



(1) 두 점 사이의 거리



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

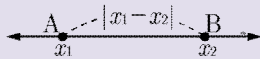
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

수직선 위의 두 점 사이의 거리

(1) 수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 사이의 거리

$$\Rightarrow \overline{AB} = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$$



■ 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

1. $A(2), B(7)$

2. $A(-5), B(-2)$

3. $A(-5), B(0)$

4. $A(6), B(0)$

5. $A(4), B(-1)$

6. $A(1), B(4)$

7. $A(-3), B(-7)$

8. $A(-2), B(5)$

9. $A(-3), B(7)$

10. $A(-5), B(\sqrt{3})$

11. $A(\sqrt{2}), B(0)$

12. $A(2 + \sqrt{2}), B(3 - 2\sqrt{2})$

13. $A(2\sqrt{2}), B(-3\sqrt{2})$

■ 수직선 위에서 다음 점의 좌표를 구하여라.

14. 점 $P(0)$ 에서 거리가 2인 점 R

15. 점 $P(2)$ 에서 거리가 5인 점 Q

16. 점 $P(4)$ 에서 거리가 3인 점 R

17. 점 $P(3)$ 에서 거리가 2인 점 Q

18. 점 $P(-6)$ 에서 거리가 5인 점 R

19. 점 $P(-6)$ 에서 거리가 7인 점 Q

■ 다음 수직선 위의 두 점 A, B 사이의 거리가 ()안의 수일 때, x 의 값을 구하여라.

20. $A(2), B(x)$ [5]

21. $A(3), B(x)$ [7]

22. $A(x+1), B(3x)$ [5]

02 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

사이의 거리 $\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

<참고> 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리

$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

■ 원점 O 와 다음 점 A 사이의 거리를 구하여라.

23. $A(-6, -8)$

24. $A(3, -1)$

■ 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

25. $A(1, 2), B(5, 4)$

26. $A(0, 0), B(1, -3)$

27. $A(0, 0), B(-4, 3)$

28. $A(-2, -3), B(1, 2)$

29. $A(1, 2), B(-1, 3)$

30. $A(0, -4), B(3, 0)$

31. $A(1, -2), B(6, 2)$

32. $A(0, 2), B(-4, -2)$

33. $A(4, -1), B(-3, 0)$

34. $A(2, -3), B(-5, -4)$

35. $A(-3, 7), B(-8, -5)$

36. $A(-5, 1), B(-5, -3)$

37. $A(2, -3), B(-4, 3)$

38. $A(3, -1), B(5, -4)$

39. $A(6, -3), B(-5, -3)$

40. $A(2, 3), B(5, 4)$

41. $A(-4, -2), B(1, -1)$

42. $A(-2, 5), B(-2, -3)$

43. $O(0, 0), A(3, -4)$

44. $A(2, -1), B(3, 2)$

▣ 두 점 A, B 의 좌표와 \overline{AB} 의 길이가 다음과 같을 때, 양수 a 또는 k 의 값을 구하여라.

45. $A(a, 1), B(2, 4), \overline{AB} = 5$

46. $A(2, a), B(-3, 1), \overline{AB} = 5\sqrt{2}$

47. $A(-3, 1), B(-2, a), \overline{AB} = 5\sqrt{2}$

48. $A(-1, 2), B(a, -4), \overline{AB} = 2\sqrt{13}$

49. $A(1, a), B(-3, 2), \overline{AB} = 2\sqrt{5}$

50. $A(-1, 3), B(a, 7), \overline{AB} = 2\sqrt{13}$

51. $A(-3, 4), B(2, k), \overline{AB} = 5$

52. $A(k, 1), B(2, k-1), \overline{AB} = \sqrt{2}$

03 / 같은 거리에 있는 점의 좌표

두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점 P 가(1) x 축 위의 점의 좌표 $\Leftrightarrow P(a, 0)$ (2) y 축 위의 점의 좌표 $\Leftrightarrow P(0, b)$ (3) 직선 $y = mx + n$ 위의 점일 때 $\Leftrightarrow P(a, ma + n)$ 라 하고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 를 이용하여 답을 구한다.

