

10:05

# 2020학년도 2학기(1)차 지필평가 문제지 (수학Ⅱ)과

2020년 10월 21일 1교시 (2)학년 (1~8)반 (8)학급	과목코드 (02)
--------------------------------------	-----------

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 18문항(80점), 논술형: 3문항(20점) • 총점: 100점

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 1)$ 의 값은? [3.7점]

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ 의 값은? [3.9점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

$$\frac{(x-4)(x+4)}{x-4}$$

$$\frac{(x-1)(x^2-2x+1)}{(x-1)(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5}$ 의 값은? [4.2점]

- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{1}{7}$                       ③  $\frac{1}{6}$   
④  $\frac{1}{5}$                       ⑤  $\frac{1}{4}$

$$\frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5} \cdot \frac{(\sqrt{x+4}+3)}{(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5} \cdot \frac{(\sqrt{x+4}+3)}{(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{x+4-9}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+4}+3}$$

4. 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가

$5x-2 \leq f(x) \leq 5x+3$ 을 만족할 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

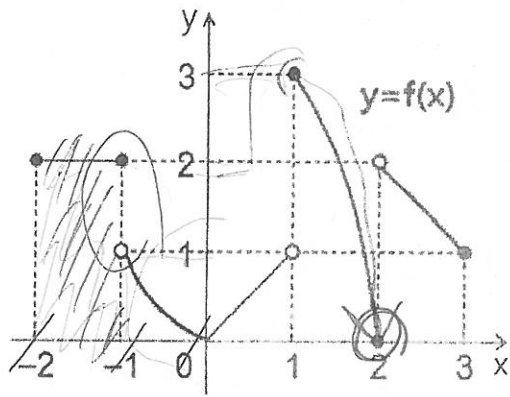
[4.1점]

- ① 2                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 4  
④  $\frac{9}{2}$                       ⑤ 5

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5} \cdot \frac{(\sqrt{x+4}+3)}{(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{x+4-9}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+4}+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x+4}+3} = \frac{1}{5}$$

[5~6] 구간  $[-2, 3]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 물음에 답하십시오.



5.  $f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [4.0점]

- ① 0      ② 1      ③ 2  
④ 3      ⑤ 4

3+

$-1 < k < 1$

$-1 < k < 1$        $\lim_{x \rightarrow 1}$

6. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.7점]

< 보 기 >

ㄱ. 극한값  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재한다.

ㄴ.  $-1 < k < 1$ 인 실수  $k$ 는 항상  $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k)$ 를 만족한다.

ㄷ. 정의역에서 함수  $f(x)$ 가 불연속이 되는  $x$ 의 값의 개수는 3이다.

ㄹ.  $x=2$ 에서 함수  $f(x)$ 의 미분계수  $f'(2)$ 가 존재한다.

- ① ㄱ      ② ㄴ, ㄷ, ㄹ      ③ ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재한다.

$x=2$        $f'(x)$ 가 존재?

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+15}+a}{x^3-1} & (x \neq 1) \\ b & (x=1) \end{cases}$$

가 모든 실수  $x$ 에서 연속하도록 두 상수  $a, b$ 를 정할 때,  $a+4b$ 의 값은? [4.8점]

- ① -4      ②  $-\frac{23}{6}$       ③  $-\frac{11}{3}$   
④  $-\frac{7}{2}$       ⑤  $-\frac{10}{3}$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+15}+a}{x^3-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+15}+a$$

$$\frac{\sqrt{x+15}-4}{x^3-1}$$

$$\frac{\sqrt{x+15}+4}{x^3-1}$$

$$4 \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$4+a=0 \Rightarrow a=-4$$

$$-4 \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$-4+4=0$$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & (0 \leq x < 1) \\ -ax^2+bx+c & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

가 열린구간  $(0, 3)$ 에서 미분 가능한 함수일 때, 세 상수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값은? [4.9점]

- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $-\frac{1}{4}$   
④ 0      ⑤  $\frac{1}{12}$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 \\ -ax^2+bx+c \\ 1 \end{cases}$$

