

02

나머지정리

유형의 이해에 따라 ☐ 안에 ○, × 표시를 하고 반복하여 학습합니다.

		1st	2nd
필수유형 01	미정계수법	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 02	항등식의 뜻과 성질	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 03	다항식의 나눗셈과 항등식	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 04	나머지정리 - 일차식으로 나누었을 때의 나머지	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 05	나머지정리 - 이차식으로 나누었을 때의 나머지	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 06	나머지정리 - 삼차식으로 나누었을 때의 나머지	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
발전유형 07	나머지정리 - 몫을 다시 나누었을 때의 나머지	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 08	인수정리	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
필수유형 09	조립제법	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

필수유형 01 미정계수법

다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

$$(1) (x-2)(ax+1)=2x^2+bx+c$$

$$(2) ax(x-1)+b(x-1)(x+1)+cx(x+1)=x^2+4x-3$$

품셈 POINT

항등식에서 미정계수를 구할 때 주어진 등식에 따라 미정계수법 중 어떤 방법을 쓸지 결정해.

- (1) 식을 전개하기 쉬운 경우 → 계수비교법 → 다항식을 전개하여 내림차순으로 정리한 후 계수 비교!
- (2) 전개하기 힘들거나 숫자를 대입하는 것이 편한 경우
→ 수치대입법 → 괄호 안이 0이 되는 수 또는 계산하기 편리한 값, 즉 $-1, 0, 1$ 등을 대입!

풀이 (1) STEP1 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하기

주어진 등식의 좌변을 전개하여 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} (x-2)(ax+1) &= ax^2 - 2ax + x - 2 \\ &= ax^2 - (2a-1)x - 2 \end{aligned}$$

STEP2 주어진 등식의 양변의 계수를 비교하여 a, b, c 의 값 구하기

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$ax^2 - (2a-1)x - 2 = 2x^2 + bx + c \text{에서} \quad ①$$

$$a=2, -(2a-1)=b, -2=c$$

$$\therefore b = -2a+1 = -2 \times 2 + 1 = -3$$

① 식을 전개하여 정리하기 쉬우므로 계수비교법을 이용한다.

② 좌변과 우변의 동류항의 계수를 비교한다.

(2) STEP1 주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하기

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로

양변에 $x=0$ 을 대입하면 ③

$$-b = -3 \quad \therefore b = 3$$

STEP2 주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하기

또, 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$2c = 1 + 4 - 3 = 2 \quad \therefore c = 1$$

STEP3 주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하기

마찬가지로 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$2a = 1 - 4 - 3 = -6 \quad \therefore a = -3$$

③ 주어진 등식에서 괄호 안을 0으로 만드는 숫자를 대입한다.

$$\text{답} (1) a=2, b=-3, c=-2 \quad (2) a=-3, b=3, c=1$$

품셈 강의 NOTE

- (1)과 같이 어떠한 수를 대입하여도 미지수가 두 개 이상 남는 경우는 일반적으로 계수비교법이 편리하다.
- (2)와 같이 어떠한 수를 대입하였을 때 값이 0이 되어 항이 없어지고 미지수를 구하기 쉬운 경우는 수치대입법이 편리하다.

01-1 ● 유사

등식 $x^3+2x^2+bx-4=(x^2-2)(ax+c)$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

01-2 ● 유사

등식

$$2x^2+3x-2$$

$$=a(x+1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x+1)$$

이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값을 구하여라.

01-3 ● 변형

등식 $(x+2y)a+2(x-y)b=2x+y$ 가 x, y 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

01-4 ● 변형

등식

$$(x^3-3x^2+2x+1)^3=a_9x^9+a_8x^8+a_7x^7+\cdots+a_1x+a_0$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9$ 의 값을 구하여라.

01-5 ● 변형

다항식 $f(x)$ 에 대하여

$$(x-1)(x+1)f(x)=x^4+ax^3+3x^2-x+b$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

(단, a, b 는 상수이다.)

01-6 ● 실력

등식 $(3x^2+x-2)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0+a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$ 의 값을 구하여라.

필수유형 02 항등식의 뜻과 성질

다음 물음에 답하여라.