▣ 다음 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

53. $A(1, 1), B(3, 5)$

54. $A(-1, 3), B(2, 6)$

55. $A(1, 1), B(-2, 2)$

56. $A(-1, 3), B(4, 2)$

57. $A(-3, 1), B(2, 4)$

▣ 다음 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

58. $A(-1, -2), B(3, 0)$

59. $A(2, -1), B(1, 0)$

60. $A(2, 1), B(-1, 4)$

61. $A(-3, 1), B(1, -1)$

62. $A(2, 0), B(3, 5)$

▣ 다음 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 직선 l 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

63. $A(2, 0), B(4, 6), l: y = -x + 2$

64. $A(-1, 1), B(5, -1), l: y = 2x$

65. $A(-2, 2), B(4, 0), l: y = x + 1$

66. $A(1, -2), B(5, 2), l: y = x + 1$

67. $A(-1, 0), B(3, 4), l: y = 2x$

■ 다음 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구하여라.

68. 두 점 $A(-1, 3), B(3, -5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 Q

69. 두 점 $A(2, -1), B(-1, -4)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P

70. 두 점 $A(1, 4), B(-2, -3)$ 에서 같은 거리에 있는 직선 $y = -3x + 2$ 위의 점 R

71. 세 점 $A(2, -1), B(a, 3), C(-3, a)$ 에 대하여 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

72. 두 점 $A(2, 5), B(4, 1)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P , y 축 위의 점 Q 라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.

73. 두 점 $A(3, 4), B(2, -5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

■ 다음의 세 점 O, A, B 에 대하여 $\overline{OA} = \overline{AB}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

74. $O(0, 0), A(-4, 5), B(a, 4)$

75. $O(0, 0), A(a, 3), B(2, 4)$

76. $O(0, 0), A(2, -2), B(a, -1)$

■ 다음의 세 점 A, B, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 외심의 좌표를 구하여라.

77. $A(-2, 0), B(4, 0), C(2, 4)$

78. $A(4, 1), B(0, 5), C(0, 1)$



정답 및 해설

1) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = |7-2| = 5$$

2) 3

$$\Rightarrow \overline{AB} = |-2-(-5)| = 3$$

3) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = |0-(-5)| = 5$$

4) 6

$$\Rightarrow \overline{AB} = |0-6| = 6$$

5) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = |(-1)-4| = 5$$

6) 3

$$\Rightarrow \overline{AB} = |4-1| = 3$$

7) 4

$$\Rightarrow \overline{AB} = |-7-(-3)| = 4$$

8) 7

$$\Rightarrow \overline{AB} = |5-(-2)| = 7$$

9) 10

$$\Rightarrow \overline{AB} = |7-(-3)| = 10$$

10) $5 + \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = |\sqrt{3}-(-5)| = 5 + \sqrt{3}$$

11) $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = |0 - \sqrt{2}| = \sqrt{2}$$

12) $3\sqrt{2}-1$

$$\Rightarrow \overline{AB} = |(2+\sqrt{2})-(3-2\sqrt{2})| = 3\sqrt{2}-1$$

13) $5\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = |2\sqrt{2}-(-3\sqrt{2})| = 5\sqrt{2}$$

14) $R(-2)$ 또는 $R(2)$

$$\Rightarrow |x-0|=2 \text{에서 } x=2 \text{ 또는 } x=-2$$

$$\therefore R(-2) \text{ 또는 } R(2)$$

15) $Q(7)$ 또는 $Q(-3)$
 \Rightarrow 점 Q 의 좌표를 x 라 하면

$$|x-2|=5 \text{에서 } x-2=\pm 5$$

$$\therefore x=7 \text{ 또는 } x=-3$$

따라서 점 Q 의 좌표는 7 또는 -3이다.16) $R(7)$ 또는 $R(1)$
 \Rightarrow 점 R 의 좌표를 x 라고 하면

$$|x-4|=3 \text{에서 } x-4=3 \text{ 또는 } x-4=-3$$

$$\therefore x=7 \text{ 또는 } x=1$$

$$\therefore R(7) \text{ 또는 } R(1)$$

17) $Q(5)$ 또는 $Q(1)$
 \Rightarrow 점 Q 의 좌표를 x 라 하면

$$|x-3|=2 \text{에서 } x-3=\pm 2$$

$$\therefore x=5 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 점 Q 의 좌표는 5 또는 1이다.18) $R(-1)$ 또는 $R(-11)$

