

# 2022학년도 1학기 제2차 지필평가

## 1학년 수학

과목코드 02

2022. 7. 4. 3교시

- 본 시험은 선택형 [ 18 ]문항, 논술형 [ 2 ]문항, 쪽수는 [ 6 ]쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR 카드 논술형 답란에 검정색 펜(블펜)으로 서술하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

4. 수직선 위의 두 점 A(2), B(-6)에서 선분 AB의 중점이 M(a), 선분 AB를 2:1로 외분하는 점이 P(b)일 때, a+b의 값은? [4.0점]

① -16    ② -14    ③ -12    ④ 6    ⑤ 24

$$a = -2$$

$$\frac{2 \cdot -6}{2 \cdot 1} = \frac{-12}{1} = -12 = b$$

1. 부등식  $|4x-a| < 7$ 의 해가  $b < x < 3$ 일 때, 실수 a, b의 값을 바르게 짝지은 것은? [4.0점]

①  $-5$      $-\frac{1}{2}$   
 ②  $-5$      $2$   
 ③  $5$      $-\frac{1}{2}$   
 ④  $5$      $\frac{1}{2}$   
 ⑤  $5$      $2$

$$\begin{aligned} -7 &< 4x-a < 7 \\ -1+a &< 4x < 1+a \\ \frac{-1+a}{4} &< x < \frac{1+a}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1+a &= -1 \\ a &= 0 \\ b &= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. 점 (2, 3)과 직선  $2x-y+4=0$  사이의 거리는? [4.0점]

① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③  $\sqrt{3}$     ④  $\sqrt{5}$     ⑤  $\sqrt{7}$

$$\frac{|4-3+4|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

3. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x^2-y^2=-1 \end{cases}$ 의 해가  $\begin{cases} x=-12 \\ y=17 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$  일 때, a-b의 값은? [4.0점]

① -5    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 5

$$y = 5 - x$$

$$2x^2 - (5-x)^2 = -1$$

$$2x^2 - (25 - 10x + x^2) = -1$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x = -12 \text{ or } 17$$

$$a = -12, b = 17$$

5. 모든 실수 x에서 이차부등식  $3x^2 - 2(k+1)x + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 때, 실수 k의 최솟값은? [4.3점]

① -4    ② -2    ③ 0    ④ 2    ⑤ 4

$$D/4 = (k+1)^2 - 9 \leq 0$$

$$k^2 + 2k - 8 \leq 0$$

$$-4 \leq k \leq 2$$

6. 두 직선  $ax-3y-1=0$ ,  $5x+(2-a)y-3=0$ 이 서로 평행하도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [4.3점]

① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

$$\frac{5}{a} = \frac{2-a}{-3} \neq 3$$

$$2a - a^2 = -15$$

$$-a^2 + 2a + 15 = 0$$

$$a^2 - 2a - 15 = 0$$

$$a = 5 \text{ or } -3$$

7. 연립부등식  $\begin{cases} 2x \geq x-2 \\ x(x+1) \leq 20 \end{cases}$  의 해가 이차부등식  $2x^2 + ax + b \leq 0$ 의

해와 같을 때, 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은? [4.6점]

- ① 4    ② 8    ③ 16    ④ 32    ⑤ 64

i)  $x \geq -2$

ii)  $x^2 + x - 20 \leq 0$

$$\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline -5 \leq x \leq 4 \end{array}$$



$-2 \leq x \leq 4$

$2(x+2)(x-4) \leq 0$

$2(x^2 - 2x - 8) \leq 0$

$2x^2 - 4x - 16 \leq 0$

$a = -4$

$b = -16$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

8. 세 점  $A(0, 2), B(2, 4), C(4, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 무게중심을 지나고 직선  $AB$ 에 평행한 직선을  $l$ 이라 할 때, 원점  $O$ 와 직선  $l$  사이의 거리는? [4.6점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③ 1    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{2}$

i)  $(2, 3)$

ii)  $AB$  기울기  $\frac{4-2}{2-0} = \frac{2}{2} = 1$

$y = x + 1$

$x - y + 1 = 0$

$$\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

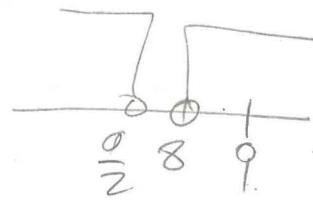
9. 연립부등식  $\begin{cases} x-3 > 5 \\ 4x-a < 2x \end{cases}$  을 만족시키는 정수  $x$ 가 존재하지 않을 때, 실수  $a$ 의 최댓값은? [4.6점]

- ① 9    ② 12    ③ 15    ④ 18    ⑤ 21

$x > 8$

$2x < a$

$x < \frac{a}{2}$



$\frac{a}{2} < 9$

$a < 18$

10. 삼차방정식  $x^3 - 2x^2 + (k-8)x + 2k = 0$ 이 허근을 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는? [4.9점]

- ①  $k > 1$     ②  $k > 4$     ③  $k < 0$     ④  $k < 1$     ⑤  $k < 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -2 & k-8 & 2k \\ & & -2 & 8 & -2k \\ \hline & 1 & -4 & k & 0 \end{array}$$

$x^2 - 4x + k = 0$  이라.