- (1) x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 - 4x + 1 = a(x-1)^2 + bx$ 가 항상 성립할 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.
- (2) 임의의 실수 k 에 대하여 등식 $(k+1)x + (2k-1)y + 2k - 4 = 0$ 이 성립할 때, 상수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

풍썸 POINT

x 의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식, 임의의 x 에 대하여 성립하는 등식

→ 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이야.

→ 주어진 등식을 x 에 대하여 정리하여 항등식의 성질, 수치대입법을 이용해.

풀이 ● (1) STEP1 주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하기

주어진 등식이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

양변에 $x=1$ 을 대입하면^①

$$1 - 4 + 1 = b \quad \therefore b = -2$$

STEP2 주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하기

또, 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $a=1$

① 등식의 양변에 $x=1, x=0$ 을 대입하면 우변에 미지수가 하나만 남으므로 수치대입법을 이용한다.

(2) STEP1 주어진 식의 좌변을 k 에 대하여 정리하기

주어진 등식이 임의의 실수 k 에 대하여 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

주어진 등식의 좌변을 k 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} kx + x + 2ky - y + 2k - 4 \\ = (x + 2y + 2)k + x - y - 4 \end{aligned} \quad \text{②}$$

STEP2 항등식의 성질을 이용하여 x, y 의 값 구하기

주어진 등식은 k 에 대한 항등식이므로

$$(x + 2y + 2)k + x - y - 4 = 0 \text{에서}$$

$$x + 2y + 2 = 0 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$x - y - 4 = 0 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2, y=-2$

② k 에 대한 항등식이므로 주어진 등식의 좌변을 k 에 대하여 내림차순으로 정리한다.

답 (1) $a=1, b=-2$ (2) $x=2, y=-2$

풍썸 강의 NOTE

다음은 모두 x 에 대한 항등식을 나타낸다.

- ① 모든(임의의) 실수 x 에 대하여 성립하는 등식
- ② x 의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식
- ③ 어떤 x 의 값에 대하여도 항상 성립하는 등식

02-1 유사 x 의 값에 관계없이 등식

$$2x^2 + 4 = ax(x+1) + b(x-2)$$

가 항상 성립할 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.**02-2** 유사임의의 실수 k 에 대하여 등식

$$(k-2)x + (2k+1)y + 2k+1 = 0$$

이 성립할 때, 상수 x, y 의 값을 각각 구하여라.**02-3** 변형 $x-y=1$ 을 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식

$$ax^2 + bx - 3 = y^2 - 40$$
이 성립한다. 상수 a, b 에 대하여

 $a+b$ 의 값을 구하여라.**02-4** 변형 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + (k-1)x + (k+5)a + b - 4 = 0$$

이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 -1 을 근으로 가질 때,
상수 a, b 에 대하여 ab^2 의 값을 구하여라.**02-5** 실력 x, y 의 값에 관계없이 $\frac{ax-2y-4}{2x+by-2}$ 의 값이 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구
하여라.**02-6** 실력임의의 실수 x 에 대하여 등식

$$\{f(x)\}^2 = 2xf(x) + 2x + 1$$

가 성립할 때, 일차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(-1)$ 의 값을
구하여라.

필수유형 03 다항식의 나눗셈과 항등식

다음 물음에 답하여라.

- (1) x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+b 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $2x+3$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.
- (2) 다항식 $21x^3-17x^2+19x+42$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지가 각각 $7x+6, -7x-6$ 일 때, $g(x)$ 를 구하여라.

**풍샘
POINT**

다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때의 몫이 Q 이고 나머지가 R 이면

$$A=BQ+R \quad ((R\text{의 차수}) < (B\text{의 차수}))$$

→ 주어진 조건을 $A=BQ+R$ 꼴로 나타낸 후, 이 등식이 x 에 대한 항등식임을 이용해.

