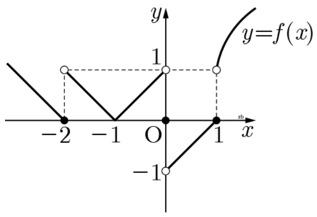
단원 ISSUE

이 단원에서는 **함수의 극한값을 구하는 문제**가 자주 출제된다. 유리화, 인수분해, 약분 등의 다양한 과정을 통하여 극한값을 구하게 되므로 각각의 방법에 대한 반복학습이 필요합니다. 또한 **도형의 넓이, 선분의 길이, 점의 좌표** 등을 이용하여 극한값을 구하게 되는데 복잡한 과정이므로 계산 실수가 생기지 않도록 학습합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim_{x\to 1+}f(x)=a$ 이다. $\lim_{x\to a-}f(x)$의 값을 구하면?



① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

[스스로 마무리하기]

2. 다음 중에서 극한값이 존재하지 <u>않는</u> 것은?

① $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$
② $\lim_{x\to 1}\sqrt{x+3}$
③ $\lim_{x\to\infty}\frac{x+7}{x+1}$
④ $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}$
⑤ $\lim_{x\to-\infty}(-4x^2+3)$

[스스로 확인하기]

3. $\lim_{x\to\infty}\left(-2+\frac{1}{x^2}\right)+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-1}$의 값은?

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

[스스로 확인하기]

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\lim_{x\to 2-}\frac{x}{x-2}=\infty$
② $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{5x^2+3}+7}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$
③ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{4x+1}=\infty$
④ $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-\frac{1}{2}$
⑤ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2+4x})=-4$

[스스로 확인하기]

5. 다음 극한값 중 가장 큰 값을 구하면?

① $\lim_{x\to 5}(2x+1)$
② $\lim_{x\to-2}(1-x^3)$
③ $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+2}$
④ $\lim_{x\to 5}\frac{14}{|x+2|}$
⑤ $\lim_{x\to-11}\frac{(x^2-1)}{x-1}$

[스스로 확인하기]

6. $\lim_{x\to 3}\left(x^2+\frac{3}{x}\right)+\lim_{x\to 2}(x-1)(2x-3)$의 값은?

① 8
② 11
③ 14
④ 17
⑤ 20

[스스로 확인하기]

7. 함수 $f(x)=\begin{cases}x^2-2 & (x<k)\\ 2x+1 & (x\ge k)\end{cases}$에 대하여 $\lim_{x\to k}f(x)$의 값이 존재하도록 하는 상수 k의 값의 합을 구하면?

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[스스로 확인하기]

8. 어떤 탱크에 $4000\mathrm{L}$의 순수한 물이 들어 있다. 이 탱크에 L당 $30\mathrm{g}$의 소금이 들어 있는 소금물을 1분에 $20\mathrm{L}$씩 부으려고 한다. t분 후의 소금물의 농도를 $C(t)\%$라고할 때, $\lim_{t\to\infty}C(t)$의 값을 구하시오. (단, 물 $1\mathrm{L}$는 $1\mathrm{kg}$이고, 탱크의 용량은 무한하다고 생각한다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

[스스로 확인하기]

9. $\lim_{x\to a}\frac{x-a}{x^2+2x-3}=b$ 가 성립하도록 하는 상수 $a+b$의 값은? (단 $b>0$, a, b는 상수)

① $-\frac{3}{4}$　② $-\frac{13}{4}$　③ 0　④ $\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{11}{4}$

[스스로 확인하기]

10. 임의의 양의 실수 x에 대하여 $f(x)$가 $\frac{3x-2}{x}<f(x)<\frac{6x^2+5}{2x^2-1}$을 만족시킬 때 $\lim_{x\to\infty}f(x)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

[스스로 확인하기]

11. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$, $\lim_{x\to\infty}\{f(x)-2g(x)\}=5$일 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)-4g(x)}{f(x)}$의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

[스스로 확인하기]

12. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^2}{2x+5}=a$, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=4$ 을 만족시킬 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

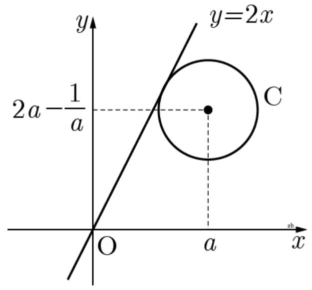
[스스로 확인하기]

13. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $7x+3<f(x)<7x+11$ 을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{7x^2+12}$의 값을 구하면?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

[스스로 확인하기]

14. 다음 그림과 같이 직선 $y=2x$에 접하고 중심의 좌표가 $\left(a,\ 2a-\frac{1}{a}\right)$인 원 C가 있다. 원점 O와 원 C 위의 임의의 점 P 사이의 거리의 최댓값을 d라 할 때, $\lim_{a\to\infty}\frac{d}{a}$의 값을 구하면? (단, $a>1$)



① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{7}$　④ $\sqrt{10}$　⑤ $\sqrt{11}$

[스스로 마무리하기]

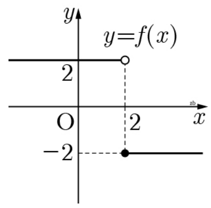
15. 삼차함수 $f(x)$가

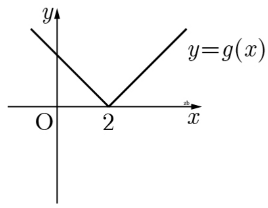
$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{f(x)}{x-3}=50$, $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{f(x)}{x+2}=25$을 만족시킬 때, $f(1)$를 구하면?

① -20　　② -21
③ -22　　④ -23
⑤ -24

[스스로 확인하기]

16. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 극한값이 존재하는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고르면?





<보기>

ㄱ. $\lim\limits_{x\to2}\{f(x)+g(x)\}$　　ㄴ. $\lim\limits_{x\to2}f(x)g(x)$

ㄷ. $\lim\limits_{x\to2}\{g(x)-f(x)\}$　　ㄹ. $\lim\limits_{x\to2}[\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2]$

① ㄱ, ㄴ　　② ㄴ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ　　④ ㄷ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

[스스로 확인하기]

17. 다음 중 극한값을 잘못 구한 것은?

① $\lim\limits_{x\to-27}\dfrac{x+27}{\sqrt[3]{x}+3}=27$

② $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x}\right)=-3$

③ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-\dfrac{1}{2}$

④ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{5x}{\sqrt{x^2+3}+4}=\dfrac{5}{6}$

⑤ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x-5}{3x+2}=-\dfrac{4}{3}$

[스스로 확인하기]

18. 다음은 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)이고 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$이면 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$임을 보이는 과정이다. $\boxed{}$에 들어갈 식으로 알맞은 것은?

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)에서

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=\lim\limits_{x\to a}\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\times\boxed{}\right\}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}\times\lim\limits_{x\to a}\boxed{}=\alpha\times0=0$

① $f(x)$　　② $f(x)g(x)$
③ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$　　④ $g(x)$
⑤ $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

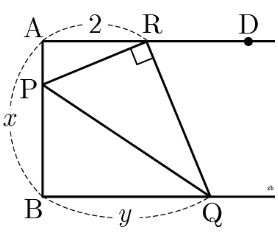
[스스로 마무리하기]

19. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{2x+a}-b}{x-5}=\dfrac{1}{4}$일 때, 상수 $a+b$의 값을 구하면?

① 10　　② 11
③ 12　　④ 13
⑤ 14

[스스로 마무리하기]

20. 다음 그림과 같은 종이테이프를 선분 PQ를 접는 선으로 하여 선분 AD 위의 점 R를 $\overline{AR}=2$가 되도록 접었다. $\overline{AB}=x$, $\overline{BQ}=y$라 할 때, $\lim\limits_{x\to0+}y$의 값은?



