



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01** 매개변수로 나타낸 함수의 미분매개변수로 나타낸 함수  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$  가  $t$ 에 대하여 미분가능하고

$$f'(t) \neq 0 \text{ 일 때 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)} = \frac{(y \text{의 미분})}{(x \text{의 미분})}$$

■ 다음 매개변수로 나타낸 함수에서  $\frac{dy}{dx}$  를 구하여라.

1.  $x=2t, y=3t$

2.  $x=2t+7, y=3t^2-5$

3.  $x=2t-3, y=4t^2-5$

4.  $x=-t+2, y=1+3t^2$

5.  $x=2t+1, y=4t^2-1$

6.  $x=2t-3, y=t^2-2t$

7.  $x=\frac{1}{t+2}, y=-3(t+2)^3$

8.  $x=t^2, y=t+\frac{1}{t}$

9.  $x=t^2+2, y=t^4-t^3$

10.  $x=2e^{t+1}, y=e^{4t-3}$

11.  $x=3t^2+2, y=\sin 6t$

12.  $x=4t+3\cos t, y=5t-2\sin t (0 < t < \pi)$

13.  $x=\ln t, y=t^3-2t+1$

14.  $x=\frac{1-t^2}{1+t^2}, y=\frac{2t}{1+t^2}$

15.  $x=t-\cos t, y=1-\sin t$  (단,  $\sin t \neq \pm 1$ )

■ 다음 조건에 맞는  $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

16. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = t^3 + 1, y = t - \frac{1}{t^2}$ 에  
대하여  $t = 2$ 일 때

17. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = 2t - 1, y = t^2 - t + 3$ 에 대하여  $t = 2$ 일 때

18. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = t^2 - \frac{1}{t}, y = t - \frac{2}{t^2}$   
에 대하여  $t = -1$ 일 때

19. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = 3t + 3, y = 2t^2 + 2t$   
에 대하여  $t = 1$ 일 때,

20. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = t^4 - 2t^3 + 3t, y = 3t^3 + 6t^2 + t$ 에 대하여  $t = 1$ 일 때

21. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 함수  
 $x = e^t \sin t, y = e^t \cos t$ 에 대하여  $t = \frac{\pi}{3}$ 일 때

22. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = \ln t, y = e^t$ 에 대하여  
 $t = 1$ 일 때

23. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = t^2 + 2, y = t^3 + 3$ 에  
대하여  $t = 3$ 일 때,

24. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 함수  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, y = \frac{2t}{1+t^2}$ 에서  $t = 2$ 일 때

25. 매개변수  $\theta$ 로 나타낸 함수  $x = 4\cos\theta, y = 3\sin\theta$ 에  
대하여  $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때

26. 매개변수  $\theta$ 로 나타낸 곡선  $x = 2\cos\theta, y = 3\sin\theta$   
에 대하여  $\theta = \frac{\pi}{3}$ 일 때

27. 매개변수로 나타낸 함수  $x = e^{t-1}, y = e^t \ln t$ 에 대  
하여  $t = 1$ 일 때

28. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = \sec t, y = \tan t$ 에 대  
하여  $t = -\frac{\pi}{4}$ 일 때

■ 다음 물음에 답하여라.

29. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 함수

$$x = \frac{2}{3}t^3 - t^2 - 4t - 1, \quad y = 2t^3 - 24t + 8 \text{에 대하여}$$

$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

30. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 함수 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 3 \\ y = \frac{1}{2}t^2 - 2t \end{cases}$$

에 대하여  $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

31. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t,$

$y = \frac{1}{3}t^3 - t^2 - 15t$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

32. 매개변수로 나타내어진 함수  $x = \frac{1-t}{1+t^2},$

$y = \frac{t-1}{1+t^2}$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

33. 매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선에서  $x = t^2, y = t - e^t$ 에

대하여  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

34. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = t^2 + 2t, y = t^3 + 1$ 을  $y = f(x)$ 로 나타낼 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h) - f(3)}{h}$ 의 값을 구하여라. (단,  $t > 0$ )

35. 매개변수  $t$ 에 대하여  $x = 2t - 1, y = t^2 + 1$ 로 나타내어진 함수  $y = f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값을 구하여라.

36. 매개변수  $t$ 로 나타낸 함수  $x = 2t - 1, y = t^2 + 4t - 5$ 에 대하여  $y = f(x)$ 로 나타내었을 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하여라.

37. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 함수  $x = 2t, y = 4t^2 + 3$ 에 대하여  $y = f(x)$ 로 나타내었을 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2+3h)}{h}$ 의 값을 구하여라.

38.  $y = \sqrt{t+8}, x = 2t$  (단,  $t \geq -8$ )에서  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{12}$ 일 때,  $t$ 의 값을 구하여라.

## 02 음함수의 미분법

음함수 표현  $f(x, y) = 0$ 에서  $y$ 를  $x$ 의 함수로 보고  
 각 항을  $x$ 에 대하여 미분하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

$$\frac{d}{dx} \triangle^n = nx^{n-1} \quad , \quad \frac{d}{dx} \square^n = ny^{n-1} \frac{dy}{dx}$$

같은 변수                  다른 변수

■ 다음 음함수에서  $\frac{dy}{dx}$ 를 구하여라.

39.  $xy = 1$  (단,  $x \neq 0$ )

40.  $x^2 + y^2 = 4$

41.  $x^2 + y = 1$

42.  $x^2 - y^2 = 1$

43.  $y^2 + 4x = 0$

44.  $x^2 + 3y^2 = 4xy$

45.  $3x^2 + 4y^2 = 12$

46.  $2x^2 + 3y^2 = 5$

47.  $2x^2 + 3y^3 = 5$

48.  $3x^2 + 4y^2 = 7$

49.  $x^3 + y^3 - 2xy = 0$

50.  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 1$

51.  $x^2 - \frac{x}{y} + 2 = 0$

52.  $x^2 + xy + y^2 = 1$

53.  $xy - x + y = 0$

54.  $xy = x^3 + 2y^2$

55.  $\sin x + \cos y = 1$

56.  $4\cos x + y^2 = 0$

57.  $4x^3 + y^4 = 3$  (단,  $y \neq 0$ )

58.  $x^2 - 4xy + y^2 = 3$

59.  $x^3 + y^2 - 2xy = 3$

60.  $x + \cos y - x^2y = 0$

61.  $x + \sin y - xy = 0$

■ 주어진 조건에 맞는  $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.

62. 음함수  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$ 에서  $x = 1$ ,  $y = 9$ 일 때

63. 음함수  $y^4 - 3x^2 = 2xy^2$ 에서  $x = 1$ ,  $y = \sqrt{3}$ 일 때

64. 음함수  $3xy + y^3 + 3y = 4$ 에서  $x = 0$ ,  $y = 1$ 일 때

65. 음함수  $2x^2 + xy - 1 = 0$ 에서  $x = -1$ ,  $y = 1$ 일 때

66. 음함수  $xy - x + y = 0$ 에서  $x = 1$ ,  $y = 2$ 일 때

67. 음함수  $x^2 + y^2 = 4$ 에서  $x = 1$ ,  $y = \sqrt{3}$ 일 때

68. 음함수  $x^3 + y^3 = 3(xy + 1)$ 에서  $x = 2$ ,  $y = 1$ 일 때

69. 음함수  $y^2 + xy + 4x = 4$ 에서  $x = 1$ ,  $y = -1$ 일 때

70. 음함수  $x^3 - 2xy + y^2 = 4$ 에서  $x = 1, y = -1$ 일 때

71. 음함수  $x^2 + y^4 - y^2 = 0$ 에서  $x = 1, y = 1$ 일 때

72. 음함수  $2x^2 + 4xy - 5y + 1 = 0$ 에서  $x = 1, y = 3$ 일 때

73. 곡선  $2x^2 - y^2 + 2xy - 2 = 0$ 에 대하여  $x = 1, y = 2$ 일 때

74. 음함수  $x^2 - y \ln x + ex - e = 0$ 에서  $x = e, y = e^2$

75. 음함수  $\cos(x+y) - \cos(x-y) = -\frac{1}{2}$ 에 대하여  
 $x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{3}$ 일 때



