



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-10  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [등비수열]

• 등비수열 : 첫째항부터 차례로 일정한 수를 곱하여 만든 수열

- (1) 공비: 등비수열에서 어떤 항과 이전의 항에 대한 비  
(2) 등비수열의 관계식 : 공비가  $r$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서

$$a_{n+1} = r a_n \text{ 또는 } \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ (단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (3) 등비수열의 일반항( $a_n$ ): 첫째항이  $a$ , 공비가  $r$ 인 등비수열의  
일반항은  $a_n = ar^{n-1}$  (단,  $n = 1, 2, 3, \dots$ )

## [등비중항]

• 등비중항: 0이 아닌 세 수  $a, b, c$ 가 이 순서대로 등비수열을  
이룰 때,  $b$ 를  $a$ 와  $c$ 의 등비중항이라 한다. ( $b^2 = ac$ )

## [등비수열의 합]

• 등비수열의 합

첫째항이  $a$ , 공비가  $r(r \neq 0)$ 인 등비수열의 첫째항부터  
제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때

$$(1) r \neq 1 \text{ 일 때 } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

$$(2) r = 1 \text{ 일 때 } S_n = na$$

• 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때

$$a_1 = S_1, a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

## 기본문제

[문제]

1. 수열  $-243, 81, \square, 9, -3, \dots$ 이 등비수열을 이  
를 때,  $\square$  안에 들어갈 수로 적절한 것은?

- ①  $-18$                       ②  $-18$   
③  $-27$                       ④  $27$   
⑤  $-54$

[예제]

2. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 등비수열  $3, 6, 12, 24, \dots$   
의 일반항  $a_n$ 을 구한 것은?

- ①  $a_n = 3^{n-1}$                       ②  $a_n = 3^n$   
③  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$                       ④  $a_n = 3 \cdot 2^n$   
⑤  $a_n = 3 \cdot 2^{n+1}$

[문제]

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항이  $4$ , 공비가  $-2$ 인  
등비수열의 제10항을 구한 것은?

- ①  $-1024$                       ②  $1024$   
③  $-2048$                       ④  $2048$   
⑤  $-4096$

[문제]

4. 첫째항이  $18$ , 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하  
여  $\frac{2}{729}$ 은 제 몇 항인가?

- ① 제6항                      ② 제7항  
③ 제8항                      ④ 제9항  
⑤ 제10항

[예제]

5. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 제3항이  $4$ , 제6항이  $108$ 인  
등비수열의 일반항  $a_n$ 을 구한 것은?

- ①  $a_n = 3^{n-2}$                       ②  $a_n = 4 \times 3^{n-3}$   
③  $a_n = 4 \times 3^{n-2}$                       ④  $a_n = 3^{n-1}$   
⑤  $a_n = 4 \times 3^{n-1}$

[문제]

6. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 25$ ,  $a_8 = 3125$ 인 등비수  
열의 일반항을 구한 것은? (단, 등비수열의 모든 항  
은 양수이다.)

- ①  $a_n = (\sqrt{5})^{n+2}$                       ②  $a_n = (\sqrt{5})^{n+1}$   
③  $a_n = (\sqrt{5})^n$                       ④  $a_n = (\sqrt{5})^{n-1}$   
⑤  $a_n = (\sqrt{5})^{n-2}$

[문제]

7. 제3항이 18, 제9항이 486인 등비수열에 대하여 처음으로 2400보다 커지는 항은 제 몇 항인가? (단, 공비는 음수이다.)

- ① 제10항                      ② 제11항  
③ 제12항                      ④ 제13항  
⑤ 제14항

[예제]

8. 네 수 2,  $a$ ,  $b$ , 686가 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $a$ ,  $b$ 의 합을 구한 것은?

- ① 106                          ② 109  
③ 112                          ④ 115  
⑤ 118

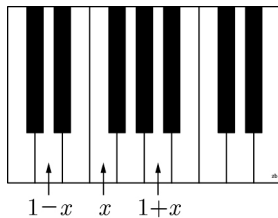
[문제]

9. 수열 2,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , 162, ...이 등비수열이 되도록 하는 양수  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 에 대하여 세 수의 합을 구한 것은?

