01 두 수를 근으로 하는 이차방정식

(1) α, β를 두 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

(2) α, β를 두 근으로 하고, x^2의 계수가 a인 이차방정식은
$a(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=0$

◪ **다음 두 수를 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.**

1. $2, -1$

2. $2, -3$

3. $2, 3$

4. $-4, 5$

5. $-4, 3$

6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

7. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

8. $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$

9. $1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$

10. $\sqrt{3}-\sqrt{2}, \sqrt{3}+\sqrt{2}$

11. $3+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}$

12. $2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$

13. $-2+\sqrt{3}, -2-\sqrt{3}$

14. $\sqrt{3}+1, \sqrt{3}-1$

15. $1+i, 1-i$

16. $-2i, 2i$

17. $2+i, 2-i$

18. $-7i, 7i$

19. $3-i, 3+i$

20. $1+3i, 1-3i$

21. $\sqrt{5}i, -\sqrt{5}i$

◪ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 두 수를 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

22. $2\alpha, 2\beta$

23. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

24. $\alpha+1, \beta+1$

25. $2\alpha-1, 2\beta-1$

26. $\alpha+\beta, \alpha\beta$

27. $\alpha-1, \beta-1$

28. α^2, β^2

29. α^2+1, β^2+1

◪ 이차방정식 $x^2-3x+6=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 두 수를 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

30. $2\alpha, 2\beta$

31. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

32. $\alpha+1, \beta+1$

33. $2\alpha-1, 2\beta-1$

34. $\alpha+\beta, \alpha\beta$

35. $\alpha-1, \beta-1$

36. α^2, β^2

37. α^2-1, β^2-1

◪ **이차방정식 $x^2-6x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 다음 두 수를 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.**

38. $2\alpha, 2\beta$

39. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

40. $\alpha+1, \beta+1$

41. $2\alpha-1, 2\beta-1$

42. $\alpha+\beta, \alpha\beta$

43. $\alpha-1, \beta-1$

44. α^2, β^2

45. $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$

02 이차식의 인수분해

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$

◪ **다음 이차식을 복소수의 범위에서 인수분해하여라.**

46. x^2+1

47. x^2+2x-1

48. x^2+x-4

49. x^2-2

50. x^2-4x+6

51. x^2+25

52. x^2+x+1

53. x^2-x-1

54. x^2-x+3

55. x^2+2x-5

56. $x^2-4x+13$

57. x^2-2x+4

58. x^2+9

59. x^2-5

60. x^2+6x+3

61. x^2-2x+5

62. x^2-4x+1

63. $2x^2-2x+3$

64. $2x^2-3x+3$

65. $3x^2+x-1$

66. $3x^2-2x+2$

67. $3x^2-6x+6$

03 이차방정식의 켤레근

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서
(1) 계수 a, b, c가 유리수인 경우
한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$이다.
(단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)
(2) 계수 a, b, c가 실수인 경우
한 근이 $p+qi$이면 다른 한 근은 $p-qi$이다.
(단, p, q는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

◪ 다음 조건을 만족시키는 유리수 a,b의 값을 구하여라.

68. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$이다.

69. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이다.

70. $x^2+ax-b=0$의 한 근이 $\sqrt{2}-1$이다.

71. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1-\sqrt{5}$이다.

72. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2-\sqrt{3}$이다.

73. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2+\sqrt{2}$이다.

74. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3-\sqrt{3}$이다.

75. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}$이다.

76. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $5+3\sqrt{2}$이다.

77. $x^2+2ax+b=0$의 한 근이 $3+\sqrt{2}$이다.

78. $ax^2+x+b=0$의 한 근이 $2-\sqrt{2}$이다. (단, $a\neq 0$)

◪ 다음 조건을 만족시키는 실수 a,b의 값을 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

79. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1-2i$이다.

80. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3+4i$이다.

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

81. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+2i$이다.

82. $x^2-2ax+b=0$의 한 근이 $3-i$이다.

83. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3+\sqrt{2}\,i$이다.

84. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}\,i$이다.

