



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이차방정식과 이차함수의 관계]

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 의 부호에 따라
이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 다음과 같이
결정된다.

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$
$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$
서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

[이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계]

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 의 위치 관계

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = ax^2 + bx + c$	$y = ax^2 + bx + c$	$y = ax^2 + bx + c$
$y = mx + n$	$y = mx + n$	$y = mx + n$
서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

기본문제

[문제]

1. 다음 이차함수 중 그 그래프와 x 축의 교점이 한
개인 것은?

- ① $y = x^2 + 4x + 4$ ② $y = x^2 - 3x + 5$
③ $y = x^2 - 6x + 8$ ④ $y = x^2 + 2x + 3$
⑤ $y = x^2 + 3x + 2$

[예제]

2. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프와 x 축이 서로
다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위
는?

- ① $k > 4$ ② $k < 4$
③ $k \geq 4$ ④ $k < -4$
⑤ $k \geq -4$

[문제]

3. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 + 4ax + b^2$ 가 x 축과 만
나지 않도록 하는 a 의 범위를 b 로 나타내면? (단,
 a, b 는 실수, $b > 0$)

- ① $-b < a < b$
② $-\frac{b}{2} < a < \frac{b}{2}$
③ $-\frac{b}{3} < a < \frac{b}{3}$
④ $-\frac{b}{4} < a < \frac{b}{4}$
⑤ $-\frac{b}{5} < a < \frac{b}{5}$

[문제]

4. 다음 이차함수 $y = x^2 + x$ 와 $y = -3x - a$ 가 적어도
한 점에서 만나도록 하는 자연수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

5. 다음 이차함수 $y = x^2 + 6x + 3$ 과 $y = 2x + a$ 가 접
할 때, a 의 값은?

- ① -1 ② -3
③ -5 ④ -7
⑤ -9

[문제]

6. 이차함수 $y = 2x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = mx - 3$ 이 한 점에서 만나도록 하는 실수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

- ① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

평가문제

[중단원 마무리]

7. $g(x) = x^2 + 2ax - a^2 + 4a$ 일 때, $f(a)$ 는 $g(x)$ 가 x 축에 만나는 점의 개수를 의미한다.
 $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

8. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 + 2(k+1)x + (k^2+3)$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

9. 이차함수 $y = x^2 + 5x - 4$ 와 직선 $x + a$ 에 대해서 $f(a)$ 는 두 함수가 만나는 점의 개수를 의미한다.
 $f(-7) + f(-9)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

10. 함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(3,0), (5,0)$ 에서 만날 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

[중단원 마무리]

11. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + k^2 + 12$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만나고, 함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 + k + 1$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 값을 구하면?

- ① -2 ② -4
③ -5 ④ -6
⑤ -7

[중단원 마무리]

12. 이차함수 $y = 3x^2 + 4x$ 의 그래프와 직선 $y = 8x + m$ 이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만족하는 정수 m 의 최솟값은 구하면?

- ① -3 ② -2
③ -1 ④ 0
⑤ 1

[중단원 마무리]

13. 이차함수 $y = x^2 + (a+1)x + b$ 와 $y = -3x + 6$ 가 $(-3, 15)$ 에서 접할 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

- ① 11 ② 13
③ 15 ④ 17
⑤ 19

[중단원 마무리]

14. 이차함수 $y = x^2 + 3x - a$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 2a$ 보다 항상 위쪽에 있도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하면?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[중단원 마무리]

15. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하라. (단, a, b 는 상수이다.)

(가) $f(4-x) = f(x)$

(나) $f(x)$ 가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표의 곱은 -4

- ① -2 ② -4
 ③ -6 ④ -8
 ⑤ -10

[대단원 마무리]

16. 이차함수 $y = x^2 + 4x + a$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + 3$ 과 점 (m, n) 에서 접할 때, $a + m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[대단원 마무리]

17. 실수 m 의 값에 관계없이 이차함수 $y = x^2 + 4mx + 4m^2 + 4m$ 과 $y = ax + b$ 는 항상 접한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5

유사문제

18. $y = -2x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 3$ 이 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

- ① -2 ② -3
 ③ -4 ④ -5
 ⑤ -6

19. 직선 $y = -x + 1$ 과 만나지 않는 그래프를 가진 이차함수를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

㉠. $y = x^2 + 2x + 2$

㉡. $y = x^2 + x + 3$

㉢. $y = -x^2 - x$

㉣. $y = -x^2 - 2x + 3$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢
 ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉢
 ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

20. 이차함수 $y = 2x^2 + 3x$ 의 그래프와 직선 $y = 5x + m - 3$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 m 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

21. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k + 6$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + x + k$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 2 ⑤ 3



