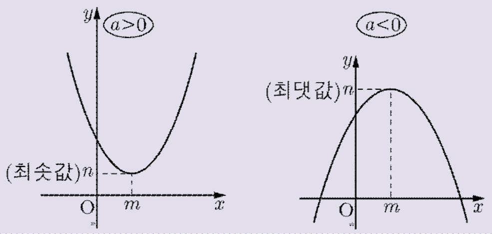
01 이차함수의 최대, 최소

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최대, 최소는 이차함수의 식을 표준형인 $y=a(x-m)^2+n$의 꼴로 변형한 후 다음과 같이 구한다.

이차함수 $y=a(x-m)^2+n$에서

(1) $a>0$이면 $\Rightarrow$ $x=m$일 때 최솟값은 n이다. (최댓값은 없다.)

(2) $a<0$이면 $\Rightarrow$ $x=m$일 때 최댓값은 n이다. (최솟값은 없다.)



◪ 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

1. $y=2(x+2)^2-3$

2. $y=-(x-1)^2+2$

3. $y=x^2+2x+3$

4. $y=x^2-4x+3$

5. $y=3x^2-12x+15$

6. $y=-x^2-2x+1$

7. $y=-x^2-4x+5$

8. $y=3x^2+6x+1$

9. $y=-\frac{1}{2}x^2+x+1$

◪ 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그때의 x의 값을 구하여라.

10. $y=-\frac{1}{4}x^2+1$

11. $y=-5(x+3)^2$

12. $y=2(x-3)^2+2$

13. $y=x^2-2x$

14. $y=-5x^2+10x$

15. $y=-x^2+2x+1$

16. $y=2x^2-8x+13$

17. $y=-x^2+6x$

18. $y=2x^2-8x+4$

19. $y=-x^2+4x-5$

20. $y=-2x^2+4x+1$

21. $y=-2x^2+8x-5$

22. $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$

◪ **이차함수 $y=f(x)$의 최댓값 또는 최솟값이 다음과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $a>0$)**

23. $y=x^2-8x+a+2$**의 최솟값이** -1

24. $y=-\frac{1}{2}x^2+2ax+2a+1$**의 최댓값이** 5

25. $y=x^2-2ax+2a^2-a$**의 최솟값이** 6

26. $y=-x^2+2ax+2a+1$**의 최댓값이** 16

27. $y=-x^2+2ax+2a+2$**의 최댓값이** 17

28. $y=2x^2-2ax-a^2+a-1$**의 최솟값이** -1

29. $y=-\frac{1}{4}x^2+x+2a$의 최댓값이 5

◪ 이차함수 $y=f(x)$가 다음을 만족시킬 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

30. $y=x^2+6x+a$가 $x=b$에서 최솟값 -2를 갖는다.

31. $y=x^2-2ax+2$가 $x=2$에서 최솟값 b를 갖는다.

32. $y=-x^2+2ax+5$가 $x=1$에서 최댓값 b를 갖는다.

33. $y=-\frac{1}{2}x^2+x+a$가 $x=b$에서 최댓값 2를 갖는다.

34. $y=ax^2-6x+b$가 $x=1$에서 최솟값 3을 갖는다.

35. $y=ax^2+4x+a+1$이 $x=-1$에서 최솟값 b를 갖는다.

36. $y=\frac{1}{2}x^2+ax-1$이 $x=2$에서 최솟값 b를 갖는다.

37. $f(x)=2x^2-4ax+b$가 $x=-2$에서 최솟값 -8을 갖는다.

02 제한된 범위에서의 이차함수의 최대, 최소

제한된 범위 $\alpha \le x \le \beta$에서 이차함수

$f(x)=a(x-m)^2+n$의 최대, 최소는 다음과 같다.

(1) 꼭짓점의 x좌표가 제한된 범위에 포함될 때

① $a>0$이면 $\Rightarrow$ $x=m$일 때 최솟값이 n이고 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중 큰 쪽이 최댓값이다.

② $a<0$이면 $\Rightarrow$ $x=m$일 때 최댓값이 n이고 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중 작은 쪽이 최솟값이다.

(2) 꼭짓점의 x좌표가 제한된 범위에 포함되지 않을 때

$f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중 큰 쪽이 최댓값이고 작은 쪽이 최솟값이다.

