



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-02-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 지수함수의 그래프의 평행이동

지수함수 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)의 그래프를
 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한
그래프의 식은 $y = a^{x-m} + n$

■ 함수 $y = \sqrt{2} \cdot 2^x + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

1. $y = 2^x$ 의 그래프를 평행 이동한 그래프이다. ()

2. 점근선은 $y = \sqrt{2}$ 이다. ()

3. 점 $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 을 지난다. ()

■ 함수 $y = 2^{x-1} - 5$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

4. 제 1, 2, 3사분면을 지난다. ()

5. 그래프는 점 $\left(0, -\frac{9}{2}\right)$ 을 지난다. ()

6. $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다. ()

7. $g(x) = 2^x$ 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프이다. ()

■ 다음 함수의 점근선의 방정식과 치역을 구하여라.

8. $y = 2^{x-1} + 3$

9. $y = 2^{4-2x} - 1$

10. $y = -3^{x-1} - 4$

11. $y = \frac{3^x}{9} + 5$

12. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 4$

13. $y = 4 \cdot 2^x$

■ 다음 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프의 식을 구하여라.

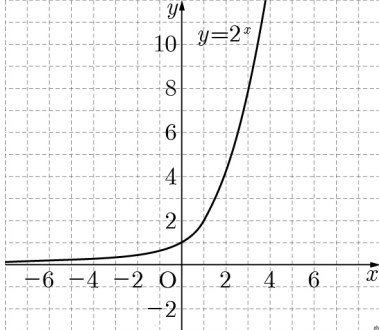
14. $y = -3^x, a = 2, b = -2$

15. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x, a = 3, b = -1$

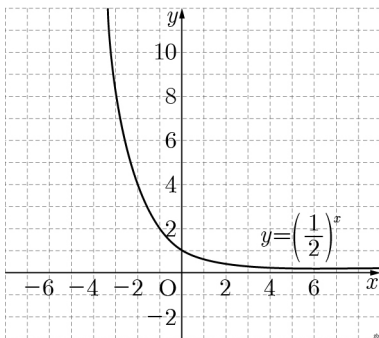
16. $y = 4^x, a = 1, b = 3$

■ 다음 지수함수의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하고, 그 그래프를 그려라.

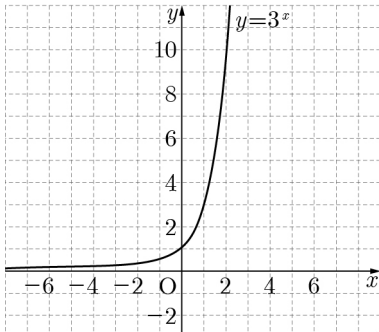
17. $y = 2^x$ [$m = 1, n = 2$]



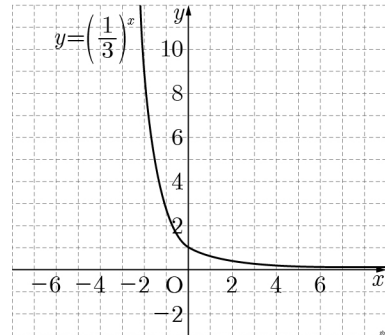
18. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ [$m = -1, n = -1$]



19. $y = 3^x$ [$m = -1, n = 1$]

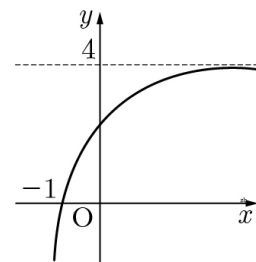


20. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ [$m = 2, n = 1$]

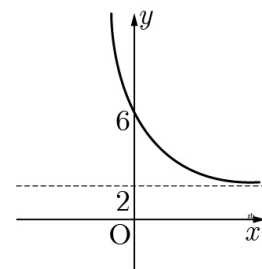


■ 다음 함수의 그래프가 주어진 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

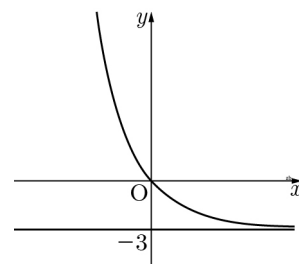
21. $y = -a^{x-1} + b$



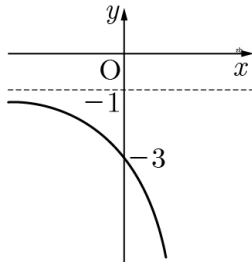
22. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+a} + b$



