2019년 고림고 수학1 1학기 기말

DATE	
NAME	
GRADE	

1. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2=5$, $a_7=20$일 때, a_9의 값은?

① 3 ② 7 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

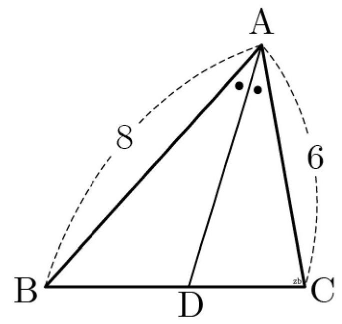
2. 수열의 합 $\sum_{k=1}^{5}(6k^2-5)$의 값은?

① 304 ② 305 ③ 306 ④ 307 ⑤ 308

3. 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+\cdots+a_5=6$, $a_6+a_7+\cdots+a_{10}=12$일 때, $a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{25}$의 값은?

① 168 ② 178 ③ 188 ④ 198 ⑤ 208

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$, $A=60^\circ$이고, $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 선분 BD의 길이는?



① $2\sqrt{13}$ ② $\frac{8}{3}\sqrt{13}$ ③ $\frac{8}{5}\sqrt{13}$ ④ $\frac{8}{7}\sqrt{13}$ ⑤ $\frac{8}{9}\sqrt{13}$

5. ~~수열 $1, 3, 6, 10, 15, 21, \cdots$의 일반항을 a_n, n항까지의 합을 S_n이라고 할 때, $a_{10}+S_{10}$의 값은?~~

① 255 ② 260 ③ 265 ④ 270 ⑤ 275

교과과정외(계차수열)

6. x에 대한 다항식 $f(x)=x^2+ax+2a^2$을 $x-1$, $x+2$, $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

7. 매일 일정한 비율로 증가하는 어떤 미생물 a마리를 번식시켰더니 10일 후에는 36마리, 20일 후에는 81마리가 되었다고 한다. 이때 이 미생물을 번식시킨 날로부터 15일 후의 미생물의 개수는?

① 12 ② 30 ③ 54 ④ 80 ⑤ 110

8. x에 대한 이차방정식 $(\cos A+\cos C)x^2+2x\sin B+(\cos A-\cos C)=0$이 중근을 가질 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $A=90^\circ$ 인 직각삼각형 ② $B=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ④ $a=b$인 이등변 삼각형
⑤ $a=c$인 이등변 삼각형

9. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n+1}-1$일 때, $\sum_{k=1}^{5} a_{2k-1}$의 값은?

① $\frac{2^{11}+1}{3}$ ② $\frac{2^{11}-2}{3}$ ③ $\frac{2^{10}+1}{3}$ ④ $\frac{2^{10}-2}{3}$ ⑤ $\frac{2^{8}+1}{3}$

10. 첫째항이 a이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\frac{S_{2n}}{S_n}$의 값이 n의 값에 관계없이 항상 일정할 때, $\frac{a}{d}$의 값은? (단, $d\neq 0$)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

11. 수열 $\{a_n\}$의 귀납정 정의가
$a_1=\frac{1}{8}$, $a_{n+1}\div a_n=-2$ $(n=1,2,3,\cdots)$일 때, $a_k=-256$을 만족시키는 자연수 k의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

12. 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의할 때, $a_2+a_3+\cdots+a_6$의 값은?

(가) $a_1=4^8$
(나) $a_{n+1}=\log_2 a_n$

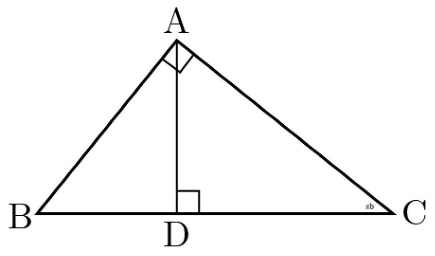
① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

13. $n \geq 4$인 모든 자연수 n에 대하여 부등식 $n! > 2^n$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다. (가), (나), (다)를 각각 $a, b, f(k)$라 하자. $f(a-b)$의 값은?

① $n=4$일 때, (좌변)$=$((가)), (우변)$=$((나)) 이때 (가) $>$ (나) 이므로 주어진 부등식이 성립한다. ② $n=k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $k! > 2^k$이고 양변에 ((다))를 곱하면 $k! \times$((다)) $> 2^k$((다)) $> 2^{k+1}$ ((다) > 2이므로) 따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식이 성립한다. ①, ②에 의하여 $n \geq 4$인 모든 자연수 n에 대하여 $n! > 2^n$이 성립한다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭지점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\triangle ABD, \triangle ADC, \triangle ABC$의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3라 할 때, S_1, S_2, S_3가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\cos^2 B + \tan^2 B$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{5+3\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{5+3\sqrt{5}}{2}$

15. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이가 2, $\overline{AB}=2, \overline{AC}=1$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}$의 길이는? (단, $\angle BAC$는 둔각이다.)

① $\frac{\sqrt{15}-3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2}$

16. $\angle O = 75^\circ$인 점 O를 꼭짓점으로 하는 $\angle AOB$의 내부에 한 점 P를 고정하고 점 P를 지나는 직선이 반직선 OA, OB와 만나는 점을 각각 X, Y라 한다. 이때, $\triangle OXY$의 면적이 최소가 되도록 하는 $\frac{\overline{XP}}{\overline{XY}}$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[서술형1] 첫째항이 18인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}=0$일 때, S_n의 최댓값을 구하는 과정을 자세히 서술하시오.

[서술형2] $\sum_{k=1}^{12}\frac{33}{(3k-1)(3k+2)}=\frac{p}{q}$일 때, $p+q$의 값을 구하고 그 과정을 자세히 서술하시오. (단, p, q는 서로소)

[서술형3] 모든 자연수 n에 대하여 등식 $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n+2}{2}$가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다. 빈칸에 알맞은 답을 쓰시오.

<증명>

(ⅰ) $n=1$일 때

(좌변)=(우변)= $\boxed{(가)}$

이므로 주어진 등식이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때

주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{k+1}\right)=\frac{k+2}{2}$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{(나)}$을 곱하면

$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{k+1}\right)\times\left(\boxed{(나)}\right)$

$=\frac{k+2}{2}\left(\boxed{(나)}\right)=\boxed{(다)}$

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서

모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

1) ⑤

2) ②

3) ①

4) ④

5) ⑤

6) ②

7) ③

8) ③

9) ①

10) ②

11) ④

12) ⑤

13) ②

14) ②

15) ⑤

16) ④

17) [서술형1] 50

18) [서술형2] 118

19) [서술형3] (가) $\frac{3}{2}$ (나) $\left(1+\frac{1}{k+2}\right)$ (다) $\frac{k+3}{2}$