$D/4 = 4 - k < 0$

$4 < k$

[논술형 1] 사차방정식  $x^4 - 5x^3 + 11x^2 - x - 18 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하는 과정과 답을 다음 단계에 따라 논술하시오. [7.0점]

[1단계] 조립제법을 이용하여 사차방정식을 인수분해한다.

[2단계] 근과 계수와의 관계를 이용하여  $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값을 구한다.

[3단계]  $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구한다.

$$f(-1) = 0, f(2) = 0$$

-1	1	-5	11	-1	-18
		-1	6	-17	18
2	1	-6	17	-18	0
		2	-8	18	
	1	-4	9	0	

$$x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$\Delta = 4, \alpha\beta = 9$$

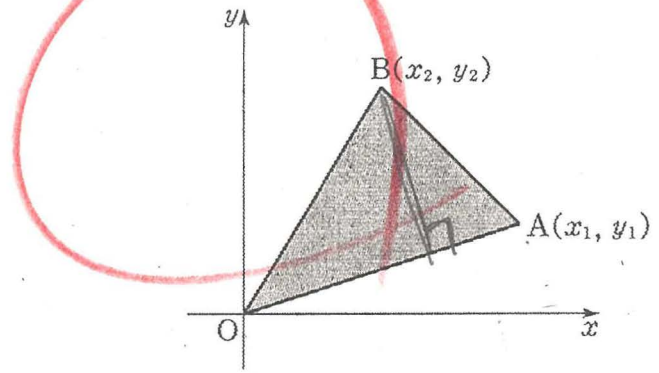
$$(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 64 - 27 \cdot 4$$

$$= 64 - 108$$

$$= -44$$

[논술형 2] 그림과 같이 세 점  $O(0, 0), A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형  $OAB$ 의 넓이를 구하는 과정과 답을 다음 단계에 따라 논술하시오. [8.0점]



[1단계] 두 점  $O(0, 0), A(x_1, y_1)$ 를 지나는 직선의 방정식을 구한다.

[2단계] 점  $B(x_2, y_2)$ 에서 직선  $OA$ 까지의 거리와 선분  $OA$ 의 길이를 각각 구한다.

[3단계] 삼각형  $OAB$ 의 넓이를 구한다.

$$i) \text{ 기울기} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$y = \frac{y_1}{x_1}x$$

$$ii) \frac{y_1}{x_1}x - y = 0 \text{ 라 } (x_2, y_2) \text{ 의 거리.}$$

$$y_1x - x_1y = 0$$

$$d = \frac{|x_2y_1 - x_1y_2|}{\sqrt{y_1^2 + x_1^2}} = 0$$

$$OA \text{의 길이} = \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$iii) \frac{1}{2} \times \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \times \frac{|x_2y_1 - x_1y_2|}{\sqrt{y_1^2 + x_1^2}} =$$

$$\frac{|x_2y_1 - x_1y_2|}{2}$$

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.



17. 최고차항의 계수가 1인 삼차식  $f(x)$ 에 대하여 삼차방정식  $f(x-5)=0$ 의 세 근의 합이 18일 때, 삼차방정식  $f(3x+2)=0$ 의 세 근의 합은? [5.5점]

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

$$3x+2=$$

$$f(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$$

$$f(x-5) = (x-\alpha-5)(x-\beta-5)(x-\gamma-5)$$

$$\alpha+5+\beta+5+\gamma+5=18$$

$$\alpha+\beta+\gamma=3$$

$$f(3x+2) = (3x+2-\alpha)$$

$$x = -\frac{2-\alpha}{3}$$

$$= \frac{-2+\alpha}{3}$$

$$\frac{-2+\alpha-2+\beta-2+\gamma}{3}$$

$$= \frac{-6+3}{3}$$

$$= \frac{-3}{3}$$

$$= -1$$

18. 세 점  $A(1, 5)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(6, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서  $\angle B$ 의 외각의 이등분선과 선분 AC의 연장선이 만나는 점을  $D(m, n)$ 이라 할 때,  $2m+n$ 의 값은? [5.6점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 6

i) AC 선분

$$\frac{5-2}{6-1} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$y = -(x-1)+5$$

