



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 두 동경의 위치 관계에 대한 문제, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제, 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구하는 문제 등이 자주 출제되며 다양한 문제를 풀어보고, 패턴화하는 연습이 필요합니다.



[중단원 마무리하기]

1. 넓이가 12인 부채꼴의 둘레길이의 최솟값 a 와 그 때의 반지름 b 에 대해서 $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① $8\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$
③ $10\sqrt{3}$ ④ $11\sqrt{3}$
⑤ $12\sqrt{3}$

[중단원 마무리하기]

2. 원에서 중심각이 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴을 잘라내고 남은 부분의 넓이가 30π 일 때, 원의 반지름을 구하면?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[중단원 마무리하기]

3. 다음 중 제 1사분면의 각을 고르면?

- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$
③ 750° ④ 500°
⑤ -400°

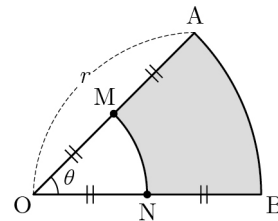
[중단원 마무리하기]

4. $0 < \theta < \pi$ 이고 각 θ 를 나타내는 동경과 각 3θ 를 나타내는 동경이 $y=x$ 에 대해 대칭일 때, 가능한 θ 의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}\pi$ ② $\frac{1}{2}\pi$
③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π
⑤ $\frac{5}{4}\pi$

[중단원 마무리하기]

5. 다음 그림에서 점 M, N 은 선분 OA 와 선분 OB 의 중점을 의미하고 색칠한 부분의 넓이가 6, 이 부채꼴을 일부로 갖는 원의 넓이가 24π 일 때, 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$
③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$
⑤ $5\sqrt{6}$

[대단원 평가하기]

6. θ 가 제 1사분면의 각일 때, $\frac{1}{2}\theta$ 를 나타내는 동경이 위치할 수 있는 사분면을 모두 고른 것은?

- ① 제 1,2사분면 ② 제 1,3사분면
③ 제 1,4사분면 ④ 제 2,3사분면
⑤ 제 3,4사분면

[대단원 평가하기]

7. 부채꼴의 둘레길이가 $6+\pi$ 이고, 넓이가 $\frac{3}{2}\pi$ 일 때, 중심각의 크기와 반지름의 길이를 순서대로 나타낸 것은?

- ① $\frac{\pi}{3}, 3$ ② $\frac{\pi}{3}, 4$
 ③ $\frac{\pi}{2}, 3$ ④ $\frac{\pi}{2}, 4$
 ⑤ $\frac{2\pi}{3}, 3$

[대단원 평가하기]

8. $\left(\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta}\right)^2 = \frac{a}{\sin^2\theta} + \frac{b}{\cos^2\theta}$ 를 만족하도록 하는 상수 a, b 에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

9. 원 $x^2+y^2=4$ 와 직선 $y=2x$ 가 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, 동경 OP 가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta\sin\theta + \tan\theta$ 의 값을 구하면? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{21}{10}$ ② $\frac{11}{5}$
 ③ $\frac{23}{10}$ ④ $\frac{12}{5}$
 ⑤ $\frac{5}{2}$

[중단원 마무리하기]

10. $\frac{2-\tan\theta}{1+\tan\theta} = \frac{1}{2}$ 를 만족할 때, $4(\sin\theta + \cos\theta)^2$ 의 값을 구하면? (θ 는 제 1사분면의 각이다.)

- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

[중단원 마무리하기]

11. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ 일 때

$\sqrt{\frac{1-2\sin\theta\cos\theta}{1+2\sin\theta\cos\theta}} \times (\cos\theta + \sin\theta)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 0
 ⑤ $-\frac{1}{2}$

[중단원 마무리하기]

12. $\frac{\sqrt{\sin\theta}}{\sqrt{\cos\theta}} = -\sqrt{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$ 을 만족하는 θ 에 대해서 식

$\sqrt{\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\tan\theta}}$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\sqrt{\cos\theta}$ ② $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\sqrt{\cos\theta}$
 ③ $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\sqrt{\sin\theta}$ ④ $-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\sqrt{\sin\theta}$
 ⑤ $-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\sqrt{\cos\theta}$

[중단원 마무리하기]

13. θ 가 제 3사분면의 각일 때,

$\sqrt{(\tan\theta - \sin\theta)^2} - \sqrt{(2\cos\theta - \tan\theta)^2} = 0$ 이다.

