



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-02-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 삼각부등식의 풀이**1. 삼각부등식**

: 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식

2. 삼각부등식의 풀이(1) $\sin x > k$ (또는 $\cos x > k$ 또는 $\tan x > k$) 꼴의 부등식: 함수 $y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$ 또는 $y = \tan x$)의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 x 좌표를 이용하여 삼각함수의 그래프가 직선 $y = k$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위를 구한다.(2) $\sin x < k$ (또는 $\cos x < k$ 또는 $\tan x < k$) 꼴의 부등식: 함수 $y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$ 또는 $y = \tan x$)의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 x 좌표를 이용하여 삼각함수의 그래프가 직선 $y = k$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위를 구한다.■ $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 다음 부등식을 풀어라.

1. $2 \cos x + 1 \geq 0$

2. $\sqrt{2} \cos x + 1 \leq 0$

3. $\sin x > \frac{1}{2}$

4. $2 \cos x \geq \sqrt{3}$

5. $\sqrt{2} \cos x \leq -1$

6. $\tan x > \sqrt{3}$

7. $2 \cos x > -\sqrt{3}$

8. $2 \sin x + 1 < 0$

9. $\cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. $\sqrt{2} \sin x + 1 < 0$

12. $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

13. $\cos x < -\frac{1}{2}$

$$14. \quad 3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$$

$$15. \quad \sqrt{3} \tan x + 1 \leq 0$$

$$16. \quad \sin x > \cos x$$

$$17. \quad \sin x \geq \cos x$$

$$18. \quad \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$19. \quad 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) > \sqrt{2}$$

$$20. \quad -\cos^2 x - \sin x + 1 \leq 0$$

$$21. \quad 2 \sin^2 x - 3 \cos x \geq 0$$

$$22. \quad 2 \cos^2 x - 3 \sin x < 0$$

$$23. \quad -2 \cos^2 x - 3 \sin x + 3 \leq 0$$

$$24. \quad 2 \sin^2 \left(\frac{3}{2} \pi + x \right) + 3 \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 3 \leq 0$$

$$25. \quad \sin^2 x - \frac{1}{2} \geq 0$$

$$26. \quad \sin^2 x - \frac{1}{4} \leq 0$$

$$27. \quad \left(\frac{1}{2} \right)^{2 \sin^2 x} \leq \left(\frac{1}{2} \right)^{3 \cos x + 3}$$

■ 주어진 범위에서 다음 부등식을 풀어라.

28. $\tan x < 1 \quad (0 \leq x < \pi)$

29. $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (-\pi \leq x < \pi)$

30. $\tan x - \sqrt{3} \leq 0 \quad (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$

31. $-\sqrt{3} < \tan x < 1 \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

32. $3 \tan^2 x - 1 > 0 \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

33. $\cos x \leq \sqrt{3} \sin x \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

34. $\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0 \leq x \leq \pi)$

35. $\cos x + \sin x < 0 \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

36. $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{2}) + 3 \sin x - 2 \leq 0 \quad (0 \leq x < 2\pi)$

37. $2 \sin^2(x + \frac{3}{2}\pi) + 3 \sin x - 3 \geq 0 \quad (0 \leq x < \pi)$

38. $\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin x - 1 \geq 0 \quad (0 < x \leq 2\pi)$

39. $2 \sin^2 x - 3 \cos x < 0 \quad (0 \leq x \leq \pi)$

40. $-2 \sin^2 x + 3 \cos x + 3 \geq 0 \quad (-\pi < x < \pi)$

41. $-2 \cos^2 x + \sin x + 2 \leq 0 \quad (0 < x \leq 2\pi)$

42. $(\sin x + \cos x)(\sin x - \sqrt{3} \cos x) < 0 \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$

43. $\cos x \leq \sin x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$

▣ 다음 물음에 답하여라.

44. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $2\sin^2 x - 3\cos x \geq 0$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하여라.

45. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $2\sin x + 1 > 0$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위가 $0 \leq x < \alpha$ 또는 $\beta < x < 2\pi$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값을 구하여라.

46. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 부등식 $2\cos x - \sqrt{3} < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이다. $\frac{1}{\tan(\beta - \alpha)}$ 의 값을 구하여라.

47. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $\sin x \leq -\frac{1}{4}$ 을 만족하는 x 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\cos \frac{\alpha + \beta}{4}$ 의 값을 구하여라.

48. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $5\sin \frac{x}{2} \geq 3$ 을 만족시키는 x 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\cos \left(\frac{\alpha + \beta}{3} \right)$ 의 값을 구하여라.

49. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, $\sin \theta \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족하는 θ 의 범위가 $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 일 때 단위원에서 $\beta - \alpha$ 를 중심각으로 하는 부채꼴의 넓이를 구하여라.

50. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식 $4\cos x \leq -3$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\sin \frac{\alpha + \beta}{4}$ 의 값을 구하여라.

51. $0 < x < 2\pi$ 에서 부등식 $2\cos 2x < -1$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 또는 $c < x < d$ 일 때, $\tan \left(\frac{a+b}{6} \right) \times \sin \left(\frac{c+d}{9} \right)$ 의 값을 구하여라. (단, $b < c$)

■ 다음 물음에 답하여라.

52. 부등식 $\cos^2\theta - 4\sin\theta \leq 2a$ 가 모든 실수 θ 에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하여라.

53. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2x\cos\theta + \sin\theta + 1 > 0$ 이 성립할 때, θ 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$ 이다.)

54. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 + 2\cos\theta x + 3\cos\theta > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 θ 의 값의 범위를 구하여라. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$)

55. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - (2\cos\theta - 1)x + 1 > 0$ 이 성립하도록 하는 θ 의 값의 범위를 구하여라. (단, $\pi < \theta < 2\pi$)

56. 모든 실수 θ 에 대하여 부등식 $\cos^2\theta - 4\sin\theta \leq 5k$ 가 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

57. 모든 실수 x 에 대해 $x^2 + 2\sqrt{2}x\cos\theta - 3\sin\theta > 0$ 이 성립할 때, θ 의 범위를 구하여라.
(단, $0 \leq \theta < 2\pi$)

58. 모든 실수 θ 에 대하여 부등식 $\sin^2\theta - 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \leq 5k$ 가 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

59. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2(2\sin\theta + 1)x + 4 > 0$ 이 성립하도록 하는 θ 의 값의 범위를 구하여라. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$)

60. 모든 실수 x 에 대하여 $\sin^2x + (a+2)\cos x - (2a+1) > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

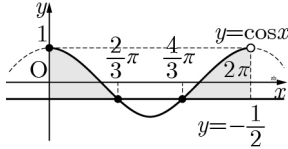


정답 및 해설

$$1) 0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } \frac{4}{3}\pi \leq x < 2\pi$$

$$\Rightarrow 2 \cos x + 1 \geq 0 \text{ 에서 } \cos x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$



함수 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 와 만나거나 위쪽에 있는 x 의 값의 범위는
 $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$ 또는 $\frac{4}{3}\pi \leq x < 2\pi$

$$2) \frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos x + 1 \leq 0, \cos x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

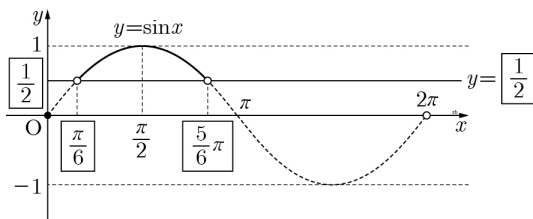
$$\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$$

$$3) \frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$$

$$\Rightarrow \text{방정식 } \sin x = \frac{1}{2} \text{의 해는 } 0 \leq x < 2\pi \text{에서}$$

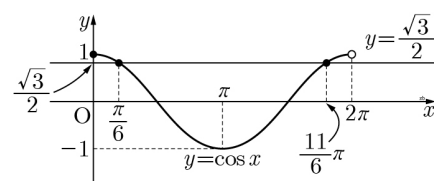
$$x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$\sin x > \frac{1}{2}$ 의 해는 그림에서 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 보다 위쪽(경계선 제외)에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$



$$4) 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x < 2\pi$$

$$\Rightarrow 2 \cos x \geq \sqrt{3} \text{ 에서 } \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$



