



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[무리식]

근호 안에 문자가 포함된 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식

[무리함수와 정의역]

정의역이 주어지지 않은 경우에는 (근호 안에 있는 식의 값) ≥ 0 인
실수 전체의 집합을 정의역으로 한다.

[무리함수와 그래프]

• 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ ($a \neq 0$)의 그래프:

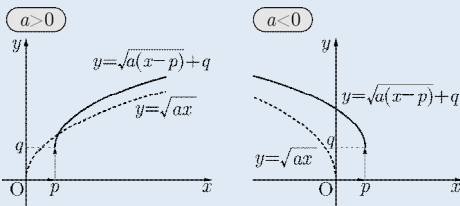
함수 $y = \frac{x^2}{a}$ ($x \geq 0$)의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

• 무리함수 $y = \sqrt{a(x-p)} + q$ ($a \neq 0$)의 그래프

① 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향
으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $a > 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \geq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$

$a < 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \leq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$



기본문제

[문제]

1. 무리식 $\frac{3}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}} + \frac{3}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ 를 간
단히 하면?

- ① $-6\sqrt{2x+1}$ ② $6\sqrt{2x+1}$
③ $-6\sqrt{2x}$ ④ $6\sqrt{2x}$
⑤ $3(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x})$

[문제]

2. 다음 x 의 값 중 함수 $y = \sqrt{5-x^2}$ 의 정의역에 속
하지 않는 값은?

- ① -3 ② -2
③ -1 ④ 0
⑤ 1

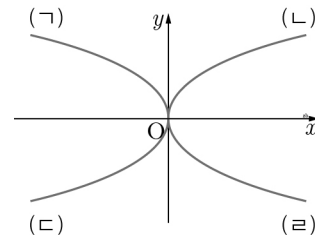
[문제]

3. 다음 중 함수 $y = \sqrt{-4x+1}$ 의 그래프를 대칭이
동 혹은 평행이동을 하여 나타낼 수 없는 것은?

- ① $y = \sqrt{-4(x+1)} - 5$ ② $y = 2\sqrt{-x} - 2$
③ $y = -2\sqrt{x-1} + 3$ ④ $y = 4\sqrt{x+1} + 4$
⑤ $y = 2\sqrt{x}$

[문제]

4. 다음은 함수 $y = \sqrt{3x}$, $y = \sqrt{-3x}$, $y = -\sqrt{3x}$,
 $y = -\sqrt{-3x}$ 를 그린 것이다. (㉠), (㉡), (㉢), (㉣)에
해당하는 함수를 올바르게 이은 것은?



(㉠) (㉡) (㉢) (㉣)

- ① $y = \sqrt{3x}$ $y = \sqrt{-3x}$ $y = -\sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{-3x}$
② $y = \sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{3x}$ $y = \sqrt{-3x}$ $y = -\sqrt{-3x}$
③ $y = \sqrt{-3x}$ $y = \sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{-3x}$
④ $y = \sqrt{-3x}$ $y = \sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{-3x}$ $y = -\sqrt{3x}$
⑤ $y = \sqrt{-3x}$ $y = -\sqrt{3x}$ $y = \sqrt{3x}$ $y = -\sqrt{-3x}$

[예제]

5. 함수 $y = \sqrt{3x-6} - 1$ 에서 정의역이 $\{x | x \geq a\}$,
치역이 $\{y | y \geq b\}$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여
 $b-a$ 의 값은?

- ① -5 ② -3
③ -1 ④ 1
⑤ 3

[문제]

6. 무리함수 $y = -\sqrt{3-x} + 2$ 의 치역은?

- ① $\{y \mid y \geq 3\}$ ② $\{y \mid y \leq 3\}$
 ③ $\{y \mid y \geq 2\}$ ④ $\{y \mid y \leq 2\}$
 ⑤ $\{y \mid y \geq -2\}$

평가문제

[소단원 확인 문제]

7. 함수 $y = -\sqrt{-2x+6} - 2$ 에 대하여 정의역을 $\{x \mid x \text{ () } a\}$, 치역을 $\{y \mid y \text{ () } b\}$ 라 할 때, (), (), a , b 에 해당하는 것을 알맞게 적은 것은? (단, (), ()은 부등호이고, a , b 는 상수이다.)