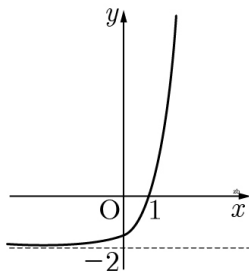
23. $y = 9^{-(x-a)} + b$



24. $y = -2^{x+a} - b$



25. $y = 4^{x-a} + b$



▣ 다음 물음에 알맞은 a, b, c 의 값을 구하여라.

26. 함수 $y = a^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하면 함수 $y = 4\left(2^{x-3} - \frac{1}{2}\right) - 4$ 의 그래프와 겹쳐진다.

27. 지수함수 $y = 14 \cdot 2^x + 5$ 는 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축으로 a 만큼, y 축으로 b 만큼 평행이동한 함수이다. 이때 $14 \cdot 2^a + b$ 의 값은 c 이다.

▣ 다음 물음에 답하여라.

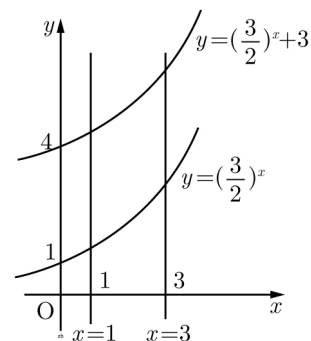
28. 함수 $y = 3^{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = 81 \cdot 3^{2x} + \frac{1}{2}$ 의 그래프가 되었다. $p+q$ 의 값을 구하여라.

29. 함수 $y = 2^{x-1} - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프가 함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 일치하였다. 이때, 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

30. 함수 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수
 $y = \frac{1}{3} \cdot 2^{2x-2} + 1$ 의 그래프와 겹쳐진다고 할 때, mn
 의 값을 구하여라.

31. 함수 $y = 2^{2x}$ 의 그래프를 함수 $y = 3 \cdot 4^{x+1} - 2$ 의 그래프로 옮기는 평행 이동에 의해 원점은 점 (m, n) 으로 옮겨진다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

32. 다음 그림에서 두 함수 $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3$ 의 그래프와 두 직선 $x=1$, $x=3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.



33. 두 함수 $y=2^x$, $y=8 \cdot 2^x$ 의 그래프와 두 직선 $y=1$, $y=4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

02 지수함수의 그래프의 대칭이동

지수함수 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)의 그래프를(1) x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = -a^x$ (2) y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ (3) 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 $\Rightarrow y = -\left(\frac{1}{a}\right)^x$ **참고** x 축에 대한 대칭이동은 y 대신 $-y$ y 축에 대한 대칭이동은 x 대신 $-x$ 원점에 대한 대칭이동은 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입

■ 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

34. 치역은 $\{y \mid y > 1\}$ 이다. ()35. x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. ()

36. 점 (1, 3)을 지난다. ()

37. 점근선의 방정식은 $y = -1$ 이다. ()

■ 함수 $y = 2^{-x+2} - 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

38. 점근선은 $y = -3$ 이다. ()39. 치역은 $\{y \mid y > 3\}$ 이다. ()

40. 점 (2, -2)를 지난다. ()

41. x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. ()42. $y = 2^{-x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2만큼 y 축 방향으로 -3만큼 평행이동하여 얻어진다. ()

■ 다음 함수의 그래프를 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 각각 구하여라.

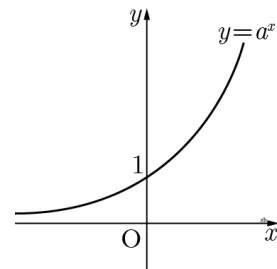
43. $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

44. $y = 3^{-x}$

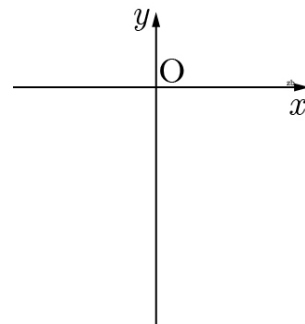
45. $y = -4^x$

46. $y = 5^x$

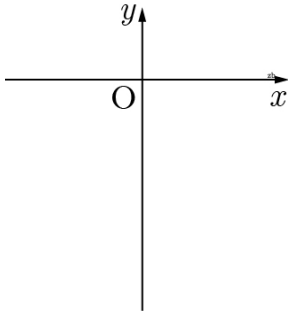
■ 함수 $y = a^x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 함수의 그래프를 그리시오.



