01 로그함수

(1) 로그함수: 지수함수 $y=a^x\,(a>0,\ a\neq1)$의 역함수는 $y=\log_a x\,(a>0,\ a\neq1)$이고, 이 함수를 a를 밑으로 하는 로그함수라 한다.

참고 $y=\log_a x$의 그래프는 $y=a^x$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

(2) 로그함수의 함숫값
: 함수 $y=\log_a x\,(a>0,\ a\neq1)$의 그래프가 점 $(m,\ n)$을 지나면 $n=\log_a m$이다.

◪ 함수 $f(x)=\log_2 x$에 대하여 다음을 구하여라.

1. $f(1)$

2. $f(4)$

3. $f(2)$

4. $f\left(\frac{1}{8}\right)$

5. $f(2\sqrt{2})$

6. $\frac{f(9)}{f(3)}$

◪ 함수 $f(x)=\log_3(x+1)-3$에 대하여 다음을 구하여라.

7. $f(0)$

8. $f\left(-\frac{2}{3}\right)$

9. $f(2)$

10. $f(8)$

11. $f\left(-\frac{8}{9}\right)$

◪ 다음 물음에 답하여라.

12. 함수 $f(x)=\log_a(4x+1)+3$에서 $f(2)=5$일 때, $f(20)$의 값을 구하여라.

13. 함수 $f(x)=\log_2 x+k\log_x 8$에 대하여 $f(2)=f(16)$일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

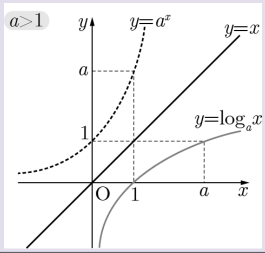
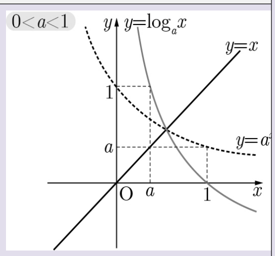
14. 두 함수 $f(x)=3^x$, $g(x)=\log_3 x$에 대하여 $(f\circ g)(18)-g(9)$의 값을 구하여라.

15. 함수 $f(x)=\log_2\left(1+\frac{1}{x+1}\right)$에서 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(n)=5$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

02 로그함수의 그래프

(1) 로그함수 $y=\log_a x(a>0,\ a\neq1)$의 그래프

$a>1$	$0<a<1$
	

(2) 로그함수의 그래프의 성질

① 정의역: 양의 실수 전체의 집합

② 치역: 실수 전체의 집합

③ 점근선: y축

④ $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

참고 일대일 함수이다. 그래프는 항상 점 $(1,\ 0)$과 $(a,\ 1)$를 지난다.

◪ 다음은 로그함수 $f(x)=\log_{0.1}x$의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

16. 점 $(1,\ 0)$을 지난다. ( )

17. 점근선은 x축이다. ( )

18. x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. ( )

19. 점 $(10,\ -1)$을 지난다. ( )

◪ 다음은 로그함수 $f(x)=\log_2 x$의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

20. 정의역은 실수 전체의 집합이다. ( )

21. 점 $(2,\ 1)$을 지난다. ( )

22. 점근선의 방정식은 $y=0$이다 ( )

23. 임의의 양수 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1\neq x_2$이면 $f(x_1)\neq f(x_2)$이다. ( )

24. 함수 $y=-\log_2\frac{1}{x}$의 그래프와 일치한다. ( )

◪ 함수 $y=\log_4 x$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ( )안에 써넣어라.