## 정답 및 해설

$$1) \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 3 \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3}{2}$$

$$2) \frac{dy}{dx} = 3t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 6t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t}{2} = 3t$$

$$3) \frac{dy}{dx} = 4t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 8t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{8t}{2} = 4t$$

$$4) \frac{dy}{dx} = -6t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -1, \frac{dy}{dt} = 6t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t}{-1} = -6t$$

$$5) \frac{dy}{dx} = 4t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 8t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{8t}{2} = 4t$$

$$6) \frac{dy}{dx} = t - 1$$

$$\Rightarrow \text{매개변수로 나타낸 함수 } x = 2t - 3, y = t^2 - 2t \text{ 에서}$$

$$\frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 2t - 2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t - 2}{2} = t - 1$$

$$7) \frac{dy}{dx} = 9(t+2)^4$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{(t+2)^2}, \frac{dy}{dt} = -9(t+2)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-9(t+2)^2}{-\frac{1}{(t+2)^2}} = 9(t+2)^4$$

$$8) \frac{dy}{dx} = \frac{t^2 - 1}{2t^3}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2t, \frac{dy}{dt} = 1 - \frac{1}{t^2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1 - \frac{1}{t^2}}{2t} = \frac{t^2 - 1}{2t^3}$$

$$9) \frac{dy}{dx} = 2t^2 - \frac{3}{2}t$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2t, \frac{dy}{dt} = 4t^3 - 3t^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4t^3 - 3t^2}{2t} = 2t^2 - \frac{3}{2}t$$

$$10) \frac{dy}{dx} = 2e^{3t-4}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2e^{t+1}, \frac{dy}{dt} = 4e^{4t-3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{4e^{4t-3}}{2e^{t+1}} = 2e^{3t-4}$$

$$11) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos 6t}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 6t, \frac{dy}{dt} = 6\cos 6t \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6\cos 6t}{6t} = \frac{\cos 6t}{t}$$

$$12) \frac{dy}{dx} = \frac{5 - 2\cos t}{4 - 3\sin t}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 4 - 3\sin t, \frac{dy}{dt} = 5 - 2\cos t \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{5 - 2\cos t}{4 - 3\sin t}$$

$$13) \frac{dy}{dx} = t(3t^2 - 2)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}, \frac{dy}{dt} = 3t^2 - 2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2 - 2}{\frac{1}{t}} = t(3t^2 - 2)$$

$$14) \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-2t(1+t^2) - (1-t^2) \times 2t}{(1+t^2)^2} = -\frac{4t}{(1+t^2)^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2(1+t^2) - 2t \times 2t}{(1+t^2)^2} = \frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = -\frac{1-t^2}{2t} = -\frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{x}{y}$$

$$15) \frac{dy}{dx} = -\frac{\cos t}{1+\sin t}$$

$$\Rightarrow x = t - \cos t \text{ 이므로 } \frac{dx}{dt} = 1 + \sin t$$

$$y = 1 - \sin t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dt} = -\cos t$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = -\frac{\cos t}{1+\sin t}$$

$$16) \frac{5}{48}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 3t^2, \frac{dy}{dt} = 1 + \frac{2}{t^3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1 + \frac{2}{t^3}}{3t^2} = \frac{t^3 + 2}{3t^5} \quad (t \neq 0)$$

$$t = 2 \text{ 일 때, } \frac{dy}{dx} \text{ 는 } \frac{8+2}{3 \times 2^5} = \frac{5}{48} \text{ 이다.}$$

$$17) \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t-1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\text{이 때 } t = 2 \text{ 이므로 이 때 } \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

$$18) 3$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1 + \frac{4}{t^3}}{2t + \frac{1}{t^2}} \text{ 이므로 } t = -1 \text{ 에서}$$

$$\frac{dy}{dx} \text{ 는 } 3 \text{ 이다.}$$

$$19) 2$$

$$20) 22$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 4t^3 - 6t^2 + 3, \frac{dy}{dt} = 9t^2 + 12t + 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{9t^2 + 12t + 1}{4t^3 - 6t^2 + 3}$$

$$\text{따라서 } t = 1 \text{ 에서의 } \frac{dy}{dx} \text{ 는 } \frac{9+12+1}{4-6+3} = 22$$

$$21) -2 + \sqrt{3}$$

$$22) e$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}, \frac{dy}{dt} = e^t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t}{\frac{1}{t}} = te^t$$

따라서  $t = 1$ 에서의 미분계수는  $e$

$$23) \frac{9}{2}$$

$$24) \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-2t(1+t^2) - 2t(1-t^2)}{(1+t)^2} = -\frac{4t}{(1+t)^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2(1+t^2) - 4t^2}{(1+t)^2} = \frac{-2t^2 + 2}{(1+t)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2t^2 + 2}{-4t} = \frac{t^2 - 1}{2t}$$

$$\therefore t = 2 \text{ 일 때 } \frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}$$

$$25) -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = -4\sin\theta, \frac{dy}{d\theta} = 3\cos\theta \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{3\cos\theta}{-4\cos\theta} = -\frac{3}{4}\cot\theta$$

