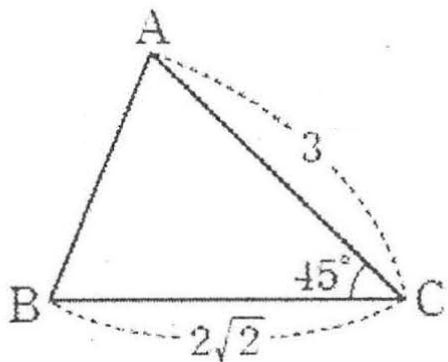
	2022년 포곡고 수학1 1학기 기말	DATE	
		NAME	
		GRADE	

1. 수열  $\left\{\frac{2n}{n^2+1}\right\}$ 의 제 10항은? [4.0점]

- ①  $\frac{12}{101}$       ②  $\frac{20}{101}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{20}{21}$

2. 그림과 같이  $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ ,  $\overline{AC}=3$ ,  $C=45^\circ$ 인 삼각형  $ABC$ 의 넓이는? [4.0점]



- ① 3      ②  $3\sqrt{2}$       ③ 6      ④  $6\sqrt{2}$       ⑤ 12

3.  $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [4.1점]

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.  $\sum_{k=1}^{20} a_k = 5$ ,  $\sum_{k=1}^{20} b_k = 10$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{20} (3a_k - b_k + 1)$ 의 값은? [4.2점]

- ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

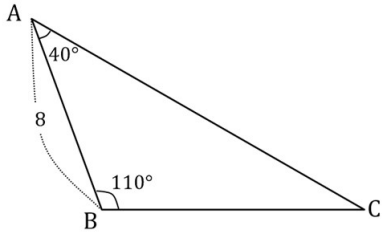
5. 제 2항이 6, 제 5항이 48인 등비수열의 첫째항  $a$ , 공비  $r$ 에 대하여  $a^2 + r^2$ 의 값은? [4.3점]

- ① 5      ② 8      ③ 10      ④ 13      ⑤ 20

6. 공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.  $S_n = pm^2 + n$ 일 때,  $a_4$ 의 값은? [4.4점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

7. 그림과 같이  $\overline{AB}=8$ ,  $\angle CAB=40^\circ$ ,  $\angle ABC=110^\circ$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 이때, 세 점  $A, B, C$ 와 같은 거리에 있는 점  $P$ 에 대하여 점  $A$ 에서 점  $P$ 까지의 거리는? [4.5점]



- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 16

8. 수열  $\log_3 9^2, \log_3 9^4, \log_3 9^8, \dots, \log_3 9^{1024}$ 의 합은? [4.6점]

- ①  $2^9-4$               ②  $2^9-2$               ③  $2^{10}-2$               ④  $2^{11}-4$               ⑤  $2^{12}-4$

9. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식 ①이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \quad \cdots \cdots \quad \textcircled{1}$$

(1)  $n=1$ 일 때,  
(좌변)  $=1^2=1$ , (우변)  $=\frac{1}{6}\times 1\times 2\times 3=1$ 이므로 등식 ①이 성립한다.

(2)  $n=k$ 일 때, 등식 ①이 성립한다고 가정하면  
 $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \quad \cdots \cdots \quad \textcircled{2}$   
등식 ②의 양변에  $\boxed{\text{(가)}}$ 를 더하면  
 $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+\boxed{\text{(가)}}$   
 $=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+\boxed{\text{(가)}}$   
 $=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(\boxed{\text{(나)}})$   
즉,  $n=k+1$ 일 때도 등식 ①이 성립한다.  
(1), (2)에 의하여 등식 ①은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

(가)에 알맞은 식을  $f(k)$ , (나)에 알맞은 식을  $g(k)$ 라 할 때,  $f(3)+g(4)$ 의 값은? [4.7점]

- ① 18                      ② 22                      ③ 27                      ④ 35                      ⑤ 41

10. 가로줄과 세로줄에 있는 서로 다른 세 자연수가 나열된 순서대로 등비수열을 이루도록 하려고 한다. <보기>에서 숫자 카드를 골라 빈칸을 모두 채울 때, 필요 없는 두 카드에 적힌 숫자의 합은? [4.8점]

		18
4		
	24	

<div> <div></div> <div>&lt;보기&gt;</div> <div></div> </div>							
1	2	6	8	12	36	48	72

- ① 42                      ② 48                      ③ 49                      ④ 73                      ⑤ 78

11. 삼각형  $ABC$ 에서  $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{7} = \frac{\sin C}{9}$ 일 때,  $\cos C$ 의 값은?  
[4.9점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{5}$       ③  $-\frac{1}{10}$       ④  $-\frac{1}{35}$       ⑤  $-\frac{1}{70}$

