01 연속확률변수

(1) 연속확률변수 : 확률변수 X가 어떤 범위에 속하는 모든 실수 값을 가질 때, X를 연속확률변수라 한다.
(2) 확률밀도함수 : $\alpha \le X \le \beta$에서 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여 $\alpha \le X \le \beta$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 세 가지 성질을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 연속확률변수 X의 확률밀도함수라고 한다.
① $f(x) \ge 0$ (단, $\alpha \le x \le \beta$)
② 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이다.
③ 확률 $\mathrm{P}(a \le x \le b)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다. (단, $\alpha \le a \le b \le \beta$)

◪ 다음에 주어진 확률변수가 이산확률변수인지 연속확률변수인지를 판정하여라.

1. 어느 고등학교 학생들의 TV 시청률

2. 어느 공장에서 생산되는 전구의 수명

3. 어떤 공장에서 생산되는 휴대폰의 수명

4. 어느 고등학교 학생들의 몸무게

5. 어느 회사에서 혈액형이 A인 사원 수

6. 어떤 기계에서 생산되는 제품 중 불량품의 개수

7. 한 개의 동전을 3번 던질 때 앞면이 나오는 횟수

8. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 홀수가 나오는 횟수

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=k\ (0 \le x \le 5)$일 때, 다음을 구하여라.

9. 상수 k의 값

10. $P(X \ge 1)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=k\ (-3 \le x \le 3)$일 때, 다음을 구하여라.

11. 상수 k의 값

12. $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 1)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=ax\ (0 \le x \le 2)$일 때, 다음을 구하여라.

13. 상수 a의 값

14. $\mathrm{P}(0 < X < 1)$

15. $P(1 \le X \le 2)$

16. $P\left(\frac{1}{2} \le X \le \frac{3}{2}\right)$

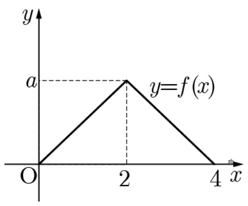
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=a(x-2)\ (-2 \le x \le 2)$일 때, 다음을 구하여라.

17. 상수 a의 값

18. $P(0 \le X \le 2)$

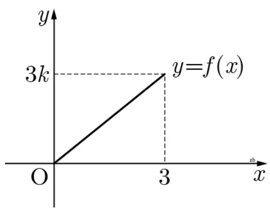
◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $y=f(x)\ (0 \le x \le 4)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.



19. 상수 a의 값

20. $P(1 \le X \le 3)$

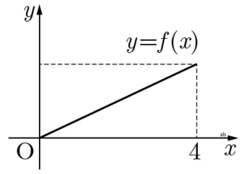
◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)=kx\ (0 \le x \le 3)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.



21. 상수 k의 값

22. $P(0 \le X \le 2)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)\ (0 \le x \le 4)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

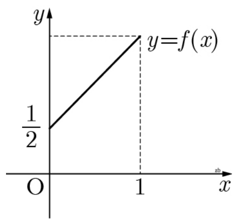


23. 함수 $f(x)$의 식

24. $P(X \le 1)$

25. $P(2 \le X \le 3)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)\ (0 \le x \le 1)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.

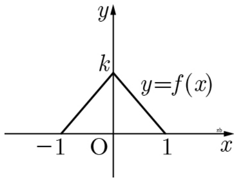


26. 함수 $f(x)$

27. $P\left(X \le \frac{1}{4}\right)$

28. $P\left(\frac{1}{2} \le X \le 1\right)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$ $(-1 \le x \le 1)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구하여라.



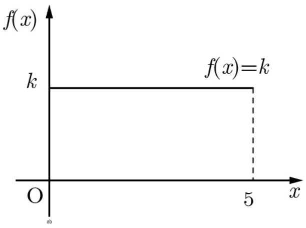
29. 상수 k의 값

30. $P\left(0 \le X \le \frac{1}{2}\right)$

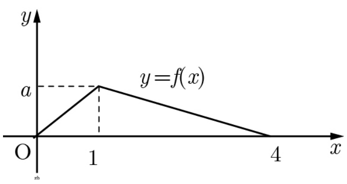
31. $P\left(-\frac{1}{2} \le X \le \frac{1}{2}\right)$

◪ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 각각 그림과 같을 때, 다음을 구하여라.