따라서  $\theta = \frac{\pi}{6}$  일 때,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{4}\cot\frac{\pi}{6} = -\frac{3}{4} \times \sqrt{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$26) -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = -2\sin\theta, \frac{dy}{d\theta} = 3\cos\theta$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{3\cos\theta}{-2\sin\theta}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ 일 때 } \frac{dy}{dx} = \frac{3 \times \frac{1}{2}}{-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$27) e$$

$$28) -\sqrt{2}$$

$$29) 4$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2t^2 - 2t - 4, \frac{dy}{dt} = 6t^2 - 24$$



$$\text{이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t^2 - 24}{2t^2 - 2t - 4}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 2} \frac{dy}{dx} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{6t^2 - 24}{2t^2 - 2t - 4} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{3(t+2)}{t+1} = 4$$

30)  $\frac{1}{2}$

31) 3

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = t^2 - 6t + 5, \frac{dy}{dt} = t^2 - 2t - 15 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 3} \frac{dy}{dx} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-5)(t+3)}{(t-1)(t-5)} = 3 \text{ 이다.}$$

32) -1

33)  $-\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2t, \frac{dy}{dt} = 1 - e^t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1 - e^t}{2t}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 0} \frac{dy}{dx} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - e^t}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} \times \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

34)  $\frac{9}{4}$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h) - f(3)}{h} = 3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h) - f(3)}{3h} = 3f'(3) \quad \text{.....㉠}$$

$$\frac{dx}{dt} = 2t + 2, \frac{dy}{dt} = 3t^2$$

$$\therefore f'(t) = \frac{dy}{dx} = \frac{3t^2}{2t+2} \quad \text{.....㉡}$$

한편,  $x = 3$  일 때  $t$ 의 값을 구하면

$$t^2 + 2t = 3 \text{ 에서 } t^2 + 2t - 3 = 0 \quad \therefore t = 1 (\because t > 0)$$

따라서 ㉠, ㉡에서

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h) - f(3)}{h} = 3f'(3) = \frac{9}{4}$$

35)  $\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 2t \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{2} = t$$

$$\text{따라서 } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) \text{ 이므로 } x = 2,$$

$$\text{즉 } t = \frac{3}{2} \text{ 에서의 구하는 극한값은 } \frac{dy}{dx} = t = \frac{3}{2}$$

36) 6

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = 2t + 4 \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t+4}{2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2 = 2f'(1) \text{ 이므로 } x = 1,$$

즉  $t = 1$  에서의 구하는 극한값은

$$2 \times \frac{2 \times 1 + 4}{2} = 6$$

37) -16

$$\Rightarrow t = \frac{x}{2} \text{ 를 } y = 4t^2 + 3 \text{ 에 대입하면}$$

$$y = x^2 + 3, f'(x) = 2x$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2) + f(2) - f(2+3h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{-h} \times -1 - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{3h} \times 3 = -f'(2) - 3f'(2) = -4f'(2) = -16$$

38) 1

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2, \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{t+8}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{t+8}}}{2} = \frac{1}{4\sqrt{t+8}}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{4\sqrt{t+8}} = \frac{1}{12} \text{ 에서 } \sqrt{t+8} = 3$$

$$\therefore t = 1$$

39)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$

$$\Rightarrow y + x \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$$

40)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$  (단,  $y \neq 0$ )

$$\Rightarrow \text{양변을 } x \text{ 에 대하여 미분하면}$$

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \text{ (단, } y \neq 0 \text{)}$$

41)  $\frac{dy}{dx} = -2x$

$$\Rightarrow x^2 + y = 1 \text{ 의 양변을 } x \text{ 에 대하여 미분하면}$$

$$2x + \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -2x$$

42)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

$$43) \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{y} (y \neq 0)$$

$\Rightarrow y^2 + 4x = 0$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$2y \frac{dy}{dx} + 4 = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{y} (y \neq 0)$$

$$44) \frac{x-2y}{2x-3y} \text{ (단, } 2x-3y \neq 0 \text{)}$$

$\Rightarrow$  양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(3y^2) = \frac{d}{dx}(4xy)$$

$$2x + 6y \frac{dy}{dx} = 4y + 4x \frac{dy}{dx}$$

$$(4x - 6y) \frac{dy}{dx} = 2x - 4y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2x-4y}{4x-6y} = \frac{x-2y}{2x-3y} \text{ (단, } 2x-3y \neq 0 \text{)}$$

