



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-02-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

등차수열과 등비수열의 귀납적 정의

1. 수열의 귀납적 정의

: 수열 $\{a_n\}$ 을 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 정의하는 것을 수열 $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의라 한다.

2. 등차수열과 등비수열의 귀납적 정의

: 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $n=1, 2, 3, \dots$ 일 때

(1) 등차수열을 나타내는 관계식

① $a_{n+1} - a_n = d \Rightarrow$ 공차가 d 인 등차수열

② $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

③ $a_{n+1} - a_n = a_{n+2} - a_{n+1}$

(2) 등비수열을 나타내는 관계식

① $a_{n+1} \div a_n = r \Rightarrow$ 공비가 r 인 등비수열

② $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$

③ $a_{n+1} \div a_n = a_{n+2} \div a_{n+1}$

■ 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제5항을 구하여라.(단, $n=1, 2, 3, \dots$)

1. $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

2. $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$

3. $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = -1, \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

4. $a_1 = 1, a_2 = -2, (a_{n+1})^2 = a_n a_{n+2}$

5. $a_1 = 3, a_2 = 7, a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$

6. $a_1 = 32, \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$

7. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n$

8. $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n$

9. $a_1 = -3, a_2 = 0, a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$

10. $a_1 = 3, a_2 = -1, 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

11. $a_1 = -4, a_{n+1} = a_n + 2$

12. $a_1 = 2, a_{n+1} - a_n = 3$

■ 다음 수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 을 귀납적으로 정의하여라. (단, $n=1, 2, 3, \dots$)

13. $2, 5, 8, 11, 14, \dots$

14. $9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$

15. $1, 2, 4, 8, 16, \dots$

16. $10, 6, 2, -2, -6, \dots$

■ 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하여라.
(단, $n=1, 2, 3, \dots$)

17. $a_1=9, a_{n+1}=3a_n$

18. $a_1=11, a_2=19, 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

19. $a_1=100, a_{n+1}=a_n-3$

20. $a_1=1, a_2=2, a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$

21. $a_1=3, a_2=2, 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

22. $a_1=3, a_{n+1}=2a_n$

23. $a_1=1, a_2=\frac{1}{4}, a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$

24. $a_1=2, a_2=3, a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$

25. $a_1=6, a_2=3, \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n}$

26. $a_1=-1, a_{n+1}=2a_n$

27. $a_1=2, a_2=6, 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

28. $a_1 = 7, a_2 = 4, a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$

29. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - 3$

30. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 3$

02 여러 가지 수열의 귀납적 정의

(1) $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 의 꼴 $\Rightarrow a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

(2) $a_{n+1} = a_n f(n)$ 의 꼴 $\Rightarrow a_n = a_1 f(1)f(2)f(3) \cdots f(n-1)$

(3) $a_{n+1} = pa_n + q$ ($p \neq 1, q \neq 0$) 꼴

$\Rightarrow a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ 로 변형하여 수열 $\{a_n - \alpha\}$ 는
첫째항이 $a_1 - \alpha$, 공비가 p 인 등비수열임을 이용한다.

(4) $pa_{n+2} + qa_{n+1} + ra_n = 0$ ($p+q+r=0$) 꼴

$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{r}{p}(a_{n+1} - a_n)$ 으로 변형하여 수열

$\{a_{n+1} - a_n\}$ 은 첫째항이 $a_2 - a_1$, 공비가 $\frac{r}{p}$ 인
등비수열임을 이용한다.

(5) $a_{n+1} = \frac{ra_n}{pa_n + q}$ 꼴

\Rightarrow 양변의 역수를 취하여 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 로 놓고 b_n 을 구한 후
 a_n 을 구한다.

