



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2021-11-09
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 직선의 방정식을 구하는 문제, 연립일차방정식의
교점을 구하는 문제 등이 자주 출제되며 일차함수의 그래프와 연
립일차방정식의 해에 대한 문제가 많이 출제되므로 앞 단원의 개
념을 기억하며 학습합니다.



[단원 마무리]

1. 두 점 $(-4, 1)$, $(10, 8)$ 를 지나는 일차함수의 그
래프와 $y = mx + n$ 는 서로 평행하고, 두 그래프가
 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB} = 7$ 이
다. 이때, $\frac{n}{m}$ 의 값은? (단, $n > 0$)

- ① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

[단원 마무리]

2. 일차방정식 $ax + y + b = 0$ 의 그래프가 제1사분면
을 지나지 않을 때, 일차함수 $y = abx - a - b$ 의 그래
프가 지나지 않는 사분면은? (단, $ab \neq 0$)

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 없다.

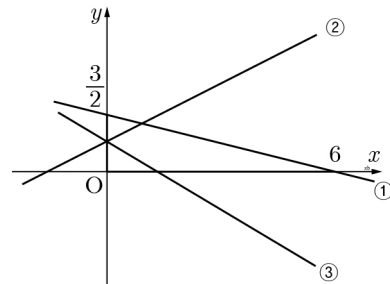
[중단원 학습 점검]

3. 점 $A(2a+1, b)$ 는 y 절편이 -1 이고 점 $(3, 2)$ 를
지나는 직선 위의 한 점이다. 점 A와 점
 $B(a-1, 4-b)$ 를 지나는 직선의 방정식이
 $y = 6x + n$ 일 때, 상수 a, b, n 에 대하여 $a+b+n$ 의
값은?

- ① 21 ② 47
③ 50 ④ 34
⑤ 59

[단원 마무리]

4. 다음 그림은 은우, 세원, 민지 세 사람이 한 일차
함수의 식을 다음과 같이 변형하여 그래프를 그린
것이다. 처음의 일차함수의 식으로 올바른 것은?



은우 : 상수항을 역수로 하였다.

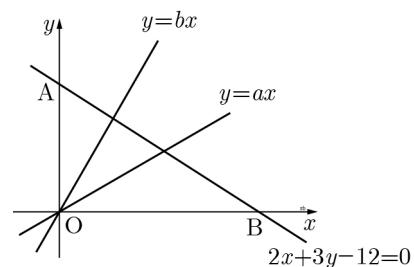
세원 : x 의 계수의 부호를 바꾸었다.

민지 : x 의 계수를 역수로 하였다.

- ① $y = -4x + \frac{2}{3}$ ② $y = 4x + \frac{3}{2}$
③ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ ④ $y = 4x + \frac{2}{3}$
⑤ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$

[중단원 학습 점검]

5. 다음 그림과 같이 일차방정식 $2x + 3y - 12 = 0$ 의
그래프가 x 축, y 축과 만나는 점을 A, B라 하자. 직
선 $y = ax$ 의 그래프와 $y = bx$ 의 그래프에 의해서
 $\triangle OAB$ 의 넓이가 삼등분될 때, $b-a$ 의 값을 구하
면?



- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 학습 점검]

6. 두 점 $(a-4, -4a+5)$, $(3a-2, 10a+6)$ 을 지나
는 직선이 y 축에 평행할 때, 두 점을 지나
는 직선의 방정식은?

- ① $x=-1$ ② $y=-1$
③ $x=-5$ ④ $y=-5$
⑤ $x=5$

[중단원 학습 점검]

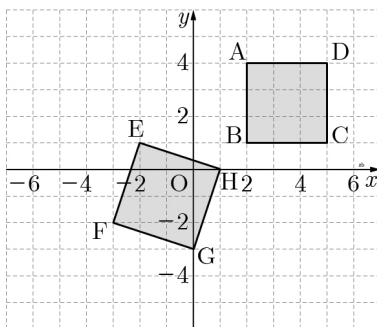
7. 일차함수 $y=kx+1$ 가 다음 네 방정식의 그래프
에 의하여 만들어지는 도형과 만날 때, 상수 k 의 값
의 범위는?

