



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 등비급수의 수렴과 발산

(1) 등비급수 : 첫째항이 $a(a \neq 0)$, 공비가 r 인 등비수열 $\{ar^{n-1}\}$ 의 각 항을 덧셈 기호 $+$ 로 연결한 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + \dots \text{을 첫째항이}$$

 a , 공비가 r 인 등비급수라 한다.

(2) 등비급수의 수렴과 발산

등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} (a \neq 0)$ 에 대하여① $|r| < 1$ 일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$ 이다.② $|r| \geq 1$ 일 때, 발산한다.

■ 다음 등비급수의 수렴, 발산을 조사하여라.

1. $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots$

2. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

3. $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{2^{n-1}} + \dots$

4. $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$

5. $\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + 9 + \dots$

6. $1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + \dots$

7. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

8. $3 + \frac{9}{4} + \frac{27}{16} + \frac{81}{64} + \dots$

9. $1 - 3\sqrt{3} + 27 - 81\sqrt{3} + \dots$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{4}\right)^n$

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 3^n$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} (2 - \sqrt{3})^{n+1}$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (2 + \sqrt{2})^{n-1}$$

▣ 다음 등비급수의 수렴과 발산을 조사하고, 수렴하면 그 합을 구하여라.

$$15. \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$16. 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$17. \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$18. 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$19. 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{16} + \left(-\frac{1}{64}\right) + \dots$$

$$20. 1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \frac{16}{81} - \dots$$

$$21. 1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \frac{81}{256} + \dots$$

$$22. 2 + \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \frac{2}{125} + \dots$$

$$23. 0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001 + \dots$$

$$24. 1 - \sqrt{3} + 3 - 3\sqrt{3} + 9 - 9\sqrt{3} + \dots$$

$$25. 1 - \sqrt{5} + 5 - 5\sqrt{5} + 25 - 25\sqrt{5} + \dots$$

$$26. \sqrt{5} - \frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{5}}{4} - \frac{25}{8} + \dots$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n$$

$$31. \sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$32. \sum_{n=1}^{\infty} 2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$$

02 등비급수의 수렴 조건

등비수열 $\{r^n\}$ 에 대하여

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$ 의 수렴 조건 $\Leftrightarrow -1 < r \leq 1$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ 의 수렴 조건 $\Leftrightarrow -1 < r < 1$

■ 다음 등비급수가 수렴하도록 하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

33. $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

34. $1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + \dots$

35. $x + 2x^2 + 4x^3 - 8x^4 + \dots$

36. $1 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x^2 + \frac{27}{8}x^3 + \dots$

37. $1 + \frac{(1-x)}{2} + \frac{(1-x)^2}{4} + \frac{(1-x)^3}{8} + \dots$

38. $1 + \frac{(1-x)^2}{4} + \frac{(1-x)^4}{16} + \frac{(1-x)^6}{64} + \dots$

39. $(2-x) + (2-x)^2 + (2-x)^3 + (2-x)^4 + \dots$

40. $x(1-x) + x(1-x)^2 + x(1-x)^3 + \dots$

41. $x + x(1-x) + x(1-x)^2 + x(1-x)^3 + \dots$

42. $x + x(x-2) + x(x-2)^2 + x(x-2)^3 + \dots$

43. $x + x^2(x-2) + x^3(x-2)^2 + x^4(x-2)^3 + \dots$

44. $(x-1) + (x-1)(2x-1) + (x-1)(2x-1)^2 + (x-1)(2x-1)^3 + \dots$

45. $(1-x) + \frac{1-x}{x} + \frac{1-x}{x^2} + \frac{x-1}{x^3} + \dots$

46. $(x+2) + (x+2)\frac{x}{2} + (x+2)\frac{x^2}{4} + (x+2)\frac{x^3}{8} + \dots$

47. $x + \frac{x(x-2)}{2} + \frac{x(x-2)^2}{2^2} + \frac{x(x-2)^3}{2^3} + \dots$

48. $x + \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-3)^2}{4} + \frac{x(x-3)^3}{8} + \dots$