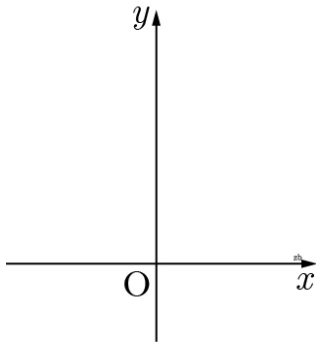
47. $y = -a^x$



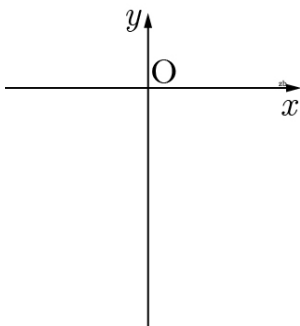
48. $y = -a^{-x}$



49. $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

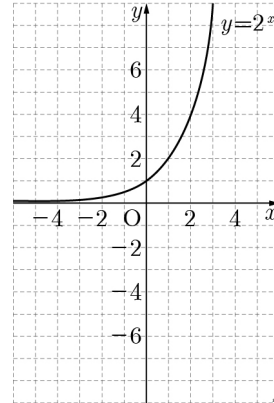


50. $y = -\left(\frac{1}{a}\right)^x$

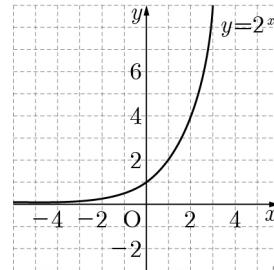


■ 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 대칭이동한 그래프의 식을 구하고, 그래프를 그려라.

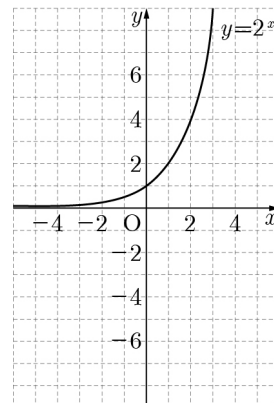
51. 원점에 대하여 대칭이동



52. y 축에 대하여 대칭이동

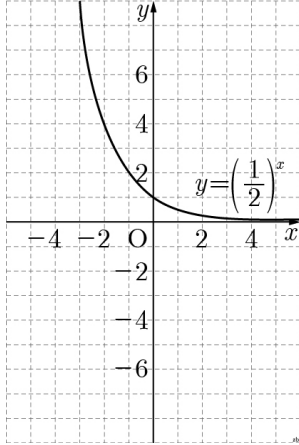


53. x 축에 대하여 대칭이동

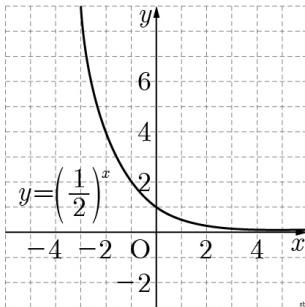


■ 지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 대칭이동한 그래프의 식을 구하고, 그래프를 그려라.

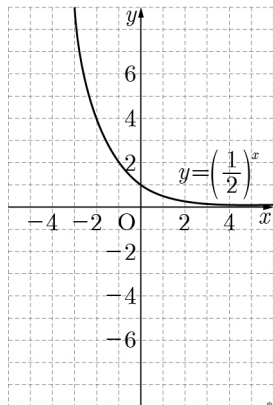
54. 원점에 대하여 대칭이동



55. y 축에 대하여 대칭이동



56. x 축에 대하여 대칭이동



■ 다음 함수의 그래프 중에서 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y = 3^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있는 것은 ○표, 겹칠 수 없는 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

57. $y = \sqrt{3} \times 3^x$ ()

58. $y = 3^{2x+6}$ ()

59. $y = \frac{1}{3^x} + 2$ ()

