=-3$ 또는 $\log_5 x=1$이므로

$x=\frac{1}{125}$ 또는 $x=5$

445 답 $\frac{3}{2}<x<6$

진수의 조건에서 $2x-3>0$

$\therefore x>\frac{3}{2}$ …… ㉠

$\log_3(2x-3)<2$에서 $\log_3(2x-3)<\log_3 9$
밑이 1보다 크므로 $2x-3<9$
$\therefore x<6$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{3}{2}<x<6$

446 답 $-\frac{1}{3}<x<5$

진수의 조건에서 $3x+1>0$

$\therefore x>-\frac{1}{3}$ …… ㉠

$\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)>-4$에서 $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)>\log_{\frac{1}{2}} 16$
밑이 1보다 작으므로 $3x+1<16$
$\therefore x<5$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-\frac{1}{3}<x<5$

447 답 $3<x\le 5$
진수의 조건에서 $x>0$, $x-3>0$
$\therefore x>3$ …… ㉠
$\log x+\log(x-3)\le 1$에서 $\log x(x-3)\le \log 10$
밑이 1보다 크므로 $x(x-3)\le 10$
$x^2-3x-10\le 0$, $(x+2)(x-5)\le 0$

ㅊㅐㄱ1.indb 40 20. 5. 27. 오후 4:41

$\therefore -2\le x\le 5$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $3<x\le 5$

448 답 $x>1$

진수의 조건에서 $x+1>0$, $x+3>0$

$\therefore x>-1$ ...... ㉠

$\log_3(x+1)>\log_9(x+3)$에서

$\log_3(x+1)>\frac{1}{2}\log_3(x+3)$, $2\log_3(x+1)>\log_3(x+3)$

$\log_3(x+1)^2>\log_3(x+3)$

밑이 1보다 크므로 $(x+1)^2>x+3$

$x^2+x-2>0$, $(x+2)(x-1)>0$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>1$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x>1$

449 답 $\frac{5}{3}<x<2$ 또는 $x>3$

진수의 조건에서 $x-1>0$, $3x-5>0$

$\therefore x>\frac{5}{3}$ ...... ㉠

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)<\log_{\frac{1}{9}}(3x-5)$에서

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)<\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}(3x-5)$, $2\log_{\frac{1}{3}}(x-1)<\log_{\frac{1}{3}}(3x-5)$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)^2<\log_{\frac{1}{3}}(3x-5)$

밑이 1보다 작으므로 $(x-1)^2>3x-5$

$x^2-5x+6>0$, $(x-2)(x-3)>0$

$\therefore x<2$ 또는 $x>3$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{5}{3}<x<2$ 또는 $x>3$

450 답 $2<x<10$

진수의 조건에서 $x-2>0$, $x+6>0$

$\therefore x>2$ ...... ㉠

$\log_2(x-2)<1+\log_4(x+6)$에서

$\log_2(x-2)<\log_4(4x+24)$, $\log_2(x-2)<\frac{1}{2}\log_2(4x+24)$

$2\log_2(x-2)<\log_2(4x+24)$

$\log_2(x-2)^2<\log_2(4x+24)$

밑이 1보다 크므로 $(x-2)^2<4x+24$

$x^2-8x-20<0$, $(x+2)(x-10)<0$

$\therefore -2<x<10$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2<x<10$

451 답 $2<x<32$

진수의 조건에서 $x>0$, $x^2>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$(\log_2 x)^2-3\log_2 x^2+5<0$에서

$(\log_2 x)^2-6\log_2 x+5<0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-6t+5<0$, $(t-1)(t-5)<0$

$\therefore 1<t<5$

따라서 $1<\log_2 x<5$이고 밑이 1보다 크므로

$2<x<32$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2<x<32$

452 답 $0<x<\frac{1}{3}$ 또는 $x>27$

진수의 조건에서 $x>0$, $x^2>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$(\log_3 x)^2-\log_3 x^2>3$에서

$(\log_3 x)^2-2\log_3 x-3>0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-2t-3>0$, $(t+1)(t-3)>0$

$\therefore t<-1$ 또는 $t>3$

따라서 $\log_3 x<-1$ 또는 $\log_3 x>3$이고 밑이 1보다 크므로

$x<\frac{1}{3}$ 또는 $x>27$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<x<\frac{1}{3}$ 또는 $x>27$

453 답 $\frac{1}{32}<x<2$

진수의 조건에서 $x>0$, $x^2>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2-2\log_{\frac{1}{2}} x^2-5<0$에서

$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2-4\log_{\frac{1}{2}} x-5<0$

$\log_{\frac{1}{2}} x=t$로 놓으면

$t^2-4t-5<0$, $(t+1)(t-5)<0$

$\therefore -1<t<5$

따라서 $-1<\log_{\frac{1}{2}} x<5$이고 밑이 1보다 작으므로

$\frac{1}{32}<x<2$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{32}<x<2$

454 답 $0<x<\frac{1}{81}$ 또는 $x>3$

진수의 조건에서 $x>0$, $x^3>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$(\log_{\frac{1}{3}} x)^2+\log_3 x^3>4$에서

$(\log_{\frac{1}{3}} x)^2-3\log_{\frac{1}{3}} x-4>0$

$\log_{\frac{1}{3}} x=t$로 놓으면

$t^2-3t-4>0$, $(t+1)(t-4)>0$

$\therefore t<-1$ 또는 $t>4$

따라서 $\log_{\frac{1}{3}} x<-1$ 또는 $\log_{\frac{1}{3}} x>4$이고 밑이 1보다 작으므로

$x<\frac{1}{81}$ 또는 $x>3$ ...... ㉡

ㅊㅐㄱ1.indb 41 20. 5. 27. 오후 4:41

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<x<\frac{1}{81}$ 또는 $x>3$

455 답 $\frac{1}{5}<x<25$

진수의 조건에서 $\frac{x}{5}>0$, $x>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$\left(\log_5 \frac{x}{5}\right)(\log_5 x)<2$에서

$(\log_5 x-1)\log_5 x-2<0$, $(\log_5 x)^2-\log_5 x-2<0$

$\log_5 x=t$로 놓으면

$t^2-t-2<0$, $(t+1)(t-2)<0$

$\therefore -1<t<2$

따라서 $-1<\log_5 x<2$이고 밑이 1보다 크므로

$\frac{1}{5}<x<25$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{5}<x<25$

456 답 $\frac{1}{3}<x<27$

진수의 조건에서 $x>0$ ...... ㉠

양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x}<\log_3 27x^2$

$(\log_3 x)^2<\log_3 27+\log_3 x^2$, $(\log_3 x)^2-2\log_3 x-3<0$

$\log_3 x=t$로 놓으면

$t^2-2t-3<0$, $(t+1)(t-3)<0$

$\therefore -1<t<3$

따라서 $-1<\log_3 x<3$이고 밑이 1보다 크므로

$\frac{1}{3}<x<27$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{3}<x<27$

457 답 $0<x<2$ 또는 $x>32$

진수의 조건에서 $x>0$ ...... ㉠

$x^{\log_2 x}>\frac{1}{32}x^6$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 x^{\log_2 x}>\log_2 \frac{1}{32}x^6$

$(\log_2 x)^2>\log_2 \frac{1}{32}+\log_2 x^6$, $(\log_2 x)^2-6\log_2 x+5>0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2-6t+5>0$, $(t-1)(t-5)>0$

$\therefore t<1$ 또는 $t>5$

따라서 $\log_2 x<1$ 또는 $\log_2 x>5$이고 밑이 1보다 크므로

$x<2$ 또는 $x>32$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<x<2$ 또는 $x>32$

458 답 $\frac{1}{625}<x<5$

진수의 조건에서 $x>0$ ...... ㉠

$x^{\log_5 x}<\frac{625}{x^3}$의 양변에 밑이 5인 로그를 취하면

$\log_5 x^{\log_5 x}<\log_5 \frac{625}{x^3}$

$(\log_5 x)^2<\log_5 625-\log_5 x^3$, $(\log_5 x)^2+3\log_5 x-4<0$

$\log_5 x=t$로 놓으면

$t^2+3t-4<0$, $(t+4)(t-1)<0$

$\therefore -4<t<1$

따라서 $-4<\log_5 x<1$이고 밑이 1보다 크므로

$\frac{1}{625}<x<5$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{625}<x<5$

459 답 $1<x<9$

진수의 조건에서 $\log_3 x>0$, $x>0$

$\therefore x>1$ ...... ㉠

$\log_2(\log_3 x)<1$에서

$\log_2(\log_3 x)<\log_2 2$, $\log_3 x<2$

$\therefore x<9$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x<9$

460 답 $4<x<16$

진수의 조건에서 $\log_4 x>0$, $x>0$

$\therefore x>1$ ...... ㉠

$-1<\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x)<0$에서

$\log_{\frac{1}{2}} 2<\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x)<\log_{\frac{1}{2}} 1$

$1<\log_4 x<2$

$\therefore 4<x<16$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $4<x<16$

461 답 $\frac{1}{4}$ 또는 32

이차방정식 $x^2-2x\log_2 a+3\log_2 a+10=0$이 중근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-\log_2 a)^2-(3\log_2 a+10)=0$

$(\log_2 a)^2-3\log_2 a-10=0$

$\log_2 a=t$로 놓으면

$t^2-3t-10=0$, $(t+2)(t-5)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=5$

따라서 $\log_2 a=-2$ 또는 $\log_2 a=5$이므로

$a=\frac{1}{4}$ 또는 $a=32$

ㅊㅐㄱ1.indb 42 20. 5. 27. 오후 4:41

462 답 $0<a<3$ 또는 $a>27$

이차방정식 $x^2-2x\log_3 a+4\log_3 a-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-\log_3 a)^2-(4\log_3 a-3)>0$

$(\log_3 a)^2-4\log_3 a+3>0$

$\log_3 a=t$로 놓으면

$t^2-4t+3>0$, $(t-1)(t-3)>0$

$\therefore t<1$ 또는 $t>3$

따라서 $\log_3 a<1$ 또는 $\log_3 a>3$이고 $a>0$이므로

$0<a<3$ 또는 $a>27$

463 답 32

$(\log_2 x)^2-5\log_2 x-4=0$에서

$\log_2 x=t$로 놓으면 $t^2-5t-4=0$ …… ㉠

방정식 $(\log_2 x)^2-5\log_2 x-4=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 $\log_2 \alpha$, $\log_2 \beta$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2 \alpha+\log_2 \beta=5$, $\log_2 \alpha\beta=5$

$\therefore \alpha\beta=32$

464 답 81

$(\log_3 x)^2-4\log_3 x-6=0$에서

$\log_3 x=t$로 놓으면 $t^2-4t-6=0$ …… ㉠

방정식 $(\log_3 x)^2-4\log_3 x-6=0$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 $\log_3 \alpha$, $\log_3 \beta$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3 \alpha+\log_3 \beta=4$, $\log_3 \alpha\beta=4$

$\therefore \alpha\beta=81$

465 답 1600마리

배양을 시작한 지 40시간 후 미생물의 마리 수를 a라 하면

$40=10\log_2 \frac{a}{100}$, $4=\log_2 \frac{a}{100}$

$\frac{a}{100}=16$ $\quad\therefore a=1600$

따라서 배양을 시작한 지 40시간 후 미생물은 1600마리가 된다.

466 답 $\frac{99}{8}$

화재가 발생한 지 a분 후 실내의 온도가 730 ℃가 된다고 하면

$40+345\log(8a+1)=730$, $345\log(8a+1)=690$

$\log(8a+1)=2$, $8a+1=100$

$\therefore a=\frac{99}{8}$

467 답 2030년

2014년 매출액이 100억 원인 기업의 t년 후 매출액은

$100\times(1.05)^t$ (억 원)

t년 후 매출액이 처음으로 200억 원 이상이 된다고 하면

$100\times(1.05)^t\geq 200$

양변을 100으로 나누고 양변에 상용로그를 취하면

$t\log 1.05\geq\log 2$

$\therefore t\geq\frac{\log 2}{\log 1.05}=\frac{0.301}{0.02}=15.05$

따라서 매출액이 처음으로 200억 원 이상이 되는 것은 16년 후인 2030년이다.

468 답 7년

현재 감자 소비량을 a라 하면 t년 후 국내 감자 소비량은

$a\times\left(\frac{9}{10}\right)^t$

t년 후 국내 감자 소비량이 현재 감자 소비량의 $\frac{1}{2}$ 이하가 된다고 하면

$a\times\left(\frac{9}{10}\right)^t\leq\frac{1}{2}a$

양변을 a로 나누고 양변에 상용로그를 취하면

$\log\left(\frac{9}{10}\right)^t\leq\log\frac{1}{2}$, $t\log\frac{9}{10}\leq\log\frac{1}{2}$

$t(2\log 3-1)\leq-\log 2$

$\therefore t\geq\frac{-\log 2}{2\log 3-1}=\frac{-0.301}{2\times 0.477-1}=6.5\cdots$

따라서 처음으로 현재 감자 소비량의 $\frac{1}{2}$ 이하가 되는 것은 7년 후이다.

50쪽

중단원 #기출#교과서

469 3	470 ①	471 ④	472 20번
473 32	474 ③	475 $4<a<8$	476 3년

469

$3^x-3^{4-x}=24$에서 양변에 3^x을 곱하여 정리하면

$(3^x)^2-24\times 3^x-81=0$

$3^x=t\,(t>0)$로 놓으면

$t^2-24t-81=0$, $(t+3)(t-27)=0$

$\therefore t=27\,(\because t>0)$

따라서 $3^x=27$이므로 $x=3$

ㅊㅐㄱ1.indb 43 20. 5. 27. 오후 4:41

470

(i) $2^x-32>0$이고 $\frac{1}{3^x}-27>0$일 때

$2^x>32$이므로 $x>5$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x>\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$이므로 $x<-3$

$\therefore$ 해가 없다.

(ii) $2^x-32<0$이고 $\frac{1}{3^x}-27<0$일 때

$2^x<32$이므로 $x<5$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$이므로 $x>-3$

$\therefore -3<x<5$

(i), (ii)에서 $-3<x<5$

따라서 부등식을 만족시키는 정수 x는 -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4의 7개이다.

471

$4^{f(x)}-2^{1+f(x)}<8$에서

$2^{2f(x)}-2\times2^{f(x)}-8<0$, $(2^{f(x)}+2)(2^{f(x)}-4)<0$

$-2<2^{f(x)}<4$

$2^{f(x)}>0$이므로 $0<2^{f(x)}<2^2$

$\therefore f(x)<2$

$x^2-x-4<2$에서 $x^2-x-6<0$

$(x+2)(x-3)<0 \qquad \therefore -2<x<3$

따라서 부등식을 만족시키는 정수 x는 -1, 0, 1, 2의 4개이다.

472

처음 정수하기 전의 불순물의 양을 a라 하면 정수 작업을 t번 실행한 후 불순물의 양은

$a\times\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{4}}$

불순물의 양이 정수하기 전의 불순물의 양의 $\frac{1}{243}$이 된다고 하면

$a\times\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{4}}=\frac{1}{243}a$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{4}}=\left(\frac{1}{3}\right)^5 \qquad \therefore t=20$

따라서 불순물의 양이 정수하기 전의 불순물의 양의 $\frac{1}{243}$이 되려면 20번의 정수 작업을 해야 한다.

473

진수의 조건에서 $\frac{x}{2}>0$, $4x>0$

$\therefore x>0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\left(\log_2\frac{x}{2}\right)(\log_2 4x)=4$에서

$(\log_2 x-1)(\log_2 x+2)=4$, $(\log_2 x)^2+\log_2 x-6=0$

$\log_2 x=t$로 놓으면

$t^2+t-6=0$, $(t+3)(t-2)=0$

$\therefore t=-3$ 또는 $t=2$

따라서 $\log_2 x=-3$ 또는 $\log_2 x=2$이므로

$x=2^{-3}$ 또는 $x=2^2$

이것은 ㉠을 만족하므로 방정식의 서로 다른 두 실근이다.

$\therefore 64\alpha\beta=64\times2^{-3}\times2^2=64\times2^{-1}=32$

474

진수의 조건에서 $x+3>0$, $x-3>0$

$\therefore x>3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\log_4(x+3)-\log_2(x-3)\geq0$에서

$\log_4(x+3)\geq\log_4(x-3)^2$

밑이 1보다 크므로 $x+3\geq(x-3)^2$에서

$x^2-7x+6\leq0$, $(x-1)(x-6)\leq0$

$\therefore 1\leq x\leq6 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $3<x\leq6$

따라서 구하는 모든 자연수 x의 값의 합은

$4+5+6=15$

475

주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 이차방정식 $x^2+2x\log_2 a+5\log_2 a-6=0$의 판별식을 D라 할 때,

$\frac{D}{4}=(\log_2 a)^2-5\log_2 a+6<0$

$\log_2 a=t$로 놓으면

$t^2-5t+6<0$, $(t-2)(t-3)<0$

$\therefore 2<t<3$

따라서 $2<\log_2 a<3$이고 밑이 1보다 크므로

$4<a<8$

476

올해 이 기업의 자기 자본을 A원이라 하면 t년 후의 부채는

$3A\left(1-\frac{2}{10}\right)^t=3A\times0.8^t$(원)

t년 후의 자기 자본은

$A\left(1+\frac{2}{10}\right)^t=A\times1.2^t$(원)

이때 자기 자본이 부채보다 많아지려면

$3A\times0.8^t<A\times1.2^t$, $3\times0.8^t<1.2^t$

양변에 상용로그를 취하면

$\log 3+t\log 0.8<t\log 1.2$

$t(\log 1.2-\log 0.8)>\log 3$

$t\log\frac{3}{2}>\log 3$, $t(\log 3-\log 2)>\log 3$

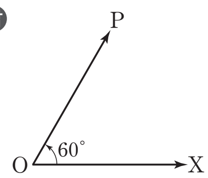
$\therefore t>\frac{\log 3}{\log 3-\log 2}=\frac{0.477}{0.477-0.301}=2.7\cdots$

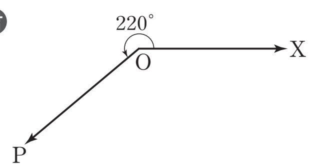
따라서 자기 자본이 처음으로 부채보다 많아지는 해는 올해로부터 3년 후이다.

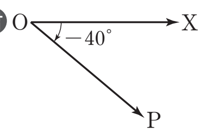
초녀ㄱ1.indb 44 20. 5. 27. 오후 4:41

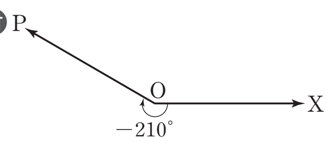
II. 삼각함수

5 삼각함수 52 ~ 61쪽

001 답


002 답


003 답


004 답


005 답 $\mathbf{360° \times n+30°}$

006 답 $\mathbf{360° \times n+110°}$

007 답 $\mathbf{360° \times n+290°}$

008 답 $\mathbf{360° \times n+60°}$

$420° = 360° \times 1 + 60°$이므로

$360° \times n + 60°$

009 답 $\mathbf{360° \times n+190°}$

$910° = 360° \times 2 + 190°$이므로

$360° \times n + 190°$

010 답 $\mathbf{360° \times n+130°}$

$-950° = 360° \times (-3) + 130°$이므로

$360° \times n + 130°$

011 답 $\mathbf{360° \times n+300°}$

$-1500° = 360° \times (-5) + 300°$이므로

$360° \times n + 300°$

012 답 **제2사분면**

$460° = 360° \times 1 + 100°$

따라서 $460°$는 제2사분면의 각이다.

013 답 **제1사분면**

$730° = 360° \times 2 + 10°$

따라서 $730°$는 제1사분면의 각이다.

014 답 **제3사분면**

$1330° = 360° \times 3 + 250°$

따라서 $1330°$는 제3사분면의 각이다.

015 답 **제2사분면**

$-550° = 360° \times (-2) + 170°$

따라서 $-550°$는 제2사분면의 각이다.

016 답 **제3사분면**

$-870° = 360° \times (-3) + 210°$

따라서 $-870°$는 제3사분면의 각이다.

017 답 **제4사분면**

$-1150° = 360° \times (-4) + 290°$

따라서 $-1150°$는 제4사분면의 각이다

018 답 $\boldsymbol{\frac{\pi}{5}}$

$36° = 36 \times 1° = 36 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{5}$

019 답 $\boldsymbol{\frac{3}{4}\pi}$

$135° = 135 \times 1° = 135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{3}{4}\pi$

020 답 $\boldsymbol{\frac{7}{6}\pi}$

$210° = 210 \times 1° = 210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7}{6}\pi$

021 답 $\boldsymbol{-\frac{5}{6}\pi}$

$-150° = -150 \times 1° = -150 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{5}{6}\pi$

022 답 $\boldsymbol{-\frac{17}{12}\pi}$

$-255° = -255 \times 1° = -255 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{17}{12}\pi$

ㅊㅐㄱ1.indb 45 20. 5. 27. 오후 4:41

023 답 $-\frac{8}{3}\pi$

$-480^\circ=-480\times1^\circ=-480\times\frac{\pi}{180}=-\frac{8}{3}\pi$

024 답 90°

$\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}\times\frac{180^\circ}{\pi}=90^\circ$

025 답 144°

$\frac{4}{5}\pi=\frac{4}{5}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=144^\circ$

026 답 330°

$\frac{11}{6}\pi=\frac{11}{6}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=330^\circ$

027 답 -135°

$-\frac{3}{4}\pi=-\frac{3}{4}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=-135^\circ$

028 답 -200°

$-\frac{10}{9}\pi=-\frac{10}{9}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=-200^\circ$

029 답 -900°

$-5\pi=-5\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=-900^\circ$

030 답 $2n\pi+\pi$

$7\pi=2\pi\times3+\pi$이므로

$2n\pi+\pi$

031 답 $2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

$\frac{11}{4}\pi=2\pi\times1+\frac{3}{4}\pi$이므로

$2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

032 답 $2n\pi+\frac{\pi}{3}$

$\frac{13}{3}\pi=2\pi\times2+\frac{\pi}{3}$이므로

$2n\pi+\frac{\pi}{3}$

033 답 $2n\pi+\frac{11}{6}\pi$

$-\frac{\pi}{6}=2\pi\times(-1)+\frac{11}{6}\pi$이므로

$2n\pi+\frac{11}{6}\pi$

034 답 $2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

$-\frac{5}{4}\pi=2\pi\times(-1)+\frac{3}{4}\pi$이므로

$2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

035 답 $2n\pi+\pi$

$-9\pi=2\pi\times(-5)+\pi$이므로

$2n\pi+\pi$

036 답 72°

각 θ를 나타내는 동경과 각 6θ를 나타내는 동경이 일치하므로

$6\theta-\theta=360^\circ\times n$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=72^\circ\times n$ ...... ㉠

$0^\circ<\theta<90^\circ$에서 $0^\circ<72^\circ\times n<90^\circ$이므로

$0<n<\frac{5}{4}$ $\therefore\ n=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $\theta=72^\circ$

037 답 225°

각 θ를 나타내는 동경과 각 5θ를 나타내는 동경이 원점에 대하여 대칭이므로

$5\theta-\theta=360^\circ\times n+180^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=90^\circ\times n+45^\circ$ ...... ㉠

$180^\circ<\theta<270^\circ$에서 $180^\circ<90^\circ\times n+45^\circ<270^\circ$이므로

$\frac{3}{2}<n<\frac{5}{2}$ $\therefore\ n=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $\theta=225^\circ$

038 답 288°

각 θ를 나타내는 동경과 각 4θ를 나타내는 동경이 x축에 대하여 대칭이므로

$\theta+4\theta=360^\circ\times n$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=72^\circ\times n$ ...... ㉠

$270^\circ<\theta<360^\circ$에서 $270^\circ<72^\circ\times n<360^\circ$이므로

$\frac{15}{4}<n<5$ $\therefore\ n=4$

이것을 ㉠에 대입하면 $\theta=288^\circ$

039 답 150°

각 θ를 나타내는 동경과 각 2θ를 나타내는 동경이 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로

$\theta+2\theta=360^\circ\times n+90^\circ$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=120^\circ\times n+30^\circ$ ...... ㉠

$90^\circ<\theta<180^\circ$에서 $90^\circ<120^\circ\times n+30^\circ<180^\circ$이므로

$\frac{1}{2}<n<\frac{5}{4}$ $\therefore\ n=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $\theta=150^\circ$

ㅊㅐㄱ1.indb 46 20. 5. 27. 오후 4:41

040 답 $l=2\pi$, $S=4\pi$

$l=4\times\frac{\pi}{2}=2\pi$, $S=\frac{1}{2}\times4\times2\pi=4\pi$

041 답 $l=4\pi$, $S=10\pi$

$144^\circ=\frac{4}{5}\pi$이므로

$l=5\times\frac{4}{5}\pi=4\pi$, $S=\frac{1}{2}\times5\times4\pi=10\pi$

042 답 $l=\frac{15}{2}\pi$, $S=\frac{75}{2}\pi$

$l=10\times\frac{3}{4}\pi=\frac{15}{2}\pi$, $S=\frac{1}{2}\times10\times\frac{15}{2}\pi=\frac{75}{2}\pi$

043 답 $r=3$, $S=\frac{3}{2}\pi$

$r\times\frac{\pi}{3}=\pi$이므로 $r=3$

$\therefore S=\frac{1}{2}\times3\times\pi=\frac{3}{2}\pi$

044 답 $r=6$, $S=15\pi$

$150^\circ=\frac{5}{6}\pi$이고 $r\times\frac{5}{6}\pi=5\pi$이므로 $r=6$

$\therefore S=\frac{1}{2}\times6\times5\pi=15\pi$

045 답 $r=4$, $S=\frac{14}{3}\pi$

$r\times\frac{7}{12}\pi=\frac{7}{3}\pi$이므로 $r=4$

$\therefore S=\frac{1}{2}\times4\times\frac{7}{3}\pi=\frac{14}{3}\pi$

046 답 $\theta=\frac{10}{9}\pi$, $l=\frac{10}{3}\pi$

$\frac{1}{2}\times3\times l=5\pi$이므로 $l=\frac{10}{3}\pi$

$3\times\theta=\frac{10}{3}\pi$이므로 $\theta=\frac{10}{9}\pi$

047 답 $\theta=\frac{4}{9}\pi$, $l=4\pi$

$\frac{1}{2}\times9\times l=18\pi$이므로 $l=4\pi$

$9\times\theta=4\pi$이므로 $\theta=\frac{4}{9}\pi$

048 답 $r=12$, $\theta=\frac{\pi}{9}$

$\frac{1}{2}\times r\times\frac{4}{3}\pi=8\pi$이므로 $r=12$

$12\times\theta=\frac{4}{3}\pi$이므로 $\theta=\frac{\pi}{9}$

049 답 $r=5$, $\theta=\frac{5}{3}\pi$

$\frac{1}{2}\times r\times\frac{25}{3}\pi=\frac{125}{6}\pi$이므로 $r=5$

$5\times\theta=\frac{25}{3}\pi$이므로 $\theta=\frac{5}{3}\pi$

050 답 $r=1$, $l=\frac{3}{2}\pi$

$270^\circ=\frac{3}{2}\pi$이고 $\frac{1}{2}\times r^2\times\frac{3}{2}\pi=\frac{3}{4}\pi$이므로 $r^2=1$

$\therefore r=1\ (\because r>0)$ $\qquad \therefore l=1\times\frac{3}{2}\pi=\frac{3}{2}\pi$

051 답 $r=2$, $l=\frac{20}{11}\pi$

$\frac{1}{2}\times r^2\times\frac{10}{11}\pi=\frac{20}{11}\pi$이므로 $r^2=4$ $\qquad \therefore r=2\ (\because r>0)$

$\therefore l=2\times\frac{10}{11}\pi=\frac{20}{11}\pi$

052 답 최댓값: 4, 반지름의 길이: 2

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 8이므로

$2r+l=8$ $\qquad \therefore l=8-2r$

이때 $8-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<4$

부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(8-2r)=4r-r^2=-(r-2)^2+4$

따라서 반지름의 길이가 2일 때 부채꼴의 넓이는 4로 최대이다.

053 답 최댓값: $\frac{49}{4}$, 반지름의 길이: $\frac{7}{2}$

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 14이므로

$2r+l=14$ $\qquad \therefore l=14-2r$

이때 $14-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<7$

부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(14-2r)=7r-r^2=-\left(r-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{49}{4}$

따라서 반지름의 길이가 $\frac{7}{2}$일 때 부채꼴의 넓이는 $\frac{49}{4}$로 최대이다.

054 답 최댓값: 25, 반지름의 길이: 5

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 20이므로

$2r+l=20$ $\qquad \therefore l=20-2r$

초내기1.indb 47 20. 5. 27. 오후 4:41

이때 $20-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<10$

부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(20-2r)=10r-r^2=-(r-5)^2+25$

따라서 반지름의 길이가 5일 때 부채꼴의 넓이는 25로 최대이다.

055 답 **최댓값: $\frac{225}{4}$, 반지름의 길이: $\frac{15}{2}$**

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 30이므로

$2r+l=30 \qquad \therefore l=30-2r$

이때 $30-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<15$

부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(30-2r)=15r-r^2=-\left(r-\frac{15}{2}\right)^2+\frac{225}{4}$

따라서 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$일 때 부채꼴의 넓이는 $\frac{225}{4}$로 최대이다.

056 답 **최댓값: 121, 반지름의 길이: 11**

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 44이므로

$2r+l=44 \qquad \therefore l=44-2r$

이때 $44-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<22$

부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(44-2r)=22r-r^2=-(r-11)^2+121$

따라서 반지름의 길이가 11일 때 부채꼴의 넓이는 121로 최대이다.