풀이 (1) STEP1 다항식의 나눗셈을 항등식으로 나타내기

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+b &= (x^2+x-2)Q(x)+2x+3 \\ &= (x+2)(x-1)Q(x)+2x+3 \end{aligned}$$

① (나누는 식) × (몫) + (나머지)

STEP2 a, b 의 값 구하기

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

② 수치대입법을 이용한다.

$$-8+4a+b=-1 \quad \therefore 4a+b=7 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1+a+b=5 \quad \therefore a+b=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=1, b=3$

(2) STEP1 주어진 조건을 항등식으로 표현하기

$21x^3-17x^2+19x+42$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때의

몫과 나머지가 각각 $7x+6, -7x-6$ 이므로

$$21x^3-17x^2+19x+42=g(x)(7x+6)-7x-6$$

$$21x^3-17x^2+26x+48=(7x+6)g(x)$$

STEP2 $g(x)$ 구하기

따라서 $21x^3-17x^2+26x+48$ 을 $7x+6$ 으로 나누면

몫이 $g(x)$ 이므로

$$\begin{aligned} g(x) &= (21x^3-17x^2+26x+48) \div (7x+6) \\ &= 3x^2-5x+8 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2-5x+8 \\ 7x+6 \overline{) 21x^3-17x^2+26x+48} \\ \underline{21x^3+18x^2} \\ -35x^2+26x \\ \underline{-35x^2-30x} \\ 56x+48 \\ \underline{56x+48} \\ 0 \end{array}$$

답 (1) $a=1, b=3$ (2) $g(x)=3x^2-5x+8$

**풍샘 강의
NOTE**

다항식의 나눗셈에 대한 등식 $A=BQ+R$ 는 x 에 대한 항등식이 된다.

앞에서 배운 미정계수법을 이용하여 등식에서 미지수를 구하면 된다. 하지만 직접 나눗셈을 하는 방법으로 풀어도 상관없다.

03-1 기본

x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3 을 x^2+3x+1 로 나누었을 때의 몫이 $x-2$, 나머지가 5일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

03-2 유사

x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+1 을 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $4x-1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

03-3 유사

다항식 $3x^3-2x^2+2x+1$ 을 $g(x)$ 로 나누었을 때의 몫이 $3x+4$, 나머지가 $10x+1$ 일 때, $g(-2)$ 의 값을 구하여라.

03-4 변형

x 에 대한 다항식 x^8+ax^3+b 가 x^2-1 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+2b$ 의 값을 구하여라.

03-5 변형

x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+4x+2 를 x^2+bx+1 로 나누었을 때의 나머지가 $2x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

03-6 변형

x 에 대한 다항식 x^3+x-a 가 x^2+bx+2 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값을 구하여라.
(단, $b>0$)

다음 물음에 답하여라.

- (1) 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 5$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2일 때, $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라. (단, a 는 상수이다.)
- (2) 다항식 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 2$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -2 이고, $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

풍뎡
POINT

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(a)$ 이다.

풀이 풀이 (1) STEP1 a 의 값 구하기

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2이므로

$$f(1) = 1 - 2 + a + 5 = 2 \quad ①$$

$$\therefore a = -2$$

STEP2 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지 구하기

따라서 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 5$ 이므로

$f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는

$$f(-1) = -1 - 2 + 2 + 5 = 4$$

① 나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(a)$ 이다.

(2) STEP1 나머지정리를 이용하여 a, b 사이의 관계식 구하기

$f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -2 이므로

$$f(-3) = -54 + 9a - 3b - 2 = -2$$

$$\therefore 3a - b = 18$$

..... ㉠

또, $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이므로

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{a}{4} + \frac{b}{2} - 2 = -2 \quad ②$$

$$\therefore a + 2b = -1$$

..... ㉡

② $f(x)$ 를 $ax+b$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ 이다.

STEP2 $a+b$ 의 값 구하기

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5, b=-3$

$$\therefore a+b = 5 + (-3) = 2$$

답 (1) 4 (2) 2

풍뎡
NOTE

다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 직접 나누어 구하지 않고 나머지정리를 이용한다.

➡ 일차식 $x-a$ 를 0으로 만드는 값 a 를 $f(x)$ 에 대입한 값, 즉 $f(a)$ 가 나머지이다.

➡ $A=BQ+R$ 꼴을 만들 필요없이 $f(a)$ 의 값만을 이용하여 문제를 해결하면 된다.