49. $x + \frac{x(1-x)}{3} + \frac{x(1-x)^2}{3^2} + \frac{x(1-x)^3}{3^3} + \dots$

$$50. (x-3) - \frac{(2x+1)(x-3)}{2} + \frac{(2x+1)^2(x-3)}{4} - \frac{(2x+1)^3(x-3)}{8} + \dots$$

$$51. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$$

$$52. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$$

$$53. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-1}{3}\right)^n$$

$$54. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-3}{5}\right)^n$$

$$55. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-1}{7}\right)^{n-1}$$

$$56. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-4}{3}\right)^{n+1}$$

$$57. \sum_{n=1}^{\infty} (-x+1)^n$$

$$58. \sum_{n=1}^{\infty} (1-x^2)^n$$

$$59. \sum_{n=1}^{\infty} x(1-x)^{n-1}$$

$$60. \sum_{n=1}^{\infty} x(x-2)^{n-1}$$

$$61. \sum_{n=1}^{\infty} (x-2)(-2x)^{n-1}$$

$$62. \sum_{n=1}^{\infty} x\left(\frac{x-3}{2}\right)^n$$

$$63. \sum_{n=1}^{\infty} (x+1)\left(\frac{1-x}{2}\right)^{n-1}$$

$$64. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)(x-1)^n}{3^n}$$

$$65. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)(x-2)^n}{3^n}$$



정답 및 해설

1) 수렴

⇒ 공비 $-1 < r\left(=\frac{2}{3}\right) < 1$ 이므로 수렴

2) 수렴

⇒ 공비는 $r=-\frac{1}{3}$ 이므로 $|r| < 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 수렴한다.

3) 수렴

⇒ 공비 $-1 < r\left(=\frac{1}{2}\right) < 1$ 이므로 수렴

4) 수렴

⇒ 공비 $-1 < r\left(=-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) < 1$ 이므로 수렴

5) 발산

⇒ 공비 $r(=\sqrt{3}) > 1$ 이므로 발산

6) 발산

⇒ 공비는 $r=-\sqrt{2}$ 이므로 $|r| \geq 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 발산한다.

7) 발산

⇒ 공비 $r=-1$ 은 $|-1| \geq 1$ 이므로 발산

8) 수렴

⇒ 공비는 $r=\frac{3}{4}$ 이므로 $|r| < 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 수렴한다.

9) 발산

⇒ 공비는 $r=-3\sqrt{3}$ 이므로 $|r| \geq 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 발산한다.

10) 수렴

⇒ 공비는 $r=\frac{1}{3}$ 이므로 $|r| < 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 수렴한다.

11) 발산

⇒ 공비는 $r=\frac{7}{4}$ 이므로 $|r| \geq 1$ 이다.
따라서 주어진 등비급수는 발산한다.

12) 발산

⇒ $\left(\frac{1}{2}\right)^n \times 3^n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ 에서 공비 $r\left(=\frac{3}{2}\right) > 1$ 이므로 발산

13) 수렴

⇒ 공비 $r=2-\sqrt{3}$ 은 $-1 < 2-\sqrt{3} < 1$ 이므로 수렴

14) 발산

⇒ 공비 $r(=2+\sqrt{2}) > 1$ 이므로 발산

15) 수렴, 1

⇒ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 은 첫째항이 $\frac{1}{2}$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인

등비수열이고, 주어진 급수의 제 n 항까지의 부분합을 S_n 이라고 하면

$$S_n = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$$

16) 수렴, 2

⇒ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{2}$

인 등비수열이고, 주어진 급수의 제 n 항까지의 부분합을 S_n 이라고 하면

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2$$

17) 수렴, $\frac{1}{2}$

⇒ $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ 은 첫째항이 $\frac{1}{3}$, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인

등비수열이고, 주어진 급수의 제 n 항까지의 부분합을 S_n 이라고 하면

$$S_n = \frac{\frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right\}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2}$$

18) 수렴, $\frac{3}{2}$

⇒ 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{3}$ 이고, $-1 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로
주어진 등비급수는 수렴한다. 따라서 그 합은

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

19) 수렴, $\frac{4}{5}$

⇒ 첫째항이 1, 공비가 $-\frac{1}{4}$ 이고, $-1 < -\frac{1}{4} < 1$ 이므로
주어진 등비급수는 수렴한다. 따라서 그 합은

$$\frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{4} \right)} = \frac{4}{5}$$

20) 수렴, $\frac{3}{5}$

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = -\frac{2}{3}$ 이다. $|r| < 1$ 이므로 이 등비급수는 수렴하고 그 합은 $\frac{1}{1 - (-\frac{2}{3})} = \frac{3}{5}$

21) 수렴, 4

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = \frac{3}{4}$ 이고 $|r| < 1$ 이므로 이 등비급수는 수렴한다.