$$45) \frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{4y}$$

$\Rightarrow 3x^2 + 4y^2 = 12$ 를  $x$ 에 대해서 미분하면

$$6x + 8y \frac{dy}{dx} = 0 \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{4y} \text{ 이다.}$$

$$46) \frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{3y} (y \neq 0)$$

$\Rightarrow 2x^2 + 3y^2 = 5$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$4x + 6y \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{3y} (y \neq 0)$$

$$47) \frac{dy}{dx} = -\frac{4x}{9y^2} (y \neq 0)$$

$\Rightarrow 2x^2 + 3y^3 = 5$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$4x + 9y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{4x}{9y^2} (y \neq 0)$$

$$48) \frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{4y}$$

$\Rightarrow$  주어진 음함수를 미분하면 다음과 같다.

$$6x + 8y \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{4y}$$

$$49) \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2y}{2x - 3y^2} \left( x \neq \frac{3}{2}y^2 \right)$$

$\Rightarrow x^3 + y^3 - 2xy = 0$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} - 2y - 2x \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(3y^2 - 2x) \frac{dy}{dx} = -3x^2 + 2y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2y}{2x - 3y^2} \left( x \neq \frac{3}{2}y^2 \right)$$

$$50) -\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}} \text{ (단, } x \neq 0 \text{)}$$

$\Rightarrow x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx}(x^{\frac{2}{3}}) + \frac{d}{dx}(y^{\frac{2}{3}}) = \frac{d}{dx}(1)$$

$$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}y^{-\frac{1}{3}} \frac{dy}{dx} = 0, \quad \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \times \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}} \text{ (단, } x \neq 0 \text{)}$$

$$51) \frac{dy}{dx} = -2y^2 + \frac{y}{x} (x \neq 0)$$

$\Rightarrow x^2 - \frac{x}{y} + 2 = 0$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$2x - \frac{1}{y} + \frac{x}{y^2} \times \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{x}{y^2} \times \frac{dy}{dx} = -2x + \frac{1}{y}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -2y^2 + \frac{y}{x} (x \neq 0)$$

$$52) \frac{dy}{dx} = -\frac{2x+y}{x+2y} (x+2y \neq 0)$$

$\Rightarrow x^2 + xy + y^2 = 1$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$2x + y + x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(x+2y) \frac{dy}{dx} = -2x-y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2x+y}{x+2y} (x+2y \neq 0)$$

$$53) \frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{x+1}$$

$\Rightarrow y + x \frac{dy}{dx} - 1 + \frac{dy}{dx} = 0$

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = 1-y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{x+1}$$

$$54) \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - y}{x - 4y} (x - 4y \neq 0)$$

$\Rightarrow xy = x^3 + 2y^2$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$y + x \frac{dy}{dx} = 3x^2 + 4y \frac{dy}{dx}$$

$$(x-4y) \frac{dy}{dx} = 3x^2 - y$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - y}{x - 4y} (x - 4y \neq 0)$$

$$55) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin y} (\sin y \neq 0)$$

$\Rightarrow \sin x + \cos y = 1$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$\cos x - \sin y \times \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin y} (\sin y \neq 0)$$

$$56) \frac{dy}{dx} = \frac{2\sin x}{y} (y \neq 0)$$

⇒  $4\cos x + y^2 = 0$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$-4\sin x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2\sin x}{y} (y \neq 0)$$

$$57) \frac{dy}{dx} = -\frac{3x^2}{y^3}$$

$$58) \frac{dy}{dx} = \frac{x-2y}{2x-y}$$

⇒ 음함수를 미분하면 다음과 같다.

$$2x - 4y - 4x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

이를 정리하면  $\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y}{2x-y}$  이다.

$$59) \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2y}{2(x-y)}$$

$$60) \frac{dy}{dx} = \frac{1-2xy}{x^2 + \sin y}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin y \frac{dy}{dx} - 2xy - x^2 \frac{dy}{dx} = 0,$$

$$\frac{dy}{dx}(\sin y + x^2) = 1 - 2xy$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1-2xy}{\sin y + x^2}$$

$$61) \frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{\cos y - x}$$

$$\Rightarrow 1 + \cos y \frac{dy}{dx} - y - x \frac{dy}{dx} = 0 \text{ 이므로 } \frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{\cos y - x}$$

$$62) -3$$

⇒  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{y}} \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$$