$$x-3=0, y-2=0, 2x=10, 2y-12=0$$

- ① $\frac{1}{10} \leq k \leq \frac{5}{3}$ ② $\frac{1}{6} \leq k \leq 1$
③ $\frac{1}{5} \leq k \leq \frac{5}{3}$ ④ $\frac{2}{5} \leq k \leq 2$
⑤ $2 \leq k \leq \frac{13}{5}$

[중단원 학습 점검]

8. 일차방정식 $ax-by-2=0$ 의 그래프가 그림과 같
은 사각형 ABCD와 사각형 EFGH의 넓이를 동시
에 이등분할 때, 상수 a, b 의 값에 대해 $a+b$ 의 값
은?



- ① 18 ② 17
③ 16 ④ 15
⑤ 14

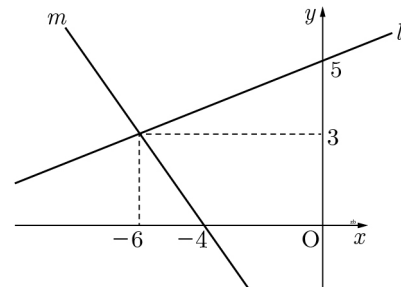
[중단원 학습 점검]

9. 방정식 $-10ax + (3b+2)y - 5 = 0$ 의 그래프가
 $y=-2$ 와 수직이고 점 $(\frac{1}{3}, 7)$ 을 지날 때, 상수
 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 학습 점검]

10. 일차방정식 $ax+by-18=0$ 의 그래프를 그리는데
처음에는 기울기는 제대로 보고 y 절편을 잘못 보아
직선 l 을 그렸고, 두 번째는 y 절편은 제대로 보고
기울기를 잘못 보아 직선 m 을 그렸다. 상수 a, b 에
대하여 $a+b$ 의 값은?



- ① -5 ② -2
③ 2 ④ 3
⑤ 6

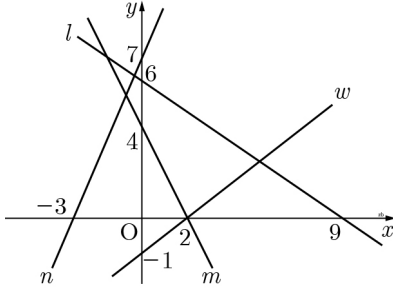
[중단원 학습 점검]

11. 0이 아닌 유리수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것
을 고르면?

- ① $a > 0, b < 0, c > 0$ 이면 직선 $ax+by+c=0$ 은 제1
사분면을 지나지 않는다.
② a, b, c 의 부호가 모두 같으면 직선 $ax+by+c=0$ 은
제2사분면을 지나지 않는다.
③ $a=0, b \neq 0$ 이면 직선 $ax+by+c=0$ 은 제1사분면,
제2사분면을 항상 지난다.
④ $a > 0, b > 0, c < 0$ 이면 직선 $ax+by+c=0$ 은 제 3
사분면을 지나지 않는다.
⑤ $c=0, a \neq 0, b \neq 0$ 이면 직선 $ax+by+c=0$ 은 항상
제1사분면, 제3사분면을 지난다.

[단원 마무리]

12. 두 일차방정식 $\left(a + \frac{3}{2}\right)x - y = -b \dots ①$,
 $\left(a - \frac{3}{2}\right)x - y = 1 - b \dots ②$ 의 그래프가 주어진 4개
 의 그래프 중 2개와 일치할 때, 상수 a , b 에 대하여
 ab 의 값을 구하면?



- ① $\frac{20}{9}$ ② $\frac{35}{6}$
 ③ $-\frac{15}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$
 ⑤ $\frac{36}{7}$

[단원 마무리]

13. 직선 $x=5$, $y-a=0$ 의 교점과 제2사분면 위의
 점 $A(b, 4)$ 를 지나면서 x 축과 y 축에 각각 평행한
 직선을 그어 네 개의 직선을 만들었다. 네 개의 직
 선으로 둘러싸인 도형의 넓이가 30일 때, 정수 a , b
 에 대하여 ab 의 값을 구하면? (단, $a < 0$, $b < 0$)

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 학습 점검]

