계산시 참고사항

1. 이차함수의 활용 문제 푸는 순서

(1) 미지수 x, y 정하기: 문제의 뜻을 파악하고 두 미지수 x, y를 정한다.
(2) 함수의 식 세우기: x, y 사이의 관계를 식으로 나타내고 x의 조건을 확인한다.
(3) 답 구하기: 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.
(4) 확인하기: 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

2. 합 또는 차가 일정한 두 수의 곱

(1) 합이 a인 두 수: 두 수를 x, $a-x$로 놓는다.
(2) 차가 a인 두 수: 두 수를 x, $x+a$ 또는 x, $x-a$로 놓는다.

3. 도형에의 활용

(1) 둘레의 길이가 정해진 직사각형의 넓이: 직사각형의 둘레의 길이가 $2l$일 때, 직사각형의 가로의 길이를 x라 하면 세로의 길이는 $l-x$이므로 직사각형의 넓이 y는 $y=x(l-x)$
(2) 두 변의 길이가 변하는 직사각형의 넓이: 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b인 직사각형의 길이를 x만큼 늘이고, 세로의 길이를 x만큼 줄여서 만든 새로운 직사각형의 넓이 y는 $y=(a+x)(b-x)$

4. 쏘아 올린 물체

물체가 최고 높이에 도달할 때, $y=ax^2+bx+c$(단, $a<0$)의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 최댓값을 구한다.

이차함수의 활용

변수 x, y 정하기
↓
함수의 식 세우기
↓
답 구하기
↓
확인하기

합과 차가 일정한 두 수의 곱

1. 두 수의 합이 12일 때, 이 두 수의 곱이 최대가 되게 하는 두 수를 구하여라.

(1) 두 수 중 하나의 수를 x라고 할 때, 다른 하나의 수를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 두 수의 곱을 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) (2)의 식을 이용하여 두 수의 곱의 최댓값을 구하여라.

(4) 두 수의 곱이 최대가 되게 하는 두 수를 구하여라.

2. 합이 20인 두 수의 곱의 최댓값을 구하여라.

(1) 두 수 중 하나의 수를 x라고 할 때, 다른 하나의 수를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 두 수의 곱을 y라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 두 수의 곱의 최댓값을 구하여라.

3. 합이 18인 두 수의 제곱의 합의 최솟값을 구하여라.

(1) 두 수를 x, $18-x$라 하고 두 수의 제곱의 합을 y라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 두 수의 제곱의 합의 최솟값을 구하여라.

4. 합이 40인 두 수의 곱이 최대가 될 때, 이 두 수를 구하시오.

(1) 두 수 중 하나를 x라 할 때, 다른 수를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 두 수의 곱을 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 두 수의 곱이 최대가 될 때, 두 수를 구하여라.

5. 차가 12인 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수를 구하여라.

(1) 두 수 중 작은 수를 x라 하고 두 수의 곱을 y라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

(3) 두 수의 곱이 최소일 때의 두 수를 구하여라.

6. 차가 20인 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수를 구하여라.

(1) 두 수 중 작은 수를 x라 하고 두 수의 곱을 y라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

(3) 두 수의 곱이 최소일 때의 두 수를 구하여라.

7. 합이 12인 두 수의 제곱의 합의 최솟값을 구하여라.

(1) 두 수 중 하나의 수를 x라고 할 때, 다른 하나의 수를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 두 수의 제곱의 합을 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) (2)의 식을 이용하여 두 수의 제곱의 합의 최솟값을 구하여라.

8. 두 수 x, y에 대하여 $2x+y=12$가 항상 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) xy를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) xy의 최댓값을 구하여라.

(3) xy가 최댓값을 가질 때, x, y값을 각각 구하여라.

9. 두 수 a, b에 대하여 $4a+b=12$가 항상 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) ab를 한 문자에 관한 식으로 나타내어라.

(2) ab의 최댓값을 구하여라.

(3) ab가 최댓값을 가질 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

10. 두 수 x, y에 대하여 $2x+y=4$이 항상 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) xy의 최댓값을 구하여라.

(2) xy가 최댓값을 가질 때, x, y값을 각각 구하여라.

11. 두 수 x, y에 대하여 $3x-y=5$가 항상 성립한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) x^2+y^2의 최솟값을 구하여라.

(2) x^2+y^2의 최솟값을 가질 때, $x+y$의 값을 구하여라.

도형에의 활용

12. 둘레의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$인 직사각형의 넓이가 최대가 될 때, 그때의 넓이를 구하여라.

(1) 직사각형의 가로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$이라 할 때, 세로의 길이를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 직사각형의 넓이를 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) (2)의 식을 이용하여 넓이가 최대일 때의 넓이를 구하여라.

13. 길이가 24인 끈으로 직사각형을 만들려고 한다. 물음에 답하시오.

(1) 직사각형의 가로의 길이를 x, 넓이를 y라 할 때, 넓이 y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 만들 수 있는 직사각형의 최대의 넓이를 구하여라.

(3) 넓이가 최대일 때, 가로의 길이를 구하여라.

14. 둘레의 길이가 $28\mathrm{cm}$인 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 가로의 길이와 세로의 길이를 구하여라.

(1) 가로의 길이를 $x\mathrm{cm}$라 할 때, 세로의 길이를 x에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 직사각형의 넓이를 $y\mathrm{cm}^2$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(4) 넓이가 최대일 때, 가로의 길이와 세로의 길이를 구하여라.

15. 가로의 길이가 $8\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $10\mathrm{cm}$인 직사각형의 가로의 길이를 $x\mathrm{cm}$만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x\mathrm{cm}$만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들 때, 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(1) 새로운 직사각형의 가로의 길이, 세로의 길이를 x에 대한 식으로 차례대로 나타내어라.

(2) 새로운 직사각형의 넓이를 $y\mathrm{cm}^2$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

16. 가로의 길이가 $6\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $8\mathrm{cm}$인 직사각형의 가로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$만큼 줄이고, 세로의 길이를 $2x\,\mathrm{cm}$만큼 늘여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 새로운 직사각형의 가로와 세로의 길이를 x를 이용하여 각각 나타내어라.

(2) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 새로운 직사각형의 넓이가 최대일 때, 세로의 길이를 구하여라.

17. 둘레의 길이가 $20\ \mathrm{cm}$인 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 반지름의 길이를 구하여라.

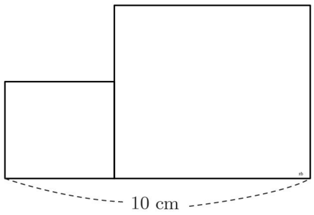
(1) 반지름의 길이가 r일 때, 호의 길이를 r에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 부채꼴의 넓이 S는 $\frac{1}{2}\times$(반지름)$\times$(호의 길이)이다. S를 r에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(4) 넓이가 최대일 때, 반지름의 길이를 구하여라.