■ 다음과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 제5항을
구하여라.(단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

31. $a_1 = -5, a_{n+1} = a_n + 4$

32. $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$

33. $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3n$

34. $a_1 = \frac{1}{2}, (n+1)a_{n+1} = 2na_n$

35. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + n^2$

36. $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

37. $a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n - 2$

38. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1}a_n$

39. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + n + 1$

40. $a_1 = -1, a_{n+1} = 3a_n + 2n$

41. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 2$

42. $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{3n}{n+2}a_n$

43. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (2n+1)$

44. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n - 1$

45. $a_1 = -1, a_{n+1} = na_n$

46. $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n$

47. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + n$

48. $a_1 = -2, a_{n+1} = 2a_n + n$

▣ 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제10항을 구하여라.(단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

49. $a_1 = 1, a_{n+1} \div a_n = 2^n$

50. $a_1 = 3, a_2 = 5, a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$

51. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 4n$

52. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n}{n+2}a_n$

53. $a_1 = 3, a_{n+1} - a_n = 2n + 1$

54. $a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$

55. $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$

▣ 다음과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하여라.(단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

56. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n+2}{n}a_n$

57. $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{n+1}{n}a_n$

58. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2^n$

59. $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2}a_n$

60. $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$

61. $a_1 = 5, a_{n+1} = 3a_n - 4$

62. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$

63. $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{\frac{n}{n+1}}a_n$

64. $a_1 = 4, a_{n+1} = -a_n + 2$

65. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 3$

66. $a_1 = 8, a_{n+1} = \frac{n+2}{n+1}a_n$

67. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$

68. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n - 1$

69. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n^2 + n}$

70. $a_1 = -5, a_{n+1} = a_n + 3n$

71. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2n$

72. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n$

▣ 다음 물음에 답하여라.

73. $a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_{10} = p \cdot 3^q - 1$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 자연수)

74. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{n+1} = (n+1)a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의될 때, $\frac{a_{10}}{a_6}$ 의 값을 구하여라.

75. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1}a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의될 때, a_{20} 의 값을 구하여라.

76. $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{18} 의 값을 구하여라.

77. $a_1 = 3, a_2 = 4, a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_k = 258$ 을 만족시키는 자연수 k 의 값을 구하여라.

78. $a_1 = 1, a_2 = 5$ 이고 $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) 8

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + a_1 = 2 + 1 = 3$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 3 + 2 = 5$$

$$\therefore a_5 = a_4 + a_3 = 5 + 3 = 8$$

2) 9

$$\Rightarrow a_3 = 2a_2 - a_1 = 6 - 1 = 5$$

$$a_4 = 2a_3 - a_2 = 10 - 3 = 7$$

$$\therefore a_5 = 2a_4 - a_3 = 14 - 5 = 9$$

3) 8

\Rightarrow 첫째항이 $\frac{1}{2}$, 공비가 $\frac{a_2}{a_1} = -2$ 인 등비수열이므로

$$a_n = \frac{1}{2} \times (-2)^{n-1} = -(-2)^{n-2}$$

$$\therefore a_5 = -(-2)^3 = 8$$

4) 16

\Rightarrow 첫째항이 1, 공비가 $\frac{a_2}{a_1} = -2$ 인 등비수열이므로

$$a_n = 1 \times (-2)^{n-1} = (-2)^{n-1}$$

$$\therefore a_5 = (-2)^4 = 16$$

5) 19

$$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$$

$a_{n+2} + a_n = 2a_{n+1}$ 이므로 등차중항의 성질을 나타낸다.

따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.

$a_1 = 3, a_2 = 7$ 이므로 첫째항이 3, 공차가 4인 등차수열이다.

$$\therefore a_5 = 3 + 4 \cdot 4 = 19$$

6) 2

\Rightarrow 첫째항이 32, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$a_n = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$$

$$\therefore a_5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

7) 32

\Rightarrow 첫째항이 2, 공비가 2인 등비수열이므로

$$a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n \quad \therefore a_5 = 32$$

