# 6-1-1.닮은 도형 비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

6-1.도형의 닮음

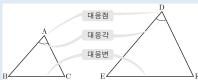
- 1) 제작연월일: 2020-07-25
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

#### [닮은 도형]

(1) 닮음: 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이 다른 도형과 합동이 될 때, 두 도형은 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다고 한다.



(2) 닮음의 기호:  $\triangle ABC$ 와  $\triangle DEF$ 가 서로 닮은 도형일 때,  $\triangle ABC$ 으  $\triangle DEF$ 와 같이 나타낸다.

#### [평면도형에서 닮음의 성질]

- (1) 평면도형에서의 닮음비: 두 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비
- (2) 평면도형에서 닮음의 성질
- ❶ 대응하는 변의 길이의 비가 일정하다.
- ❷ 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

## [입체도형에서 닮음의 성질]

- (1) 입체도형에서의 닮음비
- : 두 닮은 도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비
- (2) 입체도형에서 닮음의 성질
- ❶ 대응하는 모서리의 길이의 비가 일정하다.
- ❷ 대응하는 면은 닮은 도형이다.

## [닮은 두 평면도형의 둘레의 비와 넓이의 비]

닮음인 두 평면도형의 닮음비가 m:n이면

- (1) 둘레의 길이의 비는 m:n
- (2) 넓이의 비는  $m^2:n^2$

#### [닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비와 부피의 비]

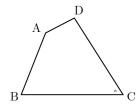
닮음인 두 입체도형의 닮음비가 m:n이면

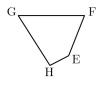
- (1) 겉넓이의 비는  $m^2:n^2$
- (2) 부피의 비는  $m^3:n^3$

기본문제

[문제]

**1.** 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 옳지 않은 것은?



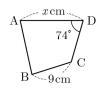


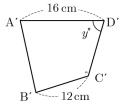
- ① 점 B의 대응점은 점 F이다.
- ② 점 D의 대응점은 점 H이다.

- ③ DC의 대응변은 GF이다.
- ④  $\overline{AB}$ 의 대응변은  $\overline{EF}$ 이다.
- ⑤ ∠C의 대응각은 ∠G이다.

[예제]

**2.** 다음 그림에서  $\Box$ ABCD $\Box$ A'B'C'D'일 때, x+y의 값을 구하면?

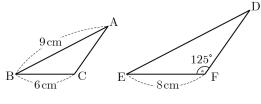




- ① 85
- ③ 97
- 2 864 88
- (5) 89

[문제]

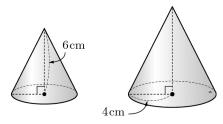
**3.** 다음 그림에서 △ABC∽△DEF이다. 두 도형의 닮음비를 p:q,  $\overline{DE} = r$ cm라 할 때, p+q+r의 값을 구하면? (단, p, g는 서로소인 자연수이다.)



- 15
- 2 16
- ③ 17
- **4** 18
- ⑤ 19

[문제]

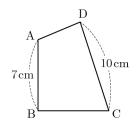
**4.** 다음 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가  $4\pi \text{ cm}$ 일 때, 큰 원뿔의 높이 를 구하면?

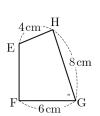


- ① 9cm
- ② 10cm
- ③ 11cm
- (4) 12cm
- ⑤ 13cm

[문제]

**5.** 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH이고 □ABCD의 넓이가 50cm<sup>2</sup>일 때, □EFGH의 넓이를 구하면?

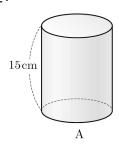


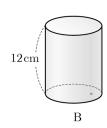


- ① 29cm<sup>2</sup>
- ② 30cm<sup>2</sup>
- 3 31cm<sup>2</sup>
- 4) 32cm<sup>2</sup>
- ⑤ 33cm<sup>2</sup>

[문제]

**6.** 다음 두 원기둥 A, B는 서로 닮은 도형이다. 원 기둥 B의 부피가  $192\pi \,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 원기둥 A의 부피 는?