18. 다음 그림과 같이 길이가 10cm인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



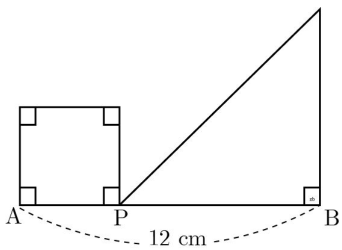
(1) 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$이라 할 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

(2) 두 정사각형의 넓이의 합을 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 두 정사각형의 넓이의 합의 최댓값을 구하여라.

(4) 두 정사각형의 넓이의 합이 최대일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

19. 다음 그림과 같이 길이가 12cm인 선분 AB 위에 점 P를 잡아서 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



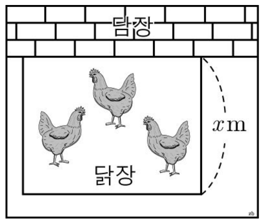
(1) $\overline{\text{BP}}$의 길이를 $x\text{cm}$이라 할 때, $\overline{\text{AP}}$의 길이를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 주어진 정사각형과 직각이등변 삼각형의 넓이의 합을 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 두 도형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.

(4) 두 도형의 넓이의 합이 최소일 때, 선분 $\overline{\text{AP}}$의 길이를 구하여라.

20. 다음 그림과 같이 길이가 32m인 철망으로 직사각형 모양의 닭장을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라. (단, 담장은 철망을 치지 않는다.)

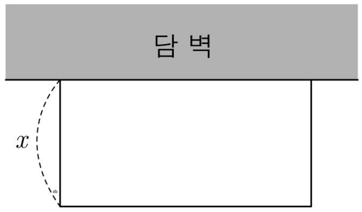


(1) 세로의 길이를 $x\text{m}$라 할 때, 가로의 길이를 x에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 닭장의 넓이를 $y\text{m}^2$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 닭장의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 때의 x의 값을 구하여라.

21. 그림과 같이 $24m$인 철망으로 직사각형 모양의 창고를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

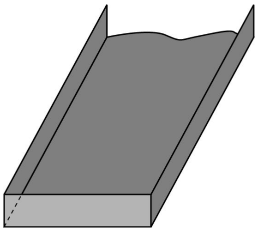


(1) 세로의 길이를 $x\text{m}$라 할 때, 가로의 길이를 x에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 창고 밑면의 넓이를 $y\text{m}^2$라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 창고의 밑면의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 때의 x의 값을 구하여라.

22. 너비가 $16\,\mathrm{cm}$인 양철판의 양쪽을 같은 높이만큼 직각으로 접어서 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 단면의 높이를 구하여라.



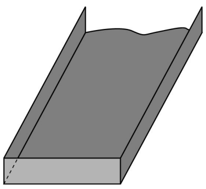
(1) 단면의 높이가 $x\,\mathrm{cm}$이라 할 때, 단면의 밑변의 길이를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 단면의 넓이를 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 단면의 넓이가 최대일 때, 단면의 넓이를 구하여라.

(4) 단면의 넓이가 최대일 때, 단면의 높이를 구하여라.

23. 너비가 $24\mathrm{cm}$인 양철판 양쪽을 다음 그림과 같이 접어서 물받이를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



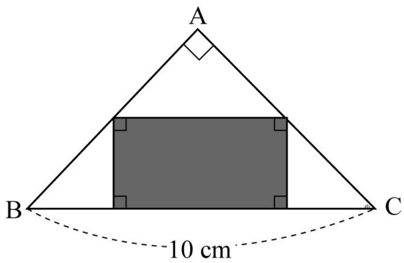
(1) 직사각형 단면의 넓이를 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 위 (1)의 식을 $y=a(x-p)^2+q$꼴로 나타내어라.

(3) 넓이가 최대일 때, 그때의 넓이를 구하여라.

(4) 넓이가 최대일 때, 그때의 x의 값을 구하여라.

24. 그림은 빗변의 길이가 $10cm$인 직각이등변삼각형에 내접하는 직사각형을 그린 것이다. 이 직사각형의 넓이가 최대일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이를 구하시오.

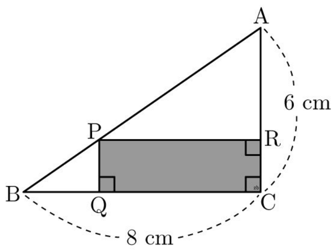


(1) 색칠된 부분의 면적을 y, 직사각형의 세로의 길이를 x라 할 때, x, y에 관한 함수의 식을 구하시오.

(2) y가 최댓값을 가질 때, x의 값을 구하시오.

(3) 직사각형의 넓이가 최대일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이를 구하시오.

25. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{C}=90^\circ$이고, $\overline{\mathrm{AC}}=6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}}=8\mathrm{cm}$인 직각삼각형 ABC의 빗변 AB위에 한 점 P를 잡아 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라고 하자. 다음 물음에 답하여라.



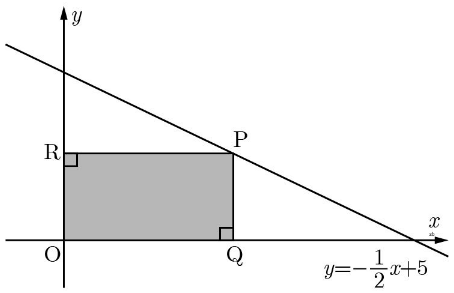
(1) $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$이라 할 때, $\overline{\mathrm{PR}}$의 길이를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 직사각형 PQCR의 넓이를 y라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 직사각형 PQCR의 최대 넓이를 구하여라.

(4) 직사각형 PQCR의 넓이가 최대일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이를 구하여라.

26. 그림과 같이 직선 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 위의 한 점 P에서 x축과 y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

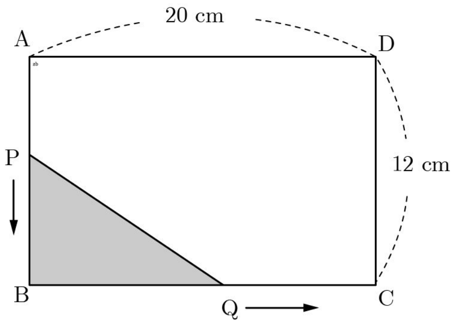


(1) 점 P의 x좌표를 t라 할 때, y좌표를 t에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 사각형PROQ의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(3) 사각형PROQ의 넓이가 최대가 될 때, 점 P의 좌표를 구하여라.