14. 두 직선 $x+3y-9=0$, $ax-y-1=0$ 과 $x=0$ 으
 로 둘러싸인 도형의 넓이가 8일 때, 상수 a 의 값을
 구하면? (단, $a > 0$)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$
 ③ -4 ④ 3
 ⑤ $\frac{3}{5}$

[중단원 학습 점검]

15. 직선 $y=-2x+10$ 이 두 직선 $y=2x$, $y=3x$ 와 만
 나는 점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓
 이를 구하면?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$
 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 4
 ⑤ $\frac{9}{2}$

[단원 마무리]

16. 서로 다른 세 직선 $ax+y-1=0$, $x+ay-3=0$,
 $x+2y-3=0$ 에 의해 좌표평면이 여섯 부분으로 나
 누어 질 때, 가능한 상수 a 의 값들의 합은?

- ① $-\frac{1}{6}$ ② 0
 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$
 ⑤ $\frac{4}{3}$

[단원 마무리]

17. 두 직선 $5x+2y+2=ax$, $5x-y+3=ax+4$ 이 두
 직선의 교점 이외의 점에서도 만날 때, 연립방정식

$$\begin{cases} (a+1)x+2y+3=0 \\ 6x-ky-3=0 \end{cases}$$
의 해는 존재하지 않는다. 이
 때 상수 k 의 값을 구하면?

- ① -2 ② 3
 ③ 1 ④ -4
 ⑤ 5

[중단원 학습 점검]

18. 두 직선 $3x+4y-18=0$ 과 $2x-y+a=0$ 의 교점
 이 제1사분면에 있을 때, a 의 범위는 $m < a < n$ 이
 다. 이때 상수 m 값에 대해 mn 의 값은?

- ① -50 ② -52
 ③ -54 ④ -56
 ⑤ -58

[단원 마무리]

19. 세 일차방정식 $x+y-4=0$, $2x-3y-3=0$, $mx+ny-30=0$ 의 그래프가 한 점에서 만날 때, 자연수 m, n 에 대하여 (m, n) 의 순서쌍의 개수는?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[중단원 학습 점검]

20. 두 점 $A(2, 5)$, $B(4, 2)$ 에 대하여 일차함수 $y=ax+1$ 의 그래프와 선분 AB 의 교점이 없도록 하는 상수 a 값의 범위는?

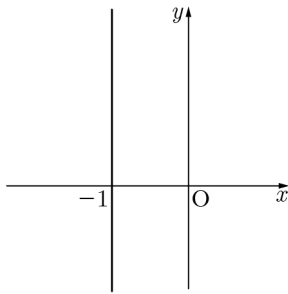
- ① $a < \frac{1}{4}$ 또는 $a > 2$ ② $\frac{1}{4} < a < 2$
③ $\frac{1}{4} \leq a < 2$ ④ $a < \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 2$
⑤ $\frac{1}{4} \leq a \leq 2$

실전문제

21. $ax+by-5=0$ 이 x 축에 평행하고, $(5, 10)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은?

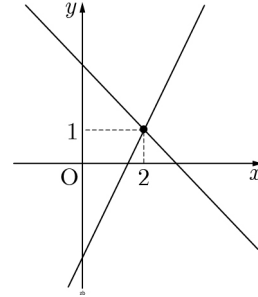
- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$
③ 2 ④ -2
⑤ 4

22. 일차방정식 $ax+by+3=0$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② $\frac{1}{2}$
③ 3 ④ $\frac{7}{2}$
⑤ 5

23. 그림은 x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a \\ bx+y=-3 \end{cases}$ 의 해를 구하기 위해 두 일차방정식의 그래프를 그린 것이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

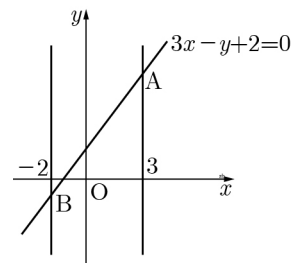


- ① -3 ② -2
③ 0 ④ 1
⑤ 2

24. 두 일차방정식 $x+2y=2$, $ax+by=3$ 의 그래프의 교점이 무수히 많을 때, $2a+3b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5
③ 6 ④ 9
⑤ 12