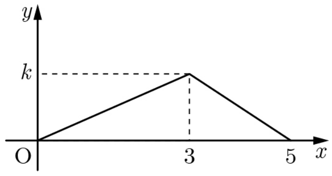
32. $P(2 \le X \le 5)$



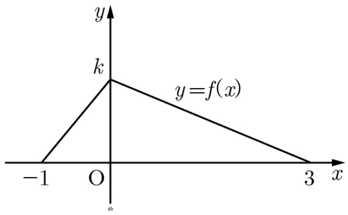
33. $P(1 \le X \le 2)$



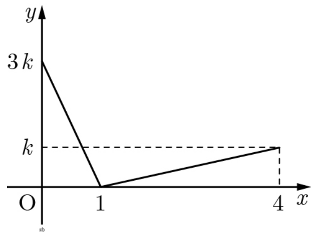
34. $P(0 \le X \le 1)$



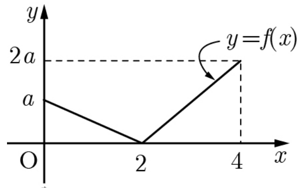
35. $P(|X| \le 1)$



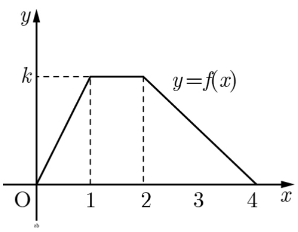
36. $P(1 \le X \le 3)$



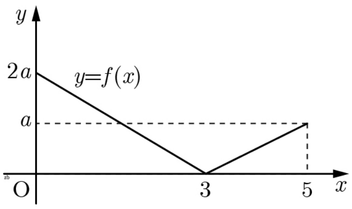
37. $P(1 \le X \le 3)$



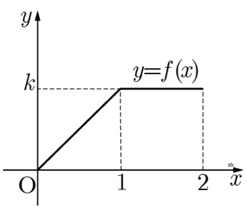
38. $P(1 \le X \le 3)$



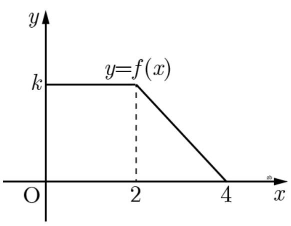
39. $P(2 \le X \le 3)$



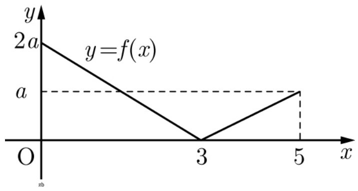
40. $P\left(\frac{1}{2} \le X \le \frac{3}{2}\right)$



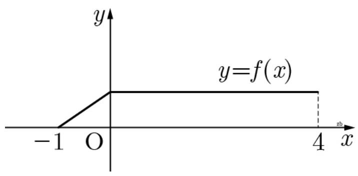
41. $P(3 \le X \le 4)$



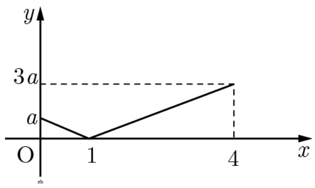
42. $P(2 \le X \le 5)$



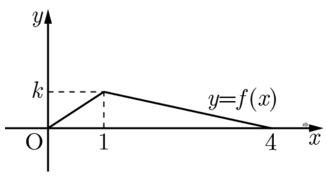
43. $P(-1 \le X \le 2)$



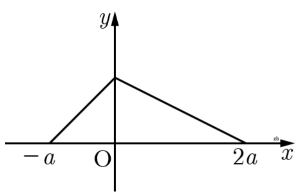
44. $50P(0 \le X \le 2)$



45. $P(2 \le X \le 4)$



46. $P(a \le X \le 2a)$



◪ 다음을 구하여라.

47. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{3} \quad (0 \le x \le 3)$$

일 때, $P(X \ge 1)$을 구하여라.

48. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{4} \quad (0 \le x \le 4)$$

일 때, $P(X \ge 2)$을 구하여라.

49. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{2}x \quad (0 \le x \le 2)$$

일 때, $P\left(\frac{1}{2} \le X \le 1\right)$을 구하여라.

50. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{8}x \quad (0 \le x \le 4)$$

일 때, $P(0 \le X \le 3)$을 구하여라.

51. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=-2x+2 \quad (0 \le x \le 1)$$

일 때, $P\left(0 \le X \le \frac{1}{2}\right)$을 구하여라.

52. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=k \quad (2 \le x \le 6)$$

일 때, $P\left(\frac{5}{2} \le X \le 4\right)$을 구하여라.

53. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=kx \quad (0 \le x \le 4)$$

일 때, $P(1 \le X \le 2)$을 구하여라.

54. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=ax+\frac{1}{3} \quad (0 \le x \le 6)$$

일 때, $P(2 \le x \le 6)$을 구하여라.

55. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=a(3-x)(0 \le x \le 3)$$

일 때, $P(0 \le X \le 1)$을 구하여라.

56. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{2}x+k \quad (0 \le x \le 2)$$

일 때, $P(1 \le X \le 2)$을 구하여라.

57. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=a(x-1) \quad (1 \le x \le 3)$$

일 때, $P(2 \le X \le 3)$을 구하여라.

58. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{2}kx \quad (0 \le x \le 4)$$

일 때, $P(0 \le X \le 4k)$을 구하여라.

59. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{4}kx \quad (0 \le x \le 4)$$

일 때, $P(0 \le X \le 6k)$을 구하여라.

60. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2}{3}x & (0 \le x \le 1) \\ -\frac{1}{3}(x-3) & (1 < x \le 3) \end{cases}$$

일 때, $P(0.5 \le X \le 2)$을 구하여라.

61. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}1+x & (-1\le x\le 0)\\ 1-x & (0\le x\le 1)\end{cases}$$

일 때, $P\left(-\frac{1}{2}\le X\le \frac{1}{2}\right)$을 구하여라.

62. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}x+1 & (-1\le x\le 0)\\ -x+1 & (0\le x\le 1)\end{cases}$$

일 때, $P\left(-1\le X\le \frac{1}{2}\right)$을 구하여라.

63. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}a(2+x) & (-2\le x<0)\\ a(2-x) & (0\le x\le 2)\end{cases}$$

일 때, $P\left(-\frac{1}{2}\le X\le \frac{1}{2}\right)$을 구하여라.

64. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}a(x-3) & (0\le x\le 3)\\ \frac{x}{20}+b & (3\le x\le 8)\end{cases}$$

일 때, $P(2\le X\le 5)$을 구하여라.

65. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}kx+k & (-1\le x<0)\\ -\frac{k}{3}x+k & (0\le x\le 3)\end{cases}$$

일 때, $P(-1\le X\le 2)$을 구하여라.

정답 및 해설

1) 연속확률변수

2) 연속확률변수
⇨ 어떤 범위에 속하는 모든 실수 값을 가지므로 연속확률변수이다.

3) 연속확률변수

4) 연속확률변수
⇨ 어떤 범위에 속하는 모든 실수 값을 가지므로 연속확률변수이다.

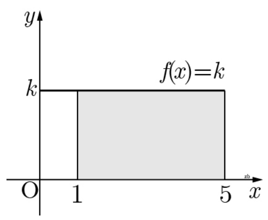
5) 이산확률변수
⇨ 셀 수 있으므로 이산확률변수이다.

6) 이산확률변수

7) 이산확률변수

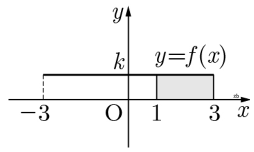
8) 이산확률변수
⇨ 셀 수 있으므로 이산확률변수이다.

