	2020년 용인고 수학1 1학기 기말	DATE	
		NAME	
			GRADE

1.  $\cos\frac{2}{3}\pi$ 의 값은?

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ②  $-\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④  $\frac{1}{2}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.  $a_1=25, a_{10}-a_8=-6$ 을 만족시키는 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_n>0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최댓값은?

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

3.  $\sum_{k=1}^{10}a_k=5, \sum_{k=1}^{10}(a_k)^2=50$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10}(a_k+2)(a_k-2)$ 의 값은?

- ① 10
- ② 20
- ③ 30
- ④ 40
- ⑤ 50

4. 삼각형  $ABC$ 에서  $\overline{AB}=6, \overline{BC}=9, \overline{CA}=5$ 일 때,  $\frac{\sin A}{\sin C}$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{9}$
- ②  $\frac{2}{3}$
- ③  $\frac{5}{6}$
- ④  $\frac{6}{5}$
- ⑤  $\frac{3}{2}$

5.  $0<\theta<\frac{\pi}{2}$  이고,  $\sin\theta\cos\theta=\frac{5}{6}$ 일 때,  $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{\sqrt{6}}{9}$
- ②  $\frac{2\sqrt{6}}{9}$
- ③  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ④  $\frac{4\sqrt{6}}{9}$
- ⑤  $\frac{5\sqrt{6}}{9}$

6. 자연수  $n$ 에 대하여  $n^2$ 을 3으로 나눈 나머지를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{50}a_n$ 의 값은?

- ① 16
- ② 26
- ③ 28
- ④ 32
- ⑤ 34

7. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1a_{10}=4$ 가 성립할 때,  
 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{10}$ 의 값은?

①  $2^8$                       ②  $2^9$                       ③  $2^{10}$                       ④  $2^{11}$                       ⑤  $2^{12}$

8. 등식  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{1+2+3+\cdots+k} = \frac{8}{5}$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

9. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $-3\sin^2x+6\sin x+k+8 \geq 0$ 이 항상 성립하게  
 하는 실수  $k$ 의 최솟값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

10.  $x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2+2\sqrt{2}\cos\theta x+\sin\theta=0$ 의 실근이 존재하지  
 않도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위가  $\alpha<\theta<\beta$ 일 때,  $6(\beta-\alpha)$ 의  
 값은? (단,  $0 \leq \theta < 2\pi$ )

① 0                      ②  $\pi$                       ③  $2\pi$                       ④  $3\pi$                       ⑤  $4\pi$

11. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1=3$  이고  
 $(a_{n+1})^2=a_n \cdot a_{n+2}$  ( $n=1, 2, 3, \cdots$ )일 때,  $\log_3a_6=\frac{5}{4}$ 이다.  $a_{21}$ 의  
 값은?

① 1                      ② 3                      ③ 6                      ④ 9                      ⑤ 27

12. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식  $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이  
 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하는 과정이다.

①  $n=1$ 일 때, (좌변)=(가), 우변=(가)  
 따라서  $n=1$ 일 때 주어진 등식이 성립한다.  
 ②  $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면  

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2$$
 이 식의 양변에 (나) 을 더하면  

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+\span style="border: 1px solid black; padding: 0 10px;">(나)=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2+\span style="border: 1px solid black; padding: 0 10px;">(나)  

$$=\{\span style="border: 1px solid black; padding: 0 10px;">(다)\}^2$$
 위 등식은 주어진 등식에  $n=k+1$ 을 대입한 것과 같다. 따라서  
 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.  
 ①, ②에서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.$$

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를  $a$ , (나), (다)에 알맞은 식을 각각  
 $f(k), g(k)$ 라 할 때,  $f(a)+g(3)$ 의 값은?

① 14                      ② 18                      ③ 44                      ④ 108                      ⑤ 120

13. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_1 + a_2 = 15$ ,  $a_1 + a_2 + a_3 = 63$ 일 때,  $S_{10}$ 의 값은?