◪ x의 값의 범위가 다음과 같이 주어질 때, 이차함수 $y=f(x)$의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

38. $f(x)=-(x+1)^2+2\,(-2 \le x \le 1)$

39. $f(x)=x^2-4x+1\,(3 \le x \le 5)$

40. $f(x)=x^2+6x+1\,(0 \le x \le 1)$

41. $f(x)=x^2+2x-2(-2 \le x \le 1)$

42. $f(x)=-x^2-3x(-3 \le x \le -1)$

43. $f(x)=x^2-3x+2(-1 \le x \le 2)$

44. $f(x)=-x^2-4x+1(-1 \le x \le 0)$

45. $f(x)=x^2-2x-3(-2 \le x \le 2)$

46. $f(x)=-x^2-2x+3(-2 \le x \le 2)$

47. $f(x)=x^2-x-1(1 \le x \le 2)$

48. $f(x)=x^2-x+2(0 \le x \le 2)$

49. $f(x)=x^2-2x-4(2 \le x \le 4)$

50. $f(x)=x^2-4x+1(-1 \le x \le 4)$

51. $f(x)=-x^2+4x+2(-1 \le x \le 3)$

52. $f(x)=x^2+4x+7(-3 \le x \le 0)$

53. $f(x)=-x^2+4x-3(0 \le x \le 1)$

54. $f(x)=-x^2+6x-8(0 \le x \le 2)$

55. $f(x)=2x^2+4x-1(0 \le x \le 1)$

56. $f(x)=2x^2+8x-1(-1 \le x \le 2)$

57. $f(x)=-2x^2-4x+1(0 \le x \le 1)$

58. $f(x)=x(40-2x)(0 \le x \le 20)$

◪ 다음을 만족시키는 상수 k의 값을 구하여라.

59. $-5 \le x \le 0$에서 이차함수 $y = x^2 + 8x + k$의 최솟값이 0이다.

60. $1 \le x \le 4$에서 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$의 최댓값이 12이다.

61. $x \ge 2$에서 이차함수 $y = x^2 - 2kx$의 최솟값이 -16이다.

62. $0 \le x \le 3$에서 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$의 최댓값이 3이다.

63. $2 \le x \le 5$에서 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$의 최솟값이 5이다.

64. $1 \le x \le 4$에서 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 7$의 최솟값이 -2이다. (단, $\frac{1}{3} < k < \frac{4}{3}$)

65. $x \ge 2$에서 이차함수 $y = -x^2 + 2kx$의 최댓값이 9이다.

66. $-2 \le x \le 2$에서 이차함수 $y = -x^2 + x + k$의 최솟값이 -4이다.

67. $-3 \le x \le 1$에서 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + k$의 최댓값이 11이다.

68. $0 \le x \le 4$에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x + k$의 최댓값이 4이다.

69. $-1 \le x \le 1$에서 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 4x + k$의 최솟값이 -4이다.

◪ 다음을 만족시키는 상수 a, b의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

70. $-1 \le x \le 0$에서 이차함수 $y = ax^2 - 2ax + b$의 최댓값이 12, 최솟값이 -3이다.

71. $1 \le x \le 5$에서 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + b$의 최댓값이 5, 최솟값이 -4이다.

72. $-1 \le x \le 3$에서 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + b$의 최댓값이 4, 최솟값이 -5이다.

73. $0 \le x \le 3$에서 이차함수 $y=-ax^2+2ax+b$의 최댓값이 5, 최솟값이 -3이다.

74. $1 \le x \le 2$에서 이차함수 $y=-ax^2+6ax-b$의 최댓값이 -3, 최솟값이 -6이다.

75. $5 \le x \le 6$에서 이차함수 $y=-ax^2+8ax-8a-2b$의 최댓값이 8, 최솟값이 2이다.

◪ 주어진 x의 값의 범위에서 이차함수 $y=f(x)$의 최댓값이 다음과 같을 때, $y=f(x)$의 최솟값을 구하여라.

76. $1 \le x \le 3$에서 $f(x)=x^2-2x+a-2$의 최댓값이 6이다.

77. $-1 \le x \le 5$에서 $f(x)=-x^2+6x+a$의 최댓값이 5이다.

78. $-2 \le x \le 1$에서 $f(x)=-x^2-6x+a$의 최댓값이 12이다.

79. $-2 \le x \le 1$에서 $f(x)=x^2+3x+a$의 최댓값이 5이다.

80. $-2 \le x \le 2$에서 $f(x)=-x^2+x+a$의 최댓값이 $\frac{1}{4}$이다.

81. $-2 \le x \le 2$에서 $f(x)=2x^2-4x+a$의 최댓값이 14이다.

82. $-2 \le x \le 1$에서 $f(x)=4x^2+8x+a$의 최댓값이 18이다.

◪ 주어진 x의 값의 범위에서 이차함수 $y=f(x)$의 최솟값이 다음과 같을 때, $y=f(x)$의 최댓값을 구하여라.

83. $0 \le x \le 3$에서 $f(x)=x^2-2x+a$의 최솟값이 3이다.

84. $0 \le x \le 3$에서 $f(x)=x^2-4x+a$의 최솟값이 5이다.

85. $-1 \le x \le 3$에서 $f(x)=x^2-4x+a$의 최솟값이 1이다.

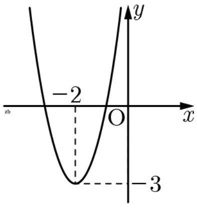
86. $0 \le x \le 2$에서 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+2a+1$의 최솟값이 -3이다.

