



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-02-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

로그방정식의 풀이

(1) 로그방정식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 방정식

(2) 로그방정식의 풀이

① 밑을 같게 할 수 있는 경우 ($f(x) > 0, g(x) > 0$): $\log_a f(x) = \log_a g(x) (a > 0, a \neq 1) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ ② $\log_a f(x) = b$ 꼴인 경우 (단, $a > 0, a \neq 1, f(x) > 0$): $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ ③ $\log_a x$ 꼴이 반복되는 경우: $\log_a x = t$ 로 치환 후 t 에 대한 방정식을 푼다.④ 진수가 같은 경우 (단, $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, f(x) > 0$)

: 밑이 같거나 진수가 1이다.

 $\log_a f(x) = \log_b f(x) \Leftrightarrow a = b$ 또는 $f(x) = 1$

⑤ 지수에 로그가 있는 경우

: 양변에 로그를 취하여 푼다.

■ 다음 방정식을 풀어라.

1. $\log_{\frac{1}{2}} x = 4$

2. $\log_x 64 = 2$

3. $\log_3 (2x - 5) = 2$

4. $\log_{\frac{1}{2}} (3x - 1) = -3$

5. $\log_5 x = \frac{1}{2}$

6. $\log_2 (3x + 2) = 3$

7. $\log_2 (x + 4) = 5$

8. $\log_{\sqrt{2}} (x + 3) = 4$

9. $\log_4 (5x - 3) = \frac{1}{2}$

10. $\log_{\frac{1}{3}} (x + 4) = -\log_3 (8 - x)$

11. $\log_3 (2x - 1) = \log_3 (x + 2)$

12. $\log_{\frac{1}{3}} (x + 1) = \log_{\frac{1}{3}} (4x - 2)$

13. $\log_3 (x + 6) = \log_3 (8 - x)$

$$14. \log_{\sqrt{2}}(x+2) = \log_2(x+1) + 2$$

$$15. \log_2(x+2) = 1 + \log_2(x-3)$$

$$16. \log_2(x-1) = \log_2(3-x)$$

$$17. 2 \log_5(3x-1) = \log_5(18x-15)$$

$$18. \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(x+5)$$

$$19. \log_{\frac{1}{2}}(x+4) = \log_{\frac{1}{2}}(6-x)$$

$$20. \log_{\sqrt{2}}x - \log_2\left(x - \frac{3}{2}\right) = 3$$

$$21. \log_{\frac{1}{3}}(3x+1) = \log_{\frac{1}{3}}(x+5)$$

$$22. \log_{\frac{1}{3}}(x+1) = 2$$

$$23. \log_2(x-2) = \log_4(x-2)$$

$$24. \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1 = \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$$

$$25. \log_{\frac{1}{4}}(x+1) = \log_{\frac{1}{4}}(4-2x)$$

$$26. \log_5(3x-2) = \log_5(2x+1)$$

$$27. \log_2(x+1) + \log_2(x-2) = 2$$

$$28. (\log_{\frac{1}{2}}x)^2 + 3 \log_{\frac{1}{2}}x + 2 = 0$$

$$29. \log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_2(x+1) = 1$$

$$30. \log_6 x + \log_6 (x+1) = 1$$

$$31. \log_2 (x-1) = 2 - \log_2 (x+2)$$

$$32. \log x + \log (x-3) = 1$$

$$33. \log_2 (x-1) = \log_2 (2x-3)$$

$$34. (\log_3 x)^2 - 4 \log_3 x + 3 = 0$$

$$35. \log_{x+1} 9 = 2$$

$$36. 2 \log_2 (x+1) = \log_2 (x+4) + 2$$

$$37. \log_3 (x+1) = \log_{\sqrt{3}} (x-1)$$

$$38. -\log_3 (x-2) = \log_{\frac{1}{3}} (8-x)$$

$$39. \log_3 (x+3) + \log_3 (x+1) = 1$$

$$40. \log_5 (2x+1) = 1 + \log_5 (x-4)$$

$$41. \log_5 (2x+3) = \log_5 3 + \log_5 (x-2)$$

$$42. \log_{\frac{1}{3}} (2x-5) = \log_{\frac{1}{3}} (3x+6) + 1$$

$$43. \log_{(x^2-1)} 2 = \log_{(x+1)} 2$$

▣ 다음 방정식을 풀어라.

$$44. \log_2 x + \log_x 16 = 5$$

$$45. \log_3 x - \log_x 9 = 1$$

$$46. 2 \left(\log_2 \frac{x}{2} \right)^2 = 3(1 - \log_2 x)$$

47. $(\log_2 x)^2 - 5 \log_2 x + 6 = 0$

48. $(\log_{\sqrt{3}} x)^2 - 3 \log_{\sqrt{3}} x^2 + 8 = 0$

49. $\log \sqrt{5(x+1)} = 1 - \frac{1}{2} \log(2x-1)$

50. $(\log_3 9x)^2 - 3 \log_3 x - 6 = 0$

51. $(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 15 = 0$

52. $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 = 0$

53. $(1 + \log_2 x)^2 - 3 \log_2 x^2 + 2 = 0$

54. $(\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x - 3 = 0$

55. $(\log_2 4x)(\log_2 2x) = 20$

56. $(\log 10x)(\log 100x) = 12$

▣ 다음 방정식을 풀어라.

57. $3^{\log 9x} - 2^{\log 4x} = 0$

58. $2^{\log 2x} = 5^{\log 5x}$

59. $\log_2 \{\log_2 (\log_2 x)\} = 1$

60. $\log_2 \{\log_3 (\log_2 x)\} = 1$

▣ 다음 방정식을 풀어라.

61. $x^{\log_3 x} = \frac{x^3}{9}$

62. $x^{\log x} = \frac{100}{x}$

63. $x^{\log_3 x} = 81x^3$

64. $x^{\log_2 x} = \frac{x^5}{16}$

65. $x^{\log_2 x} = 32x^4$

66. $x^{\log_5 x} = \frac{625}{x^3}$

67. $x^{\log x} = \frac{1}{10x^2}$

02 로그방정식의 응용

$\log_a x$ 꼴이 반복되는 로그방정식의 두 근이 α, β 이면
 $\log_a x = t (t > 0)$ 로 치환한 이차방정식의 두 근은
 $\log_a \alpha, \log_a \beta$ 이다.