$$x=1, y=9 \text{를 대입하면 } \frac{dy}{dx} = -3$$

$$63) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

⇒ 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx}(y^4) - \frac{d}{dx}(3x^2) = \frac{d}{dx}(2xy^2)$$

$$4y^3 \frac{dy}{dx} - 6x = 2y^2 + 4xy \frac{dy}{dx}$$

$$(4y^3 - 4xy) \frac{dy}{dx} = 2y^2 + 6x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 3x}{2y^3 - 2xy} \quad (\text{단, } 2y^3 - 2xy \neq 0)$$

$$x=1, y=\sqrt{3} \text{을 대입하면}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 3 \times 1}{2 \times (\sqrt{3})^3 - 2 \times 1 \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$64) -\frac{1}{2}$$

⇒  $3xy + y^3 + 3y = 4$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$3y + 3x \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} + 3 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x+y^2+1}$$

$$x=0, y=1 \text{을 대입하면 } \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$$

$$65) -3$$

⇒ 주어진 식의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$4x + y + x \frac{dy}{dx} - 0 = 0$$

$$x \frac{dy}{dx} = -4x - y \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-4x-y}{x}$$

$$x=-1, y=1 \text{에서의 } \frac{dy}{dx} \text{의 값은}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4 \times (-1) - 1}{-1} = -3$$

$$66) -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y + x \frac{dy}{dx} - 1 + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = 1-y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{x+1}$$

$$x=1, y=2 \text{를 대입하면}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$$

$$67) -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

$$x=1, y=\sqrt{3} \text{을 대입하면}$$

$$\therefore x=1, y=\sqrt{3} \text{일 때 } \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$68) 3$$

⇒ 주어진 식의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 3 \left( y + x \frac{dy}{dx} \right)$$

$$(3y^2 - 3x) \frac{dy}{dx} = -3x^2 + 3y \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-3x^2 + 3y}{3y^2 - 3x}$$

$$\text{따라서 } x=2, y=1 \text{에서의 } \frac{dy}{dx} \text{의 값은}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3 \times 2^2 + 3 \times 1}{3 \times 1^2 - 3 \times 2} = 3$$

69) 3

⇒ 음함수를 미분하면 다음과 같다.

$$2y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} + 4 = 0$$

여기에  $x = 1, y = -1$ 을 대입하면  $\frac{dy}{dx} = 3$ 70)  $\frac{5}{4}$ ⇒ 곡선  $x^3 - 2xy + y^2 = 4$  을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$3x^2 - 2y - 2x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2y}{2x - 2y}$$

 $x = 1, y = -1$ 을 대입하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3+2}{2+2} = \frac{5}{4}$$

71) -1

⇒ 주어진 식의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$2x + 4y^3 \frac{dy}{dx} - 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(4y^3 - 2y) \frac{dy}{dx} = -2x \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{4y^3 - 2y}$$

따라서  $x = 1, y = 1$ 에서의  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2 \times 1}{4 \times 1^3 - 2 \times 1} = -1$$

72) 16

⇒ 주어진 식을 음함수 미분하면 다음과 같다.

$$4x + 4y + 4xy' - 5y' = 0$$

 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면  $4 + 12 + 4y' - 5y' = 0$ 이므로  $y' = 16$ 이다.따라서  $\frac{dy}{dx} = 16$ 이다.

73) 4

⇒ 곡선을  $x$ 에 대해서 미분하면

$$4x - 2y \frac{dy}{dx} + 2y + 2x \frac{dy}{dx} = 0 \text{이다.}$$

 $x = 1, y = 2$ 일 때  $\therefore \frac{dy}{dx} = 4$ 74)  $2e$ ⇒ 곡선  $x^2 - y \ln x + ex - e = 0$ 에서 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$2x - \ln x \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + e = 0$$

$$2x - \frac{y}{x} + e = \ln x \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - \frac{y}{x} + e}{\ln x}$$

$$x = e, y = e^2 \text{을 대입하면 } \frac{2e - \frac{e^2}{e} + e}{\ln e} = 2e$$

75) -1

$$\Rightarrow -\sin(x+y) \left(1 + \frac{dy}{dx}\right) + \sin(x-y) \left(1 - \frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$-\sin(x+y) + \sin(x-y) = \{\sin(x-y) + \sin(x+y)\} \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin(x+y) + \sin(x-y)}{\sin(x-y) + \sin(x+y)}$$

 $x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{3}$ 을 대입하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin \frac{2}{3}\pi}{\sin \frac{2}{3}\pi} = -1$$