9) $\frac{1}{5}$
⇨ $f(x)=k$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=5$로 둘러싸인 직사각형의 넓이가 1이므로
$5\times k=1$
$\therefore k=\frac{1}{5}$

10) $\frac{4}{5}$
⇨ 

$P(X\geq 1)$은 위의 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
$P(X\geq 1)=(5-1)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

11) $\frac{1}{6}$
⇨ $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-3$, $x=3$으로 둘러싸인 직사각형의 넓이가 1이므로
$6\times k=1$
$\therefore k=\frac{1}{6}$

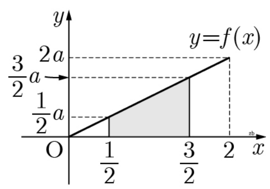
12) $\frac{1}{3}$
⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geq 1)$은 위의 그림의 색칠한 직사각형의 넓이와 같으므로
$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geq 1)=2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

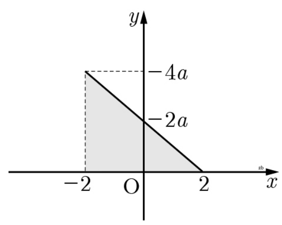
13) $\frac{1}{2}$
⇨ $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1이므로
$\frac{1}{2}\times 2\times 2a=1$
$\therefore a=\frac{1}{2}$

14) $\frac{1}{4}$
⇨ $P(0<X<1)=P(0\leq X\leq 1)=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

15) $\frac{3}{4}$
⇨ $P(1\leq X\leq 2)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times 1=\frac{3}{4}$

16) $\frac{1}{2}$
⇨ 

$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\leq \mathrm{X}\leq\frac{3}{2}\right)$은 위의 그림의 색칠한 사다리꼴의 넓이와 같으므로
$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\leq \mathrm{X}\leq\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)\times 1=\frac{1}{2}$

17) $-\frac{1}{8}$
⇨ 

확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로
$\frac{1}{2}\times 4\times(-4a)=1$
$\therefore a=-\frac{1}{8}$

18) $\frac{1}{4}$

⇨ $a=-\frac{1}{8}$ 이므로

$P(0 \le X \le 2)=\frac{1}{2}\times 2\times(-2a)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\left\{-2\times\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}=\frac{1}{4}$

19) $\frac{1}{2}$

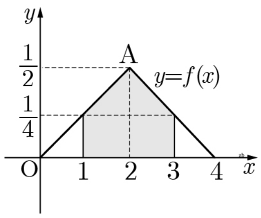
⇨ $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times a=1$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

20) $\frac{3}{4}$

⇨ $P(1 \le X \le 3)$은 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같다.



직선 OA의 방정식을 구하면

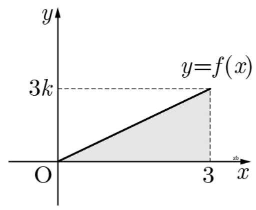
$y=\frac{\frac{1}{2}}{2}x \quad \therefore y=\frac{1}{4}x$

$x=1$일 때의 y의 값은 $y=\frac{1}{4}$

그래프가 직선 $x=2$에 대하여 대칭이므로 구하는 확률은

$P(1 \le X \le 3)=1-2\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$

21) $\frac{2}{9}$

⇨ 

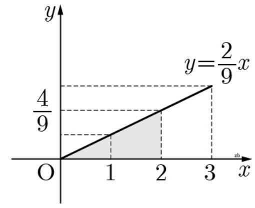
그림과 같이 $0 \le x \le 3$에서 함수 $f(x)$와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\frac{1}{2}\times 3\times 3k=1$

$\frac{9}{2}k=1$

$\therefore k=\frac{2}{9}$

22) $\frac{4}{9}$

⇨ 

$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{X} \le 2)$는 $0 \le x \le 2$에서 함수 $f(x)$와 x축 사이의 넓이이다.