따라서 주어진 부등식의 해는 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 과 만나는 부분 또는 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

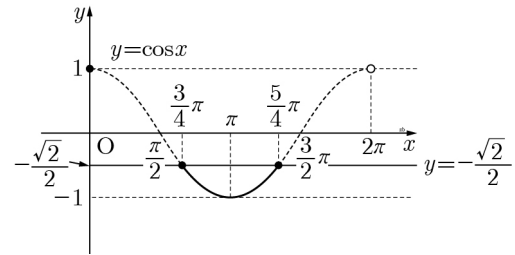
$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x < 2\pi$$

$$5) \frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$$

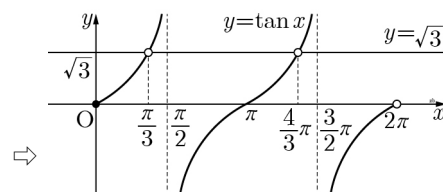
$$\Rightarrow \text{방정식 } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{의 해는 } 0 \leq x < 2\pi$$

$$\text{에서 } x = \frac{3}{4}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{4}\pi$$

$\sqrt{2} \cos x \leq -1$, 즉 $\cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 해는 그림에서 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 보다 아래쪽(경계선 포함)에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$



$$6) \frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{4}{3}\pi < x < \frac{3}{2}\pi$$



주어진 부등식의 해는 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = \sqrt{3}$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$ 또는 $\frac{4}{3}\pi < x < \frac{3}{2}\pi$

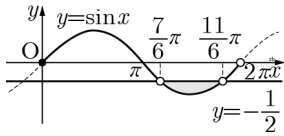
$$7) 0 \leq x < \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi < x < 2\pi$$

$$\Rightarrow 2 \cos x > -\sqrt{3}, \cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 \leq x < \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi < x < 2\pi$$

$$8) \frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$$

$$\Rightarrow 2 \sin x + 1 < 0 \text{에서 } \sin x < -\frac{1}{2}$$



$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{에서 } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

함수 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $\frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$

$$9) 0 \leq x < \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi < x < 2\pi$$

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{인 } x \text{를 찾으면 } x = \frac{3}{4}\pi \text{와 } x = \frac{5}{4}\pi$$

이다. 이 사이 범위에서 $\cos x$ 는 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 보다

작아지므로 이를 제외한 범위인 $0 \leq x < \frac{3}{4}\pi$,

$\frac{5}{4}\pi < x < 2\pi$ 에서 $\cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

$$10) \pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = t \text{로 놓으면 } 0 \leq x < 2\pi \text{에서}$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq t < \frac{7}{4}\pi \text{이고,}$$

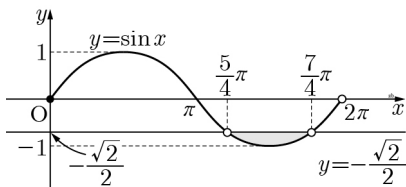
$$\text{주어진 부등식은 } \cos t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

그림에서 t 의 값의 범위는 $\frac{3}{4}\pi \leq t \leq \frac{5}{4}\pi$ 이므로

$$\frac{3}{4}\pi \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi \quad \therefore \pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$$

$$11) \frac{5}{4}\pi < x < \frac{7}{4}\pi$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin x + 1 < 0 \text{에서 } \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



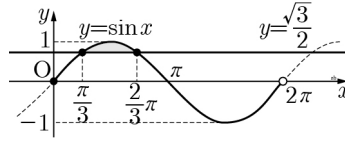
따라서 주어진 부등식의 해는 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $\frac{5}{4}\pi < x < \frac{7}{4}\pi$

$$12) \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{에서 } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi$$

함수 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 과 만나

거나 위쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$



$$13) \frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi$$

$$14) \frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi \leq x < \frac{3\pi}{2}$$

$$15) \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi < x \leq \frac{11}{6}\pi$$