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 상수인 a, b, c 에 대하여 이차함수

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 한 점에서 만나려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 중근을 가져야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이어야 한다.

$$\textcircled{1} \quad \frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times 4 = 0$$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

$$\textcircled{2} \quad D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -11 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times 8 = 1 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\textcircled{4} \quad D = 1^2 - 1 \times 3 = -2 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$\textcircled{5} \quad D = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

2) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야하므로

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times k = 4 - k > 0$$

따라서 $k < 4$

3) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y = x^2 + 4ax + b^2$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $x^2 + 4ax + b^2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면 $\frac{D}{4} < 0$ 이어야하므로

$$\frac{D}{4} = (2a)^2 - 1 \times b^2 = 4a^2 - b^2 < 0$$

따라서 $a^2 < \frac{b^2}{4}$ 이고 $-\frac{b}{2} < a < \frac{b}{2}$

4) [정답] ④

[해설] $x^2 + x = -3x - a$, 즉 $x^2 + 4x + a = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

이차함수의 그래프와 직선은 적어도 한 점에서 만나므로 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\text{즉 } \frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times a = 4 - a \geq 0$$

따라서 $a \leq 4$ 이고 자연수 a 는 4개다.

5) [정답] ①

[해설] $x^2 + 6x + 3 = 2x + a$, 즉 $x^2 + 4x + 3 - a = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

이차함수의 그래프와 한 점에서 만나므로 $\frac{D}{4} = 0$

$$\text{즉 } \frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times (3 - a) = 1 + a = 0$$

따라서 $a = -1$

6) [정답] ④

[해설] $2x^2 + 5 = mx - 3$, 즉 $2x^2 - mx + 8 = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

이차함수의 그래프와 직선은 한 점에서 만나므로 $D = 0$

$$\text{즉 } D = m^2 - 4 \times 2 \times 8 = m^2 - 64 = 0$$

따라서 $m > 0$ 이므로 $m = 8$

7) [정답] ③

[해설] 이차방정식 $g(x) = x^2 + 2ax - a^2 + 4a = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 1 \times (-a^2 + 4a) = 2a^2 - 4a$$

$a = 1$ 을 대입하면 $D < 0$ 이므로 $g(x)$ 는 x 축과 만나지 않는다. 따라서 $f(1) = 0$

$a = 2$ 를 대입하면 $D = 0$ 이므로 $g(x)$ 는 x 축과 한 점에서 만난다. 따라서 $f(2) = 1$

$a = 3$ 을 대입하면 $D > 0$ 이므로 $g(x)$ 는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 따라서 $f(3) = 2$

따라서 $f(1) + f(2) + f(3) = 0 + 1 + 2 = 3$

8) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y = x^2 + 2(k+1)x + (k^2+3)$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나려면

이차방정식 $x^2 + 2(k+1)x + (k^2+3) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면 $\frac{D}{4} = 0$ 이어야하므로

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 1 \times (k^2+3) = 2k - 2 = 0$$

따라서 $k = 1$

9) [정답] ②

[해설] $x^2 + 5x - 4 = x + a$, 즉 $x^2 + 4x - a - 4 = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

이차함수의 그래프와 한 점에서 만나므로 $\frac{D}{4} = 0$

$$\text{즉 } \frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times (-a - 4) = a + 8$$

$a = -7$ 을 대입하면 $D > 0$ 으로 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다. 따라서 $f(-7) = 2$

$a = -9$ 를 대입하면 $D < 0$ 으로 이차함수와 직선은 만나지 않는다. 따라서 $f(-9) = 0$

따라서 $f(-7) + f(-9) = 2$

10) [정답] ①

[해설] $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 3, 5이므로

$$a = -(3+5) = -8, \quad b = 3 \times 5 = 15$$

따라서 $a+b=-8+15=7$

11) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y=x^2-4kx+k^2+12$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나려면

이차방정식 $x^2-4kx+k^2+12=0$ 의 판별식을 D

라고 하면 $\frac{D}{4}=0$ 이어야하므로

$$\frac{D}{4}=(-2k)^2-1 \times (k^2+12)=3k^2-12=0$$

따라서 $k^2=4$ 이고 $k=\pm 2$

한편 이차함수 $y=x^2-2kx+k^2+k+1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

이차방정식 $x^2-2kx+k^2+k+1=0$ 의 판별식을

D 라고 하면 $\frac{D}{4}>0$ 이어야하므로

$$\frac{D}{4}=(-k)^2-1 \times (k^2+k+1)=-k-1>0$$

따라서 $k<-1$

그러므로 모두를 만족하는 k 는 -2

12) [정답] ③

[해설] $3x^2+4x=8x+m$, 즉 $3x^2-4x-m=0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만나므로 $D>0$