$f(2)=\frac{4}{9}$ 이므로

$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{X} \le 2)=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{4}{9}=\frac{4}{9}$

23) $f(x)=\frac{1}{8}x$

24) $\frac{1}{16}$

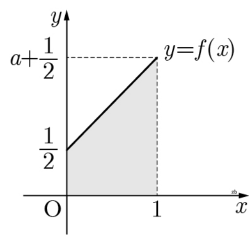
25) $\frac{5}{16}$

26) $f(x)=x+\frac{1}{2}\ (0 \le x \le 1)$

⇨ $f(x)$는 y절편이 $\frac{1}{2}$인 직선이므로

$f(x)=ax+\frac{1}{2}$로 놓으면

$f(1)=a+\frac{1}{2}$



이때, $0 \le x \le 1$에서 함수 $f(x)$와 x축 사이의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times\left(a+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\times 1=1 \quad \therefore\ a=1$

$\therefore f(x)=x+\frac{1}{2}\ (0 \le x \le 1)$

27) $\frac{5}{32}$

⇨ $f(0)=\frac{1}{2},\ f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$이므로

$\mathrm{P}\left(\mathrm{X} \le \frac{1}{4}\right)=\mathrm{P}\left(0 \le \mathrm{X} \le \frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{5}{32}$

28) $\frac{5}{8}$

⇨ $f\left(\frac{1}{2}\right)=1,\ f(1)=\frac{3}{2}$이므로

$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\le \mathrm{X}\le 1\right)=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$

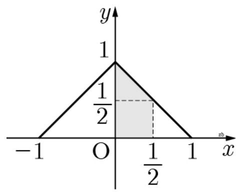
29) 1

⇨ $-1\le x\le 1$에서 함수 $f(x)$와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$2\times k\times\frac{1}{2}=1$

$\therefore k=1$

30) $\frac{3}{8}$

⇨ 

$f(0)=1,\ f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$이므로

$\mathrm{P}\left(0\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

31) $\frac{3}{4}$

⇨ 함수 $f(x)$는 y축에 대하여 대칭이므로

$\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2}\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)=2\mathrm{P}\left(0\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$

32) $\frac{3}{5}$

33) $\frac{5}{12}$

34) $\frac{1}{15}$

35) $\frac{2}{3}$

⇨ 확률의 합은 1이므로

삼각형의 넓이는 1과 같다.

$\frac{1}{2}\times 4\times k=2k=1 \quad \therefore k=\frac{1}{2}$

$\therefore\ P(|X|\le 1)=1-P(X>1)$

$=1-\frac{1}{2}\times 2\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$

36) $\frac{2}{9}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\left(\frac{1}{2}\times 1\times 3k\right)+\left(\frac{1}{2}\times 3\times k\right)=1,\ 3k=1$

$\therefore\ k=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$P(1\le X\le 3)=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2}{9}=\frac{2}{9}$

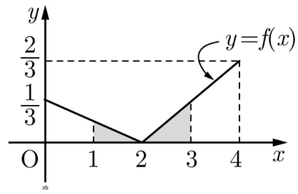
37) $\frac{1}{4}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\left(\frac{1}{2}\times 2\times a\right)+\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2a\right)=1,\ 3a=1$

$\therefore\ a=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 다음 그림의 어두운 부분의 넓이이므로



$P(1\le X\le 3)=\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{4}$

38) $\frac{7}{10}$

⇨ 구간 $[0,\ 4]$에서의 전체 넓이는 1이므로

$\frac{1}{2}\times(1+4)\times k=1 \qquad \therefore\ k=\frac{2}{5}$

구간 $[2,\ 4]$에서의 확률밀도함수는

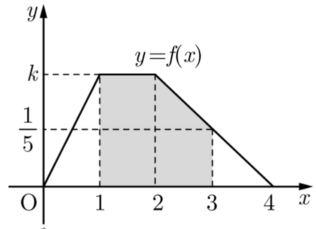
두 점 $\left(2,\ \frac{2}{5}\right)$, $(4,\ 0)$을 지나는 직선이므로

$y=\dfrac{\frac{2}{5}-0}{2-4}(x-4)$

$\therefore\ y=-\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$

따라서 $x=3$일 때, y의 값은 $\frac{1}{5}$이고

$P(1\le X\le 3)$은 다음 그림의 어두운 부분의 넓이이므로



$P(1\le X\le 3)=1\times\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)\times 1=\frac{7}{10}$