그 합 S 는 $S = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 4$

22) 수렴, $\frac{5}{2}$

⇒ $2, \frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \frac{2}{125}, \dots$ 은 첫째항이 2, 공비가 $\frac{1}{5}$ 인 등비수열이고, 주어진 급수의 제 n 항까지의 부분합을 S_n 이라고 하면

$$S_n = \frac{2\left\{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{5}{2}$$

23) 수렴, $\frac{1}{9}$

⇒ 첫째항이 0.1, 공비가 0.1이고, $-1 < 0.1 < 1$ 이므로 주어진 등비급수는 수렴한다. 따라서 그 합은 $\frac{0.1}{1 - 0.1} = \frac{1}{9}$

24) 발산

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = -\sqrt{3}$ 이고 $|r| \geq 1$ 이므로 이 등비급수는 발산한다.

25) 발산

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = -\sqrt{5}$ 이다. $|r| > 1$ 이므로 이 등비급수는 발산한다.

26) 발산

⇒ 공비가 $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 이고, $-\frac{\sqrt{5}}{2} < -1$ 이므로 주어진 등비급수는 발산한다.

27) 수렴, 2

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = \frac{1}{2}$ 이고 $|r| < 1$ 이므로 이 등비급수는 수렴한다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

28) 수렴, $\frac{2}{3}$

⇒ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 에서 첫째항이 1, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 이고, $-1 < -\frac{1}{2} < 1$ 이므로 주어진 등비급수는 수렴한다. 따라서 그 합은 $\frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{2}{3}$

29) 수렴, 4

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 1, 공비 $r = \frac{3}{4}$ 이다. $|r| < 1$ 이므로 이 등비급수는 수렴하고 그 합은 $\frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 4$

30) 발산

⇒ 주어진 등비급수는 첫째항이 2, 공비 $r = 2$ 이고 $|r| \geq 1$ 이므로 이 등비급수는 발산한다.

31) 발산

⇒ 주어진 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \left(\frac{2}{3}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4}{3}\right)^n$ 은 첫째항과 공비가 모두 $-\frac{4}{3}$ 이다.

$|r| > 1$ 이므로 이 등비급수는 발산한다.

32) 발산

⇒ $\sum_{n=1}^{\infty} 2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$ 에서 공비가 $\frac{5}{3}$ 이고, $\frac{5}{3} > 1$ 이므로 주어진 등비급수는 발산한다.

33) $-1 < x < 1$

⇒ 주어진 등비급수의 공비가 x 이므로 수렴하려면 $-1 < x < 1$

34) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

⇒ 주어진 등비급수의 공비가 $-2x$ 이므로 수렴하려면 $-1 < -2x < 1 \quad \therefore -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

35) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

⇒ 주어진 등비급수의 공비가 $2x$ 이므로 수렴하려면 $-1 < 2x < 1 \quad \therefore -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

36) $-\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$

⇒ 공비가 $\frac{3}{2}x$ 이므로 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{3}{2}x < 1 \quad \therefore -\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$$

$$37) -1 < x < 3$$

⇒ 공비가 $\frac{1-x}{2}$ 이므로 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{1-x}{2} < 1$$

$$-2 < 1-x < 2, \quad -3 < -x < 1$$

$$\therefore -1 < x < 3$$

$$38) -1 < x < 3$$

⇒ 공비가 $\frac{(1-x)^2}{4}$ 이므로 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{(1-x)^2}{4} < 1$$

$$-4 < (1-x)^2 < 4, \quad -2 < 1-x < 2$$

$$-3 < -x < 1 \quad \therefore -1 < x < 3$$

$$39) 1 < x < 3$$

⇒ (i) $2-x=0$ 에서 $x=2$

(ii) $-1 < 2-x < 1$ 에서 $-3 < -x < -1$

$$\therefore 1 < x < 3$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$1 < x < 3$$

$$40) 0 \leq x < 2$$

⇒ (i) $x(1-x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$

(ii) 공비가 $1-x$ 이므로 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < 1-x < 1, \quad -2 < -x < 0 \quad \therefore 0 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$0 \leq x < 2$$

$$41) 0 \leq x < 2$$

⇒ (i) $x=0$ 이면 첫째항이 0이므로 0으로 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 주어진 등비급수는 첫째항이 x 이고, 공비가 $1-x$ 이다. 따라서 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < 1-x < 1, \quad -2 < -x < 0 \quad \therefore 0 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$0 \leq x < 2$$

$$42) x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 3$$

⇒ (i) $x=0$ 이면 첫째항이 0이므로 0으로 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 주어진 등비급수는 첫째항이 x 이고, 공비가 $x-2$ 이다. 따라서 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < x-2 < 1 \quad \therefore 1 < x < 3$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는 $x=0$ 또는 $1 < x < 3$

$$43) 1-\sqrt{2} < x < 1 \text{ 또는 } 1 < x < 1+\sqrt{2}$$

⇒ (i) $x=0$ 이면 첫째항이 0이므로 0으로 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 주어진 등비급수는 첫째항이 x 이고,

