



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이차방정식의 근과 계수의 관계]

• 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

(1) 두 근의 합: $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

(2) 두 근의 곱: $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

[두 수를 근으로 하는 이차방정식]

• α, β 를 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ 이다.

• α, β 를 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은
 $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=0$

[이차식의 인수분해]

• 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

기본문제

[문제]

1. 이차방정식 $2x^2-3x+5=0$ 의 두 근의 합과 곱을
각각 구하면?

- ① $-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
③ 3, 5 ④ $\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
⑤ $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

[예제]

2. 이차방정식 $x^2-2x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할
때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은?

- ① 4 ② 2
③ 0 ④ -2
⑤ -4

[문제]

3. 이차방정식 $3x^2-4x+2=0$ 의 두 근을 α, β 라
할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\alpha^2+\beta^2=\frac{4}{9}$ ② $(\alpha-\beta)^2=-\frac{4}{9}$
③ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{2}{3}$ ④ $(\alpha-1)(\beta-1)=\frac{1}{3}$
⑤ $\alpha^3+\beta^3=-\frac{8}{27}$

[문제]

4. 두 수 $2+i, 2-i$ 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1
인 이차방정식은?

- ① $x^2-4x+3=0$ ② $x^2-4x+5=0$
③ $x^2-4x-5=0$ ④ $x^2+4x+3=0$
⑤ $x^2+4x+5=0$

평가문제

[스스로 확인하기]

5. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대하여 다음 중 옳
지 않은 것은? (단, a, b, c 는 실수)

- ① 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha+\beta=\frac{b}{a}$ 이다.
② 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ 이다.
③ $b^2-4ac>0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
④ $b^2-4ac=0$ 이면 중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.
⑤ $b^2-4ac<0$ 이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

[스스로 확인하기]

6. 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $3x^2+3x+4=0$, 합 : -1 , 곱 : $\frac{4}{3}$
 ② $2x^2+3x+2=0$, 합 : $-\frac{3}{2}$, 곱 : 1
 ③ $x^2+3x+7=0$, 합 : -3 , 곱 : 7
 ④ $x^2+4x+2=0$, 합 : -2 , 곱 : 1
 ⑤ $x^2+5x+8=0$, 합 : -5 , 곱 : 8

[스스로 확인하기]

7. 이차방정식 $2x^2-3x+6=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\alpha^2+\beta^2=-\frac{15}{4}$ ② $(\alpha-\beta)^2=-\frac{39}{4}$
 ③ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=-\frac{45}{4}$ ④ $(\alpha+1)(\beta+1)=\frac{11}{2}$
 ⑤ $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=-\frac{3}{4}$

[스스로 확인하기]

8. 두 수 $2+\sqrt{3}i$, $2-\sqrt{3}i$ 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

- ① $x^2+4x-5=0$ ② $x^2+4x+7=0$
 ③ $x^2-4x-1=0$ ④ $x^2-4x-5=0$
 ⑤ $x^2-4x+7=0$

[스스로 확인하기]

9. 이차방정식 $2x^2-5x+2=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

- ① $2x^2+3x-5=0$ ② $x^2+3x+5=0$
 ③ $2x^2-7x-5=0$ ④ $2x^2-7x+5=0$
 ⑤ $2x^2+7x+5=0$

[스스로 확인하기]

10. 수민이와 성진이는 x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 풀었다. 다음을 읽고 이차방정식의 옳은 근을 구하면?



- ① $x=2$ 또는 $x=4$ ② $x=5 \pm 2\sqrt{5}$
 ③ $x=-2$ 또는 $x=-4$ ④ $x=-5 \pm 2\sqrt{5}$
 ⑤ $x=2$ 또는 $x=-4$

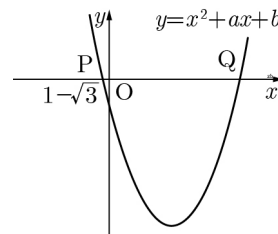
[스스로 마무리하기]