85. $x^2-ax+b=0$의 한 근이 $\frac{1}{1+i}$이다.

86. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\frac{2}{1-i}$이다.

87. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\frac{5}{2+i}$이다.

88. $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\frac{5i}{1-2i}$이다.

89. $ax^2+x+b=0$의 한 근이 $2+\sqrt{2}\,i$이다. (단, $a\neq 0$)

정답 및 해설

1) $x^2-x-2=0$
⇨ (두 근의 합) $=2+(-1)=1$
(두 근의 곱) $=2\times(-1)=-2$
따라서 구하는 이차방정식은
$x^2-x-2=0$

2) $x^2+x-6=0$
⇨ (두 근의 합)$=2+(-3)=-1$
(두 근의 곱)$=2\cdot(-3)=-6$
$\therefore x^2+x-6=0$

3) $x^2-5x+6=0$
⇨ (두 근의 합) $=2+3=5$, (두 근의 곱) $=2\times3=6$
$\therefore x^2-5x+6=0$

4) $x^2-x-20=0$
⇨ (두 근의 합)$=-4+5=1$
(두 근의 곱)$=(-4)\cdot5=-20$
$\therefore x^2-x-20=0$

5) $x^2+x-12=0$
⇨ $x^2-(-4+3)x+(-4)\cdot3=0$
$\therefore x^2+x-12=0$

6) $x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$
⇨ (두 근의 합)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$
(두 근의 곱)$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
$\therefore x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$

7) $x^2-2x+\frac{3}{4}=0$
⇨ (두 근의 합) $=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$,
(두 근의 곱) $=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$
$\therefore x^2-2x+\frac{3}{4}=0$

8) $x^2-3=0$
⇨ (두 근의 합) $=-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0$,
(두 근의 곱) $=-\sqrt{3}\times\sqrt{3}=-3$
$\therefore x^2-3=0$

9) $x^2-2x-1=0$
⇨ (두 근의 합)$=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$
(두 근의 곱)$=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
$\therefore x^2-2x-1=0$

10) $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$
⇨ (두 근의 합) $=2\sqrt{3}$, (두 근의 곱) $=1$
$\therefore x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

11) $x^2-6x+7=0$
⇨
$x^2-\{(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})\}x+(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=0$
$\therefore x^2-6x+7=0$

12) $x^2-4x+1=0$
⇨ (두 근의 합) $=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$,
(두 근의 곱) $=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$
$\therefore x^2-4x+1=0$

13) $x^2+4x+1=0$
⇨ (두 근의 합)$=(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4$
(두 근의 곱)$=(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=1$
$\therefore x^2+4x+1=0$

14) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$
⇨ (두 근의 합)$=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)=2\sqrt{3}$
(두 근의 곱)$=(\sqrt{3}+1)\cdot(\sqrt{3}-1)=2$
$\therefore x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

15) $x^2-2x+2=0$
⇨ (두 근의 합)$=(1+i)+(1-i)=2$
(두 근의 곱)$=(1+i)\cdot(1-i)=2$
$\therefore x^2-2x+2=0$

16) $x^2+4=0$
⇨ (두 근의 합) $=0$, (두 근의 곱) $=-2i\cdot2i=-4i^2=4$
$\therefore x^2+4=0$

17) $x^2-4x+5=0$
⇨ $x^2-\{(2+i)+(2-i)\}x+(2+i)(2-i)=0$
$\therefore x^2-4x+5=0$

18) $x^2+49=0$
⇨ (두 근의 합) $=0$,
(두 근의 곱) $=-7i\cdot7i=-49i^2=49$
$\therefore x^2+49=0$

19) $x^2-6x+10=0$
⇨ (두 근의 합) $=6$, (두 근의 곱) $=(3-i)(3+i)=10$
$\therefore x^2-6x+10=0$

20) $x^2-2x+10=0$
⇨ (두 근의 합) $=2$,
(두 근의 곱) $=(1+3i)(1-3i)=10$
$\therefore x^2-2x+10=0$

