



◇「콘텐츠산업 진흥법」시행령 제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[유리식]

두 다항식 $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여 $\frac{A}{B}$ 꼴로 나타낸 식

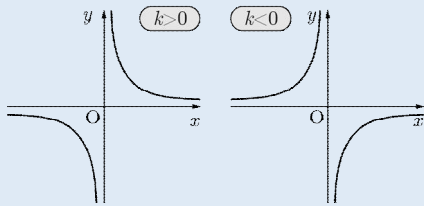
[유리함수와 다항함수]

함수 $y=f(x)$ 에 대해

- 유리함수: $f(x)$ 가 x 에 대한 유리식인 함수
- 다항함수: $f(x)$ 가 x 에 대한 다항식인 함수

[유리함수 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 정의역과 치역은 모두 0을 제외한 실수전체의 집합이다.
- $k > 0$ 이면 그래프는 제 1, 3 사분면에 있고,
 $k < 0$ 이면 그래프는 제 2, 4 사분면에 있다.
- 점근선은 x 축, y 축이다.
- 원점과 직선 $y=\pm x$ 에 대하여 대칭이다.



[함수 $y=\frac{k}{x-p}+q (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 유리함수 $y=\frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방
향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.
- 정의역은 $\{x | x \neq p \text{인 실수}\}$ 이고, 치역은 $\{y | y \neq q \text{인 실수}\}$ 이다.
- 점근선은 두 직선 $x=p, y=q$ 이다.
- 점 (p, q) 에 대하여 대칭이다.

기본문제

[문제]

1. 다음 식 중에서 다항식이 아닌 유리식의 개수는?

$$\frac{3}{x+1}, \quad \frac{2x-1}{4}, \quad \frac{3x-1}{x}, \quad x^2+2x$$

- ① 0개 ② 1개
③ 2개 ④ 3개
⑤ 4개

[문제]

2. 유리식 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{3}{2x-1}$ ② $\frac{3x}{2x-1}$
③ $\frac{2}{x^2-x}$ ④ $\frac{3x-1}{x^2-x}$
⑤ $\frac{3x-2}{x^2-x}$

[문제]

3. 유리식 $\frac{x}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-1}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{x^2-2x-2}{x^2-1}$ ② $\frac{x^2-2}{x^2-1}$
③ $\frac{2x}{x^2-1}$ ④ $\frac{-x^2+2}{x^2-1}$
⑤ $\frac{-x^2+2x+2}{x^2-1}$

[문제]

4. 함수 $y=\frac{x-1}{x+2}$ 의 정의역이

$\{x | x \neq a \text{인 모든 실수}\}$ 이고

치역이 $\{y | y \neq b \text{인 모든 실수}\}$ 일 때, 두 상수 a, b 의
합 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[문제]

5. 함수 $y=\frac{2x-1}{x-3}$ 의 점근선이 $x=a, y=b$ 일 때,

두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -6 ② -3
③ 0 ④ 3
⑤ 6

[문제]

6. 두 함수 $y = \frac{3x+2}{x-a}$ 와 $y = \frac{1}{x-4} + b$ 의 점근선이 일치할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[예제]

7. 함수 $y = \frac{3x-7}{x-a}$ 의 두 점근선의 교점의 좌표가 (b, b) 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[문제]

8. 함수 $y = \frac{6}{x-2} - 1$ 의 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 하고, 함수 $y = -\frac{1}{2x+1} + 3$ 의 점근선의 방정식을 $x = c$, $y = d$ 라 할 때, $abcd$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

평가문제

[스스로 확인하기]

9. 다음 (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

- * 유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프에서 (ㄱ)은 x 축과 y 축이다.
* 유리함수 $y = \frac{k}{x-p} (k \neq 0)$ 의 그래프는
유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 (ㄴ)의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.

- ① (ㄱ) : 점근선 (ㄴ) : x 축
② (ㄱ) : 점근선 (ㄴ) : y 축
③ (ㄱ) : 축 (ㄴ) : x 축
④ (ㄱ) : 축 (ㄴ) : y 축
⑤ (ㄱ) : 대칭축 (ㄴ) : x 축

[스스로 확인하기]

10. 함수 $y = -\frac{4}{x+1} - 1$ 의 그래프는 점근선의 방정식 $x = a$, $y = b$ 를 갖는다. 이때 $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② -1
③ 1 ④ -2
⑤ 2

[스스로 확인하기]

11. 정의역이 $\{x \mid 3 \leq x \leq 5\}$ 인 함수 $y = \frac{-4}{x-1} + 3$ 의 최댓값과 최솟값의 차는?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