- ① 60                          ② 72  
③ 78                          ④ 84  
⑤ 96

[문제]

10. 주어진 피아노는 도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시, 도의 주파수가 순서대로 등비수열을 이룬다고 한다. 이때 레, 파, 라의 주파수가 각각  $1-x$ ,  $x$ ,  $1+x$ 라면 이를 만족하는 양수  $x$ 의 값은?



- ①  $\sqrt{2}$                           ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
③  $\frac{1}{2}$                           ④ 1  
⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

[문제]

11. 첫째항이  $\frac{32}{9}$ , 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이 있다. 첫째항부터 제6항까지의 합을 구한 것은?

- ① 7                              ② 14  
③ 21                              ④ 28  
⑤ 35

[문제]

12.  $\frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^5} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^3} + \dots + 1$ 의 값을 구한 것은?

- ①  $\frac{1}{8} \times \left(7 - \frac{1}{7^6}\right)$                       ②  $\frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{7} + 7^6\right)$   
③  $\frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{7^6} + 7\right)$                       ④  $\frac{1}{6} \times \left(7 - \frac{1}{7^6}\right)$   
⑤  $\frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{7^6} + 7\right)$

[예제]

13. 첫째항부터 제4항까지의 합이 13, 첫째항부터 제8항까지의 합이 221인 등비수열의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 을 구한 것은? (단, 공비는 양수이다.)

- ①  $S_n = \frac{13}{15}(2^n - 1)$                       ②  $S_n = \frac{13}{15}(2^{n-1} - 1)$   
③  $S_n = \frac{15}{13}(2^n - 1)$                       ④  $S_n = \frac{15}{13}(2^{n-1} - 1)$   
⑤  $S_n = 2^n - 1$

[문제]

14. 모든 항이 양수인 등비수열에 대하여 첫째항부터 제6항까지의 합이 2, 첫째항부터 제12항까지의 합이 1460라 한다. 이 등비수열의 제1항부터 제4항까지의 합을  $\frac{p}{q}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $p$ ,  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 81                              ② 91  
③ 101                              ④ 111  
⑤ 121

[문제]

15. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $S_n = 5^{n-1} + 4$ 라 한다. 이때 일반항  $a_n$ 을 구한 것은?

- ①  $a_n = 4 \times 5^{n-2}$   
 ②  $a_n = 4 \times 5^{n-1}$   
 ③  $a_n = \begin{cases} 4 & (n=1) \\ 4 \times 5^{n-2} & (n \geq 2) \end{cases}$   
 ④  $a_n = \begin{cases} 5 & (n=1) \\ 4 \times 5^{n-1} & (n \geq 2) \end{cases}$   
 ⑤  $a_n = \begin{cases} 5 & (n=1) \\ 4 \times 5^{n-2} & (n \geq 2) \end{cases}$

[예제]

16. 연이율이 4%이고 1년마다 복리로 매년 초에 100만원을 9년 동안 적립할 때, 9년 말까지 적립금의 원리합계를 구한 것은?

- ①  $2500 \left\{ \left( \frac{26}{25} \right)^9 - 1 \right\}$ 만원    ②  $2600 \left\{ \left( \frac{26}{25} \right)^9 - 1 \right\}$ 만원  
 ③  $2500 \left\{ \left( \frac{25}{26} \right)^9 - 1 \right\}$ 만원    ④  $2600 \left\{ \left( \frac{25}{26} \right)^9 - 1 \right\}$ 만원  
 ⑤  $2700 \left\{ \left( \frac{26}{25} \right)^9 - 1 \right\}$ 만원

[문제]

17. 연이율이 3%이고 1년마다 복리로 매년 초에 10만원씩 20년 동안 적립할 때, 20년 말까지 적립금의 원리합계를 구한 것은? (단,  $1.03^{20} = 1.8$ 로 계산한다.)

- ①  $\frac{823}{3}$ 만원    ②  $\frac{824}{3}$ 만원  
 ③ 275만원    ④  $\frac{826}{3}$ 만원  
 ⑤  $\frac{827}{3}$ 만원

평가문제

[중단원 마무리하기]

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항이  $2^{15}$ , 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 제 20항의 값은?

- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{16}$   
 ③  $\frac{1}{32}$     ④  $\frac{1}{64}$   
 ⑤  $\frac{1}{128}$

[중단원 마무리하기]

19. 세 수 2,  $y$ , 24이 등비수열을 이룰 때, 양수  $y$ 의 값을 구한 것은?

- ①  $3\sqrt{4}$     ②  $4\sqrt{2}$   
 ③  $4\sqrt{3}$     ④ 11  
 ⑤ 13

[중단원 마무리하기]

20. 등비수열  $\{a_n\}$ 이  $a_4 = 1$ ,  $a_7 = 8$ 을 만족시킬 때,  $a_9$ 를 구한 것은?

- ① 16    ② 24  
 ③ 32    ④ 40  
 ⑤ 48

[중단원 마무리하기]

21. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_5 + a_8 = 10,$$

$$a_7 + a_{10} + a_{13} = 320$$

이 성립할 때,  $a_{11} + a_{14} + a_{17}$ 의 값을 구한 것은?

- ① 1280    ② 2560  
 ③ 5120    ④ 10240  
 ⑤ 20480

[중단원 마무리하기]

22. 서로 다른 세 수  $-1, a, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수  $a, b, 9$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 정수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[중단원 마무리하기]

23. 등비수열을 이루는 세 실수의 합이 26이고 곱이 216일 때, 공비를 구한 것은?

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[중단원 마무리하기]

24. 첫째항이 7인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하면  $\frac{S_8}{S_4} = 17$ 이다. 이때  $S_6$ 을 구한 것은? (단, 등비수열의 모든 항은 양수이다.)

- ① 441                                ② 217  
③ 105                                ④ 98  
⑤ 81

[중단원 마무리하기]

25. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하면  $S_n = 6 \times 3^n + 3k$ 가 성립한다. 이때 수열  $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열을 이루도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구한 것은?

- ①  $-4$                                 ②  $-3$   
③  $-2$                                 ④  $-1$   
⑤ 0

[중단원 마무리하기]

26. 물이 어떤 여과기를 한 번 통과할 때마다 유해 물질의 양이 25%씩 줄어든다고 한다. 유해 물질 50g이 포함된 물이 이 여과기를  $n$ 번 통과하였더니 유해 물질의 양이 5g 이하가 되었다.  $n$ 의 최솟값을 구한 것은? (단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ 으로 계산한다.)

- ① 6                                  ② 7  
③ 8                                  ④ 9  
⑤ 10

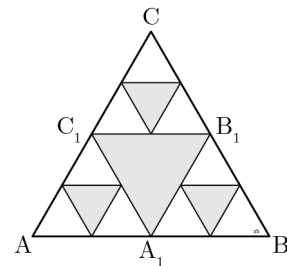
[대단원 평가하기]

27. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 a_7 a_8 = 10$ 일 때,  $a_6$ 를 구한 것은?

- ① 2                                  ②  $\sqrt[3]{10^2}$   
③  $\sqrt[3]{10}$                               ④ 3  
⑤  $\sqrt{10}$

[대단원 평가하기]

28. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형이 있다. 첫 번째 시행에서 각 변의 중점을 이어서 만든 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 을 색칠하고, 두 번째 시행 후 남은 3개의 정삼각형에서 같은 방법으로 만든 정삼각형을 색칠한다. 이와 같은 시행을 5회 반복하였을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



- ①  $4\sqrt{3} \left\{ 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^5 \right\}$                               ②  $4\sqrt{3} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^5 \right\}$   
③  $3\sqrt{3} \left\{ 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^6 \right\}$                               ④  $3\sqrt{3} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^5 \right\}$   
⑤  $3\sqrt{3} \left\{ 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^4 \right\}$

[대단원 평가하기]

29. 등비수열  $1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_9, 81$ 에 대하여  $10\log_3 a_4$ 의 값을 구한 것은? (단, 모든 수열의 모든 항은 양수이다.)

- ① 8                                  ② 10  
 ③ 12                                ④ 14  
 ⑤ 16

[대단원 평가하기]

30. 세 수  $a, 4, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수  $a, 3, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구한 것은?

- ① 46                                ② 48  
 ③ 50                                ④ 52  
 ⑤ 54

[대단원 평가하기]

31. 공비가 3, 제  $n$ 항이 486인 등비수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이 728일 때, 첫째항과  $n$ 의 값을 더한 것은?

