



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이항분포]

• 이항분포: 한 번의 시행에서 어떤 사건 A 가 일어날 확률이 p 로 일정할 때, n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라고 하면 X 가 가질 수 있는 값은 $0, 1, 2, \dots, n$ 이고 X 의 확률질량함수는 다음과 같다.

$P(X=x) = {}_n C_x p^x q^{n-x} (x=0, 1, 2, \dots, n)$ 이와같은 확률변수 X 의 확률분포를 이항분포라고 하며, 이것을 기호로 $B(n, p)$ 와 같이 나타낸다.

• 이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때

- (1) $E(X) = np$
- (2) $V(X) = npq$ (단, $q = 1-p$)
- (3) $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{npq}$

[큰수의 법칙]

• 어떤 시행에서 사건 A 가 일어날 수학적 확률이 p 이고, n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 X 라 할 때, 충분히 작은 양수 h 에 대하여 n 의 값이 한없이 커질수록 확률 $P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < h\right)$ 는 1에 가까워지고 이것을 큰 수의 법칙이라 한다.

기본문제

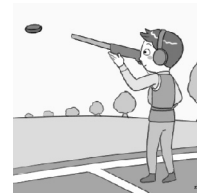
[문제]

1. 다음 확률변수의 이항분포를 따르는 것을 모두 고르면?

- ① 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 수 중에서 크지 않은 수
- ② 빨간 구슬 5개와 파란 구슬 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 빨간 구슬의 개수
- ③ 한 개의 주사위를 8번 던질 때, 3 이상의 눈이 나오는 횟수
- ④ 국수를 주문하는 손님 비율이 전체의 30 %인 어느 식당에서 200명의 손님 중 국수를 주문하는 손님 수
- ⑤ 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 두 눈의 수의 차

[예제]

2. 표적 명중률이 80 %인 어느 클레이 사격 선수가 4번의 사격을 할 때, 3번 이상 명중시킬 확률은?



- | | |
|---------------------|---------------------|
| ① $\frac{32}{625}$ | ② $\frac{64}{625}$ |
| ③ $\frac{128}{625}$ | ④ $\frac{256}{625}$ |
| ⑤ $\frac{512}{625}$ | |

[문제]

3. 공격 성공률이 75 %인 어느 배구 선수가 5번의 공격을 할 때, 2번 이상 공격이 성공할 확률은?

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ① $\frac{31}{32}$ | ② $\frac{63}{64}$ |
| ③ $\frac{127}{128}$ | ④ $\frac{255}{256}$ |
| ⑤ $\frac{511}{512}$ | |

[문제]

4. 발아율이 60 %로 일정한 봉숭아 씨앗 500개를 뿌릴 때, 발아되는 씨앗의 개수의 분산은?

- | | |
|-------|-------|
| ① 105 | ② 110 |
| ③ 115 | ④ 120 |
| ⑤ 125 | |

평가문제

[소단원 확인 문제]

5. 타율이 7할 5푼인 야구 선수가 4번 타석에 들어가 안타를 친 횟수를 확률변수 X 라고 할 때, 안타를 3번 이상 친 확률은?

- ① $\frac{183}{256}$ ② $\frac{185}{256}$
 ③ $\frac{187}{256}$ ④ $\frac{189}{256}$
 ⑤ $\frac{191}{256}$

[소단원 확인 문제]

6. 다음과 같은

$$P(X=x) = {}_{49}C_x \left(\frac{2}{7}\right)^x \left(\frac{5}{7}\right)^{49-x} \quad (x=0, 1, \dots, 49)$$

확률분포를 가지는 확률변수 X 의 분산은?

- ① 7 ② 8
 ③ 9 ④ 10
 ⑤ 11

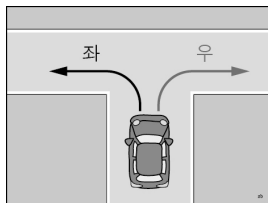
[소단원 확인 문제]

7. 어느 제약 회사에서 새로 개발한 치료약은 특정 질병의 환자에게 90%의 치유율을 보인다고 한다. 특정 질병의 환자 중 임의로 4명을 뽑아 이 약을 먹였을 때, 3명 이상이 치유될 확률은?

- ① 0.8524 ② 0.8921
 ③ 0.9056 ④ 0.9257
 ⑤ 0.9477

[소단원 확인 문제]

8. 다음 그림과 같은 교차로에 진입하는 차량 전체의 25%가 좌회전을 한다고 한다. 이 교차로에 진입하는 60대의 차량 중에서 좌회전하는 차량의 수를 확률변수 X 라고 할 때, X 의 표준편차는?



- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\sqrt{5}$
 ③ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ④ $2\sqrt{5}$
 ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

[소단원 확인 문제]

9. 탑승 가능한 좌석이 81석인 어느 항공 노선에서 전산 오류로 인해 83명이 예약되었다고 한다. 예약된 사람이 사전 통보 없이 탑승하지 않을 확률이 0.05라고 할 때, 좌석이 부족하지 않을 확률을 p 라 하면 $100p$ 의 값은? (단, $0.95^{82} = 0.015$, $0.95^{83} = 0.014$ 로 계산한다.)

- ① 92.365 ② 92.37
 ③ 92.375 ④ 92.38
 ⑤ 92.385

[중단원 연습 문제]

10. 이항분포 $B(100, p)$ 를 따르는 확률변수 X 의 평균이 25일 때, $E(X^2)$ 은?

- ① $\frac{2573}{4}$ ② $\frac{2575}{4}$
 ③ $\frac{2577}{4}$ ④ $\frac{2579}{4}$
 ⑤ $\frac{2581}{4}$

[대단원 종합 문제]

11. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르고

$E(X^2) = 2\{E(X)\}^2$ 일 때, n 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[대단원 종합 문제]

12. 검은 공 6개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 25번 반복할 때, 흰 공이 나온 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 $E(X) + V(X)$ 의 값은?

- ① 12 ② 14
 ③ 16 ④ 18
 ⑤ 20

[대단원 종합 문제]

13. 두 사람 A, B가 각각 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 나온 두 주사위의 눈의 수의 합이 4의 배수이면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 16번 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는?

- ① 2점 ② 4점
③ 6점 ④ 8점
⑤ 10점

[문제]

14. 아래의 표를 이용하여 n 의 값이 30일 때, 확률

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - \frac{1}{6}\right| < 0.05\right) \text{의 값은?}$$

$X \backslash n$	10	30	50
0	0.162	0.004	0.000
1	0.323	0.025	0.001
2	0.291	0.073	0.005
3	0.155	0.137	0.017
4	0.054	0.185	0.040
5	0.013	0.192	0.075
6	0.002	0.160	0.112
7	0.000	0.110	0.140
8		0.063	0.151
9		0.031	0.141
10		0.013	0.116
11		0.005	0.084
12		0.001	0.055
13		0.000	0.032
14			0.017
15			0.008
16			0.004
17			0.001
18			0.001
19			0.000

- ① 0.518 ② 0.525
③ 0.537 ④ 0.548
⑤ 0.601

유사문제

15. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ 를 따를 때, X 의 평균은?

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

16. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(60, \frac{1}{2}\right)$ 를 따를 때, $E(X^2)$ 의 값은?

- ① 45 ② 75
③ 885 ④ 900
⑤ 915

17. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=r) = {}_{100}C_r \left(\frac{1}{5}\right)^r \left(\frac{4}{5}\right)^{100-r} \quad (r=0,1,2,\dots,100) \text{ 일}$$

때, X 의 기댓값과 분산의 합은?

- ① 24 ② 28
③ 32 ④ 36
⑤ 40

18. 확률변수 X 가 이항분포 $B(200, p)$ 를 따르고 X 의 평균이 40일 때, X 의 분산은?

- ① 32 ② 33
③ 34 ④ 35
⑤ 36



정답 및 해설

1) [정답] ③, ④

[해설] ③ 한 개의 주사위를 8번 던질 때, 3 이상의 눈이 나오는 횟수는 이항분포 $B\left(8, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

④ 국수를 주문하는 손님 비율이 전체의 30%인 어느 식당에서 200명의 손님 중 국수를 주문하는 손님 수는 이항분포 $B\left(200, \frac{3}{10}\right)$ 를 따른다.

2) [정답] ⑤

[해설] 4번의 사격을 할 때 명중시키는 횟수를 확률변수 X 라고 하자.

이때 한 번의 사격에서 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(4, \frac{4}{5}\right)$ 을 따른다.

따라서 3번 이상 명중시킬 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{4}{5}\right)^3 \left(\frac{1}{5}\right)^1 + {}_4C_4 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \\ &= \frac{512}{625} \end{aligned}$$

3) [정답] ②

[해설] 5번의 공격을 할 때 공격을 성공하는 횟수를 확률변수 X 라고 하자.

이때 한 번의 사격에서 명중시킬 확률이 $\frac{3}{4}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(5, \frac{3}{4}\right)$ 을 따른다.

따라서 2번 이상 명중시킬 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X=0) - P(X=1) \\ &= 1 - {}_5C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^5 - {}_5C_1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \\ &= \frac{63}{64} \end{aligned}$$

4) [정답] ④

[해설] 500회의 독립시행이고, 씨앗 한 개가 발아 될

확률은 $\frac{3}{5}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(500, \frac{3}{5}\right)$ 를 따른다.