■ 다음 방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

68. $(\log_3 3x)^2 - 2 \log_3 x^3 = 0$

69. $(\log_5 x)^2 + \log_5 x^2 - 3 = 0$

70. $\left(\log_2 \frac{x}{2}\right)^2 - \log_2 x - 2 = 0$

71. $(\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 - 3 = 0$

72. $x^{\log_3 x} = 27x^2$

■ 주어진 방정식의 두 근의 곱이 주어질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

73. 방정식 $(\log_{\frac{1}{2}} 2x)^2 + k \log_{\frac{1}{2}} x = 0$ 의 두 근의 곱이 $\frac{1}{8}$ 일 때

74. 방정식 $(\log_5 x)^2 - k \log_5 x - 6 = 0$ 이 두 근의 곱이 25일 때

75. 방정식 $(\log_2 2x) \left(\log_2 \frac{k}{x} \right) + 5 = 0$ 의 두 근의 곱이 4일 때

76. 방정식 $(\log_3 x)^2 - k \log_3 x^2 + 1 = 0$ 의 두 근의 곱이 81일 때

77. 방정식 $(\log_2 x)^2 - k \log_2 x - 3 = 0$ 의 두 근의 곱이 16일 때

78. 방정식의 $\log_3 x - \frac{1}{3} \log_x 3 - k = 0$ 의 두 근의 곱이 3일 때

79. 방정식 $(\log x)^2 - k \log x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 10일 때

03 로그방정식의 실생활의 활용

주어진 문장 속에서 알맞은 로그방정식을 세워 로그방정식의 여러 가지 풀이에 맞게 답을 구한다.

80. 세기가 $x W/m^2$ 인 소리의 크기를 $f(x)dB$ (데시벨)이라고 할 때, $f(x) = 10 \log \frac{x}{A}$ (A 는 양의 상수)가 성립한다고 한다. 이어폰으로 음악을 들을 때, 소리의 크기가 $100dB$ 일 때의 소리의 세기는 소리의 크기가 $80dB$ 일 때의 소리의 세기의 몇 배인지 구하여라.

81. 어떤 전자회사의 핸드폰 신제품 가격이 매년 4%씩 상승한다고 하자. 이 회사의 핸드폰 신제품이 현재 신제품 가격의 2배가 되는 것은 몇 년 후인지 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 1.04 = 0.015$ 로 계산한다.)

82. 어느 공장에서 매달 4%씩 상품 생산량을 증가시키고 있다. 이 공장의 상품 생산량이 처음의 2배가 되는 것은 몇 개월 후인지 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 1.04 = 0.015$ 로 계산한다.)

83. 화재가 발생한 건물의 온도는 시간에 따라 변한다. 어느 건물의 초기 온도를 T_0 °C, 화재가 발생한 지 x 분 후의 온도를 $f(x)$ °C라고 하면

$$f(x) = T_0 + k \log(8x + 1) \quad (k \text{는 상수})$$

이 성립한다고 한다. 초기 온도가 20 °C인 이 건물에서 화재가 발생한 지 $\frac{7}{8}$ 분만에 온도가 410 °C까지 올라갔다고 할 때, 화재가 발생한 후 온도가 670 °C가 되는데 걸리는 시간은 몇 분 인지 구하여라.

84. 어떤 암석에 포함되어 있는 물질 A 는 시간이 지남에 따라 점차적으로 물질 B 로 변한다. 암석이 생성된 지 t 억 년 후의 A 의 양과 B 의 양을 각각 a , b 라고 하면 상수 k 에 대하여 $t = k \log \left(\frac{6b}{a} + 2 \right)$ 이 성립한다. 암석이 생성된 지 28억 년이 지난 후 A 의 양과 B 의 양의 비가 2:1이 되었다. 암석이 생성되어 x 억년이 지난 후 A 의 양과 B 의 양이 같아질 때, x 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)



정답 및 해설

1) $x = \frac{1}{16}$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = 4$ 에서 $x = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ ㉠

이때 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는

$x = \frac{1}{16}$ 이다.

2) $x = 8$

\Rightarrow 밑 조건에서 $x > 0, x \neq 1$ ㉠

$\log_x 64 = 2$ 에서 $x^2 = 64$

$\therefore x = -8$ 또는 $x = 8$

㉠에 의하여 $x = 8$

3) $x = 7$

\Rightarrow 진수의 조건에서 $2x - 5 > 0 \therefore x > \frac{5}{2}$ ㉠

$\log_3 (2x - 5) = 2$ 에서 $2x - 5 = 3^2$

$2x = 14 \therefore x = 7$

$x = 7$ 은 ㉠을 만족시키므로 해이다.

4) $x = 3$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (3x - 1) = -3$ 에서

$3x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8 \therefore x = 3$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$3x - 1 > 0 \therefore x > \frac{1}{3}$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 3$ 이다.

5) $x = \sqrt{5}$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$\log_5 x = \frac{1}{2}$ 에서 $x = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

따라서 $x = \sqrt{5}$ 는 ㉠을 만족하므로 주어진 방정식의 해이다.

6) $x = 2$

$\Rightarrow \log_2 (3x + 2) = 3$ 에서

$3x + 2 = 2^3 = 8 \therefore x = 2$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$3x + 2 > 0 \therefore x > -\frac{2}{3}$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 2$ 이다.

7) $x = 28$

$\Rightarrow \log_2 (x + 4) = 5$ 에서

$x + 4 = 2^5 = 32 \therefore x = 28$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x + 4 > 0 \therefore x > -4$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 28$ 이다.

8) $x = 1$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x + 3 > 0 \therefore x > -3$ ㉠

$\log_{\sqrt{2}} (x + 3) = 4$ 에서 $x + 3 = (\sqrt{2})^4 = 4$

$\therefore x = 1$

따라서 $x = 1$ 은 ㉠을 만족하므로 주어진 방정식의 해이다.

