

2020년 고림고 수학(하) 기말고사

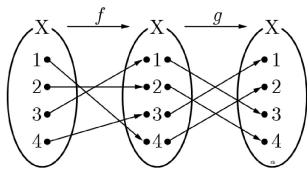
1. ${}_8C_2$ 와 같은 것은?

- ① ${}_8C_0$ ② ${}_8C_3$ ③ ${}_8P_6$ ④ ${}_8P_2$ ⑤ ${}_8C_6$

2. 10명으로 이루어진 어느 기악동아리에서 발표회를 열기로 하였다. 10명 중에서 연주자를 2명 뽑아 연주하는 순서를 정하는 경우의 수는?

- ① 45 ② 60 ③ 75 ④ 85 ⑤ 90

3. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대해 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 가 있다. 두 함수 f, g 가 그림과 같을 때, $(g \circ f^{-1})(3) + f(2)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 함수 $g(x)$ 는 두 함수 $f(x) = 3x - 1, h(x) = 1 - 2x$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시킨다. $g(4)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 108의 양의 약수의 개수는?

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

6. $f(1) < 0, (f \circ f)(x) = 9x + 8$ 를 만족하는 일차함수 $f(x)$ 에 대해 $f(2)$ 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 10

7. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ 에 대하여

$$f^2 = f \circ f$$

$$f^3 = f \circ f^2$$

\vdots

$f^{n+1} = f \circ f^n$ (n 은 자연수)으로 나타낼 때, $f^{2020(2)} \times f^{2021}(3)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

8. 남학생 4명과 여학생 6명을 일렬로 세울 때, 남학생 4명이 서로 이웃하게 서는 경우의 수는 $a \times 7!$ 이다. 이때 자연수 a 의 값은?

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

9. 집합 $X = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$ 에 대하여 $f: X \rightarrow X$, $f(1) \neq 3$, $f(2) = 1$ 을 만족시키고 일대일대응인 함수 f 의 개수가 $a \times 3!$ 일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

10. 함수 $y = -\sqrt{8-2x} + 4$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 정의역은 $\{x|x \leq 4\}$ 이다.

ㄴ. 그래프는 점 $(4, 4)$ 를 지난다.

ㄷ. 그래프는 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1 만큼 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동하면 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 일치한다. 이때, 정의역 $\{x|0 \leq x \leq 4\}$ 일 때, 함수 $g(x)$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 5 ③ $\frac{11}{3}$ ④ $\frac{17}{5}$ ⑤ 8

12. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 세 함수 f, g, h 가 다음 세 조건을 만족시킬 때, $f(3) + h(2)$ 의 값은?

- f 는 일대일대응, g 는 항등함수, h 는 상수함수이다.
- $f(1) = g(2) = h(3)$
- $f(2) + g(3) + h(1) = 6$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

13. 10개의 숫자 0, 1, 2, 3, ..., 9가 각각 적힌 10장의 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 세 자리 자연수를 만들려고 한다. 뽑은 카드로 만든 세 자리 자연수를 작은 수부터 차례대로 나열할 때 500번째에 놓이게 되는 자연수의 백의 자리수를 a , 십의 자리 수를 b , 일의 자리 수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

14. 함수 $y = \frac{bx}{x+a}$ (단, a, b 는 상수)의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(1, -2)$ 를 지날 때, 제 1사분면에 있는 그래프 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 삼각형 PQR 의 넓이는 점 P 의 x 좌표가 n 일 때 최솟값 m 을 갖는다. $m-n$ 의 값은? (단, n, m 은 상수)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 기울기가 4인 일차함수 $h(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 이고 꼭짓점의 x 좌표가 -1 보다 작은 이차함수 $f(x)$ 에 대해 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.
- $$g(x) = \begin{cases} h(x) & (x < -1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 2) \\ h(x) & (x > 2) \end{cases}$$
- 함수 $g(x)$ 는 역함수가 존재하며 치역은 실수 전체의 집합이고, $g(0)=4$ 라 할 때, $(g \circ g)\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 9개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9중에서 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 다음 조건을 만족시키도록 세 자리 자연수를 만들려고 한다. 예를 들어, 218은 조건을 만족한다. 조건을 만족하는 세 자리 자연수의 개수는?

(조건) 각 자리의 수 중 어떤 두 수의 합은 5의 배수이다.

① 146 ② 168 ③ 216 ④ 288 ⑤ 336

17. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고, 다음 조건을 만족시킨다. 이때, $2f(1)+f(5)$ 의 값은?

(가) $(f \circ f)(6) + f^{-1}(6) = 11$ 이다.
(나) $(f \circ f)(4) + f^{-1}(4) = 5$ 이다.
(다) $f(3)$ 의 값은 소수가 아니다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

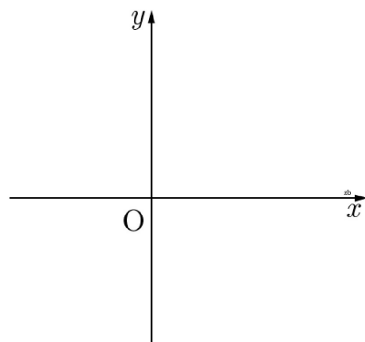
18. 두 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - a - 5$, $g(x) = x^2 - 2x - 8$ 이 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $(g \circ f)(x) \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

[서술형1] 두 집합 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{x-3}\}$, $B = \{(x, y) | y = x+m\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하시오.

[서술형2] $y = \frac{bx+1}{x+a}$ (a, b 는 상수)의 그래프가 점 $(-1, 2)$

에 대하여 대칭일 때, a, b 의 값과 주어진 함수의 그래프가 몇 사분면을 지나는지 구하시오. (단, 주어진 함수의 그래프를 반드시 그리시오.)



1) ⑤

2) ⑤

3) ①

4) ①

5) ②

6) ①

7) ①

8) ④

9) ④

10) ③

11) ②

12) ③

13) ④

14) ②

15) ⑤

16) ④

17) ③

18) ①

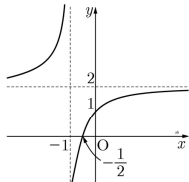
19) [서술형1] $-3 \leq m < -\frac{11}{4}$

20) [서술형2]

점근선의 방정식이 $x = -1$, $y = 2$ 이므로
 $a = -1$, $b = 2$ 이다.

즉, $f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 2$ 이라 하면

$f(0) = 1$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의
개형은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 함수의 그래프는
제 1, 2, 3 사분면을 지난다.