



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◆「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 묻는 문제와 선분의 내분점과 외분점, 및 무게중심을 묻는 문제가 주로 출제되며 몇 가지 공식을 이용하여 다양한 문제가 출제되므로 여러 가지 유형을 학습하도록 합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 두 점 $A(-x, -2)$, $B(1, -x-1)$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하면?

- ① 2

③ 4

⑤ 6

② 3

④ 5

[스스로 확인하기]

2. 점 $A(-1, k)$ 에서 두 점 $P(1, 4)$, $Q(3, 0)$ 에 이르는 거리가 같을 때, k 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 1
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$
⑤ 6

[스스로 확인하기]

- 3. 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 4)$, $B(4, 8)$ 과 움직이는 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 이 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, 최솟값 γ 를 갖는다. 이때 $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값을 구하면?**

- ① 30 ② 37
③ 46 ④ 52
⑤ 60

[스스로 마무리하기]

4. 두 점 $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라고 할 때, 삼각형 OPQ 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{15}{2}$

③ $\frac{25}{2}$

⑤ $\frac{35}{2}$

② 10

④ 20

[스스로 확인하기]

5. 세 점 $A(0, 3)$, $B(2, -1)$, $C(1, -4)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는?

- ① π
② 4π
③ 9π
④ 16π
⑤ 25π

[스스로 확인하기]

6. 직선 $y=x$ 위의 점 P 에서 x 축에 이르는 거리와 점 $A(9, 8)$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 를 만족하는 x 좌표의 값의 합을 구하면?

- ① 30 ② 32
③ 34 ④ 36
⑤ 42

[스스로 확인하기]

7. 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, -2)$, $B(5, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 는 넓이를 구하면?

- ① 10 ② $6\sqrt{5}$
③ $5\sqrt{10}$ ④ 15
⑤ $\frac{15}{2}$

[스스로 확인하기]

8. 두 점 $A(8, 7)$, $B(-4, 9)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 3 : 1로 내분하는 점의 좌표를 $P(a, \frac{17}{2})$, 외분하는 점의 좌표를 $Q(-10, b)$ 라 할 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하면?

- ① -2 ② 4
③ -6 ④ 8
⑤ 9

[스스로 확인하기]

9. 두 점 $A(1, -3)$, $B(6, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를 3 : 2로 내분하는 점을 P , 외분하는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 중점의 x 좌표와 y 좌표의 곱을 구하면?

- ① 72 ② 100
③ 150 ④ 196
⑤ 210

[스스로 확인하기]

10. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 의 중점의 좌표가 각각 $(5, 5)$, $(1, -3)$, $(3, 0)$ 이다. 꼭짓점 A, B, C 의 x 좌표의 합을 α , y 좌표의 합을 β 라 할 때, $2\alpha - \beta$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 5
③ 9 ④ 13
⑤ 16

[스스로 확인하기]

11. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 를 각각 2 : 1로 내분하는 점의 좌표가 $D(-5, 1)$, $E(2, -1)$, $F(-3, 6)$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표를 구하면?

- ① $(\frac{2}{3}, \frac{-2}{3})$ ② $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$
③ $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ ④ $(2, 2)$
⑤ $(-2, 2)$

[스스로 마무리하기]

12. 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 삼등분하는 두 점 P, Q 의 좌표가 점 A 에 가까운 좌표부터 각각 $(-2, 10)$, $(1, 13)$ 라 할 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $ac+bd$ 의 값을 구하면?

- ① 60 ② 75
③ 88 ④ 92
⑤ 102

[스스로 마무리하기]

13. 세 점 $A(3, -4)$, $B(-5, -1)$, $C(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 변 BC 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형 ABP 의 넓이가 삼각형 ACP 의 넓이의 2배일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 확인하기]

14. 세 점 $O(0, 0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 $\triangle OAB$ 의 무게중심의 좌표가 $(2, 4)$ 이고 \overline{AB} 의 중점 M 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 6 ② 8
③ 15 ④ 18
⑤ 24

실전문제

15. $\sqrt{(a-7)^2+(b-10)^2}+\sqrt{(a-3)^2+(b-5)^2}$ 의 최솟값은?