① 1　　② 2
③ 3　　④ 4
⑤ 5

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[스스로 확인하기]

21. 다음 <보기> 중 극한값이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\lim_{x\to4}(x-4)$　　ㄴ. $\lim_{x\to-1}|x+1|$

ㄷ. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-36}{x^2-6}$　　ㄹ. $\lim_{x\to2}\frac{|x-2|}{x-2}$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ　④ ㄱ, ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

[스스로 마무리하기]

22. 함수 $f(x)=\frac{x^2-4}{|x-2|}$에 대하여

$\lim_{x\to2+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)$의 값을 구하면?

① 0　② 1
③ 2　④ 3
⑤ 4

[스스로 마무리하기]

23. $x=2$에서의 극한값이 존재하는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x\to2}\{f(x)+g(x)\}=7$, $\lim_{x\to2}f(x)-g(x)=13$일 때,

$\lim_{x\to2}\frac{2f(x)^2+1}{5f(x)-3g(x)}$의 값을 구하면?

(단, $\lim_{x\to2}f(x)>\lim_{x\to2}g(x)$)

① $\frac{200}{59}$　② $\frac{200}{57}$
③ $\frac{201}{41}$　④ $\frac{201}{59}$
⑤ $\frac{199}{59}$

[스스로 마무리하기]

24. 함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to a}\frac{f(x-a)}{x-a}=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}\frac{2x^2+3f(x)}{3x+4f(x)}$의 값을 구하면? (단, a는 상수)

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{2}{7}$
③ $\frac{3}{7}$　④ $\frac{4}{7}$
⑤ $\frac{5}{7}$

[스스로 마무리하기]

25. 다음 중 극한의 계산이 옳지 않은 것은?

① $\lim_{x\to3}\frac{x^2+2x-15}{x-3}=8$

② $\lim_{x\to0}\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x^2}=4$

③ $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2+9x+1}{2x^2+5}=\frac{7}{2}$

④ $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+1}{7x^2+9}=0$

⑤ $\lim_{x\to0}\frac{2x+7}{x^3+2x+5}=\frac{7}{5}$

[스스로 마무리하기]

26. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고르면?

<보기>

ㄱ. $\lim_{x\to a}f(x)=\infty$, $\lim_{x\to a}g(x)=\infty$이면 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=1$이다.

ㄴ. $\lim_{x\to a}f(x)=b$, $\lim_{x\to a}g(x)=\infty$이면 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=0$이다.

ㄷ. $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a}f(x)$, $\lim_{x\to a}g(x)$의 값이 존재한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ
③ ㄴ　④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[스스로 마무리하기]

27. 함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$\frac{5x^2+9}{x^2} < f(x) < \frac{10x^3+9}{2x^3}$을 만족시킬 때,

$\lim_{x\to\infty} f(x)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

28. 함수 $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-3x+2}$가

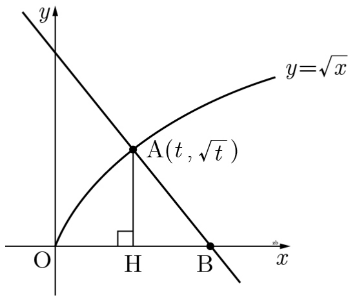
$\lim_{x\to\infty} f(x)=1$, $\lim_{x\to 1} f(x)=-2$ 를 만족시킬 때,

상수 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하면?

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[스스로 마무리하기]

29. 다음 그림과 같이 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{t})$를 지나고 기울기가 -1인 직선이 x축과 만나는 점을 B라 하고 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OH}}}$의 값을 구하면? (단, 점 O는 원점)



① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 주어진 그림에서 $\lim_{x\to1+}f(x)=1$ 이므로

$a=1$ 임을 알 수 있다.

그러므로 $\lim_{x\to1-}f(x)=0$

2) [정답] ⑤

[해설] ① $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1}(x+1)=2$ 는 수렴한다.

② $\lim_{x\to1}\sqrt{x+3}=\sqrt{4}=2$ 수렴한다.