87. $-2 \le x \le 2$**에서** $f(x)=x^2+2x+a$**의 최솟값이** 2**이다.**

정답 및 해설

1) 최댓값: 없다, 최솟값: -3

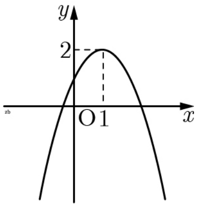
⇨ $y=2(x+2)^2-3$



최솟값은 -3이고, 최댓값은 없다.

2) 최댓값: 2, 최솟값: 없다.

⇨ $y=-(x-1)^2+2$



최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

3) 최솟값: 2, 최댓값: 없다.

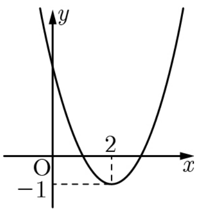
⇨ $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$

따라서 $x=-1$일 때 최솟값은 2이고, 최댓값은 없다.

4) 최댓값: 없다, 최솟값: -1

⇨ $y=x^2-4x+3$

$=(x-2)^2-1$



최솟값은 -1이고, 최댓값은 없다.

5) 최댓값: 없다, 최솟값: 3

⇨ $y=3x^2-12x+15$

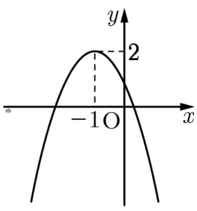
$=3(x-2)^2+3$

따라서 $x=2$일 때 최솟값은 3이고 최댓값은 없다.

6) 최댓값: 2, 최솟값: 없다.

⇨ $y=-x^2-2x+1$

$=-(x+1)^2+2$



최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

7) 최댓값: 9, 최솟값: 없다.

⇨ $y=-x^2-4x+5$

$=-(x+2)^2+9$

따라서 $x=-2$일 때 최댓값은 9이고 최솟값은 없다.

8) 최댓값: 없다, 최솟값: -2

⇨ $y=3x^2+6x+1$

$=3(x+1)^2-2$

따라서 $x=-1$일 때 최솟값은 -2이고 최댓값은 없다.

9) 최댓값: $\frac{3}{2}$, 최솟값: 없다.

⇨ $y=-\frac{1}{2}x^2+x+1=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

따라서 $x=1$일 때 최댓값은 $\frac{3}{2}$이고, 최솟값은 없다.

10) $x=0$일 때 최댓값 1

11) $x=-3$일 때 최댓값 0

12) $x=3$일 때 최솟값 2

13) $x=1$일 때 최솟값은 -1

⇨ $y=x^2-2x$

$=(x-1)^2-1$

따라서 $x=1$일 때, 최솟값은 -1이다.

14) $x=1$일 때 최댓값 5

⇨ $y=-5x^2+10x$

$=-5(x^2-2x+1)+5$

$=-5(x-1)^2+5$

이므로 $x=1$일 때 최댓값 5

15) $x=1$일 때 최댓값 2

⇨ $y=-x^2+2x+1$

$=-(x^2-2x+1)+2$

$=-(x-1)^2+2$

이므로 $x=1$일 때 최댓값 2

16) $x=2$일 때 최솟값은 5

⇨ $y=2x^2-8x+13=2(x-2)^2+5$

따라서 $x=2$일 때, 최솟값은 5이다.

17) $x=3$일 때 최댓값은 9

⇨ $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

따라서 $x=3$일 때, 최댓값은 9

18) $x=2$일 때 최솟값 -4

⇨ $y=2x^2-8x+4$

$=2(x^2-4x+4)-4$

$=2(x-2)^2-4$

이므로 $x=2$일 때 최솟값 -4

19) $x=2$일 때 최댓값은 -1

⇨ $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$

따라서 $x=2$일 때, 최댓값은 -1

20) $x=1$일 때 최댓값은 3

⇨ $y=-2x^2+4x+1$
$=-2(x-1)^2+3$
따라서 $x=1$일 때 최댓값은 3이다.

21) $x=2$일 때 최댓값은 3

⇨ $y=-2x^2+8x-5=-2(x-2)^2+3$
따라서 $x=2$일 때, 최댓값은 3

22) $x=2$일 때 최솟값은 1

⇨ $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$
$=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$
따라서 $x=2$일 때 최솟값은 1

23) 13

⇨ $y=(x^2-8x+16)-16+a+2=(x-4)^2+a-14$이므로
$a-14=-1 \quad \therefore a=13$

24) 1

⇨ $y=-\frac{1}{2}x^2+2ax+2a+1$
$=-\frac{1}{2}(x-2a)^2+2a^2+2a+1$
이 이차함수의 최댓값이 5이므로
$2a^2+2a+1=5,\ a^2+a-2=0$
$(a+2)(a-1)=0 \quad \therefore a=1(\because a>0)$

25) 3

⇨ $y=x^2-2ax+2a^2-a$
$=(x-a)^2+a^2-a$
이 이차함수의 최솟값이 6이므로
$a^2-a=6, a^2-a-6=0$
$(a+2)(a-3)=0 \ \therefore a=3(\because a>0)$

