

# 역함수

## LEVEL 1

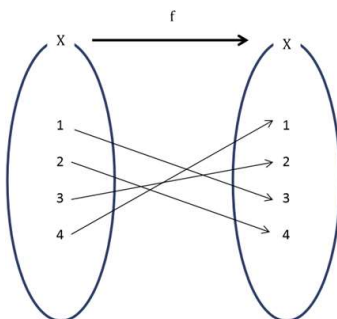
1. 함수  $f(x) = -2x + 1$ 의 역함수를  $f^{-1}(x)$ 라 하고  $g(x) = x^2 - 3$ 이라 할 때,  $(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은?  
[2018-기말고사-고림고 2번]

① -2      ② -4      ③ -6      ④ -8      ⑤ -10

2. 함수  $f(x)$ 의 역함수가  $g(x)$ 일 때,  $g(f(15)) + f(g(5))$ 의 값은?  
[2018-기말고사-태성고 3번]

① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

3. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(1) + (f \circ f)(3)$ 의 값은?

[2018-기말고사-포곡고 2번]

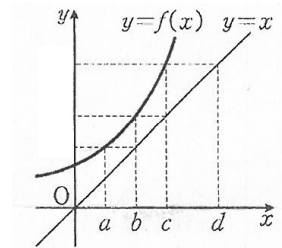
① 8      ② 7      ③ 6      ④ 5      ⑤ 4

4. 두 함수  $f(x) = ax + 4$ 와  $g(x) = -3x + b$ 가 서로 역함수 관계일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

[2019-기말고사-삼계고 4번]

① -4      ②  $-\frac{4}{3}$       ③ -1      ④ 1      ⑤  $\frac{4}{3}$

5. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것은?



[2019-기말고사-삼계고 5번]

- ①  $f^{-1}(c) = a$       ②  $(f \circ f)(b) = c$   
③  $(f \circ f^{-1})(c) = d$       ④  $(f \circ f)^{-1}(d) = b$   
⑤  $(f \circ f \circ f)(a) = c$

6. 함수  $f(x) = ax + b$ 가  $f(-1) = 1$ ,  $f^{-1}(5) = 0$ 을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은?

[2019-기말고사-용인고 2번]

① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

7. 함수  $f$ 에 대하여  $f(1)=2$ 일 때,  $f^{-1}(2)$ 의 값은?  
(단, 함수  $f^{-1}$ 는 함수  $f$ 의 역함수이다.)

[2019-기말고사-태성고 2번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8.  $x > 2$ 인 실수 전체의 집합을 정의역과 치역으로 하는 두 함수  
 $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-2}+2$ 에 대하여  $(g^{-1} \circ f)(3)$ 의 값은?

[2019-기말고사-태성고 7번]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

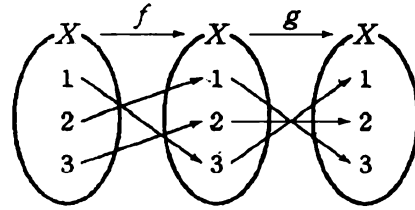
9. 함수  $f(x)=3x-4$ 에 대하여  $f^{-1}(5)$ 의 값은? (단,  $f^{-1}$ 은  $f$ 의 역함수이다.)

[2020-중간고사-태성고 5번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 집합  $X=\{1,2,3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 아래 그림과 같을 때,  $(f^{-1} \circ g^{-1})(1) + (f^{-1} \circ g)(3) + (f \circ f^{-1})(2)$ 의 값은?

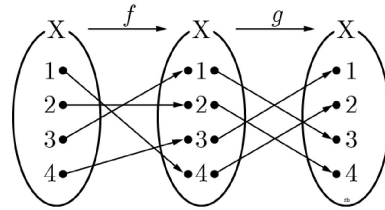
[2020-중간고사-태성고 11번]



- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 집합  $X=\{1,2,3,4\}$ 에 대해  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 있다. 두 함수  $f, g$ 가 그림과 같을 때,  $(g \circ f^{-1})(3) + f(2)$ 의 값은?

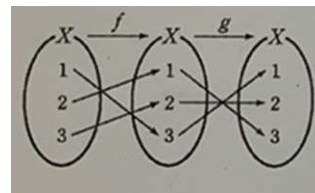
[2020-기말고사-고림고 8번]



- ① 4      ② 5      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

12. 집합  $X=\{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 그림과 같을 때,  $f(3)+g^{-1}(1)$ 의 값은? (단,  $g^{-1}$ 는  $g$ 의 역함수이다.)

