



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 지수함수의 부정적분지수함수의 부정적분은 다음과 같다. (단, C 는 적분상수)

(1) $\int e^x dx = e^x + C$

(2) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ (단, $a > 0$, $a \neq 1$)

■ 다음 부정적분을 구하여라.

1. $\int 2^{2x} dx$

2. $\int 5^{2x} dx$

3. $\int 5^x \ln 5 dx$

4. $\int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$

5. $\int e^{x+1} dx$

6. $\int (e^x + 2^x) dx$

7. $\int 2^{3x-1} dx$

8. $\int 3^{4-x} dx$

9. $\int (2^x + 2^{-x}) dx$

10. $\int e^{23x} dx$

11. $\int e^{x+4} dx$

12. $\int e^{x+\ln 5} dx$

13. $\int e^{x-1} dx$

14. $\int (e^x + 2^{2x+1}) dx$

15. $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x-1} dx$

16. $\int (5^x + 1)^2 dx$

17. $\int \frac{e^{3x}+1}{e^{2x}-e^x+1} dx$

18. $\int (2e^x + 3^x) dx$

19. $\int (e^{x-1} + 3^{2x}) dx$

20. $\int (\sqrt{e})^{2x-2} dx$

21. $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx$

22. $\int (3e^x - 3^{x+1}) dx$

23. $\int (3e^x + 2^{x+1}) dx$

24. $\int (2^x + 1)^2 dx$

25. $\int (e^x - e^{-x})^2 dx$

26. $\int \frac{xe^x - 6x^2 - 1}{x} dx$

27. $\int \frac{9^x + 27^x}{3^x} dx$

28. $\int \frac{e^{2x} - x^2}{e^x + x} dx$

29. $\int \frac{8^x - 1}{2^x - 1} dx$

30. $\int \frac{9^x - 1}{3^x - 1} dx$

31. $\int (1 - e^x)(1 + e^x)(1 + e^{2x}) dx$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

32. 함수 $f(x) = \int (2^x + e^x) dx$ 에 대하여 $f(2) - f(1)$ 의 값

33. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2e^{2x} - e^x$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(1) - F(0)$ 의 값

34. 함수 $f(x) = \frac{3e^4}{e^x} + 3\sqrt{x}$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 에 대하여 $F(4) = 4$ 일 때, $F(1) + 10$ 의 값

02 / 분수함수의 부정적분

(1) (분자의 차수) \geq (분모의 차수)인 경우

① 인수분해가 될 때: 인수분해 하여 약분한다.

② 인수분해가 되지 않을 때: 분자를 분모로 나누어 몫과 나머지의 꼴로 나타낸 후 부정적분을 구한다.

(2) (분자의 차수) $<$ (분모의 차수)인 경우

피적분함수를 부분분수로 변형하여 부정적분을 구한다.

■ 다음 부정적분을 구하여라.

35. $\int \frac{2x^2 + x - 1}{x + 2} dx$

36. $\int \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} dx$

37. $\int \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} dx$

38. $\int \frac{8^x - 2^x}{2^x + 1} dx$

■ 다음 부정적분을 구하여라.

39. $\int \frac{1}{x+1} dx$

40. $\int \frac{1}{2x+1} dx$

41. $\int \frac{1}{x^2-3x+2} dx$

42. $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right) dx$

43. $\int \left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{3x+2} \right) dx$

44. $\int \frac{x^2+3x+1}{x+2} dx$

45. $\int \frac{3x-1}{x^2-1} dx$

46. $\int \frac{3x-2}{x-1} dx$

47. $\int \frac{4}{x^2-4} dx$

48. $\int \frac{2x^2+4x+3}{x+1} dx$

49. $\int \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx$

50. $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

51. $\int \frac{5x}{2x^2-3x-2} dx$

52. $\int \frac{x-7}{2x^2-3x-2} dx$

53. $\int \frac{1}{x^2+3x+2} dx$

54. $\int \frac{4x+3}{x^2-5x+6} dx$

■ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

55. $f(x) = \int \frac{x^3+3x-1}{x^2} dx$ 에서 $f(1) = \frac{1}{2}$ 일 때,
 $f(-1)$ 의 값을 구하여라.

56. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$,
 $f(3) = \ln \sqrt{2}$ 이 성립할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

57. 함수 $f(x) = \int \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx$ 에 대하여
 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

58. $\int \frac{18}{x^2-2x-8} dx = p \ln \left| \frac{x+q}{x+r} \right| + C$ 를 만족하는
상수 p, q, r 에 대하여 $p+q+r$ 의 값을 구하여라.

59. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int \frac{2x+3}{2x^2-9x+9} dx$,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \frac{5}{2}$ 를 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

60. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = \frac{(2^x-1)^2}{2^x}$ 이고, $f(0) = 2$ 을
만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

61. $f(x) = \int \frac{8^x+1}{2^x+1} dx$ 에 대하여 $f(1) = -1$ 일 때,
 $f(2)$ 의 값을 구하여라.

62. 함수 $f(x)$ 는 $\frac{e^{3x}-1}{e^x-1}$ 의 한 부정적분이고, 함수
 $F(x)$ 는 $f(x)$ 의 한 부정적분이다. $f(0) = 2$ 일 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h)-F(1)}{3h}$ 의 값을 구하여라.

63. 함수 $f(x) = \int \frac{x-1}{x^2-8x+15} dx$ 에 대하여
 $f(6) = -\ln 3$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) $\frac{2^{2x}}{2\ln 2} + C$

$$\Rightarrow \int 2^{2x} dx = \int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + C$$

2) $\frac{5^{2x}}{2\ln 5} + C$

$$\Rightarrow \int 5^{2x} dx = \int 25^x dx = \frac{25^x}{\ln 25} + C = \frac{5^{2x}}{2\ln 5} + C$$

3) $5^x + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int 5^x \ln 5 dx &= \ln 5 \int 5^x dx \\ &= \ln 5 \times \frac{5^x}{\ln 5} + C = 5^x + C \end{aligned}$$

4) $-\frac{2^{-x}}{\ln 2} + C$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln \frac{1}{2}} + C = -\frac{2^{-x}}{\ln 2} + C$$

5) $e^{x+1} + C$

$$\Rightarrow \int e^{x+1} dx = e \int e^x dx = e \times e^x + C = e^{x+1} + C$$

6) $e^x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

$$\Rightarrow \int (e^x + 2^x) dx = e^x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

7) $\frac{2^{3x}}{6\ln 2} + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int 2^{3x-1} dx &= \int \frac{8^x}{2} dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{8^x}{\ln 8} + C = \frac{2^{3x}}{6\ln 2} + C \end{aligned}$$

8) $\frac{-3^{4-x}}{\ln 3} + C$

9) $\frac{2^x - 2^{-x}}{\ln 2} + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (2^x + 2^{-x}) dx &= \int \left\{ 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x \right\} dx \\ &= \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln \frac{1}{2}} + C = \frac{2^x - 2^{-x}}{\ln 2} + C \end{aligned}$$

10) $\frac{e^{23^x}}{\ln 3} + C$

$$\Rightarrow \int e^{23^x} dx = e^2 \int 3^x dx = \frac{e^{23^x}}{\ln 3} + C$$

11) $e^{x+4} + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int e^{x+4} dx &= \int e^x \times e^4 dx = e^4 \int e^x dx \\ &= e^4 \times e^x + C = e^{x+4} + C \end{aligned}$$

12) $5e^x + C$

13) $e^{x-1} + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int e^{x-1} dx &= e^{-1} \int e^x dx \\ &= e^{-1} \cdot e^x + C \\ &= e^{x-1} + C \end{aligned}$$

14) $e^x + \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (e^x + 2^{2x+1}) dx &= \int (e^x + 2 \cdot 4^x) dx \\ &= \int e^x dx + 2 \int 4^x dx \\ &= e^x + 2 \cdot \frac{4^x}{\ln 4} + C \\ &= e^x + 2 \cdot \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + C \\ &= e^x + \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C \end{aligned}$$