③ $\lim_{x\to\infty}\frac{x+7}{x+1}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{6}{x+1}\right)=1$ 수렴한다.

④ $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$ 수렴한다.

⑤ $\lim_{x\to-\infty}(-4x^2+3)=-\infty$로 발산한다.

3) [정답] ①

[해설] $\lim_{x\to\infty}\left(-2+\frac{1}{x^2}\right)+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-1}=-2+0=-2$

4) [정답] ①

[해설] ① $\lim_{x\to2-}\frac{x}{x-2}=-\infty$

5) [정답] ①

[해설] ① $\lim_{x\to5}(2x+1)=11$

② $\lim_{x\to-2}(1-x^3)=9$

③ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}$

④ $\lim_{x\to5}\frac{14}{|x+2|}=2$

⑤ $\lim_{x\to-11}\frac{(x^2-1)}{x-1}=-10$

6) [정답] ②

[해설] $\lim_{x\to3}\left(x^2+\frac{3}{x}\right)=10$, $\lim_{x\to2}(x-1)(2x-3)=1$

7) [정답] ②

[해설] x^2-2와 $2x+1$가 모두 연속함수이므로

$\lim_{x\to k}f(x)$의 값이 존재하려면 $x=k$일 때

함수 x^2-2와 $2x+1$가 만나야 한다. 따라서

$k^2-2=2k+1$

$k^2-2k-3=0$

$(k-3)(k+1)=0$

그러므로 $k=3$ 또는 $k=-1$일 때

$\lim_{x\to k}f(x)$의 값이 존재한다.

따라서 구하는 값은 $3-1=2$

8) [정답] ①

[해설] 문제의 조건에 따라 수식을 세우면

$C(t)=100\left(\frac{0.6t}{4000+20t}\right)=\frac{60t}{4000+20t}$

$\therefore \lim_{t\to\infty}C(t)=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{60t}{4000+20t}\right)=3$

9) [정답] ④

[해설] $\lim_{x\to a}\frac{x-a}{x^2+2x-3}=b$ 이므로

$\lim_{x\to a}x-a=0$ 이고, $\lim_{x\to a}x^2+2x-3=0$ 이다.

그러므로 $a^2+2a-3=0$, $(a+3)(a-1)=0$ 에서

$a=-3$ 이거나 $a=1$이다.

$a=-3$일 때

$\lim_{x\to-3}\frac{x+3}{(x+3)(x-1)}=\lim_{x\to-3}\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{4}$

즉 $b=-\frac{1}{4}$인데 이는 $b>0$임에 모순이다.

$a=1$일 때

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x+3)(x-1)}=\lim_{x\to-3}\frac{1}{x+3}=\frac{1}{4}$,

$b=\frac{1}{4}$ $(b>0)$이다.

따라서 $a+b=\frac{5}{4}$

10) [정답] ③

[해설] $\frac{3x-2}{x}<f(x)<\frac{6x^2+5}{2x^2-1}$에서

$\lim_{x\to\infty}\frac{3x-2}{x}=3$, $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^2+5}{2x^2-1}=3$ 이므로

$\lim_{x\to\infty}f(x)=3$

11) [정답] ①

[해설] $\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$, $\lim_{x\to\infty}\{f(x)-2g(x)\}=5$

일 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)-4g(x)}{f(x)}$을 구하기 위해

$h(x)=f(x)-2g(x)$라 하면

$g(x)=\frac{f(x)-h(x)}{2}$이고, $\lim_{x\to\infty}h(x)=5$이다.

따라서

$\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)-4g(x)}{f(x)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)-4\{\frac{f(x)-h(x)}{2}\}}{f(x)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)-2f(x)+2h(x)}{f(x)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+2h(x)}{f(x)}=\lim_{x\to\infty}\{1+2\times\frac{h(x)}{f(x)}\}=1$

12) [정답] ②

[해설] $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^2}{2x+5}=a$ 이므로

$f(x)=4x^2+2ax+b$ 라고 표현할 수 있다.

