



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-02-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 로그의 여러 가지 성질

 $a > 0, a \neq 1, b > 0$ 일 때

(1) $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ (단, $b \neq 1$)

(2) $\log_a b^n = \frac{n}{m} \log_a b$ (단, m, n 은 실수, $m \neq 0$)

(3) $a^{\log_a b} = b$

(4) $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ (단, $c > 0, c \neq 1$)

■ 다음 식을 간단히 하여라.

1. $\log_7 7^3$

2. $81^{\log_9 4}$

3. $\log_9 3\sqrt{3}$

4. $27^{\log_3 2}$

5. $\log_{81} 27$

6. $5^{\log_5 4}$

7. $2^{\log_2 10}$

8. $\log_8 2\sqrt{2}$

9. $\log_5 5^4$

10. $27^{\log_3 5}$

11. $3^{\log_3 10}$

12. $3^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt{7} + \log_{\frac{1}{3}} 5}$

13. $2^{\log_2 9 - \log_2 3}$

14. $3^{\log_3 15 + \log_{\frac{1}{3}} 7}$

15. $5^{\log_5 \frac{1}{4} + \log_{\sqrt{5}} 2\sqrt{2}}$

16. $8^{\log_2 \sqrt{18} + \log_2 3\sqrt{3} - \frac{4}{3} \log_2 3}$

17. $2^{\log_4 9}$

18. $125^{\log_{25} 9}$

19. $\log_{\frac{1}{2}} 10 + \log_{\frac{1}{4}} 25$

20. $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7}$

21. $\log_4 2 + \log_{16} 2$

22. $\log_8 81 + \log_4 3$

23. $\sqrt[3]{(-2)^6} + 7^{\log_5 3 \cdot \log_7 5}$

24. $\log_3 \sqrt[3]{16} + \log_9 \sqrt{8}$

25. $2\log_6 3 + \frac{1}{\log_4 6} - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{27} + 5^{\log_5 4}$

26. $\log_5 3 \times (\log_3 \sqrt{5} - \log_{\frac{1}{9}} 125)$

27. $(\log_2 3 + \log_8 3) \times (\log_3 2 + \log_9 2)$

■ 다음 물음에 답하여라.

28. $2^{a+b} = 5$, $3^{a-b} = 4$ 일 때, $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하여라.

29. $4^a = 125$, $16^b = 27$ 일 때, $5^{\frac{b}{a}}$ 의 값을 구하여라.

30. $3^{a+b} = 4$, $2^{a-b} = 5$ 일 때, $3^{a^2-b^2}$ 의 값

31. $27^a = 8$, $3^b = 49$ 일 때, $2^{\frac{b}{a}}$ 의 값을 구하여라.

32. $5^a = 2$, $5^b = 3$ 일 때, $2^{\frac{b}{a}}$ 의 값을 구하여라.

33. $36^a = 2$, $36^b = 3$ 일 때, $12^{\frac{1+a-b}{1-b}}$ 의 값을 구하여라.

34. $16^a = 9$, $8^b = 125$ 일 때, $3^{\frac{b}{2a}}$ 의 값을 구하여라.

35. $18^a = 2$, $18^b = 3$ 일 때, $9^{\frac{2a}{b}}$ 의 값을 구하여라.

■ $\log_7 2 = a$, $\log_7 3 = b$ 일 때, 다음을 a , b 로 나타내어라.

36. $\log_4 \sqrt{18}$

37. $\log_6 72$

38. $\log_7 \frac{27}{16}$

39. $\log_7 12$

■ $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ 일 때, 다음을 a , b 로 나타내어라.

40. $\log_6 9$

41. $\log_3 16$

42. $\log_{10} \frac{4}{27}$

43. $\log_{10} 12$

■ 다음 조건을 만족하는 1이 아닌 양수 a , b , c , d 에 대하여 다음 값을 구하여라.

44. $\log_7 \sqrt{8} + \log_{49} \frac{1}{10} + \frac{3}{2} \log_7 \sqrt[3]{20} = a \log_7 b$ 일 때, b^a 의 값을 구하여라.

45. $a^2 b^3 = 1$ 일 때, $\log_a a^3 b^5$ 의 값

46. $\log_{a^2} 9 = \log_b 27$ 일 때, $\log_{ab} a^2$ 의 값을 구하여라.

