



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

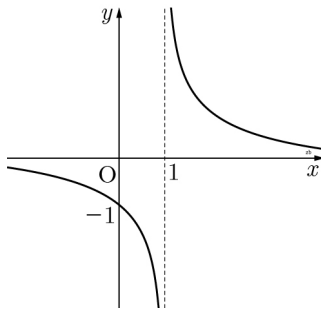
단원 ISSUE

이 단원에서는 유리함수(무리함수)의 그래프의 평행이동과 대칭이
동에 대한 복합적인 문제 등이 자주 출제되며 유리함수(무리함수)
의 그래프의 성질에 대한 개념 학습이 중점적으로 필요합니다.

평가문제

[소단원 확인 문제]

1. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 상
수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[중단원 연습 문제]

2. 함수 $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지
않은 것은?

- ① 정의역은 1을 제외한 실수 전체이다.
② 점근선은 $x=1, y=3$ 이다.
③ 점 (1, 3)에 대하여 대칭이다.
④ 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.
⑤ 제 3사분면을 지나지 않는다.

[중단원 연습 문제]

3. 함수 $y = \frac{bx-1}{2x-a}$ 의 그래프의 점근선의 교점이
 $(2, \frac{3}{2})$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 9 ② 10
③ 11 ④ 12
⑤ 13

[중단원 연습 문제]

4. 함수 $y = \frac{bx+a}{x+a}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이
 $x=1, y=3$ 일 때, $-b \leq x \leq a$ 에서 이 함수의 최댓
값과 최솟값의 차는?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2
③ $\frac{3}{2}$ ④ 1
⑤ $\frac{1}{2}$

[중단원 연습 문제]

5. 함수 $y = \frac{3x+3}{x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m
만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동 하면 함수
 $y = \frac{2x+8}{x+1}$ 의 그래프와 일치한다. 이때 실수 m, n
의 곱 mn 의 값은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[중단원 연습 문제]

6. 두 함수 $f(x) = \frac{a}{x+3} + b$, $g(x) = \frac{-2x}{x-2} + c$ 이 $g(f(x)) = x$ 를 만족시킬 때, 실수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -3 ② -1
③ 1 ④ 3
⑤ 5

[중단원 연습 문제]

7. 정의역이 $\{x|x>2\}$ 인 함수 $y = \frac{4}{x-2} + 1$ 의 그래프를 x 축을 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값이 최소일 때, 점 P 의 좌표는?

- ① (3, 5) ② $(\frac{7}{2}, \frac{11}{3})$
③ (4, 3) ④ $(5, \frac{7}{3})$
⑤ (6, 2)

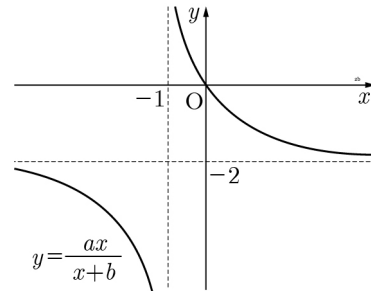
[소단원 확인 문제]

8. 함수 $y = \frac{2-6x}{3x+1}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 것이다. 이때 실수 a, b, k 의 합 $k+a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[대단원 종합 문제]

9. 함수 $y = \frac{ax}{x+b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 실수)



- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[대단원 종합 문제]

10. 다음 보기의 함수 중에서 그 그래프를 평행이동 하여 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?

㉠. $y = \frac{-2x}{x+1}$	㉡. $y = \frac{2x}{x-100}$
㉢. $y = \frac{2x+3}{2x+1}$	㉣. $y = \frac{4x+2}{2x-1}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢
③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢
⑤ ㉡, ㉢, ㉣

[소단원 확인 문제]

11. 함수 $y = -\frac{1}{x+2} + 3$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$ 이다.
② 그래프는 점 $(-2, 3)$ 에 대하여 대칭이다.
③ 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
④ 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $(-\frac{5}{3}, 0)$ 이다.
⑤ 그래프는 모든 사분면을 지난다.

[대단원 종합 문제]

12. 두 함수 f, g 에서 $f(x) = \frac{-x+4}{3x+2}$,
 $f(x-1) = g(x+2)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값은?