$$\Rightarrow |x-(-6)|=5 \text{에서 } x+6=5 \text{ 또는 } x+6=-5$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=-11$$

$$\therefore R(-1) \text{ 또는 } R(-11)$$

19) $Q(1)$ 또는 $Q(-13)$
 \Rightarrow 점 Q 의 좌표를 x 라 하면

$$|x-(-6)|=7 \text{에서 } x+6=\pm 7$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-13$$

따라서 점 Q 의 좌표는 1 또는 -13이다.20) $x=7$ 또는 $x=-3$

$$\Rightarrow |x-2|=5 \text{에서 } x-2=5 \text{ 또는 } x-2=-5$$

$$\therefore x=7 \text{ 또는 } x=-3$$

21) $x=10$ 또는 $x=-4$

$$\Rightarrow |x-3|=7 \text{에서 } x-3=7 \text{ 또는 } x-3=-7$$

$$\therefore x=10 \text{ 또는 } x=-4$$

22) $x=3$ 또는 $x=-2$

$$\Rightarrow |3x-(x+1)|=5 \text{에서 } |2x-1|=5$$

$$2x-1=5 \text{ 또는 } 2x-1=-5$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=-2$$

23) 10

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$$

24) $\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

25) $2\sqrt{5}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

26) $\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

27) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

28) $\sqrt{34}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

29) $\sqrt{5}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

30) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-4)\}^2} = 5$$

31) $\sqrt{41}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(6-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

32) $4\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-2-2)^2} = 4\sqrt{2}$$

33) $5\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-3-4)^2 + \{0-(-1)\}^2} = 5\sqrt{2}$$

34) $5\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-5-2)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

35) 13

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-8+3)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{169} = 13$$

36) 4

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-5+5)^2 + (-3-1)^2} = 4$$

37) $6\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-4-2)^2 + \{3-(-3)\}^2} = 6\sqrt{2}$$

38) $\sqrt{13}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(5-3)^2 + \{-4-(-1)\}^2} = \sqrt{13}$$

39) 11

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(-5-6)^2 + \{-3-(-3)\}^2} = 11$$

40) $\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$$

41) $\sqrt{26}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{\{1-(-4)\}^2 + \{-1-(-2)\}^2} = \sqrt{26}$$

42) 8

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{\{-2-(-2)\}^2 + (-3-5)^2} = 8$$

43) 5

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

44) $\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(3-2)^2 + \{2-(-1)\}^2} = \sqrt{10}$$

45) 6

$$\Rightarrow \overline{AB} = 5 \text{에서 } \overline{AB}^2 = 25 \text{이므로}$$

$$(2-a)^2 + (4-1)^2 = 25$$

$$a^2 - 4a - 12 = 0, (a+2)(a-6) = 0$$

$$\therefore a = 6 (\because a > 0)$$

46) 6

$$\Rightarrow \overline{AB} = 5\sqrt{2} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 50 \text{이므로}$$

$$(-3-2)^2 + (1-a)^2 = 50$$

$$a^2 - 2a - 24 = 0, (a+4)(a-6) = 0$$

$$\therefore a = 6 (\because a > 0)$$

47) 8

$$\Rightarrow \overline{AB} = 5\sqrt{2} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 50 \text{이므로}$$

$$(-2+3)^2 + (a-1)^2 = 50$$

$$a^2 - 2a - 48 = 0, (a+6)(a-8) = 0$$

$$\therefore a = 8 (\because a > 0)$$

48) 3

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{13} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 52 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (-4-2)^2 = 52$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0, (a+5)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

49) 4

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{5} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 20 \text{이므로}$$

$$(-3-1)^2 + (2-a)^2 = 20$$

$$a^2 - 4a = 0, a(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

50) 5

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{13} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 52 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (7-3)^2 = 52$$

$$a^2 + 2a - 35 = 0, (a+7)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = 5 (\because a > 0)$$