47. $abc = 1$ 일 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a + \log_a c + \log_c b + \log_b a$ 의 값을 구하여라.

48. 1이 아닌 양수 a , b , c 에 대하여 $a = b^2 = c^3$ 일 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값을 구하여라.

49. $ab = 27$, $\log_3 \frac{b}{a} = 5$ 일 때, $4 \log_3 a + 9 \log_3 b$ 의 값을 구하여라.

50. $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} a + 2 \log_4 b + 3 \log_8 c + 4 \log_4 \sqrt{d} = 1$ 일 때, $[(3^a)^b]^c$ 의 값을 구하여라.

02 / 로그의 정수부분과 소수부분

정수 n 에 대하여 $a^n < M < a^{n+1}$ ($a > 0, a \neq 1$)일 때
 $\log_a a^n < \log_a M < \log_a a^{n+1}$

$$\therefore n < \log_a M < n+1$$

$\Rightarrow \log_a M$ 의 정수부분은 n , 소수부분은 $\log_a M - n$ 이다.

■ 다음 로그의 정수 부분과 소수 부분을 구하여라.

51. $\log_2 3$

52. $\log_2 7$

53. $\log_2 9$

54. $\log_3 91$

55. $\log_5 324$

56. $\log_8 65$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

57. $\log_2 7$ 의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라고 할 때,
 $3^a + 2^b$ 의 값

58. $\log_2 5$ 의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때,
 $\frac{2^{-a} + 2^{-b}}{2^a + 2^b}$ 의 값

59. $\log_3 51$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $a - 3^b$ 의 값을 구하여라.

60. $\log_2 13$ 의 정수 부분과 소수 부분을 각각 a, b 라
할 때, $2^{-a} + 2^b$ 의 값

61. $\log_2 40$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $a - 2^b$ 의 값을 구하여라.

62. $\log_3 12$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때,
 $\frac{3^a + 3^b}{3^{-a} + 3^{-b}}$ 의 값을 구하여라.

63. $\log_3 12$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $3^a + 3^b$ 의 값을 구하여라.

64. $\log_3 7$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할
때, ab 의 값을 구하여라.

03 / 두 근이 로그로 주어진 이차방정식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)에서

(두 근의 합) $= -\frac{b}{a}$, (두 근의 곱) $= \frac{c}{a}$ 인 근과 계수와의

관계를 이용하여 값을 구한다.

▣ 다음을 구하여라.

65. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $\log_2 3$, 1일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값

66. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값

67. 이차방정식 $x^2-4x+2=0$ 의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값

68. 이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 의 두 근이 α , β 일 때, $\log_3 (\alpha^{-1} + \beta^{-1})$ 의 값

69. 이차방정식 $x^2-8x+2=0$ 의 두 근이 α , β 일 때, $\log_2 (\alpha^{-1} + \beta^{-1})$ 의 값

70. 이차방정식 $x^2-3x+3=0$ 의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값

71. 이차방정식 $x^2-5x+1=0$ 의 두 근이 $\log_2 a$, $\log_2 b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값

72. 이차방정식 $x^2-18x+2=0$ 의 두 근이 α , β 일 때, $\log_3 (\alpha^{-1} + \beta^{-1})$ 의 값

73. 1이 아닌 서로 다른 양수 a , b , x 에 대하여 $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ 일 때, $\log_{ab} x$ 의 값

74. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근이 $\log a$, $\log b$ 일 때, $\log_a b^4 + \log_b a^4$ 의 값

75. 이차방정식 $x^2-10x+2=0$ 의 두 근이 $\log a$, $\log b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값



정답 및 해설

1) $\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \log_{7^2} 7^3 = \frac{3}{2} \log_7 7 = \frac{3}{2}$$

2) 16

$$\Rightarrow 81^{\log_9 4} = 4^{\log_9 81} = 4^{\log_9 9^2} = 4^{2 \log_9 9} = 4^2 = 16$$

3) $\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \log_9 3\sqrt{3} = \log_{3^2} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2} \log_3 3 = \frac{3}{4}$$

4) 8

$$\Rightarrow 27^{\log_3 2} = 2^{\log_3 27} = 2^{\log_3 3^3} = 2^{3 \log_3 3} = 2^3 = 8$$