04-1 유사

다항식 $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + ax + 3$ 을 $2x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4일 때, $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

04-2 유사

다항식 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - bx - 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 30이고, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -5 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

04-3 변형

두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

04-4 변형

두 다항식 $f(x), g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1 일 때, 다항식 $f(x) + 2g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

04-5 실력

201^{88} 을 200으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

04-6 실력

기출

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 30이고, $f(x) - g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -10 이다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 할 때, $\frac{R_2}{R_1}$ 의 값을 구하여라.

다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -2 일 때, $f(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

**풍뎡
POINT**

다항식을 이차식으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 나머지는 일차 이하의 다항식이므로 $R(x)=ax+b$ (a, b 는 상수)로 놓으면 돼.

풀이 ● STEP1 $f(1), f(-2)$ 의 값 구하기

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$$f(1)=4 \text{ ①}$$

$f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이므로

$$f(-2)=-2$$

① 나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(a)$ 이다.

STEP2 다항식의 나눗셈을 항등식으로 나타내기

$f(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를

$ax+b$ (a, b 는 상수) ②라고 하면

$$f(x)=(x^2+x-2)Q(x)+ax+b$$

$$=(x+2)(x-1)Q(x)+ax+b \quad \dots\dots \text{㉠}$$

② 다항식을 이차식으로 나누었으므로 나머지는 일차 이하의 다항식으로 놓는다.

로 놓을 수 있다.

STEP3 $f(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지 구하기

㉠의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$f(1)=a+b=4 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

또, ㉠의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$f(-2)=-2a+b=-2 \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$a=2, b=2$$

따라서 구하는 나머지는 $2x+2$ 이다.

$$\boxed{\text{답}} \quad 2x+2$$

**풍뎡 강의
NOTE**

다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 나머지의 차수는 나누는 다항식의 차수보다 작아야 한다.

(1) $g(x)$ 가 일차식이면 $R(x)=a$ (단, a 는 상수)

(2) $g(x)$ 가 이차식이면 $R(x)=ax+b$ (단, a, b 는 상수)

05-1 유사

기출

다항식 $f(x)$ 를 $x, x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1 일 때, $f(x)$ 를 x^2+x 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

05-2 변형

다항식 x^3-x^2+2x-1 을 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하여라.

05-3 변형

다항식 $f(x)$ 를 $x-1, x+4$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -1 일 때, $(x^2+x+1)f(x)$ 를 x^2+3x-4 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

05-4 변형

기출

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지가 $2x-1$ 일 때, 다항식 $f(2x-3)$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

05-5 변형

다항식 $f(x)$ 를 x^2-2x-3 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x-30$ 이고, x^2+2x 로 나누었을 때의 나머지가 $-x+40$ 이다. $f(x)$ 를 x^2+3x+2 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

05-6 변형

다항식 $f(x)$ 를 x^2-4x+4 로 나누었을 때의 나머지가 $3x-2$ 일 때, $(2x+1)f(2x+4)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-1$ 이고, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -15 일 때, $f(x)$ 를 $(x+2)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

**풍뎡
POINT**

다항식 $f(x)$ 를 삼차식으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 나머지는 이차 이하의 다항식
이므로 $R(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 상수)로 놓으면 돼.

풀이 STEP1 나눗셈을 항등식으로 나타내기

$f(x)$ 를 $(x+2)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면
나머지는 이차 이하의 다항식이므로

$$f(x) = (x+2)^2(x-2)Q(x) + ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \text{는 상수})$$

..... ㉠

로 놓을 수 있다.

STEP2 ㉠의 우변을 $(x+2)^2$ 으로 나누기

또, $f(x)$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-1$ 이므로
㉠의 우변을 $(x+2)^2$ 으로 나누면 마찬가지로 나머지가 $x-1$ 이
어야 한다. ①