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=4$ 이므로 $b=0$이고

$\lim_{x\to 0}\frac{4x^2+2ax}{x}=\lim_{x\to 0}(4x+2a)=2a=4$이므로

$a=2$

13) [정답] ③

[해설] $7x+3<f(x)<7x+11$에서 $7x+3>0$,

$x>-\frac{3}{7}$일 때 각 변을 제곱하면

$(7x+3)^2<\{f(x)\}^2<(7x+11)^2$

$x\to\infty$일 때 $7x^2+12>0$이므로

각 변을 $7x^2+12$로 나누면

$\frac{(7x+3)^2}{7x^2+12}<\frac{f(x)^2}{7x^2+12}<\frac{(7x+11)^2}{7x^2+12}$

이때 $\lim_{x\to\infty}\frac{(7x+3)^2}{7x^2+12}=\lim_{x\to\infty}\frac{(7x+11)^2}{7x^2+12}=7$이므로

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)^2}{7x^2+12}=7$

14) [정답] ②

[해설] 원 C의 반지름의 길이는 점 $\left(a,\ 2a-\frac{1}{a}\right)$과

직선 $y=2x$, 즉 $2x-y=0$ 사이의 거리와 같으므로

$\frac{\left|2a-\left(2a-\frac{1}{a}\right)\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}a}$이다. 따라서

$d=\sqrt{a^2+\left(2a-\frac{1}{a}\right)^2}+\frac{1}{\sqrt{5}a}$

$=\sqrt{5a^2-4+\frac{1}{a^2}}+\frac{1}{\sqrt{5}a}$ 이므로

$\lim_{a\to\infty}\frac{d}{a}=\lim_{a\to\infty}\frac{\sqrt{5a^2-4+\frac{1}{a^2}}+\frac{1}{\sqrt{5}a}}{a}$

$=\lim_{a\to\infty}\left(\sqrt{5-\frac{4}{a^2}+\frac{1}{a^4}}+\frac{1}{\sqrt{5}a^2}\right)=\sqrt{5}$

15) [정답] ⑤

[해설] 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{x-3}=50$, $\lim_{x\to -2}\frac{f(x)}{x+2}=10$ 이므로

$f(x)$는 $x-3$, $x+2$를 인수로 가지므로

$f(x)=(x-3)(x+2)(ax+b)$로 표현할 수 있다.

그리고 $\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+2)(ax+b)}{x-3}=50$ 이므로

$5(3a+b)=50$,

$\lim_{x\to -2}\frac{(x-3)(x+2)(ax+b)}{x+2}=25$ 에서

$-5(-2a+b)=25$

따라서 $3a+b=10$, $-2a+b=-5$을

연립하여 풀면 $a=3$, $b=1$

그러므로 $f(x)=(x-3)(x+2)(3x+1)$

$\therefore\ f(1)=-2\times 3\times 4=-24$

16) [정답] ③

[해설] $\lim_{x\to 2-}f(x)=2$, $\lim_{x\to 2+}f(x)=-2$

$\lim_{x\to 2-}g(x)=0$, $\lim_{x\to 2+}g(x)=0$ 이므로

ㄱ. $\lim_{x\to 2-}\{f(x)+g(x)\}=2$,

$\lim_{x\to 2+}\{f(x)+g(x)\}=-2$ 이고,

극한값이 존재하지 않는다.

ㄴ. $\lim_{x\to 2-}f(x)g(x)=0$, $\lim_{x\to 2+}f(x)g(x)=0$ 이므로

극한값이 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x\to 2-}\{g(x)-f(x)\}=-2$이고

$\lim_{x\to 2+}\{g(x)-f(x)\}=2$이므로

극한값이 존재하지 않는다.

ㄹ. $\lim_{x\to 2-}\left[\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2\right]=4$

$\lim_{x\to 2+}\left[\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2\right]=4$ 이므로

극한값이 존재한다.