[2020-기말고사-용인고 3번]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 두 함수  $f(x)=2x-3$ ,  $g(x)=7x+2$ 에 대하여  
 $(f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f)(2)$ 의 값은? (단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수이다.)  
 [2020-기말고사-용인고 7번]

① 7                      ② 9                      ③ 11                      ④ 13                      ⑤ 15

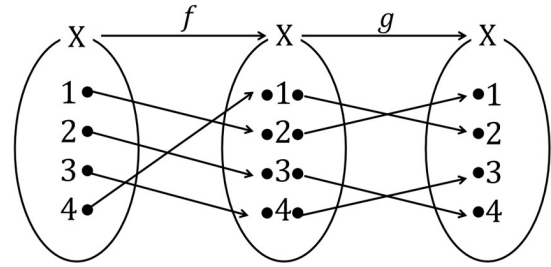
14. 함수  $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점  $(1, -3)$ 을 지나고, 그 역함수의  
 그래프는 점  $(-1, 5)$ 를 지날 때  $a-b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)  
 [2020-기말고사-포곡고 6번]

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

15. 함수  $f(x)=2x-\frac{2}{3}$ 의 역함수가  $f^{-1}(x)=ax+b$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.)  
 [2021-기말고사-고림고 8번]

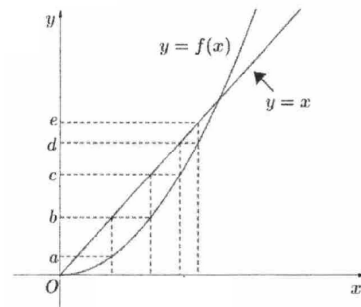
①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$                       ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

16. 그림과 같이 정의된 두 함수  $f: X \rightarrow X$ ,  $g: X \rightarrow X$ 에 대하여  
 $(f \circ g^{-1})(2) + (g \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?  
 [2021-기말고사-고림고 9번]



① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

17. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 를 나타낸 것이다.  
 $(f^{-1} \circ f)^{-1}(e)$ 의 값은? (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에  
 평행하다.)  
 [2021-기말고사-고림고 12번]



① a                      ② b                      ③ c                      ④ d                      ⑤ e

- [17~18] 두 함수  $f(x)=2x+1$ ,  $g(x)=-3x+2$ 에 대하여 아래 물음에  
 답하시오.

18. 함수  $y=f(x)$ 의 역함수는?  
 [2021-기말고사-삼계고 7번]

①  $y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$                       ②  $y=-\frac{1}{2}x-1$   
 ③  $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$                       ④  $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$   
 ⑤  $y=\frac{1}{2}x+1$

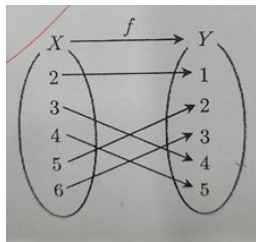
19.  $(f^{-1} \circ g)^{-1}(0)$ 의 값은?

[2021-기말고사-삼계고 8번]

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤ 1

20. 그림과 같은 함수  $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여  $f^{-1}(4)$ 의 값은?

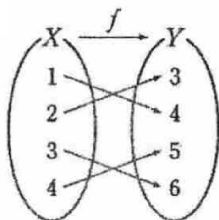
[2021-기말고사-용인고 1번]



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

21. 다음 그림과 같은 함수  $f: X \rightarrow Y$ 에서  $f^{-1}(4)$ 의 값을 구하면?