- ① (): \leq (): \geq a : 3 b : -2
 ② (): \leq (): \leq a : 3 b : -2
 ③ (): \geq (): \geq a : 3 b : -2
 ④ (): \geq (): \leq a : -3 b : 2
 ⑤ (): \leq (): \geq a : -3 b : 2

[소단원 확인 문제]

8. 함수 $y = \sqrt{ax+1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 점 (2, 1)를 지난다. 이때 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

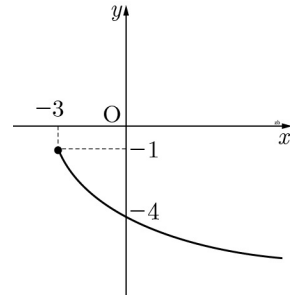
[소단원 확인 문제]

9. 함수 $y = -\sqrt{3x+a} + b$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후, 원점에 대하여 대칭이동한 것이다. 이때 두 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[소단원 확인 문제]

10. 함수 $y = -\sqrt{a(x+p)} + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a , p , q 의 합 $a+p+q$ 의 값은?



- ① -1 ② 1
 ③ 3 ④ 5
 ⑤ 7

[소단원 확인 문제]

11. 높이가 30m인 어느 건물 옥상에서 공을 떨어뜨릴 때, 공이 떨어진 지 t 초 후의 높이를 $h(t)$ m라고 하면 $h(t) = -5t^2 + 30$ ($0 \leq t \leq \sqrt{6}$)이 성립한다. 공이 20m 높이까지 떨어지는 데 걸리는 시간을 t_1 , 공이 10m 높이까지 떨어지는 데 걸리는 시간을 t_2 라 할 때, $\frac{t_1}{t_2}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{1}{8}$
 ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

[중단원 연습 문제]

12. 함수 $y = \sqrt{8-2x} + 3$ 에 관한 다음의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 정의역은 $\{x \mid x \geq 4\}$ 이다.
 ㄴ. 치역은 $\{y \mid y \geq 3\}$ 이다.
 ㄷ. 제2사분면을 지나지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[중단원 연습 문제]

13. 정의역이 $\{x | -3 \leq x \leq 2\}$ 인 함수

$y = \sqrt{6-x} + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$
 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{5}$
 ⑤ $\frac{7}{6}$

[중단원 연습 문제]

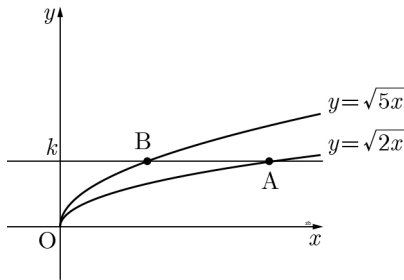
14. 함수 $y = \sqrt{2x+1} - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y = \sqrt{2x-3} + 1$ 의 그래프와 일치한다. 이때 두 상수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

15. 다음 그림과 같이 직선 $y=k$ 와 두 함수

$y = \sqrt{2x}$, $y = \sqrt{5x}$ 가 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. $\overline{AB} = 30$ 일 때, 양수 k 의 값은?



- ① $\sqrt{10}$ ② $4\sqrt{5}$
 ③ 9 ④ 10
 ⑤ 12

[중단원 연습 문제]

16. 두 집합 $A = \{(x, y) | y = 2x + k\}$,

$B = \{(x, y) | y = \sqrt{x-2}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 1$ 를 만족시킬 때, 정수 k 의 최댓값은?

- ① -6 ② -5
 ③ -4 ④ -3
 ⑤ -2

[대단원 종합 문제]

17. 다음 중에서 함수 $y = -\sqrt{x-4} + 2$ 과 그 그래프의 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x | x \geq 4\}$ 이다.
 ② 치역은 $\{y | y \leq 2\}$ 이다.
 ③ 점 (5, 1)을 지나는 그래프이다.
 ④ 제1, 4사분면을 지나는 그래프이다.
 ⑤ 함수 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후, x 축을 기준으로 대칭이동한 것이다.

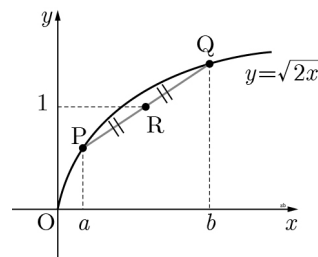
[대단원 종합 문제]

18. $-7 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = \sqrt{-x+a} + 1$ 의 최댓값이 5일 때, 최솟값은? (단, a 는 실수)

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[대단원 종합 문제]

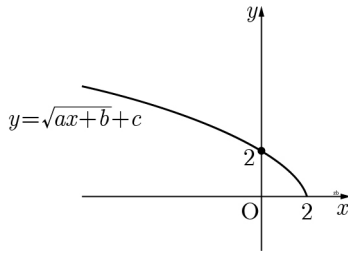
19. 다음 그림과 같이 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프 위에 x 좌표가 a, b 인 두 점 P, Q에 대하여 두 점 P, Q의 중점 R의 y 좌표가 1일 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0 < a < b$)



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ③ 1 ④ $\sqrt{2}$
 ⑤ 2

[대단원 종합 문제]

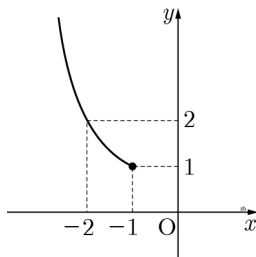
20. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?



- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[대단원 종합 문제]

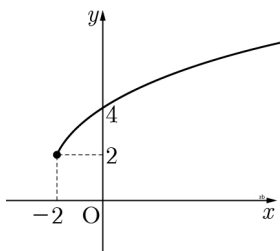
21. 함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 역함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[대단원 종합 문제]

22. 다음 그림과 같이 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 있다. $3 \leq x \leq 6$ 에서 함수 $y = \frac{cx+b}{x-a}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, a, b, c 는 상수이다.)



- ① 12 ② 13
③ 14 ④ 15
⑤ 16



정답 및 해설

1) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad & \frac{3}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}} + \frac{3}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}} \\
 &= 3(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}) + 3(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}) \\
 &= 6\sqrt{2x+1}
 \end{aligned}$$

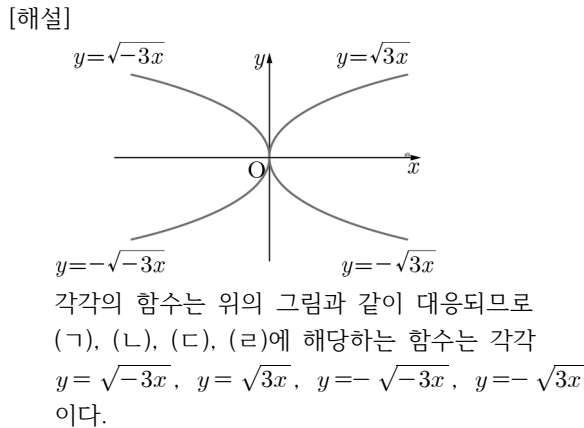
2) [정답] ①

[해설] $y = \sqrt{5-x^2}$ 에서 정의역은 $\{x | -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}\}$ 이므로 보기 중에서 이 집합에 속하지 않는 값은 ① -3 이다.

3) [정답] ④

[해설] 함수 $y = 4\sqrt{x+1} + 4$ 는
 함수 $y = \sqrt{16(x+1)} + 4$ 와 일치하므로
 함수 $y = \sqrt{-4x} + 1$ 를 대칭이동 혹은 평행이동을
 한다고 겹쳐질 수 없다.

4) [정답] ④



5) [정답] ②

[해설] $y = \sqrt{3x-6} - 1 = \sqrt{3(x-2)} - 1$ 이므로
 정의역은 $\{x | x \geq 2\}$, 치역은 $\{y | y \geq -1\}$ 이다.
 따라서 $a=2$, $b=-1$ 이므로 $b-a=-3$ 이다.

6) [정답] ④

[해설] $y = -\sqrt{3-x} + 2$ 의 치역은 y 의 범위이므로
 $\{y | y \leq 2\}$ 이다.

7) [정답] ②

[해설] 주어진 함수 $y = -\sqrt{-2x+6} - 2$ 의
 정의역은 $\{x | x \leq 3\}$, 치역은 $\{y | y \leq -2\}$ 이므로
 ② (ㄱ): \leq (ㄴ): \leq a: 3 b: -2 이다.

8) [정답] ③

[해설] $y = \sqrt{ax+1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만
 큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면
 $y = \sqrt{a(x-1)+1} - 1$ 이다.
 이 식에 $x=2$, $y=1$ 을 대입하면
 $1 = \sqrt{a(2-1)+1} - 1$

 $a=3$ 이다.

9) [정답] ④

[해설] $y = \sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만
 큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면
 $y = \sqrt{-3(x-2)} + 1$ 이다.
 이 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면
 $y = -\sqrt{3(x+2)} - 1 = -\sqrt{3x+6} - 1$ 가 되므로
 $a=6$, $b=-1$ 이다.
 따라서 $a+b=5$ 이다.

10) [정답] ④

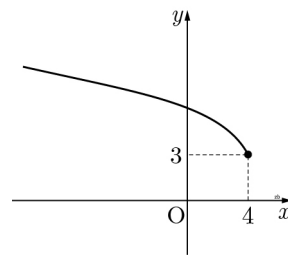
[해설] 무리함수의 그래프에 의해
 시작점이 $(-3, -1)$ 이므로
 $p=3$, $q=-1$ 이다.
 또한, 그래프가 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $-4 = -\sqrt{3a} - 1$
 따라서 $a=3$ 이다.
 따라서 $a+p+q=5$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설] 역함수를 구하면 $t(h) = \sqrt{\frac{30-h}{5}}$ 이므로
 $t_1 = t(20) = \sqrt{2}$
 $t_2 = t(10) = \sqrt{4} = 2$
 따라서 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] 함수 $y = \sqrt{8-2x} + 3$ 의 그래프는
 다음과 같다.



