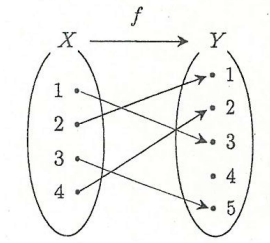


2020년 포곡고 수학(하) 기말고사

1. 그림과 같은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
[3.9점]

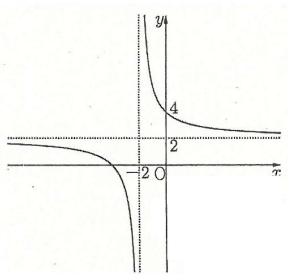


- ① 일대일함수이다.
② $f(2) + f(3) = 6$ 이다.
③ 역함수 f^{-1} 가 존재한다.
④ 정의역은 $\{1, 2, 3, 4\}$ 이다.
⑤ 공역은 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

2. $(a+b)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때 나타나는 모든 항의 개수는?
[3.9점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

3. 그림과 같이 함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 $(0, 4)$ 를 지날 때,
 $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수) [4.1점]



- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

4. 5가지 과목 '경제, 세계사, 세계 지리, 윤리와 사상, 정치와 법' 중에서 3가지 과목을 선택하는 방법의 수는? [4.1점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

5. 함수 $f(x) = x + k$ 가 $(f \circ f)(5) = 7$ 을 만족시킬 때, 실수 k 의 값은?
[4.1점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

6. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프는 점 $(1, -3)$ 을 지나고, 그 역함수의 그래프는 점 $(-1, 5)$ 를 지날 때 $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)
[4.3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. ${}_nC_2 + {}_nP_2 = 108$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? (단, $n \geq 2$) [4.3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 집합 $X = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$ 에서 집합 $Y = \{y | -8 \leq y \leq 7\}$ 으로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, ab 의 값은? (단, $a < 0, a, b$ 는 실수) [4.3점]

- ① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

9. 다음은 m, n 이 자연수일 때, 명제
 ‘ $m^2 + n^2$ 이 홀수이면 mn 은 짝수이다.’
 가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다.

주어진 명제의 대우
 ‘ mn 이 (가) 이면 $m^2 + n^2$ 은 (나) 이다.’
 가 참임을 보이면 된다.
 mn 이 (가) 이면 m, n 모두 홀수 이므로
 (다) (k, l 은 자연수)
 로 나타낼 수 있다. 이때
 $m^2 + n^2 = (2k-1)^2 + (2l-1)^2 =$ (라)
 이므로 $m^2 + n^2$ 은 (마) 이다.
 따라서 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 (가)~(마)에 대한 내용으로 옳지 않은 것은? [4.5점]

- ① (가) 홀수 ② (나) 짝수
 ③ (다) $m = 2k-1, n = 2l-1$ ④ (라) $2k^2 - 2k + 2l^2 - 2l + 1$
 ⑤ (마) 짝수

10. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 일대일대응인 함수 $f: X \rightarrow X$ 가

$f(1) = 3, f^{-1}(1) = 2, f^{-1}(2) = 4$ 을 만족시킬 때,
 $(f \circ f \circ f)(3) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 함수 $y = \sqrt{a(x-3)} - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의
 방향으로 c 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{-3x-6} + 1$ 의 그래프와 일치할
 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수) [4.5점]

- ① -60 ② -50 ③ -30 ④ 15 ⑤ 45

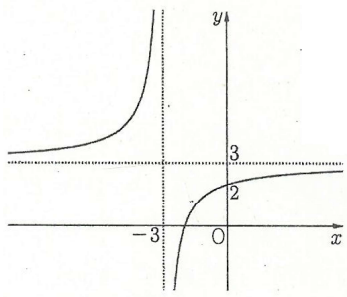
12. 간식으로 선택할 수 있는 서로 다른 종류의 과일 4개와 서로 다른
 종류의 빵 5개가 있다. 이 중에서 적어도 1개의 과일을 포함하여
 서로 다른 간식 4개를 선택하는 경우의 수는? [4.5점]

- ① 61 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 126

13. 두 함수 $f(x)=3x-1, g(x)=2x+9$ 와 함수 $h(x)$ 가 등식 $(h \circ f)(x)=(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ 를 만족시킬 때, $h(5)$ 의 값은? [4.5점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

14. 그림과 같이 함수 $y=\frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 $(0,2)$ 을 지날 때, $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y=-\sqrt{ax+b+c}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, a, b, c 는 상수) [4.7점]



① $6-3\sqrt{3}$ ② $6-\sqrt{3}$ ③ 0 ④ $0-\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

15. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4.7점]

(가) c 와 d 는 서로 이웃한다.
(나) e 와 f 는 서로 이웃한다.
(다) d 와 e 는 서로 이웃하지 않는다.

① 66 ② 84 ③ 90 ④ 100 ⑤ 120

16. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)=|ax+3a|+5x-7$ 의 역함수가 존재하기 위한 정수 a 의 개수는? [4.9점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

17. 함수 $y=\sqrt{x-2}+4$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 선분 AB의 중점의 y 좌표가 6이다. 직선 AB와 평행하고 점 $(-4,7)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y=mx+n$ 일 때, mn 의 값은? (단, m, n 은 상수) [5.1점]

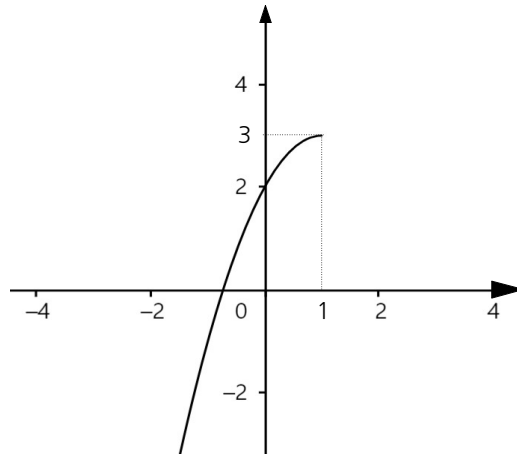
① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

18. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 각 숫자를 많아야 한번 사용하여 만들 수 있는 자연수 중에 짝수를 작은 수부터 차례로 나열하였다. 이 때 420은 a 번째, 20은 b 번째로 나열된 수가 된다. $a+b$ 의 값은? [5.1점]

① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

[논술형1] $x > 0, y > 0, x + y = 4$ 일 때, $(2x + y)(\frac{1}{x} + \frac{8}{y})$ 은 $x = a, y = b$ 에서 최솟값 m 을 갖는다. a, b, m 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [9.0점]

[논술형2] 그림은 함수 $y = -\sqrt{ax - b} + c$ 의 역함수의 그래프이다. [11.0점]



2-1. 실수 a, b, c 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [6.0점]

2-2. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합이고 역함수가 존재하는 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x - d & (x < 3) \\ \frac{1}{2}x + e & (x \geq 3) \end{cases}$$

의 역함수를 g 라고 하자.

$y = g(x)$ 의 그래프와 함수 $y = -\sqrt{ax - b} + c$ 의 그래프가 x 축 위의 한 점에서 만날 때, 실수 d, e 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [5.0점]

1) ③

2) ④

3) ⑤

4) ①

5) ②

6) ③

7) ⑤

8) ③

9) ④

10) ①

11) ⑤

12) ④

13) ②

14) ①

15) ②

16) ⑤

17) ①

18) ③

19) [논술형1] $a = \frac{4}{5}, b = \frac{16}{5}, m = 18$

20) [논술형2] 2-1) $a = -1, b = -3, c = 1$ 2-2) $d = -2, e = \frac{5}{2}$