057 답 **$\sin\theta=\frac{12}{13}$, $\cos\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{12}{5}$**

$\overline{OP}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이므로

$\sin\theta=\frac{12}{13}$, $\cos\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{12}{5}$

058 답 **$\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\cos\theta=\frac{4}{5}$, $\tan\theta=-\frac{3}{4}$**

$\overline{OP}=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$이므로

$\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\cos\theta=\frac{4}{5}$, $\tan\theta=-\frac{3}{4}$

059 답 **$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$**

$\overline{OP}=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=2$이므로

$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

060 답 **$\sin\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos\theta=\frac{1}{3}$, $\tan\theta=-2\sqrt{2}$**

$\overline{OP}=\sqrt{1^2+(-2\sqrt{2})^2}=3$이므로

$\sin\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos\theta=\frac{1}{3}$, $\tan\theta=-2\sqrt{2}$

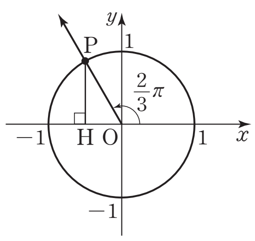
061 답 **$\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=1$**

$\overline{OP}=\sqrt{(-\sqrt{2})^2+(-\sqrt{2})^2}=2$이므로

$\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=1$

062 답 **$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$**

오른쪽 그림과 같이 $\theta=\frac{2}{3}\pi$를 나타내는 동경과 반지름의 길이가 1인 원의 교점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=\overline{OP}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

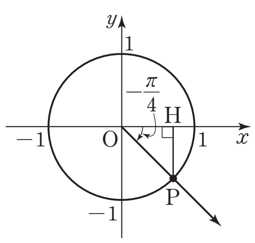
$\overline{OH}=\overline{OP}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이므로

$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

063 답 **$\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$**

오른쪽 그림과 같이 $\theta=-\frac{\pi}{4}$를 나타내는 동경과 반지름의 길이가 1인 원의 교점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=\overline{OP}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

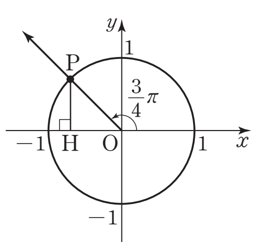
$\overline{OH}=\overline{OP}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$이므로

$\sin\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$

064 답 **$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$**

오른쪽 그림과 같이 $\theta=\frac{3}{4}\pi$를 나타내는 동경과 반지름의 길이가 1인 원의 교점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=\overline{OP}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\overline{OH}=\overline{OP}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

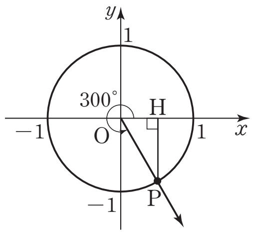
ㅊㅐㄱ1.indb 48 20. 5. 27. 오후 4:41

따라서 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$이므로

$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\theta=-1$

065 답 $\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 $\theta=300^\circ$를 나타내는 동경과 반지름의 길이가 1인 원의 교점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=\overline{OP}\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

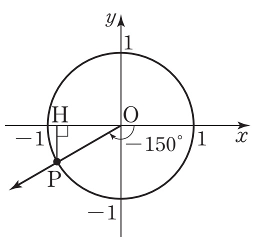
$\overline{OH}=\overline{OP}\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이므로

$\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

066 답 $\sin\theta=-\frac{1}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$

오른쪽 그림과 같이 $\theta=-150^\circ$를 나타내는 동경과 반지름의 길이가 1인 원의 교점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=\overline{OP}\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

$\overline{OH}=\overline{OP}\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$이므로

$\sin\theta=-\frac{1}{2}$, $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$

067 답 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

$\theta=\frac{8}{9}\pi$는 제2사분면의 각이므로

$\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

068 답 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

$\theta=\frac{13}{6}\pi=2\pi\times1+\frac{\pi}{6}$에서 θ는 제1사분면의 각이므로

$\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta>0$

069 답 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

$\theta=-\frac{3}{5}\pi=2\pi\times(-1)+\frac{7}{5}\pi$에서 θ는 제3사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

070 답 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

$\theta=-\frac{7}{3}\pi=2\pi\times(-2)+\frac{5}{3}\pi$에서 θ는 제4사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

071 답 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

$\theta=530^\circ=360^\circ\times1+170^\circ$에서 θ는 제2사분면의 각이므로

$\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

072 답 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

$\theta=-750^\circ=360^\circ\times(-3)+330^\circ$에서 θ는 제4사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

073 답 **제3사분면**

074 답 **제1사분면 또는 제3사분면**

$\sin\theta\cos\theta>0$에서

$\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$ 또는 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$

$\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$이면 θ는 제1사분면의 각이고

$\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$이면 θ는 제3사분면의 각이므로

θ는 제1사분면 또는 제3사분면의 각이다.

075 답 **제2사분면 또는 제3사분면**

$\frac{\tan\theta}{\sin\theta}<0$에서

$\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$ 또는 $\sin\theta<0$, $\tan\theta>0$

$\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$이면 θ는 제2사분면의 각이고

$\sin\theta<0$, $\tan\theta>0$이면 θ는 제3사분면의 각이므로

θ는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.

076 답 $\tan\theta$

θ는 제2사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$

따라서 $\sin\theta-\tan\theta>0$이므로

$\sqrt{\sin^2\theta}-\sqrt{(\sin\theta-\tan\theta)^2}$

$=|\sin\theta|-|\sin\theta-\tan\theta|$

$=\sin\theta-(\sin\theta-\tan\theta)=\tan\theta$

077 답 $\tan\theta$

θ는 제2사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

따라서 $\cos\theta+\tan\theta<0$이므로

$|\cos\theta|-\sqrt{(\cos\theta+\tan\theta)^2}$

$=-\cos\theta-|\cos\theta+\tan\theta|$

$=-\cos\theta-(-\cos\theta-\tan\theta)$

$=\tan\theta$

078 답 $-\cos\theta$

θ는 제2사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta<0$

따라서 $\sin\theta-\cos\theta>0$, $\sin\theta-\tan\theta>0$이므로

ㅊㅐㄱ1.indb 49 20. 5. 27. 오후 4:41

$|\sin\theta-\cos\theta|-\sqrt{(\sin\theta-\tan\theta)^2}+|\tan\theta|$

$=\sin\theta-\cos\theta-|\sin\theta-\tan\theta|+(-\tan\theta)$

$=\sin\theta-\cos\theta-(\sin\theta-\tan\theta)-\tan\theta$

$=-\cos\theta$

079 답 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$, $\tan\theta=-\sqrt{3}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

그런데 θ는 제2사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$

$\therefore \cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3}$

080 답 $\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\tan\theta=\frac{3}{4}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

그런데 θ는 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$

081 답 $\sin\theta=\frac{12}{13}$, $\tan\theta=\frac{12}{5}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$

그런데 θ는 제1사분면의 각이므로 $\sin\theta>0$

$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{144}{169}}=\frac{12}{13}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}=\frac{12}{5}$

082 답 $\cos\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$

그런데 θ는 제4사분면의 각이므로 $\cos\theta>0$

$\therefore \cos\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=-\frac{1}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

083 답 2

$(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$

$=(\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$+(\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=(1+2\sin\theta\cos\theta)+(1-2\sin\theta\cos\theta)$

$=2$

084 답 1

$\cos\theta\tan\theta+\frac{\cos^2\theta}{1+\sin\theta}=\cos\theta\times\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{1-\sin^2\theta}{1+\sin\theta}$

$=\sin\theta+\frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{1+\sin\theta}$

$=\sin\theta+1-\sin\theta$

$=1$

085 답 $\frac{2}{\cos\theta}$

$\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$

$=\frac{\cos\theta(1+\sin\theta)+\cos\theta(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}$

$=\frac{\cos\theta+\cos\theta\sin\theta+\cos\theta-\cos\theta\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$

$=\frac{2\cos\theta}{\cos^2\theta}$

$=\frac{2}{\cos\theta}$

086 답 2

$\frac{1-\cos^4\theta}{\sin^2\theta}+\sin^2\theta=\frac{(1+\cos^2\theta)(1-\cos^2\theta)}{1-\cos^2\theta}+\sin^2\theta$

$=1+\cos^2\theta+\sin^2\theta$

$=2$

087 답 $-\frac{4}{9}$

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$ $\quad\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{4}{9}$

088 답 $\pm\frac{\sqrt{17}}{3}$

$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1-2\sin\theta\cos\theta=1-2\times\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{17}{9}$

ㅊㅐㄱ1.indb 50 20. 5. 27. 오후 4:41

$\therefore \sin\theta-\cos\theta=\pm\sqrt{\frac{17}{9}}=\pm\frac{\sqrt{17}}{3}$

089 답 $\pm\frac{\sqrt{17}}{9}$

$\sin^2\theta-\cos^2\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin\theta-\cos\theta)$

$=\frac{1}{3}\times\left(\pm\frac{\sqrt{17}}{3}\right)=\pm\frac{\sqrt{17}}{9}$

090 답 $-\frac{9}{4}$

$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$

$=\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}=\frac{1}{-\frac{4}{9}}=-\frac{9}{4}$

091 답 $\frac{13}{27}$

$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)$

$=\frac{1}{3}\times\left\{1-\left(-\frac{4}{9}\right)\right\}=\frac{13}{27}$

092 답 $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1+2\sin\theta\cos\theta=1+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

이때 θ는 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta+\cos\theta<0$

$\therefore \sin\theta+\cos\theta=-\sqrt{\frac{3}{2}}=-\frac{\sqrt{6}}{2}$

093 답 $\frac{\sqrt{35}}{5}$

$(\cos\theta-\sin\theta)^2=\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\sin^2\theta$

$=1-2\sin\theta\cos\theta=1-2\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{7}{5}$

이때 θ는 제4사분면의 각이므로 $\cos\theta-\sin\theta>0$

$\therefore \cos\theta-\sin\theta=\sqrt{\frac{7}{5}}=\frac{\sqrt{35}}{5}$

094 답 $\frac{4}{3}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{3}$ ······ ㉠

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{a}{3}$ ······ ㉡

㉠의 양변을 제곱하면 $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$ ······ ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$1+2\times\left(-\frac{a}{3}\right)=\frac{1}{9}$ $\therefore a=\frac{4}{3}$

095 답 $\frac{15}{8}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{4}$ ······ ㉠

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{a}{4}$ ······ ㉡

㉠의 양변을 제곱하면 $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{16}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{16}$ ······ ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$1+2\times\left(-\frac{a}{4}\right)=\frac{1}{16}$ $\therefore a=\frac{15}{8}$

096 답 $-\frac{8}{3}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$ ······ ㉠

$\sin\theta\cos\theta=\frac{a}{6}$ ······ ㉡

㉠의 양변을 제곱하면 $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$ ······ ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$1+2\times\frac{a}{6}=\frac{1}{9}$ $\therefore a=-\frac{8}{3}$

중단원 #기출#교과서 61쪽

097

육십분법	$-320°$	$-252°$	$140°$	$1440°$
호도법	$-\frac{16}{9}\pi$	$-\frac{7}{5}\pi$	$\frac{7}{9}\pi$	8π

098 ④ **099** 4 **100** ④ **101** ④

102 3 **103** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **104** 1

097

$-320°=-320\times1°=-320\times\frac{\pi}{180}=-\frac{16}{9}\pi$

$-\frac{7}{5}\pi=-\frac{7}{5}\pi\times\frac{180°}{\pi}=-252°$

$140°=140\times1°=140\times\frac{\pi}{180}=\frac{7}{9}\pi$

$8\pi=8\pi\times\frac{180°}{\pi}=1440°$

ㅊㅐㄱ1.indb 51 20. 5. 27. 오후 4:41

098

부채꼴의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{1}{2}\times r^2\times 2=36$, $r^2=36$ $\quad\therefore r=6\ (\because r>0)$

따라서 부채꼴의 호의 길이는 $6\times 2=12$

099

$\overline{OP}=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin\theta=-\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\tan\theta=-2$

$\therefore 5\sin\theta\cos\theta\tan\theta=5\times\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times(-2)=4$

100

(i) $\sin\theta\tan\theta<0$에서

$\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$ 또는 $\sin\theta<0$, $\tan\theta>0$

$\sin\theta>0$, $\tan\theta<0$이면 θ는 제2사분면의 각이고

$\sin\theta<0$, $\tan\theta>0$이면 θ는 제3사분면의 각이므로

θ는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.

(ii) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}>0$에서

$\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$ 또는 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$

$\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$이면 θ는 제1사분면의 각이고

$\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$이면 θ는 제3사분면의 각이므로

θ는 제1사분면 또는 제3사분면의 각이다.

(i), (ii)에서 θ는 제3사분면의 각이므로 θ의 값이 될 수 있는 것은 $\frac{5}{4}\pi$이다.

101

θ는 제4사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$

따라서 $\sin\theta-\cos\theta<0$이므로

$|\sin\theta-\cos\theta|-\tan\theta-|\sin\theta|+\sqrt{4\cos^2\theta}-|\tan\theta|$

$=(-\sin\theta+\cos\theta)-\tan\theta-(-\sin\theta)+2|\cos\theta|-(-\tan\theta)$

$=-\sin\theta+\cos\theta-\tan\theta+\sin\theta+2\cos\theta+\tan\theta$

$=3\cos\theta$

102

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$ $\quad\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{3}{8}$

$\therefore 8\sin\theta\cos\theta=8\times\frac{3}{8}=3$

103

$\sin^4\theta-\cos^4\theta=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)(\sin^2\theta-\cos^2\theta)$

$=\sin^2\theta-\cos^2\theta=\frac{1}{3}$ …… ㉠

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에서 $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$(1-\cos^2\theta)-\cos^2\theta=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore \cos^2\theta=\frac{1}{3}$

$\cos^2\theta=\frac{1}{3}$을 ㉡에 대입하면 $\sin^2\theta=\frac{2}{3}$

θ가 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\sqrt{\frac{2}{3}}=-\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{\sqrt{6}}{3}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}$

104

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}a}{3}$ …… ㉠

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{a}{3}$ …… ㉡

㉠의 양변을 제곱하면 $\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{a^2}{3}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{a^2}{3}$ …… ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$1+2\times\left(-\frac{a}{3}\right)=\frac{a^2}{3}$

$a^2+2a-3=0$, $(a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=1\ (\because a>0)$

ㅊㅐㄱ1.indb 52 20. 5. 27. 오후 4:41

Ⅱ. 삼각함수

6 삼각함수의 그래프 62 ~ 74쪽

105 답 ○

106 답 ○

107 답 ×
$\sin(-x)=-\sin x$이므로 함수 $y=\sin x$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

108 답 ×
치역이 $\{y \mid -1\le y\le 1\}$이므로 최댓값은 1, 최솟값은 -1이다.

109 답 ×
함수 $y=\sin x$는 주기가 2π인 주기함수이다.

110 답 ×
함수 $y=\cos x$의 정의역은 실수 전체의 집합이다.

111 답 ×
함수 $y=\cos x$의 치역은 $\{y \mid -1\le y\le 1\}$이다.

112 답 ○

113 답 ○

114 답 ×
함수 $y=\cos x$의 그래프는 함수 $y=\sin x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것과 같다.

115 답 ×
함수 $y=\tan x$의 정의역은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

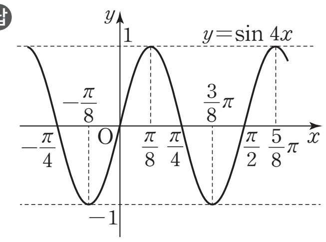
116 답 ○

117 답 ○

118 답 ×
함수 $y=\tan x$는 주기가 π인 주기함수이다.

119 답 ○

120 답

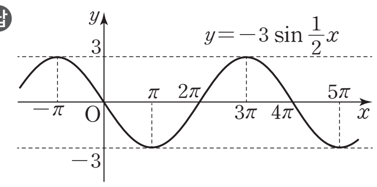


최댓값: 1
최솟값: -1
주기: $\frac{\pi}{2}$

$-1\le \sin 4x\le 1$이므로 최댓값은 1, 최솟값은 -1이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$이다.

121 답



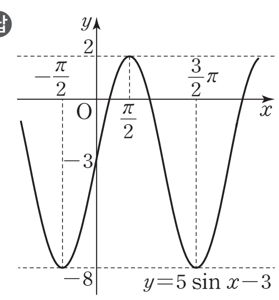
최댓값: 3
최솟값: -3
주기: 4π

$-3\le 3\sin\frac{1}{2}x\le 3$에서 $-3\le -3\sin\frac{1}{2}x\le 3$이므로 최댓값은 3, 최솟값은 -3이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$이다.

이때 함수 $y=-3\sin\frac{1}{2}x$의 그래프는 함수 $y=3\sin\frac{1}{2}x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.

122 답



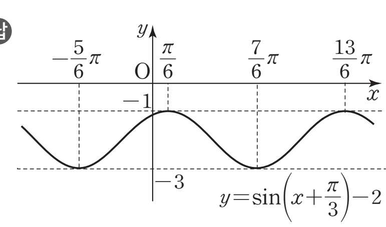
최댓값: 2
최솟값: -8
주기: 2π

$-5\le 5\sin x\le 5$에서 $-8\le 5\sin x-3\le 2$이므로 최댓값은 2, 최솟값은 -8이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{1}=2\pi$이다.

이때 함수 $y=5\sin x-3$의 그래프는 함수 $y=5\sin x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

123 답



최댓값: -1
최솟값: -3
주기: 2π

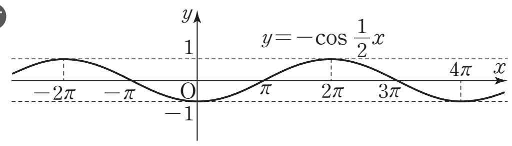
$-1\le \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\le 1$에서 $-3\le \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-2\le -1$이므로 최댓값은 -1, 최솟값은 -3이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{1}=2\pi$이다.

ㅊㅐㄱ1.indb 53 20. 5. 27. 오후 4:41

이때 함수 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-2$의 그래프는 함수 $y=\sin x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{3}$만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

124 답



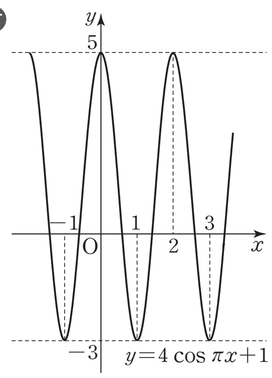
최댓값: 1, 최솟값: -1, 주기: 4π

$-1\le\cos\frac{1}{2}x\le1$에서 $-1\le-\cos\frac{1}{2}x\le1$이므로 최댓값은 1, 최솟값은 -1이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$이다.

이때 함수 $y=-\cos\frac{1}{2}x$의 그래프는 함수 $y=\cos\frac{1}{2}x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.

125 답



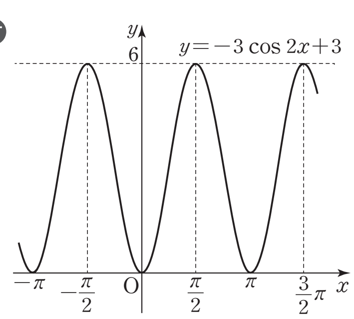
최댓값: 5
최솟값: -3
주기: 2

$-4\le4\cos\pi x\le4$에서 $-3\le4\cos\pi x+1\le5$이므로 최댓값은 5, 최솟값은 -3이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{\pi}=2$이다.

이때 함수 $y=4\cos\pi x+1$의 그래프는 함수 $y=4\cos\pi x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

126 답



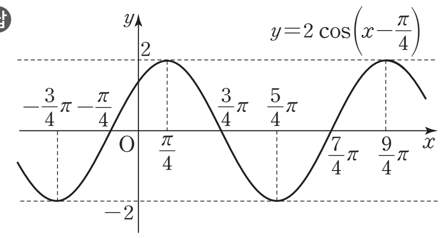
최댓값: 6
최솟값: 0
주기: π

$-3\le3\cos2x\le3$에서 $0\le-3\cos2x+3\le6$이므로 최댓값은 6, 최솟값은 0이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{2}=\pi$이다.

이때 함수 $y=-3\cos2x+3$의 그래프는 함수 $y=3\cos2x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

127 답



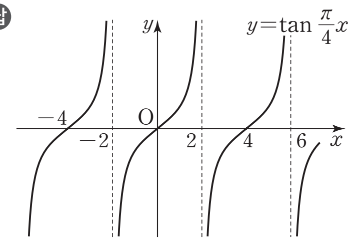
최댓값: 2
최솟값: -2
주기: 2π

$-2\le2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le2$이므로 최댓값은 2, 최솟값은 -2이다.

또한 주기는 $\frac{2\pi}{1}=2\pi$이다.

이때 함수 $y=2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$의 그래프는 함수 $y=2\cos x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{4}$만큼 평행이동한 것이다.

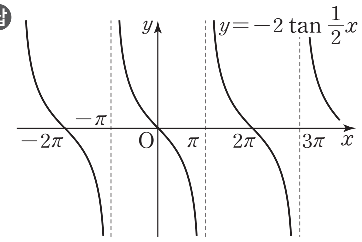
128 답



주기: 4

주기는 $\frac{\pi}{\frac{\pi}{4}}=4$

129 답

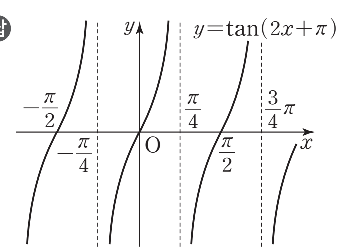


주기: 2π

주기는 $\frac{\pi}{\frac{1}{2}}=2\pi$

이때 함수 $y=-2\tan\frac{1}{2}x$의 그래프는 함수 $y=2\tan\frac{1}{2}x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.

130 답



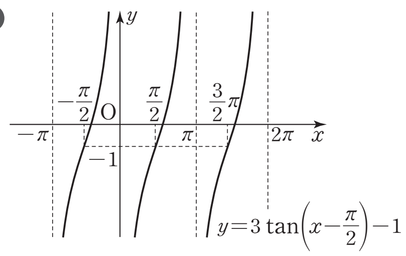
주기: $\frac{\pi}{2}$

ㅊㅐㄱ1.indb 54 20. 5. 27. 오후 4:41

주기는 $\frac{\pi}{2}$

이때 함수 $y=\tan(2x+\pi)=\tan 2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$의 그래프는 함수 $y=\tan 2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것이다.

131 답



주기: π

주기는 $\frac{\pi}{1}=\pi$

이때 함수 $y=3\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-1$의 그래프는 함수 $y=3\tan x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

132 답 $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (단, n은 정수)

$y=\tan\frac{1}{3}x$의 그래프의 점근선의 방정식은

$\frac{1}{3}x=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서 $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (단, n은 정수)

133 답 $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (단, n은 정수)

$y=2\tan 4x$의 그래프의 점근선의 방정식은

$4x=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서 $x=\frac{n}{4}\pi+\frac{\pi}{8}$ (단, n은 정수)

134 답 $x=n\pi+\frac{\pi}{6}$ (단, n은 정수)

$y=\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$의 그래프의 점근선의 방정식은

$x+\frac{\pi}{3}=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서 $x=n\pi+\frac{\pi}{6}$ (단, n은 정수)

135 답 $x=n\pi+\frac{2}{3}\pi$ (단, n은 정수)

$y=-3\tan\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$의 그래프의 점근선의 방정식은

$x-\frac{\pi}{6}=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서 $x=n\pi+\frac{2}{3}\pi$ (단, n은 정수)

136 답 $a=2,\ b=2,\ c=3$

최솟값이 1이고 $a>0$이므로 $-a+c=1$ …… ㉠

주기가 π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore f(x)=a\sin 2x+c$

$f(0)=3$이므로 $a\sin 0+c=3$ $\quad\therefore c=3$

$c=3$을 ㉠에 대입하면 $a=2$

137 답 $a=1,\ b=\frac{1}{2},\ c=1$

최댓값이 2이고 $a>0$이므로 $a+c=2$ …… ㉠

주기가 4π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=4\pi$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=a\cos\frac{1}{2}x+c$

$f(\pi)=1$이므로 $a\cos\frac{\pi}{2}+c=1$ $\quad\therefore c=1$

$c=1$을 ㉠에 대입하면 $a=1$

138 답 $a=1,\ b=2,\ c=-3$

최댓값이 4이고 $a>0$이므로 $a-c=4$ …… ㉠

주기가 π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore f(x)=a\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-c$

$f\left(\frac{5}{8}\pi\right)=2$이므로 $a\sin\frac{3}{2}\pi-c=2$

$\therefore -a-c=2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1,\ c=-3$

139 답 $a=3,\ b=\frac{1}{2},\ c=-\sqrt{3}$

주기가 $\frac{\pi}{2}$이고 $b>0$이므로 $\frac{\pi}{\frac{1}{b}}=b\pi=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=a\tan\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+c$

$f(0)=-2\sqrt{3}$이므로 $a\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)+c=-2\sqrt{3}$

$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{3}a+c=-2\sqrt{3}$ …… ㉠

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$이므로 $a\tan\frac{\pi}{6}+c=0$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}a+c=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ c=-\sqrt{3}$

140 답 $a=2,\ b=\frac{1}{2},\ c=2$

주기가 4π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=4\pi$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$

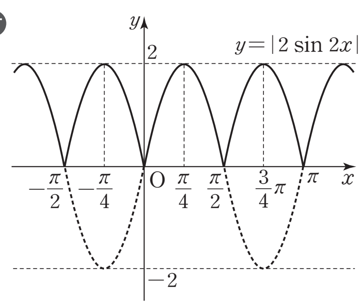
ㅊㅐㄱ1.indb 55 20. 5. 27. 오후 4:41

최댓값이 4, 최솟값이 0이고 $a>0$이므로
$a+c=4,\ -a+c=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ c=2$

141 답 $\boldsymbol{a=3,\ b=2,\ c=\pi}$
최댓값이 3, 최솟값이 -3이고 $a>0$이므로 $a=3$
주기가 π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi$ $\quad\therefore\ b=2$
따라서 $y=3\sin(2x-c)=3\sin 2\left(x-\frac{c}{2}\right)$이고, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=3\sin 2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것이므로
$\frac{c}{2}=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\ c=\pi$

142 답 $\boldsymbol{a=1,\ b=2,\ c=\sqrt{3}}$
주기가 $\frac{\pi}{2}$이고 $b>0$이므로 $\frac{\pi}{b}=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\ b=2$
$f(x)=a\tan 2x+c$라 하면
$f(0)=\sqrt{3}$이므로 $a\tan 0+c=\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ c=\sqrt{3}$
$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$이므로 $a\tan\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}=0$
$-\sqrt{3}a+\sqrt{3}=0$ $\quad\therefore\ a=1$

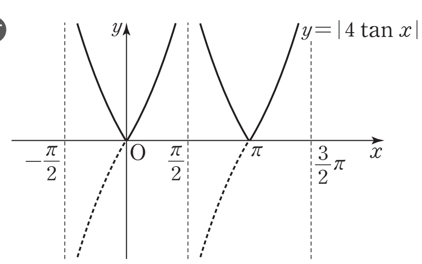
143 답



최댓값: 2
최솟값: 0
주기: $\frac{\pi}{2}$

$y=|2\sin 2x|$의 그래프는 $y=2\sin 2x$의 그래프를 그린 후 x축의 아랫부분을 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서 최댓값은 2, 최솟값은 0, 주기는 $\frac{\pi}{2}$이다.

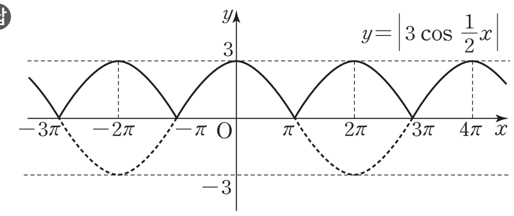
144 답



최댓값: 없다.
최솟값: 0
주기: π

$y=|4\tan x|$의 그래프는 $y=4\tan x$의 그래프를 그린 후 x축의 아랫부분을 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서 최댓값은 없고, 최솟값은 0, 주기는 π이다.

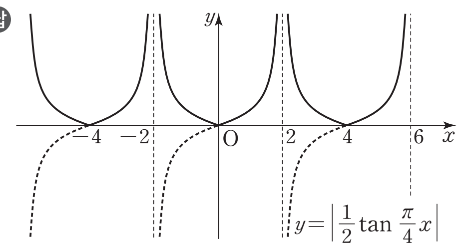
145 답



최댓값: 3, 최솟값: 0, 주기: 2π

$y=\left|3\cos\frac{1}{2}x\right|$의 그래프는 $y=3\cos\frac{1}{2}x$의 그래프를 그린 후 x축의 아랫부분을 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서 최댓값은 3, 최솟값은 0, 주기는 2π이다.

146 답



최댓값: 없다., 최솟값: 0, 주기: 4

$y=\left|\frac{1}{2}\tan\frac{\pi}{4}x\right|$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}\tan\frac{\pi}{4}x$의 그래프를 그린 후 x축의 아랫부분을 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서 최댓값은 없고, 최솟값은 0, 주기는 4이다.

147 답 $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
$\sin\frac{7}{3}\pi=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

148 답 $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
$\cos\frac{13}{6}\pi=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

149 답 **1**
$\tan\frac{17}{4}\pi=\tan\left(4\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\tan\frac{\pi}{4}=1$

150 답 $\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$
$\cos\frac{25}{4}\pi=\cos\left(6\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

151 답 $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$
$\sin 390^\circ=\sin(360^\circ+30^\circ)=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

152 답 $\boldsymbol{\sqrt{3}}$
$\tan 420^\circ=\tan(360^\circ+60^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

ㅊㅐㄱ1.indb 56 20. 5. 27. 오후 4:41

153 답 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

154 답 $\frac{1}{2}$

$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

155 답 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\tan\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

156 답 $-\frac{1}{2}$

$\sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right)=\sin\left(-4\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

157 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(-390^\circ)=\cos(-360^\circ-30^\circ)=\cos(-30^\circ)$

$=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

158 답 -1

$\tan(-405^\circ)=\tan(-360^\circ-45^\circ)=\tan(-45^\circ)$

$=-\tan 45^\circ=-1$

159 답 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\frac{4}{3}\pi=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

160 답 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{5}{4}\pi=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

161 답 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan\frac{5}{6}\pi=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\tan\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

162 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{3}{4}\pi=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

163 답 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 150^\circ=\cos(180^\circ-30^\circ)=-\cos 30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

164 답 $\sqrt{3}$

$\tan 240^\circ=\tan(180^\circ+60^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

165 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

166 답 $-\frac{1}{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

167 답 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{\tan\frac{\pi}{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

168 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

169 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

170 답 1

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{1}=1$

171 답 $-1-\sqrt{3}$

$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=-\sin\frac{5}{6}\pi=-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$

$\cos\frac{2}{3}\pi=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

$\tan\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=-\tan\frac{4}{3}\pi=-\tan\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\tan\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$

$\therefore$ (주어진 식)$=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\sqrt{3}=-1-\sqrt{3}$

172 답 $\frac{1}{2}$

$\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(\frac{5}{2}\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

$=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ㅊㅐㄱ1.indb 57 20. 5. 27. 오후 4:41

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\dfrac{1}{2}$

173 답 $\dfrac{7\sqrt{3}}{4}$

$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{1}{\tan\dfrac{\pi}{6}}=-\sqrt{3}$

$\cos\left(\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$

$\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{2}$

$\cos\left(\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{-\sqrt{3}}{-\dfrac{1}{2}}+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{7\sqrt{3}}{4}$

174 답 $\dfrac{5}{6}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 210^\circ=\tan(180^\circ+30^\circ)=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 420^\circ=\sin(360^\circ+60^\circ)=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 330^\circ=\cos(360^\circ-30^\circ)=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 690^\circ=\sin(720^\circ-30^\circ)=-\sin 30^\circ=-\dfrac{1}{2}$

$\cos 225^\circ=\cos(180^\circ+45^\circ)=-\cos 45^\circ=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 135^\circ=\tan(180^\circ-45^\circ)=-\tan 45^\circ=-1$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}+\dfrac{-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{-1}$

$=\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{5}{6}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

175 답 1

$\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos^2\left(\dfrac{3}{2}\pi+\theta\right)=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

176 답 $-2\cos\theta$

$\cos(\pi-\theta)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta-\cos\theta=-2\cos\theta$

177 답 1

$\cos(3\pi+\theta)\sin\left(\dfrac{3}{2}\pi-\theta\right)+\cos\left(\dfrac{5}{2}\pi+\theta\right)\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-\theta\right)$

$=-\cos\theta\times(-\cos\theta)+(-\sin\theta)\times(-\sin\theta)$

$=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

178 답 $2\tan\theta$

$\dfrac{\cos(-\theta)}{1+\sin(\pi+\theta)}+\dfrac{\cos(\pi+\theta)}{1+\sin(\pi-\theta)}$

$=\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}+\dfrac{-\cos\theta}{1+\sin\theta}$

$=\dfrac{\cos\theta(1+\sin\theta)-\cos\theta(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}$

$=\dfrac{2\cos\theta\sin\theta}{1-\sin^2\theta}=\dfrac{2\cos\theta\sin\theta}{\cos^2\theta}=\dfrac{2\sin\theta}{\cos\theta}=2\tan\theta$

179 답 최댓값: -1, 최솟값: -5

$y=\sin x+\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi+x\right)-3$

$=\sin x+\sin x-3=2\sin x-3$

이때 $-1\le\sin x\le 1$이므로

$-2\le 2\sin x\le 2$ $\quad\therefore -5\le 2\sin x-3\le -1$

따라서 최댓값은 -1, 최솟값은 -5이다.

