

2020학년도 2학기 1차 지필평가

과목코드 : 17 (선택중심교육)과정

2 학년 (수학Ⅱ)

일시 : 2020년 10월 29일(목) 3교시

객관식 : 16 문항 × (4.9 ~ 5.7) 점 = 86 점
 논술형 : 2 문항 × (7.0) 점 = 14 점
 총면수 : 5면 총 점수 : 100 점

1. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 $4x-4 \leq f(x) \leq x^2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [4.9점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 5x + 4$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [4.9점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

3. 함수 $f(x) = -x^2 + 2x$ 에 대하여 닫힌 구간 $[0, 3]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c 의 값을 구하면? [5.1점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 곡선 $y = -x^3 + 5x - 4$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(4)$ 의 값은? [5.1점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

zocbo.com

5. 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기가 12이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은? [5.3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ 가 $x = 3$ 에서 극솟값 1을 가질 때, $f(x)$ 의 극댓값은? [5.3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{11} - 6x^3 - 9x - 14}{x + 1}$ 의 값은? [5.3점]

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

8. 함수 $f(x) = x^3 - kx^2 + kx - 1$ 이 극값을 갖지 않도록 하는 정수 k 의 개수는? [5.3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 실수 전체에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ 를 만족시키고 $f'(0) = 5$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [5.5점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

9. 닫힌구간 $[0, 5]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (0 \leq x \leq 3) \\ a(x-3)^2 + b & (3 < x \leq 5) \end{cases}$$

로 정의되고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+5)$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(34)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수) [5.5점]

- ① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

11. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x + f(x) = g(x)\{x - f(x)\}$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{3x + f(x)}$ 의 값은? [5.5점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{7}{18}$

12. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 인 다항함수 $f(x)$ 가 $f(-1)=2$, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(1)-f(-x)}{x^2-1}=3$ 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\{f(x)\}^2-4}{x^2-1}$ 의 값은? [5.5점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{x^3 + x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [5.7점]

- ① 42 ② 43 ③ 44 ④ 45 ⑤ 46

14. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.7점]

<보 기>

ㄱ. $y=f(x)$ 에서 x 의 값이 -2 에서 8 까지 변할 때의 평균변화율은 0 이다.

ㄴ. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b=6$ 이면 $f'(a)+f'(b)=0$ 이다.

$$\square. \sum_{k=1}^{14} f'(k-3) = 0$$

zocbo.com

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄴ

15. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2 & (|x| \geq 2) \\ 2 & (|x| < 2) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 2 & (|x| \geq 2) \\ -x & (|x| < 2) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[5.7점]

<보 기>

㉠. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) = -4$

㉡. 함수 $g(x+2)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

㉢. 함수 $f(x)g(x+2)$ 은 $x=-2$ 에서 연속이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

zocbo.com

16. x 가 양수일 때, x 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2$ 이고 $\frac{7}{2} < 2f\left(\frac{7}{2}\right)$ 이므로

$g\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 이다. $\lim_{x \rightarrow 6^+} g(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow 6^-} g(x) = \beta$ 라고 할 때,

$\alpha + \beta$ 의 값은? [5.7점]

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{25}{6}$

④ 5

⑤ $\frac{35}{6}$

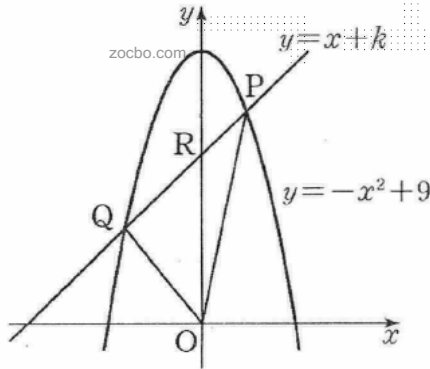
zocbo.com

※ 여기부터 논술형 문제입니다.

논술형 답안지에 반드시 풀이 과정을 포함하여 답안을 작성하시기 바랍니다. 정답만 작성 시 '0'점 처리됩니다.

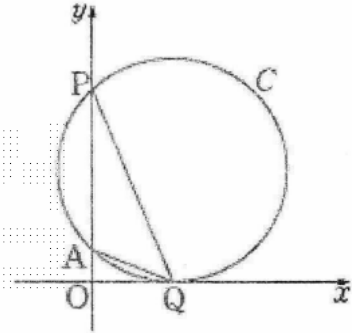
[논술형 1]

그림과 같이 직선 $y=x+k$ ($3 < k < 9$)가 곡선 $y=-x^2+9$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, y축과 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가 최대가 되도록 하는 k의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.) [7점]



[논술형 2]

그림과 같이 좌표평면 위의 점 A(0, 1)을 지나고 x축에 접하는 원 C가 있다. 원 C가 y축과 만나는 또 다른 점을 P라 하고, x축과 접하는 점을 Q(t, 0)이라 하자. 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$, 원 C의 반지름의 길이를 $r(t)$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $t > 1$ 이다.) [총 7점]



(1) $r(t)$ 를 구하시오. [3점]

(2) $S(t)$ 를 구하시오. [3점]

(3) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3S(t)}{2t \times r(t)}$ 의 값을 구하시오. [1점]

zocbo.com

▶ 확인사항 :

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.