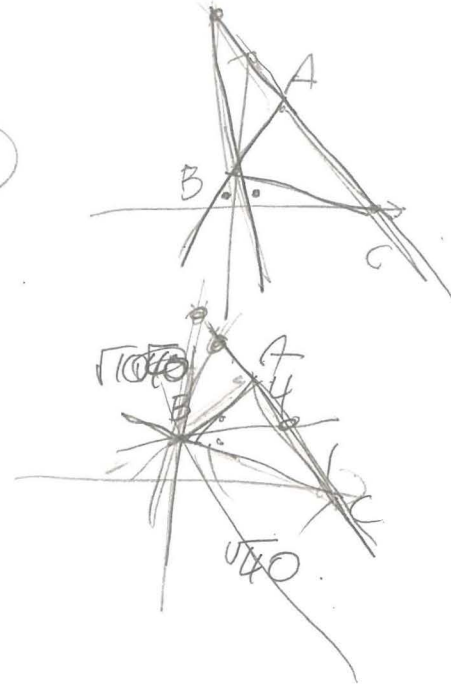
$$y = -x+6$$

ii)  $5 = -x+6$

$$-1 = -x$$

$$x=1$$

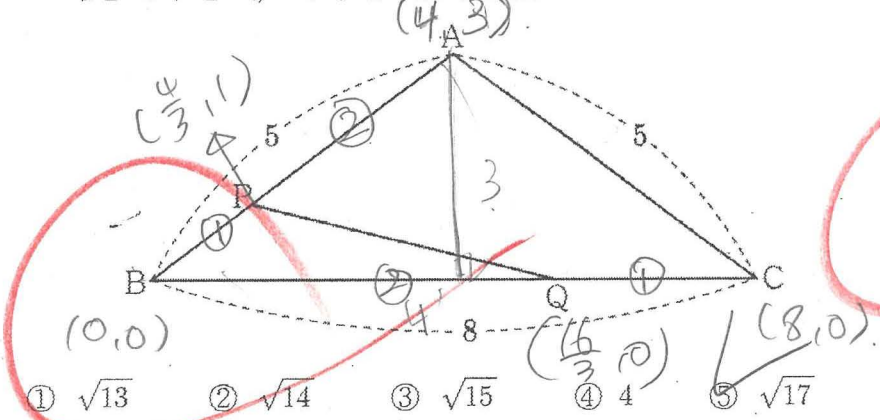
$$y=5$$



$$y = 2x + 4$$

$$(3, -1) \\ m(x-3) - (4+1) = 0$$

11. 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ,  $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 BC를 2:1로 내분하는 점을 Q라 할 때,  $\overline{PQ}$ 의 길이는? [4.9점]



$$\frac{0 \ 8}{2 \ 1} = \frac{16}{3}$$

$$\sqrt{\left(\frac{16}{3} - \frac{4}{3}\right)^2 + 1^2}$$

$$\frac{0 \ 4}{1 \ 2} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{0 \ 3}{1 \ 2} = \frac{3}{2} = 1$$

$$= \frac{\sqrt{4^2 + 1^2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

12. 연립방정식  $\begin{cases} x+3y=k \\ x^2+2y^2=k \end{cases}$ 의 해가 오직 한 쌍만 존재하도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [4.9점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{9}{2}$     ④  $\frac{11}{2}$     ⑤  $\frac{13}{2}$

$$5m + 12n$$

$$x = k - 3y$$

$$k^2 - 6ky + 9y^2 + 2y^2 = k$$

$$11y^2 - 6ky - k + k^2 = 0$$

$$D/4 = 9k^2 - 11(k^2 + k) = 0$$

$$9k^2 + 11k - 11k^2 = 0$$

$$-2k^2 + 11k = 0$$

$$2k^2 - 11k = 0$$

13. 두 직선  $2x - y + 4 = 0$ 과  $mx - y - 3m - 1 = 0$ 이 제2사분면에서 만나도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위가  $a < m < b$ 일 때,  $3a - 5b$ 의 값은? [5.1점]

