3-1.등차수열과 등비수열_미래엔(황선욱)

단원 ISSUE

이 단원에서는 등차수열(등비수열)의 합을 구하는 문제, 등차수열(등비수열)의 합과 일반항 사이의 관계에 대한 문제 등이 자주 출제되며 특정한 규칙에 의해 색칠된 도형의 넓이를 구하는 문제는 빠지지 않고 출제되므로 이에 대한 반복적인 연습이 필요합니다.

평가문제

[중단원 마무리하기]

1. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2+a_5=8$, $a_4+a_8=18$일 때, a_{10}의 값을 구하면?

① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 19

[대단원 평가하기]

2. 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 29, 제 n항이 -1일 때, 첫째항부터 제 n항까지의 합의 최댓값을 구하면?

① 114　② 124　③ 134　④ 144　⑤ 155

[중단원 마무리하기]

3. 첫째항이 10인 등차수열 $\{a_n\}$의 제 4항과 제 8항은 절댓값이 같고 부호가 반대이다. 이 수열의 제 20항의 값을 구하면?

① -20　② -22　③ -24　④ -26　⑤ -28

[중단원 마무리하기]

4. 제 5항이 64, 제 17항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여, 함수 $f(n)=|a_n|$은 $n=m$일 때 최솟값을 갖는다. 이때 a_m의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2

[중단원 마무리하기]

5. 삼차방정식 $x^3-12x^2+10kx+8=0$의 세 실근이 등차수열을 이룰 때, 상수 k의 값을 구하면?

① -1　② 1　③ 3　④ 5　⑤ 7

[중단원 마무리하기]

6. 두 수 -31과 200사이에 n개의 수를 넣어 등차수열 $-31, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 200$을 만들었다. 이 수열의 공차가 자연수일 때, 가능한 n의 값 중 두 번째로 큰 값을 구하면?

① 73　② 74　③ 75　④ 76　⑤ 77

[중단원 마무리하기]

7. 첫째항이 7, 제 n항이 51인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n항까지의 합이 348이다. 이때 $a_1+a_2+\dots+a_5$의 값을 구하면?

① 71　② 73　③ 75　④ 77　⑤ 79

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[중단원 마무리하기]

8. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_{10}=35, S_{20}=270$이다. 이때 $S_{25}-S_{15}$의 값을 구하면?

① 185 ② 235 ③ 285 ④ 335 ⑤ 285

[중단원 마무리하기]

9. 가현이는 중간고사가 3주 남은 시점에서 첫 날은 영어단어를 20개 외우고, 두 번째 날은 새로운 단어를 25개 외우는 식으로 매일 5개씩 점진적으로 늘려가며 외우기로 다짐했다. 가현이가 중간고사를 보는 날, 외우게 된 단어의 개수를 구하면?

① 1170개 ② 1270개 ③ 1370개 ④ 1470개 ⑤ 1570개

[중단원 마무리하기]

10. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 제 11항 과 제 19항은 절댓값이 같고 부호가 반대이다. 이 등차수열 $\{a_n\}$에서 처음으로 음수가 나오는 항은 제 k항이다. 상수 k의 값을 구하면?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

[중단원 마무리하기]

11. 첫째항이 80이고, 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n의 최댓값은 $S_{20}=S_{21}$ 이라고 한다. 이때, a_{15}의 값을 구하면?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

[중단원 마무리하기]

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n=n^2+6n-7$일 때, $8\le a_n\le 30$을 만족시키는 자연수 n의 개수를 구하면?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

[대단원 평가하기]

13. 등차수열 $\{a_n\},\{b_n\}$에 대하여, 수열 $\{a_n\}$의 공차는 7이고, 수열 $\{b_n\}$의 공차는 -1이다. 수열 $\left\{\dfrac{2a_n+5b_n}{3}\right\}$의 첫째항이 10일 때, 제 13항의 값을 구하면?