이때 $k\cos\theta\sin\theta = 4$ 인 k 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 6
 ③ 8 ④ 10
 ⑤ 12

[중단원 마무리하기]

14. $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta}$ 의 값을 구하면? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

- ① 4 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8

[중단원 마무리하기]

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $\tan\theta, \frac{1}{\tan\theta}$ 이고, $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 9 ② $\frac{28}{3}$
 ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10
 ⑤ $\frac{31}{3}$

[중단원 마무리하기]

16. $\sin^2 \frac{\pi}{30} + \sin^2 \frac{2\pi}{30} + \sin^2 \frac{3\pi}{30} + \cdots + \sin^2 \frac{15\pi}{30}$ 의 값을 구하면?

- ① 7 ② 8
 ③ 9 ④ 10
 ⑤ 11

[대단원 평가하기]

17. $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 3$ 을 만족하고, $x^2 - ax + b = 0$ 을 만족하는 두 근을 $\sin\theta, \cos\theta$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면? (θ 는 제 1사분면의 각이다.)

- ① $\frac{\sqrt{15}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{15}}{8}$
 ③ $\frac{\sqrt{15}}{9}$ ④ $\frac{\sqrt{15}}{10}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{11}$

[대단원 평가하기]

18. $1 + \frac{1}{\tan^2\theta} = 3$ 을 만족할 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값을 구하면? (θ 는 제 1사분면의 각이다.)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

[대단원 평가하기]

19. 식 $\left(\frac{1 + 2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \right) (1 + \tan^2\theta)$ 을 간단히 한 것을 고르면? (단, $\sin\theta, \cos\theta \neq 0$)

- ① $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$ ② $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$
 ③ $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$ ④ $\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta$
 ⑤ $\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$

[대단원 평가하기]

20. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = 2x$ 위에 있다. 동경 OP 가 나타내는 각의 크기가 θ 일 때, $\frac{\cos\theta\sin\theta}{\tan\theta}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$
 ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$
 ⑤ 1



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}r^2\theta = 12$ 로 표현된다.

$$(\text{둘레의 길이}) = 2r + r\theta = 2r + \frac{24}{r} \geq 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}$$

둘레의 길이의 최솟값은 $8\sqrt{3}$, 그때의 반지름

$$r \text{은 } 2r = \frac{24}{r} \text{을 만족하므로 } r = 2\sqrt{3} \text{을 만족한다.}$$

$$\text{따라서 } a+b = 10\sqrt{3}$$

2) [정답] ④

[해설] 남은 부채꼴의 중심각은 $\frac{5}{3}\pi$ 이다.부채꼴의 반지름을 r 이라 하면

$$\frac{1}{2}r^2 \times \frac{5}{3}\pi = 30\pi \text{ 이므로 } r = 6 \text{이다.}$$

3) [정답] ③

[해설] ① $\frac{5}{3}\pi = 300^\circ$ 으로 제 4사분면의 각이다.② $\frac{5}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$ 로 어느 사분면에도 포함되지 않는다.③ $750^\circ = 30^\circ$ 제 1사분면의 각이다.④ $500^\circ = 140^\circ$ 제 2사분면의 각이다.⑤ $-400^\circ = -40^\circ$ 제 4사분면의 각이다.

4) [정답] ③

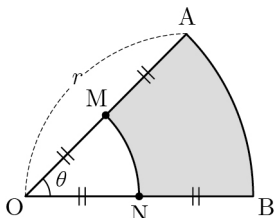
[해설] 각 θ 를 나타내는 동경과 각 3θ 을 나타내는 동경이 $y = x$ 에 대해 대칭이므로

$$\theta + 3\theta = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$$

 $(n \text{은 정수})$ 을 만족한다.따라서 $\theta = \frac{\pi}{8} + \frac{n}{2}\pi$ 이고, $0 < \theta < \pi$ 을 만족하도록하는 n 의 값은 0, 1이다.따라서 $\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{5}{8}\pi$ 이고 답은 $\frac{3}{4}\pi$ 이다.