9) $x = 1$

$\Rightarrow \log_4 (5x - 3) = \frac{1}{2}$ 에서

$5x - 3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2 \therefore x = 1$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$5x - 3 > 0 \therefore x > \frac{3}{5}$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

10) $x = 2$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x + 4 > 0$ 이고 $8 - x > 0$ 이므로

$-4 < x < 8$ ㉠

$\log_{\frac{1}{3}} (x + 4) = -\log_3 (8 - x)$ 에서

$-\log_3 (x + 4) = -\log_3 (8 - x)$

$x + 4 = 8 - x \therefore x = 2$

따라서 $x = 2$ 는 ㉠을 만족하는 주어진 방정식의 해이다.

11) $x = 3$

$\Rightarrow \log_3 (2x - 1) = \log_3 (x + 2)$ 에서

$2x - 1 = x + 2 \therefore x = 3$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$2x - 1 > 0, x + 2 > 0 \therefore x > \frac{1}{2}$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 3$ 이다.

12) $x = 1$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} (x + 1) = \log_{\frac{1}{3}} (4x - 2)$ 에서

$x + 1 = 4x - 2 \therefore x = 1$ ㉠

이때, 진수의 조건에서

$x + 1 > 0, 4x - 2 > 0 \therefore x > \frac{1}{2}$ ㉡

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

13) $x = 1$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x + 6 > 0$ 이고 $8 - x > 0$

$\therefore -6 < x < 8$ ㉠

$$\log_3 (x+6) = \log_3 (8-x) \text{에서}$$

$$x+6 = 8-x \quad \therefore x = 1$$

따라서 $x = 1$ 은 ㉠을 만족하므로 주어진 방정식의 해이다.

14) $x = 0$

⇒ 진수 조건에서 $x+2 > 0$ 이고 $x+1 > 0$ 이므로

$$x > -1 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\log_{\sqrt{2}} (x+2) = \log_2 (x+1) + 2 \text{에서}$$

$$2 \log_2 (x+2) = \log_2 (x+1) + \log_2 4$$

$$(x+2)^2 = 4(x+1)$$

$$x^2 = 0 \quad \therefore x = 0$$

따라서 $x = 0$ 은 ㉠을 만족하는 주어진 방정식의 해이다.

15) $x = 8$

$$\Rightarrow \log_2 (x+2) = 1 + \log_2 (x-3),$$

$$\text{즉 } \log_2 (x+2) = \log_2 2(x-3) \text{에서}$$

$$x+2 = 2x-6 \quad \therefore x = 8 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+2 > 0, x-3 > 0 \quad \therefore x > 3 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 8$ 이다.

16) $x = 2$

$$\Rightarrow \log_2 (x-1) = \log_2 (3-x) \text{에서}$$

$$x-1 = 3-x \quad \therefore x = 2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0, 3-x > 0 \quad \therefore 1 < x < 3 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 2$ 이다.

17) $x = \frac{4}{3}$

⇒ 진수 조건에서 $3x-1 > 0$ 이고 $18x-15 > 0$

$$\therefore x > \frac{5}{6}$$

$$2 \log_5 (3x-1) = \log_5 (18x-15) \text{에서}$$

$$\log_5 (3x-1)^2 = \log_5 (18x-15) \text{이므로}$$

$$(3x-1)^2 = 18x-15$$

$$9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$(3x-4)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{4}{3}$$

따라서 $x = \frac{4}{3}$ 는 ㉠을 만족하므로 주어진 방정식의 해이다.

18) $x = 4$

⇒ 진수 조건에서 $x-1 > 0$ 이고 $x+5 > 0$

$$\therefore x > 1 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (x-1) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} (x+5) \text{에서}$$

$$2 \log_{\frac{1}{2}} (x-1) = \log_{\frac{1}{2}} (x+5)$$

$$(x-1)^2 = x+5$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x+1)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

㉠에 의하여 $x = 4$

19) $x = 1$

⇒ 진수 조건에서 $x+4 > 0$ 이고 $6-x > 0$

$$\therefore -4 < x < 6 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (x+4) = \log_{\frac{1}{2}} (6-x) \text{에서}$$

$$x+4 = 6-x \quad \therefore x = 1$$

따라서 $x = 1$ 은 ㉠을 만족하므로 주어진 방정식의 해이다.

20) $x = 2$ 또는 $x = 6$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}} x - \log_2 \left(x - \frac{3}{2}\right) = 3,$$

$$\text{즉 } \log_2 x^2 = \log_2 \left(x - \frac{3}{2}\right) + 3 \text{에서}$$

$$\log_2 x^2 = \log_2 8 \left(x - \frac{3}{2}\right) \text{이므로}$$

$$x^2 = 8x - 12, x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 6 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x > 0, x - \frac{3}{2} > 0$$

$$\therefore x > \frac{3}{2} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 2$ 또는 $x = 6$ 이다.

21) $x = 2$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} (3x+1) = \log_{\frac{1}{3}} (x+5) \text{에서}$$

$$3x+1 = x+5 \quad \therefore x = 2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서

$$3x+1 > 0, x+5 > 0 \quad \therefore x > -\frac{1}{3} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠은 ㉡을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 2$ 이다.

22) $x = -\frac{8}{9}$

⇒ 진수의 조건에서

$$x+1 > 0 \quad \therefore x > -1 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} (x+1) = 2 \text{에서 } x+1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\therefore x = -\frac{8}{9}$$

$x = -\frac{8}{9}$ 은 ㉠을 만족시키므로 해이다.