5) $\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \log_{81} 27 = \log_{3^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_3 3 = \frac{3}{4}$$

6) 4

$$\Rightarrow 5^{\log_5 4} = 4^{\log_5 5} = 4^1 = 4$$

7) 10

$$\Rightarrow 2^{\log_2 10} = 10^{\log_2 2} = 10$$

8) $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \log_8 2\sqrt{2} = \log_{2^3} 2^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{3} \log_2 2 = \frac{1}{2}$$

9) $\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \log_{5^3} 5^4 = \frac{4}{3} \log_5 5 = \frac{4}{3}$$

10) 125

$$\Rightarrow 27^{\log_3 5} = 5^{\log_3 27} = 5^{3 \log_3 3} = 5^3 = 125$$

11) 10

$$\Rightarrow 3^{\log_3 10} = 10^{\log_3 3} = 10$$

12) $\frac{7}{5}$

\Rightarrow 지수 부분을 먼저 간단히 하면

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \sqrt{7} + \log_{\frac{1}{3}} 5 &= \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 7^{\frac{1}{2}} + \log_{3^{-1}} 5 \\ &= \log_3 7 - \log_3 5 = \log_3 \frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$\therefore 3^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt{7} + \log_{\frac{1}{3}} 5} = 3^{\log_3 \frac{7}{5}} = \frac{7}{5}$$

13) 3

$$\Rightarrow 2^{\log_2 9 - \log_2 3} = 2^{\log_2 \frac{9}{3}} = 2^{\log_2 3} = 3^{\log_2 2} = 3$$

14) $\frac{15}{7}$

$$\Rightarrow 3^{\log_3 15 + \log_{\frac{1}{3}} 7} = 3^{\log_3 15 - \log_3 7} = 3^{\log_3 \frac{15}{7}} = \frac{15}{7}$$

15) 2

$$\Rightarrow 5^{\log_5 \frac{1}{4} + \log_{\sqrt{5}} 2\sqrt{2}} = 5^{-2 \log_5 2 + 3 \log_5 2} = 5^{\log_5 2} = 2$$

16) $2\sqrt{2}$

\Rightarrow 지수부분을 계산하면

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt{18} + \log_2 \sqrt[3]{3} - \frac{4}{3} \log_2 3 \\ = \log_2 \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 3 \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{4}{3}}} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

따라서 구하는 식은 $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 이다.

17) 3

$$\Rightarrow 2^{\log_4 9} = 9^{\log_4 2} = 9^{\frac{1}{2} \log_2 2} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

18) 27

$$\Rightarrow 125^{\log_{25} 9} = 9^{\log_{25} 125} = 9^{\frac{3}{2} \log_5 5} = 9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$$

19) $-1 - 2 \log_2 5$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 10 + \log_{\frac{1}{4}} 25 &= \log_{2^{-1}} 10 + \log_{2^{-2}} 5^2 \\ &= -\log_2 (2 \times 5) + \frac{2}{-2} \log_2 5 \\ &= -(\log_2 2 + \log_2 5) - \log_2 5 \\ &= -1 - 2 \log_2 5 \end{aligned}$$

20) -2

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7} = -1 - 1 = -2$$

21) $\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \log_4 2 + \log_{16} 2 = \log_{2^2} 2 + \log_{2^4} 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

22) $\frac{11}{6} \log_2 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_8 81 + \log_4 3 &= \log_{2^3} 3^4 + \log_{2^2} 3 \\ &= \frac{4}{3} \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 3 = \frac{11}{6} \log_2 3 \end{aligned}$$

23) 7

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt[3]{(-2)^6} + 7^{\log_3 3 \cdot \log_5 5} &= 2^2 + 7^{\frac{\log_3 3}{\log_3 5} \cdot \log_5 5} \\ &= 4 + 7^{\log_3 3} = 4 + 3 = 7\end{aligned}$$

24) $\frac{25}{12} \log_3 2$ \Rightarrow

$$\begin{aligned}\log_3 \sqrt[3]{16} + \log_9 \sqrt{8} &= \log_3 \sqrt[3]{2^4} + \log_{3^2} \sqrt{2^3} \\ &= \log_3 2^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{2} \log_3 2^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{4}{3} \log_3 2 + \frac{3}{4} \log_3 2 = \frac{25}{12} \log_3 2\end{aligned}$$