- ① $\sqrt{41}$ ② $\sqrt{42}$
 ③ $\sqrt{43}$ ④ $2\sqrt{11}$
 ⑤ $3\sqrt{5}$

16. 실수 x, y 에 대하여

$$\sqrt{y^2-2y+2}+\sqrt{x^2+y^2-6x-6y+18}+\sqrt{x^2-12x+37}$$

의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값은?

- ① 23 ② 24
 ③ 25 ④ 26
 ⑤ 27

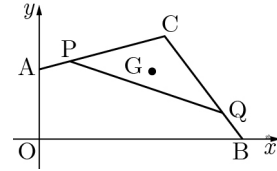
17. 평행사변형 ABCD에서 점 $A(5,4)$, $C(3,-4)$ 이고, 선분 BD를 2:3으로 내분하는 점의 좌표가 $(4,1)$ 이라고 한다. 선분 BD를 1:5로 외분하는 점의 좌표를 (a,b) 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -30 ② -20
 ③ 10 ④ 30
 ⑤ 40

18. 정삼각형 ABC의 변 BC 위의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P는 선분 BC를 $m:n$ 으로 내분하는 점이다. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 mn 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

19. 그림과 같이 좌표평면에서 두 점 $A(0, 6)$, $B(18, 0)$ 과 제 1 사분면 위의 점 $C(a, b)$ 가 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 를 만족시킨다. 두 선분 AC, BC를 1:3으로 내분하는 점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 CPQ의 무게중심을 G라 하자. 선분 CG의 길이가 $\sqrt{10}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?



- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

20. 좌표평면 위의 두 점 $A(5,0)$, $B(4,3)$ 에 대하여 선분 AB를 $m:n$ ($0 < m < n$)으로 외분하는 점을 $Q(a,b)$ 라 하자. 삼각형 OBQ의 넓이가 $\frac{45}{2}$ 일 때, $\frac{3m}{n}+a+b$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 이므로

$$\sqrt{(-1-x)^2 + (x+1-2)^2} = \sqrt{10}$$

양변을 제곱하면

$$(x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) = 10, \quad 2x^2 + 2 = 10$$

$$\therefore x^2 = 4$$

따라서 양수 x 의 값은 2이다.

2) [정답] ③

[해설] 점 A 에서 두 점 P , Q 에 이르는 거리가 각각 같으므로

$$\sqrt{\{(-1)-1\}^2 + (k-4)^2} = \sqrt{\{(-1)-3\}^2 + k^2}$$

양변을 제곱하면

$$2^2 + (k-4)^2 = 4^2 + k^2, \quad k^2 - 8k + 20 = k^2 + 16,$$

$$-8k = -4 \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

3) [정답] ③

[해설] $\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$

$$= (x^2 + y^2) + \{(x-2)^2 + (y-4)^2\}$$

$$+ \{(x-4)^2 + (y-8)^2\}$$

$$= 3x^2 + 3y^2 - 12x - 24y + 100$$

$$= 3(x-2)^2 + 3(y-4)^2 + 40$$

따라서 $x=2$, $y=4$ 일 때 최솟값 40을 가지므로

$$\alpha=2, \beta=4, \gamma=40 \quad \therefore \alpha+\beta+\gamma=46$$

4) [정답] ③

[해설] $P(x, 0)$, $Q(0, y)$ 라고 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(x-1)^2 + (0-2)^2 = (x-3)^2 + (0-4)^2 \text{이고}$$

$$x=5 \text{이다.}$$

$$\overline{AQ} = \overline{BQ} \text{에서 } \overline{AQ}^2 = \overline{BQ}^2 \text{이므로}$$

$$(0-1)^2 + (y-2)^2 = (0-3)^2 + (y-4)^2 \text{이고}$$

$$y=5 \text{이다.}$$

따라서 $P(5, 0)$, $Q(0, 5)$ 이므로

$$\triangle OPQ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2} \text{이다.}$$

5) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC 의 외심을 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{에서 } \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{이므로}$$

$$x^2 + (y-3)^2 = (x-2)^2 + (y+1)^2 \text{이고}$$

$$x-2y=-1 \text{이다.} \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$\overline{PA} = \overline{PC} \text{에서 } \overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \text{이므로}$$

$$x^2 + (y-3)^2 = (x-1)^2 + (y+4)^2 \text{이고}$$

$$x-7y=4 \text{이다.} \quad \cdots \textcircled{B}$$

 \textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하여 풀면 $x=-3$, $y=-1$ 이다.따라서 삼각형 ABC 의 외심은 $P(-3, -1)$ 이고

