

5-2-1.여러 가지 사각형 비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-07-25
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[직사각형의 뜻과 성질]

- (1) 직사각형의 정의: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
- (2) 성질: 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
- (3) 평행사변형이 다음 중 어느 한 조건을 만족하면 직사각형이 된다.
- **1** 한 내각이 직각이다.
- ❷ 두 대각선의 길이가 같다.

[마름모의 뜻과 성질]

- (1) 마름모의 정의: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
- (2) 성질: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (3) 평행사변형이 다음 중 어느 한 조건을 만족하면 마름모가 된다.
- 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ❷ 두 대각선이 직교한다.

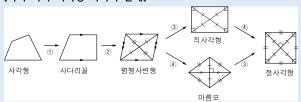
[정사각형의 뜻과 성질]

- (1) 정사각형의 정의: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
- (2) 성질: 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (3) 직사각형이 다음 중 어느 한 조건을 만족하면 정사각형이 된다.
- 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ❷ 두 대각선이 직교한다.
- (4) 마름모가 다음 중 어느 한 조건을 만족하면 정사각형이 된다.
- 한 내각이 직각이다.
- ❷ 두 대각선의 길이가 같다.

[등변사다리꼴의 뜻과 성질]

- (1) 등변사다리꼴의 정의: 밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴 (2) 성질
- ❶ 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
- ❷ 두 대각선의 길이가 같다.

[여러 가지 사각형 사이의 관계]



- ❶ 한 쌍의 대변이 평행하다.
- ❷ 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.
- ③ 한 내각의 크기가 $90\,^\circ$ 이거나 두 대각선의 길이가 같다.
- ❹ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 직교한다.

[사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형]

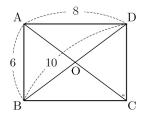
주어진 사각형의 각 변의 중점을 연결하면 다음의 사각형이 만들어진다.

- (1) 일반 사각형, 평행사변형 ⇨ 평행사변형
- (2) 직사각형, 등변사다리꼴 ⇨ 마름모
- (3) 마름모 ⇨ 직사각형

기본문제

[문제]

다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 6$. AD=8, BD=10**일 때**, △OCD**의 둘레의 길이를 구** 하면?

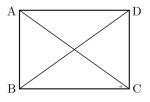


- ① 15
- 2 16
- ③ 17
- (4) 18

⑤ 19

[문제]

다음은 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형 ABCD는 직사각형임을 설명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



△ABC와 △BAD에서

 $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{(1)}$ 는 공통이므로

 \triangle ABC \equiv \triangle BAD ((나) 합동)

또한 $\triangle ABC = \triangle BAD이므로$

∠B = (다) …Э

이때 □ABCD는 평행사변형이므로

 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D \cdots \bigcirc$

①, ①에 의하여 (라)

따라서 네 내각의 크기가 같으므로

□ABCD는 (마)이다.

① (7): AB

② (나): SSS

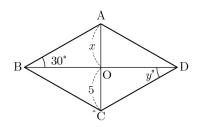
③ (다): ∠D

④ (라): ∠A = ∠B = ∠C = ∠D

⑤ (마): 직사각형

[문제]

3. 다음 마름모 ABCD에서 $\overline{OC} = 5$, $\overline{OD} = 8$, $\angle ABO = 30$ °일 때, x+y의 값을 구하면?



① 15

2 25

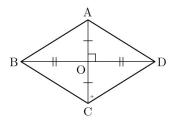
3 35

4 45

⑤ 55

[문제]

4. 다음 □ABCD에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분할 때, □ABCD는 어떤 사각형인지 알아 내는 과정에서 빈 칸에 들어갈 것을 순서대로 바르 게 나열한 것은?



 \triangle OAB \equiv \triangle OCB \equiv \triangle OCD \equiv \triangle OAD ((가) 합동) 이므로 대응하는 변의 길이가 모두 같다.

따라서 □ABCD의 네 변의 길이가 같으므로

□ABCD는 (나) 이다.

① (7)): SSS

(나): 마름모

② (7): SSS

(나): 정사각형

③ (7): SAS

(나): 마름모

④ (7): SAS

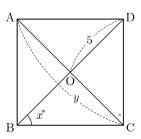
(나): 직사각형

⑤ (フト): SAS

(나): 정사각형

[문제]

다음 그림과 같은 정사각형에서 x+y의 값을 구 하면?



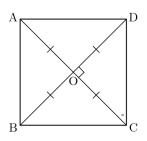
1 45

2 50

4) 60

[문제]

6. 다음 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ AC⊥BD인 사각형 ABCD는 어떤 사각형인지 구하 는 과정에서 빈 칸에 들어갈 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?



ΔΟΑΒ, ΔΟΒC, ΔΟCD, ΔΟDA -

모두 (가) 이고 서로 합동이다.

따라서 □ABCD는 네 변의 길이가 같고,

네 내각의 크기가 같으므로 (나) 이다.

① (가): 직각삼각형

(나): 직사각형

② (가): 이등변삼각형

(나): 직사각형

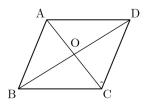
③ (가): 이등변삼각형

(나): 정사각형

④ (가): 직각이등