[2021-기말고사-태성고 1번]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

22. 함수  $f(x) = ax + b$ 가  $f(-2) = 1$ ,  $f^{-1}(3) = 2$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

(단,  $a$ ,  $b$ 는 상수)

[2021-기말고사-포곡고 7번]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

## LEVEL 2

23.  $y = x^2 - 2x + 2 (x \geq 1)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 사이의 거리는?  
[2018-기말고사-고림고 7번]

①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2      ④  $\sqrt{5}$       ⑤  $\sqrt{6}$

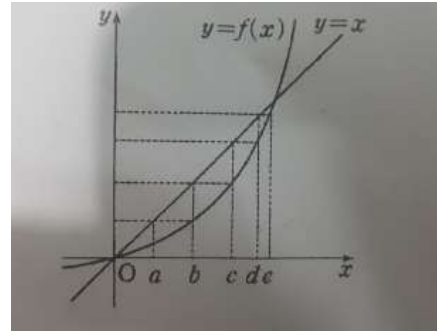
24. 일대일대응인 함수  $y = f(x)$ 의 역함수를  $y = g(x)$ , 함수  $y = f(x-2) - 4$ 의 역함수를  $y = h(x)$ 라 하자.  $g(8) = 1$ 일 때,  $h(4)$ 의 값은?  
[2018-기말고사-태성고 7번]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

25. 두 함수  $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ ,  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 0) \\ x - 1 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여  $f^{-1}(2) + (f \circ g)(-2)$ 의 값은?  
[2019-중간고사-용인고 12번]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

26. 함수  $y = f(x)$ 와 직선  $y = x$ 의 그래프가 그림과 같고 함수  $f$ 의 역함수가 존재할 때,  $(f \circ f)^{-1}(a)$ 는? (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)  
[2019-기말고사-용인고 10번]



① a      ② b      ③ c      ④ d      ⑤ e

27. 일차함수  $f$ 에 대하여  $f^{-1}(3) = 2$ ,  $(f \circ f)(2) = 4$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은?  
[2020-중간고사-삼계고 17번]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

28. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 에 대하여  $f(2x-1) = 6x+4$ 가 성립할 때, 역함수는  $f^{-1}(x) = ax+b$ 이다. 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?  
[2020-중간고사-삼계고 18번]

①  $-\frac{13}{3}$       ② -2      ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 5

29. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = x|x| + a$ 와 그 역함수  $f^{-1}$ 에 대하여  $f^{-1}(1) = -3$ 일 때,  $(f \circ f)^{-1}(14)$ 의 값은?  
[2020-중간고사-삼계고 19번]

①  $-2\sqrt{2}$     ②  $-\sqrt{2}$     ③ 0    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{2}$

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = |2x - 4| + ax$ 가 역함수가 존재하도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?  
[2020-기말고사-용인고 12번]

①  $a < -2$  또는  $a > 2$     ②  $a \leq -2$  또는  $a \geq 2$     ③  $-2 < a < 2$   
④  $-2 \leq a \leq 2$     ⑤  $-1 < a < 1$

31. 함수  $f(x) = \begin{cases} x+10 & (x \geq 0) \\ -x^2+10 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여  $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(1)$ 의 값은? (단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수이다.)  
[2020-기말고사-태성고 6번]

① 8    ② 10    ③ 12    ④ 14    ⑤ 16

32. 함수  $f(x) = \sqrt{3x-12}$ 가 있다. 함수  $g(x)$ 가 2이상의 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f^{-1}(g(x)) = 2x$ 를 만족시킬 때,  $g(4)$ 의 값은?  
(단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수이다.)  
[2020-기말고사-태성고 12번]

① 0    ②  $\sqrt{6}$     ③  $2\sqrt{3}$     ④  $3\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{6}$

33. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 일대일대응인 함수  $f: X \rightarrow X$ 가  $f(1) = 3, f^{-1}(1) = 2, f^{-1}(2) = 4$ 을 만족시킬 때,  $(f \circ f \circ f)(3) + f^{-1}(3)$ 의 값은?  
[2020-기말고사-포곡고 10번]

① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

34. 두 함수  $f(x) = 3x - 1, g(x) = 2x + 9$ 와 함수  $h(x)$ 가 등식  $(h \circ f)(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ 를 만족시킬 때,  $h(5)$ 의 값은?  
[2020-기말고사-포곡고 13번]

① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

35. 실수 전체의 집합에서 함수  $f(x) = |ax+3a|+5x-7$ 의 역함수가 존재하기 위한 정수  $a$ 의 개수는?  
[2020-기말고사-포곡고 16번]

① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

36. 함수  $f(x) = x^2 - 6(x \geq 0)$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 그래프가  $y$ 축과 만나는 점을  $A$ , 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 점을  $B$ , 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을  $C$ 라고 할 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이는?  
[2021-기말고사-용인고 20번]

① 24                      ②  $24\sqrt{2}$                       ③ 36                      ④  $36\sqrt{2}$                       ⑤ 72

