● 2회차

01 ③	02 ⑤	03 ④	04 ⑤	05 ⑤
06 ②	07 ②	08 ①	09 ②	10 ④
11 ①	12 ③	13 ④	14 ③	15 ⑤
16 ④	17 ②			

[서술형 1] 45
[서술형 2] 12
[서술형 3] -2

01 점 $(1, 3)$을 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(-1, 5)$라 하면
$1+p=-1$, $3+q=5$ $\quad\therefore p=-2$, $q=2$
점 P의 좌표를 (a, b)라 하면 점 (a, b)를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(a-2, b+2)$
즉 $a-2=2$, $b+2=4$이므로
$a=4$, $b=2$
따라서 점 P의 좌표는 $(4, 2)$이다.

02 직선 $y=3x+4$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$y=-3x+4$
따라서 $a=-3$, $b=4$이므로
$ab=-3\cdot4=-12$

03 직선 $y=-2x+a$를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y=-2(x-2)+a$ $\quad\therefore y=-2x+a+4$
이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$x=-2y+a+4$
이 직선이 점 $(6, 0)$을 지나므로
$6=a+4$ $\quad\therefore a=2$

04 ① $\varnothing$이 집합 A의 원소이므로 $\varnothing\in A$
② $\{0\}$이 집합 A의 원소이므로 $\{0\}\in A$
③ $\{\varnothing\}$이 집합 A의 부분집합이므로 $\{\varnothing\}\subset A$
④ $\{1, 2\}$가 집합 A의 부분집합이므로 $\{1, 2\}\subset A$
⑤ 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 $n(A)=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 $A=\{2, 3, 5, 7\}$
따라서 집합 A의 원소의 개수는 4이므로 구하는 진부분집합의 개수는
$2^4-1=15$

Lecture **부분집합의 개수**
집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여
(1) 부분집합의 개수 ⇨ 2^n
(2) 진부분집합의 개수 ⇨ 2^n-1

06 $A\cap B=\{2\}$에서 $2\in B$이므로
$a+2=2$ $\quad\therefore a=0$
즉 $A=\{-2, 2, 4\}$, $B=\{0, 2\}$이므로
$A-B=\{-2, 4\}$
따라서 $A-B$의 모든 원소의 합은
$-2+4=2$

07 $\{(A\cup B)\cap(A^C\cup B)\}\cap A$
$=\{(A\cap A^C)\cup B\}\cap A$
$=(\varnothing\cup B)\cap A$
$=B\cap A$
즉 $B\cap A=A$이므로 $A\subset B$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

08 학생 전체의 집합을 U, 국어를 신청한 학생의 집합을 A, 수학을 신청한 학생의 집합을 B라 하면
$n(U)=28$, $n(A)=17$, $n(B)=19$,
$n(A^C\cap B^C)=7$
$\therefore n(A\cup B)=n(U)-n((A\cup B)^C)$
$\qquad\qquad\quad=n(U)-n(A^C\cap B^C)$
$\qquad\qquad\quad=28-7=21$
이때 수학만 신청한 학생의 집합은 $B-A$이므로 구하는 학생 수는
$n(B-A)=n(A\cup B)-n(A)$
$\qquad\qquad\;=21-17=4$

09 ①, ③, ④, ⑤ 참인 명제

② x의 값이 정해져 있지 않으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다. 즉 명제가 아니다.

따라서 명제가 아닌 것은 ②이다.

10 ㄱ. 대우: 짝수가 아니면 4의 배수가 아니다. (참)

ㄴ. $x^2 \neq 1$이면 $x \neq -1$이다. (참)

ㄷ. 대우: $x \leq 1$이면 $|x| \leq 1$이다. (거짓)

(반례) $x=-2$이면 $x \leq 1$이지만 $|x| \leq 1$이 아니다.

ㄹ. x^2이 유리수가 아니면 x는 유리수가 아니다. (참)

따라서 그 대우가 참인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ로 그 개수는 3이다.

오답 피하기

ㄱ, ㄴ, ㄹ. 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.

11 두 명제 $p \longrightarrow q$, $r \longrightarrow \sim q$가 모두 참이므로 그 대우 $\sim q \longrightarrow \sim p$, $q \longrightarrow \sim r$도 모두 참이다.

또 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow \sim r$가 모두 참이므로 명제 $p \longrightarrow \sim r$도 참이고, 그 대우 $r \longrightarrow \sim p$도 참이다.

따라서 항상 참이라고 할 수 없는 명제는 ①이다.

Lecture 삼단논법

세 조건 p, q, r에 대하여 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow r$가 모두 참이면 명제 $p \longrightarrow r$도 참이다.

12 ① 조건 p에서 $a+1=\pm 2$

$\therefore a=1$ 또는 $a=-3$

즉 $p \not\Longrightarrow q$, $q \Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

② $p \not\Longrightarrow q$, $q \Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

($\longrightarrow$의 반례) $a=2$이면 $a^2 \geq 0$이지만 $a \neq 0$이다.

③ 조건 p에서 $a=0$, $b=0$

조건 q에서 $a=0$, $b=0$

즉 $p \Longleftrightarrow q$이므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

④ $p \Longrightarrow q$, $q \not\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

($\longleftarrow$의 반례) $a=1$, $b=2$, $c=0$이면 $ac=bc$이지만 $a \neq b$이다.