$$\text{즉 } \frac{D}{4}=(-2)^2-3 \times (-m)=3m+4>0$$

따라서 $m>-\frac{4}{3}$ 으로 정수 m 의 최솟값은 -1

13) [정답] ④

[해설] $y=x^2+(a+1)x+b$ 와 $y=-3x+6$ 가 접하므로

$$x^2+(a+4)x+b-6=0 \text{에서}$$

$$x^2+(a+4)x+b-6=0$$

$$=\left(x+\frac{a+4}{2}\right)^2+b-6-\left(\frac{a+4}{2}\right)^2=0$$

이때 $x=-3$ 을 중근으로 가지므로

$$-\frac{a+4}{2}=-3, b-6-\left(\frac{a+4}{2}\right)^2=0$$

따라서 $a=2$, $b=15$ 이고 $a+b=17$

14) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y=x^2+3x-a$ 의 그래프가 직선

$y=-x+2a$ 보다 항상 위쪽에 있으려면 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않아야 한다.

$$x^2+3x-a=-x+2a, \text{ 즉}$$

$x^2+4x-3a=0$ 의 판별식 D 가 $D<0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-1 \times (-3a)=4+3a<0$$

$$a<-\frac{4}{3}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2

15) [정답] ④

[해설] (가) $f(4-x)=f(x)$ 를 통해 $x=2$ 를 기준으로 대칭이므로 $y=x^2-4x+b$ 임을 알 수 있다.

(나) $f(x)$ 가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표의 곱은 -4 이므로 $b=-4$ 임을 알 수 있다.

따라서 $f(x)=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$ 이므로

$f(x)$ 의 최솟값은 -8

16) [정답] ④

[해설] $x^2+4x+a=2x+3$ 에서 $x^2+2x+a-3=0$

$x^2+2x+a-3=0$ 이 중근을 가지므로

$x^2+2x+a-3=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-a+3=0, a=4$$

한편 $x^2+4x+4=2x+3$ 에서 $(x+1)^2=0$ 이므로 $x=-1$ 에서 접한다.

즉 점 $(-1,1)$ 에서 접한다.

그러므로 $m=-1$, $n=1$

따라서 $a+m+n=4$

17) [정답] ③

[해설] $x^2+4mx+4m^2+4m=ax+b$ 에서

$x^2+(4m-a)x+4m^2+4m-b=0$ 이 중근을 가지므로

$x^2+(4m-a)x+4m^2+4m-b=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=(4m-a)^2-4(4m^2+4m-b)$$

$$=-8am+a^2-16m+4b$$

$$=m(-8a-16)+a^2+4b=0$$

그러므로 $-8a-16=0$, $a^2+4b=0$ 에서 $a=-2$, $b=-1$

따라서 $a+b=-3$

18) [정답] ①

[해설] $-2x^2+ax+1=2x+3$

$$2x^2+(2-a)x+2=0 \text{에서}$$

한 점에서 만날 조건은 $D=0$ 이므로

$$D=(2-a)^2-16=0$$

$$a^2-4a-12=0$$

$$(a+2)(a-6)=0$$

$$\therefore a=-2$$

19) [정답] ②

[해설] ㄱ. $x^2+2x+2=-x+1$

$$x^2+3x+1=0 \text{에서 } D=9-4=5>0$$

\therefore 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\text{ㄴ. } x^2+x+3=-x+1$$

$$x^2+2x+2=0 \text{에서 } D/4=1-2=-1<0$$

\therefore 만나지 않는다.

$$\text{ㄷ. } -x^2 - x = -x + 1$$

$$x^2 + 1 = 0 \text{에서 } D = 0 - 4 = -4 < 0$$

∴ 만나지 않는다.

$$\text{ㄹ. } -x^2 - 2x + 3 = -x + 1$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \text{에서 } D = 1 + 8 = 9 > 0$$

∴ 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 보기에서 만나지 않는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

20) [정답] ①

[해설] 주어진 조건을 만족하면 이차방정식

$2x^2 + 3x = 5x + m - 3$ 의 실근이 존재하지 않는다.

즉, 방정식 $2x^2 - 2x - m + 3 = 0$ 의 판별식 D 가

$$D = 1 + 2(m - 3) < 0$$

$$m < 2.5$$

따라서 자연수 m 은 1, 2이고 그 합은 3이다.

21) [정답] ②

[해설] $x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ 에서

한 점에서 만날 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D/4 = k^2 - (k + 6) = 0$$

$$k^2 - k - 6 = 0, (k - 3)(k + 2) = 0 \quad \therefore k = 3, -2$$

$-x^2 + x + k = 0$ 에서

만나지 않을 조건은 $D < 0$ 이므로

$$D = 1 + 4k < 0 \quad \therefore k < -\frac{1}{4}$$

$$\therefore k = -2$$