



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[유리식]

두 다항식 $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여 $\frac{A}{B}$ 꼴로 나타낸 식

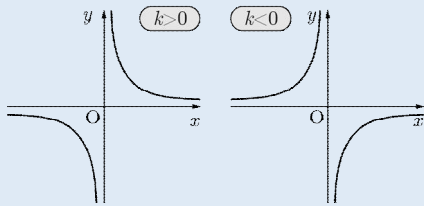
[유리함수와 다항함수]

함수 $y=f(x)$ 에 대해

- 유리함수: $f(x)$ 가 x 에 대한 유리식인 함수
- 다항함수: $f(x)$ 가 x 에 대한 다항식인 함수

[유리함수 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 정의역과 치역은 모두 0을 제외한 실수전체의 집합이다.
- $k > 0$ 이면 그래프는 제 1, 3 사분면에 있고,
 $k < 0$ 이면 그래프는 제 2, 4 사분면에 있다.
- 점근선은 x 축, y 축이다.
- 원점과 직선 $y=\pm x$ 에 대하여 대칭이다.



[함수 $y=\frac{k}{x-p}+q (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 유리함수 $y=\frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향
으로 q 만큼 평행이동한 것이다.
- 정의역은 $\{x|x \neq p \text{인 실수}\}$ 이고, 치역은 $\{y|y \neq q \text{인 실수}\}$ 이다.
- 점근선은 두 직선 $x=p, y=q$ 이다.
- 점 (p, q) 에 대하여 대칭이다.

기본문제

[문제]

1. 다음 중에서 다항식이 아닌 유리식의 개수는?

ㄱ. $\frac{x-1}{3}$ ㄴ. $\frac{x^2-x+1}{x}$
ㄷ. $\frac{3}{x-2}$ ㄹ. $1+\frac{1}{x}$

- ① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

[예제]

2. $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+2}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{x-1}{x^2-x-6}$ ② $\frac{x+1}{x^2-x-6}$
③ $\frac{2x-1}{x^2-x-6}$ ④ $\frac{2x+1}{x^2-x-6}$
⑤ $\frac{2x+5}{x^2-x-6}$

[문제]

3. $\frac{x^2-4}{x^2-4x+3} \times \frac{x-3}{x-2}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{x-2}{x-1}$ ② $\frac{x+2}{x-1}$
③ $\frac{x+2}{x-3}$ ④ $\frac{x-2}{x+1}$
⑤ $\frac{x+2}{x+1}$

[문제]

4. 다음 중 함수 $y=\frac{3x-3}{x^2-6x+8}$ 의 정의역에 속하지
않는 원소는?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[문제]

5. 다음 중 함수 $y=\frac{3}{2x}$ 의 그래프가 지나는 사분면
을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 제1사분면 ㄴ. 제2사분면
ㄷ. 제3사분면 ㄹ. 제4사분면

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄱ, ㄹ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄹ

[문제]

6. 함수 $y = \frac{1}{x-2} - 4$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$,
 $y = b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[예제]

7. 함수 $y = \frac{2x+4}{x-3}$ 의 그래프가 점 (a, b) 를 기준으로
 대칭일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[문제]

8. 함수 $y = \frac{6x-1}{3x-12}$ 의 점근선의 방정식을 $x = a$,
 $y = b$ 라고 할 때 $a-2b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
 ③ 0 ④ 2
 ⑤ 4

평가문제

[중단원 마무리]

9. $\frac{x-3}{x+2} + \frac{x+1}{x^2+x-2}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{-3x+4}{x^2-1}$ ② $\frac{x^2+4}{x^2+2}$
 ③ $\frac{3x+4}{x-1}$ ④ $\frac{x^2-3x+4}{x^2+x-2}$
 ⑤ $\frac{x^2+3x+4}{x^2+x-2}$

[중단원 마무리]

10. 함수 $y = \frac{-2+x}{x-3}$ 의 그래프의 점근선의 방정식을
 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의
 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리]