60. $y = 9 \times (\sqrt{3})^x - 1$ ()

■ 다음 함수의 그래프 중에서 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y = 9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있는 것은 ○표, 겹칠 수 없는 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

61. $y = \sqrt{9^x} + 1$ ()

62. $y = \frac{1}{3^{2x}}$ ()

63. $y = 3 \cdot 9^x$ ()

64. $y = 9^{2x+3}$ ()

■ 다음 함수의 그래프 중에서 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y=4^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있는 것은 ○표, 겹칠 수 없는 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

65. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$ ()

66. $y = (2\sqrt{2})^{\frac{4}{3}x} - 2$ ()

67. $y = 4^{2x-3}$ ()

68. $y = \left(\frac{1}{16}\right)^{0.5x-3}$ ()

■ 다음 함수의 그래프 중에서 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y=5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있는 것은 ○표, 겹칠 수 없는 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

69. $y = 5^{2x-4}$ ()

70. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ()

71. $y = 5^{x-1} + 2$ ()

72. $y = \frac{5^x}{25}$ ()

■ 다음 물음에 답하여라.

73. 지수함수 $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식을 구하여라.

74. 함수 $y=a^{x-1}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축 방향으로 1 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행 이동한 그래프가 점 $(1, -2)$ 을 지날 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

75. 좌표평면에서 지수함수 $y=a^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동 시킨 후, x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(4, 0)$ 을 지난다. 양수 a 의 값을 구하여라.

76. 함수 $y=2^{2-x}+1$ 이 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 후, 다시 원점에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하여라.

77. 함수 $f(x)=a^x(a>1)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 후 y 축의 방향으로 -24 만큼 평행이동하면 함수 $y=g(x)$ 그래프와 일치한다. $f(4)=8$ 일 때, $g(-8)$ 의 값을 구하여라.

78. 함수 $y=-5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭 이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행 이동한 그래프의 식을 구하여라.

79. 함수 $y = 2^{-x}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭 이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행 이동한 그래프의 식을 구하여라.

80. 지수함수 $y = a^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(1, -5)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

81. 함수 $y = 3^{x-1} + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 후, 다시 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하여라.

82. 함수 $y = 2^x + a$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭 이동한 그래프와 x 축의 방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프가 모두 점 $(1, 4)$ 를 지날 때, $2ab$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)



정답 및 해설

1) ○

2) ×

⇒ $\therefore y = \sqrt{2} \cdot 2^x + 1 = 2^{x+\frac{1}{2}} + 1$ 의 점근선은 $y=1$ 이다.

3) ○

4) ×

⇒ 제1, 3, 4사분면을 지난다.

5) ○

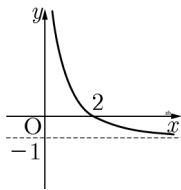
6) ○

7) ×

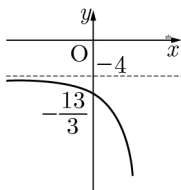
⇒ $g(x) = 2^x$ 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이다.

8) 점근선 : $y=3$, 치역 : $\{y | y > 3\}$ 9) 점근선 : $y=-1$, 치역 : $\{y | y > -1\}$

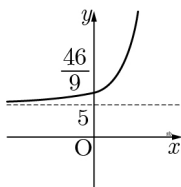
⇒ $y = 2^{4-2x} - 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} - 1$ 의 그래프는 다음과 같다.

10) 점근선 : $y=-4$, 치역 : $\{y | y < -4\}$

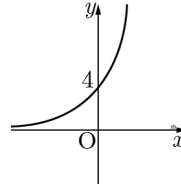
⇒ $y = -3^{x-1} - 4$ 의 그래프는 다음과 같다.

11) 점근선 : $y=5$, 치역 : $\{y | y > 5\}$

⇒ $y = \frac{3^x}{9} + 5 = 3^{x-2} + 5$ 의 그래프는 다음과 같다.

12) 점근선 : $y=-4$, 치역 : $\{y | y > -4\}$ 13) 점근선 : $y=0$, 치역 : $\{y | y > 0\}$

⇒ $y = 4 \cdot 2^x = 2^{x+2}$ 의 그래프는 다음과 같다.