공비가 $x(x-2)$ 이다. 따라서 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < x(x-2) < 1$$

$$x^2-2x+1 > 0 \text{ 또는 } x^2-2x-1 < 0$$

$$(x-1)^2 > 0 \text{ 또는 } 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$$

$$x \neq 1 \text{ 또는 } 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$$

$$\therefore 1-\sqrt{2} < x < 1 \text{ 또는 } 1 < x < 1+\sqrt{2}$$

$$44) 0 < x \leq 1$$

⇒ (i) $x-1=0$ 에서 $x=1$ 이면 첫째항이 0이므로 0으로 수렴한다.

(ii) $x \neq 1$ 이면 주어진 등비급수는 첫째항이 $x-1$ 이고, 공비가 $2x-1$ 이다. 따라서 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < 2x-1 < 1, \quad 0 < 2x < 2 \quad \therefore 0 < x < 1$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$0 < x \leq 1$$

$$45) x < -1, \quad x \geq 1$$

⇒ (i) $x=1$ 일 때, 첫째항이 0이므로 0으로 수렴한다.

(ii) $x \neq 1$ 일 때, 공비는 $\frac{1}{x}$ 이고 $-1 < \frac{1}{x} < 1$ 이면 수렴하므로 $x < -1, \quad x > 1$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는 $x < -1, \quad x \geq 1$

$$46) -2 \leq x < 2$$

⇒ (i) $x+2=0$ 에서 $x=-2$ 이면 $0+0+0+\dots$ 이므로 0에 수렴한다.

(ii) $x \neq -2$ 이면 첫째항이 $x+2$ 이고, 공비가 $\frac{x}{2}$ 인 등비급수이다. 따라서 이 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{x}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < x < 2$$

(i), (ii)에서 주어진 등비급수가 수렴하기 위한 x 의 값의 범위는 $-2 \leq x < 2$ 이다.

$$47) 0 \leq x < 4$$

⇒ (i) $x=0$ 이면 $0+0+0+\dots$ 이므로 0에 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 첫째항이 x 이고, 공비가 $\frac{x-2}{2}$ 인 등비급수이다. 따라서 이 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{x-2}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < x-2 < 2$$

$$\therefore 0 < x < 4$$

(i), (ii)에서 주어진 등비급수가 수렴하기 위한 x 의 값의 범위는 $0 \leq x < 4$ 이다.

$$48) x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 5$$

⇒ (i) $x=0$ 이면 $0+0+0+\dots$ 이므로 0에 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 첫째항이 x 이고, 공비가 $\frac{x-3}{2}$ 인 등비급수이다. 따라서 이 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{x-3}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < x-3 < 2$$

$$\therefore 1 < x < 5$$

(i), (ii)에서 주어진 등비급수가 수렴하기 위한 x 의 값의 범위는 $x=0$ 또는 $1 < x < 5$ 이다.

$$49) -2 < x < 4$$

\Rightarrow (i) $x=0$ 이면 $0+0+0+\dots$ 이므로 0에 수렴한다.

(ii) $x \neq 0$ 이면 첫째항이 x 이고, 공비가 $\frac{1-x}{3}$ 인 등비급수이다. 따라서 이 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < \frac{1-x}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < 1-x < 3$$

$$-4 < -x < 2 \quad \therefore -2 < x < 4$$

(i), (ii)에서 주어진 등비급수가 수렴하기 위한 x 의 값의 범위는 $-2 < x < 4$ 이다.

$$50) x=3 \text{ 또는 } -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$$

\Rightarrow (i) $x-3=0$ 에서 $x=3$ 이면

$0+0+0+\dots$ 이므로 0에 수렴한다.