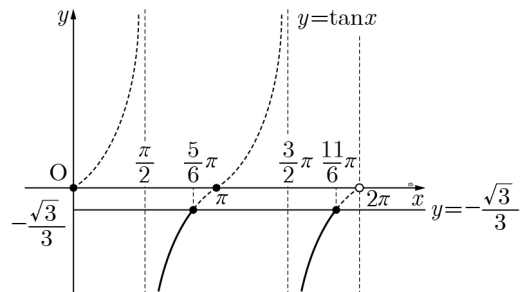
$$\Rightarrow \text{방정식 } \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{의 해는 } 0 \leq x < 2\pi$$

$$\text{에서 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$\sqrt{3} \tan x + 1 \leq 0$, 즉 $\tan x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 해는 그림

에서 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 보다

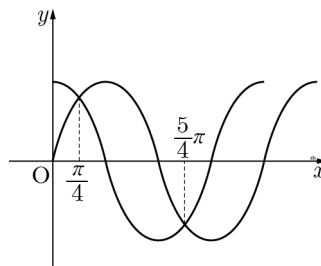
아래쪽(경계선 포함)에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{5}{6}\pi$ 또는 $\frac{3}{2}\pi < x \leq \frac{11}{6}\pi$



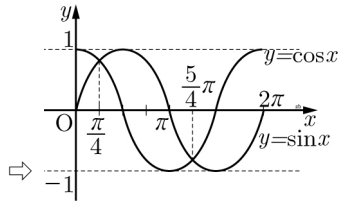
$$16) \frac{\pi}{4} < x < \frac{5}{4}\pi$$

$$\Rightarrow y = \sin x \text{와 } y = \cos x \text{를 그래프로 나타내어}$$

$\sin x > \cos x$ 인 x 를 찾으면 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{5}{4}\pi$



$$17) \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$$



$\sin x \geq \cos x$ 를 만족하는 x 의 범위는 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ 이다.

18) $\frac{7}{6}\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$

$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 에서

$x - \frac{\pi}{3} = t$ 로 치환하면 $\cos t \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ㉠

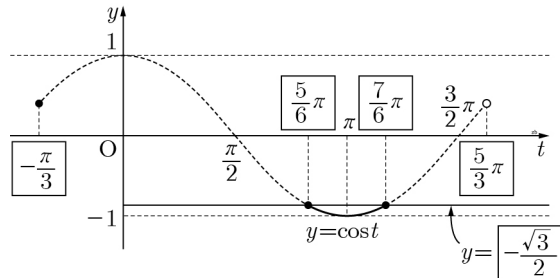
$0 \leq x < 2\pi$ 이므로 $-\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{5}{3}\pi$ ㉡

한편, 방정식 $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 해는 ㉡에서

$t = \frac{5}{6}\pi$ 또는 $t = \frac{7}{6}\pi$

이때, ㉠의 해는 그림에서 $y = \cos t$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 보다 아래쪽(경계선 포함)에 있는

부분의 t 의 값의 범위이므로 $\frac{5}{6}\pi \leq t \leq \frac{7}{6}\pi$



$\frac{5}{6}\pi \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7}{6}\pi \quad \therefore \frac{7}{6}\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$

19) $\frac{\pi}{12} < x < \frac{7}{12}\pi$

$\Rightarrow 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{2}$ 에서 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x + \frac{\pi}{6} = t$ 로 치환하면 $\sin t > \frac{\sqrt{2}}{2}$ ㉠

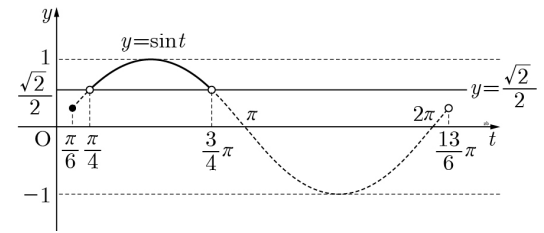
$0 \leq x < 2\pi$ 이므로 $\frac{\pi}{6} \leq t < \frac{13}{6}\pi$ ㉡

