



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2022-01-11  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 단원 ISSUE

이 단원에서는 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 묻는 문제와  
선분의 내분점과 외분점, 및 무게중심을 묻는 문제가 주로 출제되  
며 몇 가지 공식을 이용하여 다양한 문제가 출제되므로 여러 가  
지 유형을 학습하도록 합니다.



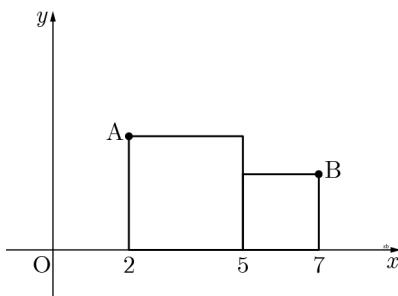
[대단원 마무리]

1. 두 점  $A(1,3)$ ,  $B(2,1)$ 과  $y$ 축 위의 점  $P$ 에 대하  
여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 5                                      ② 7  
③ 9                                      ④ 11  
⑤ 13

[대단원 마무리]

2. 좌표평면 위에 두 개의 정사각형이 놓여 있을 때,  
선분  $AB$ 의 길이를 구하면?



- ①  $\sqrt{13}$                                       ②  $2\sqrt{13}$   
③  $\sqrt{26}$                                       ④  $2\sqrt{26}$   
⑤ 5

[중단원 마무리]

3. 두 점  $A(-1,2)$ ,  $B(4,1)$ 에서 같은 거리에 있는  
직선  $2x - y = 0$  위의 점의 좌표를 구하면?

- ① (2, 4)                                      ② (3, 6)  
③ (4, 8)                                      ④ (-2, 4)  
⑤ (-3, 6)

[중단원 마무리]

4. 세 점  $A(-2, 1)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(-1, 0)$ 을 꼭짓  
점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 외심의 좌표를  $P(a,b)$   
라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 5    ②  $\frac{37}{6}$   
③ 6    ④  $\frac{19}{3}$   
⑤  $\frac{13}{2}$

[중단원 마무리]

5. 좌표평면 위의 세 점  $O(0,0)$ ,  $A(a,4)$ ,  $B(2,1)$ 에  
대하여  $\angle AOB$ 가 직각일 때, 실수  $a$ 의 값을 구하  
면?

- ① -2    ② -1  
③ 0    ④ 1  
⑤ 2

[중단원 마무리]

6. 두 점  $A(2,1)$ ,  $B(4,a)$  사이의 거리가  $2\sqrt{5}$ 가 되  
도록 하는 양수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① 2    ② 3  
③ 4    ④ 5  
⑤ 6

[중단원 마무리]

7. 점  $P$ 는  $(-5, 0)$ 을 출발하여  $x$ 축의 양의 방향으로 매초2의 속력으로 움직이고, 점  $Q$ 는  $(0, 10)$ 을 출발하여  $y$ 축의 음의 방향으로 매초1의 속력으로 움직인다고 한다. 두 점  $P, Q$ 가 같은 시각에 동시에 출발하여 움직인다고 할 때, 두 점  $P, Q$  사이의 거리의 최솟값을 구하면?

- ① 2                                  ②  $3\sqrt{5}$   
 ③ 4                                  ④  $5\sqrt{5}$   
 ⑤ 6

[중단원 마무리]

8. 수직선 위의 세 점  $A(a), B(b), C(1)$ 에 대하여  $\overline{AC}=2, \overline{BC}=4$  일 때,  $a-b$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 5                                  ② 6  
 ③ 9                                  ④ 10  
 ⑤ 12

[중단원 마무리]

9. 두 점  $P(-1, 1), Q(2, 4)$ 에 대하여 선분  $PQ$ 를  $k:5$ 로 외분하는 점이 직선  $x+y=-4$  위에 있을 때, 실수  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 1                                  ② 2  
 ③ 3                                  ④ 4  
 ⑤ 5

[대단원 마무리]

10. 삼각형  $ABC$ 의 무게중심이  $G(3, -1)$ 이고 세 변  $AB, BC, CA$ 의 중점의 좌표가 각각  $(1, p), (2, 3), (q, -1)$ 일 때, 상수  $p, q$ 의 합  $p+q$ 의 값을 구하면?