- ① -3 ② -1
 ③ 1 ④ 3
 ⑤ 5

[소단원 확인 문제]

13. 함수 $y = \frac{-3x+2}{2x-4}$ 의 정의역은 $\{x|x \neq a \text{인 실수}\}$, 치역은 $\{y|y \neq b \text{인 실수}\}$ 일 때, ab 의 값은?

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 1
 ⑤ 3

[소단원 확인 문제]

14. 농도가 10%인 소금물 100g에 농도가 5%인 소금물 x g을 넣어 만든 소금물의 농도를 $y\%$ 라고 할 때, y 를 x 에 대한 식으로 바르게 나타낸 것은? (단, $x \geq 0$)

- ① $y = \frac{50}{x+100} + 5$ ② $y = \frac{100}{x+100} + 5$
 ③ $y = \frac{100}{x+100} + 10$ ④ $y = \frac{500}{x+100} + 5$
 ⑤ $y = \frac{50}{x+100} + 10$

[대단원 종합 문제]

15. 함수 $f(x) = \frac{bx-1}{x-a}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 에 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

㉠. $f = f^{-1}$

㉡. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = -x + 4$ 에 대하여 대칭이다.㉢. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉢ ④ ㉡, ㉢
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

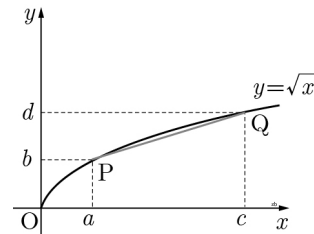
[대단원 종합 문제]

16. 함수 $y = \frac{2x+1}{x+2}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 2$ 와 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $-3 < m < 0$ ② $0 < m < 3$
 ③ $0 \leq m < 3$ ④ $m < -3$ 또는 $m \geq 0$
 ⑤ $m < 0$ 또는 $m > 3$

[대단원 종합 문제]

17. 다음 그림과 같이 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 가 $\frac{b+d}{2} = 3$ 를 만족시킬 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0 < a < c$)



- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ $\frac{1}{3}$
 ⑤ $\frac{1}{6}$

[소단원 확인 문제]

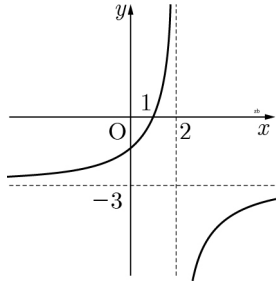
18. 높이가 100m인 건물에서 어떤 물체를 떨어뜨릴 때, 물체가 떨어진 지 t 초 후의 높이를 h m라고 하면 $h = -4t^2 + 100$ ($0 \leq t \leq 5$)의 관계식이 성립한다. 이때, t 를 h 의 함수로 나타내면?

- ① $t = \sqrt{\frac{100-h}{2}}$ ② $t = \sqrt{\frac{100+h}{2}}$
 ③ $t = \sqrt{\frac{100-h}{4}}$ ④ $t = -\sqrt{\frac{100-h}{4}}$
 ⑤ $t = \pm \sqrt{\frac{100-h}{4}}$

[대단원 종합 문제]

26. 함수 $y = \frac{c}{x+a} + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을

때, $-3 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y = -\sqrt{ax-b} + c$ 의 의
최댓값과 최솟값의 합은? (단, a, b, c 는 상수)



- ① -10
③ 2
⑤ 8

- ② -6
④ 4

[중단원 연습 문제]

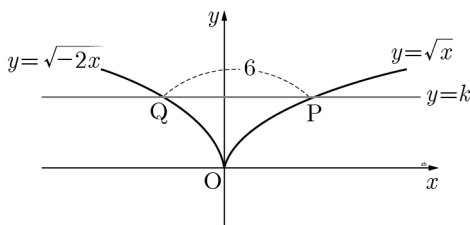
27. 함수 $y = \sqrt{-3x+3} - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향
으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
함수 $y = \sqrt{-3x-6} + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이때
실수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은?

- ① -10
③ 4
⑤ 16

- ② -4
④ 10

[중단원 연습 문제]

28. 다음 그림과 같이 직선 $y=k$ 와 두 함수
 $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{-2x}$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라
고 하자. 두 점 P, Q 사이의 거리가 6일 때, 양수
 k 의 값은?

