



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[삼·사차방정식의 풀이]

- 인수정리와 조립제법을 이용하여 인수분해한 후 방정식의 해를 구한다.
- 공통부분이 있으면 그것을 하나의 문자로 치환하여 인수분해한 후 방정식의 해를 구한다.

[삼차방정식의 근과 계수와의 관계]

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (a, b, c, d 는 상수, $a \neq 0$)의
세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

기본문제

[예제]

1. 방정식 $x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$ 을 풀었을 때, 해가
 $x = a, x = \pm \sqrt{b}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

2. 방정식 $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ 을 풀었을 때, 해가
 $x = a, x = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하면? (단, b 는 중
근)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

3. 방정식 $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ 을 풀 때, 두 허근의 곱을
구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

4. $(x^2 + 2x + 3)^2 - 2(x^2 + 2x) - 6 = 0$ 를 풀 때, 실근은
 a 가 되고 두 허근의 곱은 b 가 될 때, $a + b$ 의 값을
구하라.

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

5. $2x^3 - 4x^2 + 5x - 3 = 0$ 의 한 허근을 a 라고 할 때
 $2(a^2 - a)$ 값을 구하라.

- ① -1 ② -2
③ -3 ④ -4
⑤ -5

[문제]

6. $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$ 에 대해 한 허근을 a 라고 할
때, a^3 의 값을 구하라.

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

7. 방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{5}i$ 일
때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -4
③ -6 ④ -8
⑤ 0

[문제]

8. 방정식 $x^3 - 6x^2 + ax - 24 = 0$ 의 한 근이 $-2i$ 일 때, 실수 a 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

9. 밑면의 가로 길이 x cm, 세로 길이는 $x + 1$ cm, 높이가 $x + 4$ cm인 직육면체에 60 cm^3 의 물을 부었을 때, 위에서 2cm가 남았다. x 를 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

10. 기존 정육면체에서 가로는 2cm를 줄이고, 세로와 높이를 4cm씩 늘려 직육면체를 만들었다. 이때 만들어진 직육면체의 부피가 원래의 정육면체보다 2배가 늘었을 때, 기존의 정육면체의 한변의 길이를 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

평가문제

[중단원 마무리]

11. 방정식 $x^3 + 3x^2 - 7x + 3 = 0$ 을 풀었을 때, 해가 $x = a$, $x = b \pm \sqrt{c}$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 6
③ 9 ④ 12
⑤ 15

[중단원 마무리]

12. 방정식 $(x^2 - ax)^2 + 5(x^2 - ax) + 4 = 0$ 을 풀면 2개의 허근과 서로 다른 2개의 실근이 나온다. 이때 가능한 a 의 값을 고르면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

13. $x^4 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 허근을 a , b 라고 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

14. 방정식 $x^4 - 8x^2 + 4 = 0$ 을 풀었을 때, 해가 $x = a \pm \sqrt{b}$, $x = c \pm \sqrt{d}$ 이다. $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, $a > c$)

- ① 0 ② 2
③ 4 ④ 6
⑤ 8

[중단원 마무리]

15. 방정식 $2x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 나머지 두 근의 곱의 값은? (단, a , b 는 실수)

- ① $\frac{1}{2} + i$ ② $\frac{1}{2} - i$
③ $2 + 4i$ ④ $2 - 4i$
⑤ $1 - 2i$

[중단원 마무리]

16. 방정식 $x^3 + (k - 2)x^2 + (-2k + 3)x + k - 2 = 0$ 이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 갖게 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 3 ② 5
③ 7 ④ 9
⑤ 11

[중단원 마무리]

17. 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 을 만족하는 허근은 w 이다.

$$f(n) = \frac{w^{2n}}{1 + w^{4n}} \text{으로 정의가 되면}$$

$f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ 의 값은?

- ① -1.5 ② -2.5
③ -3.5 ④ -4.5
⑤ -5.5

[중단원 마무리]

18. 방정식 $x^4 - 2x^3 + ax^2 - 2x + 1 = 0$ 의 근을 2개만 갖게 하는 a 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

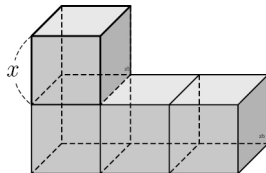
[대단원 마무리]

19. 방정식 $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 마무리]

20. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체 5개를 면끼리 맞붙여서 만든 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 S , 부피를 V 라고 할 때, $S = V + 54$ 가 되도록 하는 양수 x 의 값은?



- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설]

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 6 \\ 2 & & 2 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

그러므로 $x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = (x^2 - 3)(x - 2) = 0$ 이므로

$$x = 2, x = \pm \sqrt{3}$$

따라서 $a = 2, b = 3$ 이고 $a + b = 5$

2) [정답] ②

[해설]

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & & 0 & 0 \\ 2 & & 2 & -4 \\ 1 & -2 & & 0 \end{array}$$

그러므로 $x^3 - 4x^2 + 4x = x(x - 2)^2 = 0$ 이므로

$$x = 0, x = 2$$

따라서 $a = 0, b = 2$ 이고 $a + b = 2$

3) [정답] ④

[해설] $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 라 하면

$$t^2 - 5t - 36 = (t - 9)(t + 4) = (x^2 - 9)(x^2 + 4) = 0$$

$$\text{그러므로 } x = \pm 3, x = \pm 2i$$

따라서 두 허근의 곱은 4

4) [정답] ②

[해설] $(x^2 + 2x + 3)^2 - 2(x^2 + 2x) - 6 = 0$ 에서

$$x^2 + 2x = t \text{라 하면}$$

$$(t + 3)^2 - 2t - 6 = t^2 + 4t + 3 = (t + 1)(t + 3) = 0$$

$$\text{그러므로 } t = -1 \text{에서 } x^2 + 2x = -1$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = 0 \text{이므로 } x = -1$$

$$\text{따라서 } a = -1$$

$$t = -3 \text{에서 } x^2 + 2x = -3$$

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D < 0$ 이므로 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 은 허근을 갖는다.

따라서 두 허근의 곱은 $b = 3$

$$\text{그러므로 } a + b = 2$$

5) [정답] ③

[해설]

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 5 & -3 \\ 1 & & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\text{그러므로 } x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$= (x - 1)(2x^2 - 2x + 3) = 0$$

$$\text{이때 한 허근 } a \text{에 대해 } 2a^2 - 2a + 3 = 0$$

$$\text{따라서 } 2(a^2 - a) = -3$$

6) [정답] ①

[해설]

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\text{그러므로 } x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$= (x + 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

이때 한 허근 a 에 대해 $a^2 + a + 1 = 0$ 에서 $(a - 1)(a^2 + a + 1) = a^3 - 1 = 0$

$$\text{따라서 } a^3 = 1$$

7) [정답] ④

[해설] $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ 의 한 근을 $1 + \sqrt{5}$ 라고 하면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{5}$ 이다.

그러므로 실수 m, n 에 대하여

$$x^3 + ax^2 + bx - 8 = (x^2 - 2x - 4)(mx + n)$$

$$= mx^3 + (-2m + n)x^2 + (-4m - 2n)x - 4n$$

$$\text{따라서 } 1 = m, a = -2m + n, b = -4m - 2n,$$

$$-8 = -4n \text{이므로 } m = 1, n = 2$$

$$\text{따라서 } a = 0, b = -8 \text{이고 } a + b = -8$$

8) [정답] ④

[해설] $x^3 - 6x^2 + ax - 24 = 0$ 의 한 근을 $-2i$ 라고 하면 다른 한 근은 $2i$ 이다.

그러므로 실수 m, n 에 대하여

$$x^3 - 6x^2 + ax - 24 = (x^2 + 4)(mx + n)$$

$$= mx^3 + nx^2 + 4mx + 4n$$

$$\text{따라서 } 1 = m, -6 = n, a = 4m, -24 = 4n \text{이므로 } m = 1, n = -6$$

$$\text{따라서 } a = 4$$

9) [정답] ③

[해설] $60 = x(x + 1)(x + 2)$ 에서

$$x^3 + 3x^2 + 2x - 60 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -60 \\ 3 & & 3 & 18 & 60 \\ 1 & 6 & 20 & 0 \end{array}$$

$$\text{그러므로 } x^3 + 3x^2 + 2x - 60$$

$$= (x - 3)(x^2 + 6x + 20) = 0$$

$$\text{이때 } x^2 + 6x + 20 = 0 \text{은 허근을 가지므로 } x = 3$$

10) [정답] ④

[해설] 기존 정육면체의 한 변의 길이: x cm

$$\text{기존 정육면체의 부피: } x^3 \text{ cm}^3$$

$$\text{변형된 직육면체의 부피: } (x - 2)(x + 4)^2 \text{ cm}^3$$

$$\text{한편 } (x - 2)(x + 4)^2 = 2x^3$$

$$x^3 + 6x^2 - 32 = 2x^3 \text{에서 } x^3 - 6x^2 + 32 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 0 & 32 \\ -2 & & -2 & 16 & -32 \\ \hline & 1 & -8 & 16 & 0 \\ 4 & & 4 & -16 & \\ \hline & 1 & -4 & 0 & \end{array}$$

그러므로 $x^3 - 6x^2 + 32 = (x-4)^2(x+2) = 0$

따라서 $x = 4$

11) [정답] ②

[해설]

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -7 & 3 \\ 1 & & 1 & 4 & -3 \\ \hline & 1 & 4 & -3 & 0 \end{array}$$

그러므로 $x^3 + 3x^2 - 7x + 3$

$= (x-1)(x^2 + 4x - 3) = 0$ 이므로

$x = 1, x = -2 \pm \sqrt{7}$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 7$ 이고 $a + b + c = 6$