26) 3

⇨ $y=-x^2+2ax+2a+1$
$=-(x-a)^2+a^2+2a+1$
이 이차함수의 최댓값이 16이므로
$a^2+2a+1=16,\ a^2+2a-15=0$
$(a+5)(a-3)=0 \ \therefore a=3(\because a>0)$

27) 3

⇨ $y=-x^2+2ax+2a+2$
$=-(x-a)^2+a^2+2a+2$
이 이차함수의 최댓값이 17이므로
$a^2+2a+2=17, a^2+2a-15=0$
$(a+5)(a-3)=0 \ \therefore a=3(\because a>0)$

28) $\frac{2}{3}$

⇨ $y=2x^2-2ax-a^2+a-1$
$=2\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{3}{2}a^2+a-1$
이 이차함수의 최솟값이 -1이므로
$-\frac{3}{2}a^2+a-1=-1, 3a^2-2a=0$
$a(3a-2)=0 \ \therefore a=\frac{2}{3}(\because a>0)$

29) 2

⇨ $y=-\frac{1}{4}(x^2-4x+4)-(-1)+2a$
$=-\frac{1}{4}(x-2)^2+2a+1$
이므로 $2a+1=5 \quad \therefore a=2$

30) $a=7, b=-3$

⇨ 이차항의 계수가 1이고, $x=b$에서 최솟값 -2를 가지는 이차함수의 식은
$y=(x-b)^2-2=x^2-2bx+b^2-2$
즉, $x^2+6x+a=x^2-2bx+b^2-2$이므로
$6=-2b, a=b^2-2$
$\therefore a=7, b=-3$

31) $a=2, b=-2$

⇨ 이차항의 계수가 1이고, $x=2$에서 최솟값 b를 가지는 이차함수의 식은
$y=(x-2)^2+b=x^2-4x+4+b$
즉, $-2a=-4,\ 2=4+b$이므로
$a=2, b=-2$
[다른풀이]
$y=x^2-2ax+2=(x-a)^2-a^2+2$
이 이차함수는 $x=a$에서 최솟값 $-a^2+2$를 가지므로
$a=2, -a^2+2=b$
$\therefore a=2, b=-2$

32) $a=1, b=6$

⇨ $f(x)=-x^2+2ax+5$
$=-(x^2-2ax+a^2)+5+a^2$
$=-(x-a)^2+5+a^2$
$x=1$에서 최댓값 b를 가지므로
$a=1,\ 5+a^2=b$
$\therefore a=1, b=6$

33) $a=\frac{3}{2}, b=1$

⇨ 이차항의 계수가 $-\frac{1}{2}$이고, $x=b$에서 최댓값 2를 가지는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x-b)^2+2=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$
즉, $-\frac{1}{2}x^2+x+a=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$이므로
$1=b, a=-\frac{1}{2}b^2+2$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

$\therefore a=\dfrac{3}{2}, b=1$

34) $a=3, b=6$

⇨ 이차항의 계수가 a이고, $x=1$에서 최솟값 3을 가지는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2+3=ax^2-2ax+a+3$

즉, $ax^2-6x+b=ax^2-2ax+a+3$이므로

$-6=-2a, b=a+3 \quad \therefore a=3, b=6$

35) $a=2, b=1$

⇨ $x=-1$에서 최솟값 b를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, b)$

$\therefore f(x)=a(x+1)^2+b=ax^2+2ax+a+b$

$ax^2+2ax+a+b=ax^2+4x+a+1$이므로

$2a=4, a+b=a+1$

$\therefore a=2, b=1$

36) $a=-2, b=-3$

⇨ $y=\dfrac{1}{2}x^2+ax-1$

$=\dfrac{1}{2}(x+a)^2-\dfrac{1}{2}a^2-1$

$x=2$에서 최솟값 b를 가지므로

$-a=2, -\dfrac{1}{2}a^2-1=b \quad \therefore a=-2, b=-3$

37) $a=-2, b=0$

⇨ $f(x)=2x^2-4ax+b$

$=2(x^2-2ax+a^2)+b-2a^2$

$=2(x-a)^2+b-2a^2$

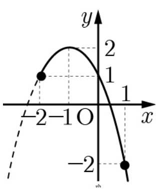
$x=-2$에서 최솟값 -8을 가지므로

$a=-2, b-2a^2=-8$

$\therefore a=-2, b=0$

38) 최댓값: 2, 최솟값: -2

⇨ 주어진 x의 값의 범위에서 함수 $y=-(x+1)^2+2$의 그래프는 다음 그림과 같다.