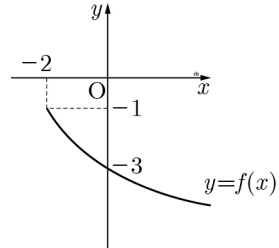


- ① 1
③ 2
⑤ 3

- ② $\sqrt{2}$
④ $\sqrt{6}$

[소단원 확인 문제]

29. 함수 $y = -\sqrt{ax}$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축
의 방향으로 n 만큼 평행이동한 후의 그래프가 다음
그림과 같을 때, a, m, n 에 대하여 $a+m+n$ 의 값
은?



- ① -5
③ -1
⑤ 3

- ② -3
④ 1

[중단원 연습 문제]

30. 두 집합 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{x-3}\}$,
 $B = \{(x, y) | y = mx+1\}$ 가 $n(A \cap B) \neq 0$ 를
만족시킬 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{6}$

② $-\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{6}$

③ $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{6}$

④ $m \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $m \geq \frac{1}{6}$

⑤ $m \leq -\frac{1}{2}$ 또는 $m \geq \frac{1}{6}$

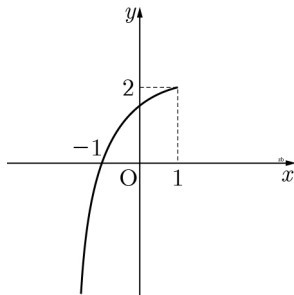
[중단원 연습 문제]

31. 함수 $y = \sqrt{-2x+4} + 1$ 의 정의역과 치역은?

- ① 정의역 : $\{x|x \geq 2\}$, 치역 : $\{y|y \geq 1\}$
 ② 정의역 : $\{x|x \geq -2\}$, 치역 : $\{y|y \leq -1\}$
 ③ 정의역 : $\{x|x \leq -4\}$, 치역 : $\{y|y \geq 2\}$
 ④ 정의역 : $\{x|x \geq -2\}$, 치역 : $\{y|y \geq 1\}$
 ⑤ 정의역 : $\{x|x \leq 2\}$, 치역 : $\{y|y \geq 1\}$

[대단원 종합 문제]

32. 함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 역함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 실수)



- ① -1 ② 0
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 3



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 점근선이 $x=1$, $y=0$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} \quad (k > 0 \text{인 상수}) \text{라 할 수 있고,}$$

$$y \text{절편이 } -1 \text{이므로 } -1 = \frac{k}{-1}, \quad k=1$$

$$\text{따라서 } y = \frac{1}{x-1} \text{이고, } a=0, \quad b=1, \quad c=-1$$

$$\therefore a+b+c=0$$

2) [정답] ④

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고,

치역은 $y \neq 3$ 인 모든 실수이다.

점근선은 $x=1$, $y=3$ 이므로

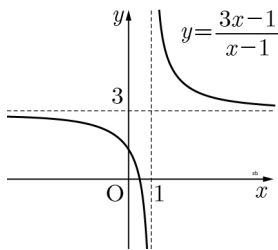
점 $(1, 3)$ 에 대하여 대칭이다.

또, 직선 $y=(x-1)+3=x+2$

$$y=-(x-1)+3=-x+4$$

에 대하여 대칭이다.

y 절편은 1이고, 그래프는 다음과 같다.



따라서 그래프가 제 3사분면을 지나지 않는다.

3) [정답] ④

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{bx-1}{2x-a} = \frac{b}{2} + \frac{\frac{ab}{2}-1}{2\left(x-\frac{a}{2}\right)} \text{이고}$$

$$\text{점근선의 교점이 } \left(2, \frac{3}{2}\right) \text{이므로 } \frac{a}{2}=2, \quad \frac{b}{2}=\frac{3}{2}$$

$$\therefore a=4, \quad b=3, \quad ab=12$$

4) [정답] ⑤

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{bx+a}{x+a} \text{에서 점근선은 } x=-a, \quad y=b \text{이므로}$$

$$-a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a=-1, \quad b=3$$

$$y = \frac{3x-1}{x-1} \text{에서 } -3 \leq x \leq -1$$

$$x=-3 \text{일 때 } y = \frac{5}{2}$$

$$x=-1 \text{일 때 } y=2 \text{이므로}$$

$$\text{최댓값과 최솟값의 차는 } \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

5) [정답] ④

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{3x+3}{x-1} = \frac{3(x-1)+6}{x-1} = \frac{6}{x-1} + 3 \text{ 이므로}$$

