



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-05  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [원의 방정식]

중심이 점  $C(a, b)$ 이고 반지름의 길이가  $r$ 인 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

<참고> 중심이 원점이고 반지름의 길이가  $r$ 인 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$

#### [원의 방정식의 일반형]

방정식  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  ( $A^2 + B^2 - 4C > 0$ )은

$$\left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4}$$

즉, 중심의 좌표가  $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$ ,

반지름의 길이가  $\frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}$ 인 원을 나타낸다.

### 기본문제

[문제]

### 1. 중심이 $(6, 4)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은?

- ①  $(x+6)^2 + (y+4)^2 = 3$
- ②  $(x-6)^2 + (y+4)^2 = 3$
- ③  $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 3$
- ④  $(x+6)^2 + (y+4)^2 = 9$
- ⑤  $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$

[예제]

### 2. 두 점 $A(-1, 2)$ , $B(3, 4)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ①  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$
- ②  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{5}$
- ③  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$
- ④  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$
- ⑤  $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 5$

[문제]

### 3. 두 점 $A(0, 6)$ , $B(-4, 2)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ①  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 2\sqrt{2}$
- ②  $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 2\sqrt{2}$
- ③  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 8$
- ④  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 8$
- ⑤  $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 8$

[예제]

### 4. 세 점 $(0, 0)$ , $(1, 3)$ , $(-3, 3)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ①  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 5$
- ②  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = \sqrt{5}$
- ③  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 5$
- ④  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{5}$
- ⑤  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

[문제]

### 5. 세 점 $(-6, 2)$ , $(0, 4)$ , $(-4, 0)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ①  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 10$
- ②  $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$
- ③  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 10$
- ④  $(x+3)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{10}$
- ⑤  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{10}$

[문제]

6. 원  $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ 의 중심을  $(a, b)$ , 반지름을  $r$ 이라고 할 때,  $a+b+r$ 의 값은? (단,  $a, b, r$ 은 실수)

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[문제]

7. 다음의 방정식  $x^2 + y^2 - 4ax + 6ay + 13 = 0$ 이 원을 나타내도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $-1 < a < 1$                       ②  $-1 < a < 0$   
③  $a > 1$  또는  $a < -1$           ④  $1 \leq a$   
⑤  $0 < a < 1$

평가문제

[중단원 마무리]

8. 원  $x^2 + y^2 + 4ax - 6y + b = 0$ 이  $y$ 축에 접하고  $(2, 1)$ 을 지날 때,  $a$ 의 값은?

- ① -1                                  ② -2  
③ -3                                  ④ -4  
⑤ -5

[중단원 마무리]

9. 원의 중심이 직선  $2x + y = 9$ 위에 있고  $x$ 축,  $y$ 축에 동시에 접하는 원의 넓이를 구하면?  
(원의 중심은 제 1사분면에 존재한다.)

- ①  $\pi$                                       ②  $3\pi$   
③  $5\pi$                                       ④  $7\pi$   
⑤  $9\pi$

[중단원 마무리]

10. 두 원  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 7 = 0$ 과

$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 방정식이  $(4, a)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -1                                      ② -2  
③ -3                                      ④ -4  
⑤ -5

[중단원 마무리]

11. 중심이 점  $(-2, 1)$ 이고 직선  $x - 2y + 2 = 0$ 에 접하는 원의 방정식은?

- ①  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$   
②  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{4}{5}$   
③  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{4}{5}$   
④  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{4}{5}$   
⑤  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{4}{5}$

유사문제

12. 다음 중 원의 방정식이 될 수 없는 것은?

- ①  $x^2 + y^2 - 2x + y + 10 = 0$   
②  $x^2 + y^2 - x + 4y + 1 = 0$   
③  $x^2 + y^2 + 3x + 2y - 1 = 0$   
④  $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$   
⑤  $x^2 + y^2 + 4x - y - 3 = 0$

13. 중심이  $(3, -4)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식은?

- ①  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$   
②  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 5$   
③  $x^2 + y^2 = 25$   
④  $x^2 + (y+4)^2 = 20$   
⑤  $x^2 + y^2 = 16$

14. 원  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$  의 중심의 좌표는  $(a, b)$  이고, 반지름의 길이가  $r$  일 때,  $a + b + r^2$  의 값은?