51) $k = 4$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(2+3)^2 + (k-4)^2} = \sqrt{k^2 - 8k + 41} \text{이므로}$$

$$\sqrt{k^2 - 8k + 41} = 5$$

$$\text{양변을 제곱하면 } k^2 - 8k + 41 = 25, k^2 - 8k + 16 = 0$$

$$(k-4)^2 = 0 \quad \therefore k = 4$$

52) $k = 1$ 또는 $k = 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overline{AB} &= \sqrt{(2-k)^2 + (k-1-1)^2} \\ &= \sqrt{(4-4k+k^2) + (k^2-4k+4)} \\ &= \sqrt{2k^2-8k+8} \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } \sqrt{2k^2-8k+8} = \sqrt{2} \text{에서}$$

$$2k^2 - 8k + 8 = 2, k^2 - 4k + 3 = 0, (k-1)(k-3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

53) (8, 0)

$$\Rightarrow \text{점 } P \text{의 좌표를 } (a, 0) \text{이라 하면}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a-1)^2 + (-1)^2 = (a-3)^2 + (-5)^2$$

$$a^2 - 2a + 2 = a^2 - 6a + 34 \quad \therefore a = 8$$

$$\text{따라서 점 } P \text{의 좌표는 } (8, 0) \text{이다.}$$

54) (5, 0)

$$\Rightarrow \text{점 } P \text{의 좌표를 } (a, 0) \text{이라 하면}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (-3)^2 = (a-2)^2 + (-6)^2$$

$$a^2 + 2a + 10 = a^2 - 4a + 40, 6a = 30 \quad \therefore a = 5$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

55) $(-1, 0)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a-1)^2 + (-1)^2 = (a+2)^2 + (-2)^2$$

$$a^2 - 2a + 2 = a^2 + 4a + 8, -6a = 6 \quad \therefore a = -1$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.

56) $(1, 0)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{에서 } (a+1)^2 + 3^2 = (a-4)^2 + 2^2$$

$$a^2 + 2a + 10 = a^2 - 8a + 20 \Rightarrow 10a = 10 \quad \therefore a = 1$$

$\therefore P(1, 0)$

57) $(1, 0)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(a+3)^2 + 1}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(a-2)^2 + 16}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a+3)^2 + 1 = (a-2)^2 + 16$$

$$a^2 + 6a + 10 = a^2 - 4a + 20$$

$$10a = 10 \quad \therefore a = 1$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.

58) $(0, 1)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(0, b)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{1 + (b+2)^2}, \overline{BP} = \sqrt{9 + b^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$1 + (b+2)^2 = 9 + b^2$$

$$b^2 + 4b + 5 = 9 + b^2$$

$$4b = 4 \quad \therefore b = 1$$

따라서 점 P 의 좌표는 $P(0, 1)$ 이다.

59) $(0, -2)$

$\Rightarrow \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서 $4 + (b+1)^2 = 1 + b^2$

$$b^2 + 2b + 5 = b^2 + 1$$

$$2b = -4 \quad \therefore b = -2$$

$\therefore P(0, -2)$

60) $(0, 2)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(-2)^2 + (a-1)^2 = 1^2 + (a-4)^2$$

$$a^2 - 2a + 5 = a^2 - 8a + 17, 6a = 12 \quad \therefore a = 2$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

61) $(0, 2)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$3^2 + (a-1)^2 = (-1)^2 + (a+1)^2$$

$$a^2 - 2a + 10 = a^2 + 2a + 2, -4a = -8 \quad \therefore a = 2$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

62) $(0, 3)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(-2)^2 + a^2 = (-3)^2 + (a-5)^2$$

$$a^2 + 4 = a^2 - 10a + 34, 10a = 30 \quad \therefore a = 3$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

63) $(-3, 5)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, -a+2)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a-2)^2 + (-a+2)^2 = (a-4)^2 + \{(-a+2)-6\}^2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 2a^2 + 32, -8a = 24$$

$$\therefore a = -3$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(-3, 5)$ 이다.

