

2019년 포곡고 수학(하) 중간고사

1. 집합 $A = \{1, 4, 8, 11\}$ 에 대해 옳은 것은? [3.6점]

- ① $\{1\} \in A$
- ② $n(A) = 5$
- ③ A 의 부분집합의 개수는 15개다.
- ④ $\{1, 4, 8, 11\}$ 은 A 의 진부분집합이다.
- ⑤ A 는 $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 와 서로소 이다.

2. 점 $(-2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 점 $(1, b)$ 로 옮겨졌다. 이 때, 실수 a, b 에 대한 $a+b$ 의 값은? [3.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 점 $(1, -2)$ 와 직선 $x - ay - 2 = 0$ 사이의 거리가 2일 때, 실수 a 의 값은? [3.8점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

4. <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 모두 고른 것은? [3.8점]

<보기>

ㄱ. 어떤 자연수 x 에 대하여 $x \leq 1$ 이다.
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)^2 > 4x+4$ 이다.
 ㄷ. $x-y$ 가 유리수이면 x, y 는 모두 유리수이다.
 ㄹ. $xy=0$ 이면 $x=0$ 또는 $y=0$ 이다.

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

5. 두 집합 $A = \{a-1, 4, 5\}$, $B = \{2a-1, 2, 4\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 가 성립할 때, 정수 a 의 값은? [3.9점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 두 직선 $\sqrt{3}x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는? [3.9점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ 3

7. 두 점 $A(-1, 1)$, $B(3, 5)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식이 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 실수이다.) [4.0점]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 36

8. 방정식 $x^2 + y^2 - 2ax - 6ay + 9a^2 + 2a + 3 = 0$ 이 원이 되도록 하는 실수 a 값이 아닌 것은? [4.0점]

- ① -5 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

9. 원 $x^2 + y^2 = 3$ 와 직선 $y = x + k$ 이 만날 때, 정수 k 의 최댓값은? [4.0점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

10. y 절편이 2인 직선이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접할 때, 이 직선의 기울기의 합은? [4.1점]

- ① -3 ② -2 ③ $-\sqrt{2}$ ④ 0 ⑤ 1

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대해 $n(U) = 50$, $n(A) = 15$, $n(B) = 36$, $A \subset B$ 일 때, 옳은 것은? [4.1점]

- ① $n(A - B) = 21$ ② $n(A \cup B^c) = 29$ ③ $n(B - A) = 36$
 ④ $n(A^c \cup B^c) = 14$ ⑤ $n(A^c \cap B^c) = 35$

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 5\}$ 에 대하여, $X \cup A = X - B$ 를 만족시키는 집합 U 의 두 부분집합 X 의 개수는? [4.2점]

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

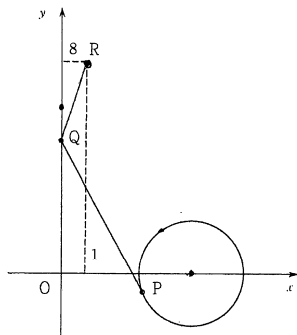
13. 두 조건 ' $p: a < x < 2$ ', ' $q: x^2 - x - 6 > 0$ '에서 조건 $\sim q$ 가 조건 p 이기 위한 필요조건일 때, 실수 a 의 최솟값은? (단, $a < 2$) [4.2점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

14. 원 $(x-a)^2 + (y+b)^2 = 5$ 를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동 하였더니 직선 $2x - y + 3 = 0$ 에 접하였다. 이 때, $2a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이다.) [4.4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

15. 그림과 같이 원 $(x-5)^2 + y^2 = 4$ 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 하자. 점 R 의 좌표가 $(1, 8)$ 일 때, $\overline{PQ} + \overline{QR}$ 의 최솟값이 a 이고, $\overline{PQ} + \overline{QR}$ 이 최소가 되게 하는 점 Q 의 좌표가 $(0, b)$ 이다. 이 때, 실수 a, b 에 대한 $a-b$ 의 값은? [4.4점]



① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

16. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(a, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 b 일 때, ab 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

17. 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동 하였더니 원 $x^2 + y^2 - 2kx + 8y + k^2 + 12 = 0$ 의 넓이를 이등분 하였다. 이 때, 실수 k 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

18. 어느 반에서 방과후 학교 수업을 희망하는 학생 수를 조사하였더니 수학 과목, 영어 과목을 신청한 학생이 각각 18명, 14명, 두 과목 중 어느 한 과목도 신청하지 않은 학생이 11명이었다. 두 과목 중 한 과목만 신청한 학생이 8명이었을 때, 이 반 전체 학생 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

19. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. [8.0점]

명제 ' $x=2$ 이면 $x+3=5$ 이다.'에서
두 조건 ' $x=2$ ', ' $x+3=5$ '를 각각 p, q 라 하면
이 명제는 ' p 이면 q 이다.' 꼴이다.
이 때, 명제 ' p 이면 q 이다.'를 기호로 나타내면 $p \rightarrow q$ 이고,
 p 를 (①), q 를 (②)이라고 한다.

- (1) ①, ②에 들어갈 알맞은 말을 각각 쓰시오. [1.0점]

- (2) 명제 '두 홀수의 합은 짝수이다.'를 명제 ' p 이면 q 이다.' 꼴로 나타내고, 역과 대우를 서술하시오. [3.0점]

- (3) 명제 '두 홀수의 합은 짝수이다.'를 증명하시오. [4.0점]

20. 점 $(1, 1)$ 를 지나는 원 $x^2 + y^2 + ax + by - 4 = 0$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, 이 원이 y 축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, a, b 는 실수이고 $a < 0$ 이다.) [9.0점]

1) ⑤

2) ④

3) ②

4) ①

5) ②

6) ⑤

7) ③

8) ③

9) ①

10) ④

11) ②

12) ②

13) ②

14) ③

15) ⑤

16) $-\frac{1}{2}$

17) $-\frac{5}{2}$

18) 31

19) (1) 가정, 결론

(2) 명제 : a 와 b 가 홀수이면, $a+b$ 는 짝수이다.

역 : $a+b$ 가 짝수이면, a 와 b 는 홀수이다.

대우 : $a+b$ 가 홀수이면, a 또는 b 는 짝수이다.

20) $4\sqrt{2}$