25. x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. ( )

26. 점 $(1,\ 2)$를 지난다. ( )

27. 정의역은 실수 전체의 집합이다. ( )

28. 점근선은 y축이다. ( )

◪ 다음은 로그함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

29. 치역은 실수 전체의 집합이다. ( )

30. x축에 대하여 대칭이다. ( )

31. 점 $(1,\ 0)$을 지난다. ( )

32. 점근선의 방정식은 $x=0$이다. ( )

33. 임의의 양수 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$이다. ( )

◪ **다음 함수의 정의역을 구하여라.**

34. $y=\log_2(2-x)$

35. $y=\log_2(x-2)+3$

36. $y=\log_{\frac{1}{2}} 2x$

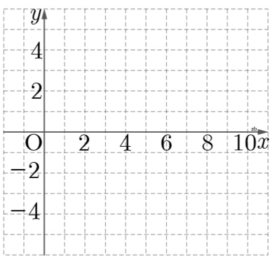
37. $y=-\log_2(x^2-2x-3)+2$

38. $y=\log_2(x+3)^2$

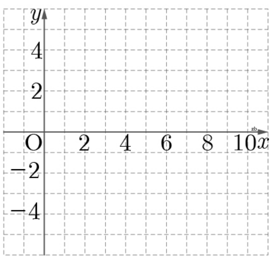
39. $y=\log_x(9-x^2)$

◪ **다음 로그함수의 그래프를 그려라.**

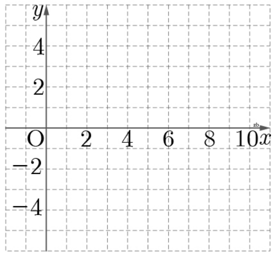
40. $y=\log_2 x$



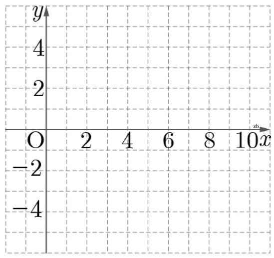
41. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$



42. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$



43. $y=\log_3 x$



◪ **함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$의 그래프가 두 점 A, B를 지날 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.**

44. $A(100,\ -2)$, $B(b,\ 3)$

45. $A(4,\ -1)$, $B(b,\ 2)$

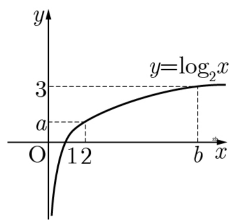
46. $A(\sqrt{7},\ 1)$, $B(7,\ b)$

47. $A(16,\ 2)$, $B(b,\ -1)$

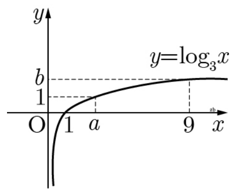
48. $A\left(\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$, $B(8,\ b)$

◪ 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

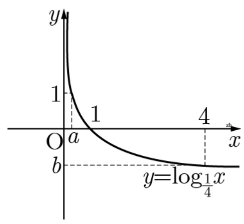
49. $y=\log_2 x$



50. $y=\log_3 x$

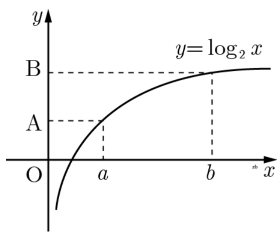


51. $y=\log_{\frac{1}{4}} x$

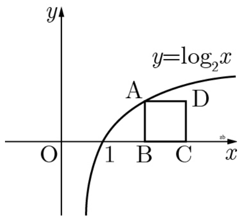


◪ 다음 물음에 답하여라.

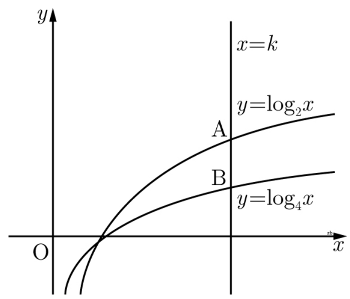
52. 다음 그림과 같이 $y=\log_2 x$의 그래프에서 $\overline{AB}=3$일 때, $\dfrac{b}{a}$의 값을 구하여라.



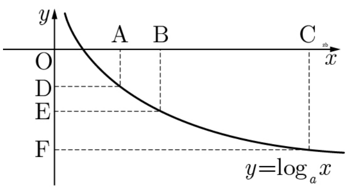
53. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고, 점 A는 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위에 있다. 이때, 점 D의 좌표를 구하여라.