15) $e^x + x + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{e^{2x}-1}{e^x-1} dx &= \int \frac{(e^x-1)(e^x+1)}{e^x-1} dx \\ &= \int (e^x+1) dx \\ &= e^x + x + C \end{aligned}$$

16) $\frac{5^{2x}}{2\ln 5} + 2 \cdot \frac{5^x}{\ln 5} + x + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (5^x+1)^2 dx &= \int (5^{2x} + 2 \cdot 5^x + 1) dx \\ &= \int 25^x dx + 2 \int 5^x dx + \int 1 dx \\ &= \frac{25^x}{\ln 25} + 2 \cdot \frac{5^x}{\ln 5} + x + C \\ &= \frac{5^{2x}}{2\ln 5} + 2 \cdot \frac{5^x}{\ln 5} + x + C \end{aligned}$$

17) $e^x + x + C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{e^{3x}+1}{e^{2x}-e^x+1} dx &= \int \frac{(e^x+1)(e^{2x}-e^x+1)}{e^{2x}-e^x+1} dx \\ &= \int (e^x+1) dx \\ &= e^x + x + C \end{aligned}$$

$$18) 2e^x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (2e^x + 3^x) dx &= 2 \int e^x dx + \int 3^x dx \\ &= 2e^x + \frac{3^x}{\ln 3} + C \end{aligned}$$

$$19) e^{x-1} + \frac{3^{2x}}{2\ln 3} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (e^{x-1} + 3^{2x}) dx &= \int \left(\frac{e^x}{e} + 9^x \right) dx \\ &= \frac{e^x}{e} + \frac{9^x}{\ln 9} + C \\ &= e^{x-1} + \frac{3^{2x}}{2\ln 3} + C \end{aligned}$$

$$20) e^{x-1} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (\sqrt{e})^{2x-2} dx &= \int e^{x-1} dx = \frac{1}{e} \int e^x dx \\ &= e^{x-1} + C \end{aligned}$$

$$21) \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx &= \int \frac{(e^x + 1)(e^{2x} - e^x + 1)}{e^x + 1} dx \\ &= \int (e^{2x} - e^x + 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C \end{aligned}$$

$$22) 3e^x - \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (3e^x - 3^{x+1}) dx &= \int (3e^x - 3 \times 3^x) dx \\ &= 3e^x - 3 \times \frac{3^x}{\ln 3} + C \\ &= 3e^x - \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C \end{aligned}$$

$$23) 3e^x + \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (3e^x + 2^{x+1}) dx &= 3 \int e^x dx + 2 \int 2^x dx \\ &= 3e^x + 2 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C \\ &= 3e^x + \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + C \end{aligned}$$

$$24) \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (2^x + 1)^2 dx &= \int (4^x + 2 \times 2^x + 1) dx \\ &= \frac{4^x}{\ln 4} + 2 \times \frac{2^x}{\ln 2} + x + C \\ &= \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + x + C \end{aligned}$$

$$25) \frac{1}{2}e^{2x} - 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (e^x - e^{-x})^2 dx &= \int (e^{2x} - 2 + e^{-2x}) dx \\ &= \int \{(e^2)^x - 2 + (e^{-2})^x\} dx \\ &= \frac{(e^2)^x}{\ln e^2} - 2x + \frac{(e^{-2})^x}{\ln e^{-2}} + C \\ &= \frac{1}{2}e^{2x} - 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C \end{aligned}$$

$$26) e^x - 3x^2 - \ln|x| + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{xe^x - 6x^2 - 1}{x} dx &= \int \left(e^x - 6x - \frac{1}{x} \right) dx \\ &= e^x - 3x^2 - \ln|x| + C \end{aligned}$$

$$27) \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3^{2x}}{2\ln 3} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{9^x + 27^x}{3^x} dx &= \int \left(\frac{9^x}{3^x} + \frac{27^x}{3^x} \right) dx \\ &= \int (3^x + 9^x) dx \\ &= \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{9^x}{\ln 9} + C \\ &= \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3^{2x}}{2\ln 3} + C \end{aligned}$$