23) $x = 3$

$$\Rightarrow \log_2 (x-2) = \log_4 (x-2),$$

$$\text{즉 } \log_4 (x-2)^2 = \log_4 (x-2) \text{에서}$$

$$(x-2)^2 = x-2, \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-2 > 0 \quad \therefore x > 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦에서 ⑧을 만족하는 것은 $x=3$ 이므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$ 이다.

$$24) \quad x=2$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x-1) - 1 = \log_{\frac{1}{2}} (4-x)$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{2}} 2(x-1) = \log_{\frac{1}{2}} (4-x) \text{에서}$$

$$2x-2=4-x \quad \therefore x=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0, \quad 4-x > 0 \quad \therefore 1 < x < 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦은 ⑧을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$ 이다.

$$25) \quad x=1$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}} (x+1) = \log_{\frac{1}{4}} (4-2x) \text{에서}$$

$$x+1=4-2x \quad \therefore x=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0, \quad 4-2x > 0 \quad \therefore -1 < x < 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦은 ⑧을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=1$ 이다.

$$26) \quad x=3$$

$$\Rightarrow \log_5 (3x-2) = \log_5 (2x+1) \text{에서}$$

$$3x-2=2x+1 \quad \therefore x=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$3x-2 > 0, \quad 2x+1 > 0 \quad \therefore x > \frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦은 ⑧을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$ 이다.

$$27) \quad x=3$$

$$\Rightarrow \log_2 (x+1) + \log_2 (x-2) = 2,$$

$$\text{즉 } \log_2 (x+1)(x-2) = \log_2 4 \text{에서}$$

$$(x+1)(x-2) = 4, \quad x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0, \quad x-2 > 0 \quad \therefore x > 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦에서 ⑧을 만족하는 것은 $x=3$ 이므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$ 이다.

$$28) \quad x=2 \text{ 또는 } x=4$$

$$\Rightarrow (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0 \text{에서 } \log_{\frac{1}{2}} x = t \text{로 놓으}$$

$$\text{면 } t^2 + 3t + 2 = 0, \quad (t+1)(t+2) = 0$$

$$\therefore t=-1 \text{ 또는 } t=-2$$

$$\text{즉, } \log_{\frac{1}{2}} x = -1 \text{ 또는 } \log_{\frac{1}{2}} x = -2 \text{이므로}$$

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \text{ 또는 } x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

$$29) \quad x=1$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}} (x+1) - \log_2 (x+1) = 1 \text{에서}$$

$$\log_{\sqrt{2}} (x+1) = \log_2 (x+1) + 1$$

$$\log_2 (x+1)^2 = \log_2 (x+1) + \log_2 2$$

$$\text{즉, } \log_2 (x+1)^2 = \log_2 2(x+1) \text{이므로}$$

$$(x+1)^2 = 2(x+1), \quad x^2 + 2x + 1 = 2x + 2$$

$$x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0 \quad \therefore x > -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦에서 ⑧을 만족하는 것은 $x=1$ 이므로 주어진 방정식의 해는 $x=1$ 이다.

$$30) \quad x=2$$

$$\Rightarrow \log_6 x + \log_6 (x+1) = 1,$$

$$\text{즉 } \log_6 x(x+1) = \log_6 6 \text{에서}$$

$$x^2 + x = 6, \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x > 0, \quad x+1 > 0 \quad \therefore x > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦에서 ⑧을 만족하는 것은 $x=2$ 이므로 주어진 방정식을 만족시키는 x 의 값은 2이다.

$$31) \quad x=2$$

$$\Rightarrow \text{진수의 조건에서}$$

$$x-1 > 0, \quad x+2 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log_2 (x-1) = 2 - \log_2 (x+2) \text{에서}$$

$$\log_2 (x-1) + \log_2 (x+2) = 2$$

$$\log_2 (x-1)(x+2) = \log_2 2^2$$

$$(x-1)(x+2) = 4, \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

$$\textcircled{7} \text{에 의하여 } x=2$$

$$32) \quad x=5$$

$$\Rightarrow \text{진수의 조건에서}$$

$$x > 0, \quad x-3 > 0 \quad \therefore x > 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log x + \log (x-3) = 1 \text{에서}$$

$$\log x(x-3) = \log 10$$

$$x(x-3) = 10, \quad x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x+2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

$$\textcircled{7} \text{에 의하여 } x=5$$

$$33) \quad x=2$$

$$\Rightarrow \text{진수의 조건에서}$$

$$x-1 > 0, \quad 2x-3 > 0 \quad \therefore x > \frac{3}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log_2(x-1) = \log_2(2x-3) \text{에서}$$

$$x-1 = 2x-3 \quad \therefore x=2$$

$$x=2 \text{는 } \textcircled{7} \text{을 만족시키는 해이다.}$$

34) $x=3$ 또는 $x=27$

\Rightarrow 진수의 조건에서 $x > 0$ $\textcircled{7}$

$\log_3 x = t$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$t^2 - 4t + 3 = 0, (t-1)(t-3) = 0$$

$$\therefore t=1 \text{ 또는 } t=3$$

$$\text{즉 } \log_3 x = 1 \text{ 또는 } \log_3 x = 3$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=27$$

이것은 $\textcircled{7}$ 을 만족시키므로 해이다.

35) $x=2$

\Rightarrow 밑의 조건에서 $x+1 > 0, x+1 \neq 1$

$$\therefore x > -1, x \neq 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{x+1} 9 = 2 \text{에서 } (x+1)^2 = 9$$

$$x+1=3 \text{ 또는 } x+1=-3$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-4$$

$\textcircled{7}$ 에 의하여 $x=2$

36) $x=5$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x+1 > 0$ 이고 $x+4 > 0$

$$\therefore x > -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$2 \log_2(x+1) = \log_2(x+4) + 2 \text{에서}$$

$$\log_2(x+1)^2 = \log_2(x+4) + \log_2 4$$

$$(x+1)^2 = 4(x+4), x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x+3)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 5$$

$\textcircled{7}$ 에 의하여 $x=5$

37) $x=3$

$\Rightarrow \log_3(x+1) = \log_{\sqrt{3}}(x-1)$

$$\text{즉 } \log_3(x+1) = \log_3(x-1)^2 \text{에서}$$

$$x+1 = (x-1)^2, x^2 - 3x = 0, x(x-3) = 0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0, x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{7}$ 에서 $\textcircled{1}$ 을 만족하는 것은 $x=3$ 이므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$ 이다.

38) $x=5$

$\Rightarrow -\log_3(x-2) = \log_{\frac{1}{3}}(8-x)$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{3}}(x-2) = \log_{\frac{1}{3}}(8-x) \text{에서}$$

$$x-2 = 8-x \quad \therefore x=5 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-2 > 0, 8-x > 0 \quad \therefore 2 < x < 8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{7}$ 은 $\textcircled{1}$ 을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=5$ 이다.