- ① 6                                  ② 7  
 ③ 8                                ④ 9  
 ⑤ 10

[대단원 평가하기]

32. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서

$$a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 14,$$

$$a_9 + a_{10} + \dots + a_{16} = 56$$

일 때,  $a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구한 것은?

- ①  $\frac{214\sqrt{2}}{3}$                               ②  $\frac{224\sqrt{2}}{3}$   
 ③  $\frac{221\sqrt{2}}{3}$                               ④  $\frac{227\sqrt{2}}{3}$   
 ⑤  $\frac{229\sqrt{2}}{3}$



## 정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 이 수열은 공비가  $-\frac{1}{3}$  인 수열이므로  $\square$  안에 들어갈 수는  $-27$ 이다.

2) [정답] ③

[해설] 이 수열은 공비가 2, 첫째항이 3인 수열이므로  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ 이다.

3) [정답] ③

[해설]  $a_n = 4 \times (-2)^{n-1}$ 이므로  
 $a_{10} = 4 \times (-2)^9 = -2048$

4) [정답] ④

[해설] 첫째항이 18, 공비가  $\frac{1}{3}$  인 등비수열이므로

$$a_n = 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

따라서  $a_k = 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} = \frac{2}{729}$ 을 만족시키는  $k=9$ 이다.

5) [정답] ②

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면  
 제3항이 4, 제6항이 108인 등비수열이므로

$$a_3 = ar^2 = 4, \quad a_6 = ar^5 = 108$$

$$\frac{a_6}{a_3} = r^3 = 27 \text{ 이므로 } r = 3 \text{ 이고, } a = \frac{4}{9}$$

따라서 이 수열의 일반항은

$$a_n = \left(\frac{4}{9}\right) \times 3^{n-1} = 4 \times 3^{n-3} \text{ 이다.}$$

6) [정답] ①

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면  
 $a_2 = 25$ ,  $a_8 = 3125$ 인 등비수열이므로

$$a_2 = ar = 25, \quad a_8 = ar^7 = 3125$$

$$\frac{a_8}{a_2} = r^6 = 125 \text{ 이므로 } r = \sqrt[6]{125} \text{ 이고, } a = 5\sqrt[6]{5}$$

따라서 이 수열의 일반항은

$$a_n = 5\sqrt[6]{5} \times (\sqrt[6]{5})^{n-1} = (\sqrt[6]{5})^{n+2}$$

7) [정답] ④

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면  
 제3항이 18, 제9항이 486인 등비수열이므로

$$a_3 = ar^2 = 18, \quad a_9 = ar^8 = 486$$

$$\frac{a_9}{a_3} = r^6 = 27 \text{ 이므로 } r = -\sqrt[6]{27} \text{ 이고, } a = 6$$

따라서 이 수열의 일반항은  $6 \times (-\sqrt[6]{27})^{n-1}$   
 이때 처음으로 2400보다 커지는 항을 구해야하므로  $6 \times (-\sqrt[6]{27})^{n-1} > 2400$

$$\text{즉, } (-\sqrt[6]{27})^{n-1} > 400$$

$$n = 13 \text{ 일 때, } (-\sqrt[6]{27})^{13-1} = 3^6 > 400$$

따라서 제13항일 때 처음으로 2400보다 커진다.

8) [정답] ③

[해설] 2,  $a$ ,  $b$ , 686가 순서대로 등비수열을 이루므로

$$\text{공비를 } r \text{ 이라 하면, } 686 = 2 \times r^3 \text{ 즉, } r = 7$$

$$a = 2 \times 7 = 14$$

$$b = a \times 7 = 14 \times 7 = 98$$

$$\text{따라서 } a + b = 112$$

9) [정답] ③

[해설] 2,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , 162, ...이 등비수열을 이루므로

$$\text{공비를 } r \text{ 이라 하면, } 162 = 2 \times r^4 \text{ 즉, } r = 3$$

$$x = 2 \times 3 = 6$$

$$y = 6 \times 3 = 18$$

$$z = 18 \times 3 = 54$$

따라서 세 수의 합은 78

10) [정답] ②

[해설] 도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시, 도의 주파수가 순서대로 등비수열을 이루기 때문에, 동일한 간격에 있는 레, 파, 라의 주파수  $1-x$ ,  $x$ ,  $1+x$  또한 등비수열을 이룬다.