한편, 방정식 $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 해는 ㉡에서

$t = \frac{\pi}{4}$ 또는 $t = \frac{3}{4}\pi$

이때, ㉠의 해는 그림에서 $y = \sin t$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 보다 위쪽(경계선 제외)에 있는 부

분의 t 의 값의 범위이므로 $\frac{\pi}{4} < t < \frac{3}{4}\pi$



$\frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{6} < \frac{3}{4}\pi \quad \therefore \frac{\pi}{12} < x < \frac{7}{12}\pi$

20) $0 \leq x \leq \pi$

$\Rightarrow -\cos^2 x - \sin x + 1 \leq 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

$\sin^2 x - \sin x \leq 0 \quad \therefore \sin x(\sin x - 1) \leq 0$

즉, $0 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $0 \leq x \leq \pi$

21) $\frac{1}{3}\pi \leq x \leq \frac{5}{3}\pi$

22) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$

$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \sin x < 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로 $-2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2 < 0$

$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 > 0$

$\therefore 2\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)(\sin x + 2) > 0$

즉, $\sin x > \frac{1}{2}$ ($\because \sin x + 2 > 0$)이므로

$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$

23) $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$

$\Rightarrow -2 \cos^2 x - 3 \sin x + 3 \leq 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0, 2(\sin x - 1)\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) \leq 0$

따라서 $\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$

24) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi \leq x < 2\pi$

25) $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$

$\Rightarrow \sin^2 x - \frac{1}{2} \geq 0$ 에서

$\left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \geq 0$

즉, $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $\sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$

$$26) 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x < 2\pi$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \frac{1}{4} \leq 0 \text{에서 } \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) \leq 0 \text{에}$$

$$\text{서 } -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x < 2\pi$$

$$27) \frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x \geq 3\cos x + 3$$

$$2(1 - \cos^2 x) \geq 3\cos x + 3$$

$$-2\cos^2 x - 3\cos x - 1 \geq 0$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 \leq 0$$

$$(2\cos x + 1)(\cos x + 1) \leq 0$$

$$-1 \leq \cos x \leq -\frac{1}{2}$$

$$\cos x \leq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$$

$$28) 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

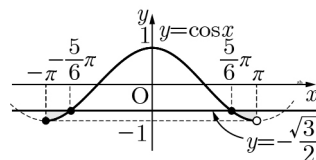
$$29) -\pi \leq x \leq -\frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \leq x < \pi$$

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{에서 } x = -\frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

함수 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 과 만

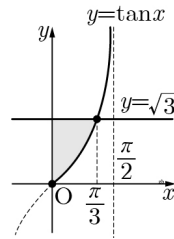
나거나 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위는

$$-\pi \leq x \leq -\frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \leq x < \pi$$



$$30) 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \text{에서 } x = \frac{\pi}{3}$$



함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = \sqrt{3}$ 과 만나
거나 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$

$$31) -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{주어진 범위 } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{에서}$$

$$\tan x > -\sqrt{3} \text{이려면 } x > -\frac{\pi}{3}$$

$$\tan x < 1 \text{이려면 } x < \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{4}$$

$$32) -\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 3\tan^2 x - 1 > 0 \text{에서}$$

$$3\left(\tan x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(\tan x + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) > 0$$

$$\text{따라서 } \tan x < -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } \tan x > \frac{\sqrt{3}}{3} \text{이므로}$$

$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$$

$$33) \frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{에서 } \cos x \neq 0$$

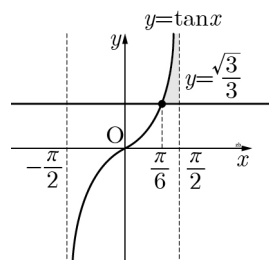
$$\cos x \leq \sqrt{3} \sin x \text{에서}$$

$$1 \leq \frac{\sqrt{3} \sin x}{\cos x} \quad \therefore \tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{에서 } x = \frac{\pi}{6}$$

함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 과 만나

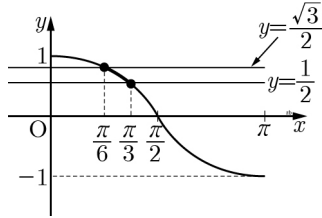
거나 위쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2}$



$$34) \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$$

$\Rightarrow 0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $\cos x = \frac{1}{2}$, $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 인 x 는