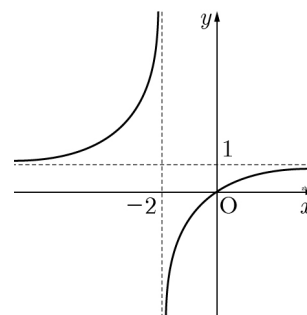
[스스로 확인하기]

12. 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y = \frac{-x+a}{x+2}$ 의 그래프와 일치한다. 세 상수 a, m, n 의 합 $a+m+n$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[스스로 확인하기]

13. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[스스로 확인하기]

14. 함수 $f(x) = \frac{2x+1}{x-a}$ 이 정의역의 모든 원소 x 에
서 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족시킬 때, 상수 a 의 값은?
- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 마무리 하기]

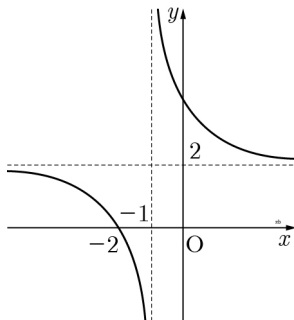
15. 함수 $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에 대하
여 대칭일 때, $a+b$ 의 값은?
- ① -3 ② -1
③ 1 ④ 3
⑤ 5

[스스로 마무리 하기]

16. 함수 $y = \frac{4x+5}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a
만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 함수
 $y = \frac{b}{x+1} + c$ 의 그래프와 일치할 때, 세 상수 a, b, c
의 합 $a+b+c$ 의 값은?
- ① 11 ② 13
③ 15 ④ 17
⑤ 19

[스스로 마무리 하기]

17. 유리함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 다음 그림과
같을 때, $a+2b+3c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이
다.)



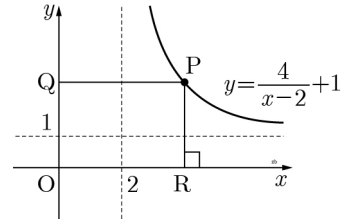
- ① 9 ② 10
③ 11 ④ 12
⑤ 13

[스스로 마무리 하기]

18. 함수 $y = \frac{x+2a-9}{x-2}$ 의 그래프가 제3사분면을 지
나지 않게 하는 모든 자연수 a 의 값의 합은?
- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[스스로 마무리 하기]

19. 다음 그림과 같이 함수 $y = \frac{4}{x-2} + 1$ ($x > 2$)의
그래프 위의 점 P에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발
을 각각 R, Q라 하자. 점 P의 좌표가 (a, b) 일 때,
 $PQ+PR$ 가 최솟값 c 를 가진다. 세 상수 a, b, c 에
대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 13 ② 14
③ 15 ④ 16
⑤ 17



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 다음 식 중에서 $\frac{3}{x+1}$, $\frac{3x-1}{x}$ 만이
다항식이 아닌 유리식이다.

2) [정답] ④

[해설] $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1}$
 $= \frac{x-1}{x^2-x} + \frac{2x}{x^2-x}$
 $= \frac{3x-1}{x^2-x}$ 이다.

3) [정답] ②

[해설] $\frac{x}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-1}$
 $= \frac{x^2+x}{x^2-1} - \frac{x+2}{x^2-1}$
 $= \frac{x^2-2}{x^2-1}$ 이다.

4) [정답] ②

[해설] $y = \frac{x-1}{x+2}$ 식을 정리하면
 $y = \frac{-3}{x+2} + 1$ 이므로
 정의역은 $x \neq -2$ 인 모든 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인
 모든 실수가 된다. 따라서 $a = -2$, $b = 1$ 이므로
 $a+b = -1$ 이다.

5) [정답] ⑤

[해설] $y = \frac{2x-1}{x-3}$ 식을 정리하면
 $y = \frac{5}{x-3} + 2$ 이므로
 점근선의 방정식은 $x=3$, $y=2$ 가 된다.
 따라서 $a=3$, $b=2$ 이므로 $ab=6$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] $y = \frac{3x+2}{x-a}$ 은 정리하면 $y = \frac{3a+2}{x-a} + 3$ 이므로
 점근선은 $x=a$, $y=3$ 이다.
 $y = \frac{1}{x-4} + b$ 에서의 점근선은 $x=4$, $y=b$ 이므로
 두 점근선이 일치하면 $a=4$, $b=3$ 이다.
 따라서 $a+b=7$ 이다.

7) [정답] ⑤

[해설] $y = \frac{3x-7}{x-a}$ 의 두 점근선은
 $x=a$, $y=3$ 이다. 이 두 점근선의 교점은
 $(a, 3)$ 인데 이 좌표가 (b, b) 이기 위해선
 $a=b=3$ 이어야 한다.

따라서 $a+b=6$ 이다.

