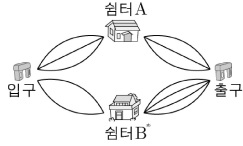


2020년 태성고 수학(하) 기말고사

1. 같은 지점은 두 번 지나지 않고 입구에서 출구로 갈 때, 심터 A 혹은 B를 지나 출구로 가는 경우의 수는?



- ① 8 ② 9 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

2. 등식 ${}_nC_{n-2} = 28$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = x + c$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 2x - 3$, $f(-1) = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

4. 어느 체육대회에서 남학생 3명과 여학생 2명이 교대로 서서 줄다리를 하려고 한다. 남학생과 여학생이 교대로 서는 경우의 수는?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9장의 카드가 들어 있는 주머니에서 동시에 2장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 두 수의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} x+10 & (x \geq 0) \\ -x^2+10 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(1)$ 의 값은? (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

7. TAESUNG에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때 양 끝에 모음이 오고 T와 S는 이웃하는 경우의 수는?

- ① 81 ② 121 ③ 144 ④ 288 ⑤ 312

8. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적힌 정사면체 모양의 서로 다른 주사위 A, B를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 하자. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 순서쌍 (a, b)의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $f: X \rightarrow X$ 는 일대일대응이다. 다음 두 조건을 만족시키는 모든 함수의 개수는?

- (가) $n(\{x | f(x) = x, x \in X\}) = 2$
(나) $n(\{x | f(x) \neq x, x \in X\}) = 3$

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

10. $x \geq 0$ 에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x) = \sqrt{x}$ 이고, $(f \circ g)(x) = x$ 일 때, 방정식 $g(x) - 4x = 0$ 의 모든 해의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 다섯 개의 숫자 0, 1, 3, 5, 7중에서 3개를 이용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수는?

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤

12. 함수 $f(x) = \sqrt{3x-12}$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 가 2이상의 모든 실수 x 에 대하여 $f^{-1}(g(x)) = 2x$ 를 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값은? (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

- ① 0 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

13. 두 함수 $f(x) = \frac{|x|+x}{2}$, $h(x) = 2x-1$ 에 대하여

$g(h(x)) = f(x+2)$ 일 때, $g(3) - g(-1)$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

14. 함수 $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프와 직선 $nx-y+2n-1=0$ 이 만나는 두

점을 $P_n(a_n, b_n)$, $Q_n(c_n, d_n)$ 라 할 때, P_n 과 Q_n 의 모든 x 좌표들의 합을 a , 모든 y 좌표들의 합을 b 라 하자. $a+b$ 의 값은? (단, n 은 100이하의 자연수이다.)

- ① -200 ② -300 ③ -400 ④ -500 ⑤ -600

15. 함수 $f(x) = \frac{cx+d}{ax+b}$ (a, b, c, d 는 상수이고, $a \neq 0$)가 다음을

만족시킨다.

- (가) $f(0) = \frac{1}{2}$
(나) $f(x) = f^{-1}(x)$
(다) $f(x) = x$ 를 만족하는 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_2 - x_1 = \sqrt{6}$ 이다.

이때, $f(3)$ 의 값은? (단, $x_1 < x_2$ 이고 $f(x)$ 의 그래프는 제 3사분면을 지나지 않는다.)

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[서술형1] 수학 경시대회에서 서로 다른 함수 3문제, 서로 다른 방정식 4문제, 서로 다른 순열과 조합 5문제가 주어졌다. 각 다른 단원의 문제를 적어도 하나씩 선택하여 총 4개의 문제를 풀어야 한다. 문제를 선택하는 모든 경우의 수를 구하시오.

[서술형2] $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} g(x) & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ \sqrt{2x-1} & \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \end{cases}$ 에

대하여 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$f(x) = h(x)h(1-x)$$

$h(x)$ 는 정의역 $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에서 정의된 함수이고 $g(x)$ 는

$\{x | x \leq \frac{1}{2}\}$ 에서 정의된 함수라 할 때, $f\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하시오.

[서술형3] 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 4이고 8을 반드시 원소로 갖는 모든 집합의 원소의 합을 구하시오.

-
- 1) ④
 - 2) ①
 - 3) ①
 - 4) ③
 - 5) ③
 - 6) ⑤
 - 7) ④
 - 8) ⑤
 - 9) ②
 - 10) ④
 - 11) ①
 - 12) ③
 - 13) ②
 - 14) ⑤
 - 15) ②
 - 16) [서술형1] 270
 - 17) [서술형2] $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - 18) [서술형3] 700