37. 집합  $X = \{x | x \geq a\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 이 역함수를 갖도록 하는  $a$ 의 값은?  
[2021-기말고사-포곡고 14번]

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

38. 함수  $f$ 가  $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & (x \leq -1) \\ x+3 & (x > -1) \end{cases}$ 일 때, 방정식  $\{f(x)\}^2 = f(x)f^{-1}(x)$ 의 실근의 합은?  
[2021-기말고사-포곡고 16번]

① -8                      ② -6                      ③ 0                      ④ 6                      ⑤ 8

## LEVEL 3

39. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = x^2 - 2x$ ,  $h(x) = -x^2 + kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[2020-중간고사-삼계고 20번]

<보기>

- ㄱ.  $(f \circ g)(1) = 1$   
 ㄴ. 함수  $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프는  $y$ 축에 대하여 대칭이다.  
 ㄷ. 함수  $y = (g \circ f)(x) + h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수  $k$ 의 개수는 5이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄷ

40. 기울기가 4인 일차함수  $h(x)$ 와 최고차항의 계수가  $-1$ 이고 꼭짓점의  $x$ 좌표가  $-1$ 보다 작은 이차함수  $f(x)$ 에 대해 함수  $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x) = \begin{cases} h(x) & (x < -1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 2) \\ h(x) & (x > 2) \end{cases}$$

함수  $g(x)$ 는 역함수가 존재하며 치역은 실수 전체의 집합이고,

$g(0) = 4$ 라 할 때,  $(g \circ g)\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

[2020-기말고사-고림고 15번]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

41. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고, 다음 조건을 만족시킨다. 이때,  $2f(1) + f(5)$ 의 값은?

- (가)  $(f \circ f)(6) + f^{-1}(6) = 11$ 이다.  
 (나)  $(f \circ f)(4) + f^{-1}(4) = 5$ 이다.  
 (다)  $f(3)$ 의 값은 소수가 아니다.

[2020-기말고사-고림고 17번]

- ① 8                      ② 9                      ③ 10                      ④ 11                      ⑤ 12

42. 집합  $X = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (0 \leq x < 2) \\ 2x - 3 & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$
 일 때, 두 함수

$y = (f \circ f)(x)$ ,  $y = (f \circ f)^{-1}(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?(단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수이다.)

[2020-기말고사-용인고 22번]

- ①  $\frac{19}{4}$                       ②  $\frac{21}{4}$                       ③  $\frac{23}{4}$                       ④  $\frac{25}{4}$                       ⑤  $\frac{27}{4}$



43. 일차함수  $f$ 의 역함수를  $f^{-1}(x) = 2x + 6$ 라고 할 때, 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(3x - 2) = 5f\left(x + \frac{1}{3}\right) + 2$ 를 만족시킨다. 이때,  $g^{-1}(-3)$ 의 값은?

[2021-기말고사-고림고 14번]

- ① 27      ② 18      ③ 9      ④ -9      ⑤ -18

44. 함수  $f(x) = \begin{cases} |x-1| + ax + 1 & (x \geq 0) \\ -ax^2 + 2 & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

[2021-기말고사-태성고 16번]

- ①  $a < -1$       ②  $-1 < a < 0$       ③  $0 < a < 1$   
④  $-1 < a < 1$       ⑤  $a < -1$  또는  $a > 1$

- 
- 1) ③
  - 2) ④
  - 3) ①
  - 4) ①
  - 5) ④
  - 6) ⑤
  - 7) ①
  - 8) ②
  - 9) ③
  - 10) ③
  - 11) ①
  - 12) ⑤
  - 13) ②
  - 14) ③
  - 15) ⑤
  - 16) ③
  - 17) ⑤
  - 18) ③
  - 19) ③
  - 20) ②
  - 21) ⑤
  - 22) ①
  - 23) ①
  - 24) ③
  - 25) ③
  - 26) ③
  - 27) ②
  - 28) ②
  - 29) ①
  - 30) ①
  - 31) ⑤
  - 32) ③
  - 33) ①
  - 34) ②
  - 35) ⑤
  - 36) ③
  - 37) ④
  - 38) ②
  - 39) ③
  - 40) ⑤
  - 41) ③
  - 42) ②
  - 43) ③

44) ⑤