11. $x \neq -3$, $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 등식
 $\frac{8}{x^2+2x-3} + \frac{a}{x+3} = \frac{b}{x-1}$ 가 성립할 때, 두 상수
 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

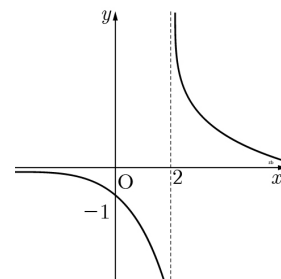
[중단원 마무리]

12. 함수 $y = \frac{3x+a}{x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b
 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하면 함수
 $y = \frac{2}{x+1} + 2$ 의 그래프와 겹쳐진다고 할 때, 세 상
 수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
 ③ 0 ④ 2
 ⑤ 4

[중단원 마무리]

13. 함수 $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을
 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+2b+3c$ 의 값은?



- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[중단원 마무리]

14. 함수 $f(x) = \frac{2x+b}{x-a}$ 에 대하여 $y=f(x)$ 의 그래프가 원점을 지나고 $x \neq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(f(x))=x$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 마무리]

15. 점 $A(1, 2)$ 와 함수 $y = \frac{2(x+1)}{x-1}$ 의 그래프 위의 점 P 에 대하여 점 A 를 중심으로 하고 점 P 를 지나는 원의 넓이의 최솟값은?

- ① 2π ② 4π
③ 6π ④ 8π
⑤ 10π

[중단원 마무리]

16. $3 \leq x \leq 7$ 에서 $ax \leq \frac{x+3}{x-2} \leq bx$ 가 항상 성립할 때, 상수 a, b 에 대하여 상수 a 의 최댓값을 α , 상수 b 의 최솟값을 β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$
③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{2}{3}$
⑤ $\frac{7}{10}$

[대단원 마무리]

17. 함수 $y = \frac{x+a}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때 세 상수 a, m, n 의 곱 amn 의 값은?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[대단원 마무리]

18. 함수 $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프에 관한 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 제3사분면을 지나지 않는다.
ㄴ. 두 점근선의 교점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.
ㄷ. 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 마무리]

19. 함수 $f(x) = \frac{2x+8}{x-2}$ 에 대하여 $f^{2021}(4)$ 의 값은?
(단, $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$)

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

[대단원 마무리]

20. 함수 $f(x) = \frac{-2x+1}{x-3}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $x \neq 3$ 인 모든 실수 x 에서 $(g \circ f)(x) = x$ 를 만족시킬 때, $g(-7)$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[대단원 마무리]

21. 함수 $y = \frac{3}{x-3} + a$ 의 그래프가 두 직선 $y=x+1$, $y=-x+b$ 에 대하여 대칭일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9
③ 10 ④ 11
⑤ 12



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] ㄱ. 분모에 상수뿐이므로 다항식이다.

ㄴ. 분모가 x 이므로 다항식이 아닌 유리식이다.ㄷ. 분모가 $x-2$ 이므로 다항식이 아닌 유리식이다.ㄹ. 분모가 x 이므로 다항식이 아닌 유리식이다.
따라서 다항식이 아닌 유리식의 개수는 3이다.

2) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+2} \\
 &= \frac{x+2}{(x-3)(x+2)} + \frac{x-3}{(x-3)(x+2)} \\
 &= \frac{(x+2)+(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{2x-1}{x^2-x-6}
 \end{aligned}$$

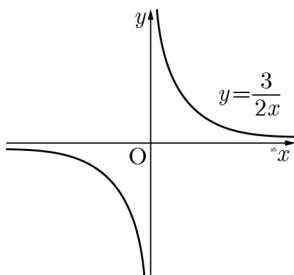
3) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \frac{x^2-4}{x^2-4x+3} \times \frac{x-3}{x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{x-3}{x-2} \\
 &= \frac{x+2}{x-1}
 \end{aligned}$$

4) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & y = \frac{3x-3}{x^2-6x+8} = \frac{3(x-1)}{(x-2)(x-4)} \\
 & \text{이므로 정의역은 } 2, 4 \text{가 아닌 실수 전체의} \\
 & \text{집합이다. 따라서 ⑤ } 2 \text{는 정의역에 속하지} \\
 & \text{않는다.}
 \end{aligned}$$

5) [정답] ②

[해설] $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프는 다음과 같다.

