

2021학년도 2학기 1차 지필평가 (수학 II)과

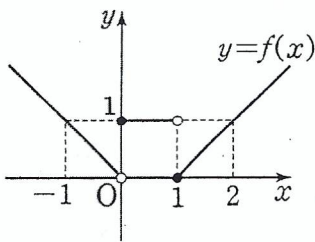
2021년 10월 8일 4교시 2학년 (1~8)반 (8)학급

과목코드 (02)

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 20문항(90점), 논술형: 3문항(10점), • 총점: 100점

1. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ 의 값은? [4.2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 등식 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 2x} = 3$ 이 성립하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [4.4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ 의 값은? [4.5점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 좌표평면 위의 점 $O(0, 0)$, $A(-2, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(0, -2)$, $D(0, 2)$ 과 점 $P(t, 0)$ ($t > 0$)에 대하여 직선 l 이 정사각형 $OABC$ 의 넓이와 직각삼각형 DOP 의 넓이를 각각 이등분한다. 양의 실수 t 에 대하여 직선 l 의 기울기를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0+} f(t)$ 의 값은?

[4.9점]

- ① $2-\sqrt{2}$ ② $3-\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2+\sqrt{2}$ ⑤ $3+\sqrt{2}$

5. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$x+1 < f(x) < x+2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{x^2+2}$ 의 값은?

[4.4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4.6점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

7. 두 함수 $f(x)=x-2$, $g(x)=x^2+2$ 에 대하여 다음 함수 중 모든 실수에서 연속인 함수가 아닌 것은? (단, $f(x)$ 의 치역은 $g(x)$ 의 정의역에 포함된다.) [4.1점]

- ① $f(x)-g(x)$ ② $f(x)g(x)$ ③ $2g(f(x))$
 ④ $\frac{f(x)}{g(x)}$ ⑤ $\frac{g(x)}{f(x)}$

8. 좌표평면에 세 점 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(0, \sqrt{2})$ 가 있다. 점 O 를 중심으로 하는 원 C 의 반지름의 길이가 t 일 때, 삼각형 ABP 의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P 의 개수를 함수 $f(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 P 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [4.8점]

ㄱ. $f(1)=4$

ㄴ. $a>0$ 인 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a^-} f(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$ 를 만족

하는 a 는 자연수이다.

ㄷ. $a>0$ 인 실수 a 에 대하여 $2f(a) = \lim_{t \rightarrow a^-} f(t) + \lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$

이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)=a$, $f(1)=a-4$ 일 때 방정식 $f(x)=3$ 의 실근이 열린구간 $(0, 1)$ 에 적어도 하나 존재하도록 하는 정수 a 를 모두 더한 값은? [4.7점]

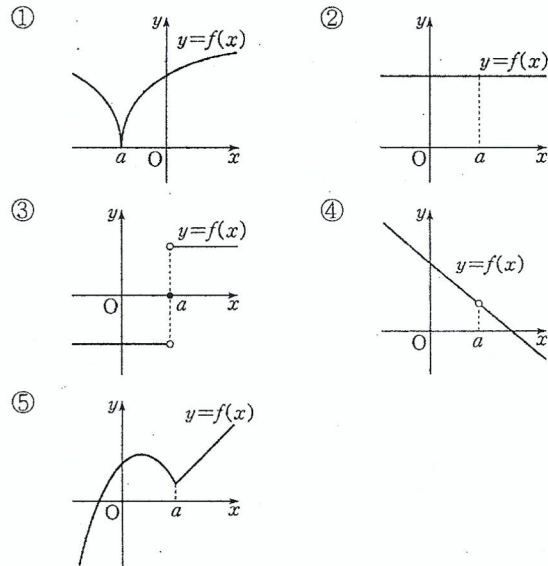
- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 22 ⑤ 25

10. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(3)=4$ 일 때 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h)-f(3)}{h}$ 의 값은?

[4.3점]

- ① -12 ② -10 ③ 4 ④ 10 ⑤ 12

11. 다음 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 중 $x=a$ 에서 미분가능한 것은? [4.0점]



12. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3-x & (x \leq 1) \\ ax^2+b & (x > 1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은? [4.5점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 두 함수 $f(x)=x^3+2x+3, g(x)=x^2+x$ 에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 일 때, $h'(0)$ 의 값은? [4.3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

14. 함수 $f(x)=x(x^2+ax+a)$ 가 역함수를 갖도록 하는 정수 a 를 모두 더한 값은? [4.7점]

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 10 ⑤ 15

15. 0이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수 $f(x)=-x^3+9x,$

$$g(x)=\begin{cases} mx-\frac{2}{m^3} & (x<0) \\ -\frac{6}{m}x-\frac{2}{m^3} & (x\geq 0) \end{cases} \text{이 있다. 실수 } x \text{에 대하여 } f(x) \text{와}$$

$g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.9점]

< 보 기 >

ㄱ. $m=1$ 일 때, $h(1)=-8$.

ㄴ. $m=1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 4이다.

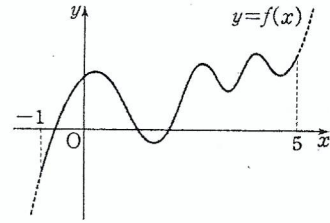
ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1인 음수 m 의 최댓값은 -1 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 점 $(2,0)$ 을 지나고 곡선 $y=2x^3+2x^2-3x$ 에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4.8점]

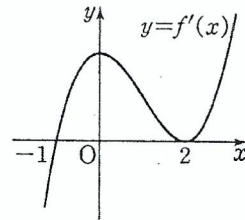
- ① $\frac{123}{2}$ ② 62 ③ $\frac{125}{2}$ ④ 63 ⑤ $\frac{127}{2}$

17. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 닫힌구간 $[-1, 5]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c 의 개수는? [4.2점]



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f(x)$ 가 감소하는 구간은? [4.1점]



- ① $(-\infty, -1]$ ② $(-\infty, 2]$ ③ $[-1, 2]$
④ $[-1, \infty)$ ⑤ $[2, \infty)$

19. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-24x+5$ 의 극댓값은? [4.6점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 38

20. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-2x+t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.0점]

< 보 기 >

- ㄱ. $f(x)=-x^3+x$ 이면 $g(t)=3$ 이기 위한 실수 t 의 범위는 $-2 < t < 2$ 이다.
 ㄴ. $f(x)=x^3-6x^2+11x+1$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수가 아니면, $t=a$ 에서 불연속이 되는 실수 a 의 개수는 2 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

논술형

[논술형 1~3] 두 함수 $f(x)=|x|$, $g(x)=x^2$ 에 관한 물음에 답하시오. [총 10점]

[논술형 1] 연속성의 정의를 이용하여 두 함수의 $x=0$ 에서의 연속성을 판단하고 그 이유를 논술하시오. [4.0점]

[논술형 2] 미분계수의 정의를 이용하여 두 함수의 $x=0$ 에서의 미분가능성을 판단하고 그 이유를 논술하시오. [4.0점]

[논술형 3] 위의 두 결과를 토대로 미분가능성과 연속성의 관계에 대해 논술하시오. [2.0점]

※ 확인사항 : 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.