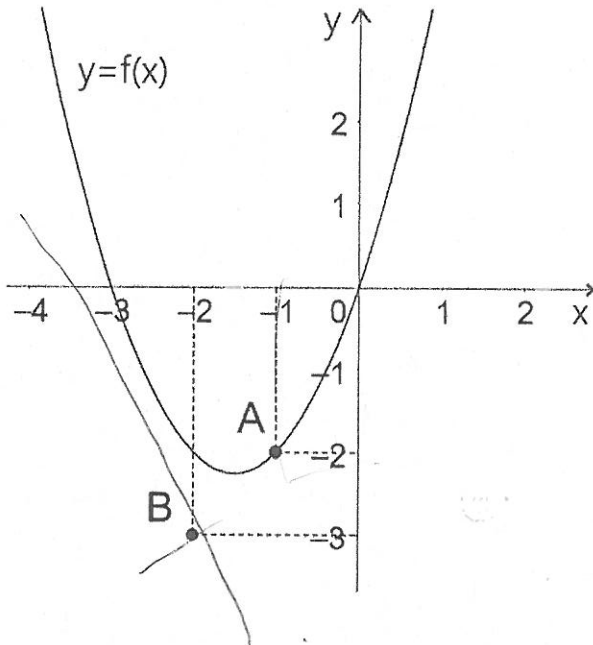
$$2ax=1$$

$$-ax^2+bx+c$$

$$-2a+b=1$$

$$a, b, c =$$

[9~13] 다음은 함수  $f(x) = x^2 + 3x$ 의 그래프와 두 점  $A(-1, -2)$ ,  $B(-2, -3)$ 을 좌표평면에 나타낸 것이다. 이를 참고하여 물음에 답하시오.



9.  $x$ 의 값이  $-4$ 에서  $-1$ 까지 변할 때, 함수  $f(x)$ 에 대한 평균 변화율은? [4.0점]

- ① ☒  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$   
④  $1$       ⑤  $2$

$A(-1, -2)$      $B(-2, -3)$

$f(x) = x^2 + 3x$   
 $f'(x) = 2x + 3$   
 $\frac{f(-1) - f(-2)}{-1 - (-2)} = \frac{0 + 2}{-1} = -2$   
 $\frac{0 + 2}{-1} = -2$   
 $2x + 3 = -2$   
 $2x = -5$   
 $x = -2.5$

10.  $x = \sqrt{2}$ 에서 함수  $f(x)$ 의 순간변화율의 값은? [4.3점]

- ①  $1$       ②  $\sqrt{2}$       ③  $2\sqrt{2}$   
④  $\sqrt{2} + 3$       ⑤  $2\sqrt{2} + 3$

$x = \sqrt{2}$

$y = \sqrt{2}(x - 1) - 2$

$f'(x) = \frac{2x + 3}{2\sqrt{2}}$   
 $2\sqrt{2} + 3$

11. 함수  $f(x)$  위의 점  $A$ 에서의 접선의 방정식은? [4.3점]

- ①  $y = x - \frac{5}{4}$   
 ② ☒  $y = x - 1$   
 ③  $y = x - \frac{3}{4}$   
 ④  $y = 2x$   
 ⑤  $y = 3x + 1$

$f(x) = x^2 + 3x$

$f'(x) = 2x + 3$   
 $-1 \quad -2 + 3$   
 $-1$   
 $y = x - 1$

12. 점  $B$ 에서 함수  $f(x)$ 에 그은 접선 중 기울기가 음수인 접선의 기울기는? [4.9점]

- ①  $-3$       ②  $-2\sqrt{2}$       ③ ☒  $-\sqrt{5}$   
 ④  $-2$       ⑤  $-\sqrt{3}$

$f(x) = x^2 + 3x$      $B(-2, -3)$      $y = 2x + 3$   
 $y = 2x + 3$

$y = 2x + 3$   
 $y = 2x + 3(x - x) + x^2 + 3x$   
 $2x + 3x - 2x^2 + 3x + x^2 + 3x$   
 $-x^2 + 3x + 2x + 3x$   
 $-x^2 - 3x - 2x + 3$   
 $(x - 2)(-x - 3)$

13. 함수  $f(x)$ 에 접하고 기울기가  $4$ 인 직선은  $y$ 축과 점  $(0, n)$ 에서 만난다.  $n$ 의 값은? [4.5점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③ ☒  $-\frac{1}{4}$   
 ④  $-\frac{1}{5}$       ⑤  $-\frac{1}{6}$

$y = 4(x - 0), n$

$y = 4x$  (?)