(ii) $x \neq 3$ 이면 첫째항이 $x-3$ 이고, 공비가 $-\frac{2x+1}{2}$ 인 등비급수이다. 따라서 이 등비급수가 수렴하려면

$$-1 < -\frac{2x+1}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < 2x+1 < 2$$

$$-3 < 2x < 1 \quad \therefore -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 등비급수가 수렴하기 위한 x 의 값의 범위는 $x=3$ 또는 $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$ 이다.

$$51) -2 < x < 2$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $\frac{x}{2}=0$ 에서 $x=0$

$$(ii) -1 < \frac{x}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-2 < x < 2$$

$$52) -2 < x < 4$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $\frac{x-1}{3}=0$ 에서 $x-1=0 \quad \therefore x=1$

$$(ii) -1 < \frac{x-1}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < x-1 < 3$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-2 < x < 4$$

$$53) -1 < x < 2$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $\frac{2x-1}{3}=0$ 에서 $2x-1=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$

$$(ii) -1 < \frac{2x-1}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < 2x-1 < 3$$

$$-2 < 2x < 4 \quad \therefore -1 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-1 < x < 2$$

$$54) -1 < x < 4$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $\frac{2x-3}{5}=0$ 에서 $2x-3=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$$(ii) -1 < \frac{2x-3}{5} < 1 \text{ 에서 } -5 < 2x-3 < 5$$

$$-2 < 2x < 8 \quad \therefore -1 < x < 4$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-1 < x < 4$$

$$55) -3 < x < 4$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{2x-1}{7} < 1 \text{ 에서 } -7 < 2x-1 < 7$$

$$-6 < 2x < 8 \quad \therefore -3 < x < 4$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-3 < x < 4$$

$$56) 1 < x < 7$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $\left(\frac{x-4}{3}\right)^2=0$ 에서 $x=4$

$$(ii) -1 < \frac{x-4}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < x-4 < 3$$

$$\therefore 1 < x < 7$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$1 < x < 7$$

$$57) 0 < x < 2$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $-x+1=0$ 에서 $x=1$

$$(ii) -1 < -x+1 < 1 \text{ 에서 } -2 < -x < 0$$

$$\therefore 0 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$0 < x < 2$$

$$58) -\sqrt{2} < x < 0 \text{ 또는 } 0 < x < \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $1-x^2=0$ 에서 $x^2=1 \quad \therefore x=\pm 1$

$$(ii) -1 < 1-x^2 < 1 \text{ 에서 } -2 < -x^2 < 0$$

$$0 < x^2 < 2 \quad \therefore -\sqrt{2} < x < 0 \text{ 또는 } 0 < x < \sqrt{2}$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-\sqrt{2} < x < 0 \text{ 또는 } 0 < x < \sqrt{2}$$

$$59) 0 \leq x < 2$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $x=0$

$$(ii) -1 < 1-x < 1 \text{ 에서 } -2 < -x < 0$$

$$\therefore 0 < x < 2$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$0 \leq x < 2$$

$$60) x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 3$$

$$\Rightarrow$$
 (i) $x=0$

$$(ii) -1 < x-2 < 1 \text{ 에서 } 1 < x < 3$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 3$$

$$61) \quad x=2 \text{ 또는 } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (i) \quad x-2=0 \text{ 에서 } x=2$$

$$(ii) \quad -1 < -2x < 1 \text{ 에서 } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$x=2 \text{ 또는 } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$62) \quad x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 5$$

$$\Rightarrow (i) \quad \frac{x(x-3)}{2}=0 \text{ 에서 } x=0 \text{ 또는 } x=3$$

$$(ii) \quad -1 < \frac{x-3}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < x-3 < 2$$

$$\therefore 1 < x < 5$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$x=0 \text{ 또는 } 1 < x < 5$$

$$63) \quad -1 \leq x < 3$$

$$\Rightarrow (i) \quad x+1=0 \text{ 에서 } x=-1$$

$$(ii) \quad -1 < \frac{1-x}{2} < 1 \text{ 에서 } -2 < 1-x < 2$$

$$-3 < -x < 1 \quad \therefore -1 < x < 3$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-1 \leq x < 3$$

$$64) \quad -2 \leq x < 4$$

$$\Rightarrow (i) \quad \frac{(x+2)(x-1)}{3}=0 \text{ 에서}$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

$$(ii) \quad -1 < \frac{x-1}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < x-1 < 3$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-2 \leq x < 4$$

$$65) \quad -1 \leq x < 5$$

$$\Rightarrow (i) \quad \frac{(x+1)(x-2)}{3}=0 \text{ 에서}$$

$$x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

$$(ii) \quad -1 < \frac{x-2}{3} < 1 \text{ 에서 } -3 < x-2 < 3$$

$$\therefore -1 < x < 5$$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는

$$-1 \leq x < 5$$