점근선은 $x=1$, $y=3$ 이다.

$$y = \frac{2x+8}{x+1} = \frac{2(x+1)+6}{x+1} = \frac{6}{x+1} + 2 \text{ 이므로}$$

점근선은 $x=-1$, $y=2$ 이다.

$$\text{따라서 } m=-2, \quad n=-1, \quad mn=2$$

6) [정답] ①

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{a}{x+3} + b \text{의 역함수를 구하면}$$

$$y-b = \frac{a}{x+3}, \quad x+3 = \frac{a}{y-b}$$

$$x = \frac{a}{y-b} - 3$$

$$\therefore y = \frac{a}{x-b} - 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$y = \frac{-2x}{x-2} + c \text{에서}$$

$$y = \frac{-2(x-2)-4}{x-2} + c$$

$$y = \frac{-4}{x-2} + c - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7} = \textcircled{8} \text{이므로}$$

$$a=-4, \quad b=2, \quad c-2=-3 \text{에서 } c=-1$$

$$\therefore a+b+c=-3$$

7) [정답] ③

[해설] 점 $P(a, b)$ 라 하면

$$b = \frac{4}{a-2} + 1, \quad a > 2$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = a + \frac{4}{a-2} + 1 = a - 2 + \frac{4}{a-2} + 3$$

$a > 2$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a-2 + \frac{4}{a-2} + 3 \geq 2\sqrt{(a-2) \times \frac{4}{a-2}} + 3$$

$$\text{등호는 } a-2 = \frac{4}{a-2} \text{일 때 성립하므로}$$

$$(a-2)^2 = 4, \quad a-2=2, \quad a=4 \text{일 때 최소이다.}$$

이때 점 P 의 좌표는 $(4, 3)$ 이다.

8) [정답] ②

$$[\text{해설}] \quad y = \frac{2-6x}{3x+1} = \frac{-2(3x+1)+4}{3x+1} = \frac{4}{3\left(x+\frac{1}{3}\right)} - 2$$

$$k = \frac{4}{3}, \quad a = -\frac{1}{3}, \quad b = -2$$

$$\therefore k+a+b=-1$$

9) [정답] ②

[해설] 점근선이 $x=-1$, $y=-2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+1} - 2 \quad (k > 0) \text{이라 할 수 있다.}$$

그래프가 원점을 지나므로

$$k-2=0, \quad k=2$$

$$y = \frac{2}{x+1} - 2 = \frac{-2x}{x+1}$$

$$\therefore a=-2, \quad b=1, \quad ab=-2$$

10) [정답] ③

[해설] \neg . $y = \frac{-2x}{x+1} = \frac{-2(x+1)+2}{x+1} = \frac{2}{x+1} - 2$

$$\angle. y = \frac{2x}{x-100} = \frac{2(x-100)+200}{x-100} = \frac{200}{x-100} + 2$$

$$\square. y = \frac{2x+3}{2x+1} = \frac{x+\frac{3}{2}}{x+\frac{1}{2}} = \frac{x+\frac{1}{2}+1}{x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{x+\frac{1}{2}} + 1$$

$$\text{ㄹ. } y = \frac{4x+2}{2x-1} = \frac{2(2x-1)+4}{2x-1}$$

$$= \frac{4}{2x-1} + 2 = \frac{2}{x-\frac{1}{2}} + 2$$

따라서 \neg , ㄹ 이 겹쳐진다.

11) [정답] ⑤

[해설] ① 정의역은 $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$ 이다.

② 그래프는 점 $(-2, 3)$ 에 대하여 대칭이다.

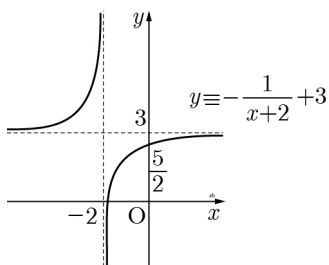
③ 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 한 것이다.

$$\text{④ } -\frac{1}{x+2} + 3 = 0, \quad \frac{1}{x+2} = 3,$$

$$x+2 = \frac{1}{3}, \quad x = -\frac{5}{3} \text{이므로 그래프와 } x \text{축과의}$$

교점의 좌표는 $(-\frac{5}{3}, 0)$ 이다.