11. 이차방정식 $x^2+ax-4=0$ 의 두 근 α , β 가 $\alpha^2+\beta^2=9$ 를 만족시킬 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{3}$ ④ 2
 ⑤ $\sqrt{5}$

[스스로 마무리하기]

12. 다음 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x 좌표가 $1-\sqrt{3}$ 일 때, 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 최솟값은? (단, a , b 는 유리수)



- ① 3 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -3

유사문제

13. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

14. 이차방정식 $2x^2 - x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{7}{8}$
③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{11}{8}$
⑤ $\frac{13}{8}$

15. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta^2 + 5\beta + 2}{\alpha} + \frac{\alpha^2 + 5\alpha + 2}{\beta}$ 의 값은?

- ① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

16. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① -17 ② -13
③ 11 ④ 13
⑤ 17

17. x 에 대한 이차방정식

$x^2 + (a^2 - 2a - 8)x - a + 2 = 0$ 의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 서로 다를 때, 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 4

18. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + x + 2 = 0$ 의 두 근을

α, β 라고 할 때, $\frac{\beta}{\alpha^2 + 2\alpha + 3} + \frac{\alpha}{\beta^2 + 2\beta + 3}$ 의 값은?

- ① -4 ② -3
③ -2 ④ -1
⑤ 0



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 이차방정식 $2x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 근과 계수의 관계를 이용하면

$$\alpha + \beta = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

2) [정답] ⑤

[해설] 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계를 이용하면

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 2^2 - 2 \times 4 = -4 \end{aligned}$$

3) [정답] ②

[해설] 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계를 이용하면

$$\alpha + \beta = \frac{4}{3}, \quad \alpha\beta = \frac{2}{3}$$

$$(i) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned} (ii) (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{2}{3} \\ &= -\frac{8}{9} \end{aligned}$$

$$(iii) \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} (iv) (\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + 1 \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \frac{4}{3} \times \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{8}{27} \end{aligned}$$

4) [정답] ②

[해설] $2+i, 2-i$ 를 근으로 가지므로 두 근의 합은 4, 곱은 $(2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5$ 이다.

x^2 의 계수가 1이므로 근과 계수의 관계에 의해 $x^2 - 4x + 5 = 0$

5) [정답] ①

[해설] (i) 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha,$

β 라 하면 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

(ii) 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha,$

β 라 하면 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

(iii) $b^2 - 4ac > 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식의 부호가}$$

양이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(iv) $b^2 - 4ac = 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식이 0이므로}$$

중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.

(v) $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{의 근호 안의 식의 부호가}$$

음이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

6) [정답] ④

[해설] (i) 이차방정식 $3x^2 + 3x + 4 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 곱은 $\frac{4}{3}$

(ii) 이차방정식 $2x^2 + 3x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 $-\frac{3}{2}$, 곱은 1

(iii) 이차방정식 $x^2 + 3x + 7 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -3 , 곱은 7

(iv) 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -4 , 곱은 2

(v) 이차방정식 $x^2 + 5x + 8 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -5 , 곱은 8

7) [정답] ③

[해설] 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계를 이용하면

$$\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = 3$$

$$(i) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times 3 = -\frac{15}{4}$$

$$\begin{aligned} (ii) (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \times 3 \\ &= -\frac{39}{4} \end{aligned}$$

$$(iii) \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{15}{4}}{3} = -\frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} (iv) (\alpha + 1)(\beta + 1) &= \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1 = 3 + \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$(v) \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = -\frac{15}{4} + 3 = -\frac{3}{4}$$

8) [정답] ⑤

[해설] $2 + \sqrt{3}i, 2 - \sqrt{3}i$ 를 근으로 가지므로 두 근의 합은 4, 곱은 $(2 + \sqrt{3}i)(2 - \sqrt{3}i) = 2^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 7$ 이다.

x^2 의 계수가 1이므로 근과 계수의 관계에 의해 $x^2 - 4x + 7 = 0$

9) [정답] ④

[해설] 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계를 이용하면

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2}, \quad \alpha\beta = 1$$

한편

$$(\alpha + \beta) + \alpha\beta = \frac{7}{2}, \quad (\alpha + \beta) \times \alpha\beta = \frac{5}{2} \text{ 이므로}$$