54. 다음 그림과 같이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_4 x$의 그래프와 직선 $x=k$의 교점을 각각 A, B라고 할 때, $\overline{AB}=3$를 만족하는 상수 k의 값을 구하여라. (단, $k>1$)



55. 다음 그림과 같이 x축 위의 세 점 A, B, C와 y축 위의 세 점 D, E, F에서 각각 x축, y축에 수직으로 그은 점선이 함수 $y=\log_a x$ $(0<a<1)$의 그래프 위에서 만난다. $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{C}(81,\ 0)$이고 $\overline{\mathrm{EF}}=2\overline{\mathrm{DE}}$일 때, 점 B의 x좌표를 구하여라.



03 로그함수를 이용한 수의 대소 비교

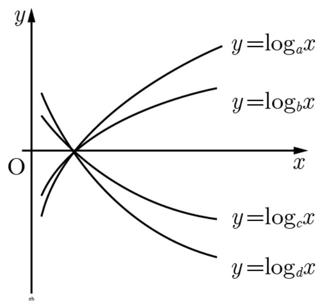
로그함수 $y=\log_a x(a>0,\ a\neq 1)$에서

(1) $a>1$일 때, $x_1<x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1<\log_a x_2$

(2) $0<a<1$일 때, $x_1<x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1>\log_a x_2$

◪ 다음 물음에 답하여라.

56. 네 로그함수 $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$, $y=\log_d x$의 그래프가 다음과 같을 때, 네 상수 a, b, c, d의 대소 관계를 구하여라.



◪ 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ( )안에 써넣어라.

57. $0<a<1$, $0<b<1$일 때, $\log_b a>0$ ( )

58. $a>b>1$일 때, $\log_a b<\log_b a$ ( )

59. $a>b>1$일 때, $\log_a b<\log_{a^2} b^2$ ( )

◪ 다음 수의 대소를 비교하여라.

60. $\log_2 10$, $\log_2 6$

61. $\log_2 7$, $\log_2 \sqrt{7}$

62. $\log_4 42$, $\log_2 7$

63. $\log_2 10$, $2\log_2 3$

64. $\log_3 2$, $\log_9 16$

65. $\log_{\frac{1}{3}} 7$, $-\log_3 5$

66. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{7}$, $-\log_{\frac{1}{3}} 8$

67. $\log_3 5$, $2\log_3 2$

68. $\log_{\frac{1}{3}} 6$, $-\log_3 5$

69. $\log_{\frac{1}{4}} 5$, $\log_{\frac{1}{4}} 8$

70. $\log_2 3$, $\log_2 7$

71. $\log_3 5$, $-\log_3 \frac{1}{6}$

72. $\log_{\frac{1}{5}} 4,\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{10}$

73. $\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}} 27,\ \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} 7$

74. $\log_2 3,\ \log_2 8,\ \log_2 \sqrt{8}$

75. $4\log_{\frac{1}{4}} 2,\ \log_{\frac{1}{4}} 8,\ \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{8}$

76. $2\log_5 2,\ 3\log_5 4,\ \frac{1}{2}\log_5 75$

77. $\log_5 6,\ 2\log_5 3,\ \log_5 \sqrt{40}$

78. $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{7},\ \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{10},\ \log_{\frac{1}{3}} 3$

정답 및 해설

1) 0
⇨ $f(1)=\log_2 1=0$

2) 2
⇨ $f(4)=\log_2 4=\log_2 2^2=2$

3) 1
⇨ $f(2)=\log_2 2=1$

4) -3
⇨ $f\left(\frac{1}{8}\right)=\log_2 \frac{1}{8}=\log_2 2^{-3}=-3$

5) $\frac{3}{2}$
⇨ $f(2\sqrt{2})=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$

6) 2
⇨ $f(9)=\log_2 9=\log_2 3^2=2\log_2 3$
$f(3)=\log_2 3=\log_2 3=\log_2 3$
$\therefore\ \frac{f(9)}{f(3)}=\frac{2\log_2 3}{\log_2 3}=2$

7) -3
⇨ $f(0)=\log_3 1-3=0-3=-3$

8) -4
⇨ $f\left(-\frac{2}{3}\right)=\log_3 \frac{1}{3}-3=\log_3 3^{-1}-3=-1-3=-4$

