4회차

01 ①	02 ②	03 ①	04 ②	05 ④
06 ④	07 ①	08 ⑤	09 ④	10 ②
11 ③	12 ①	13 ②	14 ③	15 ①
16 ③	17 ③			

[서술형 1] -1

[서술형 2] (1) 105 (2) $\frac{1}{2}$

[서술형 3] 1

01 $B-(A-2B)$
$=B-A+2B$
$=-A+3B$
$=-(2x^2-3x+1)+3(x^2+x-5)$
$=-2x^2+3x-1+3x^2+3x-15$
$=(-2+3)x^2+(3+3)x+(-1-15)$
$=x^2+6x-16$
따라서 x^2의 계수는 1, 상수항은 -16이므로
$1+(-16)=-15$

오답 피하기

빼는 식의 각 항의 부호에 주의해야 한다.
➡ $A-(B+C)=A-B-C$

02 $(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)$
$=x^4-16$

03 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서
$6=2^2-2xy \qquad \therefore xy=-1$
$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{6}{-1}=-6$

Lecture 곱셈 공식의 변형
(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

04
$$\begin{array}{r|l} & x^2-2x+3 \\ \hline x+2 & x^3 \qquad -x+3 \\ & x^3+2x^2 \\ \hline & -2x^2-x+3 \\ & -2x^2-4x \\ \hline & 3x+3 \\ & 3x+6 \\ \hline & -3 \end{array}$$

따라서 $Q(x)=x^2-2x+3$, $R=-3$이므로
$Q(1)+R=(1-2+3)+(-3)=-1$

다른 풀이

$f(x)=x^3-x+3$이라 하면 나머지정리에 의하여
$R=f(-2)=-8+2+3=-3$
이때 x^3-x+3을 $x+2$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -3이므로
$x^3-x+3=(x+2)Q(x)-3$
양변에 $x=1$을 대입하면
$3=3Q(1)-3 \qquad \therefore Q(1)=2$
$\therefore Q(1)+R=2+(-3)=-1$

05 $ax(x-1)+b(x-1)+c=x^2-3x-5$가 x에 대한 항등식이므로 최고차항의 계수를 비교하면 $a=1$
양변에 $x=1$을 대입하면 $c=-7$
양변에 $x=0$을 대입하면 $-b+c=-5$
$\therefore b=-2$
따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=-7$이므로
$a+b-c=1+(-2)-(-7)=6$

다른 풀이

주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면
$ax^2+(-a+b)x-b+c=x^2-3x-5$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로
$a=1$, $-a+b=-3$, $-b+c=-5$
이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$, $c=-7$
$\therefore a+b-c=1+(-2)-(-7)=6$

Lecture 항등식의 미정계수법 – 수치대입법
수치대입법을 사용할 때에는 미정계수의 개수만큼 서로 다른 값을 문자에 대입해야 한다.

06 주어진 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$(3-1-1)^4=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_8$
$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_8=1$

Lecture 항등식의 계수의 합
$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$의 양변에 $x=1$을 대입하면 계수의 총합을 알 수 있다.
⇨ $f(1)=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_n$

07 인수정리에 의하여

$f(-1)=-2+2a-1-3=0 \qquad \therefore a=3$

따라서 $f(x)=2x^5-6x^3+x-3$이므로

$f(1)=2-6+1-3=-6$

$\therefore a+f(1)=3+(-6)=-3$

08 ① $(3+2i)+(1-i)=4+i$

② $(i-5)-(2i-3)=i-5-2i+3=-2-i$

③ $(1-i^2)(1+i^2)=(1+1)(1-1)=0$

④ $(2-3i)^2=4-12i+9i^2=-5-12i$

⑤ $\dfrac{1+i}{1-i}+\dfrac{1-i}{1+i}$

$=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}+\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{2i}{2}+\dfrac{-2i}{2}=0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

09 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$z-2i\bar{z}=(a+bi)-2i(a-bi)$

$\qquad =(a-2b)+(-2a+b)i$

즉 $(a-2b)+(-2a+b)i=4-5i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a-2b=4,\ -2a+b=-5$