⑤ y 절편은 $\frac{5}{2}$ 이고, 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 그래프가 제 4사분면을 지나지 않는다.

12) [정답] ②

[해설] $f(x-1) = g(x+2)$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$g(0) = f(-3)$$

$$= \frac{-(-3)+4}{3 \times (-3)+2} = \frac{7}{-7} = -1$$

13) [정답] ①

[해설] $y = \frac{-3x+2}{2x-4} = \frac{-\frac{3}{2}(x-2)-2}{x-2} = \frac{-2}{x-2} - \frac{3}{2}$

따라서 정의역이 $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$,

치역이 $\{y|y \neq -\frac{3}{2} \text{인 실수}\}$ 이므로

$$a=2, \quad b=-\frac{3}{2} \quad \therefore ab=-3$$

14) [정답] ④

[해설] 소금물의 양은 $(100+x)g$

소금의 양은 $0.1 \times 100 + 0.05 \times x = 0.05x + 10$

$$y = \frac{0.05x+10}{x+100} \times 100 = \frac{5x+1000}{x+100} = \frac{500}{x+100} + 5$$

(단, $x \geq 0$)

15) [정답] ②

[해설] 함수 $y=f(x)$ 가 점 $(2, 2)$ 에 대하여 대칭이므로 두 점근선의 교점의 좌표가 $(2, 2)$ 이다.

즉, 점근선의 방정식이 $x=2, y=2$ 이므로

$a=2, b=2$ 이다.

\neg . 두 점근선의 교점이 직선 $y=x$ 위의 점이므로 $f=f^{-1}$ 이다. (참)

\angle . 모든 유리함수는 두 점근선의 교점을 지나고 기울기가 ± 1 인 직선에 대하여 대칭이다.

따라서 함수 $y=f(x)$ 는 $y=x, y=-x+4$ 에 대하여 대칭이다. (참)

$$\square. f(x) = \frac{2x-1}{x-2} = \frac{2(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 2$$

이고 y 절편은 $\frac{1}{2}$ 이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프

는 제 1, 2, 4 사분면을 지난다. (거짓)

따라서 옳은 것은 \neg, \angle 이다.

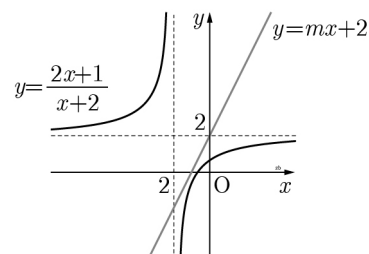
16) [정답] ③

[해설] 함수 $y = \frac{2x+1}{x+2} = \frac{2(x+2)-3}{x+2} = \frac{-3}{x+2} + 2$

이때 직선 $y=mx+2$ 는 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

따라서 함수 $y = \frac{2x+1}{x+2}$ 의 그래프와

직선 $y=mx+2$ 는 다음 그림과 같다.



(i) $m=0$ 일 때, 직선 $y=mx+2$ 는 점근선이 되므로 만나지 않는다.

(ii) $m \neq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x+1}{x+2}$ 의 그래프와

직선 $y=mx+2$ 가 만나지 않으려면

$$\frac{2x+1}{x+2} = mx+2, \quad mx^2+2mx+3=0 \text{에서}$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D=(2m)^2-4 \times m \times 3$$

$$=4m^2-12m < 0 \text{ 에서}$$

$$4m(m-3) < 0$$

따라서 실수 m 의 값의 범위는

$$0 < m < 3 \text{ 이다.}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 m 의 값의 범위는
 $0 \leq m < 3$ 이다.

17) [정답] ⑤

[해설] 두 점 P, Q가 함수 $y = \sqrt{x}$ 위의 점이므로

$$b = \sqrt{a} \text{에서 } a = b^2, \quad d = \sqrt{c} \text{에서 } c = d^2 \text{이고}$$

$$(\text{직선 PQ의 기울기}) = \frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{1}{b+d}$$

$$\text{인데, } \frac{b+d}{2} = 3 \text{에서 } b+d=6 \text{이므로}$$

$$\text{구하는 직선 PQ의 기울기는 } \frac{1}{6} \text{ 이다.}$$

18) [정답] ③

$$[\text{해설}] h = -4t^2 + 100, \quad 4t^2 = 100 - h$$

$$t^2 = \frac{100-h}{4}, \quad t \geq 0 \text{이므로 } t = \sqrt{\frac{100-h}{4}}$$

19) [정답] ④

$$[\text{해설}] f(x) = -\sqrt{a(x-1)} + 1$$

① 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이다.