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

$$m(x-3) - (4+1) = 0$$

$$7. (-2, 0)$$

$$-5m - 1 = 0$$

$$-5m = 1$$

$$m = -\frac{1}{5}$$

$$L. (0, 4)$$

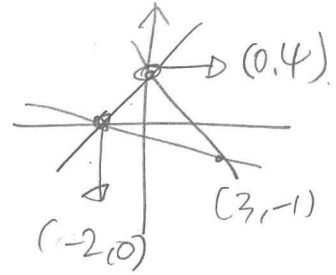
$$-3m - 5 = 0$$

$$-3m = 5$$

$$m = -\frac{5}{3}$$

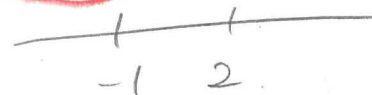
$$-\frac{5}{3} < m < -\frac{1}{5}$$

$$-\frac{5}{3} \times 3 + \frac{1}{5} \times 5 = -5 + 1 = -4$$



14. 부등식  $|x+1| - |x-2| \leq 3x$ 의 모든 해는? [5.1점]

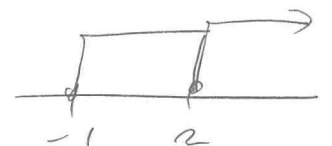
- ①  $-2 \leq x$     ②  $-2 \leq x \leq -1$   
③  $-1 \leq x$     ④  $-1 \leq x \leq 2$   
⑤  $2 \leq x$



$$\begin{aligned} & i) \quad x < -1 \\ & \quad -x-1+x-2 \leq 3x \\ & \quad x \geq -1 \end{aligned}$$

$$x \geq -1$$

$$\begin{aligned} & ii) \quad -1 \leq x < 2 \\ & \quad x+1+x-2 \leq 3x \\ & \quad -x \leq 1 \\ & \quad x \geq -1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & iii) \quad x \geq 2 \\ & \quad x+1-x+2 \leq 3x \\ & \quad 3 \leq 3x \\ & \quad x \geq 1 \end{aligned}$$

15. 두 직선  $(a-2)x+ay-2=0$ 과  $ax+(a+2)y+2=0$ 의 교점과 원점을 지나는 직선의 기울기가  $-2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [5.3점]

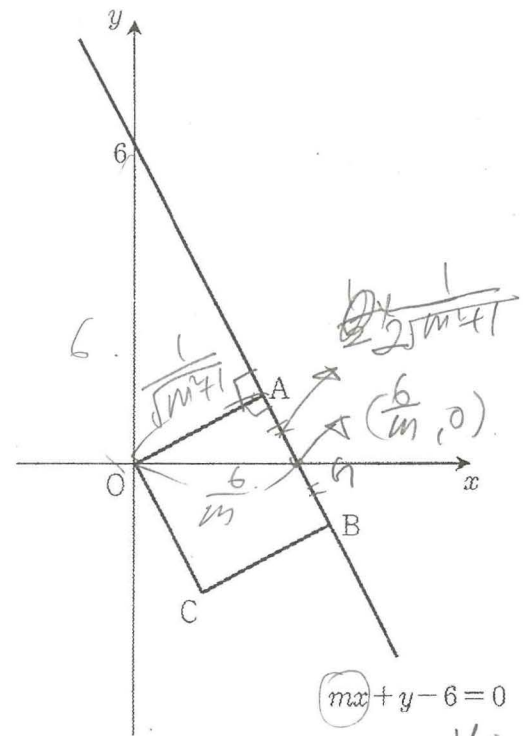
- ①  $-3$     ②  $-1$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $2$     ⑤  $4$

$$(a-2)x+ay-2-k(ax+(a+2)y+2)=0$$

$$(a-2-ak)x+(a-ak-2k)y-2-2k=0$$

$$\begin{aligned} a-2+ak &= 0 & a+a+2 &= 0 & k &= -1 \\ a &= 2 & a &= -1 \end{aligned}$$

16. 정사각형 OABC의 한 변 AB가 직선  $mx+y-6=0$  위에 있고 선분 AB가  $x$ 축에 의하여 이등분될 때, 양수  $m$ 의 값은? (단, O는 원점) [5.3점]



- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $1$     ④  $2$     ⑤  $4$

$$\begin{aligned} mx &= 6 \\ x &= \frac{6}{m} \\ \frac{6}{\sqrt{m^2+1}} \end{aligned}$$

$$\frac{36}{m^2} = \frac{1}{m^2+1} + \frac{1}{4m^2+4}$$

$$\frac{36}{m^2} = \frac{5}{4m^2+4} \quad \frac{36}{4} = \frac{5}{144}$$

$$5m^2 = 144m^2 + 144$$

$$\begin{aligned} 139m^2 &= 144 \\ m &= \frac{144}{139} \end{aligned}$$