25) 7

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2 \log_6 3 + \frac{1}{\log_4 6} - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{27} + 5^{\log_5 4} \\ &= \log_6 3^2 + \log_6 4 + \log_3 3 + 4 \\ &= \log_6 36 + 1 + 4 = 2 + 1 + 4 = 7\end{aligned}$$

26) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_5 3 \times (\log_3 \sqrt{5} - \log_{\frac{1}{9}} 125) \\ &= \log_5 3 \times \left(\frac{1}{2} \log_3 5 + \frac{3}{2} \log_3 5 \right) \\ &= \log_5 3 \times 2 \log_3 5 = 2\end{aligned}$$

27) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow (\log_2 3 + \log_8 3) \times (\log_3 2 + \log_9 2) \\ &= \left(\log_2 3 + \frac{1}{3} \log_2 3 \right) \times \left(\log_3 2 + \frac{1}{2} \log_3 2 \right) \\ &= \left(\frac{4}{3} \log_2 3 \right) \times \left(\frac{3}{2} \log_3 2 \right) \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2\end{aligned}$$

28) 25

$$\begin{aligned}\Rightarrow a + b = \log_2 5, \quad a - b = \log_3 4 \text{ 이므로} \\ a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = \log_2 5 \cdot \log_3 4 \\ = \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 2^2}{\log_2 3} = 2 \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = 2 \log_3 5 \\ \therefore 3^{a^2 - b^2} = 3^{2 \log_3 5} = 3^{\log_3 25} = 25\end{aligned}$$

29) $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a = \log_4 125 = \log_2 5^3 = \frac{3}{2} \log_2 5, \\ b = \log_{16} 27 = \log_2 3^3 = \frac{3}{4} \log_2 3 \text{ 이므로} \\ \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{4} \log_2 3}{\frac{3}{2} \log_2 5} = \frac{1}{2} \log_5 3 \\ \therefore 5^{\frac{b}{a}} = 5^{\frac{1}{2} \log_5 3} = 5^{\log_5 \sqrt{3}} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

30) 25

$$\begin{aligned}\Rightarrow a + b = \log_3 4, \quad a - b = \log_2 5 \\ a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = \log_3 4 \times \log_2 5 \\ = 2 \log_3 2 \times \log_2 5 \\ = 2 \log_3 2 \times \frac{\log_3 5}{\log_3 2} = 2 \log_3 5 \\ \therefore 3^{a^2 - b^2} = 3^{2 \log_3 5} = 5^2 = 25\end{aligned}$$

31) 49

$$\begin{aligned}\Rightarrow a = \log_{27} 8 = \log_{3^3} 2^3 = \log_3 2, \\ b = \log_3 49 = \log_3 7^2 = 2 \log_3 7 \text{ 이므로} \\ \frac{b}{a} = \frac{2 \log_3 7}{\log_3 2} = 2 \log_2 7 \\ \therefore 2^{\frac{b}{a}} = 2^{2 \log_2 7} = 2^{\log_2 49} = 49\end{aligned}$$

32) 3

$$\begin{aligned}\Rightarrow a = \log_5 2, \quad b = \log_5 3 \text{ 이므로} \\ \frac{b}{a} = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \log_2 3 \quad \therefore 2^{\frac{b}{a}} = 2^{\log_2 3} = 3\end{aligned}$$

33) 24

$$\begin{aligned}\Rightarrow a = \log_{36} 2, \quad b = \log_{36} 3 \text{ 이므로} \\ \frac{1+a-b}{1-b} = \frac{\log_{36} 36 + \log_{36} 2 - \log_{36} 3}{\log_{36} 36 - \log_{36} 3} \\ = \frac{\log_{36} \frac{36 \times 2}{3}}{\log_{36} \frac{36}{3}} = \frac{\log_{36} 24}{\log_{36} 12} = \log_{12} 24 \\ \therefore 12^{\frac{1+a-b}{1-b}} = 12^{\log_{12} 24} = 24\end{aligned}$$

