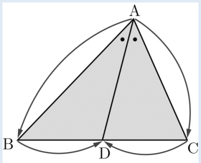
6-2-2.삼각형의 각의 이등분선_비상(김원경)

개념check

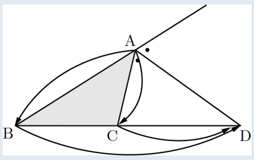
[삼각형의 내각의 이등분선]

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



[삼각형의 외각의 이등분선]

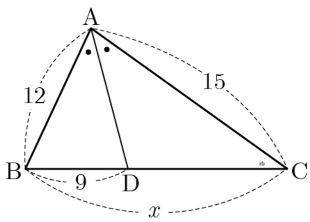
$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 하면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



평가문제

[중단원 학습 점검]

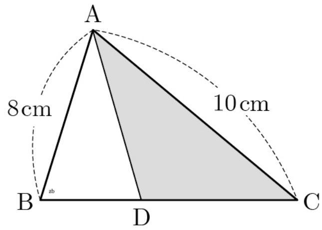
1. 다음 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 할 때, x의 값을 구하면?



① $\frac{81}{4}$ ② $\frac{41}{2}$
③ $\frac{83}{4}$ ④ 21
⑤ $\frac{85}{4}$

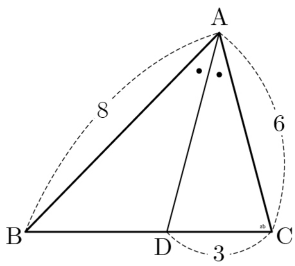
유사문제

2. $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이고, $\overline{AB}=8\,cm$, $\overline{AC}=10\,cm$, $\triangle ABD=24\,cm^2$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?



① $20\,cm^2$ ② $\frac{49}{2}\,cm^2$
③ $26\,cm^2$ ④ $\frac{75}{2}\,cm^2$
⑤ $30\,cm^2$

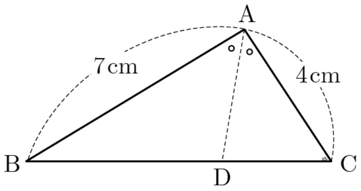
3. $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 할 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

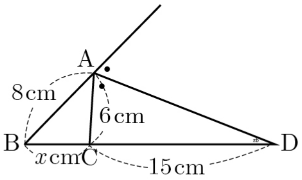
4. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이고, $\triangle ACD=8\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?

I410-UCI(KEPA)-0199-2020-001-000224255



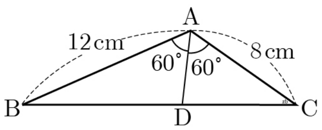
① $18\,\mathrm{cm}^2$ ② $19\,\mathrm{cm}^2$
③ $20\,\mathrm{cm}^2$ ④ $21\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

5. $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점이 D이고 $\overline{AB}=8\mathrm{cm}$, $\overline{AC}=6\mathrm{cm}$, $\overline{CD}=15\mathrm{cm}$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



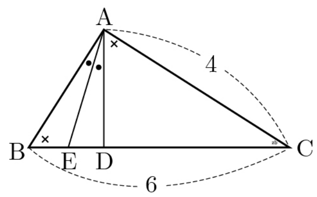
① 3cm ② 4cm
③ 5cm ④ 6cm
⑤ 8cm

6. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle BAD=\angle CAD=60°$일 때, $\overline{AD}$의 길이는?



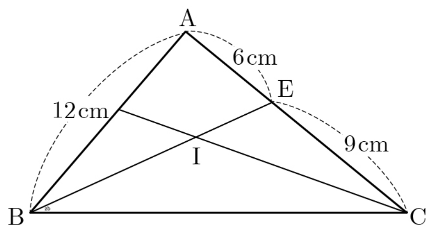
① $\frac{24}{5}$cm ② 5cm
③ $\frac{27}{5}$cm ④ 6cm
⑤ 7cm

7. 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=\angle DAC$이고 $\overline{AE}$는 $\angle BAD$의 이등분선이다. $\overline{BC}=6\mathrm{cm}$, $\overline{AC}=4\mathrm{cm}$일 때, $\overline{ED}$의 길이를 구하면?