따라서 등비중항에 의하여

$$x^2 = (1-x)(1+x) = 1-x^2, \quad x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉, } x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x \text{ 는 양수이므로})$$

11) [정답] ①

[해설] 첫째항이  $\frac{32}{9}$ , 공비가  $\frac{1}{2}$  인 등비수열이므로

$$S_5 = \frac{\frac{32}{9} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{32}{9} \times \frac{63}{64} \times 2 = 7$$

12) [정답] ⑤

[해설]  $\frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^5} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^3} + \dots + 1$ 은 첫째항이  $\frac{1}{7^6}$ 이

고, 공비가  $-7$ 인 등비수열의 합이다.

$$S_n = \frac{1}{7^6} \times \frac{(1 - (-7)^n)}{8} \text{ 이므로}$$

$$S_7 = \frac{1}{7^6} \times \frac{(1 - (-7)^7)}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{(1 - (-7)^7)}{7^6} \\ = \frac{1}{8} \times \left( \frac{1}{7^6} + 7 \right)$$

13) [정답] ①

[해설] 등비수열의 첫째항을  $a_1$ , 공비를  $r$ 이라 하자.

첫째항부터 제4항까지의 합이 13이므로

$$S_4 = \frac{a_1(r^4 - 1)}{r - 1} = 13$$

첫째항부터 제8항까지의 합이 221이므로

$$S_8 = \frac{a_1(r^8 - 1)}{r - 1} = 221$$

$$S_8 = \frac{a_1(r^4 + 1)(r^4 - 1)}{r - 1} = 13 \times (r^4 + 1) = 221$$

즉,  $r = 2$  대입하여 계산하면  $a_1 = \frac{13}{15}$

$$\text{그러므로 } S_n = \frac{13}{15}(2^n - 1)$$

14) [정답] ④

[해설] 등비수열의 첫째항을  $a_1$ , 공비를  $r$ 이라 하자.

첫째항부터 제6항까지의 합이 2이므로

$$S_6 = \frac{a_1(r^6 - 1)}{r - 1} = 2$$

첫째항부터 제12항까지의 합이 1460이므로

$$S_{12} = \frac{a_1(r^{12} - 1)}{r - 1} = 1460$$

$$S_{12} = \frac{a_1(r^6 - 1)(r^6 + 1)}{r - 1} = 2(r^6 + 1) = 1460$$

즉,  $r^6 = 729$   $r = 3$ 이고,  $a_1 = \frac{1}{182}$

$$S_4 = \frac{1}{182} \times \frac{3^4 - 1}{2} = \frac{20}{91} \text{ 이므로 } p + q = 111$$

15) [정답] ⑤

[해설]  $n \geq 2$ 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 5^{n-1} - 5^{n-2} = 4 \times 5^{n-2}$$

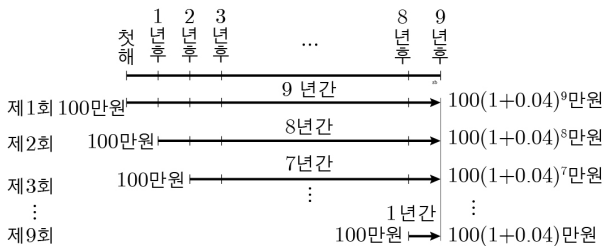
이때  $S_1 = a_1 = 5$

따라서  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \begin{cases} 5 & (n=1) \\ 4 \times 5^{n-2} & (n \geq 2) \end{cases}$$

16) [정답] ②

[해설] 매년 초에 100만원을 적립할 때, 매년 적립금의 9년 말까지의 원리합계는 다음과 같다.