따라서 $ax^2 + bx + c$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가
 $x-1$ 이어야 하므로

$$ax^2 + bx + c = a(x+2)^2 + x - 1$$

$$\therefore f(x) = (x+2)^2(x-2)Q(x) + a(x+2)^2 + x - 1 \quad \text{..... ㉡}$$

STEP3 a 의 값 구하기

$f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -15 이므로 ㉡에서
 $f(2) = 16a + 1 = -15$

$$\therefore a = -1$$

STEP4 $f(x)$ 를 $(x+2)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지 구하기

따라서 구하는 나머지는

$$-(x+2)^2 + x - 1 = -x^2 - 3x - 5$$

① $(x+2)^2(x-2)Q(x)$ 는
 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로
 $ax^2 + bx + c$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나
누었을 때의 나머지가 $x-1$ 이
어야 한다.
이때 $ax^2 + bx + c$ 를 $(x+2)^2$ 으
로 나누면 몫이 a 가 되므로
 $ax^2 + bx + c$
 $= a(x+2)^2 + x - 1$

$$\text{답} \quad -x^2 - 3x - 5$$

**풍뎡 강의
NOTE**

- 다항식을 삼차식으로 나누었을 때의 나머지는 이차 이하의 다항식이므로 나머지를 $ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 상수)로 놓으면 미지수가 3개이므로 3개의 관계식이 필요하다.
- $f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$ 에서 $g(x)$ 의 차수와 $R(x)$ 의 차수가 같을 때는
($f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때의 나머지) = ($R(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때의 나머지)

06-1 유사

기출

다항식 $f(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x+10$ 이고, $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 10이다. $f(x)$ 를 $(x-2)^2(x-3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

06-2 유사

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+20$ 이고, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

06-3 변형

다항식 $f(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지는 $2x+30$ 이고, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. 이때 $f(x)$ 를 $(x^2-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

06-4 변형

다항식 $f(x)$ 를 x^2+x+1 로 나누었을 때의 나머지는 $8x+40$ 이고, $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이다. $f(x)$ 를 $(x-1)(x^2+x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값을 구하여라.

06-5 변형

다항식 $x^{13}+x^5+2x^3+x$ 를 x^3-x 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

06-6 변형

기출

다항식 $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지가 $3x-10$ 이고, $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 -4 이다. 이때 $f(x)$ 를 $(x^2-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

**발전유형 07****나머지정리 - 몫을 다시 나누었을 때의 나머지**

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $x-1$ 이다. $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4일 때, $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

**품셈
POINT**

다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라고 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$$

이므로 주어진 조건을 이용하여 식을 세우고 나머지정리와 항등식의 성질을 이용해.

풀이 ● **STEP1** 다항식의 나눗셈을 항등식으로 나타내기

$f(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고,

나머지가 $x-1$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x+1)Q(x) + x-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

STEP2 $f(2)$ 의 값 구하기

또, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$$f(2) = 4 \quad \textcircled{1}$$

STEP3 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지 구하기

$Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $Q(2)$ 이므로

①의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$f(2) = (2-1)(2+1)Q(2) + 2-1$$

$$4 = 3Q(2) + 1$$

$$\therefore Q(2) = 1$$

다른 풀이

STEP3 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지 이용하기

$Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q'(x)$,

나머지를 $k = Q(2) \quad \textcircled{2}$ 라고 하면

$$f(x) = (x-1)(x+1)\{(x-2)Q'(x) + k\} + x-1$$

그런데, $f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = 1 \times 3 \times k + 2-1 = 4,$$

$$3k+1=4 \quad \therefore k=1$$

따라서 $Q(2) = 1$ 이므로 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 1이다.

① 나머지정리에 의하여 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(a)$ 이다.

② 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 상수이다.

답 1

**품셈 강의
NOTE**

다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $R(x)$ 이면

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$$

이때 $Q(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 몫을 $Q'(x)$, 나머지를 k 라고 하면 $Q(x) = (x-a)Q'(x) + k$

로 놓을 수 있다. 즉,

$$f(x) = g(x)\{(x-a)Q'(x) + k\} + R(x)$$

에서 이 유형의 문제를 대부분 해결할 수 있다.

07-1 유사

기출

다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 2이다. 다항식 $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -1 일 때, $Q(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

07-2 유사

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지는 $x+10$ 이다. $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 8일 때, $Q(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

07-3 변형

다항식 $x^4+x^3+x^2+x+2$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

07-4 변형

다항식 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지는 10이고, 다항식 $Q(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지는 -20 이다. $f(x)$ 를 $(x+3)(x-4)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(-4)$ 의 값을 구하여라.