21) $x^2+5=0$
⇨ (두 근의 합)= $\sqrt{5}i+(-\sqrt{5}i)=0$
(두 근의 곱)= $\sqrt{5}i\cdot(-\sqrt{5}i)=5$
$\therefore x^2+5=0$

22) $x^2-4x+12=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=2\cdot2=4$
(두 근의 곱)=$2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta=4\cdot3=12$
$\therefore x^2-4x+12=0$

23) $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{3}$
(두 근의 곱)=$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{3}$
$\therefore x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$

24) $x^2-4x+6=0$
⇨ $\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$이므로
(두 근의 합)=$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$
$=2+2=4$
(두 근의 곱)=$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$
$=3+2+1=6$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-4x+6=0$

25) $x^2-2x+9=0$
⇨ $\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$이므로
$(2\alpha-1)+(2\beta-1)=2(\alpha+\beta)-2=2\cdot2-2=2$
$(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1=4\cdot3-2\cdot2+1=9$
$\therefore x^2-2x+9=0$

26) $x^2-5x+6=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=2+3=5$
(두 근의 곱)=$(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=2\cdot3=6$
$\therefore x^2-5x+6=0$

27) $x^2+2=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2$
$=2-2=0$
(두 근의 곱)=$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$=3-2+1=2$
$\therefore x^2+2=0$

28) $x^2+2x+9=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=2^2-2\cdot3=-2$
(두 근의 곱)=$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=3^2=9$
$\therefore x^2+2x+9=0$

29) $x^2+8=0$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
(두 근의 합)=$(\alpha^2+1)+(\beta^2+1)=\alpha^2+\beta^2+2$
$=-2+2=0$
(두 근의 곱)=$(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1$
$=9+(-2)+1=8$
$\therefore x^2+8=0$

30) $x^2-6x+24=0$
⇨ $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로
$2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=6,\ 2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta=24$
$\therefore x^2-6x+24=0$

31) $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$
⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로
(두 근의 합)=$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
(두 근의 곱)=$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{6}$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

32) $x^2-5x+10=0$
⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로
(두 근의 합)=$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$
$=3+2=5$
(두 근의 곱)=$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$
$=6+3+1=10$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-5x+10=0$

33) $x^2-4x+19=0$
⇨ $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=6$이므로
$(2\alpha-1)+(2\beta-1)=2(\alpha+\beta)-2=2\cdot3-2=4$
$(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1=4\cdot6-2\cdot3+1=19$
$\therefore x^2-4x+19=0$

34) $x^2-9x+18=0$
⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로
(두 근의 합)=$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=3+6=9$
(두 근의 곱)=$(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=3\cdot6=18$
$\therefore x^2-9x+18=0$

35) $x^2-x+4=0$
⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

(두 근의 합)= $(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2$
$=3-2=1$

(두 근의 곱)= $(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$=6-3+1=4$

$\therefore x^2-x+4=0$

36) $x^2+3x+36=0$

⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)= $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\cdot6=-3$

(두 근의 곱)= $\alpha^2\beta^2=6^2=36$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+3x+36=0$

37) $x^2+5x+40=0$

⇨ $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)= $(\alpha^2-1)+(\beta^2-1)=\alpha^2+\beta^2-2$
$=(-3)-2=-5$

(두 근의 곱)= $(\alpha^2-1)(\beta^2-1)=\alpha^2\beta^2-(\alpha^2+\beta^2)+1$
$=6^2-(-3)+1=40$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+5x+40=0$

38) $x^2-12x+4=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=12$, $2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta=4$

$\therefore x^2-12x+4=0$

39) $x^2-6x+1=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{6}{1}=6$, $\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{1}=1$

$\therefore x^2-6x+1=0$

40) $x^2-8x+8=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=8$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1=6+1+1=8$

$\therefore x^2-8x+8=0$

41) $x^2-10x-7=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$(2\alpha-1)+(2\beta-1)=2(\alpha+\beta)-2=2\cdot6-2=10$

$(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1=4\cdot1-2\cdot6+1=-7$

$\therefore x^2-10x-7=0$

42) $x^2-7x+6=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=7$, $\alpha\beta(\alpha+\beta)=1\times6=6$