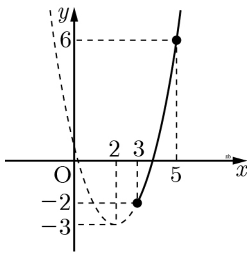


따라서 $x=-1$일 때 최댓값은 2, $x=1$일 때 최솟값은 -2

39) 최댓값: 6, 최솟값: -2

⇨ $f(x)=x^2-4x+1$

$=(x-2)^2-3$



이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(3)=-2$, $f(5)=6$이므로

$3 \le x \le 5$에서 $y=f(x)$의

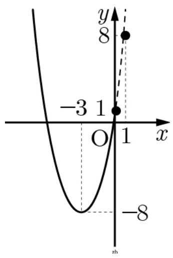
최댓값은 6, 최솟값은 -2이다.

40) 최댓값: 8, 최솟값: 1

⇨ $y=x^2+6x+1=(x^2+6x+9)-8$

$=(x+3)^2-8$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



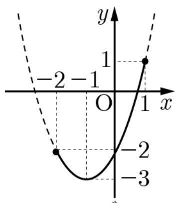
따라서 $x=1$일 때 최댓값은 8, $x=0$일 때 최솟값은 1

41) 최댓값: 1, 최솟값: -3

⇨ $f(x)=x^2+2x-2$

$=(x+1)^2-3$

$-2 \le x \le 1$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같고



$f(-2)=-2, f(-1)=-3, f(1)=1$

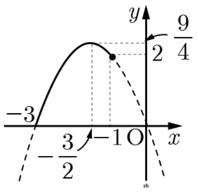
따라서 $f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -3이다.

42) 최댓값: $\dfrac{9}{4}$, 최솟값: 0

⇨ $f(x)=-x^2-3x$

$=-\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$

$-3 \le x \le -1$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같고



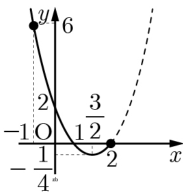
$f(-3)=0, f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}, f(-1)=2$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 $\frac{9}{4}$, 최솟값은 0이다.

43) 최댓값: 6, 최솟값: $-\frac{1}{4}$

⇨ $y=x^2-3x+2$
$=\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{1}{4}$
$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



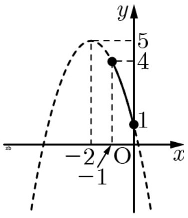
따라서 $x=-1$일 때 최댓값은 6, $x=\frac{3}{2}$일 때 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

44) 최댓값: 4, 최솟값: 1

⇨ $f(x)=-x^2-4x+1$
$=-(x+2)^2+5$

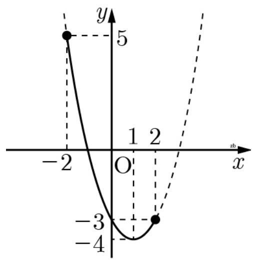
이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 포함되지 않고, $f(-1)=4, f(0)=1$이므로

$-1 \le x \le 0$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 1이다.



45) 최댓값: 5, 최솟값: -4

⇨ $f(x)=x^2-2x-3$
$=(x-1)^2-4$



이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-2)=5$, $f(1)=-4$, $f(2)=-3$이므로

$-2 \le x \le 2$에서 $y=f(x)$의

최댓값은 5, 최솟값은 -4이다.

46) 최댓값: 4, 최솟값: -5

⇨ $f(x)=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1는 x의 값의 범위에 포함되고,

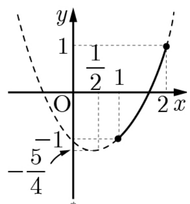
$f(-2)=3, f(-1)=4, f(2)=-5$이므로 $-2 \le x \le 2$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.

47) 최댓값: 1, 최솟값: -1

⇨ $f(x)=x^2-x-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

$1 \le x \le 2$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같고



$f(1)=-1, f(2)=1$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -1이다.

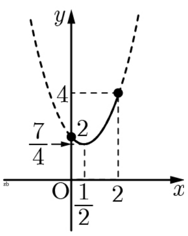
48) 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{7}{4}$

⇨ $f(x)=x^2-x+2$
$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$는 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(0)=2, f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}, f(2)=4$이므로

$0 \le x \le 2$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다.



49) 최댓값: 4, 최솟값: -4

⇨ $f(x)=x^2-2x-4=(x-1)^2-5$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(2)=-4, f(4)=4$이므로 $2 \le x \le 4$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -4이다.

50) 최댓값: 6, 최솟값: -3

⇨ $f(x)=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-1)=6, f(2)=-3, f(4)=1$이므로 $-1 \le x \le 4$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.

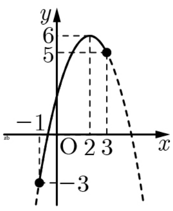
51) 최댓값: 6, 최솟값: -3

⇨ $f(x)=-x^2+4x+2$
$=-(x-2)^2+6$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-1)=-3, f(2)=6, f(3)=5$이므로

$-1 \le x \le 3$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.