39) $x=0$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x+3 > 0$ 이고 $x+1 > 0$

$$\therefore x > -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_3(x+3) + \log_3(x+1) = 1 \text{에서}$$

$$\log_3(x+3)(x+1) = \log_3 3$$

$$(x+3)(x+1) = 3, x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

$\textcircled{7}$ 에 의하여 $x=0$

40) $x=7$

$\Rightarrow \log_5(2x+1) = 1 + \log_5(x-4)$

$$\text{즉 } \log_5(2x+1) = \log_5 5(x-4) \text{에서}$$

$$2x+1 = 5x-20 \quad \therefore x=7 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x+1 > 0, x-4 > 0 \quad \therefore x > 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{7}$ 은 $\textcircled{1}$ 을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=7$ 이다.

41) $x=9$

\Rightarrow 진수 조건에서 $2x+3 > 0$ 이고 $x-2 > 0$

$$\therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_5(2x+3) = \log_5 3 + \log_5(x-2) \text{에서}$$

$$\log_5(2x+3) = \log_5 3(x-2)$$

$$2x+3 = 3x-6 \quad \therefore x=9$$

$\textcircled{7}$ 에 의하여 $x=9$

42) $x=7$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(2x-5) = \log_{\frac{1}{3}}(3x+6) + 1,$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{3}}(2x-5) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{(3x+6)}{3} \text{에서}$$

$$2x-5 = x+2 \quad \therefore x=7 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x-5 > 0, 3x+6 > 0 \quad \therefore x > \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{7}$ 은 $\textcircled{1}$ 을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x=7$ 이다.

43) $x=-3$ 또는 $x=4$

\Rightarrow 밑의 조건에서

$$x^2 - 1 > 0, x^2 - 1 \neq 1, x+11 > 0, x+11 \neq 1 \text{이므로}$$

$$x > 1 \text{ 또는 } -11 < x < -1 \text{이고,}$$

$$x \neq \pm \sqrt{2}, x \neq -10 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수가 2로 같으므로 $x^2 - 1 = x + 11$ 에서

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

$\textcircled{7}$ 에 의하여 $x = -3$ 또는 $x = 4$

44) $x=2$ 또는 $x=16$

$\Rightarrow \log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} = 5$ 에서

$$\log_2 x = t \text{로 치환하면 } t + \frac{4}{t} - 5 = 0$$

양변에 t 를 곱하면 $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$(t-1)(t-4) = 0 \quad \therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 4$$

따라서 $\log_2 x = 1$ 또는 $\log_2 x = 4$ 이므로
 $x = 2$ 또는 $x = 16$

45) $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 9$

$\Rightarrow \log_3 x - \frac{2}{\log_3 x} = 1$ 에서

$\log_3 x = t$ 로 치환하면 $t - \frac{2}{t} - 1 = 0$

양변에 t 를 곱하면 $t^2 - t - 2 = 0$

$(t+1)(t-2) = 0 \quad \therefore t = -1$ 또는 $t = 2$

따라서 $\log_3 x = -1$ 또는 $\log_3 x = 2$ 이므로

$x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 9$

46) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 또는 $x = 2$

$\Rightarrow 2\left(\log_2 \frac{x}{2}\right)^2 = 3(1 - \log_2 x)$ 에서

$2(\log_2 x - 1)^2 = 3 - 3\log_2 x$

즉, $2(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 1 = 0$ 에서

$\log_2 x = t$ 로 놓으면

$2t^2 - t - 1 = 0, (2t+1)(t-1) = 0$

$\therefore t = -\frac{1}{2}$ 또는 $t = 1$

즉, $\log_2 x = -\frac{1}{2}$ 또는 $\log_2 x = 1$ 이므로

$x = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 또는 $x = 2$

47) $x = 4$ 또는 $x = 8$

$\Rightarrow (\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 6 = 0$ 에서 $\log_2 x = t$ 로 놓으면

$t^2 - 5t + 6 = 0, (t-2)(t-3) = 0$

$\therefore t = 2$ 또는 $t = 3$

즉, $\log_2 x = 2$ 또는 $\log_2 x = 3$ 이므로

$x = 2^2 = 4$ 또는 $x = 2^3 = 8$

48) $x = 3$ 또는 $x = 9$

$\Rightarrow (\log_{\sqrt{3}} x)^2 - 3\log_{\sqrt{3}} x^2 + 8 = 0$

즉 $(\log_{\sqrt{3}} x)^2 - 6\log_{\sqrt{3}} x + 8 = 0$ 에서

$\log_{\sqrt{3}} x = t$ 로 놓으면

$t^2 - 6t + 8 = 0, (t-2)(t-4) = 0$

$\therefore t = 2$ 또는 $t = 4$

즉, $\log_{\sqrt{3}} x = 2$ 또는 $\log_{\sqrt{3}} x = 4$ 이므로

$x = (\sqrt{3})^2 = 3$ 또는 $x = (\sqrt{3})^4 = 9$

49) $x = 3$

50) $x = \frac{1}{9}$ 또는 $x = 3$

$\Rightarrow (\log_3 9 + \log_3 x)^2 - 3\log_3 x - 6 = 0$ 에서

$(2 + \log_3 x)^2 - 3\log_3 x - 6 = 0$

$\log_3 x = t$ 로 치환하면

$(2+t)^2 - 3t - 6 = 0, t^2 + t - 2 = 0$

$(t+2)(t-1) = 0 \quad \therefore t = -2$ 또는 $t = 1$

따라서 $\log_3 x = -2$ 또는 $\log_3 x = 1$ 이므로

$x = \frac{1}{9}$ 또는 $x = 3$

51) $x = \frac{1}{243}$ 또는 $x = 27$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 + 2\log_3 x - 15 = 0$ 에서