- ① -6                                  ② -3  
③ 0                                    ④ 3  
⑤ 6

15. 원  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + k = 0$ 의 반지름의 길이가  $2\sqrt{2}$  일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 4                                    ② 8  
③ 12                                  ④ 16  
⑤ 20

16. 두 점  $A(1, 4)$ ,  $B(5, 2)$  를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ①  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$   
②  $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 5$   
③  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{5}$   
④  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{5}$   
⑤  $(x+3)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$

17. 중심이 점  $(3, 1)$ 이고  $y$ 축에 접하는 원이  $x$ 축과 만나는 두 점 사이의 거리는?

- ①  $2\sqrt{2}$                                 ② 4  
③  $4\sqrt{2}$                                 ④ 6  
⑤ 10

18. 방정식  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + k^2 - 6k + 13 = 0$  의 해를 좌표평면 위에 나타냈을 때, 원이 되도록 하는 정수  $k$  는?

- ① 0                                    ② 1  
③ 2                                    ④ 3  
⑤ 4

19. 직선  $y = mx$ 이 원  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수  $m$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$                                     ② 1  
③  $\frac{3}{2}$                                     ④ 2  
⑤ 3

20. 직선  $y = -3x + a$ 가 원  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 3 = 0$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 5                                    ② 6  
③ 7                                    ④ 8  
⑤ 9



## 정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 중심이 (6,4)이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은  $(x-6)^2+(y-4)^2=3^2$ ,  
즉  $(x-6)^2+(y-4)^2=9$

2) [정답] ④

[해설] 구하는 원의 중심을  $C(a,b)$ 라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a = \frac{-1+3}{2} = 1, \quad b = \frac{2+4}{2} = 3$$

원의 중심은  $C(1,3)$ 

반지름의 길이는 선분 AC의 길이와 같으므로

$$\overline{AC} = \sqrt{\{1-(-1)\}^2 + \{3-2\}^2} = \sqrt{5}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y-3)^2=5$$

3) [정답] ④

[해설] 구하는 원의 중심을  $C(a,b)$ 라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$$a = \frac{0-4}{2} = -2, \quad b = \frac{6+2}{2} = 4$$

원의 중심은  $C(-2,4)$ 

반지름의 길이는 선분 AC의 길이와 같으므로

$$\overline{AC} = \sqrt{\{0-(-2)\}^2 + \{6-4\}^2} = 2\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+2)^2+(y-4)^2=8$$

4) [정답] ⑤

[해설] 원점을 지나는 원의 방정식

$x^2+y^2+ax+by=0$ 이 두 점  $(1,3), (-3,3)$ 을 지나므로

$$a+3b+10=0, \quad \text{즉 } a+3b=-10$$

$$-3a+3b+18=0, \quad \text{즉 } a-b=6$$

따라서  $a=2, b=-4$ 이고

구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2+2x-4y=0, \quad \text{즉 } (x+1)^2+(y-2)^2=5$$

5) [정답] ③

[해설]  $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 이 세 점  $(-6,2), (0,4), (-4,0)$ 을 지나므로

$$-6a+2b+c+40=0, \quad \text{즉 } 6a-2b-c=40$$

$$4b+c+16=0, \quad \text{즉 } 4b+c=-16$$

$$-4a+c+16=0, \quad \text{즉 } 4a-c=16$$

따라서  $a=6, b=-6, c=8$ 이고구하는 원의 방정식은  $x^2+y^2+6x-6y+8=0$ ,

$$\text{즉 } (x+3)^2+(y-3)^2=10$$

6) [정답] ②

[해설]  $x^2+y^2+2x-8=(x+1)^2+y^2-9=0$ 

$$\text{즉 } (x+1)^2+y^2=3^2$$

원의 중심은  $(-1,0)$ , 반지름은 3이므로따라서  $a=-1, b=0, r=3$ 이고

$$a+b+r=2$$

7) [정답] ③

[해설]  $x^2+y^2-4ax+6ay+13=0$ 에서

$$(x-2a)^2+(y-3a)^2=13a^2-13$$

따라서  $13a^2-13>0$ 이어야 원이 되므로

$$a>1 \quad \text{또는} \quad a<-1$$

8) [정답] ①

[해설]  $x^2+y^2+4ax-6y+b=0$ 에서

$$(x+2a)^2+(y-3)^2=4a^2+9-b$$

원의 중심은  $(-2a,3)$ 이때 원이  $y$ 축과 접하므로 원의 반지름은  $|2a|$ 

$$\text{그러므로 } (x+2a)^2+(y-3)^2=4a^2+9-b=4a^2 \text{이므로 } b=9$$

한편  $(x+2a)^2+(y-3)^2=4a^2$ 이  $(2,1)$ 을 지나므로

$$4(a+1)^2+4=4a^2, \quad 8a+8=0$$

따라서  $a=-1$ 

9) [정답] ⑤

[해설] 원이  $x$ 축,  $y$ 축에 동시에 접하므로 원의 중심  $(a,a)$ 라 하면  $(a,a)$ 가  $2x+y=9$  위에 있으므로

