



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

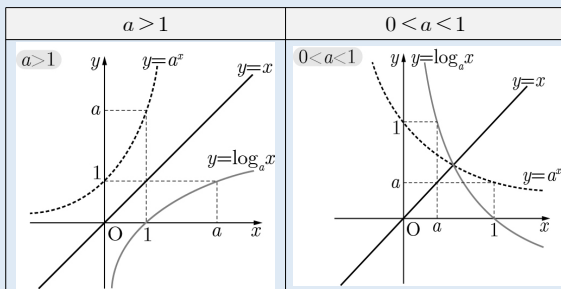
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [로그함수]

 $a > 0, a \neq 1$  일 때,• 로그함수: 지수함수  $y = a^x$ 의 역함수,  $y = \log_a x$ 

## [로그함수의 그래프]

• 로그함수  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프

• 로그함수의 그래프의 성질

- 정의역: 양의 실수 전체의 집합, 치역: 실수 전체의 집합
- 점근선:  $y$ 축
- $a > 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값도 증가  
 $0 < a < 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소

## [로그함수를 이용한 수의 대소 비교]

• 로그함수  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 에서

- $a > 1$ 일 때,  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$
- $0 < a < 1$ 일 때,  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$

## [로그함수의 그래프의 평행이동]

• 로그함수  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프를 $x$ 축 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 그래프의 식

$$\Rightarrow y = \log_a (x - m) + n$$

## [로그함수의 그래프의 대칭이동]

• 로그함수  $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 의 그래프를

- $x$ 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식  $\Rightarrow y = -\log_a x$
- $y$ 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식  $\Rightarrow y = \log_a (-x)$
- 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식  $\Rightarrow y = -\log_a (-x)$

## 기본문제

[예제]

1. 함수  $y = 2^{x+1} - 3$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- $y = 2^x$ 를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 것이다.
- 점근선은  $y = -3$ 이다.
- $(-1, -3)$ 를 지난다.
- 평행이동이나 대칭이동을 통해  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 를 만들 수 있다.
- 역함수는  $y = \log_2(x+3) - 1$ 이다.

[문제]

2.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 의 역함수를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $5$ 만큼 평행이동하였다. 이동시킨 함수가  $(-1, 14)$ 의 점을 지났다면,  $x$ 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동했는지 구하시오.

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4

[예제]

3. 함수  $y = 2\log_3(3x-2) - 5$ 의 그래프의 점근선으로 옳은 것은?

- $x = 2$
- $x = \frac{2}{3}$
- $y = 2$
- $y = \frac{2}{3}$
- $y = -5$

[문제]

4.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+2) + 1$ 의 특징으로 옳지 않은 것은? \_\_\_\_\_

- ① 점근선은  $x = -2$ 이다.
- ② 감소함수이다.
- ③ 치역은  $\{y | y \leq 1\}$ 이다.
- ④  $(-1, 1)$ 을 지난다.
- ⑤  $y = 3^x$ 를 평행이동 및 대칭이동하여 만들 수 있다.

[예제]

5. 다음 세 수의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

$$A = \log_8 65 \quad B = 2\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{125} \quad C = 3\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{7}$$

- ①  $A > B > C$
- ②  $B > A > C$
- ③  $B > C > A$
- ④  $C > A > B$
- ⑤  $C > B > A$

[문제]

6. 다음 세 수의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

$$A = 2\log_3 \sqrt{15} \quad B = 4\log_3 2$$

$$C = 3\log_3 \sqrt[3]{25}$$

- ①  $A > B > C$
- ②  $B > A > C$
- ③  $B > C > A$
- ④  $C > A > B$
- ⑤  $C > B > A$

평가문제

[중단원 마무리하기]

7. 다음 세 수의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

$$A = \log_{0.5} \frac{1}{22} \quad B = \log_4 100 \quad C = \log_8 125$$

- ①  $A < B < C$
- ②  $A < C < B$
- ③  $B < A < C$
- ④  $C < B < A$
- ⑤  $C < A < B$

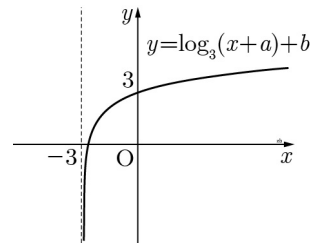
[중단원 마무리하기]

8. 함수  $y = \log_a(2x+3) + b$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의  $x$ 좌표가  $-1, 3$ 일 때, 상수  $a+b$ 를 구한 것은?  
(단,  $a > 0, a \neq 1$ )

- ①  $\sqrt{3} + 1$
- ②  $\sqrt{2} - 2$
- ③  $\sqrt{3} - 1$
- ④  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- ⑤  $2 - \sqrt{3}$

[중단원 마무리하기]

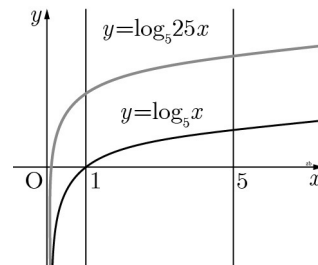
9. 함수  $y = \log_3(x+a) + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a+b$ 를 구한 것은?