180 답 최댓값: 3, 최솟값: -5

$y=\cos x+3\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)-1$

$=\cos x+3\cos x-1=4\cos x-1$

이때 $-1\le\cos x\le 1$이므로

$-4\le 4\cos x\le 4$ $\quad\therefore -5\le 4\cos x-1\le 3$

따라서 최댓값은 3, 최솟값은 -5이다.

181 답 최댓값: 5, 최솟값: 3

$y=2\cos x-3\sin\left(\dfrac{5}{2}\pi+x\right)+4$

$=2\cos x-3\cos x+4=-\cos x+4$

이때 $-1\le\cos x\le 1$이므로

$-1\le -\cos x\le 1$ $\quad\therefore 3\le -\cos x+4\le 5$

따라서 최댓값은 5, 최솟값은 3이다.

182 답 최댓값: 8, 최솟값: 2

$y=\sin(\pi+x)-2\cos\left(\dfrac{5}{2}\pi-x\right)+5$

$=-\sin x-2\sin x+5=-3\sin x+5$

이때 $-1\le\sin x\le 1$이므로

$-3\le -3\sin x\le 3$ $\quad\therefore 2\le -3\sin x+5\le 8$

따라서 최댓값은 8, 최솟값은 2이다.

183 답 최댓값: 5, 최솟값: 1

$y=\cos^2 x-2\sin x+3=(1-\sin^2 x)-2\sin x+3$

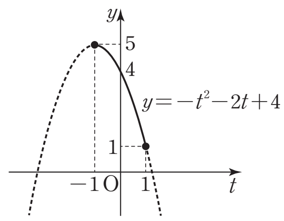
$=-\sin^2 x-2\sin x+4$

$\sin x=t$로 놓으면

$y=-t^2-2t+4=-(t+1)^2+5$ (단, $-1\le t\le 1$)

ㅊㅐㄱ1.indb 58 20. 5. 27. 오후 4:41

따라서 함수의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
$t=-1$일 때 최댓값은 5,
$t=1$일 때 최솟값은 1이다.

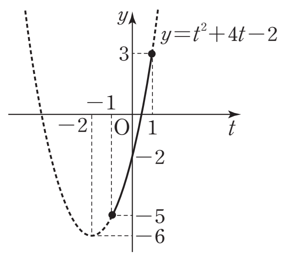


184 답 **최댓값: 3, 최솟값: -5**

$y=-\sin^2 x+4\cos x-1=-(1-\cos^2 x)+4\cos x-1$
$=\cos^2 x+4\cos x-2$

$\cos x=t$로 놓으면
$y=t^2+4t-2=(t+2)^2-6$ (단, $-1\le t\le 1$)

따라서 함수의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
$t=1$일 때 최댓값은 3,
$t=-1$일 때 최솟값은 -5이다.

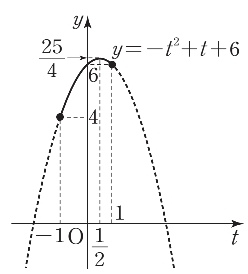


185 답 **최댓값: $\frac{25}{4}$, 최솟값: 4**

$y=\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+5=\cos^2 x-(-\sin x)+5$
$=(1-\sin^2 x)+\sin x+5=-\sin^2 x+\sin x+6$

$\sin x=t$로 놓으면
$y=-t^2+t+6=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ (단, $-1\le t\le 1$)

따라서 함수의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
$t=\frac{1}{2}$일 때 최댓값은 $\frac{25}{4}$,
$t=-1$일 때 최솟값은 4이다.

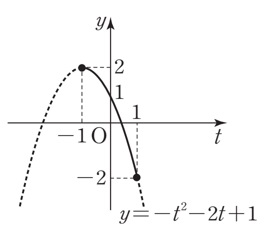


186 답 **최댓값: 2, 최솟값: -2**

$y=\sin^2\left(\frac{3}{2}\pi-x\right)+2\sin(\pi+x)=\cos^2 x-2\sin x$
$=(1-\sin^2 x)-2\sin x$
$=-\sin^2 x-2\sin x+1$

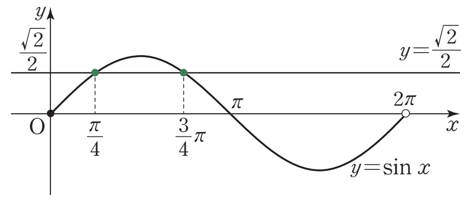
$\sin x=t$로 놓으면
$y=-t^2-2t+1=-(t+1)^2+2$ (단, $-1\le t\le 1$)

따라서 함수의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
$t=-1$일 때 최댓값은 2,
$t=1$일 때 최솟값은 -2이다.



187 답 **$x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$**

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.

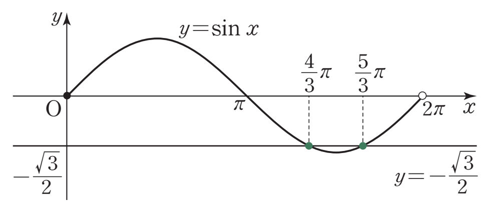


따라서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3}{4}\pi$이므로 방정식의 해는
$x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{4}\pi$

188 답 **$x=\frac{4}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$**

$2\sin x=-\sqrt{3}$에서 $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

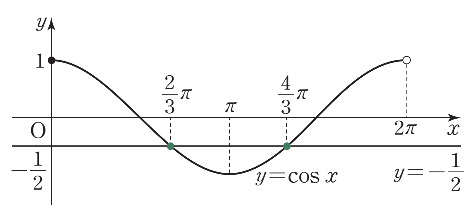
$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=-\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같다.



따라서 교점의 x좌표는 $\frac{4}{3}\pi$, $\frac{5}{3}\pi$이므로 방정식의 해는
$x=\frac{4}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

189 답 **$x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$**

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



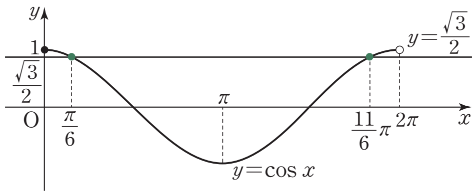
따라서 교점의 x좌표는 $\frac{2}{3}\pi$, $\frac{4}{3}\pi$이므로 방정식의 해는
$x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

190 답 **$x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$**

$\sqrt{3}\cos x-\frac{3}{2}=0$에서 $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ㅊㅐㄱ1.indb 59
20. 5. 27. 오후 4:41

$0 \le x < 2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같다.

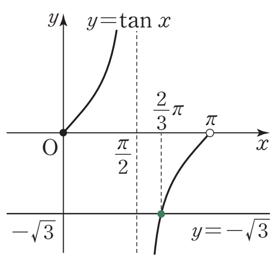


따라서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{11}{6}\pi$이므로 방정식의 해는

$x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

191 답 $x=\frac{2}{3}\pi$

$0 \le x < \pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=-\sqrt{3}$은 오른쪽 그림과 같다.



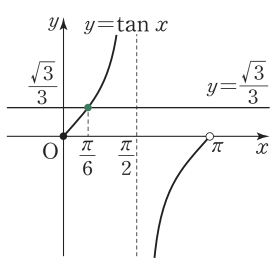
따라서 교점의 x좌표는 $\frac{2}{3}\pi$이므로

방정식의 해는 $x=\frac{2}{3}\pi$

192 답 $x=\frac{\pi}{6}$

$\sqrt{3}\tan x-1=0$에서 $\tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$0 \le x < \pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{6}$이므로 방정식의 해는 $x=\frac{\pi}{6}$

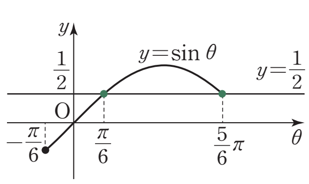
193 답 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\pi$

$2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=1$에서 $\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

$x-\frac{\pi}{6}=\theta$로 놓으면 $\sin\theta=\frac{1}{2}$

$0 \le x \le \pi$에서 $-\frac{\pi}{6} \le x-\frac{\pi}{6} \le \frac{5}{6}\pi$이므로 $-\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{5}{6}\pi$에서

함수 $y=\sin\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 또는 $\theta=\frac{5}{6}\pi$

따라서 $x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x-\frac{\pi}{6}=\frac{5}{6}\pi$이므로

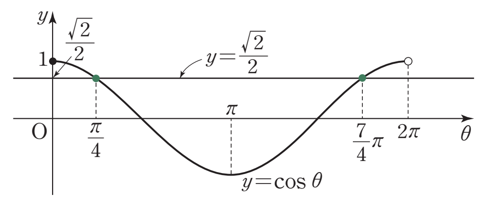
$x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\pi$

194 답 $x=\frac{\pi}{8}$ 또는 $x=\frac{7}{8}\pi$

$2\cos 2x=\sqrt{2}$에서 $\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2x=\theta$로 놓으면 $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0 \le x < \pi$에서 $0 \le 2x < 2\pi$이므로 $0 \le \theta < 2\pi$에서 함수 $y=\cos\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 또는 $\theta=\frac{7}{4}\pi$

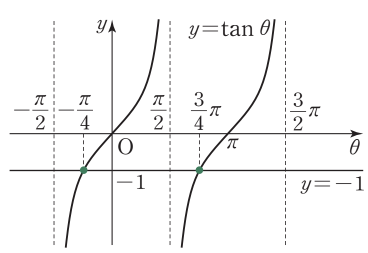
따라서 $2x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $2x=\frac{7}{4}\pi$이므로

$x=\frac{\pi}{8}$ 또는 $x=\frac{7}{8}\pi$

195 답 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$

$\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-1$에서 $x-\frac{\pi}{2}=\theta$로 놓으면 $\tan\theta=-1$

$0<x<2\pi$에서 $-\frac{\pi}{2}<x-\frac{\pi}{2}<\frac{3}{2}\pi$이므로 $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$에서 함수 $y=\tan\theta$의 그래프와 직선 $y=-1$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 $\theta=-\frac{\pi}{4}$ 또는 $\theta=\frac{3}{4}\pi$

따라서 $x-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{4}$ 또는 $x-\frac{\pi}{2}=\frac{3}{4}\pi$이므로

$x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$

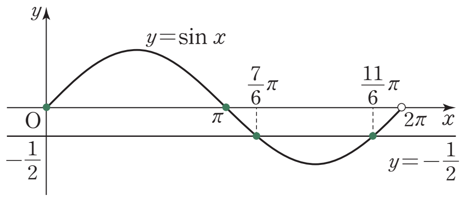
196 답 $x=0$ 또는 $x=\pi$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

$2\sin^2 x+\sin x=0$에서 $\sin x(2\sin x+1)=0$

$\therefore \sin x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\sin x=0$

ㅊㅐㄱ1.indb 60 20. 5. 27. 오후 4:41

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 두 직선 $y=-\frac{1}{2}$, $y=0$은 다음 그림과 같다.

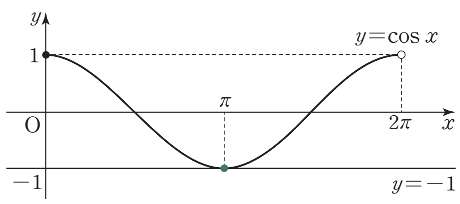


따라서 교점의 x좌표는 0, π, $\frac{7}{6}\pi$, $\frac{11}{6}\pi$이므로 방정식의 해는

$x=0$ 또는 $x=\pi$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

197 답 $x=\pi$

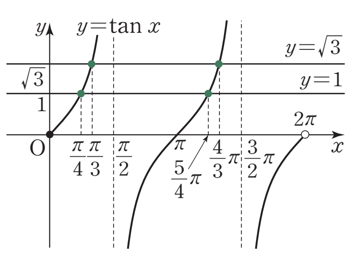
$\sin^2 x-3\cos x-3=0$에서 $(1-\cos^2 x)-3\cos x-3=0$
$\cos^2 x+3\cos x+2=0$, $(\cos x+1)(\cos x+2)=0$
$\therefore \cos x=-1\ (\because -1\le\cos x\le 1)$
$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=-1$은 다음 그림과 같다.



따라서 교점의 x좌표는 π이므로 방정식의 해는 $x=\pi$

198 답 $x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

$\tan^2 x-(1+\sqrt{3})\tan x+\sqrt{3}=0$에서
$(\tan x-1)(\tan x-\sqrt{3})=0$
$\therefore \tan x=1$ 또는 $\tan x=\sqrt{3}$
$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 두 직선 $y=1$, $y=\sqrt{3}$은 다음 그림과 같다.

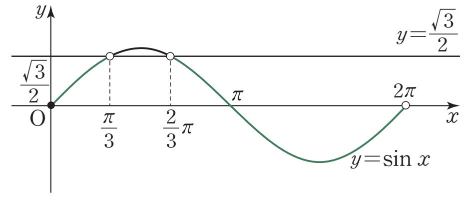


따라서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5}{4}\pi$, $\frac{4}{3}\pi$이므로 방정식의 해는

$x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

199 답 $0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi<x<2\pi$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같다.



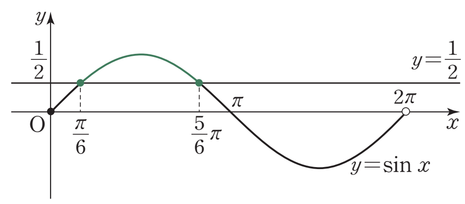
따라서 함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$0\le x<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi<x<2\pi$

200 답 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5}{6}\pi$

$2\sin x-1\ge 0$에서 $\sin x\ge\frac{1}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.

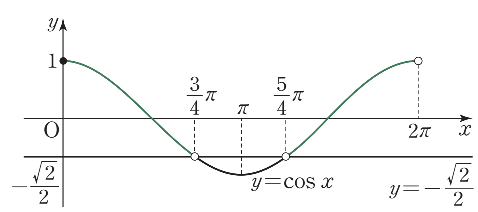


따라서 함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$과 만나거나 위쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{5}{6}\pi$

201 답 $0\le x<\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi<x<2\pi$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$0\le x<\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi<x<2\pi$

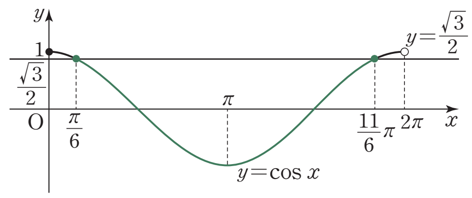
202 답 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{11}{6}\pi$

$2\cos x-\sqrt{3}\le 0$에서 $\cos x\le\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음

ㅊㅐㄱ1.indb 61 20. 5. 27. 오후 4:41

그림과 같다.

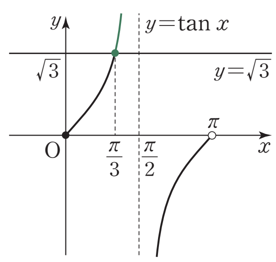


따라서 함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$과 만나거나 아래쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{11}{6}\pi$

203 답 $\frac{\pi}{3}\le x<\frac{\pi}{2}$

$0\le x<\pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$은 오른쪽 그림과 같다.



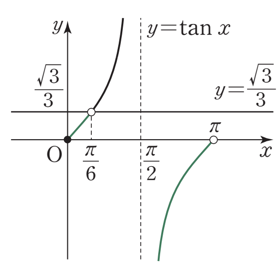
따라서 함수 $y=\tan x$의 그래프가 직선 $y=\sqrt{3}$과 만나거나 위쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$\frac{\pi}{3}\le x<\frac{\pi}{2}$

204 답 $0\le x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\pi$

$\sqrt{3}\tan x-1<0$에서 $\tan x<\frac{\sqrt{3}}{3}$

$0\le x<\pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 함수 $y=\tan x$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

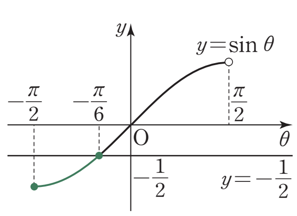
$0\le x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\pi$

205 답 $0\le x\le\frac{\pi}{3}$

$2\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\le-1$에서 $x-\frac{\pi}{2}=\theta$로 놓으면 $\sin\theta\le-\frac{1}{2}$

$0\le x<\pi$에서 $-\frac{\pi}{2}\le x-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}$이므로 $-\frac{\pi}{2}\le\theta<\frac{\pi}{2}$에서

함수 $y=\sin\theta$의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 함수 $y=\sin\theta$의 그래프가 직선 $y=-\frac{1}{2}$과 만나거나 아래쪽에 있는 θ의 값의 범위를 구하면

$-\frac{\pi}{2}\le\theta\le-\frac{\pi}{6}$

따라서 $-\frac{\pi}{2}\le x-\frac{\pi}{2}\le-\frac{\pi}{6}$이므로 부등식의 해는

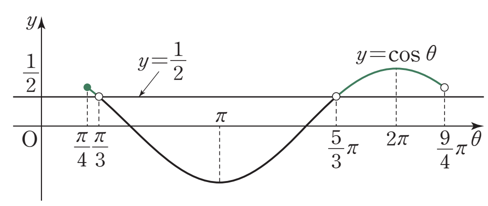
$0\le x\le\frac{\pi}{3}$

206 답 $0\le x<\frac{\pi}{12}$ 또는 $\frac{17}{12}\pi<x<2\pi$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>\frac{1}{2}$에서 $x+\frac{\pi}{4}=\theta$로 놓으면 $\cos\theta>\frac{1}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 $\frac{\pi}{4}\le x+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$이므로 $\frac{\pi}{4}\le\theta<\frac{9}{4}\pi$에서

함수 $y=\cos\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 함수 $y=\cos\theta$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$보다 위쪽에 있는 θ의 값의 범위를 구하면

$\frac{\pi}{4}\le\theta<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\pi<\theta<\frac{9}{4}\pi$

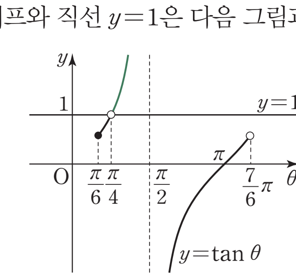
따라서 $\frac{\pi}{4}\le x+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{5}{3}\pi<x+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$이므로 부등식의 해는

$0\le x<\frac{\pi}{12}$ 또는 $\frac{17}{12}\pi<x<2\pi$

207 답 $\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{3}$

$\tan\left(x+\frac{\pi}{6}\right)>1$에서 $x+\frac{\pi}{6}=\theta$로 놓으면 $\tan\theta>1$

$0\le x<\pi$에서 $\frac{\pi}{6}\le x+\frac{\pi}{6}<\frac{7}{6}\pi$이므로 $\frac{\pi}{6}\le\theta<\frac{7}{6}\pi$에서 함수 $y=\tan\theta$의 그래프와 직선 $y=1$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 함수 $y=\tan\theta$의 그래프가 직선 $y=1$보다 위쪽에 있는 θ의 값의 범위를 구하면

$\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$

ㅊㅐㄱ1.indb 62 20. 5. 27. 오후 4:41

따라서 $\frac{\pi}{4}<x+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$이므로 부등식의 해는

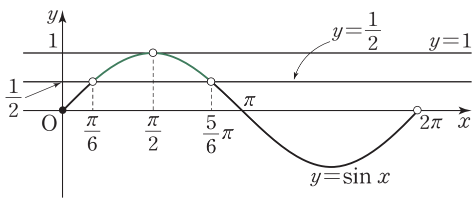
$\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{3}$

208 답 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$

$2\sin^2 x-3\sin x+1<0$에서 $(2\sin x-1)(\sin x-1)<0$

$\therefore \frac{1}{2}<\sin x<1$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 두 직선 $y=\frac{1}{2}$, $y=1$은 다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$과 직선 $y=1$ 사이에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x<\frac{5}{6}\pi$

209 답 $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{5}{3}\pi$

$2\sin^2 x+7\cos x-5\le 0$에서

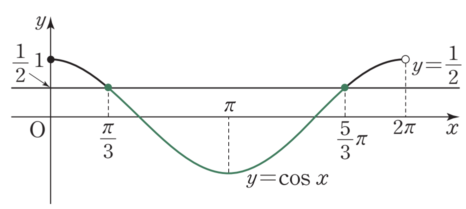
$2(1-\cos^2 x)+7\cos x-5\le 0$, $-2\cos^2 x+7\cos x-3\le 0$

$2\cos^2 x-7\cos x+3\ge 0$, $(2\cos x-1)(\cos x-3)\ge 0$

$\therefore \cos x\le\frac{1}{2}$ 또는 $\cos x\ge 3$

이때 $-1\le\cos x\le 1$이므로 $\cos x\ge 3$을 만족시키는 x의 값은 존재하지 않는다.

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$과 만나거나 아래쪽에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

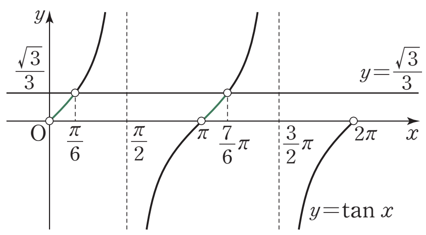
$\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{5}{3}\pi$

210 답 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\pi<x<\frac{7}{6}\pi$

$3\tan^2 x-\sqrt{3}\tan x<0$에서 $3\tan x\left(\tan x-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)<0$

$\therefore 0<\tan x<\frac{\sqrt{3}}{3}$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 두 직선 $y=0$, $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$은 다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y=\tan x$의 그래프가 직선 $y=0$과 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 사이에 있는 x의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$0<x<\frac{\pi}{6}$ 또는 $\pi<x<\frac{7}{6}\pi$

74쪽

중단원 #기출#교과서

211 ⑤	212 ③	213 ④	214 6
215 9	216 ④	217 ④	218 ①

211

① 함수 $y=\sin 2x$의 주기는 $\frac{2\pi}{2}=\pi$

② 함수 $y=-2\cos 2x$의 주기는 $\frac{2\pi}{2}=\pi$

③ 함수 $y=\tan x+1$의 주기는 $\frac{\pi}{1}=\pi$

④ 함수 $y=3\sin(-2x)-2$의 주기는 $\frac{2\pi}{|-2|}=\pi$

⑤ 함수 $y=-\tan 2x$의 주기는 $\frac{\pi}{2}$

따라서 주기가 다른 하나는 ⑤이다.

212

주기가 π이고 $b>0$이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi$ $\qquad\therefore b=2$

최댓값이 4, 최솟값이 -2이고 $a>0$이므로

$a+c=4$, $-a+c=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $c=1$

$\therefore 2a+b+c=2\times 3+2+1=9$

213

$\tan\theta=\frac{3}{4}\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$이므로 $\sin\theta=\frac{3}{5}$

ㅊㅐㄱ1.indb 63
20. 5. 27. 오후 4:41

$\therefore \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+2\sin(\pi-\theta)=\sin\theta+2\sin\theta$

$$=3\sin\theta=3\times\frac{3}{5}=\frac{9}{5}$$

214

$y=2\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\cos(\pi+x)+3$

$\quad=2\cos x-(-\cos x)+3$

$\quad=3\cos x+3$

이때 $-1\le\cos x\le1$이므로

$-3\le3\cos x\le3 \qquad \therefore 0\le3\cos x+3\le6$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 6, 최솟값은 0이므로

$M=6,\ m=0 \qquad \therefore M+m=6+0=6$

215

$f(x)=\sin^2 x+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+1$

$\quad=(1-\cos^2 x)+\cos x+1$

$\quad=-\cos^2 x+\cos x+2$

$\cos x=t$로 놓으면

$f(x)=-t^2+t+2$

$\quad=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$ (단, $-1\le t\le1$)

따라서 함수 $f(x)$는 $t=\frac{1}{2}$일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$를 가지므로

$M=\frac{9}{4} \qquad \therefore 4M=4\times\frac{9}{4}=9$

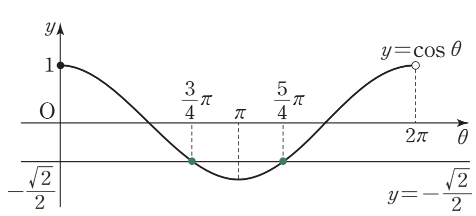
216

$1+\sqrt{2}\cos\frac{1}{2}x=0$에서 $\cos\frac{1}{2}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{2}x=\theta$로 놓으면 $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0\le x<4\pi$에서 $0\le\frac{1}{2}x<2\pi$이므로 $0\le\theta<2\pi$에서 함수

$y=\cos\theta$의 그래프와 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 $\theta=\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\theta=\frac{5}{4}\pi$

즉, $\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{1}{2}x=\frac{5}{4}\pi$이므로

$x=\frac{3}{2}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{2}\pi$

따라서 주어진 방정식의 모든 해의 합은 $\frac{3}{2}\pi+\frac{5}{2}\pi=4\pi$

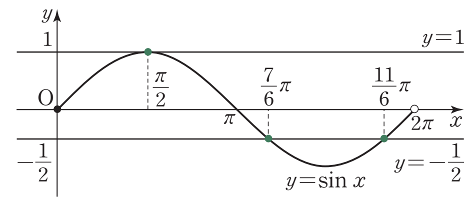
217

$\cos^2 x=\sin^2 x-\sin x$에서 $1-\sin^2 x=\sin^2 x-\sin x$

$2\sin^2 x-\sin x-1=0,\ (2\sin x+1)(\sin x-1)=0$

$\therefore \sin x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\sin x=1$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 두 직선 $y=-\frac{1}{2}$, $y=1$은 다음 그림과 같다.



따라서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{2}$, $\frac{7}{6}\pi$, $\frac{11}{6}\pi$이므로 방정식의 모든 해의 합은

$\frac{\pi}{2}+\frac{7}{6}\pi+\frac{11}{6}\pi=\frac{7}{2}\pi$

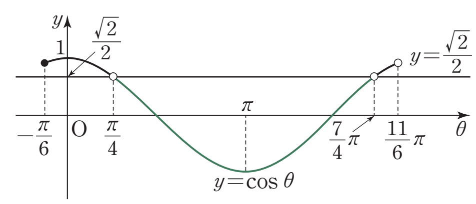
218

$\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-1<0$에서 $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)<\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x-\frac{\pi}{6}=\theta$로 놓으면 $\cos\theta<\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 $-\frac{\pi}{6}\le x-\frac{\pi}{6}<\frac{11}{6}\pi$이므로 $-\frac{\pi}{6}\le\theta<\frac{11}{6}\pi$에서

함수 $y=\cos\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 함수 $y=\cos\theta$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$보다 아래쪽에 있는 θ의 값의 범위를 구하면

$\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{7}{4}\pi$

따라서 $\frac{\pi}{4}<x-\frac{\pi}{6}<\frac{7}{4}\pi$에서 $\frac{5}{12}\pi<x<\frac{23}{12}\pi$이므로

$\alpha=\frac{5}{12}\pi,\ \beta=\frac{23}{12}\pi$

$\therefore \sin(\beta-\alpha)=\sin\left(\frac{23}{12}\pi-\frac{5}{12}\pi\right)=\sin\frac{3}{2}\pi=-1$

ㅊㅐㄱ1.indb 64 20. 5. 27. 오후 4:41

II. 삼각함수

7 사인법칙과 코사인법칙

75 ~ 80쪽

219 답 $3\sqrt{3}$

$\dfrac{a}{\sin 60^\circ}=\dfrac{3}{\sin 30^\circ}$, $a \sin 30^\circ=3 \sin 60^\circ$

$\therefore a=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2=3\sqrt{3}$

220 답 $2\sqrt{2}$

$\dfrac{b}{\sin 30^\circ}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}$, $b \sin 45^\circ=4 \sin 30^\circ$

$\therefore b=4\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

221 답 $4\sqrt{2}$

$C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이므로

$\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{c}{\sin 45^\circ}$, $c \sin 60^\circ=4\sqrt{3} \sin 45^\circ$

$\therefore c=4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{2}$

222 답 60° 또는 120°

$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin A}=\dfrac{2}{\sin 30^\circ}$, $2 \sin A=2\sqrt{3} \sin 30^\circ$

$\therefore \sin A=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<A<150^\circ$이므로 $A=60^\circ$ 또는 $A=120^\circ$

223 답 45°

$\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}=\dfrac{2}{\sin B}$, $\sqrt{6} \sin B=2 \sin 120^\circ$

$\therefore \sin B=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0^\circ<B<60^\circ$이므로 $B=45^\circ$

224 답 30°

$\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 135^\circ}=\dfrac{3}{\sin C}$, $3\sqrt{2} \sin C=3 \sin 135^\circ$

$\therefore \sin C=3\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

이때 $0^\circ<C<45^\circ$이므로 $C=30^\circ$

225 답 2

$\dfrac{a}{\sin A}=2R$이므로 $\dfrac{2}{\sin 30^\circ}=2R$

$\therefore R=\dfrac{2}{2 \sin 30^\circ}=\dfrac{2}{2\times\dfrac{1}{2}}=2$

226 답 $2\sqrt{3}$

$\dfrac{a}{\sin A}=2R$이므로 $\dfrac{a}{\sin 60^\circ}=4$

$\therefore a=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

227 답 $4\sqrt{3}$

$B=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

$\dfrac{b}{\sin B}=2R$이므로 $\dfrac{12}{\sin 60^\circ}=2R$

$\therefore R=\dfrac{12}{2 \sin 60^\circ}=\dfrac{12}{2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=4\sqrt{3}$

228 답 3

$C=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

$\dfrac{c}{\sin C}=2R$이므로 $\dfrac{3}{\sin 30^\circ}=2R$

$\therefore R=\dfrac{3}{2 \sin 30^\circ}=\dfrac{3}{2\times\dfrac{1}{2}}=3$

229 답 45° 또는 135°

$\dfrac{b}{\sin B}=2R$이므로 $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin B}=6$

$\therefore \sin B=3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0^\circ<B<180^\circ$이므로 $B=45^\circ$ 또는 $B=135^\circ$

230 답 $2:3:4$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하자.

$a=2k$, $b=3k$, $c=4k\ (k>0)$라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$$\begin{aligned}\sin A:\sin B:\sin C&=\frac{a}{2R}:\frac{b}{2R}:\frac{c}{2R}\\&=\frac{2k}{2R}:\frac{3k}{2R}:\frac{4k}{2R}=2:3:4\end{aligned}$$

231 답 $5:6:7$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하자.