07-5 변형

다항식 $f(x)$ 를 x^2-x+1 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $2x+30$ 이고, $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 30이다. $f(x)$ 를 x^3+1 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하여라.

07-6 실력

다항식 $2x^4+3x^3-3x^2+x-1$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 의 모든 문자의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

다음 물음에 답하여라.

- (1) 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 + ax - 2$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
 (2) 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+1)$ 을 인수로 가질 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

**풍뎡
POINT**

- (1) 다항식 $f(x)$ 가 $x-a$ 로 나누어떨어지면 $f(a)=0$
 (2) 다항식 $f(x)$ 가 $(x-a)(x-b)$ 로 나누어 떨어지면 $f(a)=0, f(b)=0$

풀이 • (1) $f(x)$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어지므로 ① 인수정리에 의하여

$$f(2)=0$$

$$\text{이때 } f(2)=8-4+2a-2=2a+2 \text{에서}$$

$$2a+2=0 \quad \therefore a=-1$$

① $f(x)$ 가 $x-2$ 를 인수로 가지므로 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 0이다.

(2) **STEP1** $f(1)$ 의 값을 이용하여 a, b 사이의 관계식 구하기

$f(x)$ 가 $x-1$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$$f(1)=0$$

$$\text{이때 } f(1)=1+a+b-2=a+b-1 \text{에서}$$

$$a+b-1=0$$

$$\therefore a+b=1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

STEP2 $f(-1)$ 의 값을 이용하여 a, b 사이의 관계식 구하기

$f(x)$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$$f(-1)=0$$

$$f(-1)=-1+a-b-2=a-b-3 \text{에서}$$

$$a-b-3=0$$

$$\therefore a-b=3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

STEP3 a, b 의 값 구하기

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=2, b=-1$$

답 (1) -1 (2) $a=2, b=-1$

**풍뎡 강의
NOTE**

$f(a)=0$ 이면

- ① $f(x)$ 가 $x-a$ 로 나누어떨어진다.
 ② $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지가 0이다.
 ③ $f(x)$ 는 $x-a$ 를 인수로 갖는다.
 ④ $f(x)=(x-a)Q(x)$ ($Q(x)$ 는 다항식) 꼴이다.

08-1 유사

다항식 $f(x) = ax^3 + 2x^2 - 10x - 4$ 가 $x+2$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

08-2 유사

다항식 $f(x) = -x^3 + ax^2 - 2x + b$ 가 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

08-3 변형

다항식 $x^3 + k^2x^2 + kx - 10$ 이 $x+1$ 로 나누어떨어지도록 하는 모든 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

08-4 변형

다항식 $x^9 + ax + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고 나머지가 7이다. $Q(x)$ 가 $x+1$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

08-5 변형

기출

x 에 대한 두 다항식

$$f(x) = 2x^2 + 5x + 2, g(x) = (a-1)x + b$$

가 있다. 다음 중 다항식 $f(x) - g(x)$ 가 $x+2$ 를 인수로 갖기 위한 a, b 의 관계로 항상 옳은 것은?

(단, a, b 는 실수이다.)

- ① $a-b=0$ ② $a+b=0$
 ③ $a+b-2=0$ ④ $2a-b-2=0$
 ⑤ $2a+b+2=0$

08-6 실력

다항식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x-1)$ 은 $x+2$ 로 나누어떨어지고, $f(x-2)$ 는 $x-3$ 으로 나누어 떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(1) $(x^3 + 2x^2 + x - 1) \div (x + 2)$

(2) $(x^3 - 7x + 1) \div (x - 1)$

(3) $(2x^4 + x^3 - 3x - 5) \div (2x - 3)$

**풍뎡
POINT**

직접 나눗셈을 하지 않고 계수만을 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방법이 조립제법이야.
몫을 구하는 문제가 나왔는데 일차식으로 나눈다? 바로 조립제법을 사용하자.

