

2020학년도 2학기 1차 지필평가 (수학)과

2020년 10월 22일 2교시 1학년 (1~8)반 (8)학급

과목코드 (02)

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 **●**와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 20문항(85점), 논술형: 3문항(15점), • 총점: 100점

1. 집합이 **아닌** 것은? [3.6점]

- ① 유리수의 모임
- ② 4의 배수의 모임
- ③ 이차방정식 $x^2 = 4$ 의 해의 모임
- ④ 우리 반에서 안경을 쓰지 않은 학생의 모임
- ⑤ 인구가 적은 도시의 모임 **X**

2. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.0점]

< 보 기 >

- ㄱ. $\emptyset \in A$ **X**
- ㄴ. 두 집합 A와 B는 서로소이다. **○**
- ㄷ. 집합 A의 진부분집합의 개수는 15개이다. **○**

- ① ㄱ
 - ② ㄴ
 - ③ ㄷ
 - ④ ㄱ, ㄷ
 - ⑤ ㄴ, ㄷ **✓**
- $2^4 = 16$
 $16 - 1 = 15$

3. 자연수 a, b 에 대하여 두 집합 $A = \{a^2, 9\}$, $B = \{4, b^2\}$ 가 서로 같을 때, $a+b$ 의 값은? [3.9점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5 **○**
- ⑤ 6

$$\begin{aligned} a^2 &= 4 \\ a &= 2 \\ b^2 &= 9 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 4 \\ a &= 2 \\ b^2 &= 9 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 4 \\ a &= 2 \\ b^2 &= 9 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

4. 어느 학교 학생 30 명을 대상으로 학교 안전 홍보물을 제작하기 위하여 두 가지 안 A, B에 대해 선호도 조사를 했더니 A안을 택한 학생은 20명, B안을 택한 학생은 15명이었다. A안과 B안을 **모두 택한** 학생 수의 최댓값과 최솟값의 합은? [4.5점]

- ① 5
- ② 10
- ③ 15
- ④ 20 **○**
- ⑤ 25

$$\begin{aligned} A &= 20 \\ B &= 15 \end{aligned}$$

$$A \cap B =$$

$$30 = 20 + 15 - 5$$

$$\begin{aligned} A &= 20 \\ B &= 15 \end{aligned}$$

$$30 = 35 - x$$

$$30 = 20 + 15 - x$$

$$\begin{aligned} 15 + 15 &= 20 \\ 30 &= 35 - x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

5. 세 집합 A, B, C에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, $A \cup C = \{3, 4, 5\}$ 일 때, $A \cup (B \cap C)$ 는? [4.2점]

- ① {3}
- ② {2, 4}
- ③ {1, 3, 5}
- ④ {1, 2, 4, 5}
- ⑤ {1, 2, 3, 4, 5}

$$(A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4, 5\}$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4, 5\}$$

$$\{3\}$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(B-A) \cup (A \cup B)^c$ 와 같은 집합은? [4.4점]

- ① A ② A^c ③ $A-B$ ④ $B-A$ ⑤ $A \cup B$

$$\begin{aligned} (B \cap A^c) \cup (A^c \cap B^c) \\ (B \cup B^c) \cap A^c \\ \sqcup \cap A^c \\ = A^c \end{aligned}$$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U)=30$, $n(A)=15$, $n(B)=10$, $n(A^c \cap B^c)=10$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$$= [A \cup B]^c \quad A \cup B = 20 \quad [4.3점]$$

$$(A \cup B)^c = U - A \cup B$$

$$20 = 30 -$$

$$20 = 25 - 5$$

8. 참인 명제는? [3.8점]

- ① 인생은 아름답다.
② x 는 10의 약수이다.
③ 7은 소수이다. \bigcirc
④ 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + 3 < 0$ 이다.
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 1 > 0$ 이다.

9. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 반드시 참인 것은? [4.1점]

- ① $p \rightarrow q$
② $p \rightarrow \sim q$
③ $q \rightarrow p$
④ $\sim q \rightarrow p$
⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

$$q \rightarrow \sim p$$

$$p \rightarrow \sim q$$

$$q \rightarrow \sim p$$

$$p \rightarrow \sim q$$

10. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 옳은 것은? [4.4점]

- ① $P \cup Q = Q$ 이면 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이다. \times
② 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $Q \subset P$ 이다. \times
③ $P - Q = \emptyset$ 이면 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이다. \bigcirc
④ $P \neq U$ 이면 '모든 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.
⑤ $P = \emptyset$ 이면 '어떤 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.

$$P - Q = \emptyset$$

$$P \subset Q \quad P - Q$$

11. 두 조건 p, q 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.2점]

$p: x$ 는 12의 약수이다. $q: x$ 는 4의 약수이다.