14) $y = -3^{x-2} - 2$

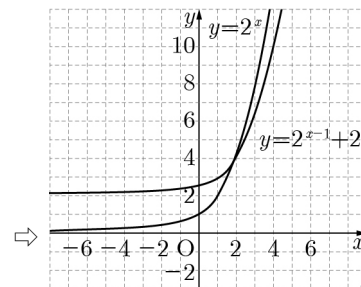
⇒ $y = -3^{x-2} - 2$

15) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} - 1$

⇒ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} - 1$

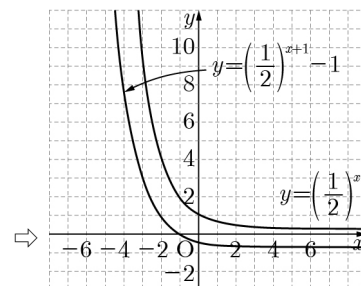
16) $y = 4^{x-1} + 3$

⇒ $y = 4^{x-1} + 3$

17) $y = 2^{x-1} + 2$ 

지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y - 2 = 2^{x-1}$

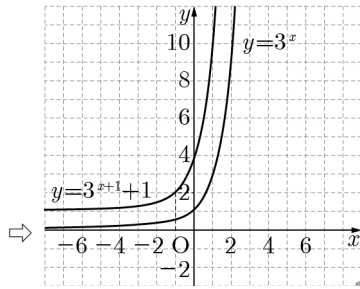
$$\therefore y = 2^{x-1} + 2$$

18) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$ 

지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

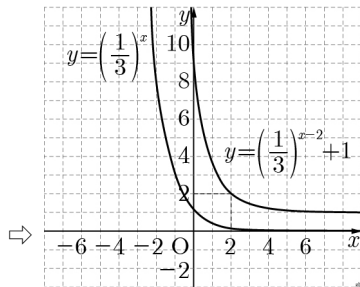
$$y - (-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-(-1)} \quad \therefore y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 1$$

19) $y = 3^{x+1} + 1$



지수함수 $y=3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-1=3^{x-(-1)} \therefore y=3^{x+1}+1$

20) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+1$



지수함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y-1=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \therefore y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+1$$

21) $a=\frac{1}{2}, b=4$

\Rightarrow 함수 $y=-a^{x-1}+b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $y=4$ 이므로 $b=4$

즉, 함수 $y=-a^{x-1}+4$ 의 그래프가 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로 $0=-a^{-2}+4, a^2=\frac{1}{4}$

$$\therefore a=\frac{1}{2} \quad (\because a>0)$$

22) $a=-2, b=2$

\Rightarrow 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+a}+2$ 의 그래프가 점근선의 방정식이 $y=2$ 이므로 $b=2$

즉, 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+a}+2$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을

$$\text{지나므로 } 6=\left(\frac{1}{2}\right)^a+2 \therefore a=-2$$

23) $a=\frac{1}{2}, b=-3$

24) $a=1, b=1$

\Rightarrow 함수 $y=-2^{x+a}-b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$y=-1 \text{ 이므로}$$

$$-b=-1 \therefore b=1$$

즉, 함수 $y=-2^{x+a}-1$ 의 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로

$$-3=-2^a-1 \therefore a=1$$

25) $a=\frac{1}{2}, b=-2$

\Rightarrow 함수 $y=4^{x-a}+b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $y=-2$ 이므로 $b=-2$

즉, 함수 $y=4^{x-a}-2$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지

$$\text{나므로 } 0=4^{1-a}-2 \therefore a=\frac{1}{2}$$

26) $a=2, b=1, c=-6$

27) $a=-\log_2 14, b=5, c=6$

$\Rightarrow y=14 \times 2^x+5=2^{x-a}+b$ 에서 $b=5$ 이고,

$$2^{-a}=14 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a=-\log_2 14$$

$$\therefore 14 \times 2^a+b=14 \times 14^{-1}+5=1+5=6$$

28) $-\frac{3}{2}$

29) 0

\Rightarrow 함수 $y=2^{x-1}-1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프의 식은