이를 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-1$

$\therefore z=2-i$

10 (i) $3x-2\ge 0$, 즉 $x\ge\dfrac{2}{3}$일 때

$x^2+(3x-2)=2,\ x^2+3x-4=0$

$(x-1)(x+4)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=-4$

그런데 $x\ge\dfrac{2}{3}$이므로 $x=1$

(ii) $3x-2<0$, 즉 $x<\dfrac{2}{3}$일 때

$x^2-(3x-2)=2,\ x^2-3x=0$

$x(x-3)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=3$

그런데 $x<\dfrac{2}{3}$이므로 $x=0$

(i), (ii)에서 $x=0$ 또는 $x=1$이므로 모든 근의 합은 $0+1=1$

Lecture 절댓값 기호를 포함한 방정식

(i) 절댓값 기호 안의 식이 0이 되는 값을 경계로 미지수의 값의 범위를 나누어 해를 구한다. 즉

$|x|=\begin{cases} x & (x\ge 0) \\ -x & (x<0) \end{cases},\ |x-a|=\begin{cases} x-a & (x\ge a) \\ -x+a & (x<a) \end{cases}$

(ii) 구한 해가 해당 구간에 속하는지 확인한다.

11 주어진 방정식은 이차방정식이므로 $k-1\ne 0$

$\therefore k\ne 1$

이차방정식 $(k-1)x^2+6x+3=0$이 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=3^2-(k-1)\cdot 3\ge 0$

$-3k+12\ge 0 \qquad \therefore k\le 4$

이때 $k\ne 1$이므로

$k<1$ 또는 $1<k\le 4$

따라서 자연수 k는 2, 3, 4로 그 개수는 3이다.

오답 피하기

이차방정식은 (이차항의 계수)$\ne$0이어야 한다.

12 두 근을 α, $-\alpha(\alpha\ne 0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(-\alpha)=a^2+2a-3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\alpha\cdot(-\alpha)=2a-1 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $a^2+2a-3=0$, 즉 $(a-1)(a+3)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=-3$

(i) $a=1$을 ㉡에 대입하면

$\alpha\cdot(-\alpha)=2\cdot 1-1=1$, 즉 $\alpha^2=-1$

이므로 실수 α가 존재하지 않는다.

(ii) $a=-3$을 ㉡에 대입하면

$\alpha\cdot(-\alpha)=2\cdot(-3)-1=-7,\ \alpha^2=7$

$\therefore \alpha=\pm\sqrt{7}$

(i), (ii)에서 구하는 실수 a의 값은 -3

13 이차방정식 $5x-a=-x^2+3x$, 즉 $x^2+2x-a=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=1^2-1\cdot(-a)=a+1=0$

$\therefore a=-1$

Lecture 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 판별식 D의 부호에 따라 다음과 같다.

(1) $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

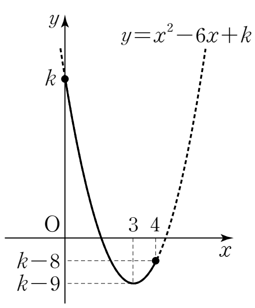
(2) $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

(3) $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

14 이차함수 $y=3x^2-(a+1)x+2$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 x좌표가 -1, 4이므로 이차방정식 $3x^2-(a+1)x+2=x+b$, 즉 $3x^2-(a+2)x+2-b=0$의 두 실근이 -1, 4이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$-1+4=\dfrac{a+2}{3}$, $-1\cdot4=\dfrac{2-b}{3}$
$a+2=9$, $2-b=-12$
$\therefore a=7, b=14$
$\therefore a+b=7+14=21$

Lecture 이차함수와 직선의 교점의 x좌표
이차함수 $y=ax^2+bx+c$와 직선 $y=mx+n$의 교점의 x좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$, 즉 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 두 실근과 같다.