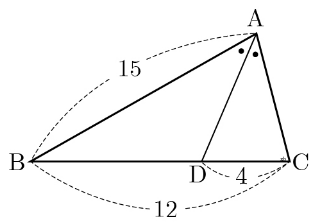
① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$
③ 2 ④ $\frac{7}{3}$
⑤ $\frac{8}{3}$

8. 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\overline{AB}=12\,\mathrm{cm}$, $\overline{AE}=6\,\mathrm{cm}$, $\overline{EC}=9\,\mathrm{cm}$이다.
이때 $\frac{\overline{IE}}{\overline{BI}}$의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$
③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{5}{8}$
⑤ $\frac{2}{3}$

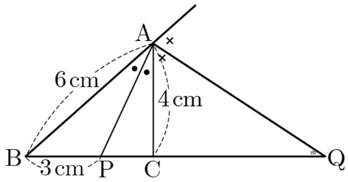
9. 다음 그림에서 $\angle BAD=\angle CAD$일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하면?



① $\frac{14}{3}$ ② 5
③ $\frac{15}{2}$ ④ 7
⑤ 8

10. 다음 그림에서 $\overline{AP}$는 $\angle A$의 이등분선, $\overline{AQ}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이다. $\overline{AB}=6\mathrm{cm}$, $\overline{BP}=3\mathrm{cm}$, $\overline{AC}=4\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABP$의 넓이는 $12\mathrm{cm}^2$이다. $\triangle ACQ$의 넓이를 구하면?

I410-UCI(KEPA)-0199-2020-001-000224255



① 20cm^2　　② 24cm^2　　③ 32cm^2

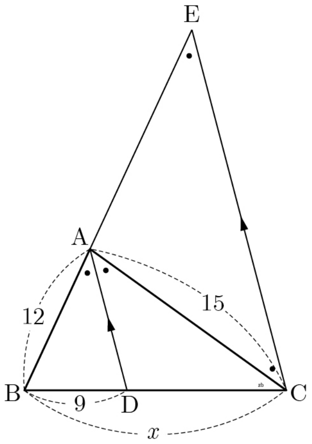
④ 36cm^2　　⑤ 40cm^2

I410-UCI(KEPA)-0199-2020-001-000224255

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 다음 그림과 같이 점 C를 지나고 $\overline{\text{AD}}$에 평행한 직선이 $\overline{\text{AB}}$의 연장선과 만나는 점을 E라고 하면



$\angle\text{BAD} = \angle\text{AEC}$ (동위각),

$\angle\text{DAC} = \angle\text{ACE}$ (엇각)이므로 $\angle\text{AEC} = \angle\text{ACE}$

따라서 $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{AC}} = 15$

이때 $\triangle\text{BCE}$에서 $\overline{\text{AD}} // \overline{\text{EC}}$이므로

$\overline{\text{BD}} : \overline{\text{BC}} = \overline{\text{BA}} : \overline{\text{BE}}$에서

$9 : x = 12 : 27$

$\therefore x = \dfrac{81}{4}$

2) [정답] ⑤

[해설] $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$\overline{BD} : \overline{CD} = 8 : 10 = 4 : 5$

이때 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 5$이므로

$24cm^2 : \triangle ADC = 4 : 5$

$\therefore \triangle ADC = 30cm^2$

3) [정답] ①

[해설] $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$에서

$8 : 6 = \overline{BD} : 3 \rightarrow \overline{BD} = 4$

$\therefore \overline{BC} = 4 + 3 = 7$

4) [정답] ⑤

[해설] $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 7 : 4$

이때 $\triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD} = 11 : 4$이므로

$\triangle ABC : 8cm^2 = 11 : 4$

$\therefore \triangle ABC = 22cm^2$

5) [정답] ③

[해설] $\angle A$의 외각의 이등분선 $\overline{AD}$에서

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CD}$이므로

$8 : (x + 15) = 6 : 15$

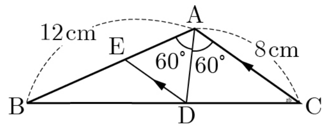
$8 : (x + 15) = 2 : 5$

$x + 15 = 20$

$\therefore x = 5$

6) [정답] ①

[해설]