풀이 • (1) 조립제법을 이용하여 $(x^3 + 2x^2 + x - 1) \div (x + 2)$ 를 하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ & & -2 & 0 & -2 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -3 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $x^2 + 1$, 나머지는 -3 이다.

(2) 조립제법을 이용하여 $(x^3 - 7x + 1) \div (x - 1)$ 을 하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 1 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & -5 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $x^2 + x - 6$, 나머지는 -5 이다.

(3) 조립제법을 이용하여 $(2x^4 + x^3 - 3x - 5) \div (2x - 3)$ 을 하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} \frac{3}{2} & 2 & 1 & 0 & -3 & -5 \\ & & 3 & 6 & 9 & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 6 & 6 & 4 \end{array}$$

이때 $2x^4 + x^3 - 3x - 5$ 를 $x - \frac{3}{2}$ 으로 나누었을 때의 몫이

$2x^3 + 4x^2 + 6x + 6$, 나머지가 4이므로

$$\begin{aligned} 2x^4 + x^3 - 3x - 5 &= \left(x - \frac{3}{2}\right)(2x^3 + 4x^2 + 6x + 6) + 4 \\ &= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x^3 + 2x^2 + 3x + 3) + 4 \\ &= (2x - 3)(x^3 + 2x^2 + 3x + 3) + 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 몫은 $x^3 + 2x^2 + 3x + 3$, 나머지는 4이다.

① 계수가 0인 항은 계수를 0으로 반드시 적어 주어야 한다.

② $2x - 3 = 0$ 이므로 $x - \frac{3}{2}$ 으로 나눈다.

③ 조립제법은 다항식을 일차항의 계수가 1인 일차식일 때만 이 용할 수 있으므로 $x - \frac{3}{2}$ 으로 나눈다.

☞ 풀이 참조

**풍뎡 강의
NOTE**

- 조립제법은 나누는 수가 일차식이고 일차항의 계수가 1일 경우만 가능하다.
- 조립제법을 쓸 때 항이 없는 경우에는 반드시 0을 적어 주어야 한다.
- 나머지만 구할 때는 나머지정리를, 몫과 나머지를 모두 구할 때는 조립제법을 이용한다.

09-1 유사

조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(1) $(x^3 - 3x^2 - 2x + 2) \div (x - 1)$

(2) $(x^4 + 5x + 3) \div (x + 2)$

(3) $(2x^3 + 3x^2 + 4x + 5) \div (2x + 3)$

09-2 변형

오른쪽 그림은 다항식

$x^3 - 2x^2 + x + d$ 를 $x - a$ 로

나누었을 때의 몫과 나머지

를 조립제법을 이용하여 구하

는 과정이다. 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{array}{r|rrrr} a & 1 & -2 & 1 & d \\ & & & 3 & c & 12 \\ \hline & 1 & b & 4 & 2 \end{array}$$

09-3 변형

다항식 $2x^4 + 5x^3 - 6x + 2$ 를 $2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 구하여라.

09-4 변형

x 에 대한 다항식 $x^3 - x^2 + ax + 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이다. 이때 $Q(a)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

09-5 실력

기출

x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $(x - 1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

09-6 실력

등식

$$2x^3 + x^2 - 3x - 3 = a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) + d$$

가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

실전 연습 문제

01

다음 중 x 에 대한 항등식인 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $3x^2 - 3x = 0$
- ② $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- ③ $2(2x-1) = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)$
- ④ $2x(x+1) + 1 = (x+1)^2 + x^2$
- ⑤ $3x^3 + 2x^2 + 2x - 8 = (3x-2)(x+1)(x+4)$

02

등식 $2x-3=a(x+1)+b(3x-2)$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

03

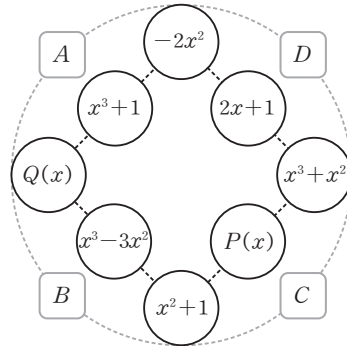
등식 $(x-1)(x^2-2)f(x)=x^6+ax^4+bx^2+2$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 3

04

기출

그림과 같이 8개의 다항식을 사각형 모양으로 배열하고 각 변에 배열된 3개의 다항식의 합을 각각 A, B, C, D 라고 하자. 다항식 A, B, C, D 가 x 의 값에 관계없이 모두 같을 때, 두 다항식의 합 $P(x)+Q(x)$ 는?