$$28) e^x - \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{e^{2x} - x^2}{e^x + x} dx &= \int \frac{(e^x + x)(e^x - x)}{e^x + x} dx \\ &= \int (e^x - x) dx \\ &= e^x - \frac{1}{2}x^2 + C \end{aligned}$$

$$29) \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + \frac{2^x}{\ln 2} + x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{8^x - 1}{2^x - 1} dx &= \int \frac{(2^x - 1)(4^x + 2^x + 1)}{2^x - 1} dx \\ &= \int (4^x + 2^x + 1) dx \\ &= \frac{4^x}{\ln 4} + \frac{2^x}{\ln 2} + x + C \\ &= \frac{2^{2x}}{2\ln 2} + \frac{2^x}{\ln 2} + x + C \end{aligned}$$

$$30) \frac{3^x}{\ln 3} + x + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{9^x - 1}{3^x - 1} dx &= \int \frac{(3^x - 1)(3^x + 1)}{(3^x - 1)} dx \\ &= \int (3^x + 1) dx \\ &= \frac{3^x}{\ln 3} + x + C \end{aligned}$$

$$31) x - \frac{1}{4}e^{4x} + C$$

$$\Rightarrow \int (1-e^x)(1+e^x)(1+e^{2x})dx = \int (1-e^{4x})dx \\ = x - \frac{1}{4}e^{4x} + C$$

$$32) \frac{2}{\ln 2} + e^2 - e$$

$$\Rightarrow f(x) = \int (2^x + e^x)dx = \int 2^x dx + \int e^x dx \\ = \frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$$

따라서 구하는 값은

$$f(2) - f(1) = \left(\frac{2^2}{\ln 2} + e^2 + C \right) - \left(\frac{2}{\ln 2} + e + C \right) \\ = \frac{2}{\ln 2} + e^2 - e$$

$$33) \frac{1}{2}e^2 - e + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \int (2e^{2x} - e^x)dx = e^{2x} - e^x + C$$

$$f(0) = 1 \quad \therefore C = 1$$

$$f(x) = e^{2x} - e^x + 1$$

$$F(x) = \frac{e^{2x}}{2} - e^x + x + C_1$$

$$\therefore F(1) - F(0) = \frac{e^2}{2} - e + 1 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{e^2}{2} - e + \frac{3}{2}$$

$$34) 3 - 3e^3$$

$$\Rightarrow F(x) = -3e^4 e^{-x} + 2x\sqrt{x} + C$$

$$F(4) = -3e^4 e^{-4} + 8\sqrt{4} + C = 4 \quad \therefore C = -9$$

$$\therefore F(1) + 10 = -3e^3 + 2 - 9 + 10 = 3 - 3e^3$$

$$35) x^2 - 3x + 5\ln|x+2| + C$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + x - 1}{x + 2} = \frac{(2x - 3)(x + 2) + 5}{x + 2} \\ = 2x - 3 + \frac{5}{x + 2}$$

$$\therefore \int \frac{2x^2 + x - 1}{x + 2} dx = \int \left(2x - 3 + \frac{5}{x + 2} \right) dx \\ = x^2 - 3x + 5\ln|x + 2| + C$$

$$36) \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + x + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} dx \\ = \int \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x}-1)} dx \\ = \int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1) dx \\ = \int x^{\frac{2}{3}} dx + \int x^{\frac{1}{3}} dx + \int 1 dx \\ = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + x + C$$

$$= \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + x + C$$

$$37) \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} dx = \int \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} dx \\ = \int (x+2) dx \\ = \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$$

$$38) \frac{2^x(2^{x-1}-1)}{\ln 2} + C$$

$$39) \ln|x+1| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$$

$$40) \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$$

$$41) \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx = \int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx \\ = \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx \\ = \ln|x-2| - \ln|x-1| + C \\ = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$$

$$42) \ln|x(x+1)(x+2)| + C$$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right) dx \\ = \ln|x| + \ln|x+1| + \ln|x+2| + C \\ = \ln|x(x+1)(x+2)| + C$$