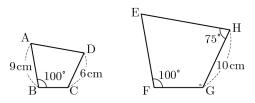


- ①  $375\pi \, \text{cm}^3$
- ②  $380\pi \, \text{cm}^3$
- $385\pi \, \text{cm}^3$
- 4)  $390\pi \, \text{cm}^3$
- ⑤  $395\pi \, \text{cm}^3$

평가문제

[중단원 학습 점검]

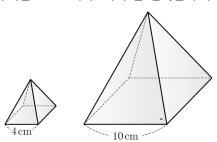
**7.** 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH**일 때**, 옳지 않은 것은?



- ① 두 사각형의 닮음비는 3:5이다.
- $\bigcirc \angle D = 75^{\circ}$
- $\overline{\text{EF}} = 15 \text{cm}$
- ④ 두 사각형의 넓이의 비는 27:125이다.
- $\bigcirc$   $\angle C = \angle G$

[중단원 학습 점검]

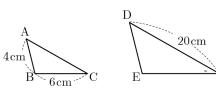
8. 다음 두 정사각뿔이 서로 닮음이고, 작은 삼각뿔 의 부피는  $32 \text{cm}^3$ 이다. 이때 큰 삼각뿔의 부피는?



- ① 200cm<sup>3</sup>
- ② 300cm<sup>3</sup>
- 3 400cm<sup>3</sup>
- (4) 500cm<sup>3</sup>
- ⑤ 600cm<sup>3</sup>

[중단원 학습 점검]

**9.** 다음 그림에서 △ABC∽△DEF이다. △ABC와  $\triangle$ DEF의 닮음비는 2:5일 때,  $\triangle$ DEF의 둘레의 길 이를 구하면?



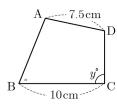
- ① 30cm
- ② 35cm
- 3 40cm
- (4) 45cm
- ⑤ 50cm

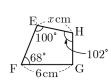
## [단원 마무리]

- **10.** 다음 중에서 항상 서로 닮음인 도형이 <u>아닌</u> 것 은?
  - ① 두 원
- ② 두 직사각형
- ③ 두 정사각형
- ④ 두 직각이등변삼각형
- ⑤ 두 정육면체

## [단원 마무리]

**11.** 다음 그림에서  $\square ABCD \square \square EFGH$ 일 때, x+y의 값을 구하면?

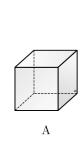


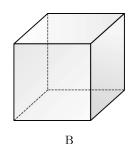


- ① 93
- 2 93.5
- 3 94
- (4) 94.5
- **⑤** 95

#### [단원 마무리]

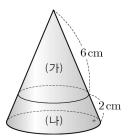
**12.** 다음 두 정육면체의 겉넓이의 비가 9:16이고 정 육면체 A의 부피가 54 cm 3일 때, 정육면체 B의 부 피를 구하면?





- $\bigcirc 64 \, \text{cm}^3$
- ②  $80 \, \text{cm}^3$
- $396 \, \text{cm}^3$
- $4112 \, \text{cm}^3$
- (5) 128 cm<sup>3</sup>

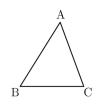
- [단원 마무리]
- 13. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형을 차례로 (가), (나)라고 하자. 입체도형 (나)의 부피가  $74\pi \text{cm}^3$ 일 때, 입체도형 (가)의 부피를 구하면?



- (1)  $50\pi \text{ cm}^3$
- ②  $52\pi \, \text{cm}^3$
- $3.54\pi \, \text{cm}^3$
- (4)  $56\pi \, \text{cm}^3$
- ⑤  $58\pi \, \text{cm}^3$

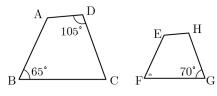
## 유사문제

14。 그림에서  $\triangle ABC \triangle \triangle DEF$ 일 때,  $\overline{DF}$ 에 대응하는 변과 ∠B에 대응하는 각을 순서대로 적은 것은?



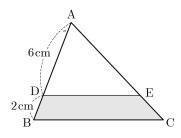


- ①  $\overline{AB}$ ,  $\angle D$
- ②  $\overline{BC}$ ,  $\angle E$
- $\overline{AC}, \angle E$
- $\underline{\text{AB}}, \angle F$
- $\bigcirc$   $\overline{AC}$ ,  $\angle F$
- 15. □ABCD∽□EFGHOI고  $\angle B = 65^{\circ}$ ,  $\angle D = 105^{\circ}$ ,  $\angle G = 70^{\circ}$ **일 때**,  $\angle E$ **의** 값은?