15 $y=x^2-6x+k$
$=(x-3)^2+k-9$
이므로 $0\le x\le4$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



꼭짓점의 x좌표 3이 $0\le x\le4$에 포함되므로 $x=0$에서 최댓값 k, $x=3$에서 최솟값 $k-9$를 갖는다. 이때 최댓값이 7이므로
$k=7$
따라서 구하는 최솟값은 $k-9=7-9=-2$

16 삼차방정식 $x^3-2x^2-x+a=0$의 한 근이 1이므로 $x=1$을 대입하면
$1-2-1+a=0$ $\therefore a=2$
따라서 주어진 삼차방정식은 $x^3-2x^2-x+2=0$
이때 $f(x)=x^3-2x^2-x+2$라 하면 $f(1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-x-2)$
$=(x-1)(x+1)(x-2)$
따라서 삼차방정식 $f(x)=0$, 즉 $(x-1)(x+1)(x-2)=0$의 세 근은
$x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
이므로 $b=2$, $c=-1$ 또는 $b=-1$, $c=2$
$\therefore a+b+c=3$

17 $\begin{cases} 2x^2+3xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠의 좌변을 인수분해하면 $(2x-y)(x+2y)=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}y$ 또는 $x=-2y$
(i) $x=\dfrac{1}{2}y$를 ㉡에 대입하면
$\left(\dfrac{1}{2}y\right)^2+y^2=5$, $\dfrac{5}{4}y^2=5$
$y^2=4$ $\therefore y=\pm2$
$\therefore x=\pm1$, $y=\pm2$ (복호동순)
(ii) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면
$(-2y)^2+y^2=5$, $5y^2=5$
$y^2=1$ $\therefore y=\pm1$
$\therefore x=\pm2$, $y=\mp1$ (복호동순)
(i), (ii)에서 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$
따라서 $\alpha+\beta$의 최댓값은 $1+2=3$

[서술형 1] $x^2-xy-2y^2+4x-5y+3$
$=x^2-(y-4)x-(2y^2+5y-3)$
$=x^2-(y-4)x-(2y-1)(y+3)$
$=\{x-(2y-1)\}\{x+(y+3)\}$
$=(x-2y+1)(x+y+3)$
❶
따라서 $a=-2$, $b=1$이므로
❷
$a+b=-2+1=-1$
❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	3점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

Lecture 여러 개의 문자를 포함한 다항식의 인수분해
(1) 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.
(2) 차수가 모두 같을 때는 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

[서술형 2] 이차방정식 $x^2-5x+2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=2$

❶

(1) $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$

$=\alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)$

$=(\alpha^2+\beta^2)(\alpha+\beta)$

$=\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}(\alpha+\beta)$

$=(5^2-2\cdot2)\cdot5$

$=105$

❷

(2) $\dfrac{(1-\alpha)(1-\beta)}{(3-\alpha)(3-\beta)}=\dfrac{1-(\alpha+\beta)+\alpha\beta}{9-3(\alpha+\beta)+\alpha\beta}$

$=\dfrac{1-5+2}{9-3\cdot5+2}$

$=\dfrac{1}{2}$

❸

채점 기준	배점
❶ $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $\dfrac{(1-\alpha)(1-\beta)}{(3-\alpha)(3-\beta)}$의 값을 구할 수 있다.	3점

다른 풀이

(1) $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$

$=\alpha^3+\beta^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$

$=\{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)\}+\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=(\alpha+\beta)^3-2\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=5^3-2\cdot2\cdot5$

$=105$

[서술형 3] $f(x)=x^3+x^2-(k+1)x-2k+2$라 하면 $f(-2)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 1 & -k-1 & -2k+2 \\ & & -2 & 2 & 2k-2 \\ \hline & 1 & -1 & -k+1 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+2)(x^2-x-k+1)$

❶

따라서 방정식 $f(x)=0$의 모든 근이 실수가 되려면 $x^2-x-k+1=0$이 실근을 가져야 한다.

이차방정식 $x^2-x-k+1=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-k+1)\geq0$

$4k-3\geq0 \qquad \therefore k\geq\dfrac{3}{4}$

❷

따라서 정수 k의 최솟값은 1

❸

채점 기준	배점
❶ 조립제법을 이용하여 주어진 삼차방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	3점
❷ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❸ 정수 k의 최솟값을 구할 수 있다.	1점