$\log_3 x = t$ 로 치환하면

$t^2 + 2t - 15 = 0, (t+5)(t-3) = 0$

$\therefore t = -5$ 또는 $t = 3$

따라서 $\log_3 x = -5$ 또는 $\log_3 x = 3$ 이므로

$x = \frac{1}{243}$ 또는 $x = 27$

52) $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = 2$

$\Rightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 = 0$ 에서

$\log_2 x = t$ 로 치환하면

$t^2 + t - 2 = 0$ 이므로 $(t+2)(t-1) = 0$

$\therefore t = -2$ 또는 $t = 1$

따라서 $\log_2 x = -2$ 또는 $\log_2 x = 1$ 이므로

$x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = 2$

53) $x = 2$ 또는 $x = 8$

$\Rightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 6\log_2 x + 2 = 0$ 에서

$\log_2 x = t$ 로 치환하면

$(1+t)^2 - 6t + 2 = 0$ 이므로 $t^2 - 4t + 3 = 0$

$(t-1)(t-3) = 0 \quad \therefore t = 1$ 또는 $t = 3$

따라서 $\log_2 x = 1$ 또는 $\log_2 x = 3$ 이므로

$x = 2$ 또는 $x = 8$

54) $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 27$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 - 2\log_3 x - 3 = 0$ 에서 $\log_3 x = t$ 로 놓으면

$t^2 - 2t - 3 = 0, (t+1)(t-3) = 0$

$\therefore t = -1$ 또는 $t = 3$

즉, $\log_3 x = -1$ 또는 $\log_3 x = 3$ 이므로

$x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 3^3 = 27$

55) $x = \frac{1}{64}$ 또는 $x = 8$

$\Rightarrow (\log_2 4 + \log_2 x)(\log_2 2 + \log_2 x) = 20$ 에서

$(2 + \log_2 x)(1 + \log_2 x) = 20$ 이므로

$\log_2 x = t$ 로 치환하면

$(2+t)(1+t) = 20$

$$t^3 + 3t - 18 = 0$$

$$(t+6)(t-3) = 0$$

$$\therefore t = -6 \text{ 또는 } t = 3$$

따라서 $\log_2 x = -6$ 또는 $\log_2 x = 3$ 이므로

$$x = \frac{1}{64} \text{ 또는 } x = 8$$

$$56) x = \frac{1}{100000} \text{ 또는 } x = 100$$

$$\Rightarrow (\log 10 + \log x)(\log 100 + \log x) = 12 \text{에서}$$

$$(1 + \log x)(2 + \log x) = 12 \text{이므로}$$

$$\log x = t \text{로 치환하면}$$

$$(1+t)(2+t) = 12$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$(t+5)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

따라서 $\log x = -5$ 또는 $\log x = 2$ 이므로

$$x = \frac{1}{100000} \text{ 또는 } x = 100$$

$$57) x = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow 3^{\log 9x} = 2^{\log 4x} \text{의 양변에 상용로그를 취하면}$$

$$\log 9x \times \log 3 = \log 4x \times \log 2$$

$$(\log 9 + \log x) \log 3 = (\log 4 + \log x) \log 2$$

$$(\log 3 - \log 2) \log x$$

$$= 2(\log 2)^2 - 2(\log 3)^2$$

$$= -2(\log 3 - \log 2)(\log 3 + \log 2)$$

$$\log x = -2(\log 3 + \log 2) = \log 6^{-2} \quad \therefore x = \frac{1}{36}$$

$$58) x = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 2^{\log 2x} = 5^{\log 5x} \text{의 양변에 상용로그를 취하면}$$

$$\log 2x \times \log 2 = \log 5x \times \log 5$$

$$(\log 2 + \log x) \log 2 = (\log 5 + \log x) \log 5$$

$$(\log 2 - \log 5) \log x$$

$$= (\log 5)^2 - (\log 2)^2$$

$$= -(\log 2 + \log 5)(\log 2 - \log 5)$$

$$\log x = -(\log 2 + \log 5)$$

$$\log x = -\log 10 = \log 10^{-1} \quad \therefore x = \frac{1}{10}$$

$$59) 16$$

$$\Rightarrow \log_2 \{\log_2 (\log_2 x)\} = 1 \text{에서}$$

$$\log_2 (\log_2 x) = 2, \log_2 x = 2^2 = 4$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_2 (\log_2 x) > 0, \log_2 x > 1 \quad \therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦은 ⑧을 만족하므로 주어진 방정식을 만족시키는 실수 x 의 값은 16이다.

$$60) x = 512$$

$$\Rightarrow \log_2 \{\log_3 (\log_2 x)\} = 1 \text{에서}$$

$$\log_3 (\log_2 x) = 2, \log_2 x = 3^2 = 9$$

$$\therefore x = 2^9 = 512 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_3 (\log_2 x) > 0, \log_2 x > 1 \quad \therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦은 ⑧을 만족하므로 주어진 방정식의 해는 $x = 512$ 이다.

$$61) x = 3 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\Rightarrow x^{\log_3 x} = \frac{x^3}{9} \text{의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면}$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 \frac{x^3}{9}, (\log_3 x)^2 = \log_3 x^3 - \log_3 9$$

$$\therefore (\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x + 2 = 0$$

$$\log_3 x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0, (t-1)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\text{즉, } \log_3 x = 1 \text{ 또는 } \log_3 x = 2 \text{이므로}$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 3^2 = 9$$

$$62) x = \frac{1}{100} \text{ 또는 } x = 10$$

$$\Rightarrow x^{\log x} = \frac{100}{x} \text{의 양변에 밑이 10인 로그를 취하면}$$

$$\log x^{\log x} = \log \frac{100}{x}, (\log x)^2 = 2 - \log x$$

$$\therefore (\log x)^2 + \log x - 2 = 0$$

$$\log x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 + t - 2 = 0, (t+2)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = -2 \text{ 또는 } t = 1$$

$$\text{즉, } \log x = -2 \text{ 또는 } \log x = 1 \text{이므로}$$

$$x = 10^{-2} = \frac{1}{100} \text{ 또는 } x = 10$$

$$63) x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 81$$

$$\Rightarrow x^{\log_3 x} = 81x^3 \text{의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면}$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 81x^3$$

$$\log_3 x \times \log_3 x = \log_3 3^4 + 3 \log_3 x$$

$$\log_3 x = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0, (t+1)(t-4) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 4$$

$$\text{따라서 } \log_3 x = -1 \text{ 또는 } \log_3 x = 4 \text{이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 81$$

$$64) x = 2 \text{ 또는 } x = 16$$

$$\Rightarrow x^{\log_2 x} = \frac{x^5}{16} \text{의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면}$$

$$\log_2 x^{\log_2 x} = \log_2 \frac{x^5}{16}, (\log_2 x)^2 = \log_2 x^5 - \log_2 16$$

$$\therefore (\log_2 x)^2 - 5 \log_2 x + 4 = 0$$

$\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 5t + 4 = 0, (t-1)(t-4) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 4$$