① 45 ② 46 ③ 47 ④ 48 ⑤ 49

[대단원 평가하기]

14. 두 등차수열 $\{a_n\},\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, $a_{15}+b_{15}=22$, $S_{15}+T_{15}=150$이다. 이때, a_1+b_1의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

[중단원 마무리하기]

15. 서로 다른 세 양수 $x-6, x, 7x$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[중단원 마무리하기]

16. 서로 다른 네 수 $1, a, b, c$가 이 순서대로 등비수열을 이루고 $\log_2 a + \log_2 b + \log_2 c = 12$일 때, $\log_a 2$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$
② $\frac{1}{2}$
③ 1
④ 2
⑤ 4

[중단원 마무리하기]

17. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 a_{10} = 7a_6$이고, 등차수열 $\{b_n\}$에 대하여 $a_6 = b_6$일 때, $b_3 + b_4 + b_8 + b_9$의 값을 구하면?

① 20
② 22
③ 24
④ 26
⑤ 28

[중단원 마무리하기]

18. 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_3 = 6, a_9 = 48$일 때, ${a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 + \dots + {a_{10}}^2$의 값을 구하면?

① $3(2^9 - 1)$
② $3(2^{10} - 1)$
③ $3(2^{11} - 1)$
④ $9(2^{10} - 1)$
⑤ $9(2^{11} - 1)$

[중단원 마무리하기]

19. 함수 $f(x) = x^2 + 5x + k$에 대하여 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$가 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이 때, $f(3)$의 값을 구하면?

① 12
② 24
③ 36
④ 48
⑤ 60

[대단원 평가하기]

20. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n에 대하여 $\log_3(S_n + 3) = 1 - n$일 때, 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하면?

① $-\frac{3^{10}-1}{2}$
② $-\frac{3^{10}-1}{3}$
③ $-\frac{3^{10}-1}{4}$
④ $-\frac{3^{10}-1}{5}$
⑤ $-\frac{3^{10}-1}{6}$

[대단원 평가하기]

21. 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 서로 다른 두 자연수 p, q가 $a_p a_q = a_3 a_7$를 만족시킨다. 또한, 세 수 $p, q-1, 3q-3p$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $2p+q$의 값을 구하면?

① 11
② 12
③ 13
④ 14
⑤ 15

[대단원 평가하기]

22. 어떤 나무는 싹이 트고 첫 해에 $1m$가 자라고 그 후 전년도에 자란 길이의 $\frac{3}{5}$배 만큼 자라는 것으로 관찰되었다. 이 나무가 2021년에 싹이 텄을 때, 2030년의 나무의 높이를 구하면? (단, $\left(\frac{3}{5}\right)^{10} = 0.006$으로 계산한다.)

① $2m$
② $2.185m$
③ $2.285m$
④ $2.385m$
⑤ $2.485m$

[대단원 평가하기]

23. 수열 $1,\ a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_{10},\ 3$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a_1 a_2 a_3 \cdots a_{10}$의 값을 구하면?

① 3^3
② 3^4
③ 3^5
④ 2^3
⑤ 2^5

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[대단원 평가하기]

24. 한 자리 자연수 a, b, c에 대하여 세 수 $0.\dot{a}$, $0.0\dot{b}$, $0.00\dot{c}$가 이 순서대로 등비수열을 이루고, 세 수 $a, b+2, c$가 이 순서대로 등차수열을 이룬다고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하면? (단, $a<b<c$ 이다.)

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

[대단원 평가하기]

25. 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{10}=16$, $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=4$ 일 때, 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

26. 첫째항이 1인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2k}=31\sqrt{2}$, $a_1+a_3+a_5+\dots+a_{2k-1}=31$를 만족시키는 자연수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

27. 첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\frac{a_7}{a_2}+\frac{a_8}{a_3}+\frac{a_9}{a_4}+\dots+\frac{a_{20}}{a_{15}}=42$ 일 때, $\frac{a_{11}}{a_1}$의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 16

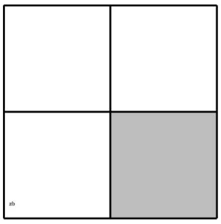
[중단원 마무리하기]

28. 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\dots+a_m=7$, $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{2m}=63$, ${a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2+\dots+{a_m}^2=21$을 만족시키는 자연수 m의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

[중단원 마무리하기]

