

1)

두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{a, b, c\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수의 개수는?

2)

정민이와 미나를 포함하여 7명의 학생들이 원형 탁자에 앉아 회의를 한다고 하자. 이 때, 정민이와 미나 사이에 두 명의 학생이 앉아 있을 경우의 수는? (단, 앉은 위치상 정민은 항상 미나의 오른쪽에 앉아 있다고 한다.)

① 120 ② 160 ③ 200 ④ 240 ⑤ 280

3)

3개의 숫자 1, 2, 3을 중복을 허용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1 또는 3을 포함하는 자연수의 개수는?

4)

다음 식의 값은?

$${}_4C_0 + {}_5C_1 + {}_6C_2 + {}_7C_3 + {}_8C_4 + \dots + {}_{2019}C_{2015}$$

- ① ${}_{2018}C_{2015}$ ② ${}_{2019}C_{2015}$ ③ ${}_{2019}C_{2016}$
 ④ ${}_{2020}C_{2015}$ ⑤ ${}_{2020}C_{2016}$

5)

두 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, r\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow B$ 를 정의 할 경우, 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

- ㄱ. 함수 f 의 개수는 모두 ${}_nP_r$ (개)
 ㄴ. $r \leq n$ 이고 $x_1 \in A$, $x_2 \in A$ 일 때, $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수의 개수는 ${}_nP_r$ (개)
 ㄷ. $r = n$ 일 때, 일대일 대응의 개수는 $n!$ (개)
 ㄹ. $r \leq n$ 이고 $x_1 \in A$, $x_2 \in A$ 일 때, $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수는 ${}_nC_r$ (개)
 ㅁ. $x_1 \in A$, $x_2 \in A$ 일 때, $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 인 함수의 개수는 ${}_nH_r$ (개)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6)

51^{15} 을 2500으로 나눈 나머지는?

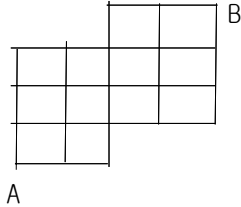
- ① 351 ② 551 ③ 751
 ④ 951 ⑤ 1051

7)

일곱 개의 문자 y, o, n, g, h, w, a를 일렬로 나열할 때, 세 문자 n, g, h를 이 순서대로, 나머지 네 문자 y, o, w, a도 이 순서대로 나열하는 경우의 수는?

8)

다음과 같은 직사각형으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?



9)

$(2x+3)^4(x+1)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

10)

24명의 투표권자가 4명의 후보 중 한명에게 무기명으로 투표할 때, 4명의 득표수를 각각 x, y, z, w 라고 한다. 이 때, x 는 3으로 나눈 나머지가 1, y 는 3으로 나눈 나머지가 2, z 와 w 는 3으로 나누어 떨어진다고 한다. 조건을 만족하는 투표 결과 (x, y, z, w) 의 개수는? (단, 기권이나 무효표는 없으며, 4명의 후보 중 득표를 하지 못한 후보는 없다.)

① 44

② 48

③ 52

④ 56

⑤ 60

11)

빨간 공 3개, 검은 공 3개, 노란 공 1개가 있다. 이 7개의 공을 일렬로 나열할 때, 어떤 색깔의 공도 같은 색 3개가 연속(이웃)하지 않도록 나열하는 경우의 수는? (단, 이 때, 같은 색깔끼리는 구분이 되지 않는다)

12)

다음을 전개한 식에서 x^2 항의 계수는?

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \dots + \left(x + \frac{1}{x}\right)^8$$

13)

자연수 a, b, c, d, e 에 대하여

$a \leq b < c < 4 \leq d \leq e \leq 10$ 을 만족하는 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?

14)

두 집합 $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음의 조건을 만족하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?

- (1) $x_1 \in X, x_2 \in X$ 일 때,
 $x_1 < x_2$ 이면, $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
 (2) 함수 f 의 공역과 치역은 같다.

15)

집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$ 에서 3개의 원소를 가지는 부분집합 중에서 연속된 수를 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 364 ② 365 ③ 366
 ④ 367 ⑤ 368

16)

유한소수 0.99^5 를 소수로 나타냈을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리부터 다섯 번째 자리까지 숫자를 순서대로 k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 라 하자. 각 자리 숫자의 합 $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5$ 의 값은?

17)(서술형)

2명의 주연 배우를 포함하여 한 영화에 출연한 6명의 배우가 시상식에 참석해 원탁에 둘러앉으려 한다. 이때, 2명의 주연배우가 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하는 과정을 (1), (2), (3)에 따라 서술하시오. (단, 원탁에는 6개의 같은 의자가 있고, 하나의 의자에 한 사람만 앉으며, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다)

(1) 6명이 원탁에 둘러앉는 모든 경우의 수

(2) 2명의 주연 배우가 이웃하여 둘러앉는 경우의 수

(3) 2명의 주연 배우가 이웃하지 않게 둘러앉는 경우의 수

18)(서술형)

다섯 개의 문자, a, b, c, d, e 에서 문자 e 는 중복을 허락하지 않고, 문자 a, b, c, d 는 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하는 과정을 서술하시오.