- ① 1                                  ② 2  
 ③ 3                                  ④ 4  
 ⑤ 5

[대단원 마무리]

11. 두 점  $A(-5, -1), B(2, 8)$ 을 이은 선분  $AB$ 가  $y$ 축에 의하여  $m:n$ 으로 내분될 때,  $m+n$ 의 값을 구하면? (단,  $m, n$ 은 서로소인 자연수이다.)

- ① 5                                  ② 7  
 ③ 9                                  ④ 11  
 ⑤ 13

[중단원 마무리]

12. 두 점  $A(1, 1), B(2, 2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 연장선 위에  $\overline{AB} : \overline{AP} = 2 : 3$ 이 되는 점  $P$ 는 2개가 있다. 이 두 점 사이의 거리를 구하면?

- ①  $\sqrt{2}$                                   ②  $2\sqrt{2}$   
 ③  $3\sqrt{2}$                                   ④  $4\sqrt{2}$   
 ⑤  $5\sqrt{2}$

[중단원 마무리]

13. 수직선 위의 점  $A, B$ 에 대하여  $AB$ 를  $x:1$ 로 내분하는 점을  $P$ ,  $y:1$  ( $y>1$ )로 외분하는 점을  $Q$ 라고 하자. 점  $B$ 가 선분  $PQ$ 의 중점일 때,  $x$ 와  $y$  사이의 관계식을 구하면?

- ①  $y=x+1$                                   ②  $y=x+2$   
 ③  $y=\frac{1}{x}+1$                                   ④  $y=\frac{1}{x}+2$   
 ⑤  $x^2+x=y^2-y$

[중단원 마무리]

14. 두 점  $A(-3, 7), B(3, -2)$ 를 이은 선분  $AB$ 에 대하여 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것의 개수를 구하면?

&lt;보기&gt;

- ㄱ. 선분  $AB$ 를 1:2로 내분하는 점은  $(-1, 4)$ 이다.  
 ㄴ. 선분  $AB$ 를 1:2로 외분하는 점은  $(9, 4)$ 이다.  
 ㄷ. 선분  $AB$ 의 중점은  $(0, \frac{5}{2})$ 이다.  
 ㄹ. 선분  $AB$ 의 길이는  $\sqrt{85}$ 이다.

- ① 0개                                  ② 1개  
 ③ 2개                                  ④ 3개  
 ⑤ 4개

[중단원 마무리]

15. 직선  $x+y=1$ 은 두 점  $A(-2, -1)$ ,  $B(3, 5)$ 를 이은  $\overline{AB}$ 를  $m:n$ 으로 내분한다. 이때 상수  $m$ ,  $n$ 의 합  $m+n$ 의 값을 구하면? (단,  $m$ ,  $n$ 은 서로소인 자연수이다.)

- ① 8                                  ② 9  
 ③ 11                                ④ 17  
 ⑤ 20

[중단원 마무리]

16. 세 점  $A(2, 5)$ ,  $B(a, b)$ ,  $C(c, d)$ 를 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$ 의 무게중심이 점  $G(10, 5)$ 이다.  $\overline{BC}$ 의 중점을  $(p, q)$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하면?

- ① 16                                ② 17  
 ③ 18                                ④ 19  
 ⑤ 20

[중단원 마무리]

17. 좌표평면 위의 두 점  $A(-3, 5)$ ,  $B(6, -2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $a : (1-a)$ 로 내분하는 점이 제1사분면 위에 있을 때, 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

- ①  $a > \frac{5}{7}$                               ②  $a < \frac{1}{3}$   
 ③  $\frac{1}{3} < a < \frac{5}{7}$                         ④  $\frac{1}{3} < a < \frac{9}{7}$   
 ⑤  $\frac{2}{3} < a < \frac{5}{7}$

실전문제

18. 두 점  $A(t, -3)$ ,  $B(-4, 2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 길이가 최소일 때 실수  $t$ 의 값은?