29. 한 변의 길이가 4인 정사각형이 있다. 첫 번째 시행은 이 정사각형을 그림과 같이 4등분하여 오른쪽 아래의 사각형을 색칠한다. 두 번째 시행에 서는 나머지 3개의 정사각형을 각각 4등분하여 오른쪽 아래의 사각형을 색칠한다. 이와 같은 시행을 n번 했을 때, 색칠이 되지 않은 사각형의 넓이는 $\frac{3^7}{2^{10}}$이라고 한다. 이 때, 자연수 n의 값을 구하면?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

[중단원 마무리하기]

30. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n=3^n-2$일 때, $\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_3}{a_2}+\frac{a_4}{a_3}+\dots+\frac{a_{11}}{a_{10}}$의 값을 구하면?

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ③
[해설] 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항을 a, 공차를 d라고 하자. $a_2+a_5=2a+5d=8$이고, $a_4+a_8=2a+10d=18$이므로 두 식을 연립하면, $d=2$, $a=-1$이다. 이때, $a_{10}=a+9d=17$

2) [정답] ⑤
[해설] 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 29이면, 일반항 $a_n=-3n+32$이다. 주어진 조건에서 제 n항이 -1이므로, $-3n+32=-1$. $n=11$이다. 그러므로 첫째항부터 제 n항까지의 합의 최댓값은 제 10항까지의 합이고, $\frac{10(2+29)}{2}=155$이다.

3) [정답] ⑤
[해설] 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하자. 일반항 $a_n=10+(n-1)d$이다. 제 4항과 제 8항은 절댓값이 같고 부호가 반대이므로, $a_4=-a_8$이라고 할 수 있다. 즉, $10+3d=-(10+7d)$. $d=-2$. $a_{20}=10+19\times(-2)=-28$이다.

4) [정답] ④
[해설] 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항을 a, 공차를 d라고 하자. 제 5항이 64이므로, $a+4d=64$이고, 제 17항이 4이므로, $a+16d=4$이다. 두 식을 연립하면, $a=84$ $d=-5$이다. 수열이 음수로 바뀌는 지점에서 함수 $f(n)=|a_n|$이 최솟값을 갖는다. $a_{17}=4, a_{18}=-1, a_{19}=-6$이므로 $|a_{18}|=1$ 이 $f(n)$의 최솟값이고 따라서 $n=18$일 때 최솟값을 갖는다. 즉, $a_{18}=-1$

5) [정답] ③
[해설] 삼차방정식 $x^3-12x^2+10kx+8=0$의 세 실근이 등차수열을 이루므로, 세 실근을 $a-d, a, a+d$라고 하자. 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세 실근의 합은 12이므로 $3a=12$, 즉 $a=4$이다. a는 방정식의 실근이므로 주어진 식에 대입하면 $4^3-12\times16+40k+8=0$. 방정식을 풀면 $k=3$

6) [정답] ④
[해설] 등차수열 $-31, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, 200$의 공차를 d라 하자. 등차수열의 첫째항은 -31이고, 200은 $n+2$번째 항이므로, $-31+(n+1)d=200$, $(n+1)d=231$이다.
d는 자연수이므로 $n+1$과 d는 231의 약수이다. $231=3\times7\times11$이므로 가능한 $n+1$의 값은 $1, 3, 7, 11, 21, 33, 77, 231$이고 n의 값 중 두 번째로 큰 값은 76이다.

7) [정답] ③
[해설] 첫째항이 7, 제 n항이 51인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합은 $\frac{n(7+51)}{2}=29n$이다. 즉, $n=12$. 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 했을 때, 제 n번째 항은 $a_{12}=7+(12-1)d=51$이므로, $d=4$이다. 따라서 등차수열의 합을 구하면, $a_1+a_2+\ldots+a_5=\frac{5(7+23)}{2}=75$

8) [정답] ④
[해설] 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때,
$S_{20}-S_{10}=a_{11}+a_{12}+\ldots+a_{20}$
$=(a_1+10d)+(a_2+10d)+\ldots+(a_{10}+10d)$
$=S_{10}+10d\times10=235$
즉, $100d=200$, $d=2$이다. 같은 방법으로
$S_{25}-S_{15}=a_{16}+a_{17}+\ldots+a_{25}$
$=(a_1+15d)+(a_2+15d)+\ldots+(a_{10}+15d)$
$=S_{10}+15d\times10=335$

9) [정답] ④
[해설] 다짐한 날부터 n일차에 단어를 외워야 하는 개수를 수열 $\{a_n\}$이라고 하자. 이 수열은 첫째항이 20이고, 공차가 5인 등차수열이다. 21일 뒤에 중간고사를 실시하므로, 수열 $\{a_n\}$의 첫 항부터 제 21항까지의 합을 구하면 된다.
$a_{21}=20+20\times5=120$이므로,
$S_{21}=\frac{21(20+120)}{2}=1470$이다.

