

2021년 포곡고 수학2 기말고사

1. 함수 $f(x) = x^3 - 12x + 36$ 이 감소하는 구간은? [4.4점]

- ① $[-1, 3]$ ② $[-2, 2]$ ③ $[-3, 1]$ ④ $[-4, 0]$ ⑤ $[-5, -1]$

2. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서 속도가 $v(t) = t^2 - 3t$ 일 때, 점 P 의 가속도가 3인 시각은? [4.4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 부정적분을 바르게 한 것은? (단, C 는 적분상수이다.) [4.4점]

- ① $\int 3dx = 3$ ② $\int xdx = 2x^2 + C$ ③ $\int x^2dx = 3x^2 + C$
④ $\int x^3dx = \frac{1}{4}x^4 + C$ ⑤ $\int x^4dx = \frac{1}{4}x^5 + C$

4. 함수 $f'(x) = 10x^9 - 9x^8 + 8x^7 - \dots + 2x - 1$ 을 만족시키고 $f(1) = 2$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 10 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 두 곡선 $y = x^2, y = -x^2 + 4x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.5점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

6. 지면에서 $30m/s$ 의 속도로 지면과 수직하게 위로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이를 xm 라고 하면, $x = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다고 한다. 물 로켓이 도달한 최고 높이는? [4.6점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

7. 곡선 $y = x^2 + x$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -1, x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.6점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

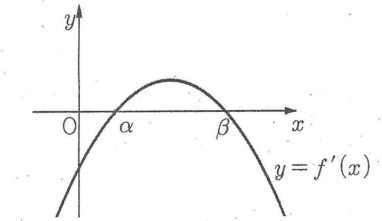
8. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5$ 가 $x \geq 0$ 일 때, 부등식 $f(x) \geq k$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 최댓값과 같은 함수값은? [4.7점]

- ① $f(1)$ ② $f(2)$ ③ $f(3)$ ④ $f(4)$ ⑤ $f(5)$

9. 일차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 xf(x)dx = 4, \int_{-1}^1 f(x)dx = -16$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4.7점]

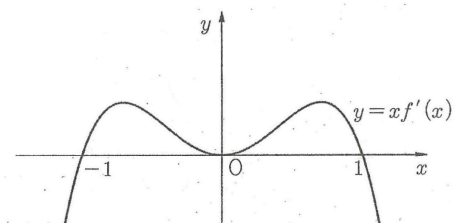
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

10. 함수 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수 $y = f(x)$ 의 극솟값이 양수일 때, $\frac{|a|}{a} + \frac{2|b|}{b} + \frac{3|c|}{c}$ 의 값은? (단, a, b, c 는 0이 아닌 상수이다.) [4.7점]



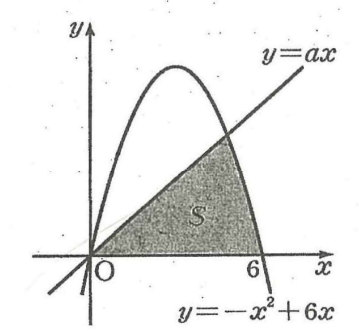
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 최고차항의 계수가 -1 인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 함수 $y = xf'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $f(0) = 0$ 이면 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는? (단, $f'(-1) = f'(0) = f'(1) = 0$) [4.8점]



- ① 네 개 ② 세 개 ③ 두 개
④ 한 개 ⑤ 실근이 존재하지 않는다.

12. 그림에서 직선 $y=ax$, 곡선 $y=-x^2+6x$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S 의 값이 $\frac{76}{3}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 6$ 이다.) [4.8점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 아래 조건을 만족할 때, $f(-1)$ 의 값은? [4.9점]

(가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 $-2, 0, 3$ 뿐이다.
(나) 함수 $y=f(x)$ $x=\alpha, x=\beta, x=\gamma$ 에서 극값을 가질 때, $\alpha\beta\gamma > 0$ 을 만족한다. (단, α, β, γ 는 서로 다른 실수이다.)

- ① -16 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 16

14. 함수 $f(x)=2x^3-3kx^2+k$ 에 대하여 방정식 $|f(x)|=6$ 이 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 자연수 k 값들의 합은? [4.9점]

- ① 9 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 18

15. 최고차항의 계수가 양수인 삼차다항식 $f(x)$ 가 다음을 만족한다.

- 방정식 $f'(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근 a, b 를 갖는다. (단, $a < b$)
- 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근 c, d, e 를 갖는다. (단, $c < d < e$)
- $|f(a)|=|f(0)| < |f(b)|, f'(0) < 0$ 을 만족한다.

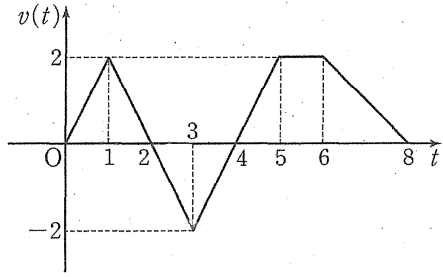
$c \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 모두 고른 것은? [5.0점]

<보기>

- ㄱ. $\int_0^a g(t)dt = af(a)$
 ㄴ. $\int_0^b g(t)dt = bf(b)$
 ㄷ. $f(b) = -\frac{1}{e-b} \int_b^e g(t)dt$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수직선 위를 움직이는 점 P 는 좌표가 1인 점에서 출발하며, 시간 t 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 수직선 위의 점 Q 는 좌표가 k 인 점에서 움직이지 않을 때, 시간 $t=0$ 에서 $t=8$ 까지 두 점 P, Q 가 두 번 이상 만나기 위한 상수 k 의 최댓값은? [5.0점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시간 t 에서의 속도가 다음과 같을 때, 출발해서 시간 $t=2$ 까지 점 P 가 움직인 거리는? [5.1점]

함수 $f(x) = \sqrt{x-1}+1$ 와 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여

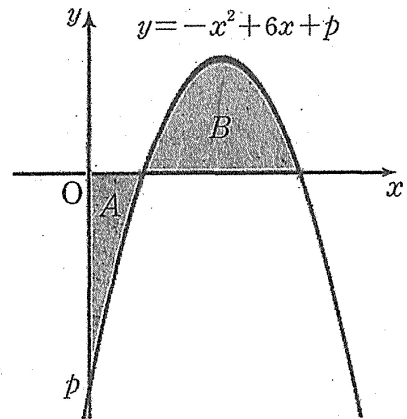
$$v(t) = \int_1^{t^2+1} f(x)dx + \int_1^{f(t^2+1)} g(x)dx - 3$$
이다.

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

[논술형1] 실수전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = x^3 - kx^2 + 3x + 5$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 k 값의 범위를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6.0점]

[논술형2] 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x) = xf(x) - 4x^3 + 3x^2$ 이 성립하고 $F(2) = 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

[논술형3] 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 6x + p$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 각각 A, B 라고 할 때, $A:B=1:2$ 이다. 이때 상수 p 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]



-
- 1) ②
 - 2) ③
 - 3) ④
 - 4) ②
 - 5) ①
 - 6) ⑤
 - 7) ③
 - 8) ②
 - 9) ①
 - 10) ⑤
 - 11) ①
 - 12) ②
 - 13) ④
 - 14) ②
 - 15) ④
 - 16) ②
 - 17) ④
 - 18) [논술형1] $-3 \leq k \leq 3$
 - 19) [논술형2] $f(x) = 6x^2 - 6x - 2$
 - 20) [논술형3] -6