9) -2
⇨ $f(2)=\log_3 3-3=1-3=-2$

10) -1
⇨ $f(8)=\log_3 9-3=\log_3 3^2-3=2-3=-1$

11) -5
⇨ $f\left(-\frac{8}{9}\right)=\log_3 \frac{1}{9}-3=\log_3 3^{-2}-3=-2-3=-5$

12) 7
⇨ $f(2)=\log_a 9+3=5$이므로 $\log_a 9=2$
$a^2=9\qquad \therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$
따라서 $f(x)=\log_3(4x+1)+3$이므로
$f(20)=\log_3 81+3=\log_3 3^4+3=4+3=7$

13) $\frac{4}{3}$
⇨ $f(2)=\log_2 2+k\log_2 8=1+k\log_2 2^3=1+3k$
$f(16)=\log_2 16+k\log_{16} 8$
$=\log_2 2^4+k\log_{2^4} 2^3=4+\frac{3}{4}k$
$f(2)=f(16)$에서
$1+3k=4+\frac{3}{4}k,\ \frac{9}{4}k=3\qquad \therefore\ k=\frac{4}{3}$

14) 16
⇨ $f(g(18))-g(9)=3^{\log_3 18}-\log_3 9=18-2=16$

15) 62
⇨ $f(x)=\log_2\left(1+\frac{1}{x+1}\right)=\log_2\frac{x+2}{x+1}$
$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(n)$
$=\log_2\frac{3}{2}+\log_2\frac{4}{3}+\log_2\frac{5}{4}+\cdots+\log_2\frac{n+2}{n+1}$
$=\log_2\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{n+2}{n+1}\right)$
$=\log_2\frac{n+2}{2}=5$
즉, $\frac{n+2}{2}=2^5$이므로 $n+2=64\qquad \therefore\ n=62$

16) ○

17) ×
⇨ 점근선이 y축이다.

18) ×
⇨ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

19) ○
⇨ $y=\log_{10}x$의 그래프와 x축 대칭이다.

20) ×

21) ○

22) ×

23) ○

24) ○

25) ○

26) ×
⇨ $\log_4 1=0$이므로 점 $(1,\ 0)$을 지난다.

27) ×
⇨ 정의역은 양의 실수 전체의 집합이다.

28) ○

29) ○

30) ×

31) ○

32) ○

33) ○

34) $\{x \mid x<2\}$
⇨ $2-x>0$에서 $x<2$
따라서 정의역은 $\{x \mid x<2\}$

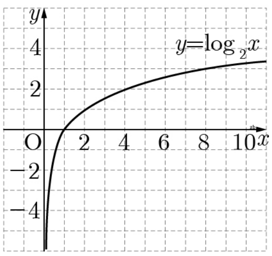
35) $\{x \mid x>2\}$
⇨ $x-2>0$에서 $x>2$
따라서 정의역은 $\{x \mid x>2\}$ 이다.

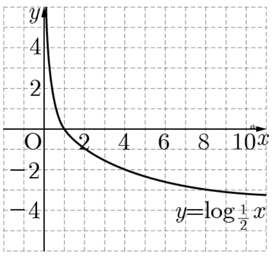
36) $\{x \mid x>0\}$
⇨ $2x>0$에서 $x>0$
따라서 정의역은 $\{x \mid x>0\}$

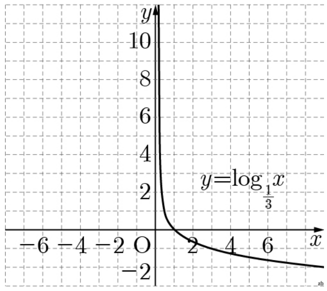
37) $\{x \mid x<-1$ 또는 $x>3\}$
⇨ $x^2-2x-3>0$에서 $(x+1)(x-3)>0$
$\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>3$
따라서 정의역은 $\{x \mid x<-1$ 또는 $x>3\}$이다.