② $a > 0$ 이면 정의역은 $a(x-1) \geq 0$ 에서

$x \geq 1$ 이므로 정의역은 $\{x | x \geq 1\}$

③ 그래프가 원점을 지나면

$$0 = -\sqrt{-a} + 1, \quad \sqrt{-a} = 1 \text{이므로 } a = -1$$

④ $a < 0$ 이면 점 (1, 1)에서 시작하여 왼쪽 아래로 내려가는 그래프이다.

⑤ $f(x)$ 의 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이고 $x=1$ 일 때

$y=1$ 이다. 함수 $y = \sqrt{x} + 1$ 의 치역은
 $\{y | y \geq 1\}$ 이고, $x=0$ 일 때, $y=1$ 이다.

따라서 두 함수의 그래프는 만나지 않는다.

20) [정답] ③

$$[\text{해설}] y = -\sqrt{5x+15} - 2 = -\sqrt{5(x+3)} - 2$$

① 정의역은 $\{x | x \geq -3\}$ 이다.

② 치역은 $\{y | y \leq -2\}$ 이다.

③ $x=2$ 를 대입하면 $-\sqrt{5 \times 2 + 15} - 2 = -7$
 이므로 점 (2, -3)을 지나지 않는다.

④ 점 (-3, -2)에서 시작하여 오른쪽 아래로 내려가는 곡선이므로 제 3사분면과 제 4사분면을 지난다.

⑤ $y = -\sqrt{5x+20} + 1 = -\sqrt{5(x+4)} + 1$ 이므로
 x 축 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 3만큼
 평행이동하면 두 그래프가 겹쳐진다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

21) [정답] ③

$$[\text{해설}] y = \sqrt{4-2x} + 1 = \sqrt{-2(x-2)} + 1$$

① 정의역은 $\{x | x \leq 2\}$

② 치역은 $\{y | y \geq 1\}$

③ x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로
 -1만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프와
 겹쳐진다.

$$\textcircled{4} \quad x = \frac{3}{2} \text{를 대입하면 } \sqrt{4-2 \times \frac{3}{2}} + 1 = 1+1=2$$

이므로 점 $(\frac{3}{2}, 2)$ 를 지난다.

⑤ 그래프는 왼쪽 위로 향하는 그림이다.

22) [정답] ④

$$[\text{해설}] \text{함수 } y = \sqrt{-3x+1} - 2 \text{의 그래프를}$$

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼
 평행이동하면

$$y+2 = \sqrt{-3(x-3)+1} - 2 \text{ 이고 이 그래프가}$$

$$(2, k) \text{를 지나므로}$$

$$k+2 = \sqrt{-3(2-3)+1} - 2, \quad k = \sqrt{4} - 4$$

$$\therefore k = -2$$

23) [정답] ③

$$[\text{해설}] f(x) = \sqrt{2x-3} + 2 \text{는 증가함수이므로}$$

$$x=2 \text{에서 최솟값 } f(2)=3$$

$$x=6 \text{에서 최댓값 } f(6)=5$$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 8이다.

24) [정답] ①

$$[\text{해설}] \text{정의역은 } \{x | x \leq 4\}, \text{ 치역 } \{y | y \leq 1\} \text{에서}$$

$$y = -\sqrt{a(x-4)} + 1 \text{이고 점 } (0, -1) \text{을 지나므로}$$

$$-1 = -\sqrt{-4a} + 1, \quad -\sqrt{-4a} = -2, \quad a = -1$$

$$\therefore y = -\sqrt{-x+4} + 1$$

따라서 x 절편을 구하면

$$0 = -\sqrt{-x+4} + 1$$

$$\sqrt{-x+4} = 1$$

$$-x+4 = 1, \quad x = 3$$

따라서 x 축과의 교점의 좌표는 (3, 0)이다.