$$y=2^{(x-a)-1}-1+b \therefore y=2^{x-1-a}-1+b$$

이 함수의 그래프가 함수 $y=2^x$ 의 그래프와 일치하므로 $-1-a=0, -1+b=0$

$$\therefore a=-1, b=1$$

$$\therefore a+b=0$$

30) $1+\log_4 3$

31) $\log_4 \frac{4}{3}$

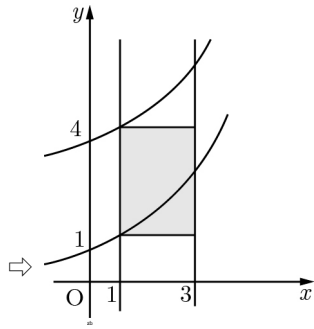
$\Rightarrow y=2^{2x}=4^x$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행 이동시키면

$$y=4^{(x-m)}+n=12 \times 4^x-2 \text{ 와 같으므로}$$

$$4^{-m}=12 \therefore -m=\log_4 12, n=-2$$

$$\therefore m-n=-\log_4 12+2=\log_4 \frac{16}{12}=\log_4 \frac{4}{3}$$

32) 6



두 함수는 평행이동으로 겹쳐지는 관계이므로 둘러싸인 도형의 넓이는 그림에서 직사각형 넓이와 같다.

즉, $2 \times 3 = 6$

33) 9

⇒ $y = 8 \cdot 2^x = 2^{x+3}$ 의 그래프는 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 구하려는 도형의 넓이는 가로의 길이가 3, 세로의 길이가 3인 직사각형의 넓이와 같으므로 도형의 넓이는 $3 \times 3 = 9$

34) ○

35) ×

⇒ 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 1$ 의 그래프는 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소한다.

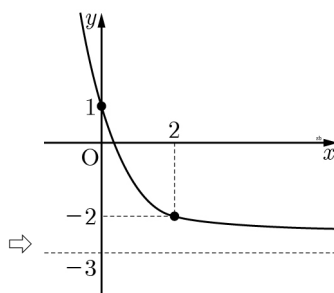
36) ○

⇒ $\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2} + 1 = 2 + 1 = 3$ 이므로 점 $(1, 3)$ 을 지난다.

37) ×

⇒ 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 1$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $y = 1$ 이다.

38) ○



점근선은 $y = -3$ 이다.

39) ×

⇒ 치역은 $\{y \mid y > -3\}$ 이다.

40) ○

41) ×

⇒ x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

42) ×

⇒ $y = 2^{-(x-2)} - 3$ 이므로 $y = 2^{-x}$ 를 x 축으로 2만큼 이동하고, y 축 방향으로 -3 만큼 이동한다.

43) x 축 : $y = 2^x$, y 축 : $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$, 원점 : $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

⇒ $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = -2^x$ 이므로

x 축 : $y = 2^x$, y 축 : $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$, 원점 : $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

44) x 축 : $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$, y 축 : $y = 3^x$,

원점 : $y = -3^x$

⇒ $3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 이므로

x 축 : $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$, y 축 : $y = 3^x$, 원점 : $y = -3^x$

45) x 축 : $y = 4^x$, y 축 : $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$,

원점 : $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

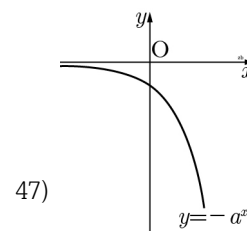
⇒ x 축 : $y = 4^x$, y 축 : $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$, 원점 : $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

46) x 축 : $y = -5^x$, y 축 : $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$,

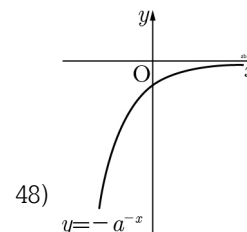
원점 : $y = -\left(\frac{1}{5}\right)^x$

⇒ x 축 : $y = -5^x$, y 축 : $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$,

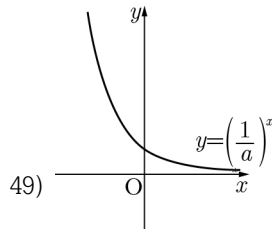
원점 : $y = -\left(\frac{1}{5}\right)^x$



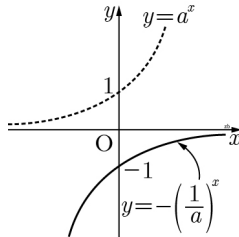
47)