25. 일차방정식 $3x-y+2=0$ 의 그래프와 두 직선 $x=3$, $x=-2$ 의 교점을 각각 A, B 라 하고, 일차방정식 $mx+y+n=0$ 의 그래프와 두 직선 $x=-2$, $x=3$ 의 교점을 각각 C, D 라 하자. 사각형 $ABCD$ 는 넓이가 40인 평행사변형일 때, $m+n$ 의 값은?(단, m, n 은 상수, $n > 0$)



- ① -3 ② $-\frac{1}{2}$
③ 3 ④ $\frac{5}{2}$
⑤ 9



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 두 점 $(-4, 1)$, $(10, 8)$ 을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{8-1}{10-(-4)} = \frac{1}{2}$ 이므로 일차함

수의 식을 $y = \frac{1}{2}x + b$ 라 하자.

이 그래프가 점 $(-4, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -2 + b \quad \therefore b = 3$$

따라서 일차함수 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 의 x 절편은 -6 이므로 $A(-6, 0)$

또, 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프와 $y = \frac{1}{2}x + 3$

의 그래프는 평행하므로 $m = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + n$ 의 그래프의 x 절편이 $-2n$ 이므로

$$B(-2n, 0)$$

이때 $AB = 7$ 이므로 $|-2n + 6| = 7$

$$-2n + 6 = -7 \quad \text{또는} \quad -2n + 6 = 7$$

$$\therefore n = \frac{13}{2} \quad \text{또는} \quad n = -\frac{1}{2}$$

그런데 $n > 0$ 이므로 $n = \frac{13}{2}$

$$\text{따라서 } \frac{n}{m} = \frac{13}{\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} = 13$$

2) [정답] ②

[해설] 일차방정식 $ax + y + b = 0$ 의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로 $-a < 0$, $-b < 0$

따라서 $a > 0$, $b > 0$

이때 $ab > 0$, $-a - b < 0$ 이므로 $y = abx - a - b$ 의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

3) [정답] ③

[해설] y 절편이 -1 인 일차함수를 $y = mx - 1$ 이라 할 때 점 $(3, 2)$ 를 지나므로 $m = 1$

이때 $A(2a+1, b)$ 가 $y = x - 1$ 을 지나므로

$$b = 2a \quad \dots \textcircled{1}$$

또, 두 점 $A(2a+1, b)$, $B(a-1, 4-b)$ 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{2b-4}{a+2} = 6, \quad 2b-4 = 6a+12$$

$$\therefore 3a - b = -8 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면 $a = -8$, $b = -16$

일차함수 $y = 6x + n$ 의 그래프가 $B(-9, 20)$ 을 지나므로 $n = 74$

$$\text{따라서 } a + b + n = (-8) + (-16) + 74 = 50$$

4) [정답] ⑤

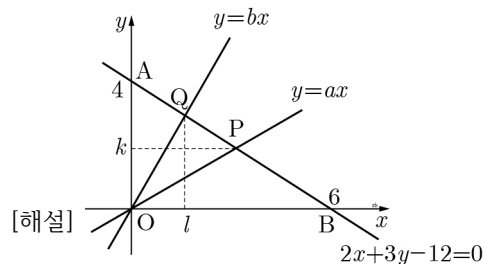
[해설] 상수항을 바꾼 사람은 은우밖에 없으므로 y 절편이 다른 ① 그래프가 은우가 그린 그래프이다.

또 직선 ②만 기울기가 양수인 그래프이므로 ② 그래프가 세원이 그린 그래프이다. 따라서 ③ 그래프는 민지가 그린 그래프이다. 처음 일차함수 식을 $y = ax + b$ 라 하면 ① 그래프에서 $a = -\frac{1}{4}$,

③ 그래프에서 $b = \frac{2}{3}$ 이다.

$$\text{따라서 } y = -\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$$

5) [정답] ①



$2x + 3y - 12 = 0$ 의 x 절편은 6, y 절편은 4이므로

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

직선 $2x + 3y - 12 = 0$ 와 직선 $y = ax$,

직선 $y = bx$ 의 교점을 각각 P, Q라 하면

$$\triangle OPB = \frac{1}{3} \triangle OAB, \quad \triangle OQA = \frac{1}{3} \triangle OAB$$