39) $\frac{1}{12}$

⇨ $\frac{1}{2}\times 3\times 2a+\frac{1}{2}\times 2\times a=1$에서

$3a+a=1$, $4a=1$

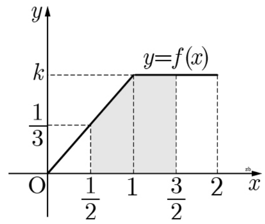
$\therefore a=\frac{1}{4}$

$0 \le x \le 3$에서 $f(x)=-\frac{1}{6}x+\frac{1}{2}$이므로

$f(2)=\frac{1}{6}$

$\therefore P(2 \le X \le 3)=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

40) $\frac{7}{12}$

⇨ 

$y=f(x)$의 그래프와 x축 및 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 1\times k+1\times k=1$

$\frac{3}{2}k=1 \quad \therefore k=\frac{2}{3}$

이때 $P\left(\frac{1}{2}\le X\le\frac{3}{2}\right)$은 위의 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같다.

직선 $0\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 방정식을 구하면

$y=\frac{\frac{2}{3}}{1}x \quad \therefore y=\frac{2}{3}x$

$x=\frac{1}{2}$일 때의 y의 값은 $y=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$P\left(\frac{1}{2}\le X\le\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$

$=\frac{7}{12}$

41) $\frac{1}{12}$

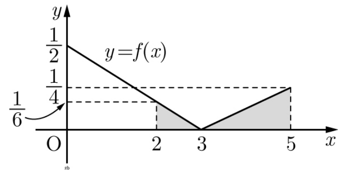
42) $\frac{1}{3}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\left(\frac{1}{2}\times 3\times 2a\right)+\left(\frac{1}{2}\times 2\times a\right)=1$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 그림의 어두운 부분의 넓이이므로



$P(2\le X\le 5)=\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}$

43) $\frac{5}{9}$

44) 10

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\left(\frac{1}{2}\times 1\times a\right)+\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3a\right)=1$, $5a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은

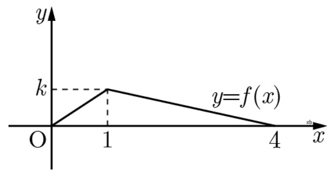
$P(0\le X\le 2)=P(0\le X\le 1)+P(1\le X\le 2)$

$=\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$

$\therefore 50P(0\le X\le 2)=50\times\frac{1}{5}=10$

45) $\frac{1}{3}$

⇨ $f(x)$와 x축에 의하여 만들어진 삼각형의 넓이는 1이다.



$4\times k\times\frac{1}{2}=2k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{2}$

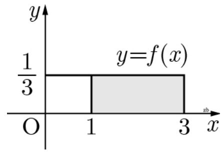
따라서 $1\le x\le 4$일 때 $f(x)=-\frac{1}{6}x+\frac{2}{3}$이다.

$\therefore P(2\le X\le 4)=2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

46) $\frac{1}{6}$

47) $\frac{2}{3}$

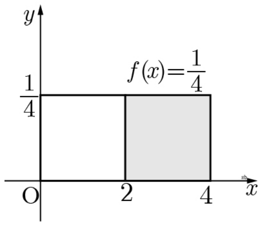
⇨ $\mathrm{P}(X\ge 1)$은 다음 그림의 색칠한 직사각형의 넓이와 같으므로 $\mathrm{P}(X\ge 1)=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$



48) $\frac{1}{2}$

⇨ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는

다음 그림과 같다.

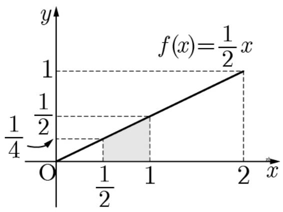


이때 $P(X \geq 2)$는 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$P(X \geq 2) = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

49) $\frac{3}{16}$

⇨ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



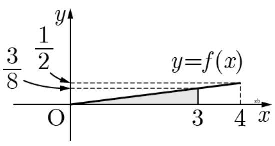
이때 $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 1\right)$은 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 1\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$

