



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[역함수와 그 성질]

함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때, $x \in X, y \in Y$ 에 대해

- (1) f 의 역함수 $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 가 존재한다.
- (2) $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$
- (3) $(f^{-1} \circ f)(x) = x, (f \circ f^{-1})(y) = y$
- (4) $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$

[역함수의 그래프]

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

기본문제

[문제]

1. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함
수 f 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 f^{-1} 이 존재한다.

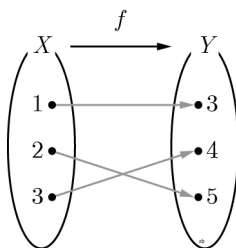
(나) $f(n) = n+1$ ($n = 1, 2, 3$)

이때, $f(4) + f^{-1}(4)$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

[문제]

2. 다음 그림과 같은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에서
 $f^{-1}(3) + (f^{-1} \circ f)(2)$ 의 값은?



- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

[예제]

3. 함수 $y = 3x - 1$ 의 역함수를 옳게 구한 것은?

- ① $y = -3x + 1$
- ② $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
- ③ $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
- ④ $y = \frac{1}{3}x + 1$
- ⑤ $y = 3x + 1$

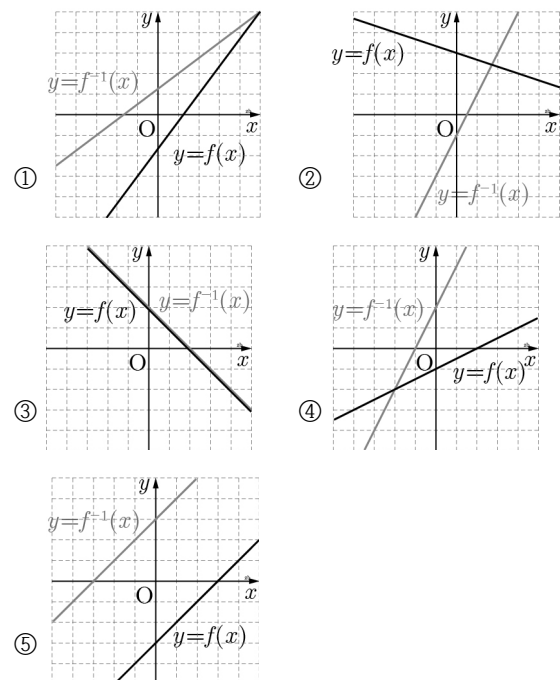
[문제]

4. 함수 $y = -3x + 6$ 의 역함수를 옳게 구한 것은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$
- ② $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}$
- ③ $y = 3x - 6$
- ④ $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- ⑤ $y = \frac{1}{3}x + 6$

[문제]

5. 다음 중 함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의
그래프를 그린 것으로 옳지 않은 것은? (단, 각 눈
금의 크기는 1이다.)



평가문제

[중단원 마무리]

6. 함수 $f(x) = 2x - 8$ 에 대하여 $f^{-1}(6)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[중단원 마무리]

7. 두 함수 $f(x) = -3x - 4$, $g(x) = 3x - 1$ 에 대하여 $(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

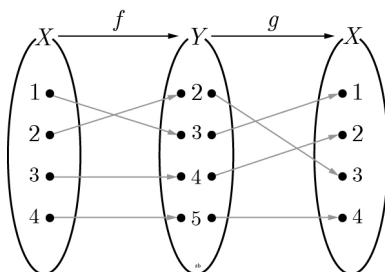
[중단원 마무리]

8. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x \geq 1) \\ x^2-2x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $(f \circ f)(2) + f^{-1}(5)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 마무리]

9. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f , Y 에서 X 로의 함수 g 가 다음 그림과 같을 때, $(f^{-1} \circ g^{-1})(1) + (g \circ f)(2)$ 의 값은?



- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

유사문제

10. 함수 $f(x) = 2x + 3$ 의 역함수는 $g(x) = ax + b$ 이다. $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

11. 함수 $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

- ① $f^{-1}(x) = -3x + 2$ ② $f^{-1}(x) = -3x + 3$
 ③ $f^{-1}(x) = -3x + 4$ ④ $f^{-1}(x) = -3x + 5$
 ⑤ $f^{-1}(x) = -3x + 6$

12. 함수 $f(x) = x + 5$ 에 대하여 $f^{-1}(7)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

13. 함수 $f(x) = 4x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(5)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

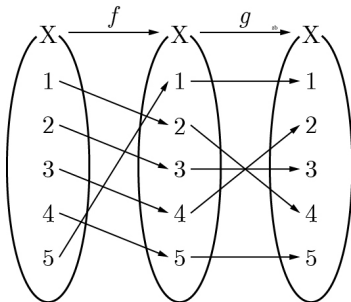
14. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = x + k$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(2) = 3$ 이 성립할 때, 상수 k 의 값은?