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[중단원 마무리하기]

10. 두 함수  $y = \log_5 x$ ,  $y = \log_5 25x$ 의 그래프와 두 직선  $x = 1$ ,  $x = 5$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구한 것은?



- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

[중단원 마무리하기]

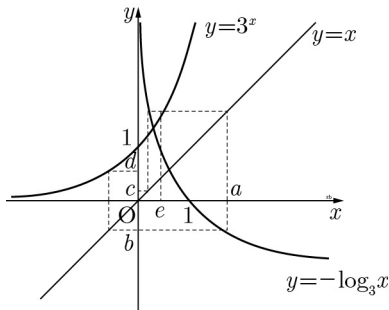
11. 다음 세 수의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

$$A = 2\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{\sqrt{30}} \quad B = \log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{1}{3}\right)^5 \quad C = -\log_{\frac{1}{9}} 4^2$$

- ①  $A > B > C$                       ②  $A > C > B$   
 ③  $B > A > C$                       ④  $B > C > A$   
 ⑤  $C > B > A$

[중단원 마무리하기]

12. 다음 그림은 두 함수  $f(x) = 3^x$ ,  $g(x) = -\log_3 x$ 와 직선  $y = x$ 를 나타낸 것이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보기>

ㄱ.  $a = -\log_3 c$                       ㄴ.  $b + e = 0$                       ㄷ.  $ad = 1$

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ                              ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 평가하기]

13. 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 서로 다른 세 점  $A(a, p)$ ,  $B(b, q)$ ,  $C(ab, r)$ 에 대하여  $p, q, r$  사이의 관계를 식으로 나타낸 것은?

- ①  $p = qr$                               ②  $q = pr$   
 ③  $r = pq$                               ④  $p = q + r$   
 ⑤  $r = p + q$

[대단원 평가하기]

14. 함수  $f(x) = \log_2 x$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에 서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ.  $f(\sqrt{x}) = \frac{1}{2f(x)}$   
 ㄴ.  $5f(x) = f(x^5)$   
 ㄷ.  $f(xy) = f(x) + f(y)$

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ                              ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 평가하기]

15. 다음 중 함수  $y = \log_5(5x - 5) - 2$ 에 대한

설명으로 옳은 것은?

- ① 정의역은  $\{x | x < 1\}$ 이다.  
 ②  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소한다.  
 ③ 그래프의 점근선은 직선  $x = -1$ 이다.  
 ④ 그래프는 점  $(2, 0)$ 를 지난다.  
 ⑤ 그래프는 함수  $y = \log_5 x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹쳐진다.

[대단원 평가하기]

16. 다음 중에서 세 수  $A = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2$ ,

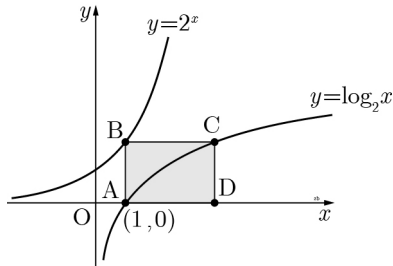
$B = 1 - 2\log_3 5$ ,  $C = -6\log_{\frac{1}{3}} 2$ 의 대소 관계를

바르게 나타낸 것은?

- ①  $A < B < C$                       ②  $A < C < B$   
 ③  $B < A < C$                       ④  $C < A < B$   
 ⑤  $C < B < A$

[대단원 평가하기]

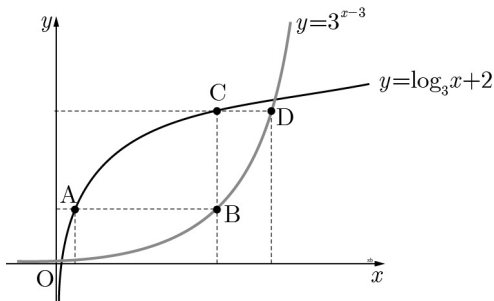
17. 다음 그림은 두 함수  $y=2^x$ ,  $y=\log_2 x$  의 그래프이다.  $y=\log_2 x$  의 점 A의 좌표가  $(1, 0)$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? (단, 점선은  $x$  축 또는  $y$  축에 평행하다.)