$a=5k$, $b=6k$, $c=7k\ (k>0)$라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$$\begin{aligned}\sin A:\sin B:\sin C&=\frac{a}{2R}:\frac{b}{2R}:\frac{c}{2R}\\&=\frac{5k}{2R}:\frac{6k}{2R}:\frac{7k}{2R}=5:6:7\end{aligned}$$

232 답 $1:3:3$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A:\sin B:\sin C=\dfrac{a}{2R}:\dfrac{b}{2R}:\dfrac{c}{2R}=a:b:c$

$\sin A:\sin B:\sin C=1:3:3$이므로

$a:b:c=1:3:3$

츠써ㄱ1.indb 65 20. 5. 27. 오후 4:41

233 답 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A:\sin B:\sin C=\frac{a}{2R}:\frac{b}{2R}:\frac{c}{2R}=a:b:c$

$\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$이므로

$a:b:c=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

234 답 $1:\sqrt{3}:2$

$A+B+C=180°$이므로

$A=180°\times\frac{1}{6}=30°,\ B=180°\times\frac{2}{6}=60°,\ C=180°\times\frac{3}{6}=90°$

따라서 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$a:b:c=2R\sin A:2R\sin B:2R\sin C$

$=\sin A:\sin B:\sin C$

$=\sin 30°:\sin 60°:\sin 90°$

$=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}:1=1:\sqrt{3}:2$

235 답 1

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=1^2+(\sqrt{3})^2-2\times1\times\sqrt{3}\times\cos 30°$

$=1+3-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

$\therefore a=1\ (\because a>0)$

236 답 $\sqrt{29}$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=(2\sqrt{2})^2+3^2-2\times2\sqrt{2}\times3\times\cos 135°$

$=8+9-12\sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=29$

$\therefore a=\sqrt{29}\ (\because a>0)$

237 답 $\sqrt{2}$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=(\sqrt{2})^2+2^2-2\times\sqrt{2}\times2\times\cos 45°$

$=2+4-4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$

$\therefore b=\sqrt{2}\ (\because b>0)$

238 답 $2\sqrt{21}$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=(2\sqrt{3})^2+6^2-2\times2\sqrt{3}\times6\times\cos 150°$

$=12+36-24\sqrt{3}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=84$

$\therefore b=\sqrt{84}=2\sqrt{21}\ (\because b>0)$

239 답 $2\sqrt{7}$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$=4^2+6^2-2\times4\times6\times\cos 60°$

$=16+36-48\times\frac{1}{2}=28$

$\therefore c=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\ (\because c>0)$

240 답 $\sqrt{19}$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$=2^2+3^2-2\times2\times3\times\cos 120°$

$=4+9-12\times\left(-\frac{1}{2}\right)=19$

$\therefore c=\sqrt{19}\ (\because c>0)$

241 답 $45°$

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}{2\times2\times\sqrt{2}}=\frac{4+2-2}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $0°<A<180°$이므로 $A=45°$

242 답 $120°$

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{5^2+3^2-7^2}{2\times5\times3}=\frac{25+9-49}{30}=-\frac{1}{2}$

이때 $0°<B<180°$이므로 $B=120°$

243 답 $60°$

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{4^2+5^2-(\sqrt{21})^2}{2\times4\times5}=\frac{16+25-21}{40}=\frac{1}{2}$

이때 $0°<C<180°$이므로 $C=60°$

244 답 $\frac{1}{2}$

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1^2+(\sqrt{3})^2-1^2}{2\times1\times\sqrt{3}}=\frac{1+3-1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0°<A<180°$이므로 $A=30°$

$\therefore \sin A=\sin 30°=\frac{1}{2}$

245 답 1

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{5^2+12^2-13^2}{2\times5\times12}=\frac{25+144-169}{120}=0$

이때 $0°<B<180°$이므로 $B=90°$

$\therefore \sin B=\sin 90°=1$

ㅊㅐㄱ1.indb 66 20. 5. 27. 오후 4:42

246 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{4^2+(2\sqrt{2})^2-(2\sqrt{10})^2}{2\times4\times2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{16+8-40}{16\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

이때 $0^\circ<C<180^\circ$이므로 $C=135^\circ$

$\therefore \sin C=\sin 135^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

247 답 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

$a=k,\ b=\sqrt{3}k,\ c=\sqrt{3}k\,(k>0)$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(\sqrt{3}k)^2+k^2-(\sqrt{3}k)^2}{2\times\sqrt{3}k\times k}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

248 답 $\frac{3}{4}$

$a=2k,\ b=3k,\ c=2k\,(k>0)$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(2k)^2+(3k)^2-(2k)^2}{2\times2k\times3k}=\frac{3}{4}$$

249 답 $\frac{7}{8}$

사인법칙의 변형에 의하여 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$

즉, $a:b:c=2:4:3$이므로 $a=2k,\ b=4k,\ c=3k\,(k>0)$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(4k)^2+(3k)^2-(2k)^2}{2\times4k\times3k}=\frac{7}{8}$$

250 답 60°

사인법칙의 변형에 의하여 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$

즉, $a:b:c=1:\sqrt{3}:2$이므로 $a=k,\ b=\sqrt{3}k,\ c=2k\,(k>0)$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(2k)^2+k^2-(\sqrt{3}k)^2}{2\times2k\times k}=\frac{1}{2}$$

이때 $0^\circ<B<180^\circ$이므로 $B=60^\circ$

251 답 120°

사인법칙의 변형에 의하여 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$

즉, $a:b:c=3:2:\sqrt{19}$이므로 $a=3k,\ b=2k,\ c=\sqrt{19}k\,(k>0)$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(3k)^2+(2k)^2-(\sqrt{19}k)^2}{2\times3k\times2k}=-\frac{1}{2}$$

이때 $0^\circ<C<180^\circ$이므로 $C=120^\circ$

252 답 $a=b$인 이등변삼각형

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R},\ \sin B=\frac{b}{2R}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$a\times\frac{a}{2R}=b\times\frac{b}{2R}\qquad \therefore a^2=b^2$

이때 $a>0,\ b>0$이므로 $a=b$

따라서 삼각형 ABC는 $a=b$인 이등변삼각형이다.

253 답 $a=c$인 이등변삼각형

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙과 코사인법칙의 변형에 의하여

$\sin B=\frac{b}{2R},\ \sin C=\frac{c}{2R},\ \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$\frac{b}{2R}=2\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\times\frac{c}{2R}\qquad \therefore a^2=c^2$

이때 $a>0,\ c>0$이므로 $a=c$

따라서 삼각형 ABC는 $a=c$인 이등변삼각형이다.

254 답 $a=b$인 이등변삼각형

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙과 코사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R},\ \sin B=\frac{b}{2R},\ \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},$

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$\frac{a}{2R}:\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b}{2R}:\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

$\frac{a}{2R}\times\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\times\frac{b}{2R}$

$b^2+c^2-a^2=c^2+a^2-b^2\qquad \therefore a^2=b^2$

이때 $a>0,\ b>0$이므로 $a=b$

따라서 삼각형 ABC는 $a=b$인 이등변삼각형이다.

255 답 $B=90^\circ$인 직각삼각형

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},\ \cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$b\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}-a\times\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=c$

$\therefore a^2+c^2=b^2$

따라서 삼각형 ABC는 $B=90^\circ$인 직각삼각형이다.

256 답 $a=b$인 이등변삼각형

코사인법칙의 변형에 의하여

ㅊㅐㄱ1.indb 67 20. 5. 27. 오후 4:42

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$\dfrac{a}{\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}=\dfrac{b}{\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}}$ $\quad \therefore a^2=b^2$

이때 $a>0$, $b>0$이므로 $a=b$

따라서 삼각형 ABC는 $a=b$인 이등변삼각형이다.

257 답 **3**

삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times2\times6\times\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times2\times6\times\dfrac{1}{2}=3$

258 답 **10**

삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times4\times5\sqrt{2}\times\sin 45^\circ=\dfrac{1}{2}\times4\times5\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10$

259 답 **3**

삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\sin 120^\circ=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$

260 답 $\mathbf{2\sqrt{2}}$

코사인법칙의 변형에 의하여 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$이므로

$\cos A=\dfrac{3^2+3^2-2^2}{2\times3\times3}=\dfrac{7}{9}$

이때 $0^\circ<A<180^\circ$에서 $\sin A>0$이므로

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{7}{9}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times3\times3\times\dfrac{4\sqrt{2}}{9}=2\sqrt{2}$

261 답 $\mathbf{12\sqrt{5}}$

코사인법칙의 변형에 의하여 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$이므로

$\cos A=\dfrac{8^2+9^2-7^2}{2\times8\times9}=\dfrac{2}{3}$

이때 $0^\circ<A<180^\circ$에서 $\sin A>0$이므로

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times8\times9\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}=12\sqrt{5}$

262 답 $\mathbf{2\sqrt{14}}$

코사인법칙의 변형에 의하여 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$이므로

$\cos A=\dfrac{3^2+5^2-6^2}{2\times3\times5}=-\dfrac{1}{15}$

이때 $0^\circ<A<180^\circ$에서 $\sin A>0$이므로

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{15}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{14}}{15}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times3\times5\times\dfrac{4\sqrt{14}}{15}=2\sqrt{14}$

263 답 $\mathbf{6\sqrt{3}}$

평행사변형 ABCD의 넓이는

$3\times4\times\sin 60^\circ=3\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

264 답 **15**

평행사변형 ABCD의 넓이는

$5\times6\times\sin 30^\circ=5\times6\times\dfrac{1}{2}=15$

265 답 **6**

$B=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로

평행사변형 ABCD의 넓이는

$2\times3\sqrt{2}\times\sin 45^\circ=2\times3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$

266 답 **12**

$B=D=150^\circ$이므로

평행사변형 ABCD의 넓이는

$4\times6\times\sin 150^\circ=4\times6\times\dfrac{1}{2}=12$

267 답 $\mathbf{2\sqrt{3}}$

사각형 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times4\times2\times\sin 120^\circ=\dfrac{1}{2}\times4\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

268 답 $\mathbf{6\sqrt{2}}$

사각형 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\sin 135^\circ=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

269 답 $\mathbf{13\sqrt{3}}$

삼각형 ABC의 넓이를 S_1이라 하면

$S_1=\dfrac{1}{2}\times3\times8\times\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}\times3\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=3^2+8^2-2\times3\times8\times\cos 60^\circ$

$\quad=9+64-2\times3\times8\times\dfrac{1}{2}=49$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{49}=7$ ($\because \overline{AC}>0$)

삼각형 ACD의 넓이를 S_2라 하면

$S_2=\dfrac{1}{2}\times7\times2\sqrt{6}\times\sin 45^\circ=\dfrac{1}{2}\times7\times2\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=7\sqrt{3}$

ㅊㅐㄱ1.indb 68 20. 5. 27. 오후 4:42

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$S_1+S_2=6\sqrt{3}+7\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

270 답 $9\sqrt{3}$

삼각형 ABD의 넓이를 S_1이라 하면

$S_1=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin120^\circ=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{BD}^2=4^2+4^2-2\times4\times4\times\cos120^\circ$

$=16+16-2\times4\times4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=48$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ ($\because \overline{BD}>0$)

삼각형 BCD의 넓이를 S_2라 하면

$S_2=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times5\times\sin30^\circ=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times5\times\frac{1}{2}=5\sqrt{3}$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$S_1+S_2=4\sqrt{3}+5\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

중단원 #기출#교과서 80쪽

271 ⑤	272 ④	273 ②	274 $\frac{5}{8}$
275 50	276 $a=c$인 이등변삼각형	277 5	
278 40			

271

사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{BC}}{\sin\frac{\pi}{4}}=2\times5$

$\therefore \overline{BC}=2\times5\times\sin\frac{\pi}{4}=2\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

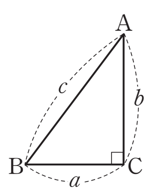
272

$20\sin A=15\sin B=12\sin C=k\,(k>0)$라 하면

$\sin A=\frac{k}{20}$, $\sin B=\frac{k}{15}$, $\sin C=\frac{k}{12}$이므로

$\sin A:\sin B:\sin C=\frac{k}{20}:\frac{k}{15}:\frac{k}{12}=3:4:5$

따라서 오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 세 변의 길이를 각각 a, b, c라 하면 사인법칙의 변형에 의하여



$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$

이때 $a=3m$, $b=4m$, $c=5m\,(m>0)$이라 하면

$9m^2+16m^2=25m^2$, 즉 $a^2+b^2=c^2$이 성립하므로 삼각형 ABC는 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\therefore C=90^\circ$

273

코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos\theta=\frac{4^2+5^2-(\sqrt{11})^2}{2\times4\times5}=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}$

274

$\frac{\sin A}{2}=\frac{\sin B}{6}=\frac{\sin C}{5}=k\,(k>0)$라 하면

$\sin A=2k$, $\sin B=6k$, $\sin C=5k$이므로

$\sin A:\sin B:\sin C=2k:6k:5k=2:6:5$

이때 사인법칙의 변형에 의하여

$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=2:6:5$이므로

$a=2m$, $b=6m$, $c=5m\,(m>0)$이라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos C=\frac{(2m)^2+(6m)^2-(5m)^2}{2\times2m\times6m}=\frac{5}{8}$

275

$\overline{BC}=a$라 하면 코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos A=\frac{5^2+6^2-a^2}{2\times5\times6}=\frac{3}{5}$

$25+36-a^2=36$, $a^2=25$ $\quad\therefore a=5$ ($\because a>0$)

이때 $0^\circ<A<180^\circ$에서 $\sin A=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$이므로 사인법칙에 의하여

$2R=\frac{5}{\frac{4}{5}}=\frac{25}{4}$ $\quad\therefore R=\frac{25}{8}$

$\therefore 16R=16\times\frac{25}{8}=50$

276

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

이것을 주어진 식에 대입하면

$\frac{a^2}{2R}-\frac{c^2}{2R}=\frac{(a-c)b}{2R}$, $(a-c)(a+c-b)=0$

$a+c\neq b$이므로 $a-c=0$ $\quad\therefore a=c$

따라서 삼각형 ABC는 $a=c$인 이등변삼각형이다.

277

$A+B+C=180^\circ$이므로 $A+B=180^\circ-C$

즉, $\sin(A+B)=\sin(180^\circ-C)=\sin C$이므로

$\sin C=\frac{1}{4}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times10\times4\times\frac{1}{4}=5$

278

사각형 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin135^\circ=3\sqrt{2}$

$\frac{1}{2}\times a\times b\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore ab=12$

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=8^2-2\times12=40$

ㅊㅐㄱ1.indb 69 20. 5. 27. 오후 4:42

8 등차수열과 등비수열

82 ~ 93쪽

001 답 **4, 7, 10, 13**

002 답 **1, 3, 7, 15**

003 답 $\mathbf{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}}$

004 답 $\boldsymbol{a_n=4n}$

$a_1=4=4\times1$, $a_2=8=4\times2$, $a_3=12=4\times3$,
$a_4=16=4\times4$, $\cdots$
따라서 일반항 a_n은 $a_n=4n$

005 답 $\boldsymbol{a_n=\frac{1}{n^2}}$

$a_1=1=\frac{1}{1^2}$, $a_2=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$, $a_3=\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}$,
$a_4=\frac{1}{16}=\frac{1}{4^2}$, $\cdots$
따라서 일반항 a_n은 $a_n=\frac{1}{n^2}$

006 답 $\boldsymbol{a_n=n(n+1)}$

$a_1=1\times(1+1)$, $a_2=2\times(2+1)$, $a_3=3\times(3+1)$,
$a_4=4\times(4+1)$, $\cdots$
따라서 일반항 a_n은 $a_n=n(n+1)$

007 답 $\boldsymbol{a_n=2n-5}$

$a_n=-3+(n-1)\times2=2n-5$

008 답 $\boldsymbol{a_n=-4n+9}$

$a_n=5+(n-1)\times(-4)=-4n+9$

009 답 $\boldsymbol{a_n=7n-10}$

$a_n=-3+(n-1)\times7=7n-10$

010 답 $\boldsymbol{a_n=5n-17}$

첫째항이 -12, 공차가 $-7-(-12)=5$이므로
$a_n=-12+(n-1)\times5=5n-17$

011 답 $\boldsymbol{a_n=-8n+19}$

첫째항이 11, 공차가 $3-11=-8$이므로
$a_n=11+(n-1)\times(-8)=-8n+19$

012 답 $\boldsymbol{a_n=6n-8}$

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_2=4$, $a_5=22$에서
$a+d=4$, $a+4d=22$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-2$, $d=6$
따라서 일반항 a_n은
$a_n=-2+(n-1)\times6=6n-8$

013 답 $\boldsymbol{a_n=2n+7}$

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_3=13$, $a_9=25$에서
$a+2d=13$, $a+8d=25$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=9$, $d=2$
따라서 일반항 a_n은
$a_n=9+(n-1)\times2=2n+7$

014 답 $\boldsymbol{a_n=-3n+20}$

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_4=8$, $a_8=-4$에서
$a+3d=8$, $a+7d=-4$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=17$, $d=-3$
따라서 일반항 a_n은
$a_n=17+(n-1)\times(-3)=-3n+20$

015 답 $\boldsymbol{a_n=-5n+21}$

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_2=11$, $a_7=-14$에서
$a+d=11$, $a+6d=-14$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=16$, $d=-5$
따라서 일반항 a_n은
$a_n=16+(n-1)\times(-5)=-5n+21$

016 답 $\boldsymbol{a_n=3n-14}$

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_4=-2$, $a_{11}=19$에서
$a+3d=-2$, $a+10d=19$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-11$, $d=3$
따라서 일반항 a_n은
$a_n=-11+(n-1)\times3=3n-14$

017 답 **36**

$a_7=6+(7-1)\times5=36$

018 답 **27**

$a_{11}=7+(11-1)\times2=27$

019 답 **−10**

$a_9=14+(9-1)\times(-3)=-10$

ㅊㅐㄱ1.indb 70 20. 5. 27. 오후 4:42

020 답 71
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_2=5$, $a_4=17$에서
$a+d=5$, $a+3d=17$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $d=6$
$\therefore a_{13}=-1+(13-1)\times6=71$

021 답 -27
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_5=13$, $a_9=-3$에서
$a+4d=13$, $a+8d=-3$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=29$, $d=-4$
$\therefore a_{15}=29+(15-1)\times(-4)=-27$

022 답 2
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_4=22$, $a_{10}=-8$에서
$a+3d=22$, $a+9d=-8$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=37$, $d=-5$
$\therefore a_8=37+(8-1)\times(-5)=2$

023 답 14, 17, 20
두 수 11과 23 사이에 세 개의 수를 넣으면 첫째항이 11, 제5항이 23이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_5=11+4d=23 \qquad \therefore d=3$
즉, $a_n=11+(n-1)\times3=3n+8$이므로
$a_2=14$, $a_3=17$, $a_4=20$
따라서 넣어야 할 세 수는 14, 17, 20이다.

024 답 -10, -13, -16
두 수 -7과 -19 사이에 세 개의 수를 넣으면 첫째항이 -7, 제5항이 -19이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_5=-7+4d=-19 \qquad \therefore d=-3$
즉, $a_n=-7+(n-1)\times(-3)=-3n-4$이므로
$a_2=-10$, $a_3=-13$, $a_4=-16$
따라서 넣어야 할 세 수는 -10, -13, -16이다.

025 답 -7, -3, 1
두 수 -11과 5 사이에 세 개의 수를 넣으면 첫째항이 -11, 제5항이 5이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_5=-11+4d=5 \qquad \therefore d=4$
즉, $a_n=-11+(n-1)\times4=4n-15$이므로
$a_2=-7$, $a_3=-3$, $a_4=1$
따라서 넣어야 할 세 수는 -7, -3, 1이다.

026 답 13, 20, 27, 34
두 수 6과 41 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 6, 제6항이 41이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_6=6+5d=41$
$\therefore d=7$
즉, $a_n=6+(n-1)\times7=7n-1$이므로
$a_2=13$, $a_3=20$, $a_4=27$, $a_5=34$
따라서 넣어야 할 네 수는 13, 20, 27, 34이다.

027 답 16, 10, 4, -2
두 수 22와 -8 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 22, 제6항이 -8이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_6=22+5d=-8$
$\therefore d=-6$
즉, $a_n=22+(n-1)\times(-6)=-6n+28$이므로
$a_2=16$, $a_3=10$, $a_4=4$, $a_5=-2$
따라서 넣어야 할 네 수는 16, 10, 4, -2이다.

028 답 -4, 1, 6, 11
두 수 -9와 16 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 -9, 제6항이 16이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면
$a_6=-9+5d=16$
$\therefore d=5$
즉, $a_n=-9+(n-1)\times5=5n-14$이므로
$a_2=-4$, $a_3=1$, $a_4=6$, $a_5=11$
따라서 넣어야 할 네 수는 -4, 1, 6, 11이다.

029 답 $x=8$
x는 3과 13의 등차중항이므로
$x=\dfrac{3+13}{2}=8$

030 답 $x=13$
6은 x와 -1의 등차중항이므로
$6=\dfrac{x+(-1)}{2}$
$x-1=12$
$\therefore x=13$

031 답 $x=10$, $y=22$
x는 4와 16의 등차중항이므로
$x=\dfrac{4+16}{2}=10$
16은 x와 y의 등차중항이므로
$16=\dfrac{x+y}{2}$
$32=10+y$
$\therefore y=22$

ㅊㅐㄱ1.indb 71 20. 5. 27. 오후 4:42

032 답 $x=6$, $y=-10$

y는 -2와 -18의 등차중항이므로

$y=\frac{(-2)+(-18)}{2}=-10$

-2는 x와 y의 등차중항이므로

$-2=\frac{x+y}{2}$, $-4=x-10$

$\therefore x=6$

033 답 $x=-5$, $y=1$, $z=7$

y는 -2와 4의 등차중항이므로

$y=\frac{(-2)+4}{2}=1$

-2는 x와 y의 등차중항이므로

$-2=\frac{x+y}{2}$, $-4=x+1$

$\therefore x=-5$

4는 y와 z의 등차중항이므로

$4=\frac{y+z}{2}$, $8=1+z$

$\therefore z=7$

034 답 $x=14$, $y=4$, $z=-6$

y는 9와 -1의 등차중항이므로

$y=\frac{9+(-1)}{2}=4$

9는 x와 y의 등차중항이므로

$9=\frac{x+y}{2}$, $18=x+4$

$\therefore x=14$

-1은 y와 z의 등차중항이므로

$-1=\frac{y+z}{2}$, $-2=4+z$

$\therefore z=-6$

035 답 1, 3, 5

세 수를 $a-d$, a, $a+d$로 놓으면

$(a-d)+a+(a+d)=9$ ...... ㉠

$(a-d)\times a\times(a+d)=15$ ...... ㉡

㉠에서 $3a=9$ $\quad\therefore a=3$

$a=3$을 ㉡에 대입하면

$(3-d)\times 3\times(3+d)=15$, $9-d^2=5$

$d^2=4$ $\quad\therefore d=\pm 2$

따라서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 1, 3, 5이다.

036 답 -4, -1, 2

세 수를 $a-d$, a, $a+d$로 놓으면

$(a-d)+a+(a+d)=-3$ ...... ㉠

$(a-d)\times a\times(a+d)=8$ ...... ㉡

㉠에서 $3a=-3$ $\quad\therefore a=-1$

$a=-1$을 ㉡에 대입하면

$(-1-d)\times(-1)\times(-1+d)=8$, $1-d^2=-8$

$d^2=9$ $\quad\therefore d=\pm 3$

따라서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -4, -1, 2이다.

037 답 -7, 1, 9

세 수를 $a-d$, a, $a+d$로 놓으면

$(a-d)+a+(a+d)=3$ ...... ㉠

$(a-d)\times a\times(a+d)=-63$ ...... ㉡

㉠에서 $3a=3$ $\quad\therefore a=1$

$a=1$을 ㉡에 대입하면

$(1-d)\times 1\times(1+d)=-63$, $1-d^2=-63$

$d^2=64$ $\quad\therefore d=\pm 8$

따라서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -7, 1, 9이다.

038 답 1, 5, 9, 13

네 수를 $a-3d$, $a-d$, $a+d$, $a+3d$로 놓으면

$(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d)=28$ ...... ㉠

$(a-3d)\times(a+3d)=13$ ...... ㉡

㉠에서 $4a=28$ $\quad\therefore a=7$

$a=7$을 ㉡에 대입하면

$(7-3d)\times(7+3d)=13$, $49-9d^2=13$

$d^2=4$ $\quad\therefore d=\pm 2$

따라서 네 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 1, 5, 9, 13이다.

039 답 -10, -4, 2, 8

네 수를 $a-3d$, $a-d$, $a+d$, $a+3d$로 놓으면

$(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d)=-4$ ...... ㉠

$(a-d)\times(a+d)=(a-3d)\times(a+3d)+72$ ...... ㉡

㉠에서 $4a=-4$ $\quad\therefore a=-1$

$a=-1$을 ㉡에 대입하면

$(-1-d)\times(-1+d)=(-1-3d)\times(-1+3d)+72$

$1-d^2=1-9d^2+72$, $d^2=9$ $\quad\therefore d=\pm 3$

따라서 네 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -10, -4, 2, 8이다.

040 답 -5, -3, -1, 1

네 수를 $a-3d$, $a-d$, $a+d$, $a+3d$로 놓으면

$(a-3d)+(a-d)+(a+d)+(a+3d)=-8$ ...... ㉠

$(a-3d)^2+(a-d)^2+(a+d)^2+(a+3d)^2=36$ ...... ㉡

㉠에서 $4a=-8$ $\quad\therefore a=-2$

$a=-2$를 ㉡에 대입하면

$(-2-3d)^2+(-2-d)^2+(-2+d)^2+(-2+3d)^2=36$

$16+20d^2=36$, $d^2=1$ $\quad\therefore d=\pm 1$

따라서 네 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -5, -3, -1, 1이다.

ㅊㅐㄱ1.indb 72 20. 5. 27. 오후 4:42

041 답 126
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_9=\frac{9\times(2+26)}{2}=126$

042 답 -110
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_{11}=\frac{11\times\{10+(-30)\}}{2}=-110$

043 답 104
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_8=\frac{8\times\{2\times(-1)+(8-1)\times4\}}{2}=104$

044 답 -114
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_{12}=\frac{12\times\{2\times7+(12-1)\times(-3)\}}{2}=-114$

045 답 497
첫째항이 3, 공차가 $8-3=5$이므로
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_{14}=\frac{14\times\{2\times3+(14-1)\times5\}}{2}=497$

046 답 -80
첫째항이 19, 공차가 $13-19=-6$이므로
첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면
$S_{10}=\frac{10\times\{2\times19+(10-1)\times(-6)\}}{2}=-80$

047 답 96
공차를 d라 하면 $S_6=60$에서
$\frac{6\times\{2\times5+(6-1)\times d\}}{2}=60$
$10+5d=20$
$\therefore d=2$
$\therefore S_8=\frac{8\times\{2\times5+(8-1)\times2\}}{2}=96$

048 답 -290
공차를 d라 하면 $S_8=-184$에서
$\frac{8\times\{2\times(-2)+(8-1)\times d\}}{2}=-184$
$-4+7d=-46$
$\therefore d=-6$
$\therefore S_{10}=\frac{10\times\{2\times(-2)+(10-1)\times(-6)\}}{2}=-290$

049 답 282
공차를 d라 하면 $S_{10}=205$에서
$\frac{10\times\{2\times7+(10-1)\times d\}}{2}=205$
$14+9d=41$
$\therefore d=3$
$\therefore S_{12}=\frac{12\times\{2\times7+(12-1)\times3\}}{2}=282$

050 답 165
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $S_3=-3$, $S_5=20$에서
$\frac{3\times\{2a+(3-1)\times d\}}{2}=-3$, $\frac{5\times\{2a+(5-1)\times d\}}{2}=20$
$\therefore a+d=-1$, $a+2d=4$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-6$, $d=5$
$\therefore S_{10}=\frac{10\times\{2\times(-6)+(10-1)\times5\}}{2}=165$

051 답 276
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $S_2=6$, $S_6=66$에서
$\frac{2\times\{2a+(2-1)\times d\}}{2}=6$, $\frac{6\times\{2a+(6-1)\times d\}}{2}=66$
$\therefore 2a+d=6$, $2a+5d=22$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=1$, $d=4$
$\therefore S_{12}=\frac{12\times\{2\times1+(12-1)\times4\}}{2}=276$

052 답 768
첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $S_3=27$, $S_9=243$에서
$\frac{3\times\{2a+(3-1)\times d\}}{2}=27$, $\frac{9\times\{2a+(9-1)\times d\}}{2}=243$
$\therefore a+d=9$, $a+4d=27$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=3$, $d=6$
$\therefore S_{16}=\frac{16\times\{2\times3+(16-1)\times6\}}{2}=768$

053 답 49
$a_n=13+(n-1)\times(-2)=-2n+15$이므로
제n항에서 처음으로 음수가 된다고 하면
$-2n+15<0$
$\therefore n>\frac{15}{2}=7.5$
따라서 첫째항부터 제7항까지가 양수이고 제8항부터 음수이므로
구하는 최댓값은
$S_7=\frac{7\times\{2\times13+(7-1)\times(-2)\}}{2}=49$

ㅊㅐㄱ1.indb 73 20. 5. 27. 오후 4:42

054 답 **51**

$a_n=16+(n-1)\times(-3)=-3n+19$이므로

제n항에서 처음으로 음수가 된다고 하면

$-3n+19<0 \qquad \therefore n>\frac{19}{3}=6.333\cdots$

따라서 첫째항부터 제6항까지가 양수이고 제7항부터 음수이므로

구하는 최댓값은

$S_6=\frac{6\times\{2\times16+(6-1)\times(-3)\}}{2}=51$

055 답 **148**

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_3=26$, $a_6=11$에서

$a+2d=26$, $a+5d=11$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=36$, $d=-5$

$a_n=36+(n-1)\times(-5)=-5n+41$이므로

제n항에서 처음으로 음수가 된다고 하면

$-5n+41<0 \qquad \therefore n>\frac{41}{5}=8.2$

따라서 첫째항부터 제8항까지가 양수이고 제9항부터 음수이므로

구하는 최댓값은

$S_8=\frac{8\times\{2\times36+(8-1)\times(-5)\}}{2}=148$

056 답 **-92**

$a_n=-22+(n-1)\times3=3n-25$이므로

제n항에서 처음으로 양수가 된다고 하면

$3n-25>0 \qquad \therefore n>\frac{25}{3}=8.333\cdots$

따라서 첫째항부터 제8항까지가 음수이고 제9항부터 양수이므로

구하는 최솟값은

$S_8=\frac{8\times\{2\times(-22)+(8-1)\times3\}}{2}=-92$

057 답 **-136**

$a_n=-31+(n-1)\times4=4n-35$이므로

제n항에서 처음으로 양수가 된다고 하면

$4n-35>0 \qquad \therefore n>\frac{35}{4}=8.75$

따라서 첫째항부터 제8항까지가 음수이고 제9항부터 양수이므로

구하는 최솟값은

$S_8=\frac{8\times\{2\times(-31)+(8-1)\times4\}}{2}=-136$

058 답 **-108**

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_2=-27$, $a_8=9$에서

$a+d=-27$, $a+7d=9$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-33$, $d=6$