10) [정답] ②
[해설] 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라고 하자. 제 11항과 제 19항은 절댓값이 같고 부호가 반대이므로, 식으로 나타내면 $a+10d=-(a+18d)$이다. 즉, $a+14d=0$이다. $a+14d=a_{15}=0$, 즉 첫째항이 양수인 등차수열은 공비가 음수이다. 따라서 16번째 항에서 음수인 항이 처음으로 나오게 된다.

11) [정답] ④
[해설] 우선 첫째항이 양수이고 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합이 S_n일 때 S_n이 최댓값을 가진다는 것을 통해, 수열이 감소한다는 것을 알 수 있다. 즉, 공차는 음수이다. 또한, 최댓값을 S_{20}과 S_{21}에서 동시에 가지게 되므로 $S_{20}=S_{21}$이고, $a_{21}=0$임을 알 수 있다. 즉, 첫째항이 80이고 $a_{21}=0$인 등차수열의 일반항을 구하면, $a_n=84-4n$이다. $a_{15}=84-4\times15=24$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

12) [정답] ②
[해설] 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합
S_n이 $S_n=n^2+6n-7$일 때, $a_1=0$이고,
$S_n-S_{n-1}=n^2+6n-7-\{(n-1)^2+6(n-1)-7\}$
$=2n+5=a_n\ (n\geq 2)$이다. 즉,
$8\leq(a_n=2n+5)\leq 30$을 만족시키는 n의 범위를
구하면 $1.5\leq n\leq 12.5$이다.
따라서 구하는 자연수 n의 개수는 11개다.

13) [정답] ②
[해설] 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 등차수열이면, 수열
$\left\{\frac{2a_n+5b_n}{3}\right\}$도 등차수열이다. 수열 $\left\{\frac{2a_n+5b_n}{3}\right\}$
의 공차는 $\frac{14}{3}-\frac{5}{3}=3$이다. 이 수열의 첫째항이
10이므로 $\frac{2a_n+5b_n}{3}=3n+7$이다.
즉, $\frac{2a_{13}+5b_{13}}{3}=3\times 13+7=46$이다.

14) [정답] ⑤
[해설] 두 수열 $\{a_n\},\{b_n\}$이 등차수열이면,
$c_n=a_n+b_n$로 정의된 수열 $\{c_n\}$도 등차수열이다.
또한, 등차수열 $\{a_n\},\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항
까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, 수열 $\{c_n\}$의
첫째항부터 제 n항까지의 합을 L_n이라고 하자.
$S_{15}+T_{15}=L_{15}=\frac{15(c_1+c_{15})}{2}=150$
$c_1+22=20$, $c_1=-2$

15) [정답] ④
[해설] 서로 다른 세 양수 $x-6$, x, $7x$가 이 순서대
로 등비수열을 이루므로, 등비중항의 성질에 의해
$x^2=7x(x-6)$이다. 이차방정식 $6x^2-42x=0$를
풀면 $x=0,7$ 이고 서로 다른 세 양수임에서
$x=7$.