$\therefore x^2-7x+6=0$

43) $x^2-4x-4=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$(\alpha-1)+(\beta-1)=(\alpha+\beta)-2$
$=6-2=4$

$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$=1-6+1=-4$

$\therefore x^2-4x-4=0$

44) $x^2-34x+1=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6^2-2\cdot1=34$

$\alpha^2\cdot\beta^2=(\alpha\beta)^2=1^2=1$

$\therefore x^2-34x+1=0$

45) $x^2-34x+1=0$

⇨ $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{34}{1}=34$, $\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{\alpha}{\beta}=1$

$\therefore x^2-34x+1=0$

46) $(x+i)(x-i)$

⇨ $x^2+1=0$의 근이 $x=\pm i$이므로

$x^2+1=(x+i)(x-i)$

47) $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⇨ $x^2+2x-1=0$의 근이 $x=-1\pm\sqrt{2}$이므로

$x^2+2x-1=(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

48) $\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)$

⇨ $x^2+x-4=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot(-4)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$\therefore x^2+x-4=\left(x-\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right)$
$=\left(x+\frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)$

49) $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

⇨ $x^2-2=0$의 근이 $x=\pm\sqrt{2}$이므로

$x^2-2=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

50) $(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

⇨ 이차방정식 $x^2-4x+6=0$의 근은

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot6}=2\pm\sqrt{2}i$

$\therefore x^2-4x+6=\{x-(2+\sqrt{2}i)\}\{x-(2-\sqrt{2}i)\}$
$=(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

51) $(x+5i)(x-5i)$

⇨ $x^2+25=0$에서 $x^2=-25$ $\therefore x=\pm5i$

$\therefore x^2+25=(x+5i)(x-5i)$

52) $\left(x+\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)$

⇨ 이차방정식 $x^2+x+1=0$의 근은

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot1}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore x^2+x+1=\left(x-\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)$
$=\left(x+\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)$

53) $\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$
⇨ $x^2-x-1=0$의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$이므로
$x^2-x-1=\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

54) $\left(x-\frac{1+\sqrt{11}i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{11}i}{2}\right)$
⇨ $x^2-x+3=0$의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{11}i}{2}$이므로
$x^2-x+3=\left(x-\frac{1+\sqrt{11}i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{11}i}{2}\right)$

55) $(x+1-\sqrt{6})(x+1+\sqrt{6})$
⇨ $x^2+2x-5=0$에서 근의 공식에 의하여
$x=-1\pm\sqrt{1^2-1\cdot(-5)}=-1\pm\sqrt{6}$
$\therefore x^2+2x-5=\{x-(-1+\sqrt{6})\}\{x-(-1-\sqrt{6})\}$
$=(x+1-\sqrt{6})(x+1+\sqrt{6})$

56) $(x-2-3i)(x-2+3i)$
⇨ 이차방정식 $x^2-4x+13=0$의 근은
$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot13}=2\pm3i$
$\therefore x^2-4x+13=\{x-(2+3i)\}\{x-(2-3i)\}$
$=(x-2-3i)(x-2+3i)$

57) $(x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i)$
⇨ $x^2-2x+4=0$의 근이 $x=1\pm\sqrt{3}i$이므로
$x^2-2x+4=(x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i)$

58) $(x+3i)(x-3i)$
⇨ $x^2+9=0$의 근이 $x=\pm3i$이므로
$x^2+9=(x+3i)(x-3i)$

59) $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$
⇨ $x^2-5=0$의 근이 $x=\pm\sqrt{5}$이므로
$x^2-5=(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$

60) $(x+3-\sqrt{6})(x+3+\sqrt{6})$
⇨ $x^2+6x+3=0$의 근이 $x=-3\pm\sqrt{6}$이므로
$x^2+6x+3=(x+3-\sqrt{6})(x+3+\sqrt{6})$