- ①  $2^5 - 1$       ②  $2^{10} - 1$       ③  $2^{20} - 1$       ④  $2^{30} - 1$       ⑤  $2^{40} - 1$

14. 2와 97사이에  $n$ 개의 수를 넣어 만든 등차수열  $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 97$ 의 공차  $d$ 가 소수이고,  $d < n$ 일 때,  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 의 값은?

- ① 801      ② 891      ③ 981      ④ 990      ⑤ 1089

15. 등차수열  $\{a_n\}$ 과 등비수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족한다.

(가)  $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_4 = b_4$   
(나)  $b_3 = 20$

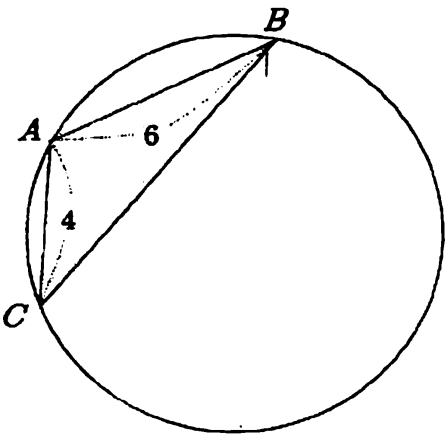
이 때, 등비수열  $\{b_n\}$ 의 첫째항  $b_1$ 과 공비  $r$ 의 합  $b_1 + r$ 의 값은? (단, 수열  $\{a_n\}$ 의 공차는 0이 아니다.)

- ① 0      ② 1      ③ 3      ④ 6      ⑤ 9

16. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 < x < \frac{n}{24}\pi$ 일 때, 방정식  $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$ 의 실근의 개수를  $f(n)$ 이라 하자.  $f(n) = 29$ 가 되도록 하는  $n$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ① 346      ② 347      ③ 348      ④ 349      ⑤ 350

**[논술형1]** 그림과 같이  $\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 4$ 인 삼각형  $ABC$ 가 원  $Q$ 에 내접하고 있다. 삼각형  $ABC$ 는 넓이가  $3\sqrt{15}$ 인 둔각삼각형이라고 할 때, 원  $Q$ 위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PBC$ 의 넓이의 최댓값을 구하는 과정이다. 물음에 답하시오. (단 점  $P$ 는 점  $B$ 도 아니곡 점  $C$ 도 아니다.)

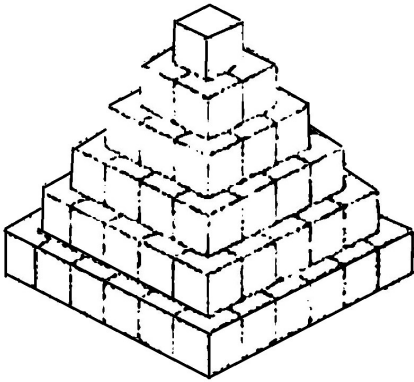


**[1-1]**  $\overline{BC}$ 의 길이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

**[1-2]** 삼각형  $PBC$ 의 넓이의 최댓값을  $\frac{k}{\sqrt{15}}$ 라 할 때,  $k$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

**[논술형2]** 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = 2n^2 + n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )일 때,  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{25}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

**[논술형3]** 그림과 같이 크기가 같은 정육면체를 빈틈없이 쌓아서 피라미드 모양의 입체도형을 만들 때,  $n$ 단의 입체도형을 만드는 데 사용된 정육면체의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어  $a_1 = 1, a_2 = 5$ 이다.  $a_{24}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.



- 
- 1) ②
  - 2) ③
  - 3) ①
  - 4) ⑤
  - 5) ①
  - 6) ⑤
  - 7) ③
  - 8) ④
  - 9) ①
  - 10) ⑤
  - 11) ④
  - 12) ②
  - 13) ③
  - 14) ③
  - 15) ③
  - 16) ④
  - 17) [논술형1] (1) 8 (2) 80
  - 18) [논술형2] 663
  - 19) [논술형3] 4900