

2022년 고림고 수학(하) 중간고사

1. 명제인 것은? [4.1점]

- ① $x^2 = 16$
 ② $3x - 1 < 11$
 ③ x 는 짝수이다.
 ④ 10^{10} 은 큰 수 이다.
 ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $|x| \geq x$ 이다.

2. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [4.1점]

- ① $2 \in A$
- ② $\emptyset \subset A$
- ③ $n(A) = 4$
- ④ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.
- ⑤ 집합 A 와 집합 $\{x|x \text{는 } 30 \text{의 소인수}\}$ 는 서로소이다.

3. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-2, 1)$ 에서의 접선의 y 절편은? [4.3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

4. 두 집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에 대하여 $A \cap X = A$, $X \cup B = B$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는? [4.3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

5. 직선 $y=2x-1$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선이 $y=2x+k$ 와 일치할 때, 상수 k 의 값은? [4.5점]

- ① -6 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

6. 다음은 귀류법을 이용하여 명제 ‘ $\sqrt{3}$ 은 유리수가 아니다.’를 증명한 것이다.

명제를 부정하여 $\sqrt{3}$ 은 (가)라 하면 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt{3} = \frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\sqrt{3} = \frac{n}{m} \text{의 양변을 제곱하면 } 3 = \frac{n^2}{m^2} \text{이므로}$$

$$n^2 = 3m^2 \qquad \dots\dots \textcircled{7}$$

즉 $n^2 \mid 0$ 이므로 n 도 (4) 이다.(L)

$n = 3k$ (k 는 자연수)라 하면 ㉠에서 $9k^2 = 3m^2$ 이므로 $3k^2 = m^2$

즉 m^2 이 $\boxed{(나)}$ 이므로 m 도 $\boxed{(나)}$ 이다.㉔

④, ⑤에서 m, n 이 모두 $\boxed{(\text{나})}$ 이므로 이것은 m, n 이 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{3}$ 은 $\boxed{\text{가}}$ 가 아니다.

실수 전체의 집합의 두 부분집합 A, B 를 $A = \{x | x \text{는 } \overline{(가)}\}$,

$B = \{x | x \text{는 } \boxed{\text{(나)}}\}$ 라 할 때, 집합 $(A^c \cup B)^c$ 의 원소는? [4.5점]

- ① 2 ② $\frac{9}{3}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{29}$ ⑤ $\sqrt{36}$

7. 어느 학급 전체 학생 30명 중 진로체험 A를 신청한 학생이 14명, 진로체험 B를 신청한 학생이 19명이라 하자. 이 학급 학생 중에서 진로체험 A와 B 중 어느 한 진로체험만 신청한 학생의 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4.6점]

- ① 11
- ② 16
- ③ 22
- ④ 25
- ⑤ 28

8. 자연수 n 에 대하여 자연수 전체 집합의 부분집합 A_n 을 $A_n = \{x | x \text{는 } \sqrt{n} \text{ 이하의 짝수}\}$ 와 같이 정의하자. $A_n \subset A_{36}$ 을 만족시키는 n 의 최댓값은? [4.6점]

- ① 35
- ② 48
- ③ 49
- ④ 63
- ⑤ 64

9. 원 $x^2+y^2=4$ 는 직선 $y=2x+k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나고, $y=-x+k$ 와는 만나지 않는다. 이를 만족시키는 정수 k 의 개수는? [4.7점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

10. 점 $(0,2)$ 에서 원 $x^2+y^2=2$ 에 그은 두 접선과 x 축으로 둘러 싸인 삼각형의 넓이는? [4.7점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

11. 좌표평면에서 원 $x^2-6x+y^2+4y-3=0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원을 C 라 하자. 원 C 가 x 축과 y 축에 동시에 접하게 하는 두 실수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 에 대하여 ab 의 값의 합은? [4.8점]

- ① -36
- ② -24
- ③ 4
- ④ 6
- ⑤ 20

12. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, $S(B)$ 의 최댓값은? (단, $S(X)$ 는 집합 X 의 모든 원소의 합을 나타낸다.) [4.8점]

(가) $A \cap (A \cap B)^c = \{2, 3, 8\}$
(나) $n(A^c \cap B^c) = 2$

- ① 11
- ② 16
- ③ 22
- ④ 27
- ⑤ 30

13. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, $P \cap Q = Q$, $P \cap R^c = \emptyset$ 이라 한다. 참인 명제인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.9점]

〈보기〉	
\neg . $p \rightarrow q$	
\perp . $q \rightarrow r$	
\sqsubset . $\sim p \rightarrow \sim q$	

- ① \neg ② \perp ③ \sqsubset ④ \neg, \perp ⑤ \perp, \sqsubset

14. 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [4.9점]

	〈보기〉
ㄱ. $p: a^2 = b^2$	$q: a - b = 0$
ㄴ. $p: a + b = 0$	$q: a = b = 0$
ㄷ. $p: a$ 또는 b 가 홀수	$q: a + b$ 가 홀수
ㄹ. $p: ab \geq 0$	$q: a + b \leq a + b $