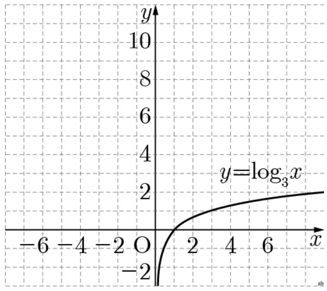
38) $\{x \mid x\neq-3$인 모든 실수$\}$
⇨ $(x+3)^2>0$에서 $x\neq-3$
따라서 정의역은 $\{x \mid x\neq-3$인 모든 실수$\}$

39) $\{x|0<x<3,\ x\neq1\}$
⇨ $y=\log_x(9-x^2)$은 밑 조건에 의해 $x>0$, $x\neq1$이고, 진수 조건에 의해 $9-x^2>0$이어야 한다.
따라서 정의역은 $0<x<3$, $x\neq1$이다.

40) 

41) 

42) 

43) 

44) $a=\dfrac{1}{10}$, $b=\dfrac{1}{1000}$
⇨ $y=\log_a x$의 그래프가 두 점
A$(100,\ -2)$, B$(b,\ 3)$을 지나므로
$-2=\log_a 100$에서 $a^{-2}=100$
$\therefore\ a=\dfrac{1}{10}$ $(\because\ a>0)$
$3=\log_a b=\log_{\frac{1}{10}} b$에서 $b=\left(\dfrac{1}{10}\right)^3=\dfrac{1}{1000}$

45) $a=\dfrac{1}{4}$, $b=\dfrac{1}{16}$
⇨ $y=\log_a x$의 그래프가 두 점 A$(4,\ -1)$, B$(b,\ 2)$을 지나므로 $-1=\log_a 4$에서
$\therefore\ a=\dfrac{1}{4}$ $(\because\ a>0)$
$2=\log_a b=\log_{\frac{1}{4}} b$에서 $b=4^{-2}=\dfrac{1}{16}$

46) $a=\sqrt{7}$, $b=2$
⇨ $y=\log_a x$의 그래프가 두 점
A$(\sqrt{7},\ 1)$, B$(7,\ b)$를 지나므로 $1=\log_a\sqrt{7}$에서
$a=\sqrt{7}$
$b=\log_a 7=\log_{\sqrt{7}} 7=2$

47) $a=4$, $b=\dfrac{1}{4}$
⇨ $y=\log_a x$의 그래프가 두 점
A$(16,\ 2)$, B$(b,\ -1)$을 지나므로 $2=\log_a 16$에서
$a^2=16$ $\quad\therefore\ a=4$ $(\because\ a>0)$
$-1=\log_a b=\log_4 b$에서 $b=4^{-1}=\dfrac{1}{4}$

48) $a=2$, $b=3$
⇨ $y=\log_a x$의 그래프가 두 점

$A\left(\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$, $B(8,\ b)$를 지나므로 $\frac{1}{2}=\log_a\sqrt{2}$에서 $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ $\therefore\ a=2$

$b=\log_a 8=\log_2 8=3$

49) $a=1,\ b=8$

⇨ $y=\log_2 x$의 그래프가 두 점 $(2,\ a)$, $(b,\ 3)$을 지나므로 $a=\log_2 2=1$

$3=\log_2 b$에서 $b=2^3=8$

50) $a=3,\ b=2$

⇨ $y=\log_3 x$의 그래프가 두 점 $(a,\ 1)$, $(9,\ b)$를 지나므로 $1=\log_3 a$에서 $a=3$

$b=\log_3 9=\log_3 3^2=2$

51) $a=\frac{1}{4},\ b=-1$

⇨ $y=\log_{\frac{1}{4}}x$의 그래프가 두 점 $(a,\ 1)$, $(4,\ b)$를 지나므로 $1=\log_{\frac{1}{4}}a$에서 $a=\frac{1}{4}$

$b=\log_{\frac{1}{4}}4=\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}=-1$

52) 8

53) $D(3,\ 1)$

⇨ 점 B의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 1이므로 점 A의 좌표는 $(a,\ 1)$이다.

이때, 점 A는 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점이므로 $1=\log_2 a$ $\therefore\ a=2$

따라서 점 A의 좌표는 $(2,\ 1)$이고 $\overline{AD}=1$이므로 점 D의 좌표는 $(3,\ 1)$이다.