64) $(6, 12)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, 2a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (2a-1)^2 = (a-5)^2 + (2a+1)^2$$

$$5a^2 - 2a + 2 = 5a^2 - 6a + 26, 4a = 24$$

$$\therefore a = 6$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(6, 12)$ 이다.

65) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 $(a, a+1)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a+2)^2 + \{(a+1)-2\}^2 = (a-4)^2 + (a+1)^2$$

$$2a^2 + 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 17$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ 이다.

66) $(1, 2)$

\Rightarrow 점 $P(a, b)$ 는 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로

$$b = a + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

또, $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a-1)^2 + (b+2)^2 = (a-5)^2 + (b-2)^2$$

$$a^2 - 2a + b^2 + 4b + 5 = a^2 - 10a + b^2 - 4b + 29$$

$$8a + 8b = 24$$

$$\therefore a + b = 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

$\therefore P(1, 2)$

67) $(1, 2)$

\Rightarrow 점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 점 $P(a, b)$ 는

직선 $y = 2x$ 위에 있으므로 $b = 2a \quad \dots \textcircled{1}$

또, $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a+1)^2 + b^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2$$

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2a + 1 + b^2 &= a^2 - 6a + b^2 - 8b + 25 \\
 8a + 8b &= 24 \\
 \therefore a + b &= 3 \quad \cdots \textcircled{A} \\
 \textcircled{A}, \textcircled{B} \text{을 연립하여 풀면 } a &= 1, b = 2 \\
 \therefore P(1, 2)
 \end{aligned}$$

$$68) \left(0, -\frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{점 } Q \text{의 좌표를 } (0, a) \text{라 하면} \\
 \overline{AQ} = \overline{BQ} \text{에서 } \overline{AQ}^2 &= \overline{BQ}^2 \text{이므로} \\
 1^2 + (a-3)^2 &= (-3)^2 + (a+5)^2 \\
 a^2 - 6a + 10 &= a^2 + 10a + 34 \\
 -16a &= 24 \quad \therefore a = -\frac{3}{2} \\
 \text{따라서 점 } Q \text{의 좌표는 } &\left(0, -\frac{3}{2}\right) \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$69) (-2, 0)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{점 } P \text{의 좌표를 } (a, 0) \text{이라 하면} \\
 \overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 &= \overline{BP}^2 \text{이므로} \\
 (a-2)^2 + 1^2 &= (a+1)^2 + 4^2 \\
 a^2 - 4a + 5 &= a^2 + 2a + 17 \\
 -6a &= 12 \quad \therefore a = -2 \\
 \text{따라서 점 } P \text{의 좌표는 } &(-2, 0) \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$70) \left(\frac{2}{3}, 0\right)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{점 } R \text{의 좌표를 } (a, -3a+2) \text{라 하면} \\
 \overline{AR} = \overline{BR} \text{에서 } \overline{AR}^2 &= \overline{BR}^2 \text{이므로} \\
 (a-1)^2 + (-3a+2-4)^2 &= (a+2)^2 + (-3a+2+3)^2 \\
 10a^2 + 10a + 5 &= 10a^2 - 26a + 29 \\
 36a &= 24 \quad \therefore a = \frac{2}{3} \\
 \text{따라서 점 } R \text{의 좌표는 } &\left(\frac{2}{3}, 0\right) \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$71) -1$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로} \\
 \sqrt{(a-2)^2 + (3+1)^2} &= \sqrt{(-3-2)^2 + (a+1)^2} \\
 \text{양변을 제곱하면} \\
 (a-2)^2 + 16 &= 25 + (a+1)^2 \\
 a^2 - 4a + 20 &= a^2 + 2a + 26, -6a = 6 \\
 \therefore a &= -1
 \end{aligned}$$