19)(서술형)

똑같은 탁구공 6개를 세 개의 상자 A, B, C 에 넣을 때, 다음을 구하는 과정을 서술하시오.

(1) 모든 상자에 적어도 한 개의 공이 들어 있는 경우의 수

(2) 공이 들어있지 않는 상자가 존재하는 경우의 수

(3) 한 개의 공이 들어 있는 상자가 존재하는 경우의 수

(정답)

- 1) $3^5 = 243$
 2) ④
 3) $3^4 - 1 = 80$
 4) ④
 5) ⑤
 6) ③
 7) ②
 8) 60
 9) 459

$3^4 \times {}_3C_1 x$ 항과 ${}_4C_1 (2x)^1 3^3 \times 1 x = 216x$ 의
 합

10) ④

$$x = 3a - 2, y = 3b - 1, z = 3c, w = 3d$$

(단 a, b, c, d 는 자연수)

$$x + y + z + w = 24$$

 $a + b + c + d = 9$ 인 자연수 해의 개수는

$${}_4H_5 = 56$$

$$11) \frac{7!}{3! \times 3!} - \{20 + 20 - 6\} = 106$$

12)

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$ 을 전개한 일반항은

$${}_nC_r x^r \left(\frac{1}{x}\right)^{n-r} = {}_nC_r x^{2r-n} \text{ 에서}$$

 $2r - n = 2$ 인 경우

$$n = 2, r = 2 \text{ 인 경우 } {}_2C_2 = 1$$

$$n = 4, r = 3 \text{ 인 경우 } {}_4C_3 = 4$$

$$n = 6, r = 4 \text{ 인 경우 } {}_6C_4 = 15$$

$$n = 8, r = 5 \text{ 인 경우 } {}_8C_5 = 56$$

$$\therefore 1 + 4 + 15 + 56 = 76$$

13) (a, b, c) 는

(1,1,2), (1,1,3), (1,2,3), (2,2,3)의 4가지

 (d, e) 는 4,5,6,7,8,9,10 중에서 중복하여 2개 선택

$${}_7H_2 = 28 \quad (\text{답}) 4 \times 28 = 112$$

14) 예를 들면

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 에 대응되는 함수값이 차례로

1,1,1,2,2,2,2,3,3,3 인 경우

$$(\text{답}) {}_3H_7 = 36$$

15) 3개가 연속인 경우: (1,2,3), (2,3,4),

 $\dots, (14, 15, 16) \therefore 14$ 가지

2개만 연속인 경우

(1,2)일 때 4,5,6, \dots ,16 의 13가지(2,3)일 때 5,6,7, \dots , 16의 12가지(3,4)일 때 1,6,7, \dots ,16 의 12가지 \vdots (14,15)일 때 1,2,3, \dots ,12 의 12가지(15,16)일 때 1,2,3, \dots ,13 의 13가지

$$\text{따라서, } {}_{16}C_3 - \{14 + 13 \times 2 + 12 \times 13\} = 364$$

16) 0.99^5

$$= (1 - 0.01)^5$$

$$= {}_5C_0 (-0.01)^0 + {}_5C_1 (-0.01)^1 + {}_5C_2 (-0.01)^2$$

$$+ {}_5C_3 (-0.01)^3 + {}_5C_4 (-0.01)^4 + {}_5C_5 (-0.01)^5$$

$$= 1 - 0.05 + 0.001 - 0.00001 + 0.00000001 - (0.01)^5$$

$$= 0.95099 \dots$$

$$\therefore k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 = 32$$

$$17) (1) (6-1)! = 120 \quad (2) 4! \times 2! = 48 \quad (3) 72$$

18) \neg) e 를 포함하는 경우

$$e, a, a \text{ 끝은 } 4 \text{ 가지 } \frac{3!}{2!} \times 4 = 12$$

$$e, a, b \text{ 끝은 } {}_4C_2 \text{ 가지 } 3! \times {}_4C_2 = 36$$

 \neg) e 를 포함하지 않는 경우 a, b, c, d 중에서 중복하여 3개를 택해 일렬로

$${}_4P_3 = 64$$

$$\therefore 12 + 36 + 64 = 112$$

19) 상자 A, B, C 에 들어있는 탁구공의 개수를 각각 a, b, c 라 하면(1) $a + b + c = 6$ 의 자연수인 해의 가지수 이므로

$${}_3H_3 = 10$$

(2) $a + b + c = 6$ 인 음 아닌 정수해 ${}_3H_6 = 28$

$$\therefore 28 - 10 = 18 \text{ 가지}$$

(3) 들어있는 공의 개수가

1개, 1개, 4개 인 경우 3가지

1개, 2개, 3개 인 경우 $3! = 6$ 가지

$$\therefore 3 + 6 = 9 \text{ 가지}$$