따라서 점 P의 y 좌표를 k 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times k = 4 \quad \therefore k = \frac{4}{3}$$

$$\therefore P\left(4, \frac{4}{3}\right)$$

즉 직선 $y = ax$ 가 점 $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ 을 지나므로 $a = \frac{1}{3}$

또 점 Q의 x 좌표를 l 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 4 \times l = 4 \quad \therefore l = 2$$

$$\therefore Q\left(2, \frac{8}{3}\right)$$

즉 직선 $y = bx$ 가 점 $\left(2, \frac{8}{3}\right)$ 을 지나므로 $b = \frac{4}{3}$

$$\text{따라서 } b - a = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

6) [정답] ③

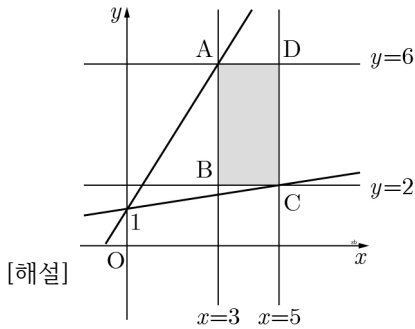
[해설] y 축에 평행한 직선 위의 점은 모두 x 좌표가 같다. 따라서 두 점 $(a-4, -4a+5)$,

$(3a-2, 10a+6)$ 의 x 좌표가 같아야 하므로

$$a - 4 = 3a - 2 \quad \therefore a = -1$$

이때 두 점 $(-5, 9)$, $(-5, -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $x = -5$

7) [정답] ③



[해설]

네 방정식의 그래프로 만들어지는 도형은 직사각형 ABCD이다.

(i) $y=kx+1$ 의 그래프가 점 C(5, 2)을 지날 때

$$2=5k+1 \rightarrow k=\frac{1}{5}$$

(ii) $y=kx+1$ 가 점 A(3, 6)을 지날 때

$$6=3k+1 \rightarrow k=\frac{5}{3}$$

따라서 $y=kx+1$ 가 직사각형 ABCD와 만나기 위한 k 값의 범위는 $\therefore \frac{1}{5} \leq k \leq \frac{5}{3}$

8) [정답] ③

[해설] 직선 $ax-by-2=0$ 이 사각형 ABCD를 이등분하려면 점 $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 지나야 한다. 또 사각형 EFGH를 이등분하려면 점 $(-1, -1)$ 을 지나야 한다. 따라서 두 점 $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right), (-1, -1)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{\frac{5}{2}+1}{\frac{7}{2}+1} = \frac{7}{9},$$

$y=\frac{7}{9}x+k$ 라 하면 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로

$$-1=-\frac{7}{9}+k \quad \therefore k=-\frac{2}{9}$$

따라서 $y=\frac{7}{9}x-\frac{2}{9}$

즉, $7x-9y-2=0$ 이다.

따라서 $a=7, b=9$ 이므로 $a+b=16$

9) [정답] ①

[해설] $y=-2$ 와 수직이고 점 $\left(\frac{1}{3}, 7\right)$ 을 지나는 직선

의 방정식은 $x=\frac{1}{3}$, 즉 $3x-1=0$

따라서 두 방정식 $15x-5=0,$

$-10ax+(3b+2)y-5=0$ 은 일치하므로

$$-10a=15, 3b+2=0 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}, b=-\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 } ab = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$$

10) [정답] ②

[해설] 직선 l 의 y 절편이 5이므로 일차함수 식을 $y=kx+5$ 라 하면 점 $(-6, 3)$ 을 지나므로

$$k=\frac{1}{3} \quad \therefore y=\frac{1}{3}x+5$$

이때 직선 l 은 y 절편을 잘못보고 그렸으므로 처음 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$

직선 m 은 두 점 $(-6, 3), (-4, 0)$ 을 지나므로 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$