각각 $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ 이므로 이를 그래프로 나타내면



따라서 부등식의 해는 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 이다.

$$35) -\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$$

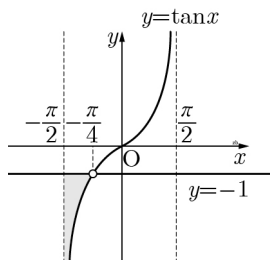
$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\cos x \neq 0$

$$\cos x + \sin x < 0 \text{ 에서}$$

$$1 + \frac{\sin x}{\cos x} < 0 \quad \therefore \tan x < -1$$

$$\tan x = -1 \text{ 에서 } x = -\frac{\pi}{4}$$

함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = -1$ 의 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$



$$36) 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \leq x < 2\pi$$

$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ 이므로

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 \leq 0$$

$$(2 \sin x - 1)(\sin x + 2) \leq 0$$

그런데 $\sin x + 2 > 0$ 이므로

$$2 \sin x - 1 \leq 0 \quad \therefore \sin x \leq \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

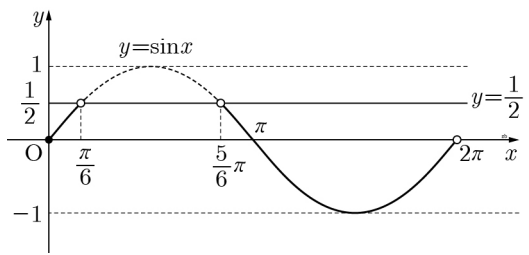
한편, 방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 해는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

이때, $\textcircled{7}$ 의 해는 그림에서 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 보다 아래쪽(경계선 포함)에 있는 부분

의 x 의 값의 범위이므로 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ 또는

$$\frac{5}{6}\pi \leq x < 2\pi$$



$$37) \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$$

$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{3}{2}\pi\right) = -\cos x$ 이므로 주어진 부등식은

$$2(-\cos x)^2 + 3 \sin x - 3 \geq 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) + 3 \sin x - 3 \geq 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0$$

$$(2 \sin x - 1)(\sin x - 1) \leq 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

$$\text{따라서 } \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$$

$$38) \pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$\Rightarrow (1 - \sin^2 x) - \frac{1}{2} \sin x - 1 \geq 0$$

$$-\sin^2 x - \frac{1}{2} \sin x \geq 0, \sin^2 x + \frac{1}{2} \sin x \leq 0$$

$$\sin x \left(\sin x + \frac{1}{2} \right) \leq 0$$

$$-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 0$$

$$\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$39) 0 \leq x < \frac{\pi}{3}$$

$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x < 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 > 0$$

$$(2 \cos x - 1)(\cos x + 2) > 0$$

그런데 $\cos x + 2 > 0$ 이므로 $2 \cos x - 1 > 0$

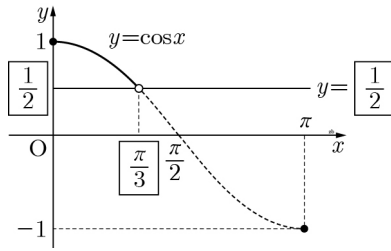
$$\therefore \cos x > \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

한편, 방정식 $\cos x = \frac{1}{2}$ 의 해는 $0 \leq x \leq \pi$ 에서

$$x = \frac{\pi}{3}$$

이때, $\textcircled{7}$ 의 해는 그림에서 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 보다 위쪽(경계선 제외)에 있는 부분

의 x 의 값의 범위이므로 $0 \leq x < \frac{\pi}{3}$



$$40) -\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$$

$\Rightarrow -2\sin^2 x + 3\cos x + 3 \geq 0$ 에서 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
이므로

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 \geq 0,$$

$$2(\cos x + 1)\left(\cos x + \frac{1}{2}\right) \geq 0$$

따라서 $\cos x \leq -1$ 또는 $\cos x \geq -\frac{1}{2}$ 이므로

$$-\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$$

$$41) \pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$$

$\Rightarrow -2\cos^2 x + \sin x + 2 \leq 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
이므로

$$2\sin^2 x + \sin x \leq 0, \quad 2\sin x\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$$