17) [정답] ⑤

[해설] ① $\lim_{x\to -27}\frac{x+27}{\sqrt[3]{x}+3}=\frac{(x+27)\left(\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}+9\right)}{\left(\sqrt[3]{x}+3\right)\left(\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}+9\right)}$

$=\lim_{x\to -27}\frac{(x+27)\left(\left(\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}+9\right)\right)}{x+27}$

$=\lim_{x\to -27}\left(\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}+9\right)=9+9+9=27$

② $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x}\right)$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2-3x)-(x^2+3x)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}\right)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-6x}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}\right)}=-3$

③ $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=\lim_{x\to 0}\left\{\frac{1}{x}\times\frac{\sqrt{2}-(x+\sqrt{2})}{\sqrt{2}(x+\sqrt{2})}\right\}$

$=\lim_{x\to 0}\left\{\frac{1}{x}\times\frac{-x}{\sqrt{2}(x+\sqrt{2})}\right\}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{-1}{\sqrt{2}(x+\sqrt{2})}=-\frac{1}{2}$

④ $\lim_{x\to 1}\frac{5x}{\sqrt{x^2+3}+4}=\frac{5}{6}$

⑤ $\lim_{x\to-\infty}\frac{4x-5}{3x+2}=\frac{4}{3}$

18) [정답] ④

[해설] $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)에서

$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\times\boxed{g(x)}\right\}$

$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}\times\lim_{x\to a}\boxed{g(x)}=\alpha\times 0=0$

19) [정답] ①

[해설] $\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{2x+a}-b}{x-5}=\frac{1}{4}$, $\lim_{x\to5}(x-5)=0$ 이므로

$\lim_{x\to5}(\sqrt{2x+a}-b)=0$ 이 되어

$\sqrt{10+a}-b=0$, $b=\sqrt{10+a}$

그러므로

$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{2x+a}-b}{x-5}=\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{2x+a}-\sqrt{10+a}}{x-5}$

$=\lim_{x\to5}\frac{(\sqrt{2x+a}-\sqrt{10+a})(\sqrt{2x+a}+\sqrt{10+a})}{(x-5)(\sqrt{2x+a}+\sqrt{10+a})}$

$=\lim_{x\to5}\frac{2x-10}{(x-5)(\sqrt{2x+a}+\sqrt{10+a})}$

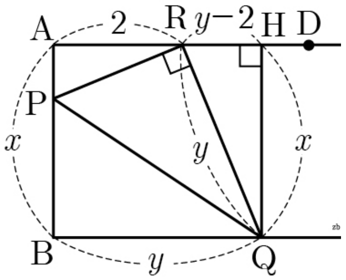
$=\lim_{x\to5}\frac{2}{\sqrt{2x+a}+\sqrt{10+a}}=\frac{2}{2\sqrt{10+a}}=\frac{1}{4}$

그러므로 $a=6$, $b=4$

20) [정답] ①

[해설] 다음 그림과 같이 점 Q에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{RH}=y-2$, $\overline{RQ}=\overline{BQ}=y$



직각삼각형 RQH에서 피타고라스 정리에 의하여

$y^2=(y-2)^2+x^2=y^2-4y+4+x^2$

즉, $4y=4+x^2$

따라서 $\lim_{x\to0+}y=\lim_{x\to0+}\left(1+\frac{x^2}{4}\right)=1$

21) [정답] ④

[해설] ㄱ. $\lim_{x\to4}(x-4)=0$

ㄴ. $\lim_{x\to-1}|x+1|=0$

ㄷ. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-36}{x^2-6}=2$

ㄹ. $\lim_{x\to2}\frac{|x-2|}{x-2}$ 의 극한값은 존재하지 않는다.

$\because$ $\lim_{x\to2+}\frac{|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to2+}\frac{x-2}{x-2}=1$

$\lim_{x\to2-}\frac{|x-2|}{x-2}=\lim_{x\to2-}\frac{-(x-2)}{x-2}=-1$

따라서 극한값이 존재하는 것은 ㄱ,ㄴ,ㄷ이다.