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 점 A에서 점 B까지 초속 1cm로 움직이고, 점 Q는 $\overline{BC}$ 위를 점 B에서 점 C까지 초속 2cm로 움직인다. 두 점 P, Q가 동시에 출발할 때, 다음 물음에 답하여라.



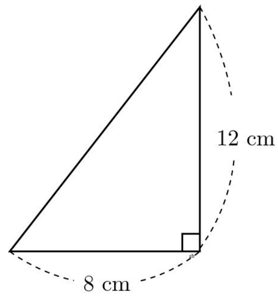
(1) t초 후의 $\overline{PB}$와 $\overline{BQ}$의 길이를 t에 관한 식으로 나타내어라.

(2) $\triangle PBQ$의 넓이를 y라 할 때, y를 t에 관한 식으로 나타내어라.

(3) $\triangle PBQ$의 최댓값을 구하여라.

(4) $\triangle PBQ$의 넓이가 최대일 때, 움직인 시간을 구하여라.

28. 다음의 그림과 같이 밑면의 길이가 8cm, 높이가 12cm인 직각삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm씩 줄어든다고 한다. 다음 물음에 답하여라.



(1) t초 후의 삼각형의 높이와 삼각형의 밑변의 길이를 t에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 삼각형의 넓이를 y라 할 때, y를 t에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 삼각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(4) 삼각형의 넓이가 최대일 때, 시간을 구하여라

쏘아 올린 물체

29. 지면으로부터 똑바로 위로 쏘아 올린 물 로켓의 x초 후의 높이를 ym라 하면 $y=-5x^2+40x$인 관계가 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물 로켓은 쏘아 올린 지 몇 초 후에 최고 높이에 도달하게 되는지 구하여라.

(2) 이 물 로켓이 도달하는 최고 높이를 구하여라.

30. 어느 축구 선수가 하늘을 향해 비스듬히 찬 공의 t초 후의 높이를 ym라고 하면 $y=-4.9t^2+8.4t$의 관계가 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 공은 쏘아 올린 지 몇 초 후에 최고 높이에 도달하게 되는지 구하여라.

(2) 이 공이 도달하는 최고 높이를 구하여라.

31. 지면으로부터 40m가 되는 높이에서 초속 24m로 던져 올린 물체의 t초 후의 높이를 $h\text{m}$라고 하면, $h=40+24t-4t^2$인 관계가 성립한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물체가 최고높이에 도달할 때는 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

(2) 이 물체가 도달하는 최고 높이를 구하여라.

32. 지면에서 초속 10m의 속력으로 위로 던진 물체의 t초 후의 높이가 $(-5t^2+10t)\text{m}$일 때, 다음을 구하여라.

(1) 물체를 던진 후 지면에 도달할 때까지 걸리는 시간을 구하여라.

(2) 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 t의 값과 높이를 각각 구하여라.

33. 지상 $2\ \text{m}$의 높이에서 수직인 방향으로 쏘아 올린 물 로켓의 t초 후의 높이 $h\ \text{m}$는 $h=40t-5t^2+2$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 물 로켓이 가장 높이 올라갔을 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

(2) 물 로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

34. 현주가 지면에서 초속 30m로 던져 올린 물체의 x초 후의 높이는 $(30x-5x^2)\text{m}$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물체가 높이 40m가 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

(2) 이 물체가 지면으로 다시 떨어지는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

(3) 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때는 몇 초 후인지 구하여라.

35. 지면에서 수직인 방향으로 초속 60m로 쏘아 올린 로켓의 x초 후의 높이 $y\text{m}$는 $y=-5x^2+60x$라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 로켓을 쏘아 올린 지 3초 후의 높이를 구하여라.

(2) 로켓의 최대 높이를 구하여라.

36. 지면으로부터 105m의 높이에서 쏘아 올린 물체의 x초 후의 높이를 $y\text{m}$라 하면 $y=-5x^2+20x+105$인 관계가 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물체가 도달하는 최고 높이를 구하여라.

(2) 이 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

37. 지면에서 초속 49m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이 $h=(49t-4.9t^2)\text{m}$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물체가 지면으로 다시 떨어질 때 까지 걸리는 시간을 구하여라.

(2) 최대 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

(3) 최대 높이를 구하여라.

38. 한 리듬체조 선수가 초속 8m의 속력으로 던져 올린 볼의 x초 후의 높이를 $y\text{m}$라고 하면 $y=-5x^2+8x+1$인 관계가 성립한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 볼이 높이 4m에 처음으로 도달하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

(2) 최대 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

(3) 최대 높이를 구하여라.

총 판매금액, 이익에 관한 문제

39. 어느 공장에서 하루에 제품을 x개 생산하였을 때 이익금을 y만 원이라 하면 $y=-\frac{1}{20}x^2+10x+500$인 관계가 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이익을 최대로 하려면 하루에 몇 개의 제품을 생산하여야 하는지 구하여라.

(2) 최대 이익금은 얼마인지 구하여라.

40. 무더운 여름날 슈퍼에서 아이스크림을 한 개에 600원씩 팔면 300개 팔리는 아이스크림이 있다. 가격을 $3x$원 올릴 때마다 판매량이 x개씩 줄어든다고 한다. 총 판매금액이 최대일 때, 아이스크림 한 개의 가격을 구하려고 한다. 물음에 답하시오.

(1) 총 판매금액을 y원이라고 할 때, $3x$원 올리면 x개 덜 팔리는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 식을 구하여라.

(2) (1)에서 구한 이차함수 식을 "$y=a(x-p)^2+q$" 꼴로 고쳐라.

(3) 총 판매금액이 최대일 때, 아이스크림 한 개의 가격을 구하여라.

41. 한 개에 1000원씩 팔면 500개 팔리는 아이스크림의 가격을 x원씩 올리면 $\frac{x}{10}$개씩 적게 팔렸다고 한다. 총 판매 금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(단, $y=ax^2+bx+c$의 형태로 나타내시오.)

(2) 총 판매 금액의 최댓값을 구하시오.

(3) 총 판매 금액이 최대일 때의 한 개당 판매 가격을 구하시오.

42. 어떤 상품을 350원으로 팔았더니 300개가 팔렸고, 50원 할인하여 판매를 하였더니 400개가 팔렸다. 상품 가격의 변화와 판매 개수의 증가량의 비율이 일정하다 하고 하루 총 판매액을 M이라 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 상품을 x원 할인하면 몇 개가 더 팔리는지 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 하루 총 판매액 M을 x에 관한 식으로 나타내어라.

(3) 총 판매액이 최대일 때, 총 판매액을 구하여라.