따라서 X 의 분산은

$$V(X) = 500 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = 120$$

5) [정답] ④

[해설] 4회의 독립시행이고, 한 번의 시행에서 안타를

칠 확률은 $\frac{3}{4}$ 이다. 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(4, \frac{3}{4}\right)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right) + {}_4C_4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \\ &= \frac{189}{256} \end{aligned}$$

6) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(49, \frac{2}{7}\right)$ 를 따르므로

$$V(X) = 49 \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{7} = 10$$

7) [정답] ⑤

[해설] 4명에게 이 약을 먹였을 때 치유되는 환자의 수를 확률변수 X 라고 하자.

이때 한명의 환자가 치유될 확률이 $\frac{9}{10}$ 이므로 확

률변수 X 는 이항분포 $B\left(4, \frac{9}{10}\right)$ 을 따른다.

따라서 3명 이상이 치유될 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{9}{10}\right)^3 \left(\frac{1}{10}\right) + {}_4C_4 \left(\frac{9}{10}\right)^4 \\ &= 0.9477 \end{aligned}$$

8) [정답] ③

[해설] 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(60, \frac{1}{4}\right)$ 을 따른다.

$$V(X) = 60 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{45}{4}$$

$$\sigma(X) = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

9) [정답] ③

[해설] 탑승하는 사람의 수를 확률변수 X 라 하면 X 의 확률분포는

$$P(X=x) = {}_{83}C_x 0.95^x 0.05^{83-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 83)$$

이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \leq 81) &= P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=81) \\ &= 1 - \{P(X=82) + P(X=83)\} \\ &= 1 - ({}_{83}C_{82} \times 0.95^{82} \times 0.05 + {}_{83}C_{83} \times 0.95^{83}) \\ &= 1 - (83 \times 0.015 \times 0.05 + 0.014) \\ &= 1 - 0.07625 = 0.92375 \\ \therefore 100p &= 92.375 \end{aligned}$$

10) [정답] ②

[해설] $E(X) = 100p = 25$ 에서 $p = \frac{1}{4}$ 이므로

$$V(X) = E(X^2) - 25^2 = 100 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{75}{4}$$

$$E(X^2) = \frac{2575}{4}$$

11) [정답] ③

[해설] $E(X) = n \times \frac{1}{5} = \frac{n}{5}$

$$V(X) = \left(n \times \frac{1}{5}\right) \times \frac{4}{5} = \frac{4n}{25}$$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에 $E(X^2) = 2\{E(X)\}^2$ 를 대입하면

$$V(X) = \{E(X)\}^2$$

$$\frac{4n}{25} = \left(\frac{n}{5}\right)^2 \text{에서 } n=4$$

12) [정답] ③

[해설] 25회의 독립시행이고, 한 번의 시행에서 흰 공이 나올 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(25, \frac{2}{5}\right)$ 을 따른다.

따라서 X 의 평균과 분산은

$$E(X) = 25 \times \frac{2}{5} = 10, \quad V(X) = 25 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 6$$

$$\therefore E(X) + V(X) = 16$$

13) [정답] ④

[해설] 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 4의 배수일 확률은

$$(1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (6, 6)$$

$$\text{의 9가지이므로 } \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

따라서 두 눈의 합이 4의 배수가 아닐 확률은

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

A가 얻는 점수를 확률변수 X 라 하면 X 는 이항분포 $B\left(16, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로 $E(X) = 16 \times \frac{1}{4} = 4$

B가 얻는 점수를 확률변수 Y 라 하면 Y 는 이항분포 $B\left(16, \frac{3}{4}\right)$ 을 따르므로 $E(Y) = 16 \times \frac{3}{4} = 12$

따라서 A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는 $12 - 4 = 8$

14) [정답] ③

[해설] $n=30$ 일 때 확률 $P\left(\left|\frac{X}{30} - \frac{1}{6}\right| < 0.05\right)$ 은

$$P\left(-0.05 + \frac{1}{6} < \frac{X}{30} < 0.05 + \frac{1}{6}\right) = P(3.5 < X < 6.5)$$

$$= P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = 0.537$$

15) [정답] ①

[해설] 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = np = 20 \times \frac{1}{4} = 5$$

16) [정답] ⑤

[해설] 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(60, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = np = 30$$

$$V(X) = np(1-p) = 15$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 15$$

$$E(X^2) - \{30\}^2 = 15$$

$$E(X^2) = 915$$

17) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 가 이항분포 $B(100, \frac{1}{5})$ 을 따르므로

$$E(X) = np = 100 \times \frac{1}{5} = 20$$

$$V(X) = np(1-p) = 100 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 16$$

$$\therefore E(X) + V(X) = 20 + 16 = 36$$

18) [정답] ①

[해설] 확률변수 X 가 이항분포 $B(200, p)$ 를 따르고 평균이 40이므로

$$E(X) = np = 200p = 40$$

$$p = \frac{1}{5}$$

$$\therefore V(X) = np(1-p) = 200 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 32$$