



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[등비수열]

• 등비수열 : 첫째항부터 차례로 일정한 수를 곱하여 만든 수열

(1) 공비: 등비수열에서 어떤 항과 이전의 항에 대한 비

(2) 등비수열의 관계식 : 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_{n+1} = r a_n \text{ 또는 } \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ (단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

(3) 등비수열의 일반항(a_n): 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열의 일반항은 $a_n = ar^{n-1}$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

[등비중항]

• 등비중항: 0이 아닌 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 등비중항이라 한다. ($b^2 = ac$)

[등비수열의 합]

• 등비수열의 합

첫째항이 a , 공비가 $r(r \neq 0)$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때

$$(1) r \neq 1 \text{ 일 때 } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

$$(2) r = 1 \text{ 일 때 } S_n = na$$

• 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때

$$a_1 = S_1, a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

기본문제

[문제]

1. 다음 수열 2, -6, 18, a , ...은 등비수열을 이룬다. 이때 공비를 r 이라 할 때, $a+r$ 의 값은?

- ① -51 ② -54
③ -57 ④ -60
⑤ -63

[문제]

2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 제3항이 $\frac{1}{2}$, 제7항이 2일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공비는? (단, 공비는 양수이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
③ $\sqrt{2}$ ④ 2
⑤ 4

[예제]

3. 제3항이 2, 제6항이 -54인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은?

- ① $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)(-3)^n$ ② $a_n = \left(-\frac{2}{9}\right)(3)^{n-1}$
③ $a_n = \left(\frac{2}{9}\right)(-3)^n$ ④ $a_n = \left(\frac{2}{9}\right)(3)^{n-1}$
⑤ $a_n = \left(\frac{2}{9}\right)(-3)^{n-1}$

[문제]

4. 제4항이 12, 제7항이 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공비의 곱은?

- ① 12 ② 24
③ 36 ④ 48
⑤ 60

[문제]

5. $a, 3a, 6a^2$ 가 순서대로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은? (단, $a \neq 0$ 이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$
③ 2 ④ $\frac{9}{4}$
⑤ $\frac{5}{2}$

[문제]

6. 다음 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 -3, 6, -12, 24, ...일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① 512 ② 1023
③ 2046 ④ 3069
⑤ 4092

[예제]

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 40$, $a_1 + a_3 + \cdots + a_9 = 10$ 일 때,
수열 $\{a_n\}$ 의 공비는?

- ① -4 ② -3
③ -2 ④ 2
⑤ 3

[문제]

8. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 10, 첫째항부터 제 $2n$ 항까지의 합이 30인 등비수열의 첫째항부터 제 $3n$ 항까지의 합을 구하시오. (단, 공비는 양수이다.)

- ① 50 ② 60
③ 70 ④ 80
⑤ 90

평가문제

[스스로 확인하기]

9. 다음은 등비수열에 관한 설명이다. 빈 칸에 들어갈 것으로 알맞은 것은?

- (1) 첫째항이 a , 공비가 $r(r \neq 0)$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = \boxed{\text{(가)}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 $\boxed{\text{(나)}}$ (이)라 하고 $b^2 = \boxed{\text{(다)}}$
(3) 첫째항이 a , 공비가 $r(r \neq 1)$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은
 $S_n = \frac{\boxed{\text{(라)}}}{1-r} = \frac{\boxed{\text{(마)}}}{r-1}$

- ① (가) ar^n ② (나) 등차중항
③ (다) ac ④ (라) $a(r^n - 1)$
⑤ (마) $a(1 - r^n)$

[스스로 확인하기]

10. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항이 -2이고, 공비가 $\frac{2}{3}$ 인 수열의 일반항을 구하시오.

- ① $a_n = (-2)\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$ ② $a_n = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^n$
③ $a_n = (-2)\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ④ $a_n = (-2)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
⑤ $a_n = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

[스스로 확인하기]

11. 모든 항이 양수인 등비수열에 대하여 첫째항이 8, 제5항이 $\frac{81}{2}$ 일 때, 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① $8 \times \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^9 - 1 \right\}$ ② $8 \times \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^{10} - 1 \right\}$
③ $16 \times \left(\frac{3}{2}\right)^9$ ④ $16 \times \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^9 - 1 \right\}$
⑤ $16 \times \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^{10} - 1 \right\}$

[스스로 확인하기]

12. 세 수 5, a , $b+1$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 b , 5, $\frac{20}{a}$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 16 ② 17
③ 18 ④ 19
⑤ 20

[스스로 확인하기]

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2^{n+1} - 2$ 일 때, 이 수열의 일반항은?