52) 최댓값: 7, 최솟값: 3

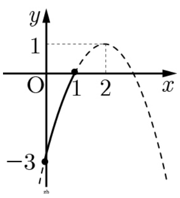
⇨ $f(x)=x^2+4x+7=(x+2)^2+3$

이때 $f(-3)=4$, $f(-2)=3$, $f(0)=7$이므로 최댓값은 7, 최솟값은 3이다.

53) 최댓값: 0, 최솟값: -3

⇨ $f(x)=-x^2+4x-3$
$=-(x-2)^2+1$

$0 \le x \le 1$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같고



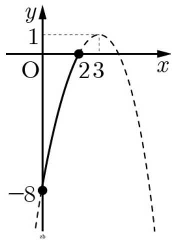
$f(0)=-3, f(1)=0$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 0, 최솟값은 -3이다.

54) 최댓값: 0, 최솟값: -8

⇨ $y=-x^2+6x-8$
$=-(x^2-6x+9)+1$
$=-(x-3)^2+1$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



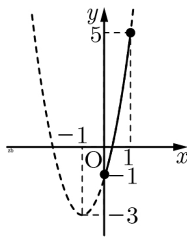
따라서 $x=2$일 때 최댓값은 0, $x=0$일 때 최솟값은 -8

55) 최댓값: 5, 최솟값: -1

⇨ $f(x)=2x^2+4x-1$
$=2(x+1)^2-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고, $f(0)=-1, f(1)=5$이므로

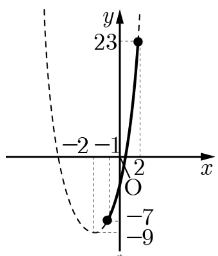
$0 \le x \le 1$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 5, 최솟값은 -1이다.



56) 최댓값: 23, 최솟값: -7

⇨ $y=2x^2+8x-1$
$=2(x^2+4x+4)-9$
$=2(x+2)^2-9$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



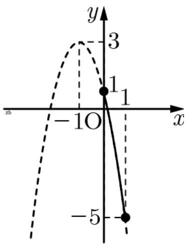
따라서 $x=2$일 때 최댓값은 23, $x=-1$일 때 최솟값은 -7

57) 최댓값: 1, 최솟값: -5

⇨ $f(x)=-2x^2-4x+1$
$=-2(x+1)^2+3$

$0 \le x \le 1$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같

고



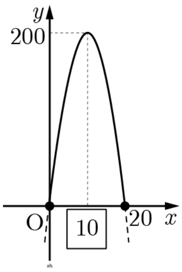
$f(0)=1$, $f(1)=-5$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.

58) 최댓값: 200, 최솟값: 0

⇨ $y=x(40-2x)=-2x^2+40x$
$=-2(x^2-20x+100)+200$
$=-2(x-10)^2+200$

이므로 주어진 x의 값의 범위에서 이 함수의 그래프는 다음과 같다.



따라서 $x=10$일 때 최댓값은 200이고, $x=0$ 또는 $x=20$일 때 최솟값은 0이다.

59) 16

⇨ $y=x^2+8x+k$
$=(x+4)^2+k-16$

꼭짓점의 x좌표 -4가 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-4$에서 최솟값 $k-16$을 갖는다.

따라서 $k-16=0$이므로 $k=16$

60) 3

⇨ $y=-x^2+6x+k$
$=-(x-3)^2+k+9$

꼭짓점의 x좌표 3이 x의 값의 범위에 속하므로

$x=3$에서 최댓값 $k+9$를 갖는다.

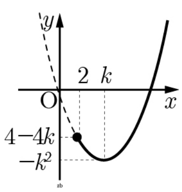
따라서 $k+9=12$이므로 $k=3$

61) 4

⇨ $y=x^2-2kx$
$=(x^2-2kx+k^2)-k^2$
$=(x-k)^2-k^2$

(ⅰ) $k\geq 2$일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하므로 다음 그림에서

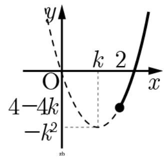


$-k^2=-16$

$k^2=16$ $\therefore k=4(\because k\geq 2)$

(ⅱ) $k<2$일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하지 않으므로 다음 그림에서



$4-4k=-16$

$\therefore k=5$

그런데 $k=5$은 $k<2$의 조건을 만족하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k=4$

62) 1

⇨ $y=-2x^2+4x+k=-2(x-1)^2+k+2$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=1$에서 최댓값 $k+2$를 갖는다.

따라서 $k+2=3$이므로 $k=1$

63) 13

⇨ $y=\frac{1}{2}x^2-4x+k=\frac{1}{2}(x-4)^2+k-8$

이때, 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 속하므로 $x=4$에서 최솟값 $k-8$을 갖는다.

따라서 $k-8=5$이므로 $k=13$

64) 1

⇨ $y=x^2-6kx+7=(x-3k)^2-9k^2+7$

이때, $\frac{1}{3}<k<\frac{4}{3}$에서 $1<3k<4$이므로 꼭짓점의 x좌표 $3k$는 주어진 범위에 속한다.