61) $(x-1-2i)(x-1+2i)$
⇨ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 근은
$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot5}=1\pm2i$
$\therefore x^2-2x+5=\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$
$=(x-1-2i)(x-1+2i)$

62) $(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$
⇨ $x^2-4x+1=0$의 근이 $x=2\pm\sqrt{3}$이므로
$x^2-4x+1=(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$

63) $2\left(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{2}\right)$
⇨ $2x^2-2x+3=0$의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}i}{2}$이므로
$2x^2-2x+3=2\left(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{2}\right)$

64) $2\left(x-\frac{3+\sqrt{15}i}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{15}i}{4}\right)$
⇨ 이차방정식 $2x^2-3x+3=0$의 근은
$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\frac{3\pm\sqrt{15}i}{4}$
$\therefore 2x^2-3x+3=2\left(x-\frac{3+\sqrt{15}i}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{15}i}{4}\right)$

65) $3\left(x+\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$
⇨ 이차방정식 $3x^2+x-1=0$의 근은
$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot3(-1)}}{2\cdot3}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$
$\therefore 3x^2+x-1=3\left(x-\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{13}}{6}\right)$
$=3\left(x+\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$

66) $3\left(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{3}\right)$
⇨ $3x^2-2x+2=0$에서 근의 공식에 의하여
$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\cdot2}}{3}=\frac{1\pm\sqrt{-5}}{3}$
$=\frac{1\pm\sqrt{5}i}{3}$
$\therefore 3x^2-2x+2=3\left(x-\frac{1+\sqrt{5}i}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}i}{3}\right)$

67) $3(x-1-i)(x-1+i)$
⇨ 이차방정식 $3x^2-6x+6=0$, 즉 $x^2-2x+2=0$의 근은
$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\cdot2}=1\pm i$
$\therefore 3x^2-6x+6=3(x^2-2x+2)$
$=3\{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}$
$=3(x-1-i)(x-1+i)$

68) $a=-2, b=-1$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $1+\sqrt{2}$이므로
다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.
근과 계수의 관계에 의하여
$a=-\{(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})\}=-2$
$b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1$

69) $a=-2$, $b=-2$

⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로
다른 한 근은 $1-\sqrt{3}$이다.
근과 계수의 관계에 의해
$(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=-a \quad \therefore a=-2$
$(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=b \quad \therefore b=-2$
[다른풀이]
이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로
$(1+\sqrt{3})^2+a(1+\sqrt{3})+b=0$
$1+2\sqrt{3}+3+a+a\sqrt{3}+b=0$
$(a+2)\sqrt{3}+a+b+4=0$
따라서 $a+2=0, a+b+4=0$이므로 $a=-2, b=-2$

70) $a=2, b=1$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $\sqrt{2}-1$, 즉 $-1+\sqrt{2}$ 이므로
다른 한 근은 $-1-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-a \quad \therefore a=2$
$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=-b \quad \therefore b=1$

71) $a=-2, b=-4$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $1-\sqrt{5}$이므로
다른 한 근은 $1+\sqrt{5}$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(1-\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})=-a \quad \therefore a=-2$
$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})=b \quad \therefore b=-4$

72) $a=-4, b=1$
⇨ a,b가 유리수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $2-\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=-a$, $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=b$
$\therefore a=-4, b=1$

73) $a=-4, b=2$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $2+\sqrt{2}$이므로
다른 한 근은 $2-\sqrt{2}$이다.
근과 계수의 관계에 의하여
$a=-\{(2+\sqrt{2})+(2-\sqrt{2})\}=-4$
$b=(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})=2$

74) $a=-6, b=6$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $3-\sqrt{3}$이므로
다른 한 근은 $3+\sqrt{3}$이다.
근과 계수의 관계에 의하여
$a=-\{(3-\sqrt{3})+(3+\sqrt{3})\}=-6$
$b=(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})=6$

75) $a=-4$, $b=1$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $2+\sqrt{3}$이므로
다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.
근과 계수의 관계에 의하여
$-a=2+\sqrt{3}+2--\sqrt{3}=4$
$b=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$
$\therefore a=-4, b=1$