8) [정답] ③

[해설] 함수 $y = \frac{6}{x-2} - 1$ 의 점근선의 방정식은
 $x=2$, $y=-1$ 이고,
 함수 $y = -\frac{1}{2x+1} + 3$ 의 점근선의 방정식은
 $x = -\frac{1}{2}$, $y=3$ 이다.
 따라서 $abcd=3$ 이다.

9) [정답] ①

[해설] * 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)의 그래프에서
 점근선은 x 축과 y 축이다.
 * 유리함수 $y = \frac{k}{x-p}$ ($k \neq 0$)의 그래프는 유리함
 수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평
 행이동한 것이다.

10) [정답] ④

[해설] $y = -\frac{4}{x+1} - 1$ 의 점근선의 방정식은
 $x=-1$, $y=-1$ 이다.
 따라서 $a+b=-2$ 이다.

11) [정답] ②

[해설] 주어진 정의역에서 함수
 $y = \frac{-4}{x-1} + 3$ 의 최댓값과 최솟값은
 최댓값은 $x=5$ 일 때 $y=2$ 이고
 최솟값은 $x=3$ 일 때 $y=1$ 이다.
 따라서 두 차는 1이다.

12) [정답] ①

[해설] $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동시키면
 $y = \frac{1}{x-m} + n = \frac{nx-mn+1}{x-m}$
 이 된다. 이 함수가 $y = \frac{-x+a}{x+2}$ 이려면
 $m=-2$, $n=-1$ 이어야 한다. 그리고
 $-mn+1 = -2+1 = -1=a$ 이므로
 $a+m+n = -1-2-1 = -4$ 이다.

13) [정답] ④

[해설] 유리함수의 그래프에서 두 점근선이
 $x=-2$, $y=1$ 이므로
 $a=2$, $b=1$ 임을 알 수 있다.
 $y = \frac{x+c}{x+2}$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로
 $c=0$ 임을 알 수 있다.
 따라서 $a+b+c=3$ 이다.

14) [정답] ⑤

[해설] $f(f(x))=x$ 일 때 $f^{-1}(x)=f(x)$ 가
성립해야 하므로 두 점근선 $x=a$, $y=2$ 에
대하여 $a=2$ 가 성립해야 한다.

15) [정답] ①

[해설] 함수 $y=\frac{-2x+1}{x+1}$ 의 두 점근선은
 $x=-1$, $y=-2$ 이므로 두 점근선의 교점은
 $(-1, -2)$ 이고 이 함수의 그래프는 이 점을
기준으로 대칭이다. 따라서 $a=-1$, $b=-2$
이므로 $a+b=-3$ 이다.

16) [정답] ①

[해설] $y=\frac{4x+5}{x-2}=\frac{13}{x-2}+4$ 이므로
이 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방
향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프에 해당하는 함
수는 $y=\frac{13}{x-a-2}+1$ 이고 이 함수가
 $y=\frac{b}{x+1}+c$ 와 일치해야 한다.
따라서 $a=-3$, $b=13$, $c=1$ 이므로
 $a+b+c=11$ 이다.

17) [정답] ③

[해설] 유리함수의 점근선이 $x=-1$, $y=2$ 이므로
유리함수의 식은 $y=\frac{b}{x+1}+2$ 가 된다.
따라서 $a=1$, $c=2$ 이다.
이 유리함수의 그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로
 $0=-b+2$, $b=2$ 가 되므로
 $a+2b+3c=1+4+6=11$ 이다.

18) [정답] ⑤

[해설] $y=\frac{x+2a-9}{x-2}=\frac{2a-7}{x-2}+1$ 에서
 $2a-7<0$ 이면 이 함수는 제1, 2, 4사분면을 지나
므로 제3사분면을 지나지 않는다.
또한, $2a-7>0$ 에서 y 축과의 교점의 y 좌표인
 $\frac{2a-7}{-2}+1\geq 0$ 이면 제3사분면을 지나지 않는다.
정리하면 $a\leq \frac{9}{2}$ 이므로
위 사항을 모두 만족하는 자연수 a 는 1, 2, 3, 4
따라서 만족하는 모든 자연수의 합은 10이다.

19) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표가 (a, b) 이므로
 $b=\frac{4}{a-2}+1$ 이 성립한다.
 $\overline{PQ}=a$, $\overline{PR}=b=\frac{4}{a-2}+1$ 이므로
 $\overline{PQ}+\overline{PR}=a+\frac{4}{a-2}+1$

의 값이 최솟값을 갖기 위해서는

$$a-2+\frac{4}{a-2}+3\geq 2\sqrt{(a-2)\times\left(\frac{4}{a-2}\right)}+3=7$$

이므로 $c=7$ 이고 등호 성립 조건에 의해
 $a=4$, $b=3$ 이다.

따라서 $a+b+c=14$ 이다.