- ① 7, 2 ② 7, 2 ③ 4, 2
- ④ 4, 2 ⑤ 4, 2, 2

15. 실수 x 에 대한 두 조건 $p: (x-2)^2 > 0$, $q: x^2 - 2kx + 3k = 0$ 에 대하여 q 가 $\sim p$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [5.1점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

16. 실수 x 에 대한 세 조건 p, q, r 가

$p: x^2 - 4x + 3 \leq 0$, $q: x > a$, $r: |x - b| < 3$ 일 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역과 명제 $\sim r \rightarrow \sim p$ 가 모두 참이 되게 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 최솟값은? [5.1점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

17. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 두 명제 p, q 가 다음과 같다. 명제 p 는 거짓, 명제 q 는 참이 되도록 하는 두 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [5.1점]

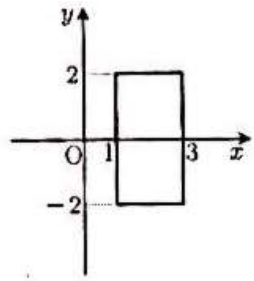
p : 집합 A 의 어떤 원소 x 에 대하여 $x^2 - 7x + 6 \geq 0$ 이다.
 q : 집합 B 의 모든 원소 x 에 대하여 $x \in A$ 이다.

- ① 19 ② 26 ③ 63 ④ 90 ⑤ 112

18. 좌표평면에서 두 직선 l, m 이 원 $x^2 + (y+3)^2 = 4$ 의 넓이를 4등분할 때, 두 직선 l, m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 직선 l 의 방정식을 $y = f(x)$ 라 할 때, $y = |f(x)|$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 C 라고 하자. 삼각형 ABC 의 넓이의 최솟값과 이 때 직선 l 의 기울기의 합은? (단, 직선 l 의 기울기는 양수이다.) [5.2점]

- ① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

19. 좌표평면에서 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 그림과 같은 직사각형 모양일 때, 방정식 $f(1-y, x+2) = 0$ 이 좌표평면에 나타내는 도형은? [5.2점]

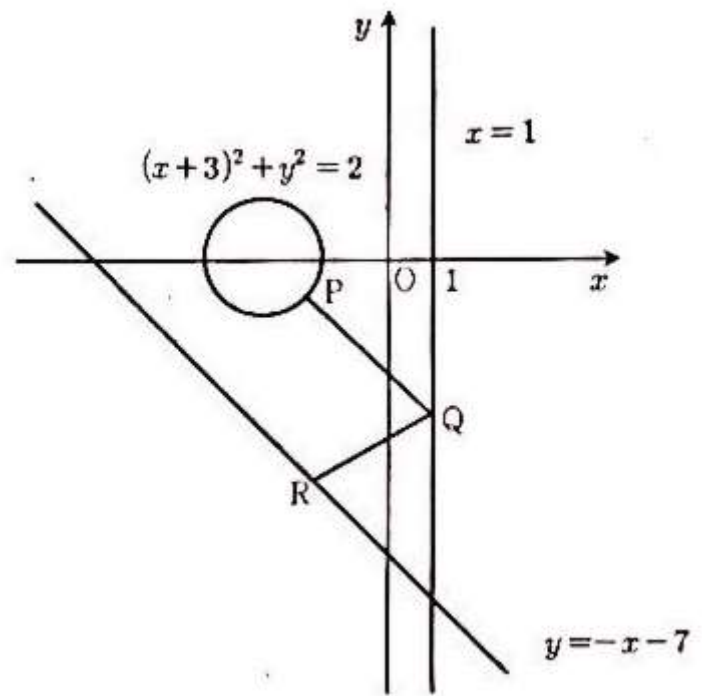


- ① ②
- ③ ④
- ⑤

20. 좌표평면 위에 원점 O 를 지나고 반지름의 길이가 1인 y 축 대칭인 원 C 가 있다. 원 C 위의 제1사분면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 선분 OP 와 호 OP 로 둘러싸인 도형 중 넓이가 작은 도형의 넓이를 S_1 , 선분 PQ 와 호 PQ 로 둘러싸인 도형 중 넓이가 작은 도형의 넓이를 S_2 라 하면 $S_1 = S_2$ 를 만족한다. 원 위의 점 Q 에서의 접선 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 k 라 할 때 k^2 의 값은 [5.2점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

21. 원 $(x+3)^2 + y^2 = 2$ 위의 점 P , 직선 $x=1$ 위의 점 Q , 직선 $y=-x-7$ 위의 제3사분면 위의 점 R 가 있다. $\overline{PQ} + \overline{QR}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, R 에 대해 선분 PR 의 길이는? [5.3점]



- ① $\sqrt{26}$ ② $\sqrt{34}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

1) ⑤

2) ⑤

3) ⑤

4) ④

5) ①

6) ①

7) ③

8) ①

9) ②

10) ②

11) ②

12) ④

13) ⑤

14) ③

15) ①

16) ②

17) ①

18) ②

19) ③

20) ④

21) ④