14. 함수  $f(x) = (x^5 + 3x^2 - 4x + 10)(2x^3 - 5x + 11)$  의  $x=1$  에서 미분계수  $f'(1)$  의 값은? [4.2점]

- ① 66      ② 68      ③ 70  
④ 76      ⑤ 80

$$f(x) = (5x^4 + 6x - 4) \cdot (2x^3 - 5x + 11)$$

$$+ (x^5 + 3x^2 - 4x + 10) \cdot 6x^2 - 5$$

$$f'(1) = (5+6-4) \cdot (2-5+11) + (1+3-4+10) \cdot 1$$

$$= 7 \cdot 8 + 10 = 56 + 10 = 66$$

15. 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  에 대하여 닫힌구간  $[0, 3]$  에서 물의 정리를 만족시키는 상수  $c$  의 값은? [5.0점]

- ① 0      ② 1  
④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$(0, 0) \quad (3, 9)$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$(0, 1) \quad (3, 1)$$

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{1 - 1}{3} = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$(0, 0) \quad (3, 9)$$

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{1 - 1}{3} = 0$$

[16~17] 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$  에 대하여 물음에 답하시오.

16. 함수  $f(x)$  의 극댓값은? [4.5점]

- ① 10      ② 11      ③ 12  
④ 13      ⑤ 14

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x$$

$$3x(x - 4)$$

$$x=0, x=4$$

$$10$$

$$6x$$

$$64 - 6 \times 16 + 10$$

$$(0, 10) \quad (4, -22)$$

$$3 \times 16 - 6 \times 16 + 10 = -22$$

17. 함수  $f(x)$  의 극솟값은? [4.5점]

- ① -24      ② -22      ③ -20  
④ -18      ⑤ -16

$$3 \times 9 - 6 \times 3 = 9$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2$$

$$(0, 0) \quad (3, 9)$$

$$\frac{9 - 0}{3 - 0} = 3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

18. 삼차함수  $f(x)$ 가 아래 세 가지 조건을 만족시킬 때, 함수  $|f(x)|$ 가 극대 또는 극소가 되는 모든  $x$ 의 값의 합은?

[5.5점]

(가)  $f(1)=0, f(3)=3$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = f(3)f(4)$

(다)  $f'(x)=0$ 의 모든 실근의 합은 6이다.

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

$f(1)=0 \quad f(3)=3$

$f'$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = f(3)f(4)$

$f'(4) = f(3)f(4)$

## 논술형

[논술형 1] 다음은 함수  $f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 미분계수  $f'(a)$ 의 정의이다.

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

함수  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ 에 대하여  $x=1$ 에서 미분계수  $f'(1)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 주어진 정의를 이용하지 않고 서술한 경우에 부분점수 부여하지 않음.) [5.0점]

$f'(a)$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} f'(1) = 2x + 3$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 1-}$$

$$x=1 \quad x=1 \quad x=1$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0}$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

or

$$f'(1) = 2x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$=$$

[논술형 2] 다항함수  $f(x)$ 가 아래 조건을 만족할 때,  $x=3$ 에서의 미분계수  $f'(3)$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

- (가)  $f(0)=0, f(2)<0$   
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=f(x)$ 이다.  
 (다) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\{f'(x)\}^2 = x^2\{f(x)+1\}$ 이다.

$$f(x) \quad f'(x)$$

$$f(0)=0, f(2)<0$$

$$f'(0)=0$$

$$f(0)=0, f(2)<0$$

$$f(-x)=f(x)$$

$$f(-x)=f(x)$$

①

$$\{f'(x)\}^2 = x^2\{f(x)+1\}$$

$$2f'(x)f''(x) = x^2\{f'(x)\}$$

[논술형 3] 함수  $f(x)=(x-12)(x+t)$ 에 대하여 집합  $A$ 를  $A=\left\{a \mid \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{|f(a+\Delta x)|-|f(a)|}{\Delta x} \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{|f(a+\Delta x)|-|f(a)|}{\Delta x} > 0, a \text{는 실수}\right\}$

라고 정의한다.  $\sqrt{5} \in A^c$ 일 때, 양수  $t$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$$

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.