- ① p 의 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$ 이다. \times
② q 의 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$ 이다. \bigcirc
③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다. \times
④ 명제 ' p 이면 q 이다'는 참이다. \times
⑤ q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다. \times

$$p(-4) = x^2 - 8x + 16$$

$$x(x^2 - 4x + 16)$$

12. 두 조건 p, q 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.3점]

$$p : x^2 - 8x + 16 = 0 \quad q : x^3 - 8x^2 + 16x = 0$$

- ① p 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다. ~~X~~
- ② q 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다. ~~X~~
- ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다. ~~X~~
- ④ p 는 q 이기 위한 충분조건이다. ~~X~~
- ⑤ q 는 p 이기 위한 충분조건이다. ~~X~~

$$p \rightarrow q$$

$$p \subset q$$

$$q \subset p$$

13. 실수 a, b, c 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

< 보 기 >

ㄱ. $ac=bc$ 이면 $a=b$ 이다. ~~X~~

ㄴ. $a=0, b=0$ 은 $a+b\sqrt{2}=0$ 이기 위한 필요충분조건이다. ~~X~~

ㄷ. $|a+b|=|a|+|b|$ 은 $ab=0$ 이기 위한 필요조건이다. ~~X~~

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

$$ab=0 \rightarrow |a+b|=|a|+|b|$$

$$ab \geq 0$$

14. 양수 a, b 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 각각 다음과 같다.

$$p : x^2 < a \quad q : x^2 - 4 < 3x \quad r : x + b \geq 0$$

p 는 q 이기 위한 필요조건이고, q 는 r 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 합은? [4.7점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 16 ⑤ 17

$q \rightarrow p : -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$

$q \rightarrow r : x \geq -b$

$\sqrt{a} \geq 4$

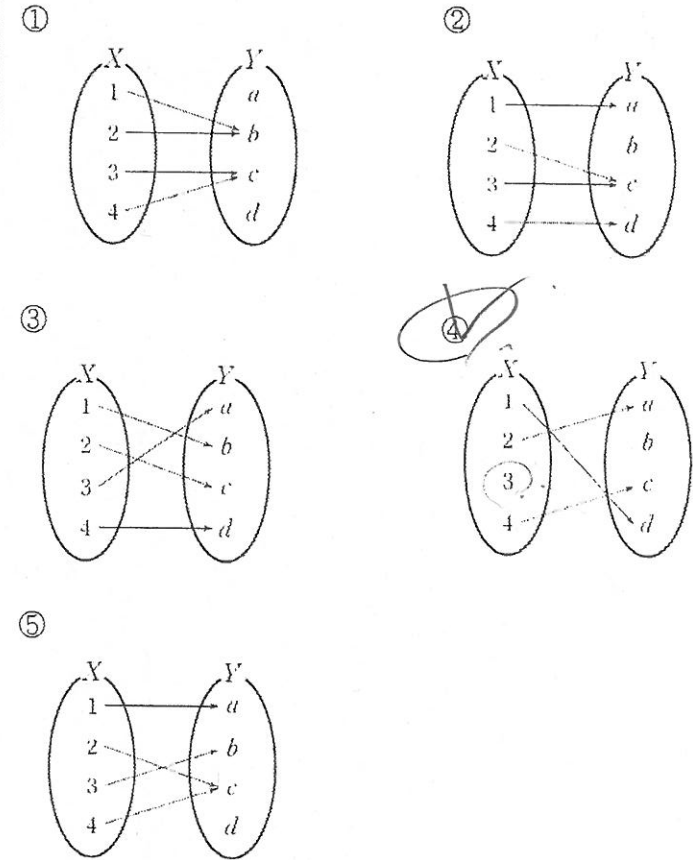
$-b \leq -1$

$a \geq 16$

$b \geq 1$

$a+b \geq 17$

15. 다음 대응 중에서 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 아닌 것은? [3.7점]



16. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합일 때, 일대일 함수를 <보기>에서 모두 고른 것은? [4.0점]