⑤ $p \not\Longrightarrow q$, $q \Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

($\longrightarrow$의 반례) $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=2$, $\overline{CA}=1$이면 $\overline{AB}=\overline{BC}$이지만 $\triangle ABC$는 정삼각형이 아니다.

따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건인 것은 ③이다.

13 결론을 부정하여 자연수 n에 대하여 n이 $\boxed{\text{(가) 짝수}}$라고 가정하면

$n=2k$ (k는 자연수) ...... ㉠

로 나타낼 수 있다.

㉠의 양변을 제곱하면

$n^2=(2k)^2=4k^2=2 \cdot \boxed{\text{(나) } 2k^2}$

즉 n^2은 짝수이므로 n^2이 $\boxed{\text{(다) 홀수}}$라는 가정에 모순이다.

따라서 n^2이 홀수이면 n도 홀수이다.

$\therefore$ (가) 짝수 (나) $2k^2$ (다) 홀수

14 ㄱ. $f(-1)=f(0)=0$이므로 상수함수이다.

ㄴ. $f(-1)=1$, $f(0)=0$이므로 상수함수가 아니다.

ㄷ. $f(-1)=f(0)=-1$이므로 상수함수이다.

따라서 상수함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15 $f^{-1}(5)=-3$에서 $f(-3)=5$이므로

$-3a-1=5 \quad \therefore a=-2$

즉 $f(x)=-2x-1$이므로

$f(2)=-2 \cdot 2-1=-5$

$$\begin{aligned}\therefore (f \circ f)(2)&=f(f(2))=f(-5)\\&=-2 \cdot (-5)-1\\&=9\end{aligned}$$

16 $(h \circ g)(x)=h(g(x))=h(2x+3)$

$(h \circ g)(x)=f(x)$이므로

$h(2x+3)=-x+2$ ...... ㉠

이때 $2x+3=t$라 하면 $x=\frac{1}{2}t-\frac{3}{2}$

$x=\frac{1}{2}t-\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면

$h(t)=-\left(\frac{1}{2}t-\frac{3}{2}\right)+2=-\frac{1}{2}t+\frac{7}{2}$

$\therefore h(-1)=-\frac{1}{2}\cdot(-1)+\frac{7}{2}=4$

다른 풀이

$(h\circ g)(x)=h(g(x))=h(2x+3)$

$(h\circ g)(x)=f(x)$이므로

$h(2x+3)=-x+2$

$h(-1)$의 값은 $2x+3=-1$, 즉 $x=-2$일 때이므로

$x=-2$를 $h(2x+3)=-x+2$에 대입하면

$h(-1)=-(-2)+2=4$

17 함수 $g(x)$는 항등함수이므로

$g(1)=1, g(2)=2, g(3)=3$

조건 (가)에서 $f(1)=g(2)=h(3)$이므로

$f(1)=2, h(3)=2$

이때 함수 $h(x)$는 상수함수이므로

$h(1)=h(2)=h(3)=2$

또 조건 (나)에서 $(f\circ f)(1)=f(f(1))=f(2)=3$

이므로 $f(3)=1$

$\therefore f(3)+g(1)+h(2)=1+1+2=4$

[서술형 1] 직선 $y=-2x$를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 직선 l의 방정식은

$y=-2(x-6)=-2x+12$

❶

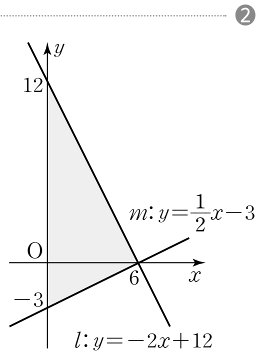
직선 $y=-\frac{1}{2}x+3$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선 m의 방정식은

$-y=-\frac{1}{2}x+3 \qquad \therefore y=\frac{1}{2}x-3$

❷

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\{12-(-3)\}\cdot6=45$



❸

채점 기준	배점
❶ 직선 l의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❷ 직선 m의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❸ 두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있다.	3점

[서술형 2] 조건 q에서 $k-5\le x\le k+4$

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{x\,|\,0\le x\le 2\}$, $Q=\{x\,|\,k-5\le x\le k+4\}$

이때 p는 q이기 위한 충분조건이므로

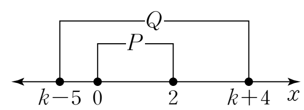
$P\subset Q$

❶

즉 오른쪽 그림에서

$k-5\le0$, $k+4\ge2$이어야 하므로

$-2\le k\le5$



❷

따라서 모든 정수 k의 값의 합은

$-2+(-1)+0+1+2+3+4+5=12$

❸

채점 기준	배점
❶ 두 조건 p, q의 진리집합의 포함 관계를 알 수 있다.	3점
❷ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❸ 모든 정수 k의 값의 합을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] 함수 $f(x)=x^2-4x+a=(x-2)^2+a-4$가 일대일대응이므로 함수 $f(x)=x^2-4x+a$는 $x=2$에서 최솟값 -3을 가진다.

즉 $f(2)=-3$이므로

$a-4=-3 \qquad \therefore a=1$

❶

따라서 $f(x)=x^2-4x+1$이므로

$f(3)=3^2-4\cdot3+1=-2$

❷

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	4점
❷ $f(3)$의 값을 구할 수 있다.	3점