직선의 방정식을 $y=-\frac{3}{2}x+n$ 이라 하면 이 직선 이 점 $(-4, 0)$ 을 지나므로 $n=-6$

$$\therefore y=-\frac{3}{2}x-6$$

이때 직선 m 은 기울기를 잘못보고 그렸으므로 처음 직선의 y 절편은 -6

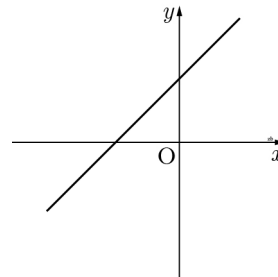
따라서 처음 직선은 $y=\frac{1}{3}x-6$

즉, $x-3y-18=0$

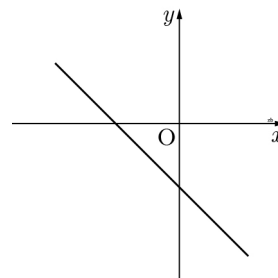
따라서 $a=1, b=-3$ 이므로 $a+b=-2$

11) [정답] ④

[해설] ① $a>0, b<0, c>0$ 일 때 그래프를 그리면



② a, b, c 의 부호가 모두 같을 때 그래프를 그리면



③ $a=0$ 일 때 $y=-\frac{c}{b}$ 이고 $b \neq 0$ 이므로 b, c 의 부호가 같을 때 그래프는 제3, 4사분면을 지나고, b, c 의 부호가 다를 때 그래프는 제1, 2사분면을 지난다.

⑤ $c=0$ 일 때 $y=-\frac{a}{b}x$ 이고 $a \neq 0, b \neq 0$ 이므로 a, b 의 부호가 같을 때 그래프는 제2, 4사분면을 지나고, a, b 의 부호가 다를 때 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

12) [정답] ②

[해설] 두 방정식을 y 에 관하여 풀면

$$\textcircled{1} \quad y = \left(a + \frac{3}{2}\right)x + b$$

$$\textcircled{2} \quad y = \left(a - \frac{3}{2}\right)x + b - 1$$

이때 두 함수의 기울기의 차는 3, y 절편의 차는 1이다. 그림에 주어진 직선의 방정식을 구하면

$$l: y = -\frac{2}{3}x + 6, \quad m: y = -2x + 4$$

$$n: y = \frac{7}{3}x + 7, \quad w: y = \frac{1}{2}x - 1$$

즉, 두 함수의 그래프는 l, n 이고 두 그래프 중에서 y 절편이 작은 직선 l 의 그래프가 ② 그래프와 일치하고 n 의 그래프가 ① 그래프와 일치한다.

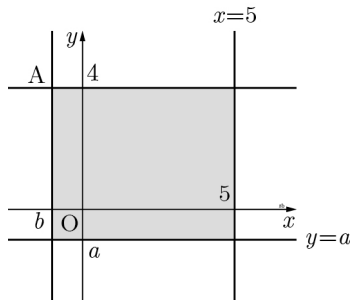
$$\text{따라서 } a + \frac{3}{2} = \frac{7}{3} \quad \therefore a = \frac{5}{6}$$

$$b - 1 = 6 \quad \therefore b = 7$$

13) [정답] ①

[해설] 점 A 를 지나면서 x 축과 y 축에 평행한 직선은 각각 $x = b, y = 4$ 이다.

네 개의 직선을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



색칠한 부분의 넓이가 30이므로

$$(4-a)(5-b) = 30 \text{ 이고 } a < 0, b < 0 \text{ 인 정수이므로}$$

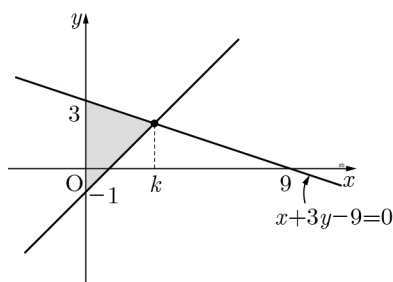
$$4-a > 4, 5-b > 5$$

$$\text{따라서 } 4-a=5, 5-b=6 \text{ 에서 } a=-1, b=-1$$

$$\therefore ab=1$$

14) [정답] ②

[해설] 주어진 두 직선을 좌표평면에 그려보면 다음 그림과 같다.