54) 64

⇨ $\log_2 k-\log_4 k=3$이므로 $\frac{1}{2}\log_2 k=3$

$\log_2 k=6$ $\therefore\ k=2^6=64$

55) 9

⇨ $A(3,\ 0)$이므로 $D(0,\ \log_a 3)$

$C(81,0)$이므로 $F(0,\ \log_a 81)$

$E(0,\ t)$라고 하자.

$\overline{EF}=t-\log_a 81$, $\overline{DE}=\log_a 3-t$

$\overline{EF}=2\overline{DE}$이므로 $t-\log_a 81=2(\log_a 3-t)$

$t-\log_a 81=2\log_a 3-2t$

$3t=2\log_a 3+\log_a 81=2\log_a 3+4\log_a 3=6\log_a 3$

$t=2\log_a 3=\log_a 9$

따라서 $E(0,\ \log_a 9)$이므로 $B(9,0)$

56) $c<d<a<b$

57) ○

⇨ $0<a<1$, $0<b<1$일 때, 함수 $y=\log_b x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값이 감소하고, 점 $(1,\ 0)$을 지나므로 $\log_b a>0$

58) ○

⇨ $a>b>1$의 각 변에 밑이 $a\ (a>1)$인 로그를 취하면 $\log_a a>\log_a b>\log_a 1$ $\therefore\ 1>\log_a b$

$a>b>1$의 각 변에 밑이 $b\ (b>1)$인 로그를 취하면 $\log_b a>\log_b b>\log_b 1$ $\therefore\ \log_b a>1$

따라서 $\log_a b<1<\log_b a$이므로 $\log_a b<\log_b a$

59) ×

⇨ $a>b>1$일 때, $\log_{a^2}b^2=\frac{2}{2}\log_a b=\log_a b$

60) $\log_2 10>\log_2 6$

⇨ 함수 $y=\log_2 x$는 밑이 2이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$10>6$이므로 $\log_2 10>\log_2 6$

61) $\log_2\sqrt{7}<\log_2 7$

⇨ 함수 $y=\log_2 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때, $\sqrt{7}<7$이므로 $\log_2\sqrt{7}<\log_2 7$

62) $\log_4 42<\log_2 7$

⇨ $\log_4 42$, $\log_2 7=\log_{2^2}7^2=\log_4 49$이고,

함수 $y=\log_4 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때, $42<49$이므로

$\log_4 42<\log_4 49$ $\therefore\ \log_4 42<\log_2 7$

63) $\log_2 10>2\log_2 3$

⇨ $2\log_2 3=\log_2 3^2=\log_2 9$

함수 $y=\log_2 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $\log_2 10>\log_2 9$ $\therefore\ \log_2 10>2\log_2 3$

64) $\log_3 2<\log_9 16$

⇨ $\log_9 16=\log_{3^2}4^2=\log_3 4$

함수 $y=\log_3 x$는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $\log_3 2<\log_3 4$ $\therefore\ \log_3 2<\log_9 16$

65) $\log_{\frac{1}{3}}7<-\log_3 5$

⇨ $-\log_3 5=\log_{\frac{1}{3}}5$이고, 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때, $7>5$이므로

$\log_{\frac{1}{3}}7<\log_{\frac{1}{3}}5$ $\therefore\ \log_{\frac{1}{3}}7<-\log_3 5$

66) $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{7} < -\log_{\frac{1}{3}}8$

⇨ $-\log_{\frac{1}{3}}8 = \log_{\frac{1}{3}}8^{-1} = \log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{8}$

함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}x$는 밑이 $\frac{1}{3}$이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. $\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$이므로

$\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{7} < \log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{8}$ $\quad\therefore$ $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{7} < -\log_{\frac{1}{3}}8$

67) $\log_3 5 > 2\log_3 2$

⇨ $2\log_3 2 = \log_3 2^2 = \log_3 4$

함수 $\log_3 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 이때 $5>4$이므로

$\log_3 5 > \log_3 4$ $\quad\therefore$ $\log_3 5 > 2\log_3 2$

68) $\log_{\frac{1}{3}}6 < -\log_3 5$

⇨ $\log_{\frac{1}{3}}6$, $-\log_3 5 = \log_{3^{-1}}5 = \log_{\frac{1}{3}}5$

함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때, $6>5$이므로 $\log_{\frac{1}{3}}6 < \log_{\frac{1}{3}}5$