16) [정답] ②
[해설] 서로 다른 네 수 $1,a,b,c$가 이 순서대로
등비수열을 이룰 때, 공비를 r이라고 하면
$a=r$, $b=r^2$, $c=r^3$이다. 그러므로
$\log_2 a+\log_2 b+\log_2 c=6\log_2 r=12$
$r=4$ 이므로 $\log_a 2=\log_4 2=\frac{1}{2}$

17) [정답] ⑤
[해설] 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여
$a_2a_{10}=7a_6$일 때, 등비중항의 성질에 의해
$a_2a_{10}={a_6}^2=7a_6$이므로, $a_6=7$이다. 또한,
등차수열 $\{b_n\}$에 대하여 등차중항의 성질에 의해
$(b_3+b_9)+(b_4+b_8)=2b_6+2b_6=4b_6$이다.
$a_6=b_6$이므로 $b_3+b_4+b_8+b_9=28$

18) [정답] ④
[해설] 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항을 a, 공비를
r이라고 할 때, $a_3=ar^2=6$, $a_9=ar^8=48$이다.
두 식을 연립하면, $a=3$, $r^6=8$ 이다.
수열 $\{{a_n}^2\}$은 첫째항이 9이고, 공비가 2인
등비수열이므로,
${a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2+\dots+{a_{10}}^2=\frac{9(2^{10}-1)}{2-1}$이다.

19) [정답] ③
[해설] 함수 $f(x)=x^2+5x+k$에 대하여
$f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$이 등비수열을 이룰 때
등비중항의 성질을 이용하면
$\{f(0)\}^2=f(-1)f(1)$이다.
즉, $k^2=(k-4)(k+6)$, $k=12$
따라서 $f(3)=9+15+12=36$

20) [정답] ③
[해설] 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합
S_n에 대하여 $\log_3(S_n+3)=1-n$이므로,
$S_n=3^{1-n}-3$이다. 따라서 $S_1=a_1=-2$이고,
$S_n-S_{n-1}=(3^{1-n}-3)-(3^{2-n}-3)=-2\times 3^{1-n}$
$a_n=-2\times 3^{1-n}(n\geq 2)$
즉 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=-2\times 3^{1-n}$이다.
수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합은
$\frac{-\frac{1}{2}(3^{10}-1)}{3-1}=-\frac{3^{10}-1}{4}$이다.

21) [정답] ③
[해설] 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여
서로 다른 두 자연수 p,q가 $a_pa_q=a_3a_7$ 일 때,
등비중항의 성질에 의해 $p+q=10$이다. 또한
세 수 $p,q-1,3q-3p$가 이 순서대로 등비수열을
이루면 $(q-1)^2=p(3q-3p)$이다.
위의 두 식을 연립하여 풀면 $p=3$, $q=7$ 이므로
$2p+q=13$.

22) [정답] ⑤
[해설] 싹이 튼 해부터 매년 자라나는 나무의 높이를
수열 $\{a_n\}$이라고 하자. 첫 해에 $1m$가 자라고 그
후 전년도에 자란 길이의 $\frac{3}{5}$배 만큼 자라므로
일반항은 $a_n=(\frac{3}{5})^{n-1}$이다. 나무가 2021년에
싹이 텄을 때, 2030년 나무의 높이는 등비수열
$\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합과 같다.

즉, $\dfrac{1-(\frac{3}{5})^{10}}{1-\frac{3}{5}}=\dfrac{5}{2}(1-0.006)=2.485$

23) [정답] ③
[해설] 수열 $1, a_1, a_2, \cdots, a_{10}, 3$은 첫째항이 1이고 12번째 항이 3인 등비수열이다. 공비를 r이라 할 때 $r^{11}=3$이다. $a_1a_2a_3\cdots a_{10}=r^1r^2r^3\cdots r^{10}$이므로, $a_1a_2a_3\cdots a_{10}=r^{55}=(r^{11})^5=3^5$이다.

24) [정답] ③
[해설] 한 자리 자연수 a, b, c에 대하여 세 수 $0.\dot{a}, 0.0\dot{b}, 0.00\dot{c}$가 이 순서대로 등비수열을 이루면, $(\dfrac{b}{90})^2=\dfrac{a}{9}\times\dfrac{c}{900}$이다. 즉, $b^2=ac$이고,
이를 만족하는 한 자리 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1, 2, 4), (1, 3, 9), (2, 4, 8), (4, 6, 9)$이다.
세 수 a, $b+2$, c가 이 순서대로 등차수열을 이루므로 등차중항의 성질에 의해 $2b+4=a+c$이다. 이를 만족하는 순서쌍은 $(1, 3, 9)$이다.
즉, $a+b+c=1+3+9=13$ 이다.