따라서 지나는 사분면은 제1, 3사분면이다.

6) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & y = \frac{1}{x-2} - 4 \text{에서의 두 점근선의 방정식은} \\
 & x=2, y=-4 \text{이다. 따라서 } a=2, b=-4 \text{이므로} \\
 & a-b=6 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

7) [정답] ③

$$\text{[해설]} \quad y = \frac{2x+4}{x-3} \text{에서의 두 점근선의 방정식은}$$

 $x=3, y=2$ 이다. 따라서 대칭점은 $(3, 2)$ 이므로
 $a=3, b=2$ 가 되어 $a+b=5$ 이다.

8) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & y = \frac{6x-1}{3x-12} = \frac{23}{3(x-4)} + 2 \text{의 점근선의 방정식} \\
 & \text{은 } x=4, y=2 \text{이므로 } a=4, b=2 \text{이다.} \\
 & \text{따라서 } a-2b=0
 \end{aligned}$$

9) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \frac{x-3}{x+2} + \frac{x+1}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{x-3}{x+2} + \frac{x+1}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(x-1)(x-3)+(x+1)}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{x^2-3x+4}{x^2+x-2} \text{이다.}
 \end{aligned}$$

10) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \text{함수 } y = \frac{-2+x}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 1 \text{에 대하여} \\
 & \text{점근선의 방정식은 } x=3, y=1 \text{이다.} \\
 & \text{따라서 } a-b=2
 \end{aligned}$$

11) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \frac{8}{x^2+2x-3} + \frac{a}{x+3} = \frac{b}{x-1} \\
 & \frac{8}{x^2+2x-3} = \frac{b}{x-1} - \frac{a}{x+3} \\
 & \frac{8}{x^2+2x-3} = \frac{b(x+3)-a(x-1)}{(x-1)(x+3)} \\
 & \text{따라서 } b-a=0, 3b+a=8 \text{이므로} \\
 & a=b=2 \text{이다. 따라서 } a+b=4 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

12) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \text{함수 } y = \frac{3x+a}{x-1} = \frac{3+a}{x-1} + 3 \text{의 그래프를 } x \text{축의} \\
 & \text{방향으로 } b \text{만큼, } y \text{축의 방향으로 } c \text{만큼} \\
 & \text{평행이동하면 } y = \frac{3+a}{x-1-b} + 3+c \text{이고} \\
 & y = \frac{2}{x+1} + 2 \text{과 같으려면} \\
 & a=-1, b=-2, c=-1 \text{이 되어} \\
 & a+b+c=-4 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

13) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \text{그림에 의해 } y = \frac{bx+c}{x-a} \text{의 두 점근선의} \\
 & \text{방정식은 } x=2, y=0 \text{이 되어} \\
 & a=2, b=0 \text{임을 알 수 있다.} \\
 & y = \frac{c}{x-2} \text{가 점 } (0, -1) \text{을 지나므로} \\
 & c=2 \text{임을 알 수 있다. 따라서 } a+2b+3c=8 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

14) [정답] ③

[해설] $f(f(x))=x$ 이므로 $f(x)=f^{-1}(x)$

즉, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

따라서 점근선 $x=a$, $y=2$ 또한 $y=x$ 에 대하여 서로 대칭이어야 하므로 $a=2$ 이어야 한다.

이때 원점을 지나므로 $b=0$

$$a^2+b^2=4$$

15) [정답] ④

[해설] 함수 $y=\frac{2(x+1)}{x-1}=\frac{4}{x-1}+2$ 의 그래프는 점

A에 대하여 대칭이므로 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭이다.

$$\frac{4}{x-1}+2=x+1 \text{에서}$$

$$4+2x-2=x^2-1$$

$$x^2-2x-3=0, x=-1 \text{ 또는 } x=3 \text{이므로}$$

점 P는 $(-1, 0)$, $(3, 4)$ 이다.