22) [정답] ①

[해설] $f(x)=\frac{x^2-4}{|x-2|}$

$=\begin{cases}\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}=x+2 & (x\ge2)\\ \frac{(x+2)(x-2)}{-(x-2)}=-x-2 & (x<2)\end{cases}$

$\lim_{x\to2+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)=4+(-4)=0$

23) [정답] ④

[해설] $\lim_{x\to2}f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to2}g(x)=\beta$라 하면

$\alpha+\beta=7$, $\alpha-\beta=13$ 이고 연립하여 풀면

$\alpha=10$, $\beta=-3$ 이다. 따라서

$\lim_{x\to2}\frac{2f(x)^2+1}{5f(x)-3g(x)}=\frac{2\alpha^2+1}{5\alpha-3\beta}=\frac{201}{59}$

24) [정답] ③

[해설] $\lim_{x\to0}\frac{2x^2+3f(x)}{3x+4f(x)}=\frac{3}{3+4}=\frac{3}{7}$

25) [정답] ②

[해설] ① $\lim_{x\to3}\frac{x^2+2x-15}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+5)}{x-3}=8$

② $\lim_{x\to0}\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x^2}$

$=\lim_{x\to0}\frac{(2-\sqrt{4-x^2})(2+\sqrt{4-x^2})}{x^2(2+\sqrt{4-x^2})}$

$=\lim_{x\to0}\frac{4-(4-x^2)}{x^2(2+\sqrt{4-x^2})}=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{x^2(2+\sqrt{4-x^2})}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{(2+\sqrt{4-x^2})}=\frac{1}{4}$

③ $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2+9x+1}{2x^2+5}=\frac{7}{2}$

④ $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+1}{7x^2+9}=0$

⑤ $\lim_{x\to0}\frac{2x+7}{x^3+2x+5}=\frac{7}{5}$

26) [정답] ③

[해설] ㄱ. 반례 $f(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=\frac{1}{x^2}$ 이면

$\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}=\infty$, $\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x^2}=\infty$

이지만 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{g(x)}=0$ 이다.

ㄷ. $f(x)=\begin{cases}1 & (x<1)\\ -1 & (x\geq 1)\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x\geq 1)\end{cases}$

이면 $\lim\limits_{x\to 1}\{f(x)+g(x)\}=0$이지만

$f(x)$, $g(x)$는 각각 극한값이 존재하지 않는다.

27) [정답] ⑤

[해설] $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2+9}{x^2}=5$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{10x^3+9}{2x^3}=5$이고

$\frac{5x^2+9}{x^2}<f(x)<\frac{10x^3+9}{2x^3}$ 이므로

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=5$

28) [정답] ①

[해설] $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-3x+2}$이고

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$에서

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+c}{x^2-3x+2}=1$

따라서 $a=1$이다. ⋯ ㉠

$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=-2$에서

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{ax^2+bx+c}{x^2-3x+2}=-2$인데

분모의 값인 $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-3x+2)=0$이므로

분자의 값인 $\lim\limits_{x\to 1}(ax^2+bx+c)=0$이어야 한다.

따라서 $a+b+c=0$이다. ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=1$, $b+c=-1$이므로 ⋯ ㉢

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+bx-1-b}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+b+1)}{(x-1)(x-2)}$$
$$=-2-b=-2$$

따라서 $b=0$이다. ⋯ ㉣

㉢, ㉣에서

$a=1$, $b=0$, $c=-1$이므로 $abc=0$이다.

29) [정답] ①

[해설] 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{t})$를 지나고 기울기가 -1인 직선은

$y=-x+t+\sqrt{t}$ 이다.

이 직선의 방정식의 x절편은 $t+\sqrt{t}$이므로

$\mathrm{B}(t+\sqrt{t},\ 0)$

$\overline{\mathrm{OB}}=t+\sqrt{t}$, $\overline{\mathrm{OH}}=t$ 에서

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OH}}}=\lim_{t\to\infty}\frac{t+\sqrt{t}}{t}=1$$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574