25) [정답] ④

$$[\text{해설}] y = \sqrt{9-x} + a \text{는 감소함수이므로}$$

$x=0$ 일 때, 최댓값 5를 갖는다.

$$3+a=5, \quad \therefore a=2$$

$x=8$ 일 때, 최솟값 $1+a=1+2=3$ 를 갖는다.

26) [정답] ①

$$[\text{해설}] \text{점근선이 } x=2, y=-3 \text{이므로}$$

$$y = \frac{c}{x-2} - 3 \quad (c < 0) \text{이라 할 수 있다.}$$

그래프가 점 (1, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{c}{-1} - 3, \quad c = -3$$

$$\therefore a=-2, b=-3, c=-3$$

$$y=-\sqrt{-2x+3}-3 \text{ 에서}$$

$$x=-3 \text{ 일 때,}$$

$$y=-\sqrt{-2 \times (-3)+3}-3=-3-3=-6$$

$$x=1 \text{ 일 때, } y=-\sqrt{-2 \times 1+3}-3=-1-3=-4$$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 -10 이다.

27) [정답] ③

$$[\text{해설}] y=\sqrt{-3x+3}-5=\sqrt{-3(x-1)}-5$$

$$y=\sqrt{-3x-6}+2=\sqrt{-3(x+2)}+2 \text{ 이므로}$$

$$m=-3, n=7$$

$$\therefore m+n=4$$

28) [정답] ③

$$[\text{해설}] y=k \text{ 과 } y=\sqrt{x} \text{ 의 교점은 } P(k^2, k)$$

$$y=k \text{ 와 } y=\sqrt{-2x} \text{ 의 교점은 } Q\left(-\frac{k^2}{2}, k\right)$$

두 점 P, Q 사이의 거리가 6이므로

$$k^2 - \left(-\frac{k^2}{2}\right) = 6$$

$$\frac{3}{2}k^2 = 6, k^2 = 4, k > 0 \text{ 이므로 } k=2$$

29) [정답] ③

[해설] 함수 $y=-\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한

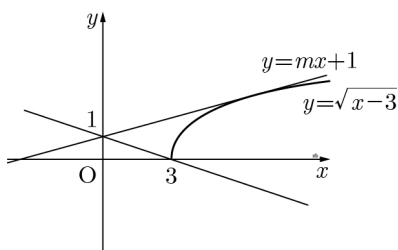
그래프 $y+1=-\sqrt{a(x+2)}$ 가 $(0, -3)$ 을 지나므로

$$-3+1=-\sqrt{2a}, 4=2a, a=2$$

$$\therefore a+m+n=2-2-1=-1$$

30) [정답] ②

[해설] $y=\sqrt{x-3}$ 과 $y=mx+1$ 의 그래프가 만나야 하므로



$$(i) mx+1=\sqrt{x-3}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2x^2+(2m-1)x+4=0$$

$$D=(2m-1)^2-16m^2=0$$

$$-12m^2-4m+1=0$$

$$(6m-1)(2m+1)=0$$

$$\therefore m=\frac{1}{6} \quad (m > 0)$$

(ii) 점 $(3, 0)$ 를 지날 때

$$0=3m+1, m=-\frac{1}{3}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{6}$$

31) [정답] ⑤

$$[\text{해설}] y=\sqrt{-2x+4}+1$$

정의역을 구하면 $-2x+4 \geq 0$ 이므로 $x \leq 2$

치역을 구하면 $y \geq 1$ 이다.

32) [정답] ⑤

[해설] 주어진 그래프는 $x \leq 1$ 에서 정의되고

꼭짓점의 좌표가 $(1, 2)$ 이고,

x 절편이 -1 인 이차함수의 그래프이다.

$y=k(x-1)^2+2$ 에 $(-1, 0)$ 를 대입하면

$$0=4k+2, k=-\frac{1}{2}$$

$$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$$

$$(x-1)^2=-2y+4 \text{ 에서}$$

$$x \leq 1 \text{ 이므로 } x-1=-\sqrt{-2y+4}$$

$$x=-\sqrt{-2y+4}+1 \text{ 이므로 역함수의 식은}$$

$$y=-\sqrt{-2x+4}+1$$

따라서 $a=-2, b=4, c=1$ 이므로

$$a+b+c=3$$