- ① 4                      ② 5  
③ 6                      ④ 7  
⑤ 8

[대단원 평가하기]

18. 다음 그림은 두 함수  $y=3^{x-3}$ ,  $y=\log_3 x+2$  의 그래프이다.  $\overline{AB}=\frac{8}{3}$ ,  $\overline{BC}=2$ 일 때, 사각형 ABDC의 넓이를 구한 것은? (단, 점선은  $x$  축 또는  $y$  축에 평행하다.)



- ①  $\frac{11}{3}$                       ② 4  
③  $\frac{13}{3}$                       ④  $\frac{14}{3}$   
⑤ 5



## 정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 함수  $y=2^{x+1}-3$ 는 점  $(-1, -2)$ 를 지난다.

2) [정답] ②

[해설]  $y=\log_{\frac{1}{3}}x$ 의 역함수  $y=3^{-x}$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 5만큼 평행이동하였으므로  $y=3^{-x+a}+5$   
이동시킨 함수가  $(-1, 14)$ 를 지나므로  
 $14=3^{1+a}+5$ ,  $9=3^2=3^{1+a}$ 이므로  $a=1$

3) [정답] ②

[해설]  $y=2\log_3(3x-2)-5$ 는  $y=2\log_33x$ 를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{2}{3}$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-5$ 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 점근선은  $x=\frac{2}{3}$ 이다.

4) [정답] ③

[해설]  $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+1$ 의 치역은 모든 실수이다.

5) [정답] ③

[해설]  $A=\log_865=\log_2\sqrt[3]{65}$ 

$$B=2\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{125}=2\log_2125=\log_2125^2$$

$$C=3\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{7}=3\log_27=\log_2343$$

$y=\log_2x$ 는 증가함수이므로  $x$ 가 증가할수록  $y$ 는 증가한다. 따라서 대소관계는  $B > C > A$ 이다.

6) [정답] ⑤

[해설]  $A=2\log_3\sqrt{15}=\log_315$ 

$$B=4\log_32=\log_316$$

$$C=3\log_3\sqrt[3]{25}=\log_325$$

$y=\log_3x$ 는 증가함수이므로  $x$ 가 증가할수록  $y$ 도 증가한다. 그러므로  $C > B > A$ 이다.

7) [정답] ④

[해설]  $A=\log_{0.5}\frac{1}{22}=\log_222$ 

$$B=\log_4100=\log_210$$

$$C=\log_8125=\log_25 \text{ 이므로}$$

$$C < B < A \text{ 이다.}$$

8) [정답] ③

[해설]  $y=\log_a(2x+3)+b$ 와 역함수가 만나는 점은  $y=x$  위에 있으므로  $(-1, -1)$ ,  $(3, 3)$ 를 지난다.  
대입하면  $-1=\log_a1+b=b$   
 $3=\log_a9+b=\log_a9-1$

$$\text{따라서 } \log_a9=4 \text{ 이므로 } a^4=9, a=\sqrt{3}$$

$$a+b=\sqrt{3}-1$$

9) [정답] ⑤

[해설] 함수의 점근선이  $x=-3$ 이므로  $a=3$ 이다.

$(0, 3)$ 를 지나므로  $y=\log_3(x+3)+b$ 에 대입하면  $3=\log_33+b$ 이므로  $b=2$ 이다.

따라서  $a+b=5$ 이다.

10) [정답] ④

[해설]  $y=\log_525x=\log_5x+2$ 이므로,  $y=\log_5x$ 의 그래프를  $y$ 축으로 2만큼 이동시킨 것이다.  
평행이동에서는 함수의 위치만 변할 뿐 모양은 변하지 않는다. 따라서  $y=2$ ,  $x=5$ ,  $y=\log_525x$ 로 둘러싸인 부분은  $x$ 축,  $x=5$ ,  $y=\log_5x$ 로 둘러싸인 부분과 일치한다. 구하는 부분의 넓이는 가로가 4, 세로가 2인 직사각형의 넓이와 같으므로  $4 \times 2 = 8$ 이다.