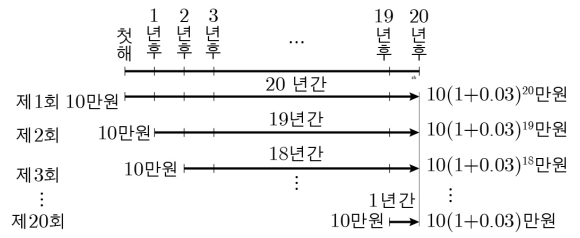


따라서  $n$ 년 말까지 적립금의 원리합계를  $S_n$ 만원이라 하면

$$S_9 = \frac{100(1+0.04)\{(1+0.04)^9 - 1\}}{(1+0.04) - 1} = \frac{104(1.04^9 - 1)}{0.04} = 2600 \left\{ \left( \frac{26}{25} \right)^9 - 1 \right\} \text{ (만원)}$$

17) [정답] ②

[해설] 매년 초에 10만원을 적립할 때, 매년 적립금의 20년 말까지의 원리합계는 다음과 같다.



따라서  $n$ 년 말까지 적립금의 원리합계를  $S_n$ 만원이라 하면

$$S_{20} = \frac{10(1+0.03)\{(1+0.03)^{20} - 1\}}{(1+0.03) - 1} = \frac{10.3(1.03^{20} - 1)}{0.03} = \frac{10.3(1.8 - 1)}{0.03} = \frac{824}{3} \text{ (만원)}$$

18) [정답] ②

[해설] 첫째항이  $2^{15}$ , 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

일반항은  $a_n = 2^{15} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이다.

따라서 제20항은  $a_{20} = 2^{15} \times \frac{1}{2^{19}} = \frac{1}{16}$ 이다.

19) [정답] ③

[해설] 세 수 2,  $y$ , 24이 등비수열을 이루므로

등비중항의 성질에 의하여

$$y^2 = 48$$

따라서  $y = 4\sqrt{3}$  ( $y > 0$ )

20) [정답] ③

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면

$$a_4 = 1, a_7 = 8 \text{ 이므로}$$

$$a_4 = ar^3 = 1 \cdots \text{㉠}, a_7 = ar^6 = 8 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하면 } r = 2, a = \frac{1}{8}$$

따라서 일반항  $a_n = \frac{1}{8} \times 2^{n-1} = 2^{n-4}$

$$a_9 = 2^5 = 32 \text{ 이다.}$$

21) [정답] ③

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면

$$a_2 + a_5 + a_8 = ar + ar^4 + ar^7 = 10 \cdots \text{㉠}$$

$$a_7 + a_{10} + a_{13} = r^5(ar + ar^4 + ar^7) = 320 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면  $r^5 = 32$   $r = 2$ 이다.

$$a_{11} + a_{14} + a_{17} = ar^{10} + ar^{13} + ar^{16} = r^9(ar + ar^4 + ar^7) = 2^9 \times 10 = 5120$$

22) [정답] ④

[해설] 각각 등차중항과 등비중항에 의하여

$$b - 1 = 2a, 9a = b^2 \text{ 이 성립한다.}$$

위의 두 식을 연립하면  $a = 1, b = 3$

따라서  $a + b = 4$

23) [정답] ③

[해설] 공비를  $r$ , 가장 작은 수를  $a$ 라고 하면

$$a + ar + ar^2 = 26 \cdots \textcircled{A}, \quad a^3 r^3 = 216 \cdots \textcircled{B}$$

①에 의하여  $ar = 6$

$$\text{이를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면, } a + ar + ar^2 = a + 6 + 6r = 26$$

$$\text{즉, } a + 6r = 20$$

연립하면  $a = 2, r = 3$  ( $a$ 를 가장 작은 수라고 하였으므로 공비는  $r > 1$ 이어야 한다.)

24) [정답] ①

[해설] 공비를  $r$ 이라고 하면  $S_n = \frac{7(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_4 = \frac{7(r^4 - 1)}{r - 1}, \quad S_8 = \frac{7(r^8 - 1)}{r - 1} \text{으로}$$

$$\frac{S_8}{S_4} = r^4 + 1 = 17 \text{ 이고, 즉 } r = 2 \text{이다. (등비수열의}$$

모든 항이 양수이므로, 공비는 양수이어야 한다.)