따라서 $-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 0$ 이므로

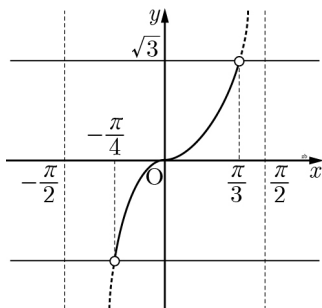
$$\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$42) -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\cos^2 x > 0$ 이므로 주어진 식의

양변을 $\cos^2 x$ 로 나누면

$$(\tan x + 1)(\tan x - \sqrt{3}) < 0 \quad \therefore -1 < \tan x < \sqrt{3}$$



따라서 만족하는 해는 $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$ 이다.

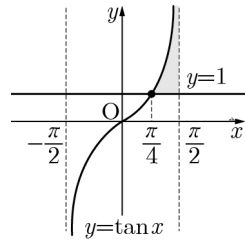
$$43) \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\cos x > 0$ 이므로

$\cos x \leq \sin x$ 의 양변을 $\cos x$ 로 나누면

$$1 \leq \tan x$$

$$\tan x = 1 \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{4}$$



함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선 $y = 1$ 과 만나거나

위쪽에 있는 x 의 값의 범위는 $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$

$$44) -\frac{4}{3}\pi$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x - 3\cos x \geq 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3\cos x \geq 0$$

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x \geq 0$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 \leq 0$$

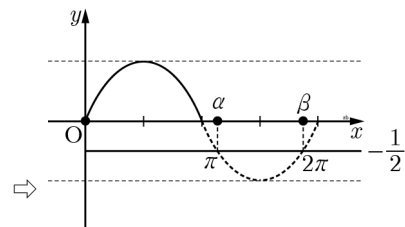
$$(2\cos x - 1)(\cos x + 2) \leq 0$$

$$-2 \leq \cos x \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}\pi$$

$$\therefore \alpha - \beta = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi = -\frac{4}{3}\pi$$

$$45) \frac{2}{3}\pi$$



$\sin x > -\frac{1}{2}$ 을 만족시키는 경우는 그래프에서

$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{6}, \beta = 2\pi - \frac{\pi}{6} \quad \therefore \beta - \alpha = \frac{2}{3}\pi$$

$$46) -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow 2\cos x < \sqrt{3}, \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} < x < \frac{11}{6}\pi$$

$$\beta - \alpha = \frac{10}{6}\pi = \frac{5}{3}\pi$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \tan \frac{5}{3}\pi = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\tan(\beta - \alpha)} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$47) -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$48) -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \sin \frac{x}{2} \geq \frac{3}{5}$ 의 범위를 구하기 위해

$$\sin k = \frac{3}{5} \text{을 만족한다 하면 } k \leq \frac{x}{2} \leq \pi - k$$

$$\therefore 2k \leq x \leq 2\pi - 2k$$

$$\therefore \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$49) \frac{\pi}{6}$$

$$50) 1$$

$$51) \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \cos 2x < -\frac{1}{2}$ 이고 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ 이므로

$$\text{이는 } \cos^2 x < \frac{1}{4} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } -\frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$\text{이를 만족하는 } \theta \text{의 범위는 } \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2\pi}{3},$$

$$\frac{4\pi}{3} < \theta < \frac{5\pi}{3} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a = \frac{\pi}{3}, b = \frac{2\pi}{3}, c = \frac{4\pi}{3}, d = \frac{5\pi}{3} \text{이다.}$$

$$\tan\left(\frac{a+b}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{이고}$$

$$\sin\left(\frac{c+d}{9}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{9}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$52) 2$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta - 4\sin \theta \leq 2a$$