11) [정답] ③

[해설] 밑이  $\frac{1}{9}$ 로 통일되어 있으므로 진수끼리 비교하면 된다.

$$A=2\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{\sqrt{30}}=\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{30}$$

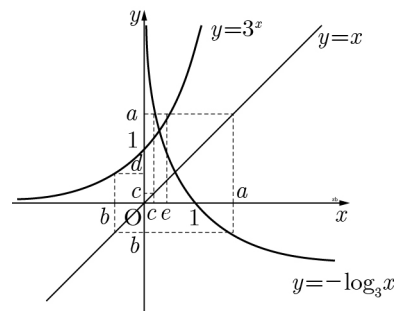
$$B=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{1}{3}\right)^5=\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{243}$$

$$C=-\log_{\frac{1}{9}}4^2=\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{16}$$

$\log_{\frac{1}{9}}x$ 는 감소함수이므로  $B > A > C$ 이다.

12) [정답] ⑤

[해설]



$$\neg. -\log_3c=a \text{ (참)}$$

$$\neg. \text{ 그래프에 따르면, } b=-\log_3a, 3^c=a \text{ 이므로 } b+c=-\log_3a+\log_3a=0 \text{ (참)}$$

$$\neg. \text{ 그래프에 따르면, } b=-\log_3a, 3^b=d \text{ 이므로 } ad=(3^{-b}) \times 3^b=1 \text{ (참)}$$

13) [정답] ⑤

[해설]  $A(a, p)$ 이므로  $p=\log_3a$ 

$B(b, q)$ 이므로  $q=\log_3b$

$$C(ab, r) \text{ 이므로 } r = \log_3 ab \\ r = \log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b = p + q$$

14) [정답] ④

[해설]  $\neg. f(\sqrt{x}) = \frac{1}{2f(x)}$

$$f(\sqrt{x}) = \log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2\log_2 x} \neq \frac{1}{2f(x)} \quad (\text{거짓})$$

$$\neg. 5f(x) = f(x^5)$$

$$5f(x) = 5\log_2 x = \log_2 x^5 = f(x^5) \quad (\text{참})$$

$$\neg. f(xy) = f(x) + f(y)$$

$$f(xy) = \log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y = f(x) + f(y) \quad (\text{참})$$

15) [정답] ⑤

[해설] ① 정의역은  $\{x | x > 1\}$ 이다.②  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 증가한다.③ 그래프의 점근선은 직선  $x = 1$ 이다.④ 그래프는 점  $(2, -1)$ 를 지난다.⑤  $y = \log_5(5x-5) - 2 = \log_5 x - 1$  이므로 함수 $y = \log_5 x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹쳐진다.

16) [정답] ③

[해설]  $A = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 = \log_3 \frac{1}{7} + \log_3 9 = \log_3 \frac{9}{7}$

$$B = 1 - 2\log_3 5 = 1 - \log_3 25 = \log_3 \frac{3}{25}$$

$$C = -6\log_{\frac{1}{3}} 2 = \log_3 64$$

$y = \log_3 x$ 는 증가함수이므로  $x$ 가 클수록  $y$ 도 커진다. 따라서  $B < A < C$ 이다.

17) [정답] ③

[해설]  $A(1, 0)$ 이므로  $B(1, 2)$ 이다.이때  $B$ 의  $y$ 좌표는  $C$ 의  $y$ 좌표와 같으므로 $C(4, 2)$ 이다.

따라서 직사각형  $ABCD$ 는 가로가 3, 세로가 2이므로 넓이는 6이다.

18) [정답] ①

[해설]  $\overline{AB} = \frac{8}{3}$ ,  $\overline{BC} = 2$ 이므로 점  $A$ 의  $x$ 좌표를  $a$ 라

고 하면, 점의 좌표는 다음과 같다.

$$A(a, \log_3 a + 2), B\left(a + \frac{8}{3}, \log_3 a + 2\right)$$

$$C\left(a + \frac{8}{3}, \log_3 a + 4\right)$$

이때 점  $C$ 는  $y = \log_3 x + 2$  위에 있으므로

$$\log_3 a + 4 = \log_3 \left(a + \frac{8}{3}\right) + 2$$

$$\log_3 9a = \log_3 \left(a + \frac{8}{3}\right)$$

$$a = \frac{1}{3}$$

따라서 점  $A, B, C, D$ 의 좌표를 각각 구하면

$$A\left(\frac{1}{3}, 1\right), B(3, 1), C(3, 3), D(4, 3) \text{ 이므로}$$

사다리꼴  $ABCD$ 의 넓이는

$$\left(\frac{8}{3} + 1\right) \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{11}{3}$$