외접원의 반지름의 길이는

$$\overline{AP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-1-3)^2} = 5 \text{이므로 외접원의 넓이는 } 25\pi \text{이다.}$$

6) [정답] ③

[해설] 점 P 가 직선 $y=x$ 위의 점이므로 점 P 의 좌표를 (a, a) 라 하면 점 P 에서 x 축에 이르는 거리는 $|a|$ 이다.점 P 에서 점 A 까지의 거리는

$$\overline{PA} = \sqrt{(9-a)^2 + (8-a)^2} \text{이므로}$$

$$|a|^2 = (a-9)^2 + (a-8)^2, \quad a^2 - 34a + 145 = 0$$

$$(a-5)(a-29) = 0 \text{이므로 } a=5 \text{ 또는 } a=29 \text{이다.}$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(5, 5)$, $(29, 29)$ 이므로 x 좌표의 값의 합은 $5+29=34$ 이다.

7) [정답] ④

[해설] $\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{이므로 삼각형 } OAB$$

는 $\overline{AB} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이다. \overline{OA} 의 중점을 H 라 하면 삼각형 OAB 의 높이 \overline{BH} 는

$$\sqrt{50-5} = 3\sqrt{5} \text{이다.}$$

따라서 삼각형 OAB 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 15 \text{이다.}$$

8) [정답] ⑤

[해설] a 는 \overline{AB} 를 3:1로 내분하는 점 P 의 x 좌표이

$$\text{므로 } a = \frac{3 \cdot (-4) + 1 \cdot 8}{3+1} = -1 \text{이다.}$$

 b 는 \overline{AB} 를 3:1로 외분하는 점 Q 의 y 좌표이므로

$$b = \frac{3 \times 9 - 1 \times 7}{3-1} = 10 \text{이다.}$$

따라서 $a+b=-1+10=9$ 이다.

9) [정답] ③

$$[해설] P\left(\frac{3 \cdot 6 + 2 \cdot 1}{3+2}, \frac{3 \cdot 7 + 2 \cdot (-3)}{3+2}\right) = P(4, 3)$$

$$Q\left(\frac{3 \cdot 6 - 2 \cdot 1}{3-2}, \frac{3 \cdot 7 + 2 \cdot (-3)}{3-2}\right) = Q(16, 27)$$

따라서 선분 PQ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+16}{2}, \frac{3+27}{2}\right) = (10, 15) \text{이고 } x \text{좌표와 } y \text{좌표의}$$

곱은 150이다.

10) [정답] ⑤

[해설] 꼭짓점 A , B , C 의 좌표를 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 이라 하자.(i) 변 AB 의 중점이 $(5, 5)$ 이므로

$$\frac{x_1+x_2}{2} = 5, \quad \frac{y_1+y_2}{2} = 5 \text{이다.}$$

(ii) 변 BC 의 중점이 $(1, -3)$ 이므로

$$\frac{x_2+x_3}{2}=1, \frac{y_2+y_3}{2}=-3 \text{이다.}$$

(iii) 변 CA 의 중점이 $(3, 0)$ 이므로

$$\frac{x_3+x_1}{2}=3, \frac{y_3+y_1}{2}=0 \text{이다.}$$

(i), (ii), (iii)에서

$$\alpha = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{x_1+x_2}{2} + \frac{x_2+x_3}{2} + \frac{x_3+x_1}{2} = 9$$

$$\beta = y_1 + y_2 + y_3 = \frac{y_1+y_2}{2} + \frac{y_2+y_3}{2} + \frac{y_3+y_1}{2} = 2$$

따라서 $2\alpha - \beta = 2 \cdot 9 - 2 = 16$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설] $\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle DEF$ 의 무게중심과 같으므로 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표를 (a, b)

$$\text{라 하면 } a = \frac{(-5)+2+(-3)}{3} = -2,$$

$$b = \frac{1+(-1)+6}{3} = 2 \text{이다.}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표는 $(-2, 2)$ 이다.