$$1 - \sin^2 \theta - 4\sin \theta \leq 2a$$

$$y = 1 - \sin^2 \theta - 4\sin \theta = -(\sin \theta + 2)^2 + 5$$

$$\sin \theta = t \text{라 하면 } -1 \leq t \leq 1 \text{이고,}$$

$$t = -1 \text{일 때, 최댓값이 4이므로}$$

$$4 \leq 2a \quad \therefore 2 \leq a$$

$$\text{따라서 실수 } a \text{의 최솟값은 2이다.}$$

$$53) 0 < \theta < \pi$$

\Rightarrow 모든 실수에 대해 이차부등식이 성립하려면

$$D/4 = \cos^2 \theta - \sin \theta - 1 < 0,$$

$$1 - \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 < 0$$

$$\sin \theta (\sin \theta + 1) > 0$$

$$\therefore \sin \theta > 0 \text{ 또는 } \sin \theta < -1$$

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{이므로 만족하는 } 0 < \sin \theta \leq 1 \text{이다.}$$

따라서 $0 \leq \theta < 2\pi$ 에서 만족하는 각 θ 의 범위는 $0 < \theta < \pi$ 이다.

$$54) 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$$

$$\Rightarrow \frac{D}{4} = \cos^2 \theta - 3\cos \theta < 0$$

$$\cos \theta (\cos \theta - 3) < 0$$

$$0 < \cos \theta < 3$$

$$0 < \cos \theta$$

$$\therefore 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$$

$$55) \frac{4}{3}\pi < \theta < 2\pi$$

\Rightarrow 주어진 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서 $D < 0$ 을 만족해야 한다.

$$D = (2\cos \theta - 1)^2 - 4 < 0$$

$$4\cos^2 \theta - 4\cos \theta - 3 < 0$$

$$(2\cos \theta + 1)(2\cos \theta - 3) < 0$$

$$-\frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{3}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < \cos \theta$$

이때 $\pi < \theta < 2\pi$ 이므로 만족하는 θ 의 범위는

$$\frac{4}{3}\pi < \theta < 2\pi$$

$$56) \frac{4}{5}$$

$$57) \frac{7\pi}{6} < \theta < \frac{11\pi}{6}$$

$$58) \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta - 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \leq 5k$$

$$\sin^2 \theta - 4\cos \theta \leq 5k, 1 - \cos^2 \theta - 4\cos \theta \leq 5k$$

$$\cos^2 \theta + 4\cos \theta \geq 1 - 5k$$

$$f(\theta) = \cos^2 \theta + 4\cos \theta \text{라 하면}$$

$$f(\theta) = (\cos \theta + 2)^2 - 4 \quad (-1 \leq \cos \theta \leq 1)$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \text{일 때, } f(\theta) \text{의 최솟값은 } \cos \theta = -1$$

$$\text{일 때, } f(\theta) = -3$$

$$\text{즉 } 1 - 5k \leq -3, 5k \geq 4 \text{이므로 } k \geq \frac{4}{5}$$

$$\text{따라서 } k \text{의 최솟값은 } \frac{4}{5} \text{이다.}$$

$$59) 0 \leq \theta < \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi$$

\Rightarrow 모든 실수 x 에서 주어진 부등식이 성립하면 이차 방정식 $x^2 - 2(2\sin \theta + 1)x + 4 = 0$ 이 실근을 갖지 않으므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D/4 = (2\sin \theta + 1)^2 - 4 < 0$$

$$4\sin^2\theta + 4\sin\theta - 3 < 0$$

$$(2\sin\theta + 3)(2\sin\theta - 1) < 0$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{에서 } 2\sin\theta + 3 > 0 \text{이므로 } 2\sin\theta - 1 < 0$$

$$\therefore \sin\theta < \frac{1}{2}$$

따라서 만족하는 θ 값의 범위는 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{6}$ 또는

$$\frac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi \text{이다.}$$

60) -2

$$\Leftrightarrow (1 - \cos^2 x) + (a + 2)\cos x - (2a + 1) > 0$$

$$-\cos^2 x + (a + 2)\cos x - 2a > 0$$

$$\cos^2 x - (a + 2)\cos x + 2a < 0$$

$$(\cos x - a)(\cos x - 2) < 0$$

이때 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 주어진 부등식이 항상 성립하기 위하여 $a < -1$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2이다.