$$72) \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow P(a, 0) \text{이라 하면} \\
 \overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 &= \overline{BP}^2 \text{이므로} \\
 (a-2)^2 + (-5)^2 &= (a-4)^2 + (-1)^2 \\
 a^2 - 4a + 29 &= a^2 - 8a + 17 \\
 4a &= -12, a = -3 \quad \therefore P(-3, 0) \\
 Q(0, b) \text{라 하면}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{AQ} = \overline{BQ} \text{에서 } \overline{AQ}^2 &= \overline{BQ}^2 \text{이므로} \\
 (-2)^2 + (b-5)^2 &= (-4)^2 + (b-1)^2 \\
 b^2 - 10b + 29 &= b^2 - 2b + 17 \\
 -8b &= -12, b = \frac{3}{2} \quad \therefore Q\left(0, \frac{3}{2}\right) \\
 \therefore \overline{PQ} &= \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}
 \end{aligned}$$

$$73) (-2, 0)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{구하는 점을 } P(a, 0) \text{이라 하면 } \overline{AP} &= \overline{BP} \text{에서} \\
 \overline{AP}^2 &= \overline{BP}^2 \text{이므로} \\
 (a-3)^2 + (-4)^2 &= (a-2)^2 + 5^2 \\
 a^2 - 6a + 25 &= a^2 - 4a + 29 \\
 2a &= -4 \quad \therefore a = -2 \\
 \text{따라서 구하는 점 } P \text{의 좌표는 } &(-2, 0) \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$74) -4 \pm 2\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \overline{OA} = \overline{AB} \text{에서 } \overline{OA}^2 &= \overline{AB}^2 \text{이므로} \\
 (-4)^2 + 5^2 &= (a+4)^2 + (4-5)^2 \\
 41 &= a^2 + 8a + 17 \Rightarrow a^2 + 8a - 24 = 0 \\
 \therefore a &= -4 \pm 2\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$75) -1$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \overline{OA} = \overline{AB} \text{에서 } \overline{OA}^2 &= \overline{AB}^2 \text{이므로} \\
 a^2 + 3^2 &= (2-a)^2 + (4-3)^2 \\
 a^2 + 9 &= a^2 - 4a + 5 \\
 4a &= -4 \quad \therefore a = -1
 \end{aligned}$$

$$76) 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \overline{OA} = \overline{AB} \text{에서 } \overline{OA}^2 &= \overline{AB}^2 \text{이므로} \\
 2^2 + (-2)^2 &= (a-2)^2 + (-1+2)^2 \\
 a^2 - 4a - 3 &= 0 \quad \therefore a = 2 \pm \sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$77) (1, 1)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{삼각형 } ABC \text{의 외심을 } P(x, y) \text{라고 하면} \\
 \overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP} \\
 \overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 &= \overline{BP}^2 \text{이므로} \\
 (x+2)^2 + y^2 &= (x-4)^2 + y^2 \\
 x^2 + 4x + 4 + y^2 &= x^2 - 8x + 16 + y^2 \\
 12x &= 12 \quad \therefore x = 1 \quad \cdots \textcircled{A} \\
 \overline{BP} = \overline{CP} \text{에서 } \overline{BP}^2 &= \overline{CP}^2 \text{이므로} \\
 (x-4)^2 + y^2 &= (x-2)^2 + (y-4)^2 \\
 x^2 - 8x + 16 + y^2 &= x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 \\
 -4x + 8y - 4 &= 0 \quad \therefore x - 2y + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{B} \\
 \textcircled{A} \text{을 } \textcircled{B} \text{에 대입하면} \\
 1 - 2y + 1 &= 0, -2y = -2 \quad \therefore y = 1 \\
 \therefore P(1, 1)
 \end{aligned}$$

$$78) (2, 3)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{삼각형 } ABC \text{의 외심을 } P(x, y) \text{라고 하면} \\
 \overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP}
 \end{aligned}$$

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y-5)^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + y^2 - 10y + 25$$

$$-8x + 8y = 8 \quad \therefore x - y = -1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{BP} = \overline{CP}$ 에서 $\overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$ 이므로

$$x^2 + (y-5)^2 = x^2 + (y-1)^2$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + y^2 - 2y + 1$$

$$-8y = -24 \quad \therefore y = 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x - 3 = -1 \quad \therefore x = 2$$

$$\therefore P(2, 3)$$