- ① -4                                ② -2  
 ③ 2                                 ④ 4  
 ⑤ 5

19. 두 점  $A(-2, 1)$ ,  $B(1, 4)$ 를 이은 선분  $AB$ 에서 점  $A$ 방향으로의 연장선 위의 점  $C$ 에 대하여  $5\overline{AC} = 2\overline{BC}$ 일 때, 원점에서 점  $C$ 까지의 거리는?

- ①  $\sqrt{10}$                               ②  $\sqrt{17}$   
 ③  $2\sqrt{5}$                             ④  $3\sqrt{5}$   
 ⑤  $\sqrt{26}$

20. 세 점  $A(-2, 4)$ ,  $B(a, b)$ ,  $C(c, d)$ 를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 무게중심의 좌표가  $(-4, 4)$ 이다. 변  $BC$ 의 중점의 좌표를  $(p, q)$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① -2                                ② -1  
 ③ 0                                 ④ 1  
 ⑤ 2



## 정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설]  $y$  축 위의 점을  $P(0, a)$  라 하면  $A(1, 3)$ ,  $B(2, 1)$ 에 대하여  
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \{(-1)^2 + (a-3)^2\} + \{(-2)^2 + (a-1)^2\}$   
 $= 2a^2 - 8a + 15 = 2(a-2)^2 + 7$   
 따라서  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값은  $a=2$ 일 때 7이다.

2) [정답] ③

[해설]  $A(2, 3)$ ,  $B(7, 2)$ 

$$\overline{AB} = \sqrt{(7-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

3) [정답] ①

[해설] 직선  $2x - y = 0$  위의 점을  $P(a, b)$  라 하면  
 $2a - b = 0$  이므로  $b = 2a$  이고  $P(a, 2a)$  이다.  
 $\overline{AP} = \overline{BP}$  이므로  
 $\sqrt{(a+1)^2 + (2a-2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (2a-1)^2}$   
 양변을 제곱하여 정리하면  
 $a^2 + 2a + 1 + 4a^2 - 8a + 4 = a^2 - 8a + 16 + 4a^2 - 4a + 1$   
 $6a = 12$  이므로  $a = 2$ ,  $b = 4$  이고  $P(2, 4)$  이다.

4) [정답] ④

[해설]  $\triangle ABC$ 의 외심을  $P(a, b)$  라 하면

$$\begin{aligned} \overline{PA} &= \overline{PB} = \overline{PC} \text{ 이므로 } \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2 \text{ 이다.} \\ \overline{PA}^2 &= \overline{PC}^2 \text{ 에서 } (a+2)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + b^2 \\ 4a - 2b + 5 &= 2a + 1 \\ a - b &= -2 \quad \cdots \textcircled{A} \\ \overline{PB}^2 &= \overline{PC}^2 \text{ 에서 } (a-3)^2 + (b+1)^2 = (a+1)^2 + b^2 \\ -6a + 2b + 10 &= 2a + 1 \\ 8a - 2b &= 9 \quad \cdots \textcircled{B} \end{aligned}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{13}{6}, b = \frac{25}{6} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 구하는 외심의 좌표는 } \left( \frac{13}{6}, \frac{25}{6} \right) \text{ 이고}$$

$$a + b = \frac{19}{3} \text{ 이다.}$$

5) [정답] ①

[해설]  $\angle AOB$ 가 직각이 되려면  $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형이 되어야 한다.