$a_n=-33+(n-1)\times6=6n-39$이므로

제n항에서 처음으로 양수가 된다고 하면

$6n-39>0 \qquad \therefore n>\frac{39}{6}=6.5$

따라서 첫째항부터 제6항까지가 음수이고 제7항부터 양수이므로

구하는 최솟값은

$S_6=\frac{6\times\{2\times(-33)+(6-1)\times6\}}{2}=-108$

059 답 **$a_n=2n-5$**

(i) $n\geq2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(n^2-4n)-\{(n-1)^2-4(n-1)\}$

$=2n-5 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=1^2-4\times1=-3 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=2n-5$

060 답 **$a_n=6n-1$**

(i) $n\geq2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(3n^2+2n)-\{3(n-1)^2+2(n-1)\}$

$=6n-1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=3\times1^2+2\times1=5 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=6n-1$

061 답 **$a_1=0$, $a_n=2n-4\ (n\geq2)$**

(i) $n\geq2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(n^2-3n+2)-\{(n-1)^2-3(n-1)+2\}$

$=2n-4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=1^2-3\times1+2=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같지 않으므로 일반항 a_n은

$a_1=0$, $a_n=2n-4\ (n\geq2)$

062 답 **$a_1=1$, $a_n=4n-6\ (n\geq2)$**

(i) $n\geq2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(2n^2-4n+3)-\{2(n-1)^2-4(n-1)+3\}$

$=4n-6 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=2\times1^2-4\times1+3=1 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같지 않으므로 일반항 a_n은

$a_1=1$, $a_n=4n-6\ (n\geq2)$

수학1.indb 74 20. 5. 27. 오후 4:42

063 답 $a_n=2^{n-1}$

064 답 $a_n=3\times5^{n-1}$

065 답 $a_n=7\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

066 답 $a_n=3\times(-2)^{n-1}$

첫째항이 3, 공비가 $\frac{-6}{3}=-2$이므로 일반항 a_n은

$a_n=3\times(-2)^{n-1}$

067 답 $a_n=(\sqrt{5})^{n+1}$

첫째항이 5, 공비가 $\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$이므로 일반항 a_n은

$a_n=5\times(\sqrt{5})^{n-1}=(\sqrt{5})^{n+1}$

068 답 $a_n=2\times3^{n-2}$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_2=ar=2$ …… ㉠

$a_5=ar^4=54$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=27$ $\therefore r=3$

$r=3$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=\frac{2}{3}$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=\frac{2}{3}\times3^{n-1}=2\times3^{n-2}$

069 답 $a_n=-3\times(-2)^{n-1}$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_3=ar^2=-12$ …… ㉠

$a_6=ar^5=96$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=-8$ $\therefore r=-2$

$r=-2$를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=-3$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=-3\times(-2)^{n-1}$

070 답 $a_n=(\sqrt{2})^n$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_2=ar=2$ …… ㉠

$a_7=ar^6=8\sqrt{2}$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^5=4\sqrt{2}$ $\therefore r=\sqrt{2}$

$r=\sqrt{2}$를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=\sqrt{2}$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=\sqrt{2}\times(\sqrt{2})^{n-1}=(\sqrt{2})^n$

071 답 $a_n=(-1)^n$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_4=ar^3=1$ …… ㉠

$a_9=ar^8=-1$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^5=-1$ $\therefore r=-1$

$r=-1$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=-1$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=(-1)\times(-1)^{n-1}=(-1)^n$

072 답 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-9}$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_5=ar^4=16$ …… ㉠

$a_{12}=ar^{11}=\frac{1}{8}$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^7=\frac{1}{128}$ $\therefore r=\frac{1}{2}$

$r=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=256$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=256\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-9}$

073 답 320

$a_7=5\times2^6=320$

074 답 $\frac{3}{64}$

$a_9=12\times\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{3}{64}$

075 답 $-\frac{1}{81}$

$a_8=27\times\left(-\frac{1}{3}\right)^7=-\frac{1}{81}$

076 답 81

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_2=ar=\frac{1}{27}$ …… ㉠

$a_5=ar^4=1$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=27$ $\therefore r=3$

$r=3$을 ㉠에 대입하여 풀면

$a=\frac{1}{81}$

$\therefore a_9=\frac{1}{81}\times3^8=81$

ㅊㅐㄱ1.indb 75 20. 5. 27. 오후 4:42

077 답 $-\frac{\sqrt{5}}{25}$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_3=ar^2=25$ ······ ㉠

$a_6=ar^5=-\sqrt{5}$ ······ ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=-\frac{1}{5\sqrt{5}}$ $\quad\therefore r=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

$r=-\frac{1}{\sqrt{5}}$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=125$

$\therefore a_{10}=125\times\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^9=-\frac{\sqrt{5}}{25}$

078 답 $96\sqrt{2}$

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_2=ar=3\sqrt{2}$ ······ ㉠

$a_7=ar^6=24$ ······ ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^5=4\sqrt{2}$ $\quad\therefore r=\sqrt{2}$

$r=\sqrt{2}$를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=3$

$\therefore a_{12}=3\times(\sqrt{2})^{11}=96\sqrt{2}$

079 답 $20,\ 40,\ 80$

두 수 10과 160 사이에 세 개의 양수를 넣으면 첫째항이 10, 제5항이 160이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_5=10\times r^4=160,\ r^4=16$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$

즉, $a_n=10\times2^{n-1}$이므로 $a_2=20,\ a_3=40,\ a_4=80$

따라서 넣어야 할 세 양수는 20, 40, 80이다.

080 답 $6,\ 2,\ \frac{2}{3}$

두 수 18과 $\frac{2}{9}$ 사이에 세 개의 양수를 넣으면 첫째항이 18, 제5항이 $\frac{2}{9}$이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_5=18\times r^4=\frac{2}{9},\ r^4=\frac{1}{81}$ $\quad\therefore r=\frac{1}{3}\ (\because r>0)$

즉, $a_n=18\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$이므로 $a_2=6,\ a_3=2,\ a_4=\frac{2}{3}$

따라서 넣어야 할 세 양수는 6, 2, $\frac{2}{3}$이다.

081 답 $3\sqrt{3},\ 9,\ 9\sqrt{3}$

두 수 3과 27 사이에 세 개의 양수를 넣으면 첫째항이 3, 제5항이 27이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_5=3\times r^4=27,\ r^4=9$ $\quad\therefore r=\sqrt{3}\ (\because r>0)$

즉, $a_n=3\times(\sqrt{3})^{n-1}$이므로

$a_2=3\sqrt{3},\ a_3=9,\ a_4=9\sqrt{3}$

따라서 넣어야 할 세 양수는 $3\sqrt{3}$, 9, $9\sqrt{3}$이다.

082 답 $3,\ 9,\ 27,\ 81$

두 수 1과 243 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 1, 제6항이 243이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_6=1\times r^5=243$ $\quad\therefore r=3$

즉, $a_n=1\times3^{n-1}=3^{n-1}$이므로

$a_2=3,\ a_3=9,\ a_4=27,\ a_5=81$

따라서 넣어야 할 네 수는 3, 9, 27, 81이다.

083 답 $12,\ 6,\ 3,\ \frac{3}{2}$

두 수 24와 $\frac{3}{4}$ 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 24, 제6항이 $\frac{3}{4}$이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_6=24\times r^5=\frac{3}{4},\ r^5=\frac{1}{32}$

$\therefore r=\frac{1}{2}$

즉, $a_n=24\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$이므로

$a_2=12,\ a_3=6,\ a_4=3,\ a_5=\frac{3}{2}$

따라서 넣어야 할 네 수는 12, 6, 3, $\frac{3}{2}$이다.

084 답 $-6,\ 12,\ -24,\ 48$

두 수 3과 -96 사이에 네 개의 수를 넣으면 첫째항이 3, 제6항이 -96이므로 공비를 r, 일반항을 a_n이라 하면

$a_6=3\times r^5=-96,\ r^5=-32$

$\therefore r=-2$

즉, $a_n=3\times(-2)^{n-1}$이므로

$a_2=-6,\ a_3=12,\ a_4=-24,\ a_5=48$

따라서 넣어야 할 네 수는 -6, 12, -24, 48이다.

085 답 $x=-15$ 또는 $x=15$

x는 3과 75의 등비중항이므로

$x^2=3\times75,\ x^2=225$

$\therefore x=-15$ 또는 $x=15$

086 답 $x=-\frac{1}{4},\ y=-4$ 또는 $x=\frac{1}{4},\ y=4$

x는 $\frac{1}{16}$과 1의 등비중항이므로

$x^2=\frac{1}{16}$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

1은 x와 y의 등비중항이므로 $1^2=xy$

(i) $x=-\frac{1}{4}$일 때

$-\frac{y}{4}=1$ $\quad\therefore y=-4$

ㅊㅐㄱ1.indb 76 20. 5. 27. 오후 4:42

(ii) $x=\frac{1}{4}$일 때

$\frac{y}{4}=1 \quad \therefore y=4$

(i), (ii)에서 $x=-\frac{1}{4}$, $y=-4$ 또는 $x=\frac{1}{4}$, $y=4$

087 답 $x=-21$, $y=-189$ 또는 $x=21$, $y=189$

x는 7과 63의 등비중항이므로

$x^2=7\times63 \quad \therefore x=-21$ 또는 $x=21$

63은 x와 y의 등비중항이므로 $63^2=xy$

(i) $x=-21$일 때

$-21y=63^2 \quad \therefore y=-189$

(ii) $x=21$일 때

$21y=63^2 \quad \therefore y=189$

(i), (ii)에서 $x=-21$, $y=-189$ 또는 $x=21$, $y=189$

088 답 $\sqrt{6}$

6은 a와 $6a$의 등비중항이므로

$6^2=a\times6a$, $a^2=6$

$\therefore a=\sqrt{6}$ ($\because a>0$)

089 답 9

$5\sqrt{3}$은 $a-4$와 $a+6$의 등비중항이므로

$(5\sqrt{3})^2=(a-4)\times(a+6)$, $a^2+2a-99=0$

$(a+11)(a-9)=0 \quad \therefore a=9$ ($\because a>0$)

090 답 2

a는 $a-3$과 $a-6$의 등비중항이므로

$a^2=(a-3)\times(a-6)$

$-9a+18=0 \quad \therefore a=2$

091 답 2, 4, 8

세 수를 a, ar, ar^2으로 놓으면

$a+ar+ar^2=14$에서

$a(1+r+r^2)=14 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$a\times ar\times ar^2=64$에서

$(ar)^3=4^3 \quad \therefore ar=4 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠÷㉡을 하면 $\frac{a(1+r+r^2)}{ar}=\frac{14}{4}$, $\frac{1+r+r^2}{r}=\frac{7}{2}$

$2+2r+2r^2=7r$, $2r^2-5r+2=0$

$(2r-1)(r-2)=0 \quad \therefore r=\frac{1}{2}$ 또는 $r=2$

(i) $r=\frac{1}{2}$일 때

$r=\frac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면 $a=8$이므로

구하는 세 수는 8, 4, 2

(ii) $r=2$일 때

$r=2$를 ㉡에 대입하면 $a=2$이므로

구하는 세 수는 2, 4, 8

(i), (ii)에서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 2, 4, 8이다.

092 답 -3, 1, 9

세 수를 a, ar, ar^2으로 놓으면

$a+ar+ar^2=7$에서

$a(1+r+r^2)=7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$a\times ar\times ar^2=-27$에서

$(ar)^3=(-3)^3 \quad \therefore ar=-3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠÷㉡을 하면

$\frac{a(1+r+r^2)}{ar}=-\frac{7}{3}$, $\frac{1+r+r^2}{r}=-\frac{7}{3}$

$3+3r+3r^2=-7r$, $3r^2+10r+3=0$

$(r+3)(3r+1)=0 \quad \therefore r=-3$ 또는 $r=-\frac{1}{3}$

(i) $r=-3$일 때

$r=-3$을 ㉡에 대입하면 $a=1$이므로

구하는 세 수는 1, -3, 9

(ii) $r=-\frac{1}{3}$일 때

$r=-\frac{1}{3}$을 ㉡에 대입하면 $a=9$이므로

구하는 세 수는 9, -3, 1

(i), (ii)에서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -3, 1, 9이다.

093 답 1, 4, 16

세 수를 a, ar, ar^2으로 놓으면

$a+ar+ar^2=21$에서

$a(1+r+r^2)=21 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$a\times ar\times ar^2=64$에서

$(ar)^3=4^3 \quad \therefore ar=4 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠÷㉡을 하면

$\frac{a(1+r+r^2)}{ar}=\frac{21}{4}$, $\frac{1+r+r^2}{r}=\frac{21}{4}$

$4+4r+4r^2=21r$, $4r^2-17r+4=0$

$(4r-1)(r-4)=0 \quad \therefore r=\frac{1}{4}$ 또는 $r=4$

(i) $r=\frac{1}{4}$일 때

$r=\frac{1}{4}$을 ㉡에 대입하면 $a=16$이므로

구하는 세 수는 16, 4, 1

(ii) $r=4$일 때

$r=4$를 ㉡에 대입하면 $a=1$이므로

구하는 세 수는 1, 4, 16

(i), (ii)에서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 1, 4, 16이다.

ㅊㅐㄱ1.indb 77 20. 5. 27. 오후 4:42

094 답 **-6, 3, 12**

세 수를 a, ar, ar^2으로 놓으면

$a+ar+ar^2=9$에서

$a(1+r+r^2)=9$ …… ㉠

$a\times ar\times ar^2=-216$에서

$(ar)^3=(-6)^3$ $\therefore ar=-6$ …… ㉡

㉠÷㉡을 하면 $\dfrac{a(1+r+r^2)}{ar}=-\dfrac{9}{6}$, $\dfrac{1+r+r^2}{r}=-\dfrac{3}{2}$

$2+2r+2r^2=-3r$, $2r^2+5r+2=0$

$(r+2)(2r+1)=0$ $\therefore r=-2$ 또는 $r=-\dfrac{1}{2}$

(i) $r=-2$일 때

$r=-2$를 ㉡에 대입하면 $a=3$이므로

구하는 세 수는 3, -6, 12

(ii) $r=-\dfrac{1}{2}$일 때

$r=-\dfrac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면 $a=12$이므로

구하는 세 수는 12, -6, 3

(i), (ii)에서 세 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면 -6, 3, 12이다.

095 답 **120**

첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면 첫째항이 8, 공비가 1이므로

$S_{15}=15\times 8=120$

096 답 **$3^{10}-1$**

첫째항이 2, 공비가 $\dfrac{6}{2}=3$이므로 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$S_{10}=\dfrac{2\times(3^{10}-1)}{3-1}=3^{10}-1$

097 답 **-728**

첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$S_6=\dfrac{4\times\{1-(-3)^6\}}{1-(-3)}=-728$

098 답 **$\dfrac{2}{3}\times\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}\right\}$**

첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$S_{12}=\dfrac{\dfrac{1}{3}\times\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}\right\}}{1-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{2}{3}\times\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}\right\}$

099 답 **511**

첫째항이 1, 공비가 $\dfrac{2}{1}=2$인 등비수열의 제n항을 256이라 하면

$1\times 2^{n-1}=256$, $2^{n-1}=2^8$ $\therefore n=9$

$\therefore 1+2+4+8+\cdots+256=\dfrac{1\times(2^9-1)}{2-1}=511$

100 답 **$27\times\left\{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^7\right\}$**

첫째항이 9, 공비가 $\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$인 등비수열의 제$n$항을 $\dfrac{64}{81}$라 하면

$9\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}=\dfrac{64}{81}$, $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^6$

$\therefore n=7$

$\therefore 9+6+4+\dfrac{8}{3}+\cdots+\dfrac{64}{81}=\dfrac{9\times\left\{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^7\right\}}{1-\dfrac{2}{3}}$

$=27\times\left\{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^7\right\}$

101 답 **168**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면 $S_3=8$, $S_6=40$에서

$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}=8$ …… ㉠

$\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}=40$ …… ㉡

㉡에서 $\dfrac{a(r^3-1)(r^3+1)}{r-1}=40$이고, 이 식에 ㉠을 대입하면

$8(r^3+1)=40$ $\therefore r^3=4$

$\therefore S_9=\dfrac{a(r^9-1)}{r-1}=\dfrac{a(r^3-1)(r^6+r^3+1)}{r-1}$

$=8(r^6+r^3+1)=8\times(4^2+4+1)=168$

102 답 **112**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면 $S_4=16$, $S_8=48$에서

$\dfrac{a(r^4-1)}{r-1}=16$ …… ㉠

$\dfrac{a(r^8-1)}{r-1}=48$ …… ㉡

㉡에서 $\dfrac{a(r^4-1)(r^4+1)}{r-1}=48$이고, 이 식에 ㉠을 대입하면

$16(r^4+1)=48$ $\therefore r^4=2$

$\therefore S_{12}=\dfrac{a(r^{12}-1)}{r-1}=\dfrac{a(r^4-1)(r^8+r^4+1)}{r-1}$

$=16(r^8+r^4+1)=16\times(2^2+2+1)=112$

103 답 **260**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면 $S_5=20$, $S_{10}=80$에서

$\dfrac{a(r^5-1)}{r-1}=20$ …… ㉠

$\dfrac{a(r^{10}-1)}{r-1}=80$ …… ㉡

㉡에서 $\dfrac{a(r^5-1)(r^5+1)}{r-1}=80$이고, 이 식에 ㉠을 대입하면

$20(r^5+1)=80$ $\therefore r^5=3$

ㅊㅐㄱ1.indb 78 20. 5. 27. 오후 4:42

$\therefore S_{15}=\frac{a(r^{15}-1)}{r-1}=\frac{a(r^5-1)(r^{10}+r^5+1)}{r-1}$

$=20(r^{10}+r^5+1)=20\times(3^2+3+1)=260$

104 답 **182**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_2=2$에서 $a+ar=2$

$\therefore a(1+r)=2$ …… ㉠

$a_4+a_5=54$에서 $ar^3+ar^4=54$

$\therefore ar^3(1+r)=54$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=27 \quad \therefore r=3$

$r=3$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$

$\therefore S_6=\frac{\frac{1}{2}\times(3^6-1)}{3-1}=182$

105 답 **255**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_2=3$에서 $a+ar=3$

$\therefore a(1+r)=3$ …… ㉠

$a_4+a_5=24$에서 $ar^3+ar^4=24$

$\therefore ar^3(1+r)=24$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=8 \quad \therefore r=2$

$r=2$를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=1$

$\therefore S_8=\frac{1\times(2^8-1)}{2-1}=255$

106 답 **86**

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_3=160$에서 $a+ar^2=160$

$\therefore a(1+r^2)=160$ …… ㉠

$a_4+a_6=-20$에서 $ar^3+ar^5=-20$

$\therefore ar^3(1+r^2)=-20$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^3=-\frac{1}{8} \quad \therefore r=-\frac{1}{2}$

$r=-\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하여 풀면 $a=128$

$\therefore S_7=\frac{128\times\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^7\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=86$

107 답 $\boldsymbol{a_n=4\times5^{n-1}}$

(i) $n\ge2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}=(5^n-1)-(5^{n-1}-1)$

$=5^n-5^{n-1}=4\times5^{n-1}$ …… ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=5^1-1=4$ …… ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=4\times5^{n-1}$

108 답 $\boldsymbol{a_n=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}$

(i) $n\ge2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}-\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\right\}$

$=-\left(\frac{2}{3}\right)^n+\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ …… ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=1-\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{1}{3}$ …… ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같으므로 일반항 a_n은

$a_n=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

109 답 $\boldsymbol{a_1=9,\ a_n=2^{n+1}\ (n\ge2)}$

(i) $n\ge2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(2^{n+2}+1)-(2^{n+1}+1)$

$=2^{n+2}-2^{n+1}$

$=2^{n+1}$ …… ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=2^3+1=9$ …… ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같지 않으므로 일반항 a_n은

$a_1=9,\ a_n=2^{n+1}(n\ge2)$

110 답 $\boldsymbol{a_1=\frac{15}{16},\ a_n=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^n(n\ge2)}$

(i) $n\ge2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right\}-\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}$

$=-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}+\left(\frac{1}{4}\right)^n$

$=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$ …… ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=1-\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{15}{16}$ …… ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같지 않으므로 일반항 a_n은

$a_1=\frac{15}{16},\ a_n=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{4}\right)^n(n\ge2)$

ㅊㅐㄱ1.indb 79 20. 5. 27. 오후 4:42

111 답 **4**

1번 조정한 후 사진의 넓이는

$1024\times\frac{1}{2}$

2번 조정한 후 사진의 넓이는

$1024\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1024\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

3번 조정한 후 사진의 넓이는

$1024\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=1024\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$

⋮

n번 조정한 후 사진의 넓이는

$1024\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

따라서 8번 조정한 후 사진의 넓이는

$1024\times\left(\frac{1}{2}\right)^8=2^{10}\times\left(\frac{1}{2}\right)^8=4$

112 답 $\mathbf{18\times\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}$

한 변의 길이가 6인 정삼각형의 둘레의 길이는 $6\times3=18$

1회 시행에서 그리는 정삼각형의 둘레의 길이는

$18\times\frac{1}{2}$

2회 시행에서 그리는 정삼각형의 둘레의 길이는

$18\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=18\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

3회 시행에서 그리는 정삼각형의 둘레의 길이는

$18\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=18\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$

⋮

n회 시행에서 그리는 정삼각형의 둘레의 길이는

$18\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

따라서 10번째 시행에서 그리는 정삼각형의 둘레의 길이는

$18\times\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

113 답 $\mathbf{\left(\frac{1}{4}\right)^8}$

한 변의 길이가 4인 정사각형의 넓이는 $4\times4=16$

1회 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이는

$16\times\frac{1}{4}$

2회 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이는

$16\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=16\times\left(\frac{1}{4}\right)^2$

3회 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이는

$16\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}=16\times\left(\frac{1}{4}\right)^3$

⋮

n회 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이는

$16\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$

따라서 10번째 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이는

$16\times\left(\frac{1}{4}\right)^{10}=\left(\frac{1}{4}\right)^8$

114 답 **1122만 원**

$100\times(1+0.02)+100\times(1+0.02)^2+\cdots+100\times(1+0.02)^{10}$

$=\frac{100\times(1+0.02)\times\{(1+0.02)^{10}-1\}}{(1+0.02)-1}$

$=\frac{100\times1.02\times(1.02^{10}-1)}{0.02}$

$=\frac{100\times1.02\times(1.22-1)}{0.02}=1122$(만 원)

115 답 **1100만 원**

$100+100\times(1+0.02)+\cdots+100\times(1+0.02)^9$

$=\frac{100\times\{(1+0.02)^{10}-1\}}{(1+0.02)-1}=\frac{100\times(1.02^{10}-1)}{0.02}$

$=\frac{100\times(1.22-1)}{0.02}=1100$(만 원)

116 답 **3502만 원**

$300\times(1+0.03)+300\times(1+0.03)^2+\cdots+300\times(1+0.03)^{10}$

$=\frac{300\times(1+0.03)\times\{(1+0.03)^{10}-1\}}{(1+0.03)-1}$

$=\frac{300\times1.03\times(1.03^{10}-1)}{0.03}$

$=\frac{300\times1.03\times(1.34-1)}{0.03}=3502$(만 원)

117 답 **3400만 원**

$300+300\times(1+0.03)+\cdots+300\times(1+0.03)^9$

$=\frac{300\times\{(1+0.03)^{10}-1\}}{(1+0.03)-1}=\frac{300\times(1.03^{10}-1)}{0.03}$

$=\frac{300\times(1.34-1)}{0.03}=3400$(만 원)

93쪽

중단원 #기출#교과서

118 ①	119 87	120 −10	121 ①
122 ④	123 18	124 ④	125 −6

118

공차를 d라 하면 $a_{10}-a_7=6$에서

$(4+9d)-(4+6d)=6\qquad\therefore d=2$

$\therefore a_4=4+(4-1)\times2=10$

ㅊㅐㄱ1.indb 80 20. 5. 27. 오후 4:42

119

13과 45 사이에 세 개의 수 a, b, c를 넣으면 첫째항이 13, 제5항이 45이므로 공차를 d, 일반항을 a_n이라 하면

$a_5=13+4d=45 \qquad \therefore d=8$

따라서 $a_n=13+(n-1)\times 8=8n+5$이므로

$a=a_2=21$, $b=a_3=29$, $c=a_4=37$

$\therefore a+b+c=21+29+37=87$

다른 풀이

b는 13과 45의 등차중항이므로

$b=\dfrac{13+45}{2}=29$

a는 13과 b의 등차중항이므로

$a=\dfrac{13+b}{2}=\dfrac{13+29}{2}=21$

c는 b와 45의 등차중항이므로

$c=\dfrac{b+45}{2}=\dfrac{29+45}{2}=37$

$\therefore a+b+c=21+29+37=87$

120

제4항과 제6항은 절댓값이 같고 부호가 반대이므로

$a_4+a_6=0$

공차를 d라 하면

$(8+3d)+(8+5d)=0$, $16+8d=0$

$\therefore d=-2$

따라서 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 8, 공차가 -2인 등차수열이므로 첫째항부터 제10항까지의 합은

$\dfrac{10\times\{2\times 8+(10-1)\times(-2)\}}{2}=-10$

121

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_3=26$, $a_9=8$에서

$a+2d=26$, $a+8d=8$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=32$, $d=-3$

$a_n=32+(n-1)\times(-3)=-3n+35$이므로

제n항에서 처음으로 음수가 된다고 하면

$-3n+35<0 \qquad \therefore n>\dfrac{35}{3}=11.666\cdots$

따라서 첫째항부터 제11항까지가 양수이고 제12항부터 음수이므로 첫째항부터 제n항까지의 합이 최대가 되도록 하는 자연수 n의 값은 11이다.

122

첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_2=a+d$, $a_5=a+4d$, $a_{14}=a+13d$

세 항 a_2, a_5, a_{14}가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 a_5가 a_2와 a_{14}의 등비중항이다.

따라서 $a_5^{\ 2}=a_2a_{14}$에서

$(a+4d)^2=(a+d)\times(a+13d)$

$a^2+8ad+16d^2=a^2+14ad+13d^2$

$3d^2=6ad \qquad \therefore d=2a\,(\because a\neq 0,\ d\neq 0)$

$\therefore \dfrac{a_{23}}{a_3}=\dfrac{a+22d}{a+2d}=\dfrac{45a}{5a}=9$

123

세 수를 a, ar, ar^2으로 놓으면

$a+ar+ar^2=14$에서

$a(1+r+r^2)=14 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$a\times ar\times ar^2=-216$에서

$(ar)^3=(-6)^3 \qquad \therefore ar=-6 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠÷㉡을 하면

$\dfrac{a(1+r+r^2)}{ar}=-\dfrac{14}{6}$, $\dfrac{1+r+r^2}{r}=-\dfrac{7}{3}$

$3+3r+3r^2=-7r$, $3r^2+10r+3=0$

$(r+3)(3r+1)=0$

$\therefore r=-3$ 또는 $r=-\dfrac{1}{3}$

(i) $r=-3$일 때

$r=-3$을 ㉡에 대입하면 $a=2$이므로

구하는 세 수는 2, -6, 18

(ii) $r=-\dfrac{1}{3}$일 때

$r=-\dfrac{1}{3}$을 ㉡에 대입하면 $a=18$이므로

구하는 세 수는 18, -6, 2

(i), (ii)에서 구하는 세 수 중 가장 큰 수는 18이다.