8) 81

$$\Rightarrow a_2 = 3a_1 = 3, a_3 = 3a_2 = 9, a_4 = 3a_3 = 27$$

$$\therefore a_5 = 3a_4 = 81$$

9) 9

\Rightarrow 첫째항이 -3, 공차가 $a_2 - a_1 = 0 - (-3) = 3$ 인 등차수열이므로 $a_n = -3 + (n-1) \times 3 = 3n - 6$

$$\therefore a_5 = 3 \times 5 - 6 = 9$$

10) -13

\Rightarrow 첫째항이 3, 공차가 $a_2 - a_1 = -1 - 3 = -4$ 인 등차수열이므로 $a_n = 3 + (n-1) \times (-4) = -4n + 7$

$$\therefore a_5 = -4 \times 5 + 7 = -13$$

11) 4

\Rightarrow 첫째항이 -4, 공차가 2인 등차수열이므로

$$a_n = -4 + (n-1) \times 2 = 2n - 6$$

$$\therefore a_5 = 2 \times 5 - 6 = 4$$

12) 14

\Rightarrow 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열이므로

$$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$$

$$\therefore a_5 = 14$$

13) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3$

\Rightarrow 첫째항 $a_1 = 2$ 이고, 이웃하는 항들 사이의 관계를 살펴보면

$$a_2 - a_1 = 5 - 2 = 3$$

$$a_3 - a_2 = 8 - 5 = 3$$

$$a_4 - a_3 = 11 - 8 = 3$$

:

$$a_{n+1} - a_n = 3 \quad (n \geq 1)$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의는

$$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

14) $a_1 = 9, a_{n+1} = -\frac{1}{3}a_n$

\Rightarrow 첫째항 $a_1 = 9$ 이고, 이웃하는 항들 사이의 관계를 살펴보면

$$a_2 \div a_1 = (-3) \div 9 = -\frac{1}{3}$$

$$a_3 \div a_2 = 1 \div (-3) = -\frac{1}{3}$$

$$a_4 \div a_3 = \left(-\frac{1}{3}\right) \div 1 = -\frac{1}{3}$$

:

$$a_{n+1} \div a_n = -\frac{1}{3} \quad (n \geq 1)$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의는

$$a_1 = 9, a_{n+1} = -\frac{1}{3}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

15) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n$

\Rightarrow 첫째항 $a_1 = 1$ 이고, 이웃하는 항들 사이의 관계를 살펴보면

$$a_2 \div a_1 = 2 \div 1 = 2$$

$$a_3 \div a_2 = 4 \div 2 = 2$$

$$a_4 \div a_3 = 8 \div 4 = 2$$

$$\vdots$$

$$a_{n+1} \div a_n = 2 \quad (n \geq 1)$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의는

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

16) $a_1 = 10, a_{n+1} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

\Rightarrow 첫째항 $a_1 = 10$ 이고, 이웃하는 항들 사이의 관계를 살펴보면

$$a_2 - a_1 = 6 - 10 = -4$$

$$a_3 - a_2 = 2 - 6 = -4$$

$$a_4 - a_3 = -2 - 2 = -4$$

$$\vdots$$

$$a_{n+1} - a_n = -4 \quad (n \geq 1)$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의는

$$a_1 = 10, a_{n+1} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

17) $a_n = 3^{n+1}$

$\Rightarrow a_{n+1} = 3a_n$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

$$a_1 = 9 \text{이므로 } a_n = 9 \cdot 3^{n-1} = 3^{n+1}$$

18) $a_n = 8n + 3$

$\Rightarrow 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.

이때, $a_1 = 11$ 이고 공차가 $a_2 - a_1 = 8$ 이므로

$$a_n = 11 + 8(n-1) = 8n + 3$$

19) $a_n = -3n + 103$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n - 3$, 즉 $a_{n+1} - a_n = -3$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a_1 = 100 \text{이므로 } a_n = 100 - 3(n-1) = -3n + 103$$

20) $a_n = 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 주어진 수열은 등비수열이고 $a_1 = 1, a_2 \div a_1 = 2 \div 1 = 2$ 이므로 첫째항이 1, 공비가 2이다.

$$\therefore a_n = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$$

21) $a_n = -n + 4$

$\Rightarrow 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 에서 주어진 수열은 등차수열이고 $a_1 = 3, a_2 - a_1 = 2 - 3 = -1$ 이므로 첫째항이 3, 공차가 -1 이다.

$$\therefore a_n = 3 + (n-1) \cdot (-1) = -n + 4$$

22) $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

$\Rightarrow a_{n+1} \div a_n = 2$ 에서 주어진 수열은 공비가 2인 등비수열이다. 이때 첫째항이 3이므로 $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

23) $a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

$\Rightarrow a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.