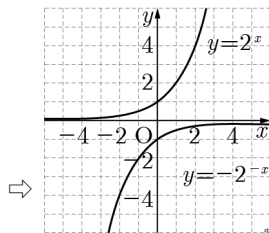
48)



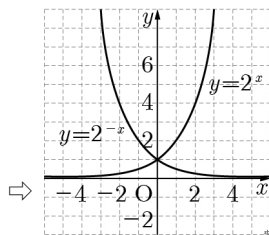
50)



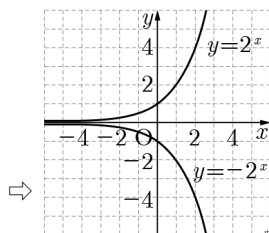
⇒ $y = -\left(\frac{1}{a}\right)^x = -a^{-x}$ 의 그래프는 $y = a^x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

51) $y = -2^{-x}$ 

지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y = 2^{-x}$, 즉 $y = -2^{-x}$ 이다.

52) $y = 2^{-x}$ 

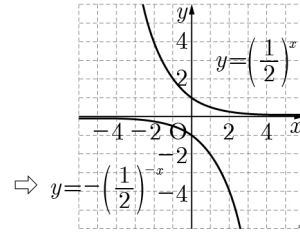
지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = 2^{-x}$ 이다.

53) $y = -2^x$ 

지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이

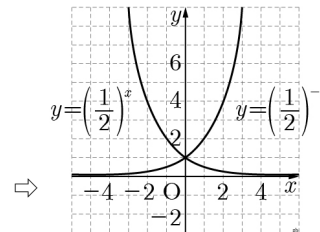
동한 그래프의 식은 $-y = 2^x$, 즉 $y = -2^x$ 이다.

54) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$



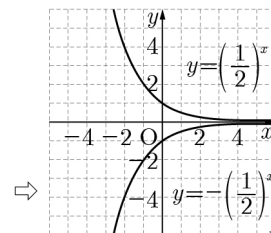
지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$, 즉 $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ 이다.

55) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$



지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ 이다.

56) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$



지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, 즉 $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이다.

57) ○

⇒ $y = \sqrt{3} \times 3^x = 3^{x + \frac{1}{2}}$ 이므로 지수함수 $y = \sqrt{3} \times 3^x$ 의 그래프는 $y = 3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동한 것이다.

58) ×

⇒ $y = 3^{2x+6} = 3^{2(x+3)}$ 이므로 지수함수 $y = 3^{2x+6}$ 의 그래프는 $y = 3^x$ 의 그래프를 평행이동하거나 대칭이동하여도 겹칠 수 없다.

59) ○

⇒ $y = \frac{1}{3^x} + 2 = 3^{-x} + 2$ 이므로 지수함수 $y = \frac{1}{3^x} + 2$ 의 그래프는 $y = 3^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

60) ×

⇒ $y = 9 \times (\sqrt{3})^x - 1 = 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}x} - 1 = 3^{\frac{1}{2}x+2} - 1$ 이므로 지수함수 $y = 9 \times (\sqrt{3})^x - 1$ 의 그래프는 $y = 3^x$ 의 그래프를 평행이동하거나 대칭이동하여도 겹칠 수 없다.

61) ×

⇒ $y = \sqrt{9^x} + 1 = 3^x + 1$ 에서 함수 $y = \sqrt{9^x} + 1$ 의 그래프는 함수 $y = 3^x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y = 9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

62) ○

⇒ $y = \frac{1}{3^{2x}} = \frac{1}{(3^2)^x} = \frac{1}{9^x} = 9^{-x}$ 에서 함수의 그래프는 함수 $y = 9^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭 이동한 것이므로 대칭 이동하여 함수 $y = 9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

63) ○

⇒ $y = 3 \cdot 9^x = 9^{\frac{1}{2}} \cdot 9^x = 9^{x+\frac{1}{2}}$ 에서 함수 $y = 3 \cdot 9^x$ 의 그래프는 함수 $y = 9^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동하여 함수 $y = 9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

64) ×

⇒ $y = 9^{2x+3} = 9^{2(x+\frac{3}{2})} = 81^{x+\frac{3}{2}}$ 에서 함수 $y = 9^{2x+3}$ 의 그래프는 함수 $y = 81^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y = 9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

65) ○

⇒ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} = 4^{-\left(x-\frac{3}{2}\right)}$ 이므로 평행이동, 대칭이동하여 겹칠 수 있다.