124

첫째항을 a, 공비를 r라 하면 $\dfrac{S_4}{S_2}=9$에서 $S_4=9S_2$이므로

$\dfrac{a(r^4-1)}{r-1}=9\times\dfrac{a(r^2-1)}{r-1}$, $r^2+1=9$

$\therefore r^2=8$

$\therefore \dfrac{a_4}{a_2}=\dfrac{ar^3}{ar}=r^2=8$

125

(i) $n\geq 2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(6\times 2^n+k)-(6\times 2^{n-1}+k)$

$=6\times 2^{n-1} \qquad \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $n=1$일 때

$a_1=S_1=6\times 2^1+k=12+k \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 수열 $\{a_n\}$이 첫째항부터 등비수열을 이루려면 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같아야 하므로

$12+k=6 \qquad \therefore k=-6$

ㅊㅐㄱ1.indb 81 20. 5. 27. 오후 4:42

9 수열의 합과 수학적 귀납법

94 ~ 104쪽

126 답 $\sum_{k=1}^{n}(3k-1)$

127 답 $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3k+1}$

128 답 $\sum_{k=1}^{6}4$

4가 6개 있으므로 $4+4+4+4+4+4=\sum_{k=1}^{6}4$

129 답 $\sum_{k=1}^{15}2^k$

수열 $2,\ 2^2,\ 2^3,\ \cdots$의 일반항을 a_n이라 하면 $a_n=2^n$

$\therefore\ 2+2^2+2^3+\cdots+2^{15}=\sum_{k=1}^{15}2^k$

130 답 $\sum_{k=1}^{99}k(k+1)$

수열 $1\times2,\ 2\times3,\ 3\times4,\ \cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=n(n+1)$

따라서 $n(n+1)=99\times100$에서 $n=99$이므로

$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+99\times100=\sum_{k=1}^{99}k(k+1)$

131 답 $3+3^2+3^3+\cdots+3^n$

132 답 $2+4+6+\cdots+2n$

$\sum_{k=1}^{n}2k=2\times1+2\times2+2\times3+\cdots+2\times n=2+4+6+\cdots+2n$

133 답 $4\times5+5\times6+6\times7+\cdots+(n+1)(n+2)$

$\sum_{m=3}^{n}(m+1)(m+2)$

$=(3+1)(3+2)+(4+1)(4+2)+(5+1)(5+2)+\cdots+(n+1)(n+2)$

$=4\times5+5\times6+6\times7+\cdots+(n+1)(n+2)$

134 답 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}$

$\sum_{l=0}^{9}\frac{1}{l+1}=\frac{1}{0+1}+\frac{1}{1+1}+\frac{1}{2+1}+\cdots+\frac{1}{9+1}$

$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}$

135 답 $7+11+15+\cdots+47$

$\sum_{n=2}^{12}(4n-1)$

$=(4\times2-1)+(4\times3-1)+(4\times4-1)+\cdots+(4\times12-1)$

$=7+11+15+\cdots+47$

136 답 80

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}b_k=50+30=80$

137 답 -50

$\sum_{k=1}^{10}(2a_k-5b_k)=\sum_{k=1}^{10}2a_k-\sum_{k=1}^{10}5b_k=2\sum_{k=1}^{10}a_k-5\sum_{k=1}^{10}b_k$

$=2\times50-5\times30=100-150=-50$

138 답 60

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k-5)=\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}2b_k-\sum_{k=1}^{10}5$

$=\sum_{k=1}^{10}a_k+2\sum_{k=1}^{10}b_k-\sum_{k=1}^{10}5$

$=50+2\times30-5\times10$

$=50+60-50=60$

139 답 -30

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2)(a_k-2)=\sum_{k=1}^{10}(a_k^2-4)=\sum_{k=1}^{10}a_k^2-\sum_{k=1}^{10}4$

$=10-4\times10=10-40=-30$

140 답 12

$\sum_{k=1}^{10}(a_k-1)^2=\sum_{k=1}^{10}(a_k^2-2a_k+1)=\sum_{k=1}^{10}a_k^2-\sum_{k=1}^{10}2a_k+\sum_{k=1}^{10}1$

$=\sum_{k=1}^{10}a_k^2-2\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}1=10-2\times4+1\times10$

$=10-8+10=12$

141 답 178

$\sum_{k=1}^{10}(2a_k+3)^2=\sum_{k=1}^{10}(4a_k^2+12a_k+9)=\sum_{k=1}^{10}4a_k^2+\sum_{k=1}^{10}12a_k+\sum_{k=1}^{10}9$

$=4\sum_{k=1}^{10}a_k^2+12\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}9$

$=4\times10+12\times4+9\times10$

$=40+48+90=178$

142 답 48

$\sum_{k=1}^{8}(k+3)-\sum_{k=1}^{8}(k-3)=\sum_{k=1}^{8}\{(k+3)-(k-3)\}$

$=\sum_{k=1}^{8}6=6\times8=48$

143 답 30

$\sum_{k=1}^{10}(3k+4)-\sum_{k=4}^{10}(3k+4)=\sum_{k=1}^{3}(3k+4)$

$=7+10+13=30$

144 답 1160

$\sum_{k=1}^{12}(4k^2-100)-\sum_{k=1}^{9}(4k^2-100)=\sum_{k=10}^{12}(4k^2-100)$

$=300+384+476=1160$

ㅊㅐㄱ1.indb 82 20. 5. 27. 오후 4:42

145 답 **542**

$$\sum_{k=1}^{8}(2^k+4)=\sum_{k=1}^{8}2^k+\sum_{k=1}^{8}4=(2+2^2+2^3+\cdots+2^8)+4\times8$$
$$=\frac{2(2^8-1)}{2-1}+32=510+32=542$$

146 답 **972**

$$\sum_{k=1}^{6}(3^k-20)=\sum_{k=1}^{6}3^k-\sum_{k=1}^{6}20=(3+3^2+3^3+\cdots+3^6)-20\times6$$
$$=\frac{3(3^6-1)}{3-1}-120=1092-120=972$$

147 답 $-\frac{1024}{625}$

$$\sum_{k=1}^{4}\left\{\left(\frac{4}{5}\right)^k-1\right\}=\sum_{k=1}^{4}\left(\frac{4}{5}\right)^k-\sum_{k=1}^{4}1$$
$$=\left\{\frac{4}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4\right\}-1\times4$$
$$=\frac{\frac{4}{5}\left\{1-\left(\frac{4}{5}\right)^4\right\}}{1-\frac{4}{5}}-4=4-4\times\left(\frac{4}{5}\right)^4-4$$
$$=-\frac{1024}{625}$$

148 답 $n(n+4)$

$$\sum_{k=1}^{n}(2k+3)=2\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}3=2\times\frac{n(n+1)}{2}+3\times n$$
$$=n(n+1)+3n=n\{(n+1)+3\}=n(n+4)$$

149 답 **740**

$$\sum_{k=1}^{20}(4k-5)=4\sum_{k=1}^{20}k-\sum_{k=1}^{20}5=4\times\frac{20\times21}{2}-5\times20$$
$$=840-100=740$$

150 답 $\frac{n(n+1)(2n+13)}{6}$

$$\sum_{k=1}^{n}k(k+4)=\sum_{k=1}^{n}(k^2+4k)=\sum_{k=1}^{n}k^2+4\sum_{k=1}^{n}k$$
$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+4\times\frac{n(n+1)}{2}$$
$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{12n(n+1)}{6}$$
$$=\frac{n(n+1)\{(2n+1)+12\}}{6}$$
$$=\frac{n(n+1)(2n+13)}{6}$$

151 답 **5456**

$$\sum_{k=1}^{16}(2k-1)^2=\sum_{k=1}^{16}(4k^2-4k+1)=4\sum_{k=1}^{16}k^2-4\sum_{k=1}^{16}k+\sum_{k=1}^{16}1$$
$$=4\times\frac{16\times17\times33}{6}-4\times\frac{16\times17}{2}+1\times16$$
$$=5984-544+16=5456$$

152 답 $\frac{n(n+1)(n-1)(n+2)}{4}$

$$\sum_{k=1}^{n}k(k+1)(k-1)=\sum_{k=1}^{n}(k^3-k)=\sum_{k=1}^{n}k^3-\sum_{k=1}^{n}k$$
$$=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2-\frac{n(n+1)}{2}$$
$$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{2n(n+1)}{4}$$
$$=\frac{n(n+1)\{n(n+1)-2\}}{4}$$
$$=\frac{n(n+1)(n^2+n-2)}{4}$$
$$=\frac{n(n+1)(n-1)(n+2)}{4}$$

153 답 **6380**

$$\sum_{k=1}^{10}(k+1)^3+\sum_{k=1}^{10}(k-1)^3$$
$$=\sum_{k=1}^{10}(k^3+3k^2+3k+1)+\sum_{k=1}^{10}(k^3-3k^2+3k-1)$$
$$=\sum_{k=1}^{10}(2k^3+6k)=2\sum_{k=1}^{10}k^3+6\sum_{k=1}^{10}k$$
$$=2\times\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2+6\times\frac{10\times11}{2}$$
$$=6050+330=6380$$

154 답 $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$$2^2+4^2+6^2+\cdots+(2n)^2=\sum_{k=1}^{n}(2k)^2=4\sum_{k=1}^{n}k^2$$
$$=4\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$=\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

155 답 **1330**

수열 1^2, 3^2, 5^2, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면 $a_n=(2n-1)^2$

$$\therefore\ (\text{주어진 식})=\sum_{k=1}^{10}(2k-1)^2=\sum_{k=1}^{10}(4k^2-4k+1)$$
$$=4\sum_{k=1}^{10}k^2-4\sum_{k=1}^{10}k+\sum_{k=1}^{10}1$$
$$=4\times\frac{10\times11\times21}{6}-4\times\frac{10\times11}{2}+1\times10$$
$$=1540-220+10=1330$$

156 답 $\frac{(n-3)(n+4)}{2}$

$$4+5+6+\cdots+n=\sum_{k=4}^{n}k=\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{3}k$$
$$=\frac{n(n+1)}{2}-\frac{3\times4}{2}$$
$$=\frac{n(n+1)-12}{2}=\frac{n^2+n-12}{2}$$
$$=\frac{(n-3)(n+4)}{2}$$

ㅊㅐㄱ1.indb 83 20. 5. 27. 오후 4:42

157 답 **200**

$$5+6+7+\cdots+20=\sum_{k=5}^{20}k=\sum_{k=1}^{20}k-\sum_{k=1}^{4}k$$
$$=\frac{20\times21}{2}-\frac{4\times5}{2}=210-10=200$$

158 답 $\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$

$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)$

$=\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{3n(n+1)}{6}$

$=\frac{n(n+1)\{(2n+1)+3\}}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

159 답 **806**

수열 1×3, 2×4, 3×5, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=n(n+2)$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sum_{k=1}^{12}k(k+2)=\sum_{k=1}^{12}k^2+2\sum_{k=1}^{12}k$

$=\frac{12\times13\times25}{6}+2\times\frac{12\times13}{2}$

$=650+156=806$

160 답 $\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n+2)(3n+5)}{12}}$

$1\times2^2+2\times3^2+3\times4^2+\cdots+n(n+1)^2$

$=\sum_{k=1}^{n}k(k+1)^2=\sum_{k=1}^{n}(k^3+2k^2+k)=\sum_{k=1}^{n}k^3+2\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k$

$=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2+2\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}+\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{3n^2(n+1)^2}{12}+\frac{4n(n+1)(2n+1)}{12}+\frac{6n(n+1)}{12}$

$=\frac{n(n+1)\{3n(n+1)+4(2n+1)+6\}}{12}$

$=\frac{n(n+1)(3n^2+11n+10)}{12}=\frac{n(n+1)(n+2)(3n+5)}{12}$

161 답 **6050**

수열 $1^2\times2$, $2^2\times4$, $3^2\times6$, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=n^2\times2n=2n^3$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sum_{k=1}^{10}2k^3=2\sum_{k=1}^{10}k^3=2\times\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2$

$=2\times3025=6050$

162 답 $\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n+2)}{6}}$

수열 1, $1+2$, $1+2+3$, $1+2+3+4$, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=1+2+3+\cdots+n=\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{k(k+1)}{2}=\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}\right\}$

$=\frac{1}{2}\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{3n(n+1)}{6}\right\}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{n(n+1)\{(2n+1)+3\}}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

163 답 $\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$

수열 2, $2+4$, $2+4+6$, $2+4+6+8$, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=2+4+6+\cdots+2n=\sum_{k=1}^{n}2k=2\sum_{k=1}^{n}k=2\times\frac{n(n+1)}{2}$

$=n^2+n$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)=\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{3n(n+1)}{6}$

$=\frac{n(n+1)\{(2n+1)+3\}}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

164 답 $\boldsymbol{\frac{n^2(n+1)}{2}}$

수열 1, $1+4$, $1+4+7$, $1+4+7+10$, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=1+4+7+\cdots+(3n-2)=\sum_{k=1}^{n}(3k-2)$

$=3\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}2=3\times\frac{n(n+1)}{2}-2n$

$=\frac{3n(n+1)}{2}-\frac{4n}{2}=\frac{n\{3(n+1)-4\}}{2}=\frac{n(3n-1)}{2}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{k(3k-1)}{2}=\frac{1}{2}\left(3\sum_{k=1}^{n}k^2-\sum_{k=1}^{n}k\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{3\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{n(n+1)}{2}\right\}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{n(n+1)\{(2n+1)-1\}}{2}=\frac{n^2(n+1)}{2}$

165 답 $\boldsymbol{\frac{n}{n+1}}$

$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$

ㅊㅐㄱ1.indb 84 20. 5. 27. 오후 4:42

166 답 $\frac{13}{30}$

$\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\cdots+\frac{1}{14\times15}$

$=\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\sum_{k=1}^{13}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{15}\right)$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{15}=\frac{13}{30}$

167 답 $\frac{n}{2n+1}$

$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$

168 답 $\frac{169}{480}$

$\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\cdots+\frac{1}{14\times16}$

$=\sum_{k=1}^{13}\frac{1}{(k+1)(k+3)}$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{13}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+3}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)\right.$

$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{16}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{15}-\frac{1}{16}\right)=\frac{169}{480}$

169 답 $\frac{n}{3n+1}$

수열 $\frac{1}{1\times4}$, $\frac{1}{4\times7}$, $\frac{1}{7\times10}$, $\frac{1}{10\times13}$, …의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(3k-2)(3k+1)}$

$=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{3k-2}-\frac{1}{3k+1}\right)$

$=\frac{1}{3}\left\{\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{10}\right)\right.$

$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}\right)\right\}$

$=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)=\frac{n}{3n+1}$

170 답 $\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

수열 $\frac{1}{1\times3}$, $\frac{1}{2\times4}$, $\frac{1}{3\times5}$, $\frac{1}{4\times6}$, …의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=\frac{1}{n(n+2)}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+2)}$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\right.$

$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

171 답 $\frac{n}{2n+1}$

수열 $\frac{1}{2^2-1}$, $\frac{1}{4^2-1}$, $\frac{1}{6^2-1}$, $\frac{1}{8^2-1}$, …의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=\frac{1}{(2n)^2-1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$

$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)\right.$

$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$

172 답 $\frac{2n}{n+1}$

수열 1, $\frac{1}{1+2}$, $\frac{1}{1+2+3}$, $\frac{1}{1+2+3+4}$, …의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}k}$

$=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{2}{n(n+1)}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{k(k+1)}$

$=2\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=2\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right\}$

$=2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{2n}{n+1}$

ㅊ ㅐ ㄱ1.indb 85 20. 5. 27. 오후 4:42

173 답 $\sqrt{n+1}-1$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{(\sqrt{k+1}+\sqrt{k})(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{k+1-k}=\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$$
$$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$$
$$=\sqrt{n+1}-1$$

174 답 $5\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{71}+\sqrt{72}}$$
$$=\sum_{k=1}^{70}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k+2}}$$
$$=\sum_{k=1}^{70}\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k+2}}{(\sqrt{k+1}+\sqrt{k+2})(\sqrt{k+1}-\sqrt{k+2})}$$
$$=\sum_{k=1}^{70}\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k+2}}{k+1-(k+2)}=\sum_{k=1}^{70}(\sqrt{k+2}-\sqrt{k+1})$$
$$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})+\cdots+(\sqrt{72}-\sqrt{71})$$
$$=\sqrt{72}-\sqrt{2}=6\sqrt{2}-\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

175 답 $\dfrac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2k-1}+\sqrt{2k+1}}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{2k-1}-\sqrt{2k+1}}{(\sqrt{2k-1}+\sqrt{2k+1})(\sqrt{2k-1}-\sqrt{2k+1})}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{2k-1}-\sqrt{2k+1}}{2k-1-(2k+1)}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1})$$
$$=\frac{1}{2}\{(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})$$
$$+\cdots+(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})\}$$
$$=\frac{1}{2}(\sqrt{2n+1}-1)=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$$

176 답 $2\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{8}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{95}}$$
$$=\sum_{k=1}^{32}\frac{1}{\sqrt{3k+2}+\sqrt{3k-1}}$$
$$=\sum_{k=1}^{32}\frac{\sqrt{3k+2}-\sqrt{3k-1}}{(\sqrt{3k+2}+\sqrt{3k-1})(\sqrt{3k+2}-\sqrt{3k-1})}$$
$$=\sum_{k=1}^{32}\frac{\sqrt{3k+2}-\sqrt{3k-1}}{3k+2-(3k-1)}=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{32}(\sqrt{3k+2}-\sqrt{3k-1})$$
$$=\frac{1}{3}\{(\sqrt{5}-\sqrt{2})+(\sqrt{8}-\sqrt{5})+(\sqrt{11}-\sqrt{8})+\cdots+(\sqrt{98}-\sqrt{95})\}$$
$$=\frac{1}{3}(\sqrt{98}-\sqrt{2})=\frac{1}{3}(7\sqrt{2}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$$

177 답 2

$$\frac{1}{1+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{77}+\sqrt{81}}$$
$$=\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{\sqrt{4k-3}+\sqrt{4k+1}}$$
$$=\sum_{k=1}^{20}\frac{\sqrt{4k-3}-\sqrt{4k+1}}{(\sqrt{4k-3}+\sqrt{4k+1})(\sqrt{4k-3}-\sqrt{4k+1})}$$
$$=\sum_{k=1}^{20}\frac{\sqrt{4k-3}-\sqrt{4k+1}}{4k-3-(4k+1)}$$
$$=\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{20}(\sqrt{4k+1}-\sqrt{4k-3})$$
$$=\frac{1}{4}\{(\sqrt{5}-1)+(\sqrt{9}-\sqrt{5})+(\sqrt{13}-\sqrt{9})+\cdots+(\sqrt{81}-\sqrt{77})\}$$
$$=\frac{1}{4}(\sqrt{81}-1)=\frac{1}{4}(9-1)=2$$

178 답 $\dfrac{(2n-1)\times 3^{n+1}+3}{4}$

주어진 수열의 합을 S라 하고 3을 곱하면

$3S=1\times 3^2+2\times 3^3+3\times 3^4+\cdots+n\times 3^{n+1}$

$S-3S$를 하면

$$\begin{array}{rl} S= & 1\times 3+2\times 3^2+3\times 3^3+\cdots+n\times 3^n \\ -)\ 3S= & \qquad 1\times 3^2+2\times 3^3+\cdots+(n-1)\times 3^n+n\times 3^{n+1} \\ \hline -2S= & 3+3^2+3^3+\cdots+3^n-n\times 3^{n+1} \end{array}$$
$$=\frac{3(3^n-1)}{3-1}-n\times 3^{n+1}$$
$$=\frac{3^{n+1}-3}{2}-\frac{2n\times 3^{n+1}}{2}$$
$$=\frac{(1-2n)\times 3^{n+1}-3}{2}$$
$$\therefore S=\frac{(2n-1)\times 3^{n+1}+3}{4}$$

179 답 $\dfrac{2\times 4^{13}+1}{9}$

주어진 수열의 합을 S라 하고 4를 곱하면

$4S=1\times 4+2\times 4^2+3\times 4^3+4\times 4^4+\cdots+11\times 4^{11}$

$S-4S$를 하면

$$\begin{array}{rl} S= & 1+2\times 4+3\times 4^2+4\times 4^3+\cdots+11\times 4^{10} \\ -)\ 4S= & \quad 1\times 4+2\times 4^2+3\times 4^3+\cdots+10\times 4^{10}+11\times 4^{11} \\ \hline -3S= & 1+4+4^2+4^3+\cdots+4^{10}-11\times 4^{11} \end{array}$$
$$=\frac{4^{11}-1}{4-1}-11\times 4^{11}$$
$$=\frac{4^{11}-1}{3}-\frac{33\times 4^{11}}{3}$$
$$=\frac{-32\times 4^{11}-1}{3}$$
$$=\frac{-2\times 4^{13}-1}{3}$$
$$\therefore S=\frac{2\times 4^{13}+1}{9}$$

ㅊㅐㄱ1.indb 86 20. 5. 27. 오후 4:42

180 답 $3-\frac{2n+3}{2^n}$

주어진 수열의 합을 S라 하고 $\frac{1}{2}$을 곱하면

$\frac{1}{2}S=\frac{1}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{5}{2^4}+\cdots+\frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$S-\frac{1}{2}S$를 하면

$$\begin{array}{rl} S= & \frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n} \\ -\big)\ \frac{1}{2}S= & \qquad\frac{1}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{2n-3}{2^n}+\frac{2n-1}{2^{n+1}} \\ \hline \frac{1}{2}S= & \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{2n-1}{2^{n+1}} \end{array}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}$$

$$=\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}$$

$$=\frac{3}{2}-\left(\frac{4}{2^{n+1}}+\frac{2n-1}{2^{n+1}}\right)=\frac{3}{2}-\frac{2n+3}{2^{n+1}}$$

$\therefore S=3-\frac{2n+3}{2^n}$

181 답 $\frac{21}{4}+\frac{1}{4\times3^{11}}$

주어진 수열의 합을 S라 하고 $\frac{1}{3}$을 곱하면

$\frac{1}{3}S=\frac{11}{3^2}+\frac{10}{3^3}+\frac{9}{3^4}+\cdots+\frac{1}{3^{12}}$

$S-\frac{1}{3}S$를 하면

$$\begin{array}{rl} S= & \frac{11}{3}+\frac{10}{3^2}+\frac{9}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^{11}} \\ -\big)\ \frac{1}{3}S= & \qquad\frac{11}{3^2}+\frac{10}{3^3}+\cdots+\frac{2}{3^{11}}+\frac{1}{3^{12}} \\ \hline \frac{2}{3}S= & \frac{11}{3}-\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}-\cdots-\frac{1}{3^{11}}-\frac{1}{3^{12}} \end{array}$$

$$=4-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^{12}}\right)$$

$$=4-\frac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^{12}}\right)}{1-\frac{1}{3}}=4-\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{12}}\right)$$

$$=\frac{7}{2}+\frac{1}{2\times3^{12}}$$

$\therefore S=\frac{21}{4}+\frac{1}{4\times3^{11}}$

182 답 42

$a_2=2a_1+1=2\times1+1=3$

$a_3=2a_2+2=2\times3+2=8$

$a_4=2a_3+3=2\times8+3=19$

$\therefore a_5=2a_4+4=2\times19+4=42$

183 답 3

$a_2=\frac{3}{a_1}=\frac{3}{3}=1$

$a_3=\frac{3}{a_2}=\frac{3}{1}=3$

$a_4=\frac{3}{a_3}=\frac{3}{3}=1$

$\therefore a_5=\frac{3}{a_4}=\frac{3}{1}=3$

184 답 437

$a_2=a_1^2-4=1^2-4=-3$

$a_3=a_2^2-4=(-3)^2-4=5$

$a_4=a_3^2-4=5^2-4=21$

$\therefore a_5=a_4^2-4=21^2-4=437$

185 답 $\frac{2}{9}$

$\frac{1}{a_2}=\frac{1}{a_1}+1=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}\qquad\therefore a_2=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{a_3}=\frac{1}{a_2}+1=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}\qquad\therefore a_3=\frac{2}{5}$

$\frac{1}{a_4}=\frac{1}{a_3}+1=\frac{5}{2}+1=\frac{7}{2}\qquad\therefore a_4=\frac{2}{7}$

$\frac{1}{a_5}=\frac{1}{a_4}+1=\frac{7}{2}+1=\frac{9}{2}\qquad\therefore a_5=\frac{2}{9}$

186 답 8

$a_3=a_2+a_1=2+1=3$

$a_4=a_3+a_2=3+2=5$

$\therefore a_5=a_4+a_3=5+3=8$

187 답 $a_n=4n-3$

주어진 수열은 첫째항이 1이고 공차가 4인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=1+(n-1)\times4=4n-3$

188 답 $a_n=2n-5$

주어진 수열은 첫째항이 -3이고 공차가 2인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=-3+(n-1)\times2=2n-5$

189 답 $a_n=-3n+7$

주어진 수열은 첫째항이 4이고 공차가 -3인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=4+(n-1)\times(-3)=-3n+7$

190 답 $a_n=2n-1$

주어진 수열은 첫째항이 1이고 공차가 $a_2-a_1=3-1=2$인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=1+(n-1)\times2=2n-1$

초내그1.indb 87 20. 5. 27. 오후 4:42

191 답 $a_n=-3n+8$

주어진 수열은 첫째항이 5이고 공차가 $a_2-a_1=2-5=-3$인 등차수열이므로 일반항은

$a_n=5+(n-1)\times(-3)=-3n+8$

192 답 $a_n=(-5)^{n-1}$

주어진 수열은 첫째항이 1이고 공비가 -5인 등비수열이므로 일반항은

$a_n=1\times(-5)^{n-1}=(-5)^{n-1}$

193 답 $a_n=2^{n+1}$

주어진 수열은 첫째항이 4이고 공비가 2인 등비수열이므로 일반항은

$a_n=4\times2^{n-1}=2^{n+1}$

194 답 $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

주어진 수열은 첫째항이 3이고 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열이므로 일반항은

$a_n=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

195 답 $a_n=(-2)^{n-1}$

주어진 수열은 첫째항이 1이고 공비가 $\frac{a_2}{a_1}=-2$인 등비수열이므로 일반항은

$a_n=1\times(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1}$

196 답 $a_n=3^{n-2}$

주어진 수열은 첫째항이 $\frac{1}{3}$이고 공비가 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$인 등비수열이므로 일반항은

$a_n=\frac{1}{3}\times3^{n-1}=3^{n-2}$

197 답 $a_n=n^2-n+1$

$a_{n+1}-a_n=2n$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl}
 & a_2-a_1=2\times1 \\
 & a_3-a_2=2\times2 \\
 & a_4-a_3=2\times3 \\
 & \vdots \\
+) & a_n-a_{n-1}=2(n-1) \\
\hline
 & a_n-a_1=2\{1+2+3+\cdots+(n-1)\}=2\sum_{k=1}^{n-1}k
\end{array}$$

$\therefore a_n=a_1+2\sum_{k=1}^{n-1}k=1+2\times\frac{(n-1)\times n}{2}$

$=n^2-n+1$

198 답 $a_n=\frac{-n^2+n+4}{2}$

$a_{n+1}=a_n-n$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl}
 & a_2=a_1-1 \\
 & a_3=a_2-2 \\
 & a_4=a_3-3 \\
 & \vdots \\
+) & a_n=a_{n-1}-(n-1) \\
\hline
 & a_n=a_1-\{1+2+3+\cdots+(n-1)\}=a_1-\sum_{k=1}^{n-1}k
\end{array}$$

$=2-\frac{(n-1)\times n}{2}$

$=\frac{-n^2+n+4}{2}$

199 답 -2337

$a_{n+1}=a_n-3n$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl}
 & a_2=a_1-3\times1 \\
 & a_3=a_2-3\times2 \\
 & a_4=a_3-3\times3 \\
 & \vdots \\
+) & a_n=a_{n-1}-3(n-1) \\
\hline
 & a_n=a_1-3\{1+2+3+\cdots+(n-1)\}
\end{array}$$

$=a_1-3\sum_{k=1}^{n-1}k$

$=3-3\times\frac{(n-1)\times n}{2}$

$=\frac{-3n^2+3n+6}{2}$

$\therefore a_{40}=\frac{-3\times40^2+3\times40+6}{2}=-2337$

200 답 817

$a_{n+1}=a_n+n+1$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl}
 & a_2=a_1+2 \\
 & a_3=a_2+3 \\
 & a_4=a_3+4 \\
 & \vdots \\
+) & a_n=a_{n-1}+n \\
\hline
 & a_n=a_1+2+3+4+\cdots+n
\end{array}$$

$=a_1-1+(1+2+3+\cdots+n)=a_1-1+\sum_{k=1}^{n}k$

$=-2-1+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n^2+n-6}{2}$

$\therefore a_{40}=\frac{40^2+40-6}{2}=817$

ㅊㅐㄱ1.indb 88 20. 5. 27. 오후 4:42

201 답 $a_n=n+1$

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{n+2}{n+1}$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 곱하면

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{3}{2}$$
$$\frac{a_3}{a_2}=\frac{4}{3}$$
$$\frac{a_4}{a_3}=\frac{5}{4}$$
$$\vdots$$
$$\times\Big)\ \frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{n+1}{n}$$
$$\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\times\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{n+1}{n}$$

$\therefore\ a_n=a_1\times\dfrac{n+1}{2}$

$=2\times\dfrac{n+1}{2}=n+1$

202 답 $a_n=-\dfrac{2}{n(n+1)}$

$a_{n+1}=\dfrac{n}{n+2}a_n$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 곱하면

$$a_2=\frac{1}{3}a_1$$
$$a_3=\frac{2}{4}a_2$$
$$a_4=\frac{3}{5}a_3$$
$$\vdots$$
$$\times\Big)\ a_n=\frac{n-1}{n+1}a_{n-1}$$
$$a_n=a_1\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{6}\times\cdots\times\frac{n-2}{n}\times\frac{n-1}{n+1}\right)$$
$$=-1\times\frac{1\times2}{n(n+1)}=-\frac{2}{n(n+1)}$$

203 답 120

$a_{n+1}=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)a_n=\dfrac{n+1}{n}a_n$의 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 곱하면

$$a_2=2a_1$$
$$a_3=\frac{3}{2}a_2$$
$$a_4=\frac{4}{3}a_3$$
$$\vdots$$
$$\times\Big)\ a_n=\frac{n}{n-1}a_{n-1}$$
$$a_n=a_1\times\left(2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{n}{n-1}\right)=4n$$

$\therefore\ a_{30}=4\times30=120$

204 답 $-\dfrac{5\sqrt{22}}{44}$

$\sqrt{n+4}\,a_{n+1}=\sqrt{n+2}\,a_n$에서 $a_{n+1}=\dfrac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+4}}a_n$이므로 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례대로 대입하여 변끼리 곱하면

$$a_2=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}a_1$$
$$a_3=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6}}a_2$$
$$a_4=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}a_3$$
$$\vdots$$
$$\times\Big)\ a_n=\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+3}}a_{n-1}$$
$$a_n=a_1\times\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}\times\cdots\times\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}}\times\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+3}}\right)$$
$$=-5\times\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{4}}{\sqrt{n+2}\times\sqrt{n+3}}=-\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{n+2}\times\sqrt{n+3}}$$

$\therefore\ a_{30}=-\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{32}\times\sqrt{33}}=-\dfrac{5}{2\sqrt{22}}=-\dfrac{5\sqrt{22}}{44}$

205 답 $3,\ 1,\ (k+1)^2,\ (k+1)^2,\ (k+1)^2,\ 2k+3$

206 답 풀이 참조

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$

따라서 $n=1$일 때 주어진 등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$

이므로 양변에 $(2k+1)$을 더하면

$1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2k+1)=k^2+(2k+1)$

$=(k+1)^2$

따라서 $n=k+1$일 때에도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

207 답 풀이 참조

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=1\times2=2$, (우변)$=\dfrac{1\times2\times3}{3}=2$

따라서 $n=1$일 때 주어진 등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+k(k+1)=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}$

이므로 양변에 $(k+1)(k+2)$를 더하면

$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+k(k+1)+(k+1)(k+2)$

$=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}+(k+1)(k+2)$

$=\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$

$=\dfrac{(k+1)\{(k+1)+1\}\{(k+1)+2\}}{3}$

따라서 $n=k+1$일 때에도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

츠ㅐㄱ1.indb 89 20. 5. 27. 오후 4:42

208 ㉺ 풀이 참조

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{3}$, (우변)$=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}$

따라서 $n=1$일 때 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{k}{2k+1}$$

이므로 양변에 $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$을 더하면

$$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}+\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$$
$$=\frac{k}{2k+1}+\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$$
$$=\frac{2k^2+3k+1}{(2k+1)(2k+3)}$$
$$=\frac{(k+1)(2k+1)}{(2k+1)(2k+3)}=\frac{k+1}{2k+3}$$
$$=\frac{k+1}{2(k+1)+1}$$

따라서 $n=k+1$일 때에도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

209 ㉺ $2h$, $2h$, $1+h$, $1+h$, $k+1$, $k+1$

210 ㉺ 풀이 참조

(i) $n=4$일 때, (좌변)$=1\times2\times3\times4=24$, (우변)$=2^4=16$

따라서 $24>16$이므로 $n=4$일 때 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k\,(k\ge4)$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$1\times2\times3\times\cdots\times k>2^k$

이므로 양변에 $(k+1)$을 곱하면

$1\times2\times3\times\cdots\times k\times(k+1)>2^k(k+1)$

$k+1\ge5$이므로 $2^k(k+1)\ge2^k\times5>2^{k+1}$

$\therefore 1\times2\times3\times\cdots\times k\times(k+1)>2^{k+1}$

따라서 $n=k+1$일 때에도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 주어진 부등식은 $n\ge4$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

211 ㉺ 풀이 참조

(i) $n=2$일 때, (좌변)$=1+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}$, (우변)$=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

따라서 $\frac{5}{4}<\frac{3}{2}$이므로 $n=2$일 때 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k\,(k\ge2)$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}<2-\frac{1}{k}$$

이므로 양변에 $\frac{1}{(k+1)^2}$을 더하면

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}$$

이때 $2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}$과 $2-\frac{1}{k+1}$의 대소를 비교하면

$$2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}-\left(2-\frac{1}{k+1}\right)=-\frac{1}{k(k+1)^2}<0\;(\because k\ge2)$$

즉, $2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k+1}$이므로

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}<2-\frac{1}{k}+\frac{1}{(k+1)^2}$$
$$<2-\frac{1}{k+1}$$

따라서 $n=k+1$일 때에도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 주어진 부등식은 $n\ge2$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