이때, $a_1 = 1$ 이고 공비가 $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{4}$ 이므로

$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

24) $a_n = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

$\Rightarrow a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 a_{n+1} 은 a_n 과 a_{n+2} 의 등비중항임을 알 수 있다.

이때, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}, a_1 = 2$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2,

공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

$$\therefore a_n = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

25) $a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\Rightarrow \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 두 항 사이의 비가 일정한 등비수열이다.

이때, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$, 즉 공비가 $\frac{1}{2}$ 이고 $a_1 = 6$ 이므로

$$a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

26) $a_n = -2^{n-1}$

$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 공비가 2인 등비수열이다.

$$a_1 = -1 \text{이므로 } a_n = -2^{n-1}$$

27) $a_n = 4n - 2$

$\Rightarrow 2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 에서 a_{n+1} 은 a_n 과 a_{n+2} 의 등차중항임을 알 수 있다.

이때, $a_2 - a_1 = 4, a_1 = 2$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공차가 4인 등차수열이다.

$$\therefore a_n = 2 + (n-1) \times 4 = 4n - 2$$

28) $a_n = -3n + 10$

$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 두 항 사이의 차가 일정한 등차수열이다.

이때, $a_2 - a_1 = -3$, 즉 공차가 -3 이고 $a_1 = 7$ 이므로 $a_n = 7 + (n-1) \times (-3) = -3n + 10$

29) $a_n = -3n + 6$

$\Rightarrow a_{n+1} - a_n = -3$ 에서 주어진 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다. 이때 첫째항이 3이므로

$$a_n = 3 + (n-1) \cdot (-3) = -3n + 6$$

30) $a_n = 3n + 2$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + 3$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 공차가 3인 등차수열이다.

$$a_1 = 5 \text{이므로 } a_n = 5 + (n-1) \times 3 = 3n + 2$$

31) 11

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + 4 = -5 + 4 = -1$$

$$a_3 = a_2 + 4 = -1 + 4 = 3$$

$$a_4 = a_3 + 4 = 3 + 4 = 7$$

$$\therefore a_5 = a_4 + 4 = 7 + 4 = 11$$

32) 41

$$\Rightarrow a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \text{에서}$$

$$a_3 = 2a_2 + a_1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$a_4 = 2a_3 + a_2 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$$

$$\therefore a_5 = 2a_4 + a_3 = 2 \times 17 + 7 = 41$$

33) 94

$$\Rightarrow a_1 = 1$$

$$a_2 = 2a_1 + 3 \times 1 = 2 \times 1 + 3 \times 1 = 5$$

$$a_3 = 2a_2 + 3 \times 2 = 2 \times 5 + 3 \times 2 = 16$$

$$a_4 = 2a_3 + 3 \times 3 = 2 \times 16 + 3 \times 3 = 41$$

$$a_5 = 2a_4 + 3 \times 4 = 2 \times 41 + 3 \times 4 = 94$$

34) $\frac{8}{5}$

$$\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2n}{n+1}, a_1 = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$n=1: \frac{a_2}{a_1} = 1, \quad a_2 = 1 \times a_1 = \frac{1}{2}$$

$$n=2: \frac{a_3}{a_2} = \frac{4}{3}, \quad a_3 = \frac{4}{3} \times a_2 = \frac{2}{3}$$

$$n=3: \frac{a_4}{a_3} = \frac{3}{2}, \quad a_4 = \frac{3}{2} \times a_3 = 1$$

$$n=4: \frac{a_5}{a_4} = \frac{8}{5}, \quad a_5 = \frac{8}{5} \times a_4 = \frac{8}{5}$$

35) 35

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + n^2$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$a_n = a_1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2$$

$$= 5 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

$$\therefore a_5 = 5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 9}{6} = 35$$