(4) 총 판매액이 최대일 때, 상품 가격을 구하여라.

43. 한 개에 100원씩 팔면 300개 팔리는 상품의 가격을 한 개당 x원 올렸더니 $2x$개 적게 팔렸다고 한다. 총 판매 금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 총 판매 금액의 최댓값을 구하여라.

(3) 총 판매 금액이 최대일 때의 한 개당 판매 가격을 구하여라.

44. 한 개에 100원씩 팔면 600개 팔리는 상품의 가격을 한 개당 x원 올렸더니 $2x$개 적게 팔렸다고 한다. 총 판매금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내시오.

(2) 총 판매금액의 최댓값을 구하시오.

(3) 총 판매금액이 최대일 때의 한 개당 판매 가격을 구하시오.

45. 한 개에 200원 하는 과자가 평소에 8개 팔리는데, 이 과자의 가격을 $10x$원 내리면 평소보다 $2x$개 많게 팔린다고 한다. 한 개의 가격을 $10x$원 내릴 때, 총 판매 금액을 y원이라 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) y의 최댓값을 구하여라.

(3) y가 최대일 때 x의 값을 구하여라.

(4) 총 판매 금액 y원이 최대일 때, 과자 한 개의 가격을 구하시오.

46. $1\,\mathrm{kg}$의 원가가 200원인 초콜렛을 $1\,\mathrm{kg}$에 1000원씩 판매하면 하루에 $100\,\mathrm{kg}$을 팔 수 있고, $1\,\mathrm{kg}$에 $100x$원씩 내릴 때마다 하루 판매량은 $25x\,\mathrm{kg}$씩 증가한다고 한다. 하루의 판매 이익 금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 하루 판매 이익 금액의 최댓값을 구하여라.

(3) 하루 판매 이익 금액이 최대일 때의 $1\,\mathrm{kg}$의 판매 가격을 구하여라.

47. 어떤 인터넷 사이트에서 노래를 내려 받는데 한 곡당 800원씩 내야한다고 한다. 현재 내려 받은 곡 수는 100곡이고, 시장조사 결과, 이 후에 가격을 $2x$원 내리면 내려 받는 곡수가 $3x$곡 늘어날 것으로 예상되었다. 이 결과를 이용하여 매출액을 예상할 때, 주어진 물음에 답하시오.

(1) 내려받기로 얻을 수 있는 매출액을 y라고 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 내려받기로 얻을 수 있는 최대 매출액을 구하여라.

48. 어느 수영장의 회원들의 월 회비가 $30,000$원씩이고, 현재 회원 수는 10명이다. 여름방학을 맞이하여 회원 수를 늘리기 위해 새로운 회원이 1명이 올 때 마다 새로운 회원을 포함한 모든 회원들의 회비를 $1,000$원씩 깎아 주기로 하였다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 새로운 회원의 수를 x명이라 할 때, 월 회비를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 수영장의 수입을 y원이라 할 때, y를 x에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 수영장의 수입을 최대가 되게 하는 회원의 수를 구하여라.

49. 어느 헬스장의 월 회비가 $70,000$원이고 현재 회원 수는 50명이다. 이 헬스장은 회원을 늘리기 위해 신규 회원이 1명 올 때마다 신규 회원을 포함한 모든 회원들의 회비를 $1,000$원씩 할인해 주기로 했다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 신규 회원 수를 x명, 헬스장 수입을 y원이라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내시오.

(2) 헬스장의 수입이 최대가 되는 것은 신규 회원이 몇 명 들어왔을 때인지 구하여라.

(3) 헬스장의 최대 수입을 구하여라.

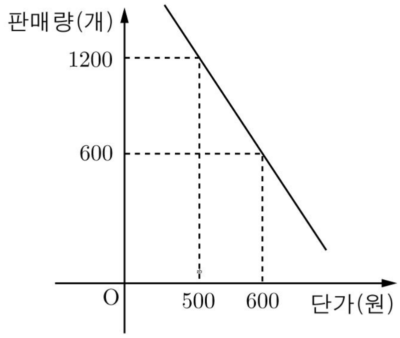
50. 어느 수영장의 월회비가 80000원이고, 현재 회원수는 30명이다. 이 수영장은 회원을 늘리기 위하여 신규회원 1명이 올 때마다 신규회원을 포함한 모든 회원들의 회비를 1000원씩 깎아 주기로 했다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 신규 회원의 수를 x명, 수영장의 수입을 y원이라 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내시오.

(2) 수영장의 수입이 최대가 되는 것은 신규 회원이 몇 명이 들어왔을 때인지 구하시오.

(3) 수영장의 최대 수입을 구하여라.

51. 학교 앞 가게에서 아이스크림의 단가와 하루 판매량 사이의 관계를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같은 직선이다. 이 상품의 단가가 500원일 때에는 하루에 1200개가 팔렸고, 600원일 때에는 하루에 600개가 팔렸다고 한다. 이 상품의 하루 매출액이 최대가 되려면 그 단가를 얼마로 정해야 하는지 말하여라.

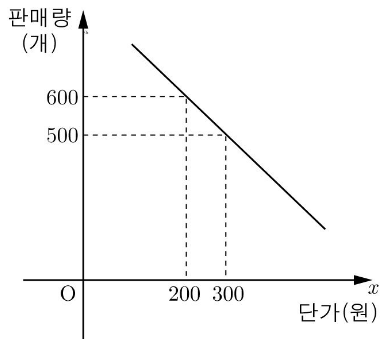


(1) 아이스크림의 단가가 x원 일 때, 하루 판매량 y를 x에 관한 식으로 나타내시오.

(2) 아이스크림의 하루 최대 매출액을 구하여라.

(3) 매출액 최대일 때, 아이스크림의 가격을 구하여라.

52. 어떤 상품의 단가와 하루 판매량 사이의 관계를 그래프로 나타내면 다음의 그림과 같은 직선이라고 한다. 이 상품의 단가가 200원 일 때에는 하루에 600개가 팔렸고 300원 일 때에는 하루에 500개가 팔렸다고 한다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 이 상품의 단가가 x원 일 때, 하루 매출액 y를 x에 관한 식으로 나타내시오.

(2) 이 상품의 하루 최대 매출액을 구하여라.

(3) 이 상품이 최대 매출액일 때, 단가를 구하여라.