12.  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2\sqrt{2}x \sin \theta + \sin \theta = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $\theta$ 의 값의 범위는  $a < \theta < b$  또는  $\pi < \theta < 2\pi$ 이다.  $b - a$ 의 값은? [5.0점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{3}$       ③  $\frac{\pi}{2}$       ④  $\frac{2\pi}{3}$       ⑤  $\frac{5\pi}{6}$

13. 삼각형  $ABC$ 에서  $A = 60^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ ,  $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, 외접원의 반지름의 길이  $R$ 에 대하여  $R \times \overline{BC}$ 의 값은? [5.1점]

- ①  $12\sqrt{3}$       ②  $16\sqrt{3}$       ③  $24\sqrt{3}$       ④  $32\sqrt{3}$       ⑤  $36\sqrt{3}$

14. 함수  $f(x) = a \sin bx + b$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ )의 그래프에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $a < 0$ ,  $b < 0$ )  
[5.2점]

<보기>

ㄱ. 함수  $y = f(x)$ 의 최댓값은  $a + b$ 이다.  
ㄴ. 함수  $y = f(x)$ 와  $y = b$ 의 교점의 개수는 3이다.  
ㄷ.  $a < c < 0$ 인 실수  $c$ 에 대하여  $f(x) = b - c$ 를 만족하는 모든 실수  $x$ 의 값의 합은  $3\pi$ 이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 이차함수  $f(x) = nx^2 - x - n$ 와 일차함수  $g(x) = -2x + n^2$ 의 그래프가 만나는 두 점의  $x$ 좌표를 각각  $a_n$ ,  $b_n$ 이라고 하면  $\sum_{n=1}^{23} \left( \frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n} \right) = \frac{q}{p}$ 이다. 이때,  $p + q$ 의 값은? (단,  $n$ 은 자연수,  $p$ 와  $q$ 는 서로소) [5.3점]

- ① 45      ② 47      ③ 49      ④ 51      ⑤ 53

16. 첫째항이 1, 공차가 1인 등차수열이 있다. 첫 번째 시행에서 이 수열의 홀수 번째 항을 지우고, 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 수열의 홀수 번째 항을 지운다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 8번째 시행 후 남은 수열의 제 10항은? [5.4점]

- ① 2560      ② 2580      ③ 2600      ④ 2620      ⑤ 2640

17. 자연수  $n$ 에 대하여 방정식  $\sin x = \frac{x}{n\pi}$  ( $-n\pi < x < n\pi$ )의 서로 다른 실근의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.5점]

<보기>

ㄱ.  $f(2) = 3$ 이다.

ㄴ.  $f(2n) = 4n - 1$ 이다.

ㄷ.  $n$ 이 홀수이면  $f(n) = f(n+1)$ 이다.

- ① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

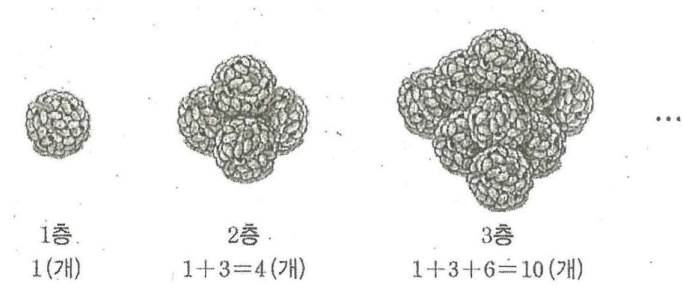
18. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.  $S_n = 2n^2 + 5n + 1$ 일 때, 일반항  $a_n$ 을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6.0점]

19.  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{AC} = 7$ ,  $\overline{BC} = 13$ 인 삼각형  $ABC$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [7.0점]

(1)  $\cos A$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]

(2)  $\sin A$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

20. 조선시대 수학자 황윤석은 그의 저서 ‘산학입문’에서 다음과 같이 과자를 1층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수는 1, 2층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수는 4, 3층으로 쌓는데 필요한 과자의 개수는 10이라고 하였다. 과자를  $n$ 층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수를  $a_n$ , 과자를  $n+1$ 층으로 쌓는데 필요한 과자의 개수를  $a_{n+1}$ 라 할 때, 다음을 구하시오. [총 7.0점]



(1)  $a_4$ 와  $a_5$ 의 값을 구하시오. [2.0점]

(2)  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을 구하시오. [2.0점]

(3)  $f(n) = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} 2f(n)$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

---

1) ②

2) ①

3) ⑤

4) ⑤

5) ④

6) ①

7) ④

8) ⑤

9) ③

10) ③

11) ③

12) ④

13) ②

14) ④

15) ②

16) ①

17) ⑤

18)  $a_n = 4n + 3$  ( $n \geq 2$ ),  $a_1 = 7$

19)

(1)  $-\frac{1}{2}$

(2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

20)

(1)  $a_4 = 20$ ,  $a_5 = 35$

(2)  $a_{n+1} = a_n + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

(3) 570