36) 5

$$\Rightarrow a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

37) $a_5 = 163$

$$\Rightarrow a_1 = 3, \quad a_2 = 3a_1 - 2 = 7, \quad a_3 = 3a_2 - 2 = 19$$

$$a_4 = 3a_3 - 2 = 55, \quad a_5 = 3a_4 - 2 = 163$$

38) $a_5 = \frac{1}{9}$

$$\Rightarrow a_1 = 1, \quad a_2 = \frac{2 \cdot 1 - 1}{2 \cdot 1 + 1} a_1 = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 1} a_2 = \frac{1}{5}, \quad a_4 = \frac{2 \cdot 3 - 1}{2 \cdot 3 + 1} a_3 = \frac{1}{7}$$

$$a_5 = \frac{2 \cdot 4 - 1}{2 \cdot 4 + 1} a_4 = \frac{1}{9}$$

39) $a_5 = 16$

$$\Rightarrow a_1 = 2, \quad a_2 = a_1 + 1 + 1 = 4$$

$$a_3 = a_2 + 2 + 1 = 7, \quad a_4 = a_3 + 3 + 1 = 11$$

$$a_5 = a_4 + 4 + 1 = 16$$

40) 35

$$\Rightarrow a_2 = 3a_1 + 2 = -1, \quad a_3 = 3a_2 + 4 = 1, \quad a_4 = 3a_3 + 6 = 9$$

$$\therefore a_5 = 3a_4 + 8 = 35$$

41) $\frac{41}{17}$

$$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 2 \text{에서 } a_2 = \frac{1}{a_1} + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{a_2} + 2 = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$$

$$a_4 = \frac{1}{a_3} + 2 = \frac{3}{7} + 2 = \frac{17}{7}$$

$$a_5 = \frac{1}{a_4} + 2 = \frac{7}{17} + 2 = \frac{41}{17}$$

42) $\frac{54}{5}$

$\Rightarrow a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{3n}{n+2} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, 4을 차례대로 대입하여 좌변끼리 곱하고, 우변끼리 곱하면

$$a_2 = \frac{3}{3} \cdot a_1$$

$$a_3 = \frac{6}{4} \cdot a_2$$

$$a_4 = \frac{9}{5} \cdot a_3$$

$$a_5 = \frac{12}{6} \cdot a_4$$

$$\Rightarrow a_5 = \frac{3}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{12}{6} \cdot a_1$$

$$\therefore a_5 = \frac{54}{5}$$

43) 25

$$\Rightarrow b_n = a_{n+1} - a_n = 2n + 1, \quad a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$\therefore a_5 = 1 + \sum_{k=1}^4 (2k+1) = 1 + 2 \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + 4 = 25$$

44) 17

$$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n - 1$$

$$a_{n+1} - 1 = 2(a_n - 1)$$

 $a_n - 1 = b_n$ 으로 놓으면

$$b_{n+1} = 2b_n, \quad b_1 = a_1 - 1 = 1$$

즉, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열이므로 $b_n = 2^{n-1}$

따라서 $a_n = b_n + 1 = 2^{n-1} + 1$ 이므로

$$a_5 = 2^4 + 1 = 17$$

45) -24

$$\Rightarrow a_{n+1} = na_n \text{에서}$$

$$a_2 = a_1 = -1$$

$$a_3 = 2a_2 = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$a_4 = 3a_3 = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$a_5 = 4a_4 = 4 \cdot (-6) = -24$$

46) 42

$$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n + n \text{에서}$$

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$a_3 = 2a_2 + 2 = 2 \cdot 3 + 2 = 8$$

$$a_4 = 2a_3 + 3 = 2 \cdot 8 + 3 = 19$$

$$a_5 = 2a_4 + 4 = 2 \cdot 19 + 4 = 42$$

47) 12

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + 1 = 2 + 1, \quad a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$a_4 = a_3 + 3 = 5 + 3 = 8$$

$$\therefore a_5 = a_4 + 4 = 8 + 4 = 12$$

48) -6

$$\Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1 = -3, \quad a_3 = 2a_2 + 2 = -4,$$

$$a_4 = 2a_3 + 3 = -5$$

$$\therefore a_5 = 2a_4 + 4 = -6$$

49) 2^{45}

$$\Rightarrow a_{n+1} \div a_n = 2^n, \quad \text{즉 } a_{n+1} = 2^n a_n \text{의 } n \text{에}$$