5) [정답] ④

[해설]



그림에서 색칠한 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}r\right)^2\theta = \frac{3}{8}r^2\theta = 6 \text{ 이므로}$$

$$r\theta = \frac{16}{r} \text{을 만족한다. } \pi r^2 = 24\pi \text{임에서}$$

 $r = 2\sqrt{6}$ 이므로 색칠한 부분의 둘레길이는

$$\frac{3}{2}r\theta + r = \frac{24}{r} + r = 4\sqrt{6} \text{이다.}$$

6) [정답] ②

[해설] θ 가 제 1사분면의 각이므로

$$2n\pi < \theta < 2n\pi + \frac{1}{2}\pi \text{를 만족한다. } (n \text{은 정수})$$

$$\text{따라서 } n\pi < \frac{1}{2}\theta < n\pi + \frac{1}{4}\pi$$

 $n=0$ 일 때, $\frac{1}{2}\theta$ 는 제 1사분면의 각이다. $n=1$ 일 때, $\frac{1}{2}\theta$ 는 제 3사분면의 각이다.

7) [정답] ①

[해설] 부채꼴의 반지름을 r , 중심각을 θ 라 하면

$$2r + r\theta = 6 + \pi, \quad \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{3}{2}\pi \text{을 만족한다.}$$

$$r\theta = \frac{3\pi}{r} \text{을 위의 식에 대입하면}$$

$$2r + \frac{3\pi}{r} = 6 + \pi \text{이므로 } r = 3 \text{이다.}$$

$$r = 3 \text{을 } r\theta = \frac{3\pi}{r} \text{에 대입하면 } \theta = \frac{\pi}{3} \text{이다.}$$

8) [정답] ②

$$[\text{해설}] \left(\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta}\right)^2 = \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta}$$

따라서 $a=b=1$ 이다.

9) [정답] ④

[해설] 직선의 기울기가 2이므로 $\tan\theta = 2$ 이다.

$$\cos\theta : \sin\theta = 1 : 2 \text{이고, } \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \text{이므로}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{을 만족한다.}$$

$$\text{따라서 } \cos\theta\sin\theta + \tan\theta = \frac{2}{5} + 2 = \frac{12}{5} \text{이다.}$$

10) [정답] ④

$$[\text{해설}] \frac{2 - \tan\theta}{1 + \tan\theta} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 4 - 2\tan\theta = 1 + \tan\theta \text{ 에}$$

서

$$\tan\theta = 1 \text{이다. 따라서 } \sin\theta = \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이고,}$$

$$4(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 8 \text{이다.}$$

11) [정답] ③

[해설] $\sqrt{\frac{1-2\sin\theta\cos\theta}{1+2\sin\theta\cos\theta}} \times (\cos\theta + \sin\theta)^2$
 $= \sqrt{\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta}} \times (\cos\theta + \sin\theta)^2$
 $= \sqrt{\frac{(\cos\theta - \sin\theta)^2}{(\cos\theta + \sin\theta)^2}} \times (\cos\theta + \sin\theta)^2$
 $\cos\theta > \sin\theta > 0$ 이므로
 $= \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \times (\cos\theta + \sin\theta)^2$
 $= \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
따라서 구하는 값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

12) [정답] ①

[해설] $\frac{\sqrt{\sin\theta}}{\sqrt{\cos\theta}} = -\sqrt{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$ 이면
 $\sin\theta > 0, \cos\theta < 0$ 이므로
 θ 는 제 2사분면 위에 있고, $\tan\theta < 0$ 이다. 따라서
 $\sqrt{\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\tan\theta}} = \sqrt{\frac{\cos^3\theta}{\sin^2\theta}}$
 $= \left| \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \right| \sqrt{\cos\theta} = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \sqrt{\cos\theta}$