ㄱ. 정의역은 $\{x | x \leq 4\}$ 이다. (거짓)
 ㄴ. 치역은 $\{y | y \geq 3\}$ 이다. (참)
 ㄷ. 그림과 같이 제2사분면을 지난다. (거짓)
 따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

13) [정답] ②

[해설] x 의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 이므로
 무리식 $y = \sqrt{6-x} + 1$ 은
 $x=2$ 일 때 최솟값 3을 갖고,
 $x=-3$ 일 때 최댓값 4를 갖는다.
 따라서 $\frac{M}{m} = \frac{4}{3}$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] $y = \sqrt{2x-3} + 1 = \sqrt{2(x-2)+1} - 1 + 2$ 이므로

$$m=2, n=2 \text{이다.}$$

따라서 $m+n=4$ 이다.

15) [정답] ④

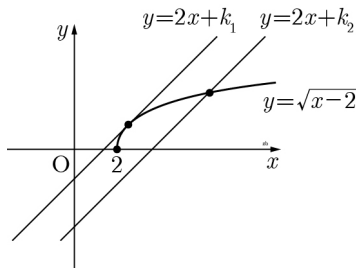
[해설] 점 A의 좌표는 $\left(\frac{k^2}{2}, k\right)$, 점 B의 좌표는

$$\left(\frac{k^2}{5}, k\right) \text{이므로 } \overline{AB} = \frac{k^2}{2} - \frac{k^2}{5} = 30 \text{이다.}$$

$$\frac{3k^2}{10} = 30, k > 0 \text{이므로 } k=10 \text{이다.}$$

16) [정답] ②

[해설]



위 그림과 같이 두 그래프의 교점이 1개이기 위해서는 두 가지 경우를 생각해야 한다.

(i) 접하는 경우

$$2x+k=\sqrt{x-2}$$

$$4x^2+4kx+k^2=x-2$$

$$4x^2+(4k-1)x+k^2+2=0$$

$$D=(4k-1)^2-16(k^2+2)=0$$

$$k=-\frac{31}{8} \text{ 즉, 정수가 아니다.}$$

(ii) 직선 $y=2x+k$ 에서 $x=2$ 에서의 함숫값이 0보다 작은 경우

즉, $k < -4$ 이다.

(i), (ii)에 의해 정수 k 의 최댓값은 -5 이다.

17) [정답] ⑤

[해설] ⑤ 함수 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후, x 축을 기준으로 대칭이동한 것의 함수는

$$y=\sqrt{x-4}-2 \text{이다.}$$

18) [정답] ④

[해설] $-7 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y=\sqrt{-x+a}+1$ 은 $x=-7$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$5=\sqrt{7+a}+1$$

$$a=9$$

따라서 $x=5$ 에서 최솟값을 가지므로, 그 값은 $\sqrt{-5+9}+1=3$ 이다.

19) [정답] ③

[해설] 점 $P(a, \sqrt{2a})$, 점 $Q(b, \sqrt{2b})$ 에 대하여

$$\frac{\sqrt{2a}+\sqrt{2b}}{2}=1$$

$$\text{즉, } \sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{2}$$

직선 PQ의 기울기는

$$\frac{\sqrt{2b}-\sqrt{2a}}{b-a}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}=1$$

20) [정답] ④

[해설] 시작점이 $(2, 0)$ 이므로

$$y=\sqrt{a(x-2)}+0 \text{이다.}$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2=\sqrt{-2a}$$

$$a=-2$$

따라서 $y=\sqrt{-2x+4}$ 이므로

$a=-2, b=4, c=0$ 이 되어 $a+b+c=2$ 이다.

21) [정답] ②

[해설] 역함수의 그래프가 $(-1, 1)$ 과 $(-2, 2)$ 를 지나므로 원래 함수의 그래프는 $(1, -1)$ 을 시작점으로 하고 점 $(2, -2)$ 를 지난다.

$$-2=-\sqrt{a(2-1)}-1$$

$a=1, b=-1, c=-1$ 이 되어 $a+b+c=-1$ 이다.

22) [정답] ③

[해설] 무리함수의 시작점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 무리함수의 식은

$$y=\sqrt{2(x+2)}+2 \text{이다.}$$

따라서 $a=2, b=4, c=2$ 이므로 유리함수는

$$y=\frac{2x+4}{x-2}=\frac{8}{x-2}+2 \text{이다.}$$

따라서 $3 \leq x \leq 6$ 에서 최댓값은 10,

최솟값은 4가 되어 합은 14이다.