34) 5

$$\begin{aligned}\Rightarrow 16^a = 9, \quad 8^b = 125 \text{ 에서 } a = \log_{16} 9, \quad b = \log_8 125 \text{ 이므로} \\ a = \log_{2^4} 3^2 = \frac{1}{2} \log_2 3 \quad \therefore 2a = \log_2 3 \\ b = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5 \\ \text{따라서 } \frac{b}{2a} = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \log_3 5 \text{ 이므로} \\ 3^{\frac{b}{2a}} = 3^{\log_3 5} = 5^{\log_3 3} = 5\end{aligned}$$

35) 16

$$\begin{aligned}\Rightarrow 18^a = 2, \quad 18^b = 3 \text{ 에서 } a = \log_{18} 2, \quad b = \log_{18} 3 \text{ 이므로} \\ \frac{2a}{b} = \frac{2 \log_{18} 2}{\log_{18} 3} = 2 \log_3 2 \\ \therefore 9^{\frac{2a}{b}} = 9^{2 \log_3 2} = 9^{\log_3 4} = 4^{\log_3 9} = 4^{\log_3 3^2} = 4^2 = 16\end{aligned}$$

36) $\frac{a+2b}{4a}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_4 \sqrt{18} &= \frac{\log_7 \sqrt{18}}{\log_7 4} = \frac{\log_7 (2 \times 3^2)^{\frac{1}{2}}}{\log_7 2^2} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(\log_7 2 + 2 \log_7 3)}{2 \log_7 2} = \frac{a+2b}{4a}\end{aligned}$$

$$37) \frac{3a+2b}{a+b}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_6 72 &= \frac{\log_7 72}{\log_7 6} = \frac{\log_7 (2^3 \times 3^2)}{\log_7 (2 \times 3)} \\ &= \frac{3 \log_7 2 + 2 \log_7 3}{\log_7 2 + \log_7 3} = \frac{3a+2b}{a+b}\end{aligned}$$

$$38) 3b-4a$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_7 \frac{27}{16} &= \log_7 \frac{3^3}{2^4} = \log_7 3^3 - \log_7 2^4 \\ &= 3 \log_7 3 - 4 \log_7 2 = 3b-4a\end{aligned}$$

$$39) 2a+b$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_7 12 &= \log_7 (2^2 \times 3) = \log_7 2^2 + \log_7 3 \\ &= 2 \log_7 2 + \log_7 3 = 2a+b\end{aligned}$$

$$40) \frac{2b}{a+b}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_6 9 &= \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 6} = \frac{\log_{10} 3^2}{\log_{10} (2 \cdot 3)} \\ &= \frac{2 \log_{10} 3}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3} = \frac{2b}{a+b}\end{aligned}$$

$$41) \frac{4a}{b}$$

$$\Rightarrow \log_3 16 = \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 3} = \frac{\log_{10} 2^4}{\log_{10} 3} = \frac{4 \log_{10} 2}{\log_{10} 3} = \frac{4a}{b}$$

$$42) 2a-3b$$

$$\Rightarrow \log_{10} \frac{4}{27} = \log_{10} \frac{2^2}{3^3} = 2 \log_{10} 2 - 3 \log_{10} 3 = 2a-3b$$

$$43) 2a+b$$

$$\Rightarrow \log_{10} 12 = \log_{10} (2^2 \cdot 3) = 2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 2a+b$$

$$44) 4$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_7 \sqrt{8} + \log_{49} \frac{1}{10} + \frac{3}{2} \log_7 \sqrt[3]{20} \\ &= \log_7 \sqrt{2^3} + \log_7 10^{-1} + \frac{3}{2} \log_7 (2^2 \times 5)^{\frac{1}{3}} \\ &= \log_7 2^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} (\log_7 2 + \log_7 5) + \frac{1}{2} (2 \log_7 2 + \log_7 5) \\ &= \frac{3}{2} \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 5 + \log_7 2 + \frac{1}{2} \log_7 5 \\ &= 2 \log_7 2 \\ &a \log_7 b = 2 \log_7 2 \text{에서 } \log_7 b^a = \log_7 2^2 \text{이므로}\end{aligned}$$