즉, $x=3k$에서 최솟값 $-9k^2+7$을 가지므로

$-9k^2+7=-2, k^2-1=0$

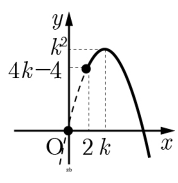
$(k+1)(k-1)=0$ $\therefore k=1\left(\because \frac{1}{3}<k<\frac{4}{3}\right)$

65) 3

⇨ $y=-x^2+2kx$
$=-(x^2-2kx+k^2)+k^2$
$=-(x-k)^2+k^2$

(ⅰ) $k\geq 2$일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하므로 다음 그림에서 $k^2=9$



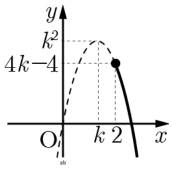
$\therefore k=3(\because k\geq 2)$

(ⅱ) $k<2$일 때,

꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 속하지

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

않으므로 다음 그림에서



$4k-4=9$

$\therefore k=\frac{13}{4}$

그런데 $k=\frac{13}{4}$은 $k<2$의 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $k=3$

66) 2

⇨ $y=-x^2+x+k=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+k+\frac{1}{4}$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$은 x의 값의 범위에 속하므로 $x=\frac{1}{2}$에서 최댓값 $k+\frac{1}{4}$을 가지고, $x=-2$에서 최솟값 $-6+k$를 갖는다. 따라서 $-6+k=-4$이므로 $k=2$

67) 1

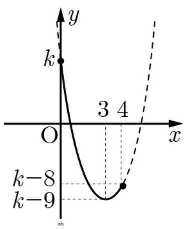
⇨ $y=2x^2+8x+k=2(x+2)^2-8+k$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 속하므로 $x=-2$에서 최솟값 $k-8$을 가지고, $x=1$에서 최댓값 $10+k$를 갖는다. 따라서 $10+k=11$이므로 $k=1$

68) 4

⇨ $f(x)=x^2-6x+k$
$=(x-3)^2-9+k$

이므로 $0\le x\le 4$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

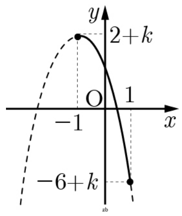


따라서 $x=0$에서 최댓값 k를 가지므로 $k=4$

69) 2

⇨ $f(x)=-2x^2-4x+k$
$=-2(x+1)^2+2+k$

이므로 $-1\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 $x=1$에서 최솟값 $-6+k$를 가지므로 $-6+k=-4$

$\therefore k=2$

70) $a=5, b=-3$

⇨ $y=ax^2-2ax+b$
$=a(x-1)^2-a+b$

이때, $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=-1$에서 최댓값 $3a+b$, $x=0$에서 최솟값 b를 갖는다.

따라서 $3a+b=12, b=-3$이므로

$a=5, b=-3$

71) $a=1$, $b=0$

⇨ $y=ax^2-4ax+b=a(x-2)^2-4a+b$

이때, $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로

$x=2$에서 최솟값 $-4a+b$,

$x=5$에서 최댓값 $5a+b$를 갖는다.

따라서 $-4a+b=-4$, $5a+b=5$이므로

$a=1$, $b=0$

72) $a=1, b=-1$

⇨ $y=ax^2-4ax+b$
$=a(x-2)^2-4a+b$

이때, $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 속하므로 $x=-1$에서 최댓값 $5a+b$, $x=2$에서 최솟값 $-4a+b$를 갖는다. 따라서 $5a+b=4, -4a+b=-5$이므로

$a=1, b=-1$

73) $a=2, b=3$

⇨ $y=-ax^2+2ax+b=-a(x-1)^2+a+b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=1$에서 최댓값 $a+b$, $x=3$에서 최솟값 $-3a+b$를 갖는다. 따라서 $a+b=5, -3a+b=-3$이므로

$a=2, b=3$

74) $a=1, b=11$

⇨ $y=-ax^2+6ax-b$
$=-a(x-3)^2+9a-b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=2$에서 최댓값 $8a-b$, $x=1$에서 최솟값 $5a-b$를 갖는다. 따라서 $8a-b=-3, 5a-b=-6$이므로

$a=1, b=11$

75) $a=2, b=3$

⇨ $y=-ax^2+8ax-8a-2b$
$=-a(x-4)^2+8a-2b$

이때, $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=5$에서 최댓값 $7a-2b$, $x=6$에서 최솟값 $4a-2b$를 갖는다. 따라서 $7a-2b=8, 4a-2b=2$이므로 $a=2, b=3$

76) 2

⇨ $f(x)=x^2-2x+a-2$
$=(x-1)^2+a-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=1$에서 최솟값 $a-3$, $x=3$에서 최댓값 $a+1$을 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 6이므로

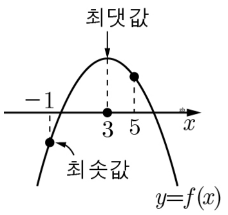
$a+1=6 \quad \therefore a=5$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-3=5-3=2$

77) -11

⇨ $f(x)=-x^2+6x+a$
$=-(x-3)^2+a+9$



이때, 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=3$에서 최댓값 $a+9$를 갖는다.