50) $\frac{9}{16}$

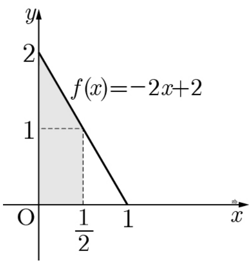
⇨ $\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{X} \leq 3)$은 다음 그림의 색칠한 삼각형의 넓이와 같으므로

$\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{X} \leq 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{16}$



51) $\frac{3}{4}$

⇨ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



이때 $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$은 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times (2+1) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

52) $\frac{3}{8}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$4k = 1 \qquad \therefore\ k = \frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$P\left(\frac{5}{2} \leq X \leq 4\right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

53) $\frac{3}{16}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 $0 \leq x \leq 4$에서의 밑넓이가 1이 되어야 하므로

$\frac{1}{2} \times 4 \times 4k = 8k = 1 \quad \therefore\ k = \frac{1}{8}$

$\therefore\ P(1 \leq X \leq 2) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) \times 1 = \frac{3}{16}$

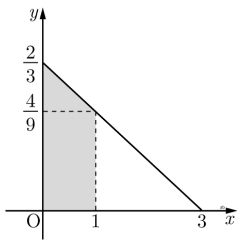
54) $\frac{4}{9}$

55) $\frac{5}{9}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\frac{1}{2} \times 3 \times 3a = 1 \qquad \therefore\ a = \frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이이므로



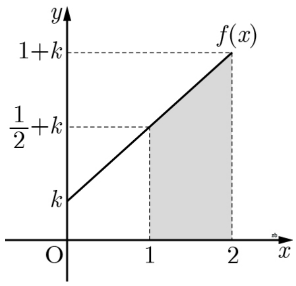
$P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) \times 1 = \frac{5}{9}$

56) $\frac{3}{4}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\frac{1}{2} \times \{k + (k+1)\} \times 2 = 1,\ 2k + 1 = 1 \qquad \therefore k = 0$

따라서 구하는 확률은 다음 그림의 어두운 부분의 넓이므로



$P(1\le X\le 2)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times 1=\frac{3}{4}$

57) $\frac{3}{4}$

58) $\frac{1}{16}$

59) $\frac{9}{16}$

60) $\frac{3}{4}$

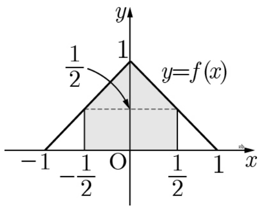
⇨ $P(0.5\le X\le 2)=P(0.5\le X\le 1)+P(1\le X\le 2)$

$=\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}\right\}+\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\times 1\right\}$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

61) $\frac{3}{4}$

⇨ 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



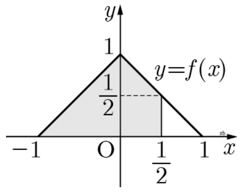
이때 $P\left(-\frac{1}{2}\le X\le\frac{1}{2}\right)$은 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$P\left(-\frac{1}{2}\le X\le\frac{1}{2}\right)=P\left(-\frac{1}{2}\le X\le 0\right)+P\left(0\le X\le\frac{1}{2}\right)$

$=2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

62) $\frac{7}{8}$

⇨ $\mathrm{P}\left(-1\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)$은 다음 그림의 색칠한 도형의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}\left(-1\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)=\mathrm{P}(-1\le \mathrm{X}\le 0)+\mathrm{P}\left(0\le \mathrm{X}\le\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times 1\times 1+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{7}{8}$

63) $\frac{9}{16}$

⇨ 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이가 1이어야 하므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 2a=1\quad\therefore\ a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$P\left(-\frac{1}{2}\le X\le\frac{1}{2}\right)=2\times P\left(0\le X\le\frac{1}{2}\right)$

$=2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{8}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{9}{16}$

64) $\frac{17}{120}$

65) $\frac{11}{12}$

⇨ $P(-1\le X\le 3)=1$이므로

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot k=1\quad\therefore k=\frac{1}{2}$

$P(2\le X\le 3)=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{3}k=\frac{1}{6}k=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

$P(-1\le X\le 2)=1-P(2\le X\le 3)=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$