$$b^a = 2^2 = 4$$

$$45) -\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a^2 b^3 = 1 \text{의 양변에 밑이 } a \text{인 로그를 취하면} \\ \log_a a^2 b^3 = \log_a 1 \\ \log_a a^2 + \log_a b^3 = 0 \\ 2 + 3 \log_a b = 0 \quad \therefore \log_a b = -\frac{2}{3} \\ \therefore \log_a a^3 b^5 = \log_a a^3 + \log_a b^5 = 3 + 5 \log_a b \\ = 3 + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$46) \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_a 9 = \log_a 3^2 = \log_a 3 = \log_a 3^3 \text{이므로} \\ \log_a 27 = \log_b 27 \quad \therefore b = a^3 \\ \therefore \log_{ab} a^2 = \log_a a^2 = \frac{2}{4} \log_a a = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$47) -3$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \log_a b + \log_b c + \log_c a + \log_a c + \log_c b + \log_b a \\ = (\log_a b + \log_a c) + (\log_b c + \log_b a) + (\log_c a + \log_c b) \\ = \log_a bc + \log_b ca + \log_c ab \\ = \log_a \frac{1}{a} + \log_b \frac{1}{b} + \log_c \frac{1}{c} \quad (\because abc = 1) \\ = \log_a a^{-1} + \log_b b^{-1} + \log_c c^{-1} \\ = (-1) + (-1) + (-1) = -3\end{aligned}$$

$$48) \frac{25}{6}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow b = a^{\frac{1}{2}}, c = b^{\frac{2}{3}}, a = c^3 \text{이므로} \\ \log_a b + \log_b c + \log_c a = \log_a a^{\frac{1}{2}} + \log_b b^{\frac{2}{3}} + \log_c c^3 \\ = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 3 = \frac{25}{6}\end{aligned}$$

$$49) 32$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow ab = 27 \text{에서 } \log_3 ab = \log_3 27 \text{이므로} \\ \log_3 a + \log_3 b = \log_3 3^3 = 3 \quad \dots\dots \textcircled{7} \\ \log_3 \frac{b}{a} = \log_3 b - \log_3 a = 5 \quad \dots\dots \textcircled{8} \\ \textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } \log_3 a = -1, \log_3 b = 4 \\ \therefore 4 \log_3 a + 9 \log_3 b = 4 \times (-1) + 9 \times 4 \\ = -4 + 36 = 32\end{aligned}$$

$$50) 9$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} a = \log_2 a, 2 \log_4 b = \log_2 b, \\ 3 \log_8 c = \log_2 c, 4 \log_4 \sqrt{d} = \log_2 d \text{이므로} \\ \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} a + 2 \log_4 b + 3 \log_8 c + 4 \log_4 \sqrt{d}\end{aligned}$$

$$= \log_2 a + \log_2 b + \log_2 c + \log_2 d$$

$$= \log_2 abcd = 1$$

$$\therefore abcd = 2$$

$$\therefore [(3^a)^b]^c]^d = 3^{abcd} = 3^2 = 9$$

51) 정수 부분 : 1, 소수 부분 : $\log_2 3 - 1$

$$\Rightarrow \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 \text{이므로 } 1 < \log_2 3 < 2$$

따라서 $\log_2 3$ 의 정수 부분은 1,

소수 부분은 $\log_2 3 - 1$

52) 정수 부분 : 2, 소수부분 $\log_2 7 - 2$

53) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $\log_2 9 - 3$

$$\Rightarrow \log_2 8 < \log_2 9 < \log_2 16 \text{이므로 } 3 < \log_2 9 < 4$$

따라서 $\log_2 9$ 의 정수 부분은 3,

소수 부분은 $\log_2 9 - 3$

54) 정수 부분 : 4, 소수 부분 : $\log_3 91 - 4$

$$\Rightarrow \log_3 81 < \log_3 91 < \log_3 243 \text{이므로 } 4 < \log_3 91 < 5$$

따라서 $\log_3 91$ 의 정수 부분은 4,

소수 부분은 $\log_3 91 - 4$

55) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $\log_5 324 - 3$

$$\Rightarrow \log_5 125 < \log_5 324 < \log_5 625 \text{이므로}$$

$$3 < \log_5 324 < 4$$

따라서 $\log_5 324$ 의 정수 부분은 3,

소수 부분은 $\log_5 324 - 3$

56) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\log_8 65 - 2$

$$\Rightarrow \log_8 64 < \log_8 65 < \log_8 512 \text{이므로 } 2 < \log_8 65 < 3$$

따라서 $\log_8 65$ 의 정수 부분은 2,

소수 부분은 $\log_8 65 - 2$

$$57) \frac{43}{4}$$

$$58) \frac{1}{5}$$

$$59) \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \log_3 27 < \log_3 51 < \log_3 81 \text{이므로 } 3 < \log_3 51 < 4$$