1, 2, 3, ..., 9를 차례로 대입하여 변끼리 곱하면

$$a_2 = 2^1 a_1$$

$$a_3 = 2^2 a_2$$

$$a_4 = 2^3 a_3$$

 \vdots

$$\times) a_{10} = 2^9 a_9$$

$$a_{10} = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^9 \cdot a_1 = 2^{1+2+3+\dots+9}$$

$$= 2^{\frac{9 \cdot 10}{2}} = 2^{45}$$

50) 1025

$$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) \text{에서}$$

$$b_n = a_{n+1} - a_n \text{이라 하면 } b_1 = 2, \quad b_n = 2^n \text{이므로}$$

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k \text{이므로}$$

$$a_{10} = 3 + \sum_{k=1}^9 2^k = 3 + \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} = 1 + 2^{10} = 1025$$

51) 181

$$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + 4n \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, \dots, 9 \text{를 차례로 대입하여 변끼리 더하면}$$

$$a_2 = a_1 + 4 \cdot 1$$

$$a_3 = a_2 + 4 \cdot 2$$

$$a_4 = a_3 + 4 \cdot 3$$

 \vdots

$$+) a_{10} = a_9 + 4 \cdot 9$$

$$a_{10} = a_1 + \sum_{k=1}^9 4k = 1 + 4 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2} = 181$$

52) $\frac{1}{210}$

$$\Rightarrow (n+2)a_{n+1} = na_n \text{이므로 } n \text{에 } 1, 2, 3, \dots, 9 \text{를 대입하여 변끼리 곱하면}$$

$$3a_2 = 1a_1$$

$$4a_3 = 2a_2$$

$$5a_4 = 3a_3$$

 \vdots

$$\times) 11a_{10} = 9a_9$$

$$10 \times 11 \times a_{10} = 2 \times a_1$$

$$\therefore a_{10} = \frac{a_1}{55} = \frac{1}{55}$$

53) 102

$$\Rightarrow a_{n+1} - a_n = 2n + 1 \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, \dots, 9 \text{를 차례로 대입하여 변끼리 더하면}$$

$$a_2 - a_1 = 2 \cdot 1 + 1$$

$$a_3 - a_2 = 2 \cdot 2 + 1$$

$$a_4 - a_3 = 2 \cdot 3 + 1$$

 \vdots

$$+) a_{10} - a_9 = 2 \cdot 9 + 1$$

$$a_{10} - a_1 = \sum_{k=1}^9 (2k+1)$$

$$\therefore a_{10} = a_1 + \sum_{k=1}^9 (2k+1) = 3 + 2 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2} + 9 = 102$$

54) $\frac{7}{5}$

$$\Rightarrow a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{의 양변에 } n=1, 2, \dots, 9 \text{를 대입하여 좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리 더하면}$$

$$(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_{10} - a_9)$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

$$a_{10} - a_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{10}$$

$$\therefore a_{10} = 1 - \frac{1}{10} + a_1 = 1 - \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{7}{5}$$

$$55) \frac{1}{5}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 9를 차례로 대입하여 변끼리 곱하면

$$a_2 = \frac{1}{2}a_1$$

$$a_3 = \frac{2}{3}a_2$$

$$a_4 = \frac{3}{4}a_3$$

\vdots

$$\times) a_{10} = \frac{9}{10}a_9$$

$$a_{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{9}{10}a_1 = \frac{1}{10} \cdot 2 = \frac{1}{5}$$

$$56) a_n = \frac{n^2 + n}{2}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n+2}{n}a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면

$$a_n = \frac{n+1}{n-1} \cdot \frac{n}{n-2} \cdots \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot a_1$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} \cdot 1 = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$57) a_n = 2n$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n+1}{n}a_n$ 을 정리하면 $\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n}$ 이므로

$$a_1 = 2$$

$$\frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{1} \text{에서 } a_2 = 2 \cdot 2$$