- ① 8 ② 9
 ③ 10 ④ 11
 ⑤ 12

15. 두 함수 $f(x)=2x+1$, $g(x)=-3x-1$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ (g \circ f^{-1})^{-1} \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 3

16. X 에서 X 로의 두 함수 f, g 가 다음 그림과 같을
 때, $f^{-1}(4) + g^{-1}(3) + (f \circ g)(2)$ 의 값은?



- ① 11 ② 10
 ③ 9 ④ 8
 ⑤ 7

17. 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 두 함수

수 $f(x)=2x-5$, $g(x)=\begin{cases} x+5 & (x \geq 5) \\ 2x & (x < 5) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ g^{-1})(8) + (f \circ g^{-1})(12)$ 의 값은?

- ① 10 ② 11
 ③ 12 ④ 13
 ⑤ 14



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 조건 (가)에 의해 $f(x)$ 는 일대일대응이다.또한, 조건 (나)에 의해 $f(1)=2$, $f(2)=3$, $f(3)=4$ 이므로 위 조건에 의해 $f(4)=1$ 이다.따라서 $f(4)+f^{-1}(4)=1+3=4$ 이다.

2) [정답] ①

[해설] 위 그림을 통해 함수 $f(x)$ 에서 $f(1)=3$ 이므로 $f^{-1}(3)=1$ $(f^{-1} \circ f)(2)=2$ 따라서 $f^{-1}(3)+(f^{-1} \circ f)(2)=1+2=3$

3) [정답] ③

[해설] $y=3x-1$ 의 역함수를 구하면 $x=\frac{1}{3}y+\frac{1}{3}$ 이므로 x, y 를 바꾸면

구하는 역함수는

③ $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ 이다.

4) [정답] ④

[해설] $y=-3x+6$ 의 역함수를 구하기 위해 정리하면 $x=-\frac{1}{3}y+2$ 이 되고 x, y 를 바꾸면 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 가 구하는 역함수이다.

5) [정답] ②

[해설] 함수 $y=f(x)$ 와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 는 $y=x$ 에 대하여 서로 대칭이어야 한다.

6) [정답] ⑤

[해설] $f^{-1}(6)=k$ 라 하면역함수의 정의에 의하여 $f(k)=6$ $f(k)=2k-8=6$ $k=7$ 따라서 $f^{-1}(6)=7$

7) [정답] ①

[해설] $(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(1)$ $= (g \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ g)(1)$ $= (f^{-1} \circ g)(1)=f^{-1}(g(1))=f^{-1}(2)=-2$

8) [정답] ④

[해설] $f(x)=\begin{cases} -x+2 & (x \geq 1) \\ x^2-2x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에서 $f(2)=-2+2=0$, $f(0)=0^2-0+2=2$ 또한, $f(-1)=1+2+2=5$ 이므로 $(f \circ f)(2)+f^{-1}(5)=f(f(2))+f^{-1}(5)$ $=2+(-1)=1$

9) [정답] ④

[해설] $(f^{-1} \circ g^{-1})(1)+(g \circ f)(2)$ $=f^{-1}(g^{-1}(1))+g(f(2))$ $=f^{-1}(3)+g(2)=1+3=4$

10) [정답] ⑤

[해설] 직선 $y=2x+3$ 을 $y=x$ 대칭시키면 된다. $x=2y+3$ 이므로 $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 즉, $g(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 이므로 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$ 이고 $a-b=2$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설] 역함수는 함수와 직선 $y=x$ 에 대하여대칭이므로 $x=-\frac{1}{3}y+2$ 이다.즉, $y=-3x+6$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] $f^{-1}(7)=k$ 라고 하면 $f(k)=7$ 이다. $k+5=7$, $k=2$ $\therefore f^{-1}(7)=2$

13) [정답] ②

[해설] $f^{-1}(5)=a$ 라하면 $f(a)=5$ 이다. $4a-3=5$, $a=2$

그러므로 답은 2이다.

14) [정답] ①

[해설] $(f^{-1} \circ g)(2)=3$ 에서 $g(2)=f(3)$ $2+k=10$ $\therefore k=8$

15) [정답] ①

[해설] $(f^{-1} \circ (g \circ f^{-1})^{-1} \circ f)(2)$ $= (f^{-1} \circ f \circ g^{-1} \circ f)(2)$ $= (g^{-1} \circ f)(2)=g^{-1}(f(2))=g^{-1}(5)$ $g^{-1}(5)=a$ 라 하면 $g(a)=5$ $-3a-1=5$ $\therefore a=-2$

16) [정답] ①

[해설] $f^{-1}(4)+g^{-1}(3)+(f \circ g)(2)$ $=3+3+f(g(2))$ $=6+f(4)=6+5=11$

17) [정답] ③

[해설] $g^{-1}(8)=a$ 라고 하면 $g(a)=8$ 이다. $x < 5$ 일 때 $2x < 10$ 이므로 $2a=8$ 에서 $a=4$ 이다. $(f \circ g^{-1})(8)=f(4)=3$ $g^{-1}(12)=b$ 라고 하면 $g(b)=12$ 이다. $x \geq 5$ 일 때 $x+5 \geq 10$ 이므로 $b+5=12$ 에서 $b=7$ 이다.

$$(f \circ g^{-1})(12) = f(7) = 9$$

$$\therefore (f \circ g^{-1})(8) + (f \circ g^{-1})(12) = 3 + 9 = 12$$