212 ㉺ 풀이 참조

(i) $n=2$일 때, (좌변)$=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, (우변)$=\frac{2\times2}{2+1}=\frac{4}{3}$

따라서 $\frac{3}{2}>\frac{4}{3}$이므로 $n=2$일 때 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k\,(k\ge2)$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}>\frac{2k}{k+1}$$

이므로 양변에 $\frac{1}{k+1}$을 더하면

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}>\frac{2k}{k+1}+\frac{1}{k+1}=\frac{2k+1}{k+1}$$

이때 $\frac{2k+1}{k+1}$과 $\frac{2(k+1)}{k+2}$의 대소를 비교하면

$$\frac{2k+1}{k+1}-\frac{2(k+1)}{k+2}=\frac{k}{(k+1)(k+2)}>0\;(\because k\ge2)$$

즉, $\frac{2k+1}{k+1}>\frac{2(k+1)}{k+2}$이므로

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}>\frac{2k+1}{k+1}>\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$$

(i), (ii)에서 주어진 부등식은 $n\ge2$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

104쪽

중단원 #기출#교과서

213 ②	**214** 91	**215** 142	**216** $\sqrt{3}$
217 ①	**218** 40	**219** ②	

213

$\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n)=7$, $\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n)=5$를 변끼리 더하면

$\sum_{n=1}^{10}(2a_n-b_n)+\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n)=7+5$

$\sum_{n=1}^{10}\{(2a_n-b_n)+(a_n+b_n)\}=12$

$3\sum_{n=1}^{10}a_n=12 \qquad \therefore \sum_{n=1}^{10}a_n=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

ㅊㅐㄱ1.indb 90 20. 5. 27. 오후 4:42

$\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n)=5$에서 $\sum_{n=1}^{10}a_n+\sum_{n=1}^{10}b_n=5$

$4+\sum_{n=1}^{10}b_n=5$ (∵ ㉠) $\therefore \sum_{n=1}^{10}b_n=1$ …… ㉡

$\therefore \sum_{n=1}^{10}(a_n-2b_n)=\sum_{n=1}^{10}a_n-2\sum_{n=1}^{10}b_n=4-2\times1=2$ (∵ ㉠, ㉡)

214

$f(x)=2x^2-3x+1$이라 하면 $f(x)$를 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지는 $f(n)=2n^2-3n+1$이므로

$a_n=2n^2-3n+1$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)&=\sum_{n=1}^{7}(2n^2-3n+1-n^2+n)\\&=\sum_{n=1}^{7}(n^2-2n+1)\\&=\sum_{n=1}^{7}n^2-2\sum_{n=1}^{7}n+\sum_{n=1}^{7}1\\&=\frac{7\times8\times15}{6}-2\times\frac{7\times8}{2}+1\times7\\&=140-56+7=91\end{aligned}$$

215

$x^2+8x-n^2-2n=0$의 두 근이 α_n, β_n이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha_n+\beta_n=-8$, $\alpha_n\beta_n=-n^2-2n$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{\alpha_k}+\frac{1}{\beta_k}\right)&=\sum_{k=1}^{10}\frac{\alpha_k+\beta_k}{\alpha_k\beta_k}=\sum_{k=1}^{10}\frac{-8}{-k^2-2k}\\&=\sum_{k=1}^{10}\frac{8}{k(k+2)}=4\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)\\&=4\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\right.\\&\quad\left.+\cdots+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\right)\right\}\\&=4\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)=\frac{175}{33}\end{aligned}$$

따라서 $p=33$, $q=175$이므로 $q-p=175-33=142$

216

$a_n=3+(n-1)\times2=2n+1$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}}=\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{\sqrt{2k+1}+\sqrt{2k+3}}\\&=\sum_{k=1}^{12}\frac{\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k+3}}{(\sqrt{2k+1}+\sqrt{2k+3})(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k+3})}\\&=\sum_{k=1}^{12}\frac{\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k+3}}{2k+1-(2k+3)}\\&=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{12}(\sqrt{2k+3}-\sqrt{2k+1})\\&=\frac{1}{2}\{(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})+(\sqrt{9}-\sqrt{7})\\&\qquad+\cdots+(\sqrt{27}-\sqrt{25})\}\\&=\frac{1}{2}(\sqrt{27}-\sqrt{3})\\&=\frac{1}{2}(3\sqrt{3}-\sqrt{3})=\sqrt{3}\end{aligned}$$

217

$a_2=\frac{1+4}{2-1}a_1=5\times1=5$

$a_3=\frac{2+4}{4-1}a_2=2\times5=10$

$a_4=\frac{3+4}{6-1}a_3=\frac{7}{5}\times10=14$

$\therefore a_5=\frac{4+4}{8-1}a_4=\frac{8}{7}\times14=16$

218

n개의 직선에 1개의 직선을 추가하면 이 직선은 기존의 n개의 직선과 각각 한 번씩 만나므로 $(n+1)$개의 새로운 영역이 생긴다.
즉, $(n+1)$개의 직선으로 나누어지는 영역은 n개의 직선으로 나누어지는 영역보다 $(n+1)$개가 많으므로

$a_{n+1}=a_n+n+1\ (n=1, 2, 3, \cdots)$

$a_1=2$이므로

$a_2=a_1+2=2+2=4$

$a_3=a_2+3=4+3=7$

$a_4=a_3+4=7+4=11$

$a_5=a_4+5=11+5=16$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{k=1}^{5}a_k&=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5\\&=2+4+7+11+16=40\end{aligned}$$

219

$1\times2n+3\times(2n-2)+5\times(2n-4)+\cdots+(2n-1)\times2$

$$\begin{aligned}&=\sum_{k=1}^{n}(\boxed{2k-1})\{2n-(2k-2)\}\\&=\sum_{k=1}^{n}(\boxed{2k-1})\{2(n+1)-2k\}\\&=2(n+1)\sum_{k=1}^{n}(\boxed{2k-1})-2\sum_{k=1}^{n}(2k^2-k)\\&=2(n+1)\left(2\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}1\right)-2\left(2\sum_{k=1}^{n}k^2-\sum_{k=1}^{n}k\right)\\&=2(n+1)\{n(n+1)-n\}-2\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{\boxed{3}}-\frac{n(n+1)}{2}\right\}\\&=2(n+1)n^2-\frac{1}{3}\{2n(n+1)(2n+1)-3n(n+1)\}\\&=2(n+1)n^2-\frac{1}{3}[n(n+1)\{2(2n+1)-3\}]\\&=2(n+1)n^2-\frac{1}{3}n(n+1)(\boxed{4n-1})\\&=\frac{6(n+1)n^2-n(n+1)(4n-1)}{3}\\&=\frac{n(n+1)\{6n-(4n-1)\}}{3}\\&=\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}\end{aligned}$$

따라서 $f(k)=2k-1$, $a=3$, $g(n)=4n-1$이므로

$$\begin{aligned}f(a)\times g(a)&=f(3)\times g(3)\\&=(2\times3-1)\times(4\times3-1)=55\end{aligned}$$

ㅊㅐㄱ1.indb 91 20. 5. 27. 오후 4:42

9종 교과서 필수 문제

1 지수

106 ~ 107쪽

1 ②	2 ④	3 22	4 ①
5 2	6 a^2-b^2	7 5	8 ⑤
9 ③	10 ④	11 0	12 ⑤

1

3의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{3}$의 1개이므로 $a=1$

-8의 네제곱근 중 실수인 것은 없으므로 $b=0$

$\therefore a+b=1+0=1$

2

④ n이 짝수일 때, 1의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{1}$, $-\sqrt[n]{1}$, 즉 1, -1의 2개이다.

3

$$\sqrt[3]{\sqrt{2\times\sqrt[5]{64}}}=\sqrt[3]{\sqrt{2\times 2^{\frac{6}{5}}}}=\sqrt[3]{\sqrt{2^{\frac{11}{5}}}}$$
$$=2^{\frac{11}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}=2^{\frac{11}{30}}$$

따라서 $k=\frac{11}{30}$이므로 $60k=60\times\frac{11}{30}=22$

4

$a=(3^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}}=3^{2-2\sqrt{2}}$

$b=(9^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}-1}=(3^{2\sqrt{2}})^{\sqrt{2}-1}=3^{4-2\sqrt{2}}$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{3^{2-2\sqrt{2}}}{3^{4-2\sqrt{2}}}=3^{2-2\sqrt{2}-(4-2\sqrt{2})}=3^{-2}=\frac{1}{9}$

5

$$(\sqrt[3]{2^x})^{x+4y}\times(\sqrt[3]{2^y})^{y-3x}=(2^{\frac{x}{3}})^{x+4y}\times(2^{\frac{y}{3}})^{y-3x}$$
$$=2^{\frac{x^2+4xy}{3}}\times2^{\frac{y^2-3xy}{3}}$$
$$=2^{\frac{x^2+4xy}{3}+\frac{y^2-3xy}{3}}$$
$$=2^{\frac{x^2+xy+y^2}{3}}$$

이때 $x^3-y^3=6$, $x-y=2$이므로

$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$에서

$6=2(x^2+xy+y^2)$ $\qquad\therefore x^2+xy+y^2=3$

$\therefore$ (주어진 식)$=2^{\frac{x^2+xy+y^2}{3}}=2^{\frac{3}{3}}=2$

6

$$(a^{\frac13}+b^{\frac13})(a^{\frac23}-a^{\frac13}b^{\frac13}+b^{\frac23})(a-b)=(a+b)(a-b)$$
$$=a^2-b^2$$

7

$x=3^{\frac13}-3^{-\frac13}$에서

$x^3=(3^{\frac13})^3-(3^{-\frac13})^3-3\times3^{\frac13}\times3^{-\frac13}(3^{\frac13}-3^{-\frac13})$

$\quad=3-3^{-1}-3x=\frac{8}{3}-3x$

따라서 $x^3+3x=\frac{8}{3}$이므로

$6x^3+18x-11=6(x^3+3x)-11=6\times\frac{8}{3}-11=5$

8

$\frac{2^x+2^{-x}}{2^x-2^{-x}}=\frac{5}{4}$의 좌변의 분모, 분자에 2^x을 곱하면

$\frac{2^{2x}+1}{2^{2x}-1}=\frac{5}{4}$, $4(2^{2x}+1)=5(2^{2x}-1)$

$\therefore 2^{2x}=9$

$\therefore 2^{4x}=(2^{2x})^2=9^2=81$

9

$4^{\frac1a}=216$에서 $2^{\frac2a}=6^3$이므로 $6^a=2^{\frac23}$

$9^{\frac1b}=216$에서 $3^{\frac2b}=6^3$이므로 $6^b=3^{\frac23}$

$6^a\times6^b=2^{\frac23}\times3^{\frac23}$, $6^{a+b}=6^{\frac23}$

$\therefore a+b=\frac{2}{3}$

10

$a^5=5$에서 $a=5^{\frac15}$

$b^2=15$에서 $b=15^{\frac12}=3^{\frac12}\times5^{\frac12}$

$c^6=15$에서 $c=15^{\frac16}=3^{\frac16}\times5^{\frac16}$

이때

$(abc)^n=(3^{\frac12+\frac16}\times5^{\frac15+\frac12+\frac16})^n=3^{\frac{2n}{3}}\times5^{\frac{13n}{15}}$

에서 n이 3과 15의 공배수일 때 $(abc)^n$이 자연수가 되므로 자연수 n의 최솟값은 3과 15의 최소공배수인 15이다.

11

$5^x=6^y=\left(\frac{1}{30}\right)^z=k\,(k>0)$로 놓으면 $xyz\neq0$에서 $k\neq1$

$5^x=k$에서 $5=k^{\frac1x}$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$6^y=k$에서 $6=k^{\frac1y}$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉡

$\left(\frac{1}{30}\right)^z=k$에서 $\frac{1}{30}=k^{\frac1z}$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉢

㉠×㉡×㉢을 하면

$5\times6\times\frac{1}{30}=k^{\frac1x}\times k^{\frac1y}\times k^{\frac1z}$

$\therefore 1=k^{\frac1x+\frac1y+\frac1z}$

그런데 $k\neq1$이므로 $\frac1x+\frac1y+\frac1z=0$

12

$\sqrt[3]{5}=5^{\frac13}$, $\sqrt[4]{6}=6^{\frac14}$, $\sqrt[6]{10}=10^{\frac16}$이므로 지수의 분모를 3, 4, 6의 최소공배수 12로 통분하면

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 92 20. 5. 27. 오후 4:49

$\sqrt[3]{5}=5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{4}{12}}=(5^4)^{\frac{1}{12}}=625^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}=6^{\frac{3}{12}}=(6^3)^{\frac{1}{12}}=216^{\frac{1}{12}}$

$\sqrt[6]{10}=10^{\frac{1}{6}}=10^{\frac{2}{12}}=(10^2)^{\frac{1}{12}}=100^{\frac{1}{12}}$

이때 $100<216<625$이므로 $100^{\frac{1}{12}}<216^{\frac{1}{12}}<625^{\frac{1}{12}}$

$\therefore \sqrt[6]{10}<\sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{5}$

2 로그

108 ~ 109쪽

1 81	**2** ⑤	**3** -4	**4** ②
5 ④	**6** 18	**7** ④	**8** ②
9 ④	**10** 0.8188	**11** 16째 자리	**12** 2.5배

1

$\log_5\{\log_4(\log_3 x)\}=0$에서 $\log_4(\log_3 x)=5^0=1$

$\log_3 x=4^1=4$이므로 $x=3^4=81$

2

진수의 조건에 의해 모든 실수 x에 대하여 $x^2+2ax-a+6>0$이 항상 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2+2ax-a+6=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=a^2-1\times(-a+6)=a^2+a-6<0$

$(a+3)(a-2)<0 \qquad \therefore -3<a<2$

따라서 실수 a의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ⑤이다.

3

$\log_3\left(1-\frac{1}{2}\right)+\log_3\left(1-\frac{1}{3}\right)+\log_3\left(1-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\log_3\left(1-\frac{1}{81}\right)$

$=\log_3\frac{1}{2}+\log_3\frac{2}{3}+\log_3\frac{3}{4}+\cdots+\log_3\frac{80}{81}$

$=\log_3\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{80}{81}\right)$

$=\log_3\frac{1}{81}=\log_3 3^{-4}=-4$

4

$\log_6 24=\frac{\log_{10}24}{\log_{10}6}=\frac{\log_{10}(2^3\times3)}{\log_{10}(2\times3)}$

$=\frac{3\log_{10}2+\log_{10}3}{\log_{10}2+\log_{10}3}$

$=\frac{3a+b}{a+b}$

5

$\log_{\sqrt{3}}4=2\log_3 4=\log_3 16$, $\log_{16}3=\frac{1}{2}\log_4 3=\log_4\sqrt{3}$이므로

$\log_{\sqrt{3}}4=\log_3 16=A$, $\log_{16}3=\log_4\sqrt{3}=B$로 놓으면

(주어진 식)$=(A-B)^2-(A+B)^2$

$=A^2-2AB+B^2-(A^2+2AB+B^2)$

$=-4AB$

$=-4\times\log_3 16\times\log_{16}3=-4$

6

$\log_a 4=3$에서 $2\log_a 2=3$

즉, $\log_a 2=\frac{3}{2}$이므로 $\log_2 a=\frac{2}{3}$

$\log_b 32=27$에서 $5\log_b 2=27$

즉, $\log_b 2=\frac{27}{5}$이므로 $\log_2 b=\frac{5}{27}$

$\therefore \log_b a=\frac{\log_2 a}{\log_2 b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{27}}=\frac{18}{5}$

$\therefore \log_b a^5=5\log_b a=5\times\frac{18}{5}=18$

7

$a=6^{\log_{36}3+\log_6 4\sqrt{3}}=6^{\log_6(\sqrt{3}\times4\sqrt{3})}=6^{\log_6 12}=12$

$b=3^{\log_{\sqrt{3}}2-\log_9 16}=3^{\log_3 4-\log_3 4}=3^0=1$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{12}{1}=12$

8

$a^3b^5=1$의 양변에 밑이 a인 로그를 취하면

$\log_a a^3b^5=\log_a 1$이므로 $3\log_a a+5\log_a b=0$

$3+5\log_a b=0 \qquad \therefore \log_a b=-\frac{3}{5}$

$\therefore \log_{a^5}a^6b^3=\frac{\log_a a^6b^3}{\log_a a^5}=\frac{6+3\log_a b}{5}=\frac{6+3\times\left(-\frac{3}{5}\right)}{5}=\frac{21}{25}$

9

이차방정식 $x^2+3x-3=0$의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 b$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2 a+\log_2 b=-3$, $\log_2 ab=-3$

따라서 $ab=2^{-3}=\frac{1}{8}$이므로 $\frac{1}{ab}=8$

10

$\log 2.86=0.4564$이므로

$\log\sqrt[3]{286}=\frac{1}{3}\log 286=\frac{1}{3}\log(2.86\times10^2)$

$=\frac{1}{3}(\log 2.86+2)=\frac{1}{3}(0.4564+2)$

$=\frac{1}{3}\times2.4564=0.8188$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 93 20. 5. 27. 오후 4:49

11

$\log 6^{-20}=-20\log 6=-20(\log 2+\log 3)$

$=-20(0.3010+0.4771)=-20\times 0.7781$

$=-15.562=-16+0.438$

이때 정수 부분이 -16이므로 6^{-20}은 소수점 아래 16째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

12

현재 제품 생산량을 A라 하면 매년 10 %씩 증가하므로 10년 후 제품 생산량은

$A\left(1+\frac{10}{100}\right)^{10}=1.1^{10}A$

1.1^{10}의 값을 구하기 위해 상용로그를 취하면

$\log 1.1^{10}=10\log 1.1=10\times 0.04=0.4$

이때 $\log 2.5=0.4$이므로 $1.1^{10}=2.5$

따라서 10년 후 제품 생산량은 현재 제품 생산량의 2.5배가 된다.

3 지수함수와 로그함수 110 ~ 111쪽

1 ①	2 ⑤	3 3	4 ⑤
5 ④	6 1	7 ①	8 ②
9 ①	10 1	11 2	12 1

1

$f(0)=a^n=3$, $f(2)=a^{2m+n}=12$이므로

$a^{2m}=4 \qquad \therefore a^m=2$ ($\because a^m>0$)

$\therefore f(3)=a^{3m+n}=(a^m)^3\times a^n=2^3\times 3=24$

2

ㄱ. $f(-x)=2^{-x}=\frac{1}{2^x}=\frac{1}{f(x)}$ (참)

ㄴ. $f(x+y)=2^{x+y}=2^x\times 2^y=f(x)f(y)$ (참)

ㄷ. $f(2x)=2^{2x}=(2^x)^2=\{f(x)\}^2$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

3

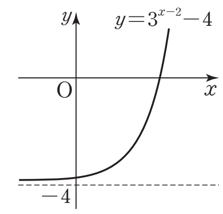
$y=3\times 2^x+\frac{1}{2}=2^{x+\log_2 3}+\frac{1}{2}$이므로 함수 $y=3\times 2^x+\frac{1}{2}$의 그래프는 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\log_2 3$만큼, y축의 방향으로 $\frac{1}{2}$만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=-\log_2 3$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$b^a=\left(\frac{1}{2}\right)^{-\log_2 3}=2^{\log_2 3}=3$

4

$y=3^{x-2}-4$의 그래프는 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



⑤ 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

5

$x^2-4x+3=t$로 놓으면

$t=(x-2)^2-1$

$-1\le x\le 3$에서 $-1\le t\le 8$

이때 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^t$의 밑이 1보다 작으므로

$t=-1$, 즉 $x^2-4x+3=-1$, $(x-2)^2=0$에서 $x=2$일 때 최댓값 2를 갖는다.

따라서 $a=2$, $b=2$이므로 $ab=4$

6

$y=4^x-2\times 2^x-3=(2^x)^2-2\times 2^x-3$

$2^x=t$ $(t>0)$로 놓으면 $-1\le x\le 2$에서

$2^{-1}\le 2^x\le 2^2 \qquad \therefore \frac{1}{2}\le t\le 4$

이때 주어진 함수는

$y=t^2-2t-3=(t-1)^2-4$

따라서 $t=4$일 때 최댓값 $(4-1)^2-4=5$, $t=1$일 때 최솟값 -4를 갖는다.

즉, $M=5$, $m=-4$이므로 $M+m=5-4=1$

7

$f(2)=\left(\frac{1}{9}\right)^2=3^{-4}$이므로

$(g\circ f)(2)=g(f(2))=g(3^{-4})=\log_3 3^{-4}=-4$

8

$y=f(x)$, 즉 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면

$y-5=\log_3(x-2) \qquad \therefore y=\log_3(x-2)+5$

따라서 $g(x)=\log_3(x-2)+5$이므로

$g(11)=\log_3 9+5=2+5=7$

9

함수 $f(x)$는 $y=\log_2(x+a)$의 역함수이므로

$y=\log_2(x+a)$에서 $x+a=2^y$

x와 y를 서로 바꾸면

$y+a=2^x \qquad \therefore y=2^x-a$

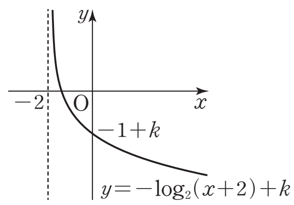
따라서 $f(x)=2^x-a$이고 $f(2)=3$이므로

$2^2-a=3 \qquad \therefore a=1$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 94 20. 5. 27. 오후 4:49

10

함수 $y=-\log_2(x+2)+k$의 그래프는 $y=-\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 것이다.



따라서 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로

$-1+k\le 0$ $\quad\therefore k\le 1$

따라서 실수 k의 최댓값은 1이다.

11

$f(x)=|x^2-4x-5|=|(x-2)^2-9|$라 하면

$0\le x\le 4$에서 $5\le f(x)\le 9$

이때 $y=\log_3 f(x)$의 밑이 1보다 크므로 $f(x)$가 최대일 때, 최댓값을 갖는다.

즉, $f(x)$가 $x=2$일 때 최댓값 9를 가지므로 구하는 함수의 최댓값은

$\log_3 9=\log_3 3^2=2$

12

$y=(\log_2 x)^2+a\log_4 x^2+b$

$\quad=(\log_2 x)^2+a\log_2 x+b$

$\log_2 x=t$로 놓으면 $y=t^2+at+b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

위의 함수가 $x=2$, 즉 $t=1$일 때 최솟값 2를 가지므로

$y=(t-1)^2+2=t^2-2t+3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 일치해야 하므로

$a=-2$, $b=3$

$\therefore a+b=1$

4 지수함수와 로그함수의 활용 112 ~ 113쪽

1 2	2 ②	3 ②	4 ④
5 9	6 8	7 ⑤	8 10
9 ③	10 63	11 ⑤	12 16년

1

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{6x}=4^{1-x^2}$에서 $2^{-3x}=2^{2-2x^2}$이므로

$-3x=2-2x^2$, $2x^2-3x-2=0$

$(2x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 주어진 방정식을 만족시키는 정수 x의 값은 2이다.

2

$x^x\times x^6=(x^x)^2$에서 $x^{x+6}=x^{2x}$

밑이 같으므로

(i) 지수가 같을 때

$x+6=2x$에서 $x=6$

(ii) 밑이 1일 때

$x=1$

(i), (ii)에서 방정식의 해가 $x=1$ 또는 $x=6$이므로 모든 근의 합은

$1+6=7$

3

$\left(\frac{1}{2}\right)^{ax}\ge 2^{x^2}$에서 $2^{-ax}\ge 2^{x^2}$

밑이 1보다 크므로

$-ax\ge x^2$, $x^2+ax\le 0$

$x(x+a)\le 0$ $\quad\therefore -a\le x\le 0$ ($\because a>0$)

부등식을 만족시키는 정수 x가 3개이므로

$-3<-a\le -2$ $\quad\therefore 2\le a<3$

따라서 자연수 a의 값은 2이다.

4

(i) $0<x<1$일 때

$x^2-16>6x$에서 $x^2-6x-16>0$

$(x+2)(x-8)>0$ $\quad\therefore x<-2$ 또는 $x>8$

그런데 $0<x<1$이므로 해는 없다.

(ii) $x=1$일 때, 부등식은 성립하지 않는다.

(iii) $x>1$일 때

$x^2-16<6x$에서 $x^2-6x-16<0$

$(x+2)(x-8)<0$ $\quad\therefore -2<x<8$

그런데 $x>1$이므로 $1<x<8$

(i), (ii), (iii)에서 부등식의 해는 $1<x<8$이므로

$\alpha+\beta=1+8=9$

5

$9^x-2\times 3^{x+1}+k\ge 0$에서 $(3^x)^2-6\times 3^x+k\ge 0$

$3^x=t$ $(t>0)$로 놓으면

$t^2-6t+k\ge 0$ $\quad\therefore (t-3)^2+k-9\ge 0$

위의 부등식이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립하려면

$k-9\ge 0$ $\quad\therefore k\ge 9$

따라서 실수 k의 최솟값은 9이다.

6

$4^x-3\times 2^{x+1}+k=0$에서 $(2^x)^2-6\times 2^x+k=0$

$2^x=t$ $(t>0)$로 놓으면 $t^2-6t+k=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

주어진 방정식의 서로 다른 두 실근을 α, β라 하면 ㉠의 두 근은 2^α, 2^β이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$k=2^\alpha\times 2^\beta=2^{\alpha+\beta}=2^3=8$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 95 20. 5. 27. 오후 4:49

7

진수의 조건에서 $x+1>0$, $2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}$ …… ㉠

$\log_3(x+1)-2\log_3 2=\log_3(2x-1)$에서

$\log_3(x+1)=\log_3 4(2x-1)$

따라서 $x+1=8x-4$이므로

$7x=5$ $\therefore x=\frac{5}{7}$

이것은 ㉠을 만족하므로 구하는 해이다.

8

진수의 조건에서 $x>0$ …… ㉠

양변에 상용로그를 취하면

$\log 10x^{3-\log x}=\log\frac{x^2}{10}$

$\log 10+(3-\log x)\log x=2\log x-\log 10$

$\therefore (\log x)^2-\log x-2=0$

$\log x=t$로 놓으면

$t^2-t-2=0$, $(t+1)(t-2)=0$

$\therefore t=-1$ 또는 $t=2$

즉, $\log x=-1$ 또는 $\log x=2$이므로

$x=\frac{1}{10}$ 또는 $x=100$

이것은 ㉠을 만족하므로 방정식의 모든 근의 곱은

$\frac{1}{10}\times 100=10$

9

진수의 조건에서 $x+2>0$, $x-1>0$

$\therefore x>1$ …… ㉠

$\log_2(x+2)-\log_2(x-1)-2>0$에서

$\log_2(x+2)>\log_2(x-1)+2$, $\log_2(x+2)>\log_2 4(x-1)$

밑이 1보다 크므로

$x+2>4x-4$, $3x<6$

$\therefore x<2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 구하는 부등식의 해가 $1<x<2$이므로

$\alpha+\beta=1+2=3$

10

진수의 조건에서 $\log_4 x>0$, $x>0$

$\therefore x>1$ …… ㉠

$\log_3(\log_4 x)\le 1$에서

$\log_3(\log_4 x)\le\log_3 3$, $\log_4 x\le 3$

$\therefore x\le 64$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 부등식의 해가 $1<x\le 64$이므로

부등식을 만족시키는 정수 x는 2, 3, 4, …, 64의 63개이다.

11

$\log_2 x\times\log_2 5x=4$에서 $\log_2 x(\log_2 x+\log_2 5)=4$

$\log_2 x=t$로 놓으면 $t(t+\log_2 5)=4$

$t^2+t\log_2 5-4=0$ …… ㉠

방정식 $\log_2 x\times\log_2 5x=4$의 두 근이 α, β이므로 ㉠의 두 근은 $\log_2\alpha$, $\log_2\beta$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2\alpha+\log_2\beta=-\log_2 5$, $\log_2\alpha\beta=\log_2\frac{1}{5}$

$\therefore \alpha\beta=\frac{1}{5}$

12

현재의 미세 먼지 농도를 a라 하면 n년 후의 미세 먼지 농도는

$a\times(1+0.04)^n=a\times 1.04^n$

n년 후에 미세 먼지 농도가 현재의 2배 이상이 된다고 하면

$a\times 1.04^n\ge 2a$

양변을 a로 나누고 상용로그를 취하면

$n\log 1.04\ge\log 2$, $0.02n\ge 0.301$

$\therefore n\ge\frac{0.301}{0.02}=15.05$

따라서 미세 먼지 농도가 현재의 2배 이상이 되는 것은 최소 16년 후이다.

5 삼각함수

114 ~ 115쪽

1 ⑤	2 ③	3 ②	4 ③
5 ①	6 10000 m^2	7 ①	8 ⑤
9 ③	10 ④	11 ①	12 ③

1

① $-670^\circ=360^\circ\times(-2)+50^\circ$

② $-310^\circ=360^\circ\times(-1)+50^\circ$

③ $410^\circ=360^\circ\times 1+50^\circ$

④ $770^\circ=360^\circ\times 2+50^\circ$

⑤ $1330^\circ=360^\circ\times 3+250^\circ$

따라서 동경의 위치가 나머지 넷과 다른 것은 ⑤이다.

2

① $-665^\circ=360^\circ\times(-2)+55^\circ$이므로 $\alpha=55$

② $-286^\circ=360^\circ\times(-1)+74^\circ$이므로 $\alpha=74$

③ $648^\circ=360^\circ\times 1+288^\circ$이므로 $\alpha=288$

④ $1537^\circ=360^\circ\times 4+97^\circ$이므로 $\alpha=97$

⑤ $1836^\circ=360^\circ\times 5+36^\circ$이므로 $\alpha=36$

따라서 α의 값이 가장 큰 것은 ③이다.

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 96 20. 5. 27. 오후 4:49

3

ㄱ. $-940^\circ=360^\circ\times(-3)+140^\circ$이므로 -940°는 제2사분면의 각이다.

ㄴ. $-425^\circ=360^\circ\times(-2)+295^\circ$이므로 -425°는 제4사분면의 각이다.

ㄷ. $795^\circ=360^\circ\times2+75^\circ$이므로 795°는 제1사분면의 각이다.

ㄹ. $-\frac{19}{3}\pi=2\pi\times(-4)+\frac{5}{3}\pi$이므로 $-\frac{19}{3}\pi$는 제4사분면의 각이다.

ㅁ. $-\frac{23}{6}\pi=2\pi\times(-2)+\frac{\pi}{6}$이므로 $-\frac{23}{6}\pi$는 제1사분면의 각이다.

ㅂ. $\frac{46}{9}\pi=2\pi\times2+\frac{10}{9}\pi$이므로 $\frac{46}{9}\pi$는 제3사분면의 각이다.

따라서 제4사분면의 각은 ㄴ, ㄹ이다.