총 판매금액, 이익에 관한 문제

53. 자동차를 운전할 때, 운전자가 브레이크를 밟은 후 정지할 때까지 진행한 거리를 제동 거리라고 한다. 시속 $x\,\mathrm{km}$로 달리는 자동차의 제동 거리를 $y\,\mathrm{m}$라고 할 때, y는 x의 제곱에 비례한다. 시속 $60\,\mathrm{km}$로 달리는 어느 자동차의 제동 거리가 $24\,\mathrm{m}$라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 시속 $90\,\mathrm{km}$로 달리던 자동차의 운전자가 전방에 있는 위험 물체를 발견하고 브레이크를 밟은 후 자동차가 정지할 때까지 진행한 거리를 구하여라.

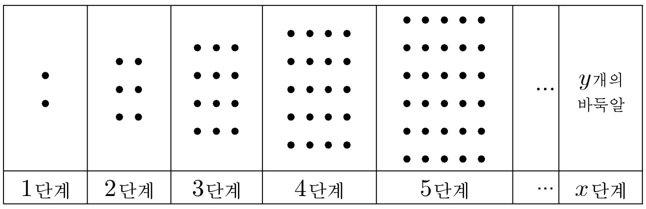
54. 시속 xkm로 달리던 자동차가 브레이크를 밟은 후 정지할 때까지 진행한 거리를 ym라고 할 때, y는 x제곱에 비례한다고 한다. 시속 $40km$로 달리던 어느 자동차가 브레이크를 밟은 후 정지할 때까지 진행한 거리가 $20m$이다. 시속 $80km$로 달리다가 브레이크를 밟았다면 이 자동차가 정지할 때까지 진행한 거리를 구하려고 한다. 물음에 답하시오.

(1) y가 x제곱에 비례한다는 것을 식으로 나타내시오.

(2) $x=40$일 때, $y=20$임을 이용하여 x와 y의 관계식을 구하시오.

(3) 시속 $80km$로 달리던 자동차가 브레이크를 밟은 후 정지할 때까지 진행한 거리를 구하시오.

55. 바둑알을 그림과 같은 방법으로 배열하고자 한다. 물음에 답하시오.



(1) x단계에서 사용한 바둑알의 수를 y개라고 하면, x와 y사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(2) 9단계를 배열할 때, 필요한 바둑알은 몇 개인지 구하시오.

(3) 바둑알을 156개를 모두 이용하여 위와 같은 방법으로 배열한다면 몇 단계의 배열인지 구하시오.

정답 및 해설

1) (1) $12-x$ (2) $y=x(12-x)$
(3) 최댓값 36 (4) 6, 6

⇨ (1) 합이 12인 두 수이므로 x, $12-x$라 한다.
(2) 두 수의 곱을 y라고 하면 $y=x(12-x)$
(3) $y=x(12-x)=-(x-6)^2+36$
따라서 $x=6$일 때 최댓값은 36이다.
(4) 따라서 곱이 최대가 되게 하는 두 수는 6, 6이다.

2) (1) $20-x$ (2) $y=x(20-x)$ (3) 100

⇨ (1) 합이 20인 두 수이므로 하나의 수가 x이면 다른 수는 $20-x$이다.
(2) 두 수의 곱이 y이므로 $y=x(20-x)$이다.
(2) 위의 식을 정리하면
$y=-x^2+20x=-(x-10)^2+100$이므로
두 수의 곱의 최댓값은 100이다.

3) (1) $y=x^2+(18-x)^2$ (2) 162

⇨ (1) 합이 18이므로 두 수가 x, $18-x$이고, 두 수의 제곱의 합이 y이므로 $y=x^2+(18-x)^2$
(2) 위의 식을 정리하면
$y=2x^2-36x+324=2(x-9)^2+162$
이므로 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 162이다.

4) (1) $40-x$ (2) $y=x(40-x)$ (3) 20, 20

5) (1) $y=x(x+12)$ (2) -36 (3) -6, 6

⇨ (1) 차가 12인 두 수 중 작은 수가 x이므로
큰 수는 $x+12$이고, 이 두 수의 곱이 y이므로
$y=x(x+12)$
(2) 위의 식을 정리하면 $y=x^2+12x=(x+6)^2-36$이므로 두 수의 곱의 최솟값은 -36이다.
(3) 두 수의 곱이 최소일 때의 두 수는 -6, 6이다.

6) (1) $y=x(x+20)$ (2) -100 (3) -10, 10

7) (1) $12-x$ (2) $y=x^2+(12-x)^2$ (3) 72

⇨ (3) $y=x^2+(12-x)^2=2x^2-24x+144=2(x-6)^2+72$
따라서 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 72이다.

8) (1) $xy=x(-2x+12)$ (2) 18 (3) $x=3$, $y=6$

⇨ (1) $y=-2x+12$이므로, $xy=x(-2x+12)$이다.
(2) $xy=x(-2x+12)=-2x^2+12x=-2(x-3)^2+18$
$x=3$일 때, 최댓값 18을 가진다.
(3) $x=3$이고, $y=12-2\times3=6$

9) (1) $ab=a(12-4a)$ (2) 9 (3) $a=\frac{3}{2}$, $b=6$

⇨ (1) $4a+b=12$에서 $b=12-4a$이므로 $ab=a(12-4a)$
(2) $ab=a(12-4a)=-4a^2+12a=-4\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+9$
따라서 ab의 최댓값은 9이고, 이때 a의 값은 $\frac{3}{2}$이다.
(3) $a=\frac{3}{2}$이고, $b=12-4\times\frac{3}{2}=12-6=6$

10) (1) $y=4-2x$ (2) 2 (3) $x=1$, $y=2$

⇨ (1) $2x+y=4$ ⋯ $y=4-2x$이다.
(2) $xy=x(4-2x)=-2x^2+4x=-2(x-1)^2+2$
따라서 xy는 $x=1$일 때 최댓값 2를 갖는다.
(3) $x=1$일 때, $y=4-2=2$이다.

11) (1) $y=3x-5$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) 1

⇨ (1) $3x-y=5$이므로 $y=3x-5$이다.
(2) $x^2+y^2=x^2+(3x-5)^2=x^2+9x^2-30x+25$
$=10x^2-30x+25=10\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)+25-\frac{45}{2}$
$=10\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$
따라서 x^2+y^2의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.
(3) x^2+y^2이 최솟값을 가질 때 $x=\frac{3}{2}$이고,
$y=3\times\frac{3}{2}-5=-\frac{1}{2}$이므로 $x+y=1$이다.

12) (1) $10-x$ (2) $y=x(10-x)$ (3) $25\,\text{cm}^2$

⇨ (1) 직사각형의 가로의 길이를 $x\,\text{cm}$라고 하면 둘레의 길이가 $20\,\text{cm}$이므로 세로의 길이는 $(10-x)\,\text{cm}$이다.
(2) 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=x(10-x)=-(x-5)^2+25$
(3) 따라서 $x=5\,(\text{cm})$일 때, 직사각형의 넓이는
최대 $25\,\text{cm}^2$가 된다.