즉, $\log_2 x = 1$ 또는 $\log_2 x = 4$ 이므로

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 2^4 = 16$$

$$65) x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 32$$

$\Rightarrow x^{\log_2 x} = 32x^4$ 의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$$\log_2 x^{\log_2 x} = \log_2 32x^4$$

$$\log_2 x \times \log_2 x = \log_2 2^5 + 4 \log_2 x$$

$\log_2 x = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 4t - 5 = 0, (t+1)(t-5) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 5$$

따라서 $\log_2 x = -1$ 또는 $\log_2 x = 5$ 이므로

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 32$$

$$66) x = \frac{1}{625} \text{ 또는 } x = 5$$

$\Rightarrow x^{\log_5 x} = \frac{625}{x^3}$ 의 양변에 밑이 5인 로그를 취하면

$$\log_5 x^{\log_5 x} = \log_5 \frac{625}{x^3}$$

$$\log_5 x \times \log_5 x = \log_5 5^4 - 3 \log_5 x$$

$\log_5 x = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 3t - 4 = 0, (t+4)(t-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } t = 1$$

따라서 $\log_5 x = -4$ 또는 $\log_5 x = 1$ 이므로

$$x = \frac{1}{625} \text{ 또는 } x = 5$$

$$67) x = \frac{1}{10}$$

$\Rightarrow x^{\log x} = \frac{1}{10x^2}$ 의 양변에 상용로그를 취하면

$$\log x^{\log x} = \log \frac{1}{10x^2}$$

$$(\log x)^2 = -(\log 10 + \log x^2)$$

$$\therefore (\log x)^2 + 2 \log x + 1 = 0$$

$\log x = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 2t + 1 = 0, (t+1)^2 = 0 \quad \therefore t = -1$$

$$\text{즉, } \log x = -1 \text{이므로 } x = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$68) 81$$

$$\Rightarrow (\log_3 3 + \log_3 x)^2 - 6 \log_3 x = 0$$

$$(1 + \log_3 x)^2 - 6 \log_3 x = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

에서 $\log_3 x = t$ 로 치환하면 $t^2 - 4t + 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\textcircled{8}$ 의 두 근은

$$\log_3 \alpha, \log_3 \beta$$

$\textcircled{7}$ 의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\log_3 \alpha + \log_3 \beta = 4$$

$$\log_3 \alpha\beta = 4 \quad \therefore \alpha\beta = 81$$

$$69) \frac{1}{25}$$

$\Rightarrow \log_5 x = t$ 라 하면

$$t^2 + 2t - 3 = 0, (t-1)(t+3) = 0$$

$$t = 1 \text{ 또는 } t = -3$$

$$\therefore \log_5 x = 1 \text{ 또는 } \log_5 x = -3$$

따라서 $x = 5$ 또는 $x = \frac{1}{125}$ 이므로

$$\alpha\beta = 5 \times \frac{1}{125} = \frac{1}{25} \text{이다.}$$

$$70) 8$$

$$\Rightarrow \left(\log_2 \frac{x}{2}\right)^2 - \log_2 x - 2 = 0$$

$$\text{즉 } (\log_2 x - 1)^2 - \log_2 x - 2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{9} \text{에서}$$

$\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$(t-1)^2 - t - 2 = 0, t^2 - 3t - 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{10}$$

$\textcircled{9}$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\textcircled{10}$ 의 두 근은

$\log_2 \alpha, \log_2 \beta$ 이다.

방정식 $\textcircled{9}$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 3, \text{ 즉 } \log_2 \alpha\beta = 3 \text{이므로}$$

$$\alpha\beta = 2^3 = 8$$

$$71) 16$$

$$\Rightarrow (\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x - 3 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{11}$$

에서 $\log_2 x = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 4t - 3 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{12}$$

$\textcircled{11}$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\textcircled{12}$ 의 두 근은

$$\log_2 \alpha, \log_2 \beta$$

$\textcircled{11}$ 의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 4$$

$$\log_2 \alpha\beta = 4 \quad \therefore \alpha\beta = 16$$

$$72) 9$$

$\Rightarrow x^{\log_3 x} = 27x^2$ 의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 27x^2, (\log_3 x)^2 = \log_3 27 + \log_3 x^2$$

$$\therefore (\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x - 3 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{13}$$

$\log_3 x = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{14}$$

$$(t+1)(t-3) = 0 \quad \therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 3$$

즉, $\log_3 x = -1$ 또는 $\log_3 x = 3$ 이므로

$$x = 3^{-1} = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 3^3 = 27$$

따라서 $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 27$ 또는 $\alpha = 27, \beta = \frac{1}{3}$ 이므로

$$\alpha\beta=9$$

73) -1

$$\Leftrightarrow (\log_{\frac{1}{2}} 2x)^2 + k \log_{\frac{1}{2}} x = 0, \text{ 즉}$$

$$(\log_{\frac{1}{2}} x - 1)^2 + k \log_{\frac{1}{2}} x = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = t \text{로 놓으면}$$

$$(t-1)^2 + kt = 0, \quad t^2 - (2-k)t + 1 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta = \frac{1}{8}$ 이고, ⑧의 두 근은 $\log_{\frac{1}{2}} \alpha, \log_{\frac{1}{2}} \beta$ 이다.