- ① $a_n = 2^n$ ② $a_n = 2^n + 1$
③ $a_n = 2^n - 2$ ④ $a_n = 2^{n+1}$
⑤ $a_n = 2^{n+1} + 2$

[스스로 확인하기]

14. 2019년에 10만 명인 어떤 도시의 인구가 2019년부터 10년 동안 매년 2%씩 인구가 증가한다고 할 때, 2029년에는 이 도시의 인구가 몇 명인가? (단, $(1.02)^5 = 1.1$ 로 계산한다.)

- ① 110000명 ② 111000명
③ 120000명 ④ 121000명
⑤ 133100명

[스스로 마무리하기]

15. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log_2 a_4 = 3$ 일 때, $\log_2 a_{44}$ 의 값은?

- ① 7 ② 25
③ 43 ④ 61
⑤ 79

[스스로 마무리하기]

16. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 수 a_2, a_6, a_7 는 순서대로 등차수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_1 + a_6}{2a_5}$ 의 값은?
(단, 공비는 0, 1이 아니고, $a_1 \neq 0$ 이다.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[스스로 마무리하기]

17. 첫째항이 2, 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{9a_n - 4a_{n+1}\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합은?

- ① -726 ② -727
③ -728 ④ -729
⑤ -730



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 등비수열 2, -6, 18, a, ...의 공비는

$$r = \frac{-6}{2} = -3 \text{이고, } a = (-3) \times 18 = -54 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a + r = -54 + (-3) = -57$$

2) [정답] ③

[해설] 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공비를 r이라 할 때

$$a_3 = ar^2 = \frac{1}{2} \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$a_7 = ar^6 = 2 \quad \cdots \textcircled{B}$$

① ÷ ②을 하면 $r > 0$ 이므로

$$r^4 = 4, \quad r^2 = 2, \quad r = \sqrt{2}$$

3) [정답] ⑤

[해설] 첫째항을 a, 공비를 r이라 할 때

$$a_3 = ar^2 = 2, \quad a_6 = ar^5 = -54$$

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{ar^5}{ar^2} = r^3 = -27 \text{이므로 } r = -3, \quad a = \frac{2}{9} \text{이다.}$$

따라서 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \left(\frac{2}{9}\right)(-3)^{n-1}$$

4) [정답] ④

[해설] 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$$a_4 = ar^3 = 12, \quad a_7 = ar^6 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore r^3 = \frac{1}{8}, \quad r = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{를 } ar^3 = 12 \text{에 대입하면 } a = 96$$

따라서 첫째항과 공비의 곱은

$$96 \times \frac{1}{2} = 48$$

5) [정답] ①

[해설] a, 3a, 6a²가 등비수열을 이루므로

$$a \times 6a^2 = (3a)^2, \quad 6a^3 = 9a^2$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

6) [정답] ②

[해설] 첫째항을 -3, 공비를 -2라 하면

첫째항부터 제5항까지의 합은

$$\frac{(-3) \times \{(-2)^{10} - 1\}}{(-2) - 1}$$

$$= (-2)^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$$

7) [정답] ⑤

[해설] $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 40$$

$$a_1, a_3, \dots \text{의 공비는 } r^2 \text{이므로}$$

$$a_1 + a_3 + \cdots + a_9 = \frac{a\{(r^2)^5 - 1\}}{r^2 - 1}$$

$$= \frac{a(r^{10} - 1)}{(r - 1)(r + 1)} = 10$$

$$\frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 40 \text{이므로 } \frac{a(r^{10} - 1)}{(r - 1)(r + 1)} = \frac{40}{r + 1} = 10$$

$$r + 1 = 4, \quad r = 3$$

8) [정답] ③

[해설] 첫째항을 a, 공비를 r이라 할 때

첫째항부터 제n항까지의 합이 10이므로

$$\frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = 10 \quad \cdots \textcircled{A}$$

첫째항부터 제2n항까지의 합이 30이므로

$$\frac{a(1 - r^{2n})}{1 - r} = 30 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\frac{a(1 - r^{2n})}{1 - r} = \frac{a(1 - r^n)(1 + r^n)}{1 - r} = 30 \text{에서}$$

$$\frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = 10 \text{이므로 } 1 + r^n = 3, \quad r^n = 2$$