12) [정답] ④

[해설] 점 P 는 \overline{AB} 를 1:2로 내분하는 점이므로

$$-2 = \frac{1 \cdot c + 2 \cdot a}{1+2}, 2a+c=-6 \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$10 = \frac{1 \cdot d + 2 \cdot b}{1+2}, 2b+d=30 \quad \cdots \textcircled{8}$$

또한 점 Q 는 \overline{AB} 를 2:1로 내분하는 점이므로

$$1 = \frac{2 \cdot c + 1 \cdot a}{2+1}, a+2c=3 \quad \cdots \textcircled{9}$$

$$13 = \frac{2 \cdot d + 1 \cdot b}{2+1}, b+2d=39 \quad \cdots \textcircled{10}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{9}$ 을 연립하여 풀면 $a=-5, c=4$

$\textcircled{8}, \textcircled{10}$ 을 연립하여 풀면 $b=7, d=16$

따라서 $ac+bd=-20+112=92$ 이다.

13) [정답] ③

[해설] 높이가 같은 두 삼각형 ABP 와 ACP 의 넓이의 비가 2:1이므로 그 밑변인 선분 BP 와 선분 CP 의 길이의 비도 2:1이다.

따라서 점 P 는 선분 BC 를 2:1로 내분하는 점이므로 그 좌표는

$$\left(\frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot (-5)}{2+1}, \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1)}{2+1} \right) = (-1, 1) \text{이}$$

다. 따라서 $a=-1, b=1$ 이므로 $a+b=0$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] $\triangle OAB$ 의 무게중심은 \overline{OM} 을 2:1로 내분하는

$$\text{점이므로 } \left(\frac{2 \cdot a + 1 \cdot 0}{2+1}, \frac{2 \cdot b + 1 \cdot 0}{2+1} \right) = (2, 4) \text{이}$$

다. 따라서 $a=3, b=6$ 이고 $ab=18$ 이다.

15) [정답] ①

[해설] 주어진 식은 점 (a, b) 에서 점 $(7, 10)$ 까지의 거리와 점 (a, b) 에서 점 $(3, 5)$ 까지의 거리의 합이다.

따라서 주어진 식의 최솟값은 두 점 $(7, 10)$ 와 $(3, 5)$

사이의 거리와 같다.

$$\therefore \sqrt{(7-3)^2 + (10-5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

16) [정답] ③

[해설] 주어진 식에서

$$\sqrt{y^2 - 2y + 2} = \sqrt{(3-2)^2 + (y-1)^2}$$

은 두 점 $(2, 1), (3, y)$ 사이의 거리이다.

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 6y + 18} = \sqrt{(x-3)^2 + (3-y)^2}$$

은 두 점 $(3, y), (x, 3)$ 사이의 거리이다.

$$\sqrt{x^2 - 12x + 37} = \sqrt{(x-6)^2 + (3-4)^2}$$

은 두 점 $(x, 3), (6, 4)$ 사이의 거리이다.

따라서 네 점 A, B, P, Q 를

$A(2, 1), B(6, 4), P(x, 3), Q(3, y)$ 라 하면

구하는 값은 $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$ 이다.

이때 이 값이 최소가 되려면 두 점 P, Q 가 직선 AB 위에 있으면 되고, 이 때 최솟값은 \overline{AB} 가 된다.

$$\therefore m = \overline{AB} = \sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2} = 5$$

$$\therefore m^2 = 25$$

17) [정답] ④

[해설] 평행사변형이므로 선분 AC 의 중점과

선분 BD 의 중점은 같다.

선분 AC 의 중점은 $(4, 0)$ 이고 점 $B(x, y)$ 라고 하면

점 D 의 좌표는 $D(8-x, -y)$ 이다.

선분 BD 를 2:3으로 내분하는 점은

$$\left(\frac{16-2x+3x}{5}, \frac{-2y+3y}{5} \right) = (4, 1) \text{이므로}$$

$16+x=20$ 이고 $y=5$ 이다.

$$\therefore B(4, 5), D(4, -5)$$

따라서 BD 를 1:5로 외분하는 점은

$$\left(\frac{4-20}{-4}, \frac{-5-25}{-4} \right) = \left(4, \frac{15}{2} \right) = (a, b) \text{이므로}$$

$$a=4, b=\frac{15}{2} \text{이다.}$$

따라서 $ab=30$ 이다.