두 그래프 $x+3y-9=0, ax-y-1=0$ 의 교점의 x 좌표를 k 라 하면 세 직선으로 둘러싸인 삼각형

$$\text{의 넓이가 8이므로 } \frac{1}{2} \times 4 \times k = 8 \quad \therefore k = 4$$

$$x=4 \text{ 를 } x+3y-9=0 \text{ 에 대입하면 } y = \frac{5}{3}$$

$$\text{따라서 } ax-y-1=0 \text{ 의 그래프가 점 } \left(4, \frac{5}{3}\right) \text{ 를}$$

$$\text{지나므로 } a = \frac{2}{3}$$

15) [정답] ③

[해설] 직선 $y = -2x + 10$ 의 x 절편, y 절편을 각각 P, Q 라고 하면 x 절편 5, y 절편은 10이므로 삼

$$\text{각형 } POQ \text{의 넓이를 구하면 } \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$$

$$\text{직선 } y = -2x + 10 \text{ 와 } y = 2x \text{ 의 교점은 } A\left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

$$\text{직선 } y = -2x + 10 \text{ 와 } y = 3x \text{ 의 교점은 } B(2, 6)$$

$$\text{이때 } \triangle OPA \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}, \triangle OQB$$

$$\text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10$$

$$\text{따라서 } \triangle OAB = 25 - \frac{25}{2} - 10 = \frac{5}{2}$$

16) [정답] ④

[해설] 주어진 세 직선은 y 에 관하여 풀면

$$y = -ax + 1, \quad y = -\frac{1}{a}x + \frac{3}{a}, \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

세 직선에 의해 좌표평면이 여섯 부분으로 나눠 지려면 두 직선만 평행하거나 세 직선이 한 점에 서 만나면 된다.

1) 세 직선 중 두 직선만 평행할 경우

$$-a = -\frac{1}{2}, \quad a = \frac{1}{2}$$

$$-a = -\frac{1}{a}, \quad a = 1 \text{ 또는 } a = -1$$

$$-\frac{1}{a} = -\frac{1}{2}, \quad a = 2$$

$$\text{그런데 } a=2 \text{ 일 때 직선 } y = -\frac{1}{a}x + \frac{3}{a} \text{ 와 직선}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ 가 일치하므로 조건에 맞지 않다.}$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{2}, -1, 1$$

2) 세 직선이 한 점에 만날 경우

$$\begin{cases} x + ay - 3 = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y - 3 = 0 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 을 하면 } (a-2)y = 0 \quad \therefore y = 0$$

$$y = 0 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } x = 3$$

$$\text{따라서 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 의 교점은 } (3, 0) \text{ 이다.}$$

$$\text{이때 } ax + y - 1 = 0 \text{ 이 점 } (3, 0) \text{ 을 지나므로}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

따라서 1), 2)에 의해 가능한 상수 a 의 값들의 합

$$\text{은 } \frac{1}{2} + (-1) + 1 + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

17) [정답] ①

[해설] $5x+2y+2=ax$, $5x-y+3=ax+4$ 을 y 에 관해서 풀면

$$y = \left(\frac{a-5}{2}\right)x - 1, \quad y = (5-a)x - 1$$

두 직선이 두 직선의 교점 이외의 점에서도 만나려면 두 직선은 일치해야 하므로

$$\frac{a-5}{2} = 5-a, \quad a-5 = 10-2a \quad \therefore a=5$$

$$\text{또 } \begin{cases} (a+1)x+2y+3=0 \\ 6x-ky-3=0 \end{cases}, \quad \text{즉 } \begin{cases} y=-3x-\frac{3}{2} \\ y=\frac{6}{k}x-\frac{3}{k} \end{cases} \text{의 해}$$

가 존재하지 않으려면 두 직선은 평행해야 하므로

$$-3 = \frac{6}{k} \quad \therefore k=-2$$

18) [정답] ③

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y-18=0 \\ 2x-y+a=0 \end{cases}$ 의 해는

$$x = \frac{18-4a}{11}, \quad y = \frac{36+3a}{11}$$

교점이 제1사분면 위에 있으려면

$$\frac{18-4a}{11} > 0 \text{에서 } a < \frac{9}{2},$$

$$\frac{36+3a}{11} > 0 \text{에서 } a > -12$$

따라서 $-12 < a < \frac{9}{2}$ 이므로 $mn = -54$

19) [정답] ⑤

$$\begin{cases} x+y-4=0 & \dots \textcircled{1} \\ 2x-3y-3=0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{을 하면 } 5y-5=0 \quad \therefore y=1$$

$$y=1 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x+1-4=0 \quad \therefore x=3$$

즉 두 직선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점의 좌표는 (3, 1)

직선 $mx+ny-30=0$ 이 점 (3, 1)을 지나므로

$$3m+n-30=0 \quad \text{즉, } 3m+n=30$$

이때 위의 방정식의 자연수 해는

(1, 27), (2, 24), (3, 21), (4, 18), (5, 15),

(6, 12), (7, 9), (8, 6), (9, 3)의 9개이다.