따라서 $\log_3 51$ 의 정수 부분은 3,

소수 부분은 $\log_3 51 - 3$

$$\therefore a = 3, b = \log_3 51 - 3$$

$$\therefore a - 3^b = 3 - 3^{\log_3 51 - 3} = 3 - 3^{\log_3 51} \cdot 3^{-3}$$

$$= 3 - \frac{51^{\log_3 3}}{3^3} = 3 - \frac{51}{27} = \frac{10}{9}$$

$$60) \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \log_2 8 < \log_2 13 < \log_2 16, 3 < \log_2 13 < 4$$

$$\therefore [\log_2 13] = 3$$

$$\therefore a = 3, b = \log_2 13 - 3 = \log_2 \frac{13}{8}$$

$$\therefore 2^{-a} + 2^b = 2^{-3} + 2^{\log_2 \frac{13}{8}} = \frac{1}{8} + \frac{13}{8} = \frac{7}{4}$$

$$61) \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \log_2 32 < \log_2 40 < \log_2 64 \text{이므로 } 5 < \log_2 40 < 6$$

따라서 $\log_2 40$ 의 정수 부분은 5, 소수 부분은

$$\log_2 40 - 5$$

$$\therefore a = 5, b = \log_2 40 - 5$$

$$\therefore a - 2^b = 5 - 2^{\log_2 40 - 5} = 5 - 2^{\log_2 40} \cdot 2^{-5}$$

$$= 5 - \frac{40^{\log_2 2}}{2^5} = 5 - \frac{40}{32} = \frac{15}{4}$$

$$62) 12$$

$$\Rightarrow \log_3 3^2 < \log_3 12 < \log_3 3^3$$

$$2 < \log_3 12 < 3$$

$$\therefore a = 2, b = \log_3 12 - 2 = \log_3 12 - \log_3 9 = \log_3 \frac{4}{3}$$

$$\frac{3^a + 3^b}{3^{-a} + 3^{-b}} = \frac{3^2 + 3^{\log_3 \frac{4}{3}}}{3^{-2} + 3^{-\log_3 \frac{4}{3}}} = \frac{9 + \frac{4}{3}}{\frac{1}{9} + \frac{3}{4}} = 12$$

$$63) \frac{31}{3}$$

$$\Rightarrow \log_3 9 < \log_3 12 < \log_3 27 \text{이므로 } 2 < \log_3 12 < 3$$

따라서 $\log_3 12$ 의 정수 부분은 2,

소수 부분은 $\log_3 12 - 2$ 이다.

$$\text{즉, } a = 2, b = \log_3 12 - 2$$

$$\therefore 3^a + 3^b = 3^2 + 3^{\log_3 12 - 2} = 9 + 3^{\log_3 12} \cdot 3^{-2}$$

$$= 9 + \frac{12}{9} = \frac{31}{3}$$

$$64) \log_3 \frac{7}{3}$$

$$65) -1$$

\Rightarrow 근과 계수의 관계에 의하여

$$\log_2 3 + 1 = \log_2 3 + \log_2 2 = \log_2 6 = -a$$

$$\therefore a = -\log_2 6$$

$$(\log_2 3) \times 1 = \log_2 3 = b$$

$$\therefore a + b = -\log_2 6 + \log_2 3 = \log_2 6^{-1} + \log_2 3$$

$$= \log_2 \frac{3}{6} = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$$

$$66) 7$$

\Rightarrow 근과 계수의 관계에 의해

$$\log_2 a + \log_2 b = 3, \log_2 a \cdot \log_2 b = 1$$

$$\begin{aligned}\log_a b + \log_b a &= \frac{\log_2 b}{\log_2 a} + \frac{\log_2 a}{\log_2 b} \\&= \frac{(\log_2 a)^2 + (\log_2 b)^2}{\log_2 a \cdot \log_2 b} \\&= \frac{(\log_2 a + \log_2 b)^2 - 2 \log_2 a \cdot \log_2 b}{\log_2 a \cdot \log_2 b} \\&= \frac{3^2 - 2 \times 1}{1} = 7\end{aligned}$$