12) [정답] ③

[해설] $(x^2 - ax)^2 + 5(x^2 - ax) + 4 = 0$ 에서 $x^2 - ax = t$ 라 하면

$$t^2 + 5t + 4 = (t+1)(t+4) = 0$$

$x^2 - ax + 1 = 0$ 의 판별식 $D = a^2 - 4$

$x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식 $D = a^2 - 16$

이때 $(x^2 - ax)^2 + 5(x^2 - ax) + 4 = 0$ 이 2개의 허근과 서로 다른 2개의 실근을 가지려면

$$4 < a^2 < 16$$

선택지에서 가능한 a 는 3

13) [정답] ①

[해설]

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & & 1 & 1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -2 & & -2 & 2 & -2 & \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 & \end{array}$$

그러므로 $x^4 - 2x^2 + 3x - 2$

$= (x-1)(x+2)(x^2 - x + 1) = 0$

이때 두 허근 a, b 는 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 근이므로 $ab = 1$

14) [정답] ④

[해설] $x^4 - 8x^2 + 4 = (x^4 - 4x^2 + 4) - 4x^2$

$$(x^2 - 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x - 2)(x^2 - 2x - 2) = 0$$

그러므로 $x^2 + 2x - 2 = 0$ 에서 $x = -1 \pm \sqrt{3}$

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 에서 $x = 1 \pm \sqrt{3}$

따라서 $a = 1, b = 3, c = -1, d = 3$ 이고

$$a + b + c + d = 6$$

15) [정답] ②

[해설] $2x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 의 한 근을 $1 + 2i$ 라고 하면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.

그러므로 실수 m, n 에 대하여

$$2x^3 + ax^2 + bx - 5 = (x^2 - 2x + 5)(mx + n)$$

$$= mx^3 + (-2m + n)x^2 + (5m - 2n)x + 5n$$

따라서 $2 = m, a = -2m + n, b = 5m - 2n,$

$$-5 = 5n \text{ 이므로 } m = 2, n = -1$$

$$2x^3 + ax^2 + bx - 5 = (x^2 - 2x + 5)(2x - 1) \text{ 이므로}$$

$1 + 2i$ 이 아닌 두 근은 $1 - 2i, \frac{1}{2}$ 이고 두 근의 곱

$$\text{은 } \frac{1}{2} - i$$

16) [정답] ②

[해설]

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & k-2 & -2k+3 & k-2 \\ 1 & & 1 & k-1 & -k+2 \\ \hline & 1 & k-1 & -k+2 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + (k-2)x^2 + (-2k+3)x + k-2$$

$$= (x-1)(x^2 + (k-1)x - k + 2) = 0$$

이때 한 개의 실근은 1이므로

$x^2 + (k-1)x - k + 2 = 0$ 이 두 개의 허근을 가져야 한다.

$x^2 + (k-1)x - k + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (k-1)^2 - 4(-k+2) = k^2 + 2k - 7 < 0$$

$$\text{그러므로 } -1 - 2\sqrt{2} < k < -1 + 2\sqrt{2}$$

따라서 가능한 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1$ 총 5개

17) [정답] ⑤

[해설] $x^2 + x + 1 = 0$ 양변에 $x-1$ 을 곱하면

$$x^3 - 1 = 0, x^3 = 1$$

$$\text{그러므로 } w^3 = 1$$

$$f(n) = \frac{w^{2n}}{1+w^{4n}} = \frac{w^{2n}}{1+w^n}$$

$$f(1) = \frac{w^2}{1+w} = \frac{w^2}{-w^2} = -1$$

$$f(2) = \frac{w^4}{1+w^2} = \frac{w}{-w} = -1$$

$$f(3) = \frac{w^6}{1+w^3} = \frac{1}{2}$$

$$f(4) = \frac{w^8}{1+w^4} = \frac{w^2}{1+w} = f(1) = -1$$

\vdots

3을 주기로 반복된다.

따라서 $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$

$$= 3(-1 - 1 + 0.5) - 1 = -5.5$$

18) [정답] ③

[해설] $x^4 - 2x^3 + ax^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변을 x^2 으로

$$\text{나누면 } x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + a = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = t \text{로 치환을 하면}$$

$$t^2 - 2t + a - 2 = 0$$

이때 $x^4 - 2x^3 + ax^2 - 2x + 1 = 0$ 이 오직 2개의 근을 가지기 위해서는 $t^2 - 2t + a - 2 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

그러므로 $t^2 - 2t + a - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 - a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = 3$$

19) [정답] ①

[해설] $x \neq 0$ 이므로 $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = t \text{라 하면}$$

$$t^2 + 5t = 0 \text{이므로 } t = -5, t = 0$$

$$x + \frac{1}{x} + 5 = 0, x^2 + 5x + 1 = 0 \text{은 실근을 가진다.}$$

$$x + \frac{1}{x} = 0, x^2 + 1 = 0 \quad x = \pm i$$

$$\text{따라서 } \alpha\beta = 1$$

20) [정답] ②

[해설] $S = 18x^2, V = 4x^3$ 이므로

$$S = V + 54 \text{에서}$$

$$18x^2 = 4x^3 + 54, 2x^3 - 9x^2 + 27 = 0$$

$$\text{그러므로 } (x-3)^2(2x+3) = 0$$

$$\text{따라서 } x > 0 \text{이므로 } x = 3$$