13) (1) $y=-x^2+12x$ (2) 36 (3) 6

14) (1) $(14-x)\text{cm}$ (2) $y=x(14-x)$
(3) 49cm^2 (4) 가로: 7cm, 세로: 7cm

⇨ (3) $y=x(14-2)=-x^2+14x=-(x-7)^2+49$이므로 직사각형의 넓이의 최댓값은 49cm^2이고, 이때 직사각형의 가로의 길이는 7cm, 세로의 길이는 7cm이다.

15) (1) 가로의 길이 $(8+x)\text{cm}$, 세로의 길이$(10-x)\text{cm}$
(2) $y=(8+x)(10-x)$
(3) 81cm^2

⇨ (2) (넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)이므로
$y=(8+x)(10-x)$
(3) $y=-x^2+2x+80=-(x-1)^2+81$이므로 직사각형의 넓이의 최댓값은 81m^2이다.

16) (1) 가로: $(6-x)\,\text{cm}$, 세로: $(8+2x)\,\text{cm}$,

(2) $y=(6-x)(8+2x)$ (3) $10\,\text{cm}$

⇨ (3) $y=(6-x)(8+2x)=-2x^2+4x+48=-2(x-1)^2+50$
새로운 직사각형은 $x=1$일 때 최대 넓이가 $50\ \text{cm}^2$이다.
이 때 세로의 길이는 $8+2x=8+2=10$이다.

17) (1) $20-2r$ (2) $S=\frac{1}{2}r(20-2r)$
(3) $25\,\text{cm}^2$ (4) $5\,\text{cm}$

⇨ (1) 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면 부채꼴의 호의 길이는 $(20-2r)\,\text{cm}$이다.
(2) 부채꼴의 넓이를 S라 하면
(3) $S=\frac{1}{2}r(20-2r)=-r^2+10r=-(r^2-10r+25)+25$
$=-(r-5)^2+25$
(4) 따라서 넓이가 최대일 때 반지름의 길이는 $5\,\text{cm}$이다.

18) (1) $10-x$ (2) $y=x^2+(10-x)^2$
(3) $50\,\text{cm}^2$ (4) $5\,\text{cm}$

⇨ (1) 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $10-x$이다
(3) $y=x^2+(10-x)^2=2x^2-20x+100$
$=2(x^2-10x+25)+50$
$=2(x-5)^2+50$
따라서 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$이다.
(4) 넓이가 최소일 때, 작은 정사각형의 길이는 $5\,\text{cm}$이다.

19) (1) $12-x$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2+(12-x)^2$
(3) $48\,\text{cm}^2$ (3) $4\,\text{cm}$

⇨ (3) $y=\frac{1}{2}x^2+(12-x)^2=\frac{3}{2}x^2-24x+144$
$=\frac{3}{2}(x^2-16x+64)+144-\frac{3}{2}\times 64$
$=\frac{3}{2}(x-8)^2+48$
(4) 따라서 넓이가 최소일 때 $\overline{\text{BP}}=8\,\text{cm}$이므로
$\overline{\text{AP}}=12-8=4(\text{cm})$이다.

20) (1) $(32-2x)\text{m}$ (2) $y=x(32-2x)$
(3) 128m^2, 8

⇨ (3) $y=x(32-2x)=-2x^2+32x=-(x-8)^2+128$이므로 닭장의 넓이의 최댓값은 128m^2이고, 이때 x의 값은 8이다.

21) (1) $24-2x$ (2) $y=x(24-2x)$ (3) 72m^2, 6

22) (1) $16-2x$ (2) $y=x(16-2x)$
(3) $32\,\text{cm}^2$ (4) $4\,\text{cm}$

⇨ (1) 접어 올린 높이를 $x\,\text{cm}$라고 하면 단면의 가로의 길이는 $(16-2x)\,\text{cm}$이다.
(2) 단면의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=x(16-2x)=-2(x-4)^2+32$
(3),(4) 따라서 $x=4(cm)$일 때, 단면의 넓이는 최대 $32\,cm^2$가 된다.

23) (1) $y=-2x^2+24x$, (2) $y=-2(x-6)^2+72$,
(3) $72\,\text{cm}^2$ (4) $6\,\text{cm}$

⇨ (1) 높이가 x cm이면 단면의 밑변의 길이는 $24-2x$이므로 $y=x(24-2x)=-2x^2+24x$
(2) $y=-2x^2+24x=-2(x^2-12x+36)+72$
$=-2(x-6)^2+72$
(3),(4) $x=6$일 때 단면의 넓이는 $72\,\text{cm}^2$이다.

24) (1) $y=x(10-2x)$ (2) $x=\frac{5}{2}$ (3) 15 cm

⇨ (1) 직사각형의 세로의 길이가 x이면 색칠되지 않은 삼각형은 $\triangle\text{ABC}$와 닮음이므로 모두 직각이등변삼각형이다. 따라서 직사각형의 가로의 길이는 $10-2x$이므로 직사각형의 넓이 $y=x(10-2x)$이다.
(2) $y=x(10-2x)=-2\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)+\frac{25}{2}$
$=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$
따라서 직사각형은 $x=\frac{5}{2}$일 때, 최대 넓이를 갖는다.
(3) 직사각형의 세로의 길이가 $\frac{5}{2}\,\text{cm}$이고, 가로의 길이는 $10-2x=10-5=5(\text{cm})$이므로 직사각형의 둘레는 $2\times\left(5+\frac{5}{2}\right)=15(\text{cm})$이다.

25) (1) $\overline{\text{PR}}=8-\frac{4}{3}x$ (2) $y=x\left(8-\frac{4}{3}x\right)$
(3) 12 cm^2 (4) $\overline{\text{PQ}}=3$ cm

⇨ (1) $\overline{\text{PQ}}=x$, $\overline{\text{PR}}=6-x$
$\triangle\text{APR}\backsim\triangle\text{ABC}$이므로 $6-x:\overline{\text{PR}}=6:8$
$\therefore\ \overline{\text{PR}}=8-\frac{4}{3}x$
(2)□PQCR의 넓이 $y=x\left(8-\frac{4}{3}x\right)=-\frac{4}{3}(x-3)^2+12$
(3),(4) 따라서 □PQCR의 넓이가 최대가 되는 $\overline{\text{PQ}}$의 길이는 3 cm이고, 이때 넓이는 12 cm^2이다.