67) 6

⇒ $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근이 $\log_2 a, \log_2 b$ 이므로 이
차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\begin{aligned}\log_2 a + \log_2 b &= 4, \log_2 a \cdot \log_2 b = 2 \\ \log_a b + \log_b a &= \frac{(\log_2 a + \log_2 b)^2 - 2 \log_2 a \cdot \log_2 b}{\log_2 a \cdot \log_2 b} \\&= \frac{4^2 - 2 \times 2}{2} = 6\end{aligned}$$

68) -1

⇒ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = -12$

$$\begin{aligned}\therefore \log_3 (\alpha^{-1} + \beta^{-1}) &= \log_3 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \log_3 \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\&= \log_3 \frac{-4}{-12} = \log_3 \frac{1}{3} \\&= \log_3 3^{-1} = -1\end{aligned}$$

69) 2

⇒ 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 8, \alpha\beta = 2$

$$\begin{aligned}\therefore \log_2 (\alpha^{-1} + \beta^{-1}) &= \log_2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \log_2 \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\&= \log_2 \frac{8}{2} = \log_2 2^2 = 2\end{aligned}$$

70) 1

⇒ 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned}\log_2 a + \log_2 b &= 3, \log_2 a \times \log_2 b = 3 \\ \therefore \log_a b + \log_b a &= \frac{\log_2 b}{\log_2 a} + \frac{\log_2 a}{\log_2 b} = \frac{(\log_2 a)^2 + (\log_2 b)^2}{\log_2 a \times \log_2 b} \\&= \frac{(\log_2 a + \log_2 b)^2 - 2 \log_2 a \times \log_2 b}{\log_2 a \times \log_2 b} \\&= \frac{3^2 - 2 \times 3}{3} = 1\end{aligned}$$

71) 23

⇒ 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned}\log_2 a + \log_2 b &= 5, \log_2 a \times \log_2 b = 1 \\ \therefore \log_a b + \log_b a &= \frac{\log_2 b}{\log_2 a} + \frac{\log_2 a}{\log_2 b} = \frac{(\log_2 a)^2 + (\log_2 b)^2}{\log_2 a \times \log_2 b}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{(\log_2 a + \log_2 b)^2 - 2 \log_2 a \times \log_2 b}{\log_2 a \times \log_2 b} \\&= \frac{5^2 - 2 \times 1}{1} = 23\end{aligned}$$

72) 2

⇒ 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 18, \alpha\beta = 2$

$$\begin{aligned}\therefore \log_3 (\alpha^{-1} + \beta^{-1}) &= \log_3 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \log_3 \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\&= \log_3 \frac{18}{2} = \log_3 3^2 = 2\end{aligned}$$

73) $\frac{6}{5}$

⇒ $\log_a x = 2$ 에서 $\frac{1}{\log_x a} = 2$ 이므로 $\log_x a = \frac{1}{2}$

$$\log_b x = 3 \text{에서 } \frac{1}{\log_x b} = 3 \text{이므로 } \log_x b = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \log_{ab} x &= \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} \\&= \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

74) 56

⇒ 근과 계수와의 관계에 의해

$$\begin{aligned}\log a + \log b &= 4, \log a \cdot \log b = 1 \\ \therefore \log_a b^4 + \log_b a^4 &= 4 \log_a b + 4 \log_b a \\&= 4 \left(\frac{\log b}{\log a} + \frac{\log a}{\log b} \right) = 4 \cdot \frac{(\log a)^2 + (\log b)^2}{\log a \cdot \log b} \\&= 4 \cdot \frac{(\log a + \log b)^2 - 2 \log a \cdot \log b}{\log a \cdot \log b} \\&= 4(16 - 2) = 56\end{aligned}$$

75) 48

⇒ 근과 계수와의 관계에 의해

$$\begin{aligned}\log a + \log b &= 10, \log a \cdot \log b = 2 \\ \therefore \log_a b + \log_b a &= \frac{\log b}{\log a} + \frac{\log a}{\log b} \\&= \frac{(\log a)^2 + (\log b)^2}{\log a \cdot \log b} \\&= \frac{(\log a + \log b)^2 - 2 \log a \cdot \log b}{\log a \cdot \log b} = \frac{100 - 4}{2} = 48\end{aligned}$$