13) [정답] ④

[해설] θ 가 제 3사분면의 각이므로 $\tan\theta > 0$,
 $\sin\theta < 0, \cos\theta < 0$ 을 만족한다.
 $\sqrt{(\tan\theta - \sin\theta)^2} - \sqrt{(2\cos\theta - \tan\theta)^2}$
 $= |\tan\theta - \sin\theta| - |2\cos\theta - \tan\theta|$
 $= (\tan\theta - \sin\theta) - (\tan\theta - 2\cos\theta)$
 $= 2\cos\theta - \sin\theta = 0$, 따라서 $\sin\theta = 2\cos\theta$ 이다.
 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 5\cos^2\theta = 1$ 이므로 $\cos^2\theta = \frac{1}{5}$
 $k\cos\theta\sin\theta = 2k\cos^2\theta = \frac{2k}{5} = 4$, 따라서 $k = 10$

14) [정답] ④

[해설] $\tan^2\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{\sin^4\theta + \cos^4\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$
 $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3}$ 이므로
 $(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 = \sin^4\theta + \cos^4\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\theta$
 $1 = \sin^4\theta + \cos^4\theta + \frac{2}{9}$ 으로 $\sin^4\theta + \cos^4\theta = \frac{7}{9}$
따라서 구하는 값은 $\frac{7}{9} = 7$ 이다.

15) [정답] ④

[해설] $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $\tan\theta, \frac{1}{\tan\theta}$ 이고
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$b = \tan\theta \times \frac{1}{\tan\theta} = 1 \text{ 이다.}$$

$$a = \tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 10$$

16) [정답] ②

[해설] $\sin^2\frac{\pi}{30} + \sin^2\frac{2\pi}{30} + \sin^2\frac{3\pi}{30} + \cdots + \sin^2\frac{15\pi}{30}$
 $= \left(\sin^2\frac{\pi}{30} + \sin^2\frac{14\pi}{30} \right) + \left(\sin^2\frac{2\pi}{30} + \sin^2\frac{13\pi}{30} \right)$
 $+ \cdots + \left(\sin^2\frac{7\pi}{30} + \sin^2\frac{8\pi}{30} \right) + \sin^2\frac{15\pi}{30}$
 $= \left(\sin^2\frac{\pi}{30} + \cos^2\frac{\pi}{30} \right) + \left(\sin^2\frac{2\pi}{30} + \cos^2\frac{2\pi}{30} \right)$
 $+ \cdots + \left(\sin^2\frac{7\pi}{30} + \cos^2\frac{7\pi}{30} \right) + \sin^2\frac{15\pi}{30}$
 $= 7 + 1 = 8$

17) [정답] ③

[해설] $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = 3$

$$\text{따라서 } \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{5}{3}$$

$$\sin\theta > 0, \cos\theta > 0 \text{ 이므로 } \sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$x^2 - ax + b = 0 \text{의 두 근이 } \sin\theta, \cos\theta \text{이므로 이차}$$

$$\text{방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여}$$

$$a = \frac{\sqrt{15}}{3}, b = \frac{1}{3} \text{ 이 된다. } ab = \frac{\sqrt{15}}{9}$$

18) [정답] ②

[해설] $1 + \frac{1}{\tan^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta} = 3$ 에서 θ 는 제 1사분면의

$$\text{각이므로 } \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 을 만족한다.}$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \text{에 위의 값을 대입하면}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \sin\theta\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

19) [정답] ⑤

[해설] $\left(\frac{1+2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta+\sin\theta} \right) (1+\tan^2\theta)$
 $= \left(\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \right) \left(\frac{1}{\cos^2\theta} \right)$
 $= \left(\frac{(\cos\theta + \sin\theta)^2}{\cos\theta + \sin\theta} \right) \left(\frac{1}{\cos^2\theta} \right)$
 $= \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$

20) [정답] ①

[해설] 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = 2x$ 위에 있으므로

$\tan\theta = 2$ 를 만족한다.

따라서 $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2$ 이고, $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ 을 이용하면

$\cos^2\theta = \frac{1}{5}$, $\sin^2\theta = \frac{4}{5}$ 이다.

또한 점 $P(a,b)$ 가 $y=2x$ 위에 있으므로 점 P 는 제 1,3사분면 중 하나에 존재한다. 따라서 \sin 값과

\cos 값의 부호는 항상 같게 된다.

따라서 $\sin\theta\cos\theta = \frac{2}{5}$ 이므로 $\frac{\cos\theta\sin\theta}{\tan\theta} = \frac{1}{5}$