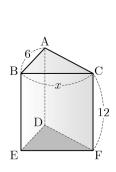


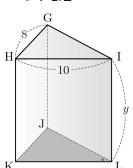
- ①  $105\,^{\circ}$
- ② 110°
- ③ 115°
- 4) 120°
- ⑤ 125°

**16.** 그림의  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이고  $\overline{AD}$ =6cm,  $\overline{DB} = 2cm$ 이다.  $\triangle ABC$ 와  $\square DBCE$ 의 넓이의 비를 구하면?



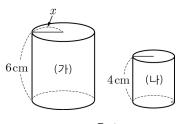
- ① 9:7
- ② 8:9
- 3 4:3
- 4 16:7
- (5) 16:9
- ${f 17.}$  두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고,  $\overline{
  m AB}$ 에 대응 하는 모서리가  $\overline{GH}$ 일 때, x+y의 값은?





- 2 22
- ② 23

18. 다음 그림의 두 원기둥 (가)와 (나)는 닮은 도형이 다. 두 원기둥의 부피의 합이  $70\pi cm^3$ 일 때, 원기둥 (7)의 반지름 x의 길이를 구하면?



- ① 1cm
- ② 2cm
- ③ 3cm
- (4) 4cm
- ⑤ 5cm

# 

#### 정답 및 해설

## 1) [정답] ③

[해설] ③  $\overline{DC}$ 의 대응변은  $\overline{HG}$ 이다.

## 2) [정답] ②

[해설] BC:B'C'=9:12=3:4이므로 두 사각형의 닮음비는 3:4이다. 이때  $\overline{AD}: \overline{A'D'} = x:16=3:4$ 이므로 4x = 48, - x = 12한편  $\angle D' = \angle D = 74$  이므로 y = 74 $\therefore x + y = 86$ 

#### 3) [정답] ⑤

[해설]  $\overline{BC}:\overline{EF}=6:8=3:4$ 이므로 두 삼각형의 닮음비는 3:4이다. 따라서 p=3, q=4한편 AB:DE=9:r=3:4이므로 3r = 36, -7 = 12 $\therefore p+q+r=3+4+12=19$ 

## 4) [정답] ④

[해설] 작은 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이는  $2\pi \times x = 4\pi$ ,  $\leq x = 2$ 따라서 두 원뿔의 밑면의 반지름의 길이의 비가 2:4=1:2이므로 두 원뿔의 닮음비는 1:2이다. 이때 큰 원뿔의 높이를 hcm라 하면 6: h = 2: 4이므로 2h = 24, 즉 h = 12그러므로 큰 원뿔의 높이는 12 cm

### 5) [정답] ④

[해설] CD: GH=10:8=5:4이므로 두 사각형의 닮음비는 5:4이다. 따라서 두 사각형의 넓이의 비는  $5^2:4^2=25:16$ 이때  $\square$ ABCD:  $\square$ EFGH = 50:  $\square$ EFGH = 25: 16 $\therefore \Box EFGH = 32cm^2$ 

#### 6) [정답] ①

[해설] 두 원기둥의 높이의 비가 15:12=5:4이므로 두 원기둥의 닮음비는 5:4이다. 따라서 두 원기둥의 부피의 비는  $5^3:4^3=125:64$ 이때 원기둥 A의 부피를 Vcm $^3$ 라 하면  $V: 192\pi = 125:64$ ,  $\stackrel{\triangle}{\neg} V = 375\pi$ 그러므로 원기둥 A의 부피는  $375\pi$  cm<sup>3</sup>

#### 7) [정답] ④

[해설] ① CD: GH=6:10=3:5이므로 두 사각형의 닮음비는 3:5이다. ②  $\angle D = \angle H = 75^{\circ}$ 

- ③  $\overline{AB}: \overline{EF} = 9: \overline{EF} = 3:5$ 이므로  $\overline{EF} = 15$ cm
- ④ 두 사각형의 닮음비가 3:5이므로
- 두 사각형의 넓이의 비는  $3^2:5^2=9:25$ 이다.
- ⑤ 대응각의 크기가 같으므로  $\angle C = \angle G$

#### 8) [정답] ④

[해설] 두 정사각뿔의 닮음비가 4:10=2:5이므로 두 정사각뿔의 부피의 비는 2<sup>3</sup>:5<sup>3</sup>=8:125 이때 큰 삼각뿔의 부피를  $V_{\rm cm}$ <sup>3</sup>라 하면 32: V=8:125이므로 V=500 그러므로 큰 정사각뿔의 부피는 500cm<sup>3</sup>