$$43) 2\ln|x-1| + \frac{1}{3}\ln|3x+2| + C$$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{3x+2} \right) dx \\ = 2\ln|x-1| + \frac{1}{3}\ln|3x+2| + C$$

$$44) \frac{1}{2}x^2 + x - \ln|x+2| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 2} dx = \int \frac{(x+1)(x+2) - 1}{(x+2)} dx \\ = \int \left(x + 1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ = \frac{1}{2}x^2 + x - \ln|x+2| + C$$

$$45) \ln|(x+1)^2(x-1)| + C$$

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$\int \frac{3x-1}{x^2-1} dx = \int \left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1} \right) dx \\ = \ln |(x+1)^2(x-1)| + C$$

$$46) 3x + \ln|x-1| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{3x-2}{x-1} dx = \int \frac{3(x-1)+1}{x-1} dx \\ = \int \left(3 + \frac{1}{x-1} \right) dx \\ = 3x + \ln|x-1| + C$$

$$47) \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{4}{(x-2)(x+2)} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dt \\ = \ln|x-2| - \ln|x+2| + C = \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$$

$$48) x^2 + 2x + \ln|x+1| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{2x^2+4x+3}{x+1} dx = \int \frac{(2x+2)(x+1)+1}{x+1} dx \\ = \int \left(2x+2 + \frac{1}{x+1} \right) dx \\ = x^2 + 2x + \ln|x+1| + C$$

$$49) \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) \text{이므로} \\ \int \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx = \frac{1}{4} \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ = \frac{1}{4} (\ln|x-2| - \ln|x+2|) + C \\ = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$$

$$50) \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \text{이므로} \\ \int \frac{1}{x(x-1)} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx \\ = \ln|x-1| - \ln|x| + C \\ = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$$

$$51) \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2\ln|x-2| + C$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{2x^2-3x-2} = \frac{5x}{(2x+1)(x-2)} \\ = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x-2}$$

로 놓으면

$$\frac{5x}{2x^2-3x-2} = \frac{A(x-2)+B(2x+1)}{(2x+1)(x-2)} \\ = \frac{(A+2B)x+(-2A+B)}{(2x+1)(x-2)}$$

위의 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$A+2B=5, \quad -2A+B=0$$

$$\therefore A=1, \quad B=2$$

$$\therefore \int \frac{5x}{2x^2-3x-2} dx = \int \left(\frac{1}{2x+1} + \frac{2}{x-2} \right) dx \\ = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2\ln|x-2| + C$$

$$52) \frac{3}{2} \ln|2x+1| - \ln|x-2| + C$$

\Rightarrow 분수식을 정리하면 주어진 부정적분 식은

$$\int \left(\frac{3}{2x+1} - \frac{1}{x-2} \right) dx = \frac{3}{2} \ln|2x+1| - \ln|x-2| + C$$

$$53) \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

이므로

$$\int \frac{1}{x^2+3x+2} dx = \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ = \ln|x+1| - \ln|x+2| + C \\ = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C$$

$$54) 15\ln|x-3| - 11\ln|x-2| + C$$

$$\Rightarrow \frac{4x+3}{x^2-5x+6} = \frac{4x+3}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$$

로 놓으면

$$\frac{4x+3}{x^2-5x+6} = \frac{A(x-2)+B(x-3)}{(x-3)(x-2)} \\ = \frac{(A+B)x-(2A+3B)}{(x-3)(x-2)}$$

위의 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$A+B=4, \quad 2A+3B=-3$$

$$\therefore A=15, \quad B=-11$$

$$\therefore \int \frac{4x+3}{x^2-5x+6} dx = \int \left(\frac{15}{x-3} - \frac{11}{x-2} \right) dx \\ = 15\ln|x-3| - 11\ln|x-2| + C$$

$$55) -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \int \left(x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx \\ = \frac{1}{2}x^2 + 3\ln|x| + \frac{1}{x} + C$$

$$f(1) = \frac{1}{2} + 1 + C = \frac{1}{2} \text{이므로 } C = -1$$

$$\therefore f(-1) = \frac{1}{2} + 3\ln|-1| - 1 - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$56) \ln\sqrt{3}$$