26) (1) $\text{P}\left(t,\ -\frac{1}{2}t+5\right)$ (2) $\frac{25}{2}$ (3) $\text{P}\left(5\ ,\ \frac{5}{2}\right)$

⇨ (1) 점 P의 x좌표를 t라 하면, y좌표는 $-\frac{1}{2}t+5$이므로 $\text{P}\left(t,\ -\frac{1}{2}t+5\right)$이다.
(2) □PROQ의 넓이를 S라 하면, $\text{S}=\overline{\text{OQ}}\times\overline{\text{OR}}$ 이므로
$\text{S}=t\left(-\frac{1}{2}t+5\right)=-\frac{1}{2}t^2+5t=-\frac{1}{2}(t-5)^2+\frac{25}{2}$

따라서, S는 $t=5$일 때, 최댓값 $\frac{25}{2}$를 가진다.

(2) $t=5$일 때 최대이므로 $y=-\frac{5}{2}+5=\frac{5}{2}$이다.

따라서 □PROQ의 넓이가 최대가 될 때 $P\left(5, \frac{5}{2}\right)$이다.

27) (1) $\overline{PB}=12-t$, $\overline{BQ}=2t$ (2) $y=\frac{1}{2}\times 2t\times(12-t)$

(3) 36cm^2 (4) 6초

⇨ (3),(4) $y=\frac{1}{2}\times 2t\times(12-t)=-(t-6)^2+36$

따라서 $t=6$일 때 $\triangle PBQ$의 넓이는 최대넓이인 36cm^2이 된다

28) (1) 높이: $12-t$, 밑변의 길이: $8+2t$

(2) $y=\frac{1}{2}(12-t)(8+2t)$ (3) 64cm^2 (4) 4초

⇨ (3),(4) $y=\frac{1}{2}(12-t)(8+2t)=-(t+4)(t-12)$

$=-(t^2-8t-48)=-(t-4)^2+64$

따라서 $t=4$일 때, 삼각형의 넓이는 최대인 64cm^2이다.

29) (1) 4초 후 (2) 80m

⇨ $y=-5x^2+40x=-5(x-4)^2+80$이므로

물 로켓은 쏘아 올린 지 4초 후에 최고 높이 80m에 도달한다.

30) $\frac{6}{7}$초, 최댓값 : 3.6 m

⇨ 높이 y의 최댓값을 구하면

$y=-4.9\left(t^2-\frac{12}{7}t+\frac{36}{49}\right)+3.6=-4.9\left(t-\frac{6}{7}\right)+3.6$

따라서 $\frac{6}{7}$초일 때 가장 높은 높이인 3.6 m에 올라간다.

31) (1) 3초 후 (2) 76m

⇨ $h=40+24t-4t^2=-4(t-3)^2+76$

따라서 $t=3$초 후 일 때, 물체는 최고 높이 76m에 도달한다.

32) (1) 2초 후 (2) $t=1$일 때, 높이 5m

⇨ (1) $-5t^2+10t=0$, $-5t(t-2)=0$

$\therefore\ t=0$ 또는 $t=2$

따라서 던진 후 지면에 도달하는데 걸리는 시간은 2초이다.

(2) $-5(t^2-2t+1-1)=-5(t-1)^2+5$

따라서 $t=1$일 때, 최고 높이인 5m에 도달한다.

33) (1) 4초 후 (3) 82 m

⇨ $h=-5t^2+40t+2=-5(t-4)^2+82$

따라서 물 로켓이 가장 높이 올라갔을 때는 4초 후이고, 높이는 82 m이다.

34) (1) 2초 또는 4초 (2) 6초 (3) 3초

⇨ (1) $30x-5x^2=40$ $5x^2-30x+40=0$, $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=4$

(2) 지면으로 떨어질 때의 높이는 0m이므로

$30x-5x^2=0$, $-5x(x-6)=0$

$\therefore\ x=6$ ($\because\ x>0$)

(3) x초 후의 높이를 ym라 하면

$y=30x-5x^2=-5(x^2-6x+9)+45=-5(x-3)^2+45$

따라서 3초 후에 물체는 최고 높이인 45m에 올라간다.

35) (1) 135m (2) 180m

⇨ (1) $x=3$을 대입하면 높이

$y=-5\times3^2+60\times3=-45+180=135$ (m)

(2) $y=-5(x^2-12x+36)+180=-5(x-6)^2+180$

따라서 로켓은 $x=6$일 때, 최대높이인 180m에 도달한다.

36) (1) 125m (2) 7초

⇨ (1) $y=-5x^2+20x+105=-5(x-2)^2+125$이므로

이 물체가 도달하는 최고 높이는 125m이다.

(2) 지면에 떨어질 때의 물체의 높이는 0m이므로

$0=-5x^2+20x+105$,

$x^2-4x-21=0$, $(x-7)(x+3)=0$

$\therefore\ x=7$ ($\because\ x>0$)

따라서 7초 후에 다시 지면으로 떨어진다.

37) (1) 10초

⇨ (1) 지면에 떨어질 때는 $h=0$일 때 이므로

$49t-4.9t^2=0$, $4.9t^2-49t=0$

$4.9t(t-10)=0$ $\therefore t=10(\because t>0)$

(2),(3) $h=-4.9(t^2-10t+25)+122.5$

$=-4.9(t-5)^2+122.5$

따라서 물체는 $t=5$일 때, 최대높이 122.5m에 도달한다.

38) (1) $\frac{3}{5}$초 (2) $\frac{4}{5}$초 (3) $\frac{21}{5}$m

⇨ (1) $y=4$일 때, $-5x^2+8x+1=4$, $5x^2-8x+3=0$

$(5x-3)(x-1)=0$ $\therefore\ x=\frac{3}{5}$ 또는 $x=1$

따라서 볼이 처음으로 높이 4m에 도달하는 시간은 $\frac{3}{5}$초이다.

(2) $y=-5x^2+8x+1=-5\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{16}{25}\right)+\frac{16}{5}+1$

$=-5\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{21}{5}$

따라서 볼은 $x=\frac{4}{5}$일 때, 최대 높이인 $\frac{21}{5}$m에 도달한다.

39) (1) 100개 (2) 1000만 원

⇨ (1) $y=-\frac{1}{20}x^2+10x+500=-\frac{1}{20}(x-100)^2+1000$이므로 하루에 100개의 제품을 생산할 때 이익이 최대가 된다.
(2) 최대 이익금은 1000만원이다.

40) (1) $y=-3x^2+300x+180000$
(2) $y=-3(x-50)^2+187500$
(3) 750원

⇨ (1) $y=(600+3x)(300-x)=-3x^2+300x+180000$
(2) $y=-3x^2+300x+180000=-3(x-50)^2+187500$
(3) 따라서 $x=50$일 때 총판매금액의 최댓값은 187500원이다. 이때 아이스크림의 한 개의 판매 가격은 $600+3x=600+150=750$(원)이다.