## 9) [정답] ④

[해설] △ABC와 △DEF의 닮음비가 2:5이므로  $\overline{AB}: \overline{DE} = 4: \overline{DE} = 2:5, \ \overline{\ominus} \ \overline{DE} = 10cm$  $\overline{BC}: \overline{EF} = 6: \overline{EF} = 2:5, \ \ \overline{\ominus} \ \ \overline{EF} = 15cm$ 그러므로 △DEF의 둘레의 길이는  $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 10 + 15 + 20 = 45 \text{ cm}$ 

#### 10) [정답] ②

[해설] ② 두 직사각형은 항상 서로 닮음인 도형이 아 니다.

## 11) [정답] ④

[해설]  $\overline{BC}$ :  $\overline{FG}$  = 10:6=5:3이므로 두 사각형의 닮음비는 5:3이다. 이때  $\overline{AD}$ :  $\overline{EH} = 7.5$ :  $\overline{EH} = 5$ : 3이므로 EH = 4.5 cm, = x = 4.5한편 ∠G = 360° - (68° + 100° + 102°) = 90°이 므로  $\angle C = \angle G = 90^\circ$ , 즉 y = 90 $\therefore x + y = 94.5$ 

## 12) [정답] ⑤

[해설] 두 정육면체의 겉넓이의 비가  $9:16=3^2:4^2$ 이 므로 두 정육면체의 닮음비는 3:4이다. 따라서 두 정육면체의 부피의 비는 3<sup>3</sup>: 4<sup>3</sup> = 27: 64이다. 이때 정육면체 B의 부피를  $V \mathrm{cm}^3$ 이라고 하면 54: V=27:64이므로 V=128 그러므로 정육면체 B의 부피는 128 cm<sup>3</sup>

# 13) [정답 ③

[해설] 작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비는 6:8=3:4이 므로 작은 원뿔과 큰 원뿔의 부피의 비는  $3^3:4^3=27:64$ 따라서 (가)와 (나)의 부피의 비는 27: (64-27) = 27: 37이므로  $(\gamma)$ 의 부피를 Vcm<sup>3</sup>라 하면  $V: 74\pi = 27:37$ 이므로  $V=54\pi$ 그러므로 (가)의 부피는  $54\pi \,\mathrm{cm}^3$ 

14) [정답] ③



- [해설]  $\overline{DF}$ 에 대응하는 변은  $\overline{AC}$ 이고  $\angle B$ 에 대응하 는 각은 ∠E이다.
- 15) [정답] ④

[해설] 대응각의 크기가 같으므로 
$$\angle C = \angle G = 70^\circ$$
  $\angle E = \angle A = 360^\circ - (65^\circ + 105^\circ + 70^\circ) = 120^\circ$ 

16) [정답] ④

[해설] 
$$\triangle ADE \sim \triangle ABC(AA$$
닮음)일 때   
 닮음비는  $\overline{AD}:\overline{AB}=6:8=3:4$ 이므로  
 넓이의 비는  $\triangle ADE:\triangle ABC=3^2:4^2=9:16$   
 그러므로  $\triangle ADE=9S$ 라 하면  $\triangle ABC=16S$ 이므로  $\square DBCE=16S-9S=7S$   
  $\therefore \triangle ABC:\square DBCE=16S:7S=16:7$ 

17) [정답] ⑤

[해설] 
$$6:8=x:10 \rightarrow x=\frac{15}{2}$$
  
 $6:8=12:y \rightarrow y=16$   
 $\therefore x+y=\frac{15}{2}+16=\frac{47}{2}$ 

18) [정답] ③

[해설] (바와 (바의 닮음비는 
$$6:4=3:2$$
이고, 부피의 비는  $27:8$ 이다.
이 때, (바와 (바의 부피의 합이  $70\pi cm^3$ 이므로 (바의 부피= $\frac{27}{35} \times 70\pi = 54\pi cm^3$ ,
(바의 부피= $\frac{8}{35} \times 70\pi = 16\pi cm^3$ 

따라서 (7)의 밑면의 반지름 x의 길이를 구하면  $x^2\pi \times 6 = 54\pi$ ,  $x^2 = 9$ , x = 3cm