따라서 $a+9=5$이므로 $a=-4$

$\therefore f(x)=-x^2+6x-4$

한편, $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최솟값을 가지므로

구하는 최솟값은 $f(-1)=-11$

78) -3

⇨ $y=-x^2-6x+a$
$=-(x+3)^2+a+9$

꼭짓점의 x좌표 -3은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로

$x=-2$에서 최댓값 $a+8$, $x=1$에서 최솟값 $a-7$을 갖는다.

최댓값 12이므로 $a+8=12 \quad \therefore a=4$

따라서 구하는 최솟값은

$a-7=4-7=-3$

79) $-\frac{5}{4}$

⇨ $f(x)=x^2+3x+a$
$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+a-\frac{9}{4}$

이때, 꼭짓점의 x좌표 $-\frac{3}{2}$은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-\frac{3}{2}$에서 최솟값 $a-\frac{9}{4}$, $x=1$에서 최댓값 $a+4$를 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 5이므로

$a+4=5 \quad \therefore a=1$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-\frac{9}{4}=1-\frac{9}{4}=-\frac{5}{4}$

80) -6

⇨ $f(x)=-x^2+x+a$
$=-\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+a+\frac{1}{4}$
$=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+a+\frac{1}{4}$

$f(x)$는 $x=\frac{1}{2}$에서 최댓값 $a+\frac{1}{4}$을 가지므로

$a+\frac{1}{4}=\frac{1}{4} \quad \therefore a=0$

$\therefore f(x)=-x^2+x$

따라서 $-2 \le x \le 2$에서 $x=-2$일 때 $f(x)$는 최솟값을 가지므로 구하는 최솟값은

$f(-2)=-(-2)^2-2=-6$

81) -4

⇨ $f(x)=2x^2-4x+a$
$=2(x^2-2x+1)+a-2$
$=2(x-1)^2+a-2$

$f(x)$는 $x=1$일 때 최솟값 $a-2$를 가지므로 $x=-2$일 때 최댓값 14를 가진다.

$f(-2)=2\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)+a=14 \quad \therefore a=-2$

따라서 구하는 최솟값은

$f(1)=a-2=-2-2=-4$

82) 2

⇨ $f(x)=4x^2+8x+a$
$=4(x+1)^2+a-4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 속하므로

$x=-1$에서 최솟값 $a-4$, $x=1$에서 최댓값 $a+12$를 갖는다. 주어진 조건에서 최댓값이 18이므로

$a+12=18 \quad \therefore a=6$

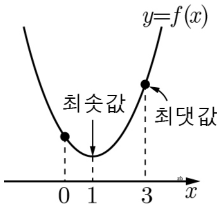
따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-4=6-4=2$

83) 7

⇨ $f(x)=x^2-2x+a$
$=(x-1)^2+a-1$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208



이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로
$x=1$에서 최솟값 $a-1$을 갖는다.
따라서 $a-1=3$이므로 $a=4$
$\therefore f(x)=x^2-2x+4$
한편, $y=f(x)$는 $x=3$에서 최댓값을 가지므로
구하는 최댓값은 $f(3)=7$

84) 9
⇨ $y=x^2-4x+a=(x-2)^2+a-4$
꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 속하므로
$x=2$에서 최솟값 $a-4$를 갖는다.
따라서 $a-4=5$이므로 $a=9$
한편, $x=0$에서 최댓값 a를 가지므로 구하는 최댓값은 9

85) 10
⇨ $f(x)=x^2-4x+a=(x-2)^2+a-4$
이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로
$x=2$에서 최솟값 $a-4$를 갖는다.
따라서 $a-4=1$이므로 $a=5$
$\therefore f(x)=x^2-4x+5$
한편, $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 $f(-1)=10$

86) -1
⇨ $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+2a+1=-\dfrac{1}{2}(x-2)^2+2a+3$
이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 속하므로
$x=2$에서 최댓값 $2a+3$, $x=0$에서 최솟값 $2a+1$을 갖는다.
주어진 조건에서 최솟값이 -3이므로
$2a+1=-3 \quad \therefore a=-2$
따라서 구하는 $y=f(x)$의 최댓값은
$2a+3=2\cdot(-2)+3=-1$

87) 11
⇨ $f(x)=x^2+2x+a$
$=(x^2+2x+1)+a-1$
$=(x+1)^2+a-1$
$f(x)$는 $x=-1$에서 최솟값 $a-1$을 가지므로
$a-1=2 \quad \therefore a=3$
$\therefore f(x)=x^2+2x+3$
따라서 $-2\le x\le 2$에서 $x=2$일 때 $f(x)$는 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은
$f(2)=2^2+2\cdot2+3=11$