76) $a=-10, b=7$
⇨ a,b가 유리수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $5+3\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $5-3\sqrt{2}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(5+3\sqrt{2})+(5-3\sqrt{2})=-a$,
$(5+3\sqrt{2})(5-3\sqrt{2})=b$
$\therefore a=-10, b=7$

77) $a=-3, b=7$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $3+\sqrt{2}$이므로
다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=-2a \quad \therefore a=-3$
$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=b \quad \therefore b=7$

78) $a=-\frac{1}{4}, b=-\frac{1}{2}$
⇨ 계수가 유리수이고 한 근이 $2-\sqrt{2}$이므로
다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=-\frac{1}{a} \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$
$(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=\frac{b}{a}, b=2a \quad \therefore b=-\frac{1}{2}$

79) $a=-2, b=5$
⇨ a,b가 실수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $1-2i$이므로 다른 한 근은 $1+2i$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(1-2i)+(1+2i)=-a$, $(1-2i)(1+2i)=b$
$\therefore a=-2, b=5$

80) $a=-6, b=25$
⇨ a,b가 실수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $3+4i$이므로 다른 한 근은 $3-4i$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(3+4i)+(3-4i)=-a$, $(3+4i)(3-4i)=b$
$\therefore a=-6, b=25$

81) $a=-2, b=5$
⇨ a,b가 실수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $1+2i$이므로 다른 한 근은 $1-2i$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$a=-\{(1+2i)+(1-2i)\}=-2$
$b=(1+2i)(1-2i)=5$

82) $a=3, b=10$
⇨ 계수가 실수이고 한 근이 $3-i$이므로 다른 한 근은 $3+i$이다.
근과 계수의 관계에 의해
$(3-i)+(3+i)=2a \quad \therefore a=3$
$(3-i)(3+i)=b \quad \therefore b=10$

83) $a=-6, b=11$

⇨ a,b가 실수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $3+\sqrt{2}i$이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{2}i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$a=-\{(3+\sqrt{2}i)+(3-\sqrt{2}i)\}=-6$

$b=(3+\sqrt{2}i)(3-\sqrt{2}i)=9+2=11$

84) $a=-4, b=7$

⇨ a,b가 실수이고 주어진 이차방정식의 한 근이 $2+\sqrt{3}i$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$a=-\{(2+\sqrt{3}i)+(2-\sqrt{3})i\}=-4$

$b=(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)=4+3=7$

85) $a=1, b=\frac{1}{2}$

⇨ 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-i}{2}$이므로 다른 한 근은 $\frac{1+i}{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$\frac{1-i}{2}+\frac{1+i}{2}=a \quad \therefore a=1$

$\frac{1-i}{2}\cdot\frac{1+i}{2}=b \quad \therefore b=\frac{1}{2}$

86) $a=-2, b=2$

⇨ 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$이므로 다른 한 근은 $1-i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(1+i)+(1-i)=-a \quad \therefore a=-2$

$(1+i)(1-i)=b \quad \therefore b=2$

87) $a=-4, b=5$

⇨ 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{5}{2+i}=\frac{5(2-i)}{(2+i)(2-i)}=2-i$이므로

다른 한 근은 $2+i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(2-i)+(2+i)=-a \quad \therefore a=-4$

$(2-i)(2+i)=b \quad \therefore b=5$

88) $a=4,\ b=5$

⇨ 계수가 실수이고 한 근이

$\frac{5i}{1-2i}=\frac{5i(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=i(1+2i)=-2+i$

이므로 다른 한 근은 $-2-i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의해

$(-2+i)+(-2-i)=-a \quad \therefore a=4$

$(-2+i)(-2-i)=b \quad \therefore b=5$

89) $a=-\frac{1}{4},\ b=-\frac{3}{2}$

⇨ 계수가 실수이고 한 근이 $2+\sqrt{2}i$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{2}i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(2+\sqrt{2}i)+(2-\sqrt{2}i)=-\frac{1}{a} \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$

$(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)=\frac{b}{a}, b=6a \quad \therefore b=-\frac{3}{2}$