< 보 기 >

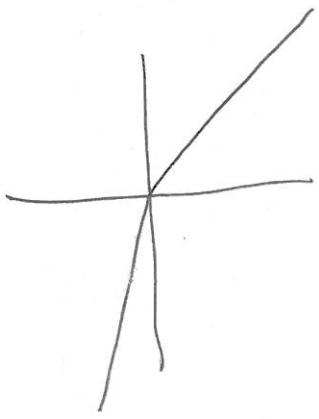
ㄱ. $y = 3x + 1$ ~~X~~

ㄴ. $y = -x^2 + 2$ ~~X~~

ㄷ. $y = |x|$ ~~X~~

ㄹ. $y = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ 2x & (x < 0) \end{cases}$ ~~X~~

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄷ
- ③ ㄱ, ㄹ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄷ, ㄹ



17. 일차함수 f 에 대하여 $f^{-1}(3)=2$, $(f \circ f)(2)=4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(2)=3$ $f(3)=4$
 $f(f(2))=4$
 $f(3)=4$
 $f(2)=3$
 $f(1)=2$
 $f(x)=x+1$
 $f(1)=2$

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f(2x-1)=6x+4$ 가 성립할 때, 역함수는 $f^{-1}(x)=ax+b$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.6점]

- ① $-\frac{13}{3}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 5

$f(2x-1)=6x+4$
 $2x-1=t$
 $2x=t+1$
 $x=\frac{t+1}{2}$
 $f(t)=3t+7$
 $f^{-1}(x)=\frac{1}{3}x-\frac{7}{3}$
 $a=\frac{1}{3}, b=-\frac{7}{3}$
 $a+b=-2$

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=x|x|+a$ 와 그 역함수 f^{-1} 에 대하여 $f^{-1}(1)=-3$ 일 때, $(f \circ f)^{-1}(14)$ 의 값은? [4.9점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 0 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

$f(x)=x|x|+a$
 $f^{-1}(1)=-3$
 $f(-3)=1$
 $-9+a=1$
 $a=10$
 $f(x)=x|x|+10$
 $f^{-1}(14)=k$
 $f(k)=14$
 $k|k|+10=14$
 $k|k|=4$
 $k=2$
 $f^{-1}(14)=2$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수 $f(x)=|x|$, $g(x)=x^2-2x$, $h(x)=-x^2+kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

- < 보 기 >
 ㄱ. $(f \circ g)(1)=1$ ㄴ. 함수 $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프는 #축에 대하여 대칭이다. ㄷ. 함수 $y=(g \circ f)(x)+h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는 5이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$f(x)=|x|$
 $g(x)=x^2-2x$
 $h(x)=-x^2+kx$
 $(f \circ g)(1)=|1|=1$
 $y=(f \circ g)(x)=|x^2-2x|$
 $y=(g \circ f)(x)+h(x)=|x|^2-2|x|+k|x|$
 $y=x^2-2|x|+k|x|$
 $y=x^2-2|x|+k|x|$
 $y=x^2-2|x|+k|x|$

논술형

[논술형 1] 다음 물음에 답하시오. [총 4점]

(1) 명제 'ab=0 이면 a=0 또는 b=0 이다.'의 역을 구하시오. (2점)

a<0 또는 b=0이면 ab=0 이다.

(2) 명제 'ab=0 이면 a=0 또는 b=0 이다.'의 대우를 구하시오. (2점)

a≠0 그리고 b≠0이면 ab≠0 이다.

[논술형 2] a>2 일 때, $2a + \frac{8}{a-2}$ 의 최솟값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [5점]

a-2>0.

$$2(a-2) + \frac{8}{a-2} + 4 \quad a-2>0 \text{ 이므로}$$

산술평균, 기하평균에 의해

$$2(a-2) + \frac{8}{a-2} + 4 \geq 2\sqrt{2(a-2) \times \frac{8}{a-2}} + 4$$

$$= 12$$

최솟값은 12이다.

[논술형 3] 실수 a, b에 대하여 부등식 $|a| - |b| \leq |a-b|$ 이 성립함을 증명하고 등호가 성립할 조건을 논술하시오. [6점]

(i) $|a| < |b|$ 일 경우.

$$|a| - |b| < 0 \text{ 이고 } |a-b| \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$|a| - |b| < |a-b| \text{ 이다.}$$

(ii) $|a| \geq |b|$ 일 경우.

$$|a| - |b| \geq 0, |a-b| \geq 0$$

$$|a-b|^2 - (|a| - |b|)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2|a||b| - b^2$$

$$= 2(|ab| - ab)$$

$$|ab| \geq ab \text{ 이므로}$$

$$(|a| - |b|)^2 \leq |a-b|^2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } |a| - |b| \leq |a-b|$$

등호는 $|ab|=ab$ 즉, $ab \geq 0, |a| \geq |b|$ 일 때 성립함

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.