57) $\frac{1}{3}\ln 2$

58) 1

$$\Rightarrow \int \frac{18}{x^2-2x-8} dx = \int \frac{18}{(x+2)(x-4)} dx$$

$$= 3 \int \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+2} \right) dx = 3 \ln \left| \frac{x-4}{x+2} \right| + C$$

$p=3, q=-4, r=2$

$\therefore p+q+r=1$

59) $\ln \frac{3}{8}$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{2x+3}{2x^2-9x+9} dx$$

$$= \int \left(\frac{3}{x-3} - \frac{4}{2x-3} \right) dx$$

$$= 3 \ln |x-3| - 2 \ln |2x-3| + C$$

이때 $f(1)=0$ 이므로

$f(1)=3\ln 2+C=0 \quad \therefore C=-3\ln 2$

$\therefore f(0)=3\ln 3-2\ln 3-3\ln 2=\ln 3-3\ln 2=\ln \frac{3}{8}$

60) $\frac{3}{2\ln 2}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2^{2x}-2^{x+1}+1}{2^x} = 2^x - 2 + 2^{-x}$$

$$f(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x - \frac{2^{-x}}{\ln 2} + C$$

$f(0)=2 \quad \therefore C=2$

$\therefore f(1) = \frac{2}{\ln 2} - 2 - \frac{2^{-1}}{\ln 2} + 2 = \frac{2}{\ln 2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\ln 2} = \frac{3}{2\ln 2}$

61) $\frac{4}{\ln 2}$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{8^x+1}{2^x+1} = \int \frac{(2^x+1)(2^{2x}-2^x+1)}{2^x+1} dx$$

$$= \int (2^{2x}-2^x+1) dx = \int (4^x-2^x+1) dx$$

$$= \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{2^x}{\ln 2} + x + C$$

$f(1) = \frac{4}{\ln 4} - \frac{2}{\ln 2} + 1 + C = -1$

$\therefore C = -2$

$f(x) = \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{2^x}{\ln 2} + x - 2$

$\therefore f(2) = \frac{16}{2\ln 2} - \frac{4}{\ln 2} + 2 - 2 = \frac{4}{\ln 2}$

62) $\frac{e^2}{3} + \frac{2}{3}e + 1$

$$\Rightarrow \frac{e^{3x}-1}{e^x-1} = \frac{(e^x-1)(e^{2x}+e^x+1)}{e^x-1}$$

$$= e^{2x} + e^x + 1$$

이므로

$$f(x) = \int (e^{2x} + e^x + 1) dx$$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + x + C$$

이때, $f(0) = \frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot 0} + e^0 + 0 + C = 2$ 이므로

$C = \frac{1}{2}$

$\therefore f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + x + \frac{1}{2}$

따라서 구하는 값은

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h)-F(1)}{3h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h)-F(1)}{2h} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3} F'(1) = \frac{2}{3} f(1)$$

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}e^2 + e + \frac{3}{2} \right)$$

$$= \frac{e^2}{3} + \frac{2}{3}e + 1$$

63) 0

$\Rightarrow \frac{x-1}{x^2-8x+15} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x-3}$ 로 놓으면

$$\frac{x-1}{x^2-8x+15} = \frac{A(x-3)+B(x-5)}{(x-5)(x-3)}$$

$$= \frac{(A+B)x + (-3A-5B)}{(x-5)(x-3)}$$

위의 식은 x 에 대한 항등식이므로

$A+B=1, -3A-5B=-1$

$\therefore A=2, B=-1$

$$f(x) = \int \frac{x-1}{x^2-8x+15} dx$$

$$= \int \left(\frac{2}{x-5} - \frac{1}{x-3} \right) dx$$

$$= 2\ln |x-5| - \ln |x-3| + C$$

$f(6) = -\ln 3$ 이므로

$f(6) = 2\ln 1 - \ln 3 + C = -\ln 3$

$\therefore C = 0$

따라서 $f(x) = 2\ln |x-5| - \ln |x-3|$ 이므로

$f(7) = 2\ln 2 - \ln 4 = 0$