방정식 ⑧에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\log_{\frac{1}{2}} \alpha + \log_{\frac{1}{2}} \beta = 2 - k, \text{ 즉 } \log_{\frac{1}{2}} \alpha\beta = 2 - k \text{이므로}$$

$$2 - k = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3 \quad \therefore k = -1$$

74) 2

$$\Leftrightarrow \text{방정식 } (\log_5 x)^2 - k \log_5 x - 6 = 0 \text{의 두 근을 } \alpha, \beta \text{라 하면 } \alpha\beta = 25$$

$\log_5 x = t$ 로 치환하면 주어진 방정식은

$$t^2 - kt - 6 = 0$$

이 방정식의 두 근은 $\log_5 \alpha, \log_5 \beta$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\log_5 \alpha + \log_5 \beta = k$$

$$\log_5 \alpha\beta = \log_5 25 = 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

75) 8

$$\Leftrightarrow \text{주어진 방정식의 두 근이 } \alpha, \beta \text{이고, } \alpha\beta = 4 \text{이다.}$$

주어진 식을 정리하면 $\log_2 x = A$ 라 할 때,

$$A^2 - (\log_2 k - 1)A - \log_2 k - 5 = 0$$

$$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = \log_2 k - 1$$

$$\log_2 \alpha\beta = \log_2 k - 1, \quad 2 = \log_2 k - 1$$

$$\log_2 k = 3 \quad \therefore k = 8$$

76) 2

$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - k \log_3 x + 1 = 0, \text{ 즉}$$

$$(\log_3 x)^2 - 2k \log_3 x + 1 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{9}$$

$$\log_3 x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 2kt + 1 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{10}$$

⑨의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta = 81$ 이고, ⑩의 두 근은 $\log_3 \alpha, \log_3 \beta$ 이다.

방정식 ⑩에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\log_3 \alpha + \log_3 \beta = 2k, \text{ 즉 } \log_3 \alpha\beta = 2k \text{이므로}$$

$$2k = \log_3 81 = 4 \quad \therefore k = 2$$

77) 4

$$\Leftrightarrow \text{주어진 로그 방정식의 두 근을 } a, b \text{라 할 때, 두}$$

근의 곱이 16이므로

$$\log_2 a + \log_2 b = \log_2 ab = \log_2 16 = 4 \text{은}$$

근과 계수의 관계에 의해 k 와 같다.

$$\therefore k = 4$$

78) 1

$$\Leftrightarrow \log_3 x = t \text{라 하면}$$

$$t - \frac{1}{3t} - k = 0 \text{에서 양변에 } 3t \text{를 곱하면}$$

$$3t^2 - 3kt - 1 = 0$$

이때 두 근의 곱이 3이므로 근과 계수의 관계에 의해

$$\log_3 \alpha + \log_3 \beta = \log_3 \alpha\beta = \log_3 3 = 1 = -\frac{-3k}{3} = k$$

$$\therefore k = 1$$

79) 1

$$\Leftrightarrow (\log x)^2 - k \log x - 2 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{11}$$

$$\log x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - kt - 2 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{12}$$

⑪의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta = 10$ 이고,

⑫의 두 근은 $\log \alpha, \log \beta$ 이다.

방정식 ⑫에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\log \alpha + \log \beta = k, \text{ 즉 } \log \alpha\beta = k \text{이므로}$$

$$k = \log 10 = 1$$

80) 100배

$$\Leftrightarrow 100 = f(x_1) = 10 \log \frac{x_1}{A} \quad \cdots \cdots \textcircled{13}$$

$$80 = f(x_2) = 10 \log \frac{x_2}{A} \quad \cdots \cdots \textcircled{14}$$

⑬-⑭를 계산하면

$$20 = 10 \left(\log \frac{x_1}{A} - \log \frac{x_2}{A} \right) = 10 \log \frac{x_1}{x_2}$$

$$\text{따라서 } \log \frac{x_1}{x_2} = 2 \text{이므로 } \frac{x_1}{x_2} = 10^2 \text{이다.}$$

81) 20년 후

$$\Leftrightarrow \left(\frac{104}{100} \right)^n = 2$$

$$n \log 1.04 = \log 2$$

$$\therefore n = \frac{\log 2}{\log 1.04} = \frac{0.3}{0.015} = \frac{300}{15} = 20$$

82) 20개월 후

\Leftrightarrow 처음 상품 생산량을 a 라고 하고 매달 4%씩 증가시킨다고 하면 n 개월 후의 상품 생산량은 $a(1+0.04)^n$ 이다.

이것이 처음의 2배가 되려면

$$a(1+0.04)^n = 2a \quad \cdots \cdots \textcircled{15}$$

⑮의 양변을 a 로 나누고 상용로그를 취하면

$$\log(1+0.04)^n = \log 2$$

$$\therefore n = \frac{\log 2}{\log 1.04} = \frac{0.3}{0.015} = 20$$

따라서 처음으로 2배가 되는 것은 20 개월 후이다.

83) $\frac{31}{8}$ 분

$$\Rightarrow 410 = 20 + k \log \left(8 \cdot \frac{7}{8} + 1 \right) \quad \therefore k = \frac{130}{\log 2}$$

화재가 발생한 후 온도가 670°C 가 되는데 걸리는 시간을 x 분이라고 하면

$$670 = 20 + k \log(8x + 1), \quad k \text{를 대입하면}$$

$$650 = \frac{130}{\log 2} \log(8x + 1)$$

$$5 \log 2 = \log(8x + 1) \quad \therefore x = \frac{31}{8}$$

즉, 화재가 발생한 후 온도가 670°C 가 되는데 걸리는 시간은 $\frac{31}{8}$ 분 후가 된다.

84) 36

\Rightarrow 28억년 후 암석의 양을 이용하여 k 의 값을 구하면

$$28 = k \log \left(\frac{6b}{2b} + 2 \right) = k \log 5$$

$$\therefore k = \frac{28}{\log 5} = \frac{28}{1 - \log 2} = \frac{28}{0.7} = 40$$

x 억년 후 A 의 양과 B 양이 같아질 때,
 x 의 값은

$$\begin{aligned} x &= k \log \left(\frac{6b}{b} + 2 \right) = 40 \times \log 8 \\ &= 40 \times 3 \log 2 = 120 \times \log 2 = 36 \end{aligned}$$