41) (1) $y=-\frac{1}{10}x^2+400x+500000$
(2) 900000원 (3) 3000원

⇨ (1) x원 올렸을 때의 가격은 $(1000+x)$원이고 그 때의 판매개수는 $\left(500-\frac{x}{10}\right)$개이므로 총 판매금액은
$y=(1000+x)\left(500-\frac{1}{10}x\right)=-\frac{1}{10}x^2+400x+500000$
(2) $y=-\frac{1}{10}(x^2-4000x+4000000)+400000+500000$
$=-\frac{1}{10}(x-2000)^2+900000$
따라서 판매금액의 최댓값은 900000원이다.
(3) $x=2000$일 때, 최댓값을 가지므로 한 개당 판매가격은 3000원이다.

42) (1) $2x$ (2) $\mathrm{M}=(350-x)(300+2x)$
(3) 125000원 (4) 250원

⇨ (1) 50원 할인 했을 때 100개가 더 팔렸고, 상품 가격의 변화와 판매 개수의 증가량의 비율이 일정하므로 상품의 가격을 x원 할인하면, $2x$개가 더 팔린다.
(2) 가격이 $(350-x)$원일 때 $(300+2x)$개가 팔리므로 판매액을 나타내면 $\mathrm{M}=(350-x)(300+2x)$
(3) $\mathrm{M}=(350-x)(300+2x)$
$=-2(x^2-200x-52500)$
$=-2(x-100)^2+125000$
따라서 판매액 M이 최대가 되는 경우는 $x=100$일 때 125000원이다.
(4) 판매액이 최대일 때는 $x=100$이므로 판매 가격은 $350-100=250$(원)이다.

43) (1) $y=(100+x)(300-2x)$
(2) 31250원 (3) 125원

⇨ (1) 가격이 $(100+x)$원이면 $(300-2x)$개가 팔리므로 총 판매 금액은 $y=(100+x)(300-2x)$
(2) $y=-2(x-150)(x+100)=-2(x^2-50x)+30000$
$=-2(x-25)^2+31250$
따라서 $x=25$일 때 판매 금액의 최댓값은 31250원이다.
(3) 판매 금액이 최대일 때의 판매가격은 $100+25=125$(원)이다.

44) (1) $y=-2x^2+400x+60000$ (2) 80000원(3) 200원

45) (1) $y=-20x^2+320x+1600$ (2) 2880
(3) 8 (4) 120원

46) (1) $y=(800-100x)(100+25x)$
(2) 90000원 (3) 800원

⇨ (1) 1kg의 판매가는 1000원이고 $100x$원씩 내리므로 판매가는 $(1000-100x)$원이다. 원가가 200원이므로 1kg의 판매이익은 $(800-100x)$이고, 하루 판매량은 100kg에서 $25x$kg씩 증가하므로 $(100+25x)$이다.
즉, 하루 판매 이익 금액은 $y=(800-100x)(100+25x)$
(2) $y=-2500(x^2-4x-32)=-2500(x^2-4x+4)+90000$
$=-2500(x-2)^2+90000$
따라서 하루 판매이익 금액은 $x=2$일 때 최대금액인 90,000원이다.
(3) $x=2$일 때, (판매금액)$=1000-100x=800$(원)

47) (1) $y=-6x^2+2400x+80000$
(2) 320000원 (3) 700개

⇨ (1) 현재까지 내려받은 금액은 $800\times100=80000$(원)이고, $(800-2x)$원이 되면 $3x$개를 더 내려받으므로
$y=80000+(800-2x)3x=-6x^2+2400x+80000$
(2) $y=-6x^2+2400x+80000=-6(x-200)^2+320000$
따라서 최대매출액은 320000원이다.
(3) $x=200$일 때 최대매출액이므로 이때 내려받은 곡 수는 $100+3x=100+600=700$(개)이다.

48) (1) $30000-1000x$
(2) $y=(30000-1000x)(10+x)$
(3) 20명

⇨ (1) 회원이 1명 증가할 때마다 회비를 1000원씩 깎아주므로 회원이 x명 증가하면 회비는 $30000-1000x$원이다.
(2) 수영장의 수입은 (회원 수)×(회비)이므로
$y=(30000-1000x)(10+x)$
(3) $y=-1000(x-30)(x+10)$
$=-1000(x^2-20x)+300000$
$=-1000(x-10)^2+400000$
따라서 회원 수가 10명 증가할 때 수영장의 수입이 최대가 되므로 이때의 회원 수는 20명이다.

49) (1) $y=(50+x)(70000-1000x)$ (2) 10명
(3) 3600000원

⇨ (2),(3) $y=(50+x)(70000-1000x)$
$=1000(50+x)(70-x)$
$=-1000(x^2-20x+100)+3600000$
$=-1000(x-10)^2+3600000$
따라서 $x=10$명일 때, 최대수입은 3600000원이다.

50) (1) $y=(80000-1000x)(30+x)$

(2) 25명 (3) 3025000원

⇨ (2),(3) $y=(80000-1000x)(30+x)$

$=-1000(x+30)(x-80)$

$=-1000(x^2-50x+625)+3025000$

$=-1000(x-25)^2+3025000$

51) (1) $y=-6x+4200$ (2) 735000원 (3) 350원

⇨ (1) 직선의 그래프를 $y=ax+b$라 하면

$$\begin{cases}500a+b=1200 & \cdots ㉠\\ 600a+b=600 & \cdots ㉡\end{cases}$$

㉠,㉡을 연립하면 $a=-6,\ b=4200$

따라서 $y=-6x+4200$

(2) (매출액)=(단가)×(판매량)이므로

$xy=x(-6x+4200)$

$=-6x^2+4200x$

$=-6(x^2-700x+350^2)+6\times350^2$

$=-6(x-350)^2+735000$

$x=350$일 때, 하루 매출액은 735000원으로 최대이다.

(3) 매출액이 최대일 때, 단가는 350원이다.

52) (1) $y=-x^2+800x$ (2) 160000원 (3) 400원

⇨ (1) 직선의 그래프에 의해 (판매량)$=-x+800$이므로

$y=x(-x+800)=-x^2+800x$

(2) $y=-x^2+800x=-(x-400)^2+160000$

따라서 $x=400$일 때, 최대 매출액인 160000원이다.

53) (1) $y=\frac{1}{150}x$ (2) 54 km

54) (1) $y=ax^2$ (2) $y=\frac{1}{80}x^2$ (3) 80 m

55) (1) $y=x(x+2)$ (2) 90개 (3) 12단계