$$\frac{a_3}{3} = \frac{a_2}{2} \text{에서 } a_3 = 2 \cdot 3$$

\vdots

$$\frac{a_n}{n} = \frac{a_1}{1} \text{에서 } a_n = 2n \text{이다.}$$

$$58) a_n = 2^n + 2$$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + 2^n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$a_n = a_1 + (2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1})$$

$$= 4 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} = 2^n + 2$$

$$59) a_n = \frac{6}{n+1}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2}a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면

$$a_n = \frac{n}{n+1} \cdot \cdots \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot a_1$$

$$= \frac{2}{n+1} \cdot 3 = \frac{6}{n+1}$$

$$60) a_n = \frac{2}{n}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면

$$a_n = \frac{n-1}{n} \cdot \cdots \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a_1$$

$$= \frac{1}{n} \cdot 2 = \frac{2}{n}$$

$$61) a_n = 3^n + 2$$

$\Rightarrow a_{n+1} = 3a_n - 4$ 를 $a_{n+1} - \alpha = 3(a_n - \alpha)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = 3a_n - 4 \text{에서 } \alpha = 2$$

$$\therefore a_{n+1} - 2 = 3(a_n - 2)$$

따라서 수열 $\{a_n - 2\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 2$, 공비가 3인 등비수열이다. 이때, $a_1 - 2 = 3$ 이므로

$$a_n - 2 = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n \quad \therefore a_n = 3^n + 2$$

$$62) a_n = 2^{n+1} - 1$$

$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n + 1$ 을 $a_{n+1} - \alpha = 2(a_n - \alpha)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = 2a_n + 1 \text{에서 } \alpha = -1$$

$$\therefore a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$$

따라서 수열 $\{a_n + 1\}$ 은 첫째항이 $a_1 + 1$, 공비가 2인 등비수열이다. 이때, $a_1 + 1 = 4$ 이므로

$$a_n + 1 = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1} \quad \therefore a_n = 2^{n+1} - 1$$

$$63) \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \sqrt{\frac{n}{n+1}}a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면

$$a_n = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \cdots \sqrt{\frac{n-1}{n}} \cdot a_1$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}} \times 1 = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$64) a_n = 3 \cdot (-1)^{n-1} + 1$$

$\Rightarrow a_{n+1} = -a_n + 2$ 를 $a_{n+1} - \alpha = -(a_n - \alpha)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = -a_n + 2 \text{에서 } \alpha = 1$$

$$\therefore a_{n+1} - 1 = -(a_n - 1)$$

따라서 수열 $\{a_n - 1\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 1$ 이고 공비

가 -1 인 등비수열이다.

이때, $a_1 - 1 = 3$ 이므로

$$a_n - 1 = 3 \cdot (-1)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 3 \cdot (-1)^{n-1} + 1$$

$$65) a_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 3$$

$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n + 3$ 을 $a_{n+1} - \alpha = 2(a_n - \alpha)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = 2a_n - \alpha \text{에서 } \alpha = -3$$

$$\therefore a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$$

따라서 수열 $\{a_n + 3\}$ 은 첫째항이 $a_1 + 3$ 이고 공비가 2인 등비수열이다.

이때, $a_1 + 3 = 5$ 이므로

$$a_n + 3 = 5 \cdot 2^{n-1} \quad \therefore a_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 3$$

$$66) a_n = 4(n+1)$$

$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{n+2}{n+1} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n+1}{n} \cdot a_1 \\ &= \frac{n+1}{2} \cdot 8 = 4(n+1) \end{aligned}$$

$$67) a_n = 3 - \frac{1}{n}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)} = a_n + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) \\ &= 2 + 1 - \frac{1}{n} = 3 - \frac{1}{n} \end{aligned}$$

$$68) a_n = 2^{n-1} + 1$$

$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n - 1$ 을 $a_{n+1} - \alpha = 2(a_n - \alpha)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = 2a_n - \alpha \text{에서 } \alpha = 1$$

$$\therefore a_{n+1} - 1 = 2(a_n - 1)$$

따라서 수열 $\{a_n - 1\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 1$ 이고 공비가 2인 등비수열이다.