따라서 A(1, 2)가 중심인 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y-2)^2=8 \text{으로}$$

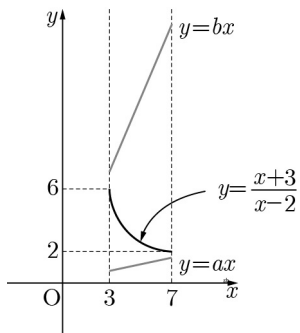
원의 넓이의 최솟값은 8π 이다.

16) [정답] ②

[해설] $ax \leq \frac{x+3}{x-2} \leq bx$ 의 경우는 $3 \leq x \leq 7$ 에서

$$y=ax \text{의 그래프가 } y=\frac{x+3}{x-2}=\frac{5}{x-2}+1 \text{의}$$

그래프보다 아래 위치하며 $y=bx$ 의 그래프는 이보다 위에 위치하는 다음 그림과 같아야 한다.



즉, $y=bx$ 의 경우, $x=3$ 에서의 함숫값이 6 이상이어야 하므로 $3b \geq 6$, $b \geq 2$

$y=ax$ 의 경우, $x=7$ 에서의 함숫값이 2

이하여야 하므로 $7a \leq 2$, $a \leq \frac{2}{7}$

따라서 $\alpha = \frac{2}{7}$, $\beta = 2$ 이므로 $\alpha\beta = \frac{4}{7}$ 이다.

17) [정답] ②

[해설] $y=\frac{x+a}{x-2}=\frac{2+a}{x-2}+1$ 의 그래프를 x 축의

방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼

평행이동하면 $y=\frac{2+a}{x-2-m}+1+n$ 이다.

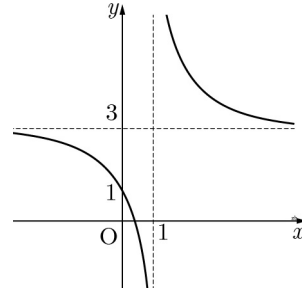
이 함수가 $y=\frac{4}{x}$ 가 되려면

$$m=-2, n=-1, a=2 \text{이다.}$$

따라서 $amn=4$ 이다.

18) [정답] ③

[해설] $y=\frac{3x-1}{x-1}=\frac{2}{x-1}+3$ 이므로 함수의 그래프는 다음과 같다.



ㄱ. 위 그림에 의해 $y=\frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프는

제3사분면을 지나지 않는다. (참)

ㄴ. 두 점근선의 방정식은 $x=1$, $y=3$ 이므로 교점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다. (참)

ㄷ. 직선 $y=x+1$ 은 점근선의 교점인 $(1, 3)$ 을 지나지 않으므로 대칭이라고 할 수 없다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

19) [정답] ⑤

[해설] $f(4)=\frac{8+8}{4-2}=8$ 이고, $f^2(4)=\frac{16+8}{8-2}=4$ 이므로

자연수 k 에 대하여 $f^{2k}(4)=4$, $f^{2k-1}(4)=8$ 이다.

따라서 $f^{2021}(4)=8$ 이다.

20) [정답] ⑤

[해설] $(g \circ f)(x)=x$ 이므로 $g(x)=f^{-1}(x)$ 이다.

$g(-7)=k$ 라 하면, 역함수의 정의에 의하여 $f(k)=-7$

$$f(k)=\frac{-2k+1}{k-3}=-7, \text{ 즉, } k=4$$

따라서 $g(-7)=4$

21) [정답] ④

[해설] $y=\frac{3}{x-3}+a$ 에서 두 점근선의 방정식은

$x=3$, $y=a$ 이므로 그 교점의 좌표는 $(3, a)$ 이다.

이 점이 $y=x+1$, $y=-x+b$ 를 지나야 하므로

$$a=3+1=4, 4=-3+b \text{에서 } b=7 \text{이다.}$$

따라서 $a+b=11$ 이다.