25) [정답] ③
[해설] 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항을 a, 공비를 r이라고 할 때,
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=\dfrac{a(r^{10}-1)}{r-1}=16$이고,
$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=\dfrac{a((r^2)^5-1)}{r^2-1}=4$이다.
두 식의 양변을 나누면
$16(r-1)=4(r^2-1)$에서 $r=3$이다.

26) [정답] ⑤
[해설] 첫째항이 1인 등비수열 $\{a_n\}$에서 공비를 r이라 하자. 수열 $a_2, a_4, a_6, \cdots, a_{2k}$은 첫째항이 r이고 공비가 r^2, 항의 수는 k개이므로
$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2k}=\dfrac{r((r^2)^k-1)}{r^2-1}=31\sqrt{2}$이다.
같은 방법으로 수열 $a_1, a_3, a_5, \cdots, a_{2k-1}$은 첫째항이 1이고 공비가 r^2, 항의 수는 k개 이므로
$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2k-1}=\dfrac{1((r^2)^k-1)}{r^2-1}=31$이다.
두 식의 양변을 나누면, $r=\sqrt{2}$. 이를 위의 식에 다시 대입하면 $\dfrac{2^k-1}{2-1}=31$, 즉, $k=5$이다.

27) [정답] ④
[해설] 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라고 하자.
$\dfrac{a_7}{a_2}+\dfrac{a_8}{a_3}+\dfrac{a_9}{a_4}+\ldots+\dfrac{a_{20}}{a_{15}}$는 항의 수의 차이가 5인 수들의 비율의 합이므로 $r^5\times14=42$, $r^5=3$.
$\dfrac{a_{11}}{a_1}$는 항의 수의 차이가 10이므로,
$\dfrac{a_{11}}{a_1}=r^{10}=9$ 이다.

28) [정답] ②
[해설] 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r이라 하자.
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_m=\dfrac{a(r^m-1)}{r-1}=7$이고,
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2m}=\dfrac{a(r^{2m}-1)}{r-1}$
$=\dfrac{a(r^m-1)}{r-1}(r^m+1)=7(r^m+1)=63$이다.
그러므로 $r^m=8$. 이를 제일 위의 식에 대입하면 $\dfrac{a(8-1)}{r-1}=7$, 즉 $\dfrac{a}{r-1}=1$이다.
또한, $a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots+a_m{}^2=\dfrac{a^2((r^2)^m-1)}{r^2-1}$
$=\dfrac{a(r^{2m}-1)}{(r-1)}\times\dfrac{a}{r+1}=63\times\dfrac{a}{r+1}=21$ 이므로 $\dfrac{a}{r+1}=\dfrac{1}{3}$이다.
$\dfrac{a}{r-1}=1$과 $\dfrac{a}{r+1}=\dfrac{1}{3}$을 연립하여 풀면
$r=2$, $a=1$이다. $r^m=2^m=8$이므로 $m=3$

29) [정답] ⑤
[해설] n번 시행을 했을 때, 색칠되지 않은 사각형의 넓이를 수열 $\{a_n\}$이라고 하자. 시행을 할 때마다 넓이가 $\dfrac{3}{4}$배가 되고, 첫 번째 시행을 했을 때 넓이가 12이므로, 수열의 일반항은
$a_n=12\times(\dfrac{3}{4})^{n-1}=\dfrac{3^n}{2^{2n-4}}$이다.
따라서 $a_n=\dfrac{3^7}{2^{10}}$인 자연수 n은 7이다.

30) [정답] ④
[해설] 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하면 $S_n=3^n-2$이다. $S_1=a_1=1$이고,
$S_n-S_{n-1}=a_n$
$=(3^n-2)-(3^{n-1}-2)=2\times3^{n-1}(n\geqq2)$
따라서 $n\geqq2$인 자연수 n에 대하여 $\{a_n\}$은 등비수열이고 공비는 3이다. 따라서 구하는 값은
$\dfrac{a_2}{a_1}+\dfrac{a_3}{a_2}+\dfrac{a_4}{a_3}+\cdots+\dfrac{a_{11}}{a_{10}}=\dfrac{a_2}{a_1}+9\times r=6+27=33$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574