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(2-a)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + 9} \\ \overline{OA} &= \sqrt{a^2 + 4^2} = \sqrt{a^2 + 16} \\ \overline{OB} &= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \\ \text{피타고라스의 정리에 의하여 } \overline{AB}^2 &= \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 \\ \text{이므로 } (a-2)^2 + 9 &= (a^2 + 16) + 5 \text{ 에서 } a = -2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

6) [정답] ④

$$[해설] \overline{AB} = \sqrt{(4-2)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{(a-1)^2 + 4}$$

$$= 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \text{ 이므로} \\ (a-1)^2 = 16 \text{ 에서 } a = 5 \text{ 이다.}$$

7) [정답] ②

[해설]  $t$  초 후 두 점  $P, Q$ 의 좌표는 각각  $(-5+2t, 0)$ ,  $(0, 10-t)$ 이다.

두 점  $P, Q$  사이의 거리  $\overline{PQ}$ 는

$$\overline{PQ} = \sqrt{(5-2t)^2 + (10-t)^2} = \sqrt{5t^2 - 40t + 125} \\ = \sqrt{5(t-4)^2 + 45} \text{ 이다.}$$

따라서  $t=4$ 일 때  $\overline{PQ}$ 의 최솟값은  $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이다.

8) [정답] ②

[해설]  $\overline{AC} = |a-1| = 2$ 이므로  $a=3$  또는  $a=-1$ 

$$\overline{BC} = |b-1| = 4 \text{ 이므로 } b=5 \text{ 또는 } b=-3$$

$a-b$ 의 최댓값은  $a$ 의 값이 최대이고,  $b$ 의 값이 최소일 때이므로  $a-b=3-(-3)=6$ 이다.

9) [정답] ②

[해설]  $\overline{PQ}$ 를  $k:5$ 로 외분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{2k+5}{k-5}, \frac{4k-5}{k-5} \right) \text{ 이고 이 점이 직선 } x+y=-4$$

$$\text{위에 있으므로 } \frac{2k+5}{k-5} + \frac{4k-5}{k-5} = -4 \text{ 이다.}$$

$$6k = -4k + 20, 10k = 20 \quad \therefore k = 2$$

10) [정답] ①

[해설]  $\triangle ABC$ 의 무게중심이  $G(3, -1)$ 이므로

$$\frac{q+3}{3} = 3, \frac{p+2}{3} = -1 \text{ 이다.}$$

따라서  $p=-5$ ,  $q=6$ 이므로  $p+q=1$ 이다.

11) [정답] ②

[해설]  $\overline{AB}$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{2m-5n}{m+n}, \frac{8m-n}{m+n} \right) \text{ 이고, 이 점이 } y \text{ 축 위에 있}$$

$$\text{으므로 } \frac{2m-5n}{m+n} = 0, 2m-5n=0 \text{ 에서 } 2m=5n$$

이다. 이때  $m, n$ 은 서로소인 자연수이므로  $m=5$ ,  $n=2$ 이고  $m+n=7$ 이다.

12) [정답] ③

[해설]  $\overline{AB} : \overline{AP} = 2 : 3$ 이 되는 점은 선분  $AB$ 를  $3:1$ 로 외분하는 점  $P_1$ 과  $3:5$ 로 외분하는 점  $P_2$ 가 있다. 즉,

$$P_1 \left( \frac{3 \times 2 - 1 \times 1}{3-1}, \frac{3 \times 2 - 1 \times 1}{3-1} \right) = P_1 \left( \frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$P_2 \left( \frac{3 \times 2 - 5 \times 1}{3-5}, \frac{3 \times 2 - 5 \times 1}{3-5} \right) = P_2 \left( -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{\left( -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} \right)^2 + \left( -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} \right)^2} = 3\sqrt{2}$$

13) [정답] ②

[해설]  $\overline{AB}=a$ 라고 하자.

점 P는 선분 AB를  $x:1$ 로 내분하는 점이므로

$\overline{BP}=\frac{a}{x+1}$ 이고, 점 Q는 선분 AB를  $y:1$ 로

외분하는 점이므로  $\overline{BQ}=\frac{a}{y-1}$ 이다.