$$\text{따라서 } S_n = \frac{7(2^n - 1)}{2 - 1} = 7(2^n - 1),$$

$$S_6 = 441$$

25) [정답] ③

[해설]  $n \geq 2$ 일 때

$$S_n = 6 \times 3^n + 3k, \quad S_{n-1} = 6 \times 3^{n-1} + 3k \text{이므로}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 4 \times 3^n$$

$$S_1 = a_1 = 18 + 3k \text{이므로}$$

$a_n$ 이 첫째항부터 등비수열을 이루도록 하려면  $18 + 3k = 12$ 이다. 따라서  $k = -2$

26) [정답] ④

[해설] 여과기를  $n$ 번 통과하였을 때의 유해 물질의 양을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 50 \times \left(1 - \frac{25}{100}\right)^n = 50 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$a_n \leq 5 \text{에서 } 50 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n \leq 5$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{1}{10}$$

이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n(\log 3 - \log 4) \leq -1$$

$$n(\log 3 - 2\log 2) \leq -1$$

$$n(0.4771 - 0.6020) \leq -1$$

$$-0.1249n \leq -1$$

$$n \geq \frac{1}{0.1249} = 8.0064 \cdots$$

따라서 자연수  $n$ 의 최솟값은 9이다.

27) [정답] ③

[해설] 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면

$$a_3 a_7 a_8 = 10 \text{이므로}$$

$$a_3 a_7 a_8 = a^3 r^{15} = (ar^5)^3 = 10$$

$$\text{따라서 } a_6 = ar^5 = \sqrt[3]{10}$$

28) [정답] ①

[해설]  $n$ 번째 시행마다 색칠된 부분의 넓이를  $a_n$ 이라 하자.

첫 번째 시행에서는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이 색칠되었으므로

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2 = \sqrt{3}$$

두 번째 시행에서는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이 3개 색칠되었으므로

$$a_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

⋮

$n$  번째 시행에서는 한 변의 길이가  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ 인 정

삼각형이  $3^{n-1}$ 개 색칠되었으므로

$$a_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} \times 3^{n-1} = \sqrt{3} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

따라서 이와 같은 시행을 5회 반복했을 때 남아 있는 부분의 넓이는

$$\sum_{k=1}^5 \sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} = \frac{\sqrt{3} \left\{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}}{1 - \frac{3}{4}} = 4\sqrt{3} \left\{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$$

29) [정답] ③

[해설] 주어진 수열의 공비를  $r$ 이라 하자.

1번째 항 1과 11번째 항 81에 대하여

$$81 = 1 \times r^{10} \text{을 만족한다.}$$

$$\text{따라서 } r = 3^{\frac{2}{5}} \text{이고, } a_4 = r^3 = 3^{\frac{6}{5}}$$

$$10 \log_3 a_4 = 10 \times \frac{6}{5} = 12$$

30) [정답] ①

[해설] 등차중항과 등비중항에 의하여

$$a + b = 8, \quad ab = 9$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 46 \text{이다.}$$

31) [정답] ③

[해설] 이 등비수열의 첫째항을  $a$ 라고 하고, 등비수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.

$$a_n = a \times 3^{n-1} = 486 \cdots \textcircled{A}$$

$$S_n = \frac{a(3^n - 1)}{3 - 1} = 728 \cdots \textcircled{B}$$

①, ②를 연립하면  $a = 2, n = 6$

따라서 첫째항 2와  $n$ 의 값 6을 더하면 8이다.

32) [정답] ②

[해설] 이 수열은 등비수열이므로 공비를  $r$ 이라 하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_8 = 14$$

$$a_9 + a_{10} + \cdots + a_{16} = 56 \text{이므로}$$

$$a_9 + a_{10} + \cdots + a_{16} = r^8(a_1 + a_2 + \cdots + a_8)$$

$$\text{따라서 } r^8 = 4, \quad r^4 = 2, \quad r^2 = \sqrt{2} \text{이므로}$$



$$\begin{aligned}
& a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22} + a_{23} + a_{24} + a_{25} + a_{26} \\
&= r^{18}(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8) \\
&= 16\sqrt{2}(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8) \\
&= 16\sqrt{2} \times 14 = 224\sqrt{2} \\
& a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22} + a_{23} + a_{24} + a_{25} + a_{26} \\
&= (a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) + (a_{23} + a_{24} + a_{25} + a_{26}) \\
&= (a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) + r^4(a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) \\
&= (a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) + 2(a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) \\
&= 3(a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22}) \text{ 이므로} \\
& a_{19} + a_{20} + a_{21} + a_{22} = \frac{224\sqrt{2}}{3}
\end{aligned}$$