66) ○

⇒ $y = (2\sqrt{2})^{\frac{4}{3}x} - 2 = 4^x - 2$ 이므로 평행이동 하여 $y = 4^x$ 와 겹칠 수 있다.

67) ×

68) ○

⇒ $y = \left(\frac{1}{16}\right)^{0.5x-3} = 4^{-(x-6)}$ 이므로 평행이동, 대칭이동하여 겹칠 수 있다.

69) ×

⇒ $y = 5^{2x-4} = 5^{2(x-2)} = 25^{x-2}$ 에서 함수의 그래프는 함수 $y = 25^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동 또는 대칭 이동하여 함수 $y = 5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

70) ○

⇒ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^{-x}$ 에서 함수 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 의 그래프는 함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭 이동한 것이므로 대칭 이동하여 함수 $y = 5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

71) ○

⇒ 함수 $y = 5^{x-1} + 2$ 의 그래프는 함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동하여 함수 $y = 5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

72) ○

⇒ $y = \frac{5^x}{25} = \frac{5^x}{5^2} = 5^{x-2}$ 에서 함수 $y = \frac{5^x}{25}$ 의 그래프는 함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행 이동한 것이므로 평행 이동하여 함수 $y = 5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

73) $y = 2^{-x+3} + 1$

⇒ 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면
 $y - 1 = 2^{x+3} \quad \therefore y = 2^{x+3} + 1$
 지수함수 $y = 2^{x+3} + 1$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = 2^{-x+3} + 1$

74) $\frac{1}{4}$

⇒ 주어진 함수를 대칭이동과 평행이동을 각각하면
 $y = -a^{x-2} + 2$ 가 되고 $(1, -2)$ 를 지나니
 $-2 = -a^{-1} + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$

75) $\sqrt{3}$

76) $y = -2^{1+x} + 2$

⇒ $y = 2^{2-x} + 1$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동

$$\rightarrow y = 2^{2-(x+1)} + 1 - 3 \quad \therefore y = 2^{1-x} - 2$$

원점에 대하여 대칭 이동

$$\rightarrow -y = 2^{1-(-x)} - 2 \quad \therefore y = -2^{1+x} + 2$$

77) 40

78) $y = -5^{-x+1} - 4$

⇒ $y = -5^x$ 를 y 축에 대하여 대칭 이동

$y = -5^{-x}$ 를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행 이동

$$\rightarrow y = -5^{-(x-1)} - 4 \quad \therefore y = -5^{-x+1} - 4$$

79) $y = -2^{-x-3} + 2$

⇒ $y = 2^{-x}$ 를 x 축에 대하여 대칭 이동

$$\rightarrow -y = 2^{-x} \quad \therefore y = -2^{-x}$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행 이동

$$\rightarrow y = -2^{-(x+3)} + 2 \quad \therefore y = -2^{-x-3} + 2$$

80) $\frac{1}{2}$

⇒ 지수함수 $y = a^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y - 3 = a^{x-2}$$

$y - 3 = a^{x-2}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y - 3 = a^{x-2} \quad \therefore y = -a^{x-2} - 3$

이 그래프가 점 $(1, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = -a^{1-2} - 3 \quad \therefore a^{-1} = 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

81) $y = -3^{x-3} + 1$

⇒ $y = 3^{x-1} + 2$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동

$$\rightarrow y = 3^{(x-2)-1} + 2 - 3 \quad \therefore y = 3^{x-3} - 1$$

x 축에 대하여 대칭 이동

$$\rightarrow -y = 3^{x-3} - 1 \quad \therefore y = -3^{x-3} + 1$$

82) 14

⇒ 함수 $y = 2^x + a$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식은 $y = 2^{-x} + a$

이 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 2^{-1} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

한편, 함수 $y = 2^x + a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼 평행 이동한 그래프의 식은

$$y = 2^{x-b} + a \quad \therefore y = 2^{x-b} + \frac{7}{2}$$

이 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 2^{1-b} + \frac{7}{2}, \quad \frac{1}{2} = 2^{1-b}$$

$$-1 = 1 - b \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore 2ab = 14$$