$\therefore$ $\log_{\frac{1}{3}}6 < -\log_3 5$

69) $\log_{\frac{1}{4}}5 > \log_{\frac{1}{4}}8$

⇨ 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때, $5<8$이므로 $\log_{\frac{1}{4}}5 > \log_{\frac{1}{4}}8$

70) $\log_2 3 < \log_2 7$

⇨ 함수 $y=\log_2 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때, $3<7$이므로$\log_2 3 < \log_2 7$

71) $\log_3 5 < -\log_3\frac{1}{6}$

⇨ $-\log_3\frac{1}{6} = \log_3\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = \log_3 6$

함수 $y=\log_3 x$는 밑이 3이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$5<6$이므로 $\log_3 5 < \log_3 6$ $\therefore$ $\log_3 5 < -\log_3\frac{1}{6}$

72) $\log_{\frac{1}{5}}4 < \log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{10}$

⇨ 함수 $y=\log_{\frac{1}{5}}$는 밑이 $\frac{1}{5}$이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$4 > \frac{1}{10}$이므로 $\log_{\frac{1}{5}}4 < \log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{10}$

73) $\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}}27 < \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}7$

⇨ $\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}}27 = \log_{\frac{1}{2}}(3^3)^{\frac{1}{3}} = \log_{\frac{1}{2}}3$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}7 = \log_{\frac{1}{2}}7^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{7}$

함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $\log_{\frac{1}{2}}3 < \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{7}$

$\therefore$ $\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}}27 < \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}7$

74) $\log_2\sqrt{8} < \log_2 3 < \log_2 8$

⇨ $\log_2 3 = \log_2\sqrt{9}$, $\log_2 8 = \log_2\sqrt{64}$

함수 $y=\log_2 x$는 밑이 2이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$\sqrt{8} < 3 = \sqrt{9} < 8 = \sqrt{64}$이므로

$\log_2\sqrt{8} < \log_2\sqrt{9} < \log_2\sqrt{64}$

따라서 작은 것부터 나열하면

$\log_2\sqrt{8}$, $\log_2 3$, $\log_2 8$

75) $4\log_{\frac{1}{4}}2 < \log_{\frac{1}{4}}8 < \log_{\frac{1}{4}}\sqrt{8}$

⇨ $4\log_{\frac{1}{4}}2 = \log_{\frac{1}{4}}16$이고, 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이때, $16 > 8 > \sqrt{8}$이므로

$\log_{\frac{1}{4}}16 < \log_{\frac{1}{4}}8 < \log_{\frac{1}{4}}\sqrt{8}$

76) $2\log_5 2 < \frac{1}{2}\log_5 75 < 3\log_5 4$

⇨$2\log_5 2 = \log_5 2^2 = \log_5 4$,

$3\log_5 4 = \log_5 4^3 = \log_5 64$,

$\frac{1}{2}\log_5 75 = \log_5\sqrt{75}$

함수 $y=\log_5 x$는 밑이 5이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$4 < \sqrt{75} < 64$이므로 $\log_5 4 < \log_5\sqrt{75} < \log_5 64$

따라서 작은 것부터 나열하면

$2\log_5 2$, $\frac{1}{2}\log_5 75$, $3\log_5 4$

77) $\log_5 6 < \log_5\sqrt{40} < 2\log_5 3$

⇨ $2\log_5 3 = \log_5 9$이고, 함수 $y=\log_5 x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이때, $6 < \sqrt{40} < 9$이므로

$\log_5 6 < \log_5 \sqrt{40} < \log_5 9$

$\therefore \log_5 6 < \log_5 \sqrt{40} < 2\log_5 3$

78) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{10} < \log_{\frac{1}{3}} 3 < \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{7}$

⇨ 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$는 밑이 $\frac{1}{3}$이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$\sqrt{7} < 3 = \sqrt{9} < \sqrt{10}$이므로

$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{10} < \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{9} < \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{7}$

따라서 작은 것부터 나열하면

$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{10}$, $\log_{\frac{1}{3}} 3$, $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{7}$