$\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은 근과 계수의 관계에 의해

$$2x^2 - 7x + 5 = 0$$

10) [정답] ③

[해설] 상수인 a, b 에 대하여 처음 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

수민이는 b 를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 곱은

$$b = (5 + \sqrt{17})(5 - \sqrt{17}) = 5^2 - \sqrt{17}^2 = 8$$

성진이는 a 를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 합은

$$-a = (-1) + (-5) = -6, \quad \text{즉 } a = 6$$

주어진 이차방정식은 $x^2 + 6x + 8 = 0$

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

따라서 $x = -2$ 또는 $x = -4$

11) [정답] ①

[해설] 이차방정식 $x^2 + ax - 4 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

두 근의 합 $\alpha + \beta = -a$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = -4$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-a)^2 - 2 \times (-4)$$

$$= a^2 + 8 = 9$$

따라서 $a^2 = 1$ 이고 $a = \pm 1$

양수 a 의 값은 1

12) [정답] ⑤

[해설] $1 - \sqrt{3}$ 은 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로

나머지 한 근은 $1 + \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) = 2,$$

$$b = (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) = -2 \text{ 이므로}$$

$$a = -2, \quad b = -2$$

따라서 주어진 이차함수는

$$y = x^2 + ax + b = x^2 - 2x - 2 = (x-1)^2 - 3$$

이므로 $x = 1$ 일 때 최솟값 -3 을 갖는다.

13) [정답] ①

[해설] $\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$

근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 1$ 이다.

$$\therefore \alpha^2 + \beta = (\alpha - 1) + \beta = (\alpha + \beta) - 1 = 1 - 1 = 0$$

14) [정답] ⑤

[해설] 이차방정식 $2x^2 - x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = -1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = \frac{1}{8} + \frac{3}{2} = \frac{13}{8}$$

15) [정답] ②

[해설] 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = 1 \text{ 이고}$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + 1 = 0, \quad \beta^2 + 3\beta + 1 = 0 \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\beta^2 + 5\beta + 2}{\alpha} + \frac{\alpha^2 + 5\alpha + 2}{\beta} &= \frac{\beta^2 + 3\beta + 1 + 2\beta + 1}{\alpha} + \frac{\alpha^2 + 3\alpha + 1 + 2\alpha + 1}{\beta} \\ &= \frac{2\beta + 1}{\alpha} + \frac{2\alpha + 1}{\beta} = \frac{2\beta^2 + \beta + 2\alpha^2 + \alpha}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2(\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{2(9 - 2) - 3}{1} = 11 \end{aligned}$$

16) [정답] ②

[해설] 근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = -5$$

$$-a = (\alpha + \beta) + \alpha\beta = 3 - 5 = -2$$

$$a = 2$$

$$b = (\alpha + \beta)\alpha\beta = -15$$

$$\therefore a + b = -13$$

17) [정답] ⑤

[해설] 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 다르면 두 근의 합이 0이고 두 근의 곱은 음수이다.

따라서 $a^2 - 2a - 8 = 0$ 이고 $-a + 2 < 0$ 이다.

$$(a+2)(a-4) = 0 \text{ 이므로}$$

$a = -2$ 또는 4 이고 $a > 2$ 이므로 $a = 4$ 이다.

18) [정답] ③

[해설] 근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -1, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 - 4 = -3$$

$$\alpha^2 + \alpha + 2 = 0, \quad \beta^2 + \beta + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\beta}{\alpha^2 + 2\alpha + 3} + \frac{\alpha}{\beta^2 + 2\beta + 3} &= \frac{\beta}{\alpha + 1} + \frac{\alpha}{\beta + 1} \\ &= \frac{\beta(\beta + 1) + \alpha(\alpha + 1)}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} \\ &= \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1} \\ &= \frac{-3 - 1}{2 - 1 + 1} = -2 \end{aligned}$$