4

$\theta+3\theta=2n\pi+\pi$ (단, n은 정수)

$\therefore\ \theta=\frac{n}{2}\pi+\frac{\pi}{4}$ …… ㉠

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$에서 $\frac{3}{2}\pi<\frac{n}{2}\pi+\frac{\pi}{4}<2\pi$이므로

$\frac{5}{2}<n<\frac{7}{2}$ $\quad\therefore\ n=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $\theta=\frac{7}{4}\pi$

5

반지름의 길이가 r인 원의 넓이는 πr^2

반지름의 길이가 $3r$이고 호의 길이가 12π인 부채꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3r\times12\pi=18\pi r$

두 넓이가 서로 같으므로 $\pi r^2=18\pi r$

$r(r-18)=0$ $\quad\therefore\ r=18\ (\because\ r>0)$

6

부채꼴 모양의 수영장의 반지름의 길이를 r m, 호의 길이를 l m라 하면 둘레의 길이가 400 m이므로

$2r+l=400$ $\quad\therefore\ l=400-2r$

이때 $400-2r>0$, $r>0$이므로 $0<r<200$

부채꼴 모양의 수영장의 넓이를 S m^{2}라 하면

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}r(400-2r)=200r-r^2$

$\quad=-(r-100)^2+10000$

따라서 부채꼴 모양의 수영장의 반지름의 길이가 100 m일 때, 이 수영장의 넓이의 최댓값은 10000 m^{2}이다.

7

$\overline{OP}=\sqrt{(-5)^2+2^2}=\sqrt{29}$이므로

$\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{29}}$, $\cos\theta=-\frac{5}{\sqrt{29}}$

$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{29}}\times\left(-\frac{5}{\sqrt{29}}\right)=-\frac{10}{29}$

8

(ⅰ) $\sin\theta\tan\theta>0$에서

$\sin\theta>0$, $\tan\theta>0$ 또는 $\sin\theta<0$, $\tan\theta<0$

$\sin\theta>0$, $\tan\theta>0$이면 θ는 제1사분면의 각이고

$\sin\theta<0$, $\tan\theta<0$이면 θ는 제4사분면의 각이므로

θ는 제1사분면 또는 제4사분면의 각이다.

(ⅱ) $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}<0$에서

$\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$ 또는 $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

$\cos\theta>0$, $\tan\theta<0$이면 θ는 제4사분면의 각이고

$\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$이면 θ는 제3사분면의 각이므로

θ는 제3사분면 또는 제4사분면의 각이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 θ는 제4사분면의 각이다.

따라서 θ의 크기가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

9

① $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에서 $1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$ (참)

② $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

$=\frac{\sin\theta(1+\cos\theta)+\sin\theta(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

$=\frac{2\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$

$=\frac{2\sin\theta}{\sin^2\theta}$

$=\frac{2}{\sin\theta}$ (참)

③ $\cos^4\theta-\sin^4\theta=(\cos^2\theta+\sin^2\theta)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$

$=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$=\cos^2\theta-(1-\cos^2\theta)$

$=-1+2\cos^2\theta$ (거짓)

④ $(1-\sin^2\theta)(1+\tan^2\theta)=\cos^2\theta\left(1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)$

$=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ (참)

⑤ $\left(\frac{1}{\sin\theta}+1\right)\left(\frac{1}{\sin\theta}-1\right)=\frac{1}{\sin^2\theta}-1=\frac{1-\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$

$=\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}=\frac{1}{\tan^2\theta}$ (참)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 97 20. 5. 27. 오후 4:49

10

$\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}=\dfrac{1}{4}$에서

$4(1+\cos\theta)=1-\cos\theta$

$4+4\cos\theta=1-\cos\theta$

$5\cos\theta=-3$

$\therefore \cos\theta=-\dfrac{3}{5}$

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$

$\quad=1-\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2=1-\dfrac{9}{25}=\dfrac{16}{25}$

θ가 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\sqrt{\dfrac{16}{25}}=-\dfrac{4}{5}$

11

$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}-2=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}-2$

$\quad=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}-2$

$\quad=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}-2$

$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{4}$

$-2\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{4}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=\dfrac{3}{8}$

따라서 구하는 값은

$\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}-2=\dfrac{1}{\frac{3}{8}}-2=\dfrac{2}{3}$

12

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{a}{5}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{2}{5}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{a^2}{25}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{a^2}{25}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$1+2\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{a^2}{25}$

$a^2=5$

$\therefore a=-\sqrt{5}\ (\because a<0)$

6 삼각함수의 그래프

116 ~ 117쪽

1 ④	2 ㄱ, ㄷ, ㄹ	3 6π	4 ④
5 -1	6 ③	7 ⑤	8 ④
9 $x=0$ 또는 $x=\dfrac{4}{3}\pi$	10 ①	11 ④	
12 $\dfrac{3}{4}\pi\le\theta\le\dfrac{5}{4}\pi$			

1

① $\dfrac{\pi}{\frac{1}{2}}=2\pi$에서 주기는 2π이다. (거짓)

② 그래프는 $x=\pi$에서 함숫값을 갖지 않는다. (거짓)

③ 치역은 실수 전체의 집합이다. (거짓)

④ $\dfrac{x}{2}=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$($n$은 정수)에서 그래프의 점근선은 직선 $x=2n\pi+\pi$(n은 정수)이다. (참)

⑤ 그래프는 함수 $y=\tan\dfrac{x}{2}$의 그래프를 x축 또는 y축에 대하여 대칭이동하여 일치시킬 수 있고, 평행이동하여서는 일치시킬 수 없다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ④이다.

2

모든 실수 x에 대하여 $f(x+\pi)=f(x)$를 만족시키는 함수 $f(x)$는 주기함수이고 주기를 p라 할 때, $p=\dfrac{\pi}{n}$(n은 정수)를 만족시킨다.

ㄱ. 함수 $f(x)=3\sin 2x$의 주기는 $\dfrac{2\pi}{2}=\pi$

ㄴ. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}-1$의 주기는 $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$

ㄷ. 함수 $f(x)=-\tan 4x+2$의 주기는 $\dfrac{\pi}{4}$

ㄹ. 함수 $f(x)=\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{6}\right)+5$의 주기는 $\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

3

최댓값이 6이고 $a>0$이므로 $a=6$

주기가 π이고 $b>0$이므로 $\dfrac{2\pi}{b}=\pi$ $\quad\therefore b=2$

$f(x)=6\cos(2x-c)$로 놓으면 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$이므로

$6\cos(\pi-c)=0$ $\quad\therefore c=\dfrac{\pi}{2}\ (\because 0<c<\pi)$

$\therefore abc=6\times2\times\dfrac{\pi}{2}=6\pi$

4

④ $\sin\left(-\dfrac{5}{6}\pi\right)=-\sin\dfrac{5}{6}\pi=-\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$\quad=-\sin\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{1}{2}$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 98 20. 5. 27. 오후 4:49

5

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\sin(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\cos(3\pi-\theta)$

$=\sin\theta\times(-\sin\theta)+\cos\theta\times(-\cos\theta)$

$=-\sin^2\theta-\cos^2\theta=-1$

6

$\sin 80^\circ=\sin(90^\circ-10^\circ)=\cos 10^\circ$

$\sin 70^\circ=\sin(90^\circ-20^\circ)=\cos 20^\circ$

$\sin 60^\circ=\sin(90^\circ-30^\circ)=\cos 30^\circ$

$\sin 50^\circ=\sin(90^\circ-40^\circ)=\cos 40^\circ$

$\therefore \sin^2 10^\circ+\sin^2 20^\circ+\sin^2 30^\circ+\cdots+\sin^2 90^\circ$

$=(\sin^2 10^\circ+\sin^2 80^\circ)+(\sin^2 20^\circ+\sin^2 70^\circ)$
$+(\sin^2 30^\circ+\sin^2 60^\circ)+(\sin^2 40^\circ+\sin^2 50^\circ)+\sin^2 90^\circ$

$=(\sin^2 10^\circ+\cos^2 10^\circ)+(\sin^2 20^\circ+\cos^2 20^\circ)$
$+(\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ)+(\sin^2 40^\circ+\cos^2 40^\circ)+\sin^2 90^\circ$

$=1+1+1+1+1=5$

7

$y=\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-2\sin(\pi-x)+2$

$=\sin^2 x-2\sin x+2$

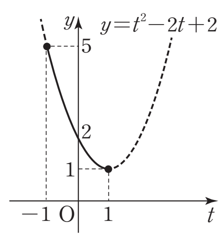
$\sin x=t$로 놓으면

$y=t^2-2t+2$

$=(t-1)^2+1$(단, $-1\le t\le 1$)

따라서 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $t=-1$일 때 최댓값 5, $t=1$일 때 최솟값 1을 가지므로 최댓값과 최솟값의 곱은

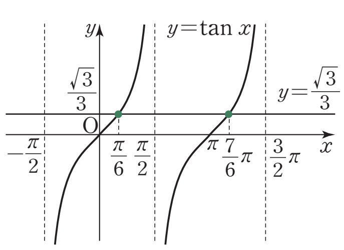
$5\times 1=5$



8

$\cos x=\sqrt{3}\sin x$에서 $\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, 즉 $\tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{3}{2}\pi$에서 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{7}{6}\pi$이므로 방정식의 해는

$x=\frac{\pi}{6}$ 또는 $x=\frac{7}{6}\pi$

따라서 주어진 방정식의 모든 해의 합은 $\frac{\pi}{6}+\frac{7}{6}\pi=\frac{4}{3}\pi$

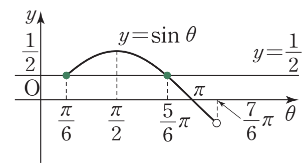
9

$2\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)-1=0$에서 $\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

$\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=\theta$로 놓으면 $\sin\theta=\frac{1}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 $\frac{\pi}{6}\le\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}<\frac{7}{6}\pi$, 즉 $\frac{\pi}{6}\le\theta<\frac{7}{6}\pi$이므로 함수

$y=\sin\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 또는 $\theta=\frac{5}{6}\pi$

따라서 $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{5}{6}\pi$이므로

$x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$

10

(i) $0\le x\le\frac{\pi}{2}$일 때

$\cos x+|\cos x|=\cos x+\cos x=2\cos x$이므로 주어진 방정식에서 $\cos x=\frac{1}{2}$　　$\therefore x=\frac{\pi}{3}$

(ii) $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3}{2}\pi$일 때

$\cos x+|\cos x|=\cos x-\cos x=0$에서 주어진 방정식은 $0=1$이 되므로 해가 존재하지 않는다.

(iii) $\frac{3}{2}\pi\le x\le 2\pi$일 때

$\cos x+|\cos x|=\cos x+\cos x=2\cos x$이므로 주어진 방정식에서 $\cos x=\frac{1}{2}$　　$\therefore x=\frac{5}{3}\pi$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 방정식의 모든 해의 합은

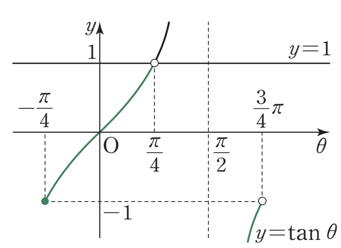
$\frac{\pi}{3}+\frac{5}{3}\pi=2\pi$이므로 $\alpha=2\pi$

$\therefore \sin\frac{\alpha}{2}=\sin\pi=0$

11

$\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)<1$에서 $x-\frac{\pi}{4}=\theta$로 놓으면 $\tan\theta<1$

$0\le x<\pi$에서 $-\frac{\pi}{4}\le x-\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi$, 즉 $-\frac{\pi}{4}\le\theta<\frac{3}{4}\pi$이므로 함수 $y=\tan\theta$의 그래프와 직선 $y=1$은 다음 그림과 같다.



(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 99　　20. 5. 27. 오후 4:49

위의 그림에서 함수 $y=\tan\theta$의 그래프가 직선 $y=1$보다 아래쪽에 있는 θ의 값의 범위를 구하면

$-\frac{\pi}{4}\le\theta<\frac{\pi}{4}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{4}\pi$

즉, $-\frac{\pi}{4}\le x-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}$ 또는 $\frac{\pi}{2}<x-\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi$이므로 부등식의 해는

$0\le x<\frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{3}{4}\pi<x<\pi$

따라서 주어진 부등식의 해에 속하지 않는 것은 ④이다.

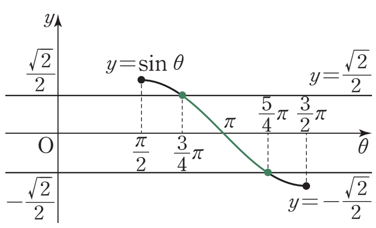
12

모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+4x\sin\theta+2<0$이 성립하지 않으려면 이차부등식 $x^2+4x\sin\theta+2\ge0$이 항상 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2+4x\sin\theta+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=4\sin^2\theta-2\le0 \qquad \therefore -\frac{\sqrt{2}}{2}\le\sin\theta\le\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\pi}{2}\le\theta\le\frac{3}{2}\pi$에서 함수 $y=\sin\theta$의 그래프와 두 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같다.



따라서 $y=\sin\theta$의 그래프가 직선 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 사이에 있는 θ의 값의 범위를 구하면 부등식의 해는

$\frac{3}{4}\pi\le\theta\le\frac{5}{4}\pi$

7 사인법칙과 코사인법칙

118 ~ 119쪽

1 ⑤ **2** ④ **3** ① **4** ①
5 ③ **6** 120° **7** $a=b$인 이등변삼각형
8 60° **9** ② **10** 150° **11** ③
12 ①

1

사인법칙에 의하여 $\frac{c}{\sin C}=2R$이므로 $\frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=2R$

$\therefore R=\frac{5\sqrt{2}}{2\sin 45^\circ}=\frac{5\sqrt{2}}{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=5$

이때 $B=180^\circ-(45^\circ+15^\circ)=120^\circ$

사인법칙의 변형에 의하여 $b=2R\sin B$이므로

$b=2\times5\times\sin 120^\circ=2\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

2

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

$\therefore \sin A+\sin B+\sin C=\frac{a}{2R}+\frac{b}{2R}+\frac{c}{2R}$

$=\frac{a+b+c}{2R}=\frac{15}{2\times8}=\frac{15}{16}$

3

$A+B+C=180^\circ$이므로

$A=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$, $B=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$, $C=180^\circ\times\frac{4}{6}=120^\circ$

따라서 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$a:b:c=2R\sin A:2R\sin B:2R\sin C$

$=\sin A:\sin B:\sin C$

$=\sin 30^\circ:\sin 30^\circ:\sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}:\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}=1:1:\sqrt{3}$

즉, $a=k$, $b=k$, $c=\sqrt{3}k\,(k>0)$라 하면

$\frac{a^2+c^2}{ab}=\frac{k^2+(\sqrt{3}k)^2}{k^2}=4$

4

$\overline{AC}=x$라 하면 코사인법칙에 의하여

$(\sqrt{37})^2=3^2+x^2-2\times3\times x\times\cos 120^\circ$

$=9+x^2-6x\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$x^2+3x-28=0$, $(x+7)(x-4)=0$

$\therefore x=4\,(\because x>0)$

5

코사인법칙에 의하여

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=6^2+2^2-2\times6\times2\times\cos 120^\circ$

$=36+4-24\times\left(-\frac{1}{2}\right)=52$

$\therefore b=2\sqrt{13}\,(\because b>0)$

사인법칙에 의하여 $\frac{b}{\sin B}=2R$이므로

$\frac{2\sqrt{13}}{\sin 120^\circ}=2R$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 100 20. 5. 27. 오후 4:49

$\therefore R=\dfrac{2\sqrt{13}}{2\sin 120^\circ}=\dfrac{2\sqrt{13}}{2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{3}$

$\therefore 3R=3\times\dfrac{2\sqrt{39}}{3}=2\sqrt{39}$

6

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형에 의하여

$$\begin{aligned}\sin^2 A : \sin^2 B : \sin^2 C &=\left(\frac{a}{2R}\right)^2 : \left(\frac{b}{2R}\right)^2 : \left(\frac{c}{2R}\right)^2\\ &=a^2 : b^2 : c^2\end{aligned}$$

이므로 $a^2 : b^2 : c^2=49 : 9 : 25$

$\therefore a : b : c=7 : 3 : 5$

$a=7k$, $b=3k$, $c=5k\,(k>0)$라 하면 A의 크기가 가장 크므로 코사인법칙의 변형에 의하여

$$\begin{aligned}\cos A&=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\\ &=\frac{(3k)^2+(5k)^2-(7k)^2}{2\times 3k\times 5k}=-\frac{1}{2}\end{aligned}$$

이때 $0^\circ<A<180^\circ$이므로 $A=120^\circ$

따라서 가장 큰 내각의 크기는 120°이다.

7

$\tan A=\tan B$에서 $\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{\sin B}{\cos B}$이므로

$\sin A\cos B=\cos A\sin B$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙의 변형과 코사인법칙의 변형에 의하여

$\sin A=\dfrac{a}{2R}$, $\sin B=\dfrac{b}{2R}$, $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$,

$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

이것을 ㉠에 대입하면

$\dfrac{a}{2R}\times\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\times\dfrac{b}{2R}$

$c^2+a^2-b^2=b^2+c^2-a^2 \qquad \therefore a^2=b^2$

따라서 삼각형 ABC는 $a=b$인 이등변삼각형이다.

8

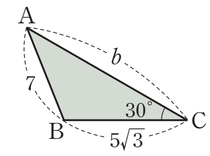
삼각형 ABC의 넓이가 36이므로

$\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 6\times\sin C=36$

$\therefore \sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<C<90^\circ$이므로 $C=60^\circ$

9



코사인법칙의 변형에 의하여

$\cos 30^\circ=\dfrac{(5\sqrt{3})^2+b^2-7^2}{2\times 5\sqrt{3}\times b}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{b^2+26}{10\sqrt{3}b}$

$\sqrt{3}\times 10\sqrt{3}b=2(b^2+26)$

$b^2-15b+26=0$, $(b-2)(b-13)=0$

이때 $b>7$이므로 $b=13$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 13\times\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 13\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{65\sqrt{3}}{4}$

10

$\overline{AD}=\overline{BC}=6$, $\overline{DC}=\overline{AB}=5$이고

평행사변형 ABCD의 넓이가 15이므로

$6\times 5\times\sin D=15$

$\therefore \sin D=\dfrac{1}{2}$

이때 $90^\circ<D<180^\circ$이므로 $D=150^\circ$

11

$0^\circ<\theta<180^\circ$이므로

$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{24}{25}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\sin\theta=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{2\sqrt{6}}{5}=16\sqrt{6}$

12

삼각형 BCD의 넓이를 S_1이라 하면

$$\begin{aligned}S_1&=\frac{1}{2}\times 4\times 2\times\sin 60^\circ\\ &=\frac{1}{2}\times 4\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\end{aligned}$$

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{BD}^2&=4^2+2^2-2\times 4\times 2\times\cos 60^\circ\\ &=16+4-16\times\frac{1}{2}=12\end{aligned}$$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\ (\because \overline{BD}>0)$

삼각형 ABD의 넓이를 S_2라 하면

$$\begin{aligned}S_2&=\frac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{3}\times\sin 30^\circ\\ &=\frac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$S_1+S_2=2\sqrt{3}+\dfrac{5\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 101
20. 5. 27. 오후 4:49

8 등차수열과 등비수열

120 ~ 121쪽

1 $a_n=4n+2$	2 ①	3 ②	4 ⑤
5 ④	6 10	7 ③	8 ③
9 5	10 6	11 ⑤	12 200명

1

첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_2+a_5=(a+d)+(a+4d)$

$=2a+5d=32$ …… ㉠

$a_4+a_9=(a+3d)+(a+8d)$

$=2a+11d=56$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=6$, $d=4$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=6+(n-1)\times4=4n+2$

2

첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_2=35$, $a_4=29$에서

$a+d=35$, $a+3d=29$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=38$, $d=-3$

따라서 일반항 a_n은

$a_n=38+(n-1)\times(-3)=-3n+41$

이때 제n항에서 처음으로 10보다 작아진다고 하면

$-3n+41<10$에서 $3n>31$ $\quad\therefore n>10.333\cdots$

따라서 처음으로 10보다 작아지는 항은 제11항이다.

3

첫째항이 -3, 공차가 $\frac{5}{2}$인 등차수열의 제$(n+2)$항이 17이므로

$-3+(n+1)\times\frac{5}{2}=17$, $\frac{5}{2}(n+1)=20$

$n+1=8$ $\quad\therefore n=7$

4

두 자리의 자연수 중에서 3의 배수를 작은 것부터 순서대로 나열하면

12, 15, 18, $\cdots$, 99

이 수열은 첫째항이 12, 공차가 3인 등차수열이므로 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=12+(n-1)\times3=3n+9$

이때 끝항 99를 제n항이라 하면

$3n+9=99$에서 $n=30$

따라서 구하는 합은 위의 수열의 첫째항부터 제30항까지의 합이므로

$\frac{30\times(12+99)}{2}=1665$

5

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $S_5=95$, $S_{10}=240$에서

$\frac{5\times\{2a+(5-1)\times d\}}{2}=95$, $\frac{10\times\{2a+(10-1)\times d\}}{2}=240$

$\therefore a+2d=19$, $2a+9d=48$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=15$, $d=2$

$\therefore a_6+a_7+a_8+\cdots+a_{20}=S_{20}-S_5$

$=\frac{20\times\{2\times15+(20-1)\times2\}}{2}-95$

$=680-95=585$

6

$a_1=S_1=2\times1^2-2\times1+5=5$이므로 $k\neq1$

$\therefore a_k=S_k-S_{k-1}$

$=(2k^2-2k+5)-\{2(k-1)^2-2(k-1)+5\}$

$=4k-4$

따라서 $4k-4=36$이므로 $k=10$

7

첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_3=ar^2=2$ …… ㉠

$a_5=ar^4=4$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면

$r^2=2$ $\quad\therefore r=\sqrt{2}$ ($\because r>0$)

$r=\sqrt{2}$를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=1$

따라서 $a_n=(\sqrt{2})^{n-1}$이므로

$a_n^{\,2}=2^{n-1}$

$a_k^{\,2}>100$, 즉 $2^{k-1}>100$에서

$2^6=64$, $2^7=128$이므로

$k-1\geq7$ $\quad\therefore k\geq8$

따라서 자연수 k의 최솟값은 8이다.

8

공비를 r라 하면

$\frac{a_{10}}{a_5}=\frac{a_{11}}{a_6}=\frac{a_{12}}{a_7}=\cdots=\frac{a_{20}}{a_{15}}=r^5$이므로 주어진 식은

$11r^5=33$ $\quad\therefore r^5=3$

$\therefore \frac{a_{25}}{a_{15}}=r^{10}=(r^5)^2=3^2=9$

9

$x+10$은 x와 $9x$의 등비중항이므로

$(x+10)^2=x\times9x$, $8x^2-20x-100=0$

$2x^2-5x-25=0$, $(2x+5)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x>0$)

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 102 20. 5. 27. 오후 4:49

10

주어진 수열은 첫째항이 3, 공비가 -2인 등비수열이므로

$S_n=\dfrac{3\times\{1-(-2)^n\}}{1-(-2)}=1-(-2)^n$

$S_k=-63$에서 $1-(-2)^k=-63$

$(-2)^k=64$, $(-2)^k=(-2)^6$ $\quad\therefore k=6$

11

공비를 r라 하면

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}=6$에서

$\dfrac{a_1(r^{12}-1)}{r-1}=6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9+a_{11}=4$에서

$\dfrac{a_1\{(r^2)^6-1\}}{r^2-1}=\dfrac{a_1(r^{12}-1)}{(r+1)(r-1)}=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\dfrac{6}{r+1}=4$, $r+1=\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore r=\dfrac{1}{2}$

따라서 등비수열 $\{a_n\}$의 공비는 $\dfrac{1}{2}$이다.

12

1월의 인구를 a명, 매월 인구의 증가율을 r라 하면 1월부터 n개월 후의 인구는 $a(1+r)^n$(명)

4개월 후인 5월의 인구수가 1월의 인구수의 3배이므로

$a(1+r)^4=3a$ $\quad\therefore (1+r)^4=3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

8개월 후인 9월의 인구는 $a(1+r)^8$명이므로 4개월 동안 증가한 인구수는

$$\begin{aligned}a(1+r)^8-a(1+r)^4&=a(1+r)^4\{(1+r)^4-1\}\\&=3a(3-1)\ (\because ㉠)\\&=6a\end{aligned}$$

즉, $6a=1200$이므로 $a=200$

따라서 1월의 인구는 200명이다.

9 수열의 합과 수학적 귀납법

122 ~ 123쪽

1 430	2 ①	3 28	4 2
5 55	6 ②	7 80	8 552
9 ⑤	10 ①	11 16	12 236

1

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k})$

$=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+(a_5+a_6)+\cdots+(a_{2n-1}+a_{2n})$

$=\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}a_k$

따라서 $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}a_k=4n^2+3n$이므로 이 식에 $n=10$을 대입하면

$\displaystyle\sum_{k=1}^{20}a_k=4\times10^2+3\times10=430$

2

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^{10}\left\{\sum_{l=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{l}2\right)\right\}&=\sum_{m=1}^{10}\left(\sum_{l=1}^{m}2l\right)\\&=\sum_{m=1}^{10}\left\{2\times\frac{m(m+1)}{2}\right\}\\&=\sum_{m=1}^{10}(m^2+m)\\&=\frac{10\times11\times21}{6}+\frac{10\times11}{2}\\&=385+55=440\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}f(a)&=\sum_{k=1}^{7}(k+a)^2=\sum_{k=1}^{7}(k^2+2ak+a^2)\\&=\sum_{k=1}^{7}k^2+2a\sum_{k=1}^{7}k+\sum_{k=1}^{7}a^2\\&=\frac{7\times8\times15}{6}+2a\times\frac{7\times8}{2}+7a^2\\&=7a^2+56a+140\\&=7(a+4)^2+28\end{aligned}$$

따라서 $f(a)$의 최솟값은 $a=-4$일 때 28이다.

4

수열 1^2-1, 2^2-2, 3^2-3, 4^2-4, $\cdots$의 일반항을 a_n이라 하면

$a_n=n^2-n$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}a_k&=\sum_{k=1}^{n}(k^2-k)\\&=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{n(n+1)}{2}\\&=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{3n(n+1)}{6}\\&=\frac{n(n+1)(2n+1-3)}{6}=\frac{n(n+1)(n-1)}{3}\end{aligned}$$

이때 $a>b$이므로 $a=1$, $b=-1$

$\therefore a-b=1-(-1)=2$

5

$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}k^2+\sum_{k=2}^{10}k^2+\sum_{k=3}^{10}k^2+\cdots+\sum_{k=10}^{10}k^2$

$=(1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2)+(2^2+3^2+\cdots+10^2)+(3^2+\cdots+10^2)+\cdots+10^2$

$=1\times1^2+2\times2^2+3\times3^2+\cdots+10\times10^2$

$=1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3=\displaystyle\sum_{k=1}^{10}k^3=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2=55^2$

$\therefore N=55$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 103 20. 5. 27. 오후 4:49

6

(ⅰ) $n\geq 2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}=(n^2+2n)-\{(n-1)^2+2(n-1)\}$

$=2n+1$ …… ㉠

(ⅱ) $n=1$일 때

$a_1=S_1=1^2+2\times 1=3$ …… ㉡

이때 ㉡은 ㉠에 $n=1$을 대입한 것과 같으므로 $a_n=2n+1$

$$\therefore \sum_{k=1}^{12}\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{12}\left(\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+3}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{25}-\frac{1}{27}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{27}\right)=\frac{4}{27}$$

따라서 $p=27$, $q=4$이므로 $p-q=27-4=23$

7

수열 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$, $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}$, …의 일반항을 a_n이라 하면 $a_n=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

따라서 주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$$

$$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$$

$$=\sqrt{n+1}-1$$

주어진 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이 8이므로

$\sqrt{n+1}-1=8$, $\sqrt{n+1}=9$

양변을 제곱하면

$n+1=81$ $\therefore n=80$

8

처음 미생물의 수는 12마리이고, 1시간이 지나면 4마리가 죽고 나머지는 각각 2마리로 분열하므로 $a_1=(12-4)\times 2=16$

$(n+1)$시간 후 살아 있는 마리 수는 a_{n+1}이고, a_n에서 4마리가 죽고 나머지는 각각 2마리로 분열하므로 $a_{n+1}=(a_n-4)\times 2$

즉, $a_{n+1}=2a_n-8$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)이므로

$a_2=2a_1-8=2\times 16-8=24$

$a_3=2a_2-8=2\times 24-8=40$

$a_4=2a_3-8=2\times 40-8=72$

$a_5=2a_4-8=2\times 72-8=136$

$a_6=2a_5-8=2\times 136-8=264$

$$\therefore \sum_{k=1}^{6}a_k=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$$

$$=16+24+40+72+136+264=552$$

9

$a_1=1$

$a_2=2^1a_1=2\times 1=2$

$a_3=2^2a_2=2^2\times 2=2^{1+2}$

$a_4=2^3a_3=2^3\times 2^{1+2}=2^{1+2+3}$

⋮

$a_{50}=2^{1+2+3+\cdots+49}$

이때 $1+2+3+\cdots+49=\sum_{k=1}^{49}k=\frac{49\times 50}{2}=1225$이므로

$a_{50}=2^{1225}$ $\therefore \log_2 a_{50}=\log_2 2^{1225}=1225$

10

주어진 수열은 첫째항이 60이고 공차가 -4인 등차수열이므로 일반항 a_n은 $a_n=60+(n-1)\times(-4)=-4n+64$

따라서 $a_k=0$에서 $-4k+64=0$

$4k=64$ $\therefore k=16$

11

(ⅰ) $n=\boxed{1}$일 때 $4^{\boxed{1}}-1=3$이고, 이것은 3의 배수이므로 주어진 명제는 참이다.

(ⅱ) $n=k$일 때 주어진 명제가 참이라고 가정하면

$4^k-1=3N$ (N은 자연수)

이므로 $4^k=3N+1$

$n=k+1$일 때

$4^{k+1}-1=4\times 4^k-1=4\times(\boxed{3N+1})-1=3(\boxed{4N+1})$

이므로 $4^{k+1}-1$도 3의 배수이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 명제는 참이다.

따라서 $a=1$, $f(N)=3N+1$, $g(N)=4N+1$이므로

$(f\circ g)(a)=f(g(1))=f(5)=16$

12

(ⅰ) $n=5$일 때, (좌변)$=2^5=\boxed{32}$, (우변)$=5^2=\boxed{25}$이므로 주어진 부등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$ ($k\geq 5$)일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$2^k>k^2$

이므로 양변에 2를 곱하면 $2^{k+1}>2k^2$

이때 $2k^2$과 $(k+1)^2$의 대소를 비교하면

$2k^2-(k+1)^2=k^2-2k-1=(k-1)^2-2>0$ ($\because k\geq 5$)

에서 $2k^2>(k+1)^2$이므로 $2^{k+1}>2k^2>(\boxed{k+1})^2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $n\geq 5$인 모든 자연수 n에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

따라서 $a=32$, $b=25$, $f(k)=k+1$이므로

$$\sum_{k=b}^{a}f(k)=\sum_{k=25}^{32}(k+1)=\sum_{k=1}^{32}(k+1)-\sum_{k=1}^{24}(k+1)$$

$$=\left(\frac{32\times 33}{2}+32\right)-\left(\frac{24\times 25}{2}+24\right)=560-324=236$$

(92~104)수학1_부록_해설-사.indd 104 20. 5. 27. 오후 4:49