점 B는  $\overline{BQ}$ 의 중점이므로  $\overline{BP}=\overline{BQ}$ 에서  
 $\frac{a}{x+1}=\frac{a}{y-1}$ 이다. 따라서  $x+1=y-1$ 이므로  
 $y=x+2$ 이다.

14) [정답] ③

[해설] 두 점  $A(-3, 7), B(3, -2)$ 에 대하여

ㄱ.  $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점

$$\left(\frac{3-6}{1+2}, \frac{-2+14}{1+2}\right)=(-1, 4)$$

ㄴ.  $\overline{AB}$ 를 1:2로 외분하는 점

$$\left(\frac{3-(-6)}{1-2}, \frac{-2-14}{1-2}\right)=(-9, 16)$$

ㄷ.  $\overline{AB}$ 의 중점

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{7-2}{2}\right)=\left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{ㄹ. } \overline{AB}=\sqrt{(3+3)^2+(-2-7)^2}=\sqrt{117}$$

따라서 옳은 것의 개수는 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

15) [정답] ③

[해설] 두 점  $A(-2, -1), B(3, 5)$ 을 이은 선분 AB를  $m:n$ 으로 내분하는 점을 P라 하면

$$P\left(\frac{3m-2n}{m+n}, \frac{5m-n}{m+n}\right) \text{ 점 P가 직선 } x+y=1 \text{ 위}$$

$$\text{의 점이므로 } \frac{3m-2n}{m+n} + \frac{5m-n}{m+n} = 1,$$

$$8m-3n=m+n \text{에서 } 7m=4n \text{이다.}$$

비례식으로 나타내면  $m:n=4:7$ 이다.

따라서 이 비례식을 만족하는 서로소인 자연수  $m, n$ 의 값은  $m=4, n=7$ 이므로  $m+n=11$ 이다.

16) [정답] ④

[해설]  $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2+a+c}{3}, \frac{5+b+d}{3}\right) \text{이므로}$$

$$\frac{2+a+c}{3}=10 \text{에서 } a+c=28 \text{이고}$$

$$\frac{5+b+d}{3}=5 \text{에서 } b+d=10$$

$$\overline{BC} \text{의 중점의 좌표는 } \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)=(14, 5) \text{이}$$

다. 따라서  $p+q=14+5=19$ 이다.

17) [정답] ③

[해설]  $\overline{AB}$ 를  $a:(1-a)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{a \cdot 6 + (1-a) \cdot (-3)}{a+1-a}, \frac{a \cdot (-2) + (1-a) \cdot 5}{a+1-a}\right)$$

$$=(9a-3, -7a+5) \text{이다.}$$

이 점이 제1사분면 위에 있으므로  $9a-3>0,$

$$-7a+5>0 \text{이다, 따라서 } \frac{1}{3}<a<\frac{5}{7} \text{이다.}$$

18) [정답] ②

$$[\text{해설}] \overline{AB}^2=(t+4)^2+(-3-2t)^2$$

$$=5t^2+20t+25$$

$$=5(t+2)^2+5$$

$\therefore t=-2$ 일 때 선분 AB의 길이는 최소이다.

19) [정답] ②

[해설]  $5\overline{AC}=2\overline{BC}$ 이므로  $\overline{AC}:\overline{BC}=2:5$ 이다.

점 C는 선분 AB에 대하여 점 A방향으로의 연장선 위의 점이므로 선분 AB를 2:5로 외분하는 점이다.

$$\therefore C\left(\frac{2+10}{-3}, \frac{8-5}{-3}\right)=C(-4, -1)$$

따라서 원점에서 점 C까지의 거리는

$$\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17} \text{이다.}$$

20) [정답] ②

$$[\text{해설}] \left(\frac{-2+a+c}{3}, \frac{4+b+d}{3}\right)=(-4, 4) \text{이므로}$$

$$a+c=-10, b+d=8 \text{이다.}$$

$$(p, q)=\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)=(-5, 4)$$

$$\therefore p+q=-1$$