- ① $-3x^2+2x$ ② $-2x^2+4x$
- ③ $-x^2+4x+1$ ④ $2x^2+4x$
- ⑤ $3x^2+2x$

05 서술형

등식 $kx-x+2ky+3y+4k+1=0$ 이 모든 실수 k 에 대하여 성립할 때, 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라.

06

다항식 $f(x)$ 를 x^2-6 으로 나누었을 때의 몫이 $2x-1$ 이고, 나머지가 $2x+10$ 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $2x-5$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 4 ② 7 ③ 10
④ 13 ⑤ 16

07

다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax-b$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 일 때, $f(x)$ 를 $x-\frac{b}{a}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 순서대로 적은 것은?

- ① $\frac{1}{a}Q(x), R$ ② $Q(x), \frac{1}{a}R$
③ $Q(x), R$ ④ $aQ(x), R$
⑤ $aQ(x), aR$

08

다항식 $-x^3+kx^2+9$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자. $R_1R_2=-45$ 일 때, 자연수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

09

기출

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 8이고, $f(x)g(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 6이다. $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2$ 을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

10

$6^6+6^7+6^8$ 을 5로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 0

11

다항식 $(x-1)^{10}$ 을 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(0)$ 의 값은?

- ① -3^9 ② -2^9 ③ 2^9
④ 3^9 ⑤ 3^{10}

12 서술형

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 3이고, x^2+4 로 나누었을 때의 나머지가 $x-10$ 이다. 이때 $f(x)$ 를 $(x-2)(x^2+4)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

13

기출

다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지는 3이고, 다항식 $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다. $P(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 하자. $R(3)$ 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 9
④ 11 ⑤ 13

14

기출

다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)+4$ 는 $x-3$ 으로 나누어 떨어지고, $f(x)-1$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어진다고 한다. $f(x)$ 를 x^2-x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(-3)$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ -2
④ 0 ⑤ 2

15 서술형

다항식 x^3+ax^2-3x+b 가 $(x-3)(x+1)$ 로 나누어 떨어질 때, 이 다항식을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

16

다항식 $2x^3+x^2-3x-3$ 을 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $Q(2)+R$ 의 값을 구하여라.

17

등식

$x^3-x^2-3x+4=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정할 때, $abcd$ 의 값은?

- ① 25 ② 36 ③ 48
④ 50 ⑤ 100

01

다항식 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 8$ 에 대하여 등식 $f(x+a) = x^3 + bx + c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다. 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -12 ② -11 ③ -10
④ -9 ⑤ -8

02

다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $f(x)$ 를 $x+a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자. $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-a^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

03

기출

세 다항식 $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 - 2x - 1$, $h(x)$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = (2x^2 - x - 1)h(x)$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $h(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

04

3^{2023} 을 8로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05

삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 x^2+x+1 로 나누어떨어지고, $f(x)+12$ 는 x^2+2 로 나누어떨어진다. $f(0)=4$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

06

기출

두 이차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $2P(x)+Q(x)=0$ 이다.
 (나) $P(x)Q(x)$ 는 x^2-3x+2 로 나누어떨어진다.

$P(0)=-4$ 일 때, $Q(4)$ 의 값을 구하여라.

07

기출

최고차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$ 라 하고, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$ 라고 하면 $Q_1(x)$, $Q_2(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $Q_2(1)=f(2)$
 (나) $Q_1(1)+Q_2(1)=6$

$f(3)$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

08

기출

최고차항의 계수가 양수인 다항식 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 = 4x^2f(x) + 8x^2 + 6x + 1$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 |보기|에서 있는 대로 고른 것은?

|보기|

- ㄱ. 다항식 $f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지는 1이다.
 ㄴ. 다항식 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 4이다.
 ㄷ. 다항식 $\{f(x)\}^3$ 을 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지는 $14x+13$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