20) [정답] ①

[해설] 1) $y=ax+1$ 의 그래프가 점 A를 지날 때,
 $5=2a+1 \quad \therefore a=2$

2) $y=ax+1$ 의 그래프가 점 B를 지날 때,

$$2=4a+1 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$$

1), 2)에서 선분 AB와 직선 $y=ax+1$ 이 만나지

않으려면 $a < \frac{1}{4}$ 또는 $a > 2$

21) [정답] ①

[해설] $ax+by-5=0$ 이 x 축에 평행하므로 $a=0$

이때 $by-5=0$ 의 그래프가 점 (5, 10)을 지나므로

$$10b-5=0 \text{에서 } b=\frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b=\frac{1}{2}$$

22) [정답] ③

[해설] 주어진 그림의 그래프는 $x=-1$ 이다.

$$\Rightarrow x+1=0$$

상수항을 3으로 하기 위해 양변에 3을 곱한다.

$$\Rightarrow 3x+3=0$$

$$\Rightarrow a=3, \quad b=0$$

$$\therefore a-b=3-0=3$$

23) [정답] ④

[해설] $x+y=a$ 의 그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$$1+2=a \quad \therefore a=3$$

$bx+y=-3$ 의 그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$$2b+1=-3 \quad \therefore b=-2$$

$$\therefore a+b=1$$

24) [정답] ⑤

[해설] 두 일차방정식의 그래프의 교점이 무수히 많으므로

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\text{즉, } a = \frac{3}{2}, \quad b=3$$

$$\therefore 2a+3b=3+9=12$$

25) [정답] ③

[해설] 사각형 ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이다. 즉, $3x-y+2=0$ 과

$mx+y+n=0$ 의 그래프는 평행인 관계에 있다.

$$\therefore m=-3$$

$$-3x+y+n=0 \Rightarrow y=3x-n$$

$n > 0$ 이므로 $-n < 0$ 이다. 즉, y 절편이 음수이므로

점 C의 y 좌표는 점 B의 y 좌표보다 작다.

점 A는 (3, 11)이고, 점 B는 (-2, -4)이다.

$$\square ABCD = \overline{BC} \times 5 = 40 \text{이므로 } \overline{BC} = 8 \text{이다.}$$

따라서 점 C는 (-2, -12)이다.

점 C는 $y=3x-n$ 위의 점으로 대입하면 $n=6$ 이다. $\therefore m+n=(-3)+6=3$

26) [정답] ①

[해설] ① $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ 의 해는 무수히 많다.

$$\textcircled{2} \begin{cases} x+y=1 \\ x-2y=4 \end{cases} \text{의 해는 } (2, -1) \text{로 하나이다.}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x-y-4=0 \\ 2x+y-2=0 \end{cases} \text{의 해는 } (2, -2) \text{로 제 4사분면}$$

에 있다.

27) [정답] ②

[해설] (i) $2x+y-2=0$ 과 $ax+y+4=0$ 이 평행할 때 삼각형은 만들어지지 않는다. $a=2$
(ii) $x-y-1=0$ 과 $ax+y+4=0$ 이 평행할 때 삼각형은 만들어지지 않는다. $a=-1$
(iii) 두 직선 $2x+y-2=0$, $x-y-1=0$ 의 교점을 $ax+y+4=0$ 가 지날 때 삼각형은 만들어지지 않는다.
 $\begin{cases} 2x+y-2=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ 의 해가 $x=1, y=0$ 이므로
직선 $ax+y+4=0$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지나면
 $a+0+4=0$, $a=-4$
따라서 상수 a 값의 합은 $2+(-1)+(-4)=-3$