$$3a=9 \text{에서 } a=3$$

원의 중심이  $(3,3)$ 이므로 원의 반지름은 3따라서 원의 넓이  $=9\pi$ 

10) [정답] ②

[해설]  $x^2+y^2-6x+2y-7=0$ 에서

$$(x-3)^2+(y+1)^2=17 \text{이므로 원의 중심은 } (3,-1)$$

$$x^2+y^2+2x-6y-6=0 \text{에서}$$

$$(x+1)^2+(y-3)^2=16 \text{이므로 원의 중심은 } (-1,3)$$

직선이 두 원을 이등분하기 위해서 두 점  $(3,-1), (-1,3)$ 을 지나야 한다.

그러므로 직선의 방정식은

$$y-3 = \frac{-1-3}{3-(-1)}(x+1) \text{에서 } y=-x+2 \text{이고}$$

 $(4,-2)$ 를 지난다.따라서  $a=-2$ 

11) [정답] ②

[해설] 원의 중심인  $(-2,1)$ 와 직선  $x-2y+2=0$  사이의 거리는

$$\frac{|-2-2|}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

따라서 중심이  $(-2,1)$ 이고, 반지름의 길이가

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{인 원의 방정식은 } (x+2)^2+(y-1)^2 = \frac{4}{5}$$

12) [정답] ①

[해설] ①  $x^2 + y^2 - 2x + y + 10 = 0$ 

$$(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = -10 + 1 + \frac{1}{4} < 0$$

원이 될 수 없다.

$$\textcircled{2} \quad x^2 + y^2 - x + 4y + 1 = 0$$

$$(x-\frac{1}{2})^2 + (y+2)^2 = -1 + \frac{1}{4} + 4 > 0$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 + y^2 + 3x + 2y - 1 = 0$$

$$(x+\frac{3}{2})^2 + (y+1)^2 = 1 + \frac{9}{4} + 1 > 0$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$$

$$(x+1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 1 + \frac{9}{4} > 0$$

$$\textcircled{5} \quad x^2 + y^2 + 4x - y - 3 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = 3 + 4 + \frac{1}{4} > 0$$

13) [정답] ①

[해설] 원의 중심  $(3, -4)$ 에서 원점  $(0,0)$ 까지의 거리가 5이므로 반지름이 5인 원이다.

$$\therefore (x-3)^2 + (y+4)^2 = 5^2$$

14) [정답] ⑤

[해설]  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$  이므로중심의 좌표  $(2, -1)$ , 반지름  $r = \sqrt{5}$ 

$$\therefore a+b+r^2 = 2-1+5 = 6$$

15) [정답] ③

[해설]  $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 20 - k$ 

$$\sqrt{20-k} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } k = 12$$

16) [정답] ①

[해설] 두 점  $A(1,4), B(5,2)$ 의 중점  $(3,3)$ 이 원의 중심이고 지름은  $\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$  이므로 반지름은  $\sqrt{5}$ 이다.따라서 원의 방정식은  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$ 이다.

17) [정답] ③

[해설] 원의 중심 이  $O(3,1)$ 이고  $y$ 축에 접하는 원이므로 반지름은 3이다. 원이  $x$ 축과 만나는두 점을  $A, B$ 라 하고 선분  $AB$ 의 중점을  $C$ 라 하면 삼각형  $OAC$ 는 직각삼각형이고

$$\overline{OA} = 3, \overline{OC} = 1 \text{ 이므로 } \overline{AC} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = 4\sqrt{2}$$

18) [정답] ④

[해설]  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = -k^2 + 6k - 8$ 이

원이 되기 위해서는

$$-k^2 + 6k - 8 > 0$$

$$k^2 - 6k + 8 < 0$$

$$(k-2)(k-4) < 0 \quad \therefore 2 < k < 4$$

따라서 정수  $k = 3$ 이다.

19) [정답] ①

[해설]  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ 

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$$

직선  $y = mx$ 가 원의 중심  $(3, 1)$ 을 지날 때이므

$$\text{로 } 1 = 3m \quad \therefore m = \frac{1}{3}$$

20) [정답] ④

[해설]  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 3 = 0$ 

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 13$$

직선  $y = -3x + a$ 가 원의 중심  $(3, -1)$ 을 지나야하므로  $-1 = -9 + a \quad \therefore a = 8$