따라서 첫째항부터 제3n항까지의 합은

$$\frac{a(1 - r^{3n})}{1 - r} = \frac{a(1 - r^n)(1 + r^n + r^{2n})}{1 - r}$$

$$= 10 \times (1 + 2 + 2^2) = 70$$

9) [정답] ③

[해설] (1) 첫째항이 a, 공비가 r($r \neq 0$)인 등비수열

$$\{a_n\} \text{의 일반항은 } a_n = \boxed{ar^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항(이)라

$$\text{하고 } b^2 = \boxed{ac}$$

(3) 첫째항이 a, 공비가 r($r \neq 1$)인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n 은

$$S_n = \boxed{\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}} = \boxed{\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}}$$

10) [정답] ④

[해설] 첫째항이 -2이고, 공비가 $\frac{2}{3}$ 이므로

$$\text{등비수열 } \{a_n\} \text{의 일반항은 } a_n = (-2) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

11) [정답] ⑤

[해설] 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면 $a = 8$

$$a_5 = ar^4 = 8r^4 = \frac{81}{2}, \quad r^4 = \frac{81}{16}, \quad r = \frac{3}{2}$$

따라서 첫째항부터 제10항까지의 합은

$$\frac{8 \times \left\{ \left(\frac{3}{2} \right)^{10} - 1 \right\}}{\frac{3}{2} - 1} = 16 \times \left\{ \left(\frac{3}{2} \right)^{10} - 1 \right\}$$

12) [정답] ③

[해설] 5, a , $b+1$ 이 등차수열을 이루므로

$$5 + (b+1) = 2a, \quad 2a - b = 6 \quad \cdots \textcircled{A}$$

 b , 5, $\frac{20}{a}$ 가 등비수열을 이루므로

$$5^2 = b \times \frac{20}{a}, \quad 5a = 4b \quad \cdots \textcircled{B}$$

 \textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하면 $a = 8$, $b = 10$

$$\therefore a + b = 18$$

13) [정답] ①

[해설] $a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$ 이므로

$$a_n = (2^{n+1} - 2) - \{2^{(n-1)+1} - 2\}$$

$$= 2^{n+1} - 2^n = 2^n (n \geq 2)$$

이때, $a_1 = S_1 = 2$ 이므로모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = 2^n$

14) [정답] ④

[해설] 2019년에 10만 명이고, 10년 동안 매년 2%씩 증가하므로 2029년의 인구는

$$100000 \times (1 + 0.02)^{10}$$

$$= 100000 \times 1.02^{10} = 100000 \times 1.1^2$$

$$= 121000(\text{명})$$

15) [정답] ③

[해설] 첫째항이 1이므로 공비를 r 이라 할 때,

$$\text{일반항 } a_n = r^{n-1}$$

$$\log_2 a_4 = 3 \text{ 에서 } a_4 = 8 = r^3 \text{ 이므로 공비 } r = 2$$

$$\therefore \log_2 a_{44} = \log_2 (2^{43}) = 43$$

16) [정답] ③

[해설] 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라

$$\text{하면 일반항 } a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{따라서 } a_2 = ar, \quad a_6 = ar^5, \quad a_7 = ar^6$$

이 세 수가 등차수열을 이루므로

$$2ar^5 = ar + ar^6, \quad 2r^4 = 1 + r^5$$

$$\frac{a_1 + a_6}{2a_5} = \frac{a + ar^5}{2ar^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + r^5}{r^4} \text{ 에서}$$

$$1 + r^5 = 2r^4 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a_1 + a_6}{2a_5} = 1$$

17) [정답] ①

[해설] 첫째항이 2, 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ 이므로

$$9a_n - 4a_{n+1} = 18 \times 3^{n-1} - 8 \times 3^n$$

$$= 6 \times 3^n - 8 \times 3^n = -2 \times 3^n$$

따라서 수열 $\{9a_n - 4a_{n+1}\}$ 은 첫째항이 -6 , 공비가 3인 등비수열이므로 첫째항부터 제5항까지의

$$\text{합은 } \frac{-6 \times (3^5 - 1)}{3 - 1} = -3 \times (243 - 1) = -726$$