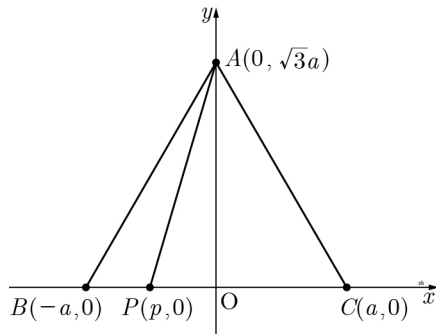
18) [정답] ①

[해설] 정삼각형의 한 변의 길이가 $2a$ 라고 하자.

삼각형 ABC 를 선분 BC 를 x 축 위, 선분 BC 의 중점이 원점이 되도록 좌표평면에 놓으면 세 꼭

짓점의 좌표는 $A(0, \sqrt{3}a), B(-a, 0), C(a, 0)$

이다. 선분 BC 위의 점 P 의 좌표를 $P(p, 0)$ 이라고 하자.



$$\begin{aligned}\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 &= (\sqrt{p^2 + 3a^2})^2 + (p+a)^2 \\ &= 2p^2 + 2ap + 4a^2 = 2\left(p + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}a^2\end{aligned}$$

이므로 $p = -\frac{a}{2}$ 일 때 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값이 최소이다.

따라서 점 P는 선분 BC를 1:3으로 내분하는 점이고 $m=1$, $n=3$ 이다. $\therefore mn=3$

19) [정답] ①

[해설] $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2 + (b-6)^2} &= \sqrt{(a-18)^2 + b^2} \\ -b+3 &= -3a+27 \text{ 이므로 } b=3a-24 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

또한 점 $P\left(\frac{a}{4}, \frac{b+18}{4}\right)$ 이고 $Q\left(\frac{a+54}{4}, \frac{b}{4}\right)$ 이다.

따라서 CPQ의 무게중심은

$$G\left(\frac{a + \frac{a}{4} + \frac{a+54}{4}}{3}, \frac{b + \frac{b+18}{4} + \frac{b}{4}}{3}\right) = G\left(\frac{a+9}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$$

$$\overline{CG} = \sqrt{\left(a - \frac{a+9}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{b+3}{2}\right)^2} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{a-9}{2}\right)^2 + \left(\frac{b-3}{2}\right)^2 = 10$$

$$(a-9)^2 + (b-3)^2 = 40 \text{ 이다.}$$

여기에 $b=3a-24$ 를 대입하면

$$(a-9)^2 + (3a-27)^2 = 40$$

$$10(a-9)^2 = 40$$

$$(a-9)^2 = 4 \text{ 이므로}$$

$$a-9=2 \text{ 이거나 } a-9=-2$$

즉, $a=11$ 이거나 $a=7$ 이다.

따라서 $a=11$, $b=9$ 이거나 $a=7$, $b=-3$ 이다.

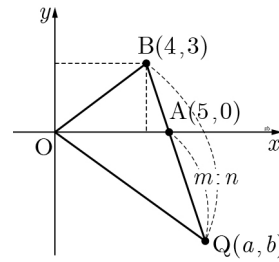
점 C는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a=11, b=9 \text{ 이다.}$$

따라서 $a-b=2$ 이다.

20) [정답] ③

[해설]



삼각형 OAB의 넓이는 $5 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ 이므로

삼각형 OAQ의 넓이는 $\frac{45}{2} - \frac{15}{2} = 15$ 이다.

$$\triangle OAB : \triangle OAQ = \frac{15}{2} : 15 = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AQ} = 1 : 2 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AQ} : \overline{BQ} = 2 : 3$ 이므로

점 Q는 선분 AB를 2:3으로 외분한 점이다.

그러므로 $m=2$, $n=3$ 이다.

$$Q\left(\frac{8-15}{2-3}, \frac{6}{2-3}\right) = Q(7, -6)$$

따라서 $a=7$, $b=-6$ 이다.

$$\therefore \frac{3m}{n} + a + b = \frac{6}{3} + 7 - 6 = 3$$