이때, $a_1 - 1 = 1$ 이므로

$$a_n - 1 = 2^{n-1} \quad \therefore a_n = 2^{n-1} + 1$$

$$69) a_n = \frac{2n-1}{n}$$

$$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n^2 + n} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= a_n + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변

끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) \\ &= 1 + 1 - \frac{1}{n} = \frac{2n-1}{n} \end{aligned}$$

$$70) a_n = \frac{3n^2 - 3n - 10}{2}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + 3n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + 3 + 6 + 9 + \dots + 3(n-1) \\ &= -5 + 3\{1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)\} \\ &= -5 + 3 \times \frac{(n-1)n}{2} \\ &= \frac{3n^2 - 3n - 10}{2} \end{aligned}$$

$$71) a_n = n^2 - n + 3$$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + 2n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n-1) \\ &= 3 + 2\{1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)\} \\ &= 3 + 2 \times \frac{(n-1)n}{2} \\ &= n^2 - n + 3 \end{aligned}$$

$$72) a_n = \frac{n^2 - n + 2}{2}$$

$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 변끼리 각각 더하면

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 \\ &= 1 + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2 - n + 2}{2} \end{aligned}$$

$$73) 13$$

$\Rightarrow a_{n+1} = 3a_n + 2$ 에서 $a_{n+1} - a_n = 3(a_n - a_{n-1})$ 이므로

$$\begin{aligned} a_n &= 3 + \sum_{k=1}^{n-1} 8 \cdot 3^{k-1} = 3 + \frac{8(3^{n-1} - 1)}{3 - 1} \\ &= 4 \cdot 3^{n-1} - 1 \end{aligned}$$

따라서 $a_{10} = 4 \cdot 3^9 - 1$ 이므로 $p = 4, q = 9$ 이고

$p + q = 13$ 이다.

$$74) 5040$$

$$\Rightarrow a_{10} = 10a_9, a_9 = 9a_8, a_8 = 8a_7, a_7 = 7a_6$$

$$a_{10} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot a_6$$

$$\therefore \frac{a_{10}}{a_6} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

$$75) \frac{1}{39}$$

$$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1} a_n \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, \dots, n-1 \text{을 차례로 대입하여 변끼리 각각 곱하면}$$

$$a_n = \frac{2n-3}{2n-1} \cdot \dots \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot a_1 = \frac{1}{2n-1}$$

$$\therefore a_{20} = \frac{1}{2 \cdot 20 - 1} = \frac{1}{39}$$

$$76) 2 - \frac{1}{2^{17}}$$

$$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + 1 \text{을 } a_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(a_n - \alpha) \text{ 꼴로 변형하면 } a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + \frac{1}{2} \alpha \text{에서 } \alpha = 2$$

$$\therefore a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

따라서 수열 $\{a_n - 2\}$ 는 첫째항이 $a_1 - 2$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

이때, $a_1 - 2 = -1$ 이므로

$$a_n - 2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\frac{1}{2^{n-1}}, \quad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$\therefore a_{18} = 2 - \frac{1}{2^{17}}$$

$$77) 9$$

$$\Rightarrow a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0 \text{을 정리하면}$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) \text{이므로}$$

$$\{b_n\} = \{a_{n+1} - a_n\} \text{이라 하면}$$

$$b_1 = 1, b_n = 2^{n-1} \text{이므로}$$

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^{k-1} = 3 + \frac{2^{n-1} - 1}{2 - 1} = 2 + 2^{n-1} \text{이다.}$$

따라서 $a_k = 2 + 2^{k-1} = 258$ 을 만족하는 $k = 9$ 이다.

$$78) 397$$

$$\Rightarrow a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n \text{을 정리하면}$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n \text{이므로}$$

수열 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 은 첫째항이 4이고 공비가 1인 등비수열이다.

따라서 $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4 = 1 + 4(n-1) = 4n - 3$ 이고

$$a_{100} = 400 - 3 = 397 \text{이다.}$$