점 D에서 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그렸을 때 $\overline{AB}$와 만나는 점을 E라 하면

$\angle EDA = \angle DAC = 60°$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$이므로

$\overline{BE} : \overline{EA} = 3 : 2$

따라서 $\overline{EA} = \dfrac{2}{5}\overline{AB} = \dfrac{24}{5}cm$

이때 $\triangle ADE$의 세 내각의 크기가 모두 같으므로 $\triangle ADE$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{EA} = \dfrac{24}{5}cm$

7) [정답] ②

[해설] $\triangle ACD \backsim \triangle BCA$($AA$ 닮음)이므로

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{CA}$이므로

$2 : 3 = \overline{CD} : 4 \rightarrow \overline{CD} = \dfrac{8}{3}$, $\overline{BD} = 6 - \dfrac{8}{3} = \dfrac{10}{3}$

또한 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BA} = 2 : 3$ …㉠

이제 $\angle BAD$의 이등분선 $\overline{AE}$에서

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BE}$

$\overline{DE} = x$라 하고 ㉠에서

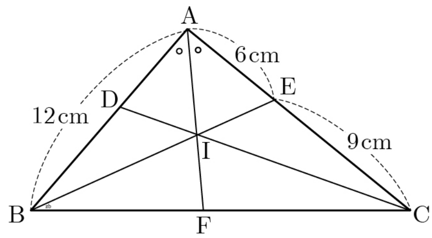
$2 : 3 = x : (\dfrac{10}{3} - x)$

$3x = \dfrac{20}{3} - 2x$

$\therefore x = \dfrac{4}{3}$

8) [정답] ①

[해설]



점 I는 $\triangle ABC$의 세 각의 이등분선의 교점이므로 $\overline{AI}$는 $\angle BAE$의 이등분선이다.

따라서 $\triangle ABE$에서 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BI} : \overline{EI}$이므로

$\overline{BI} : \overline{EI} = 12 : 6 = 2 : 1$

I410-UCI(KEPA)-0199-2020-001-000224255

$\therefore \dfrac{\overline{IE}}{\overline{BI}} = \dfrac{1}{2}$

9) [정답] ③

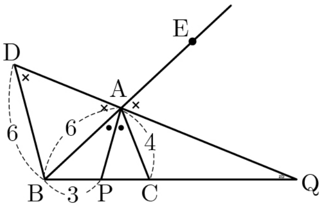
[해설] $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$에서

$15 : \overline{AC} = 8 : 4$

$\therefore \overline{AC} = \dfrac{15}{2}$

10) [정답] ⑤

[해설] 

삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해서

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{PC}$이므로

$6 : 4 = 3 : \overline{PC}$, $\therefore \overline{PC} = 2cm$

또, $\overline{AQ}$의 연장선 위에 있는 $\overline{AC} // \overline{DB}$인 점 D를 잡으면 $\angle QAC = \angle ADB$(동위각),

$\angle EAQ = \angle BAD$(맞꼭지각)이므로

$\overline{BA} = \overline{BD} = 6cm$이다. 이 때, $\overline{CQ} : \overline{BQ} = \overline{AC} : \overline{DB}$이므로

$\overline{CQ} : (5 + \overline{CQ}) = 4 : 6$, $6\overline{CQ} = 20 + 4\overline{CQ}$, $\therefore \overline{CQ} = 10cm$

따라서 $\overline{BP} : \overline{CQ} = 3 : 10$이므로 $\triangle ABP = 12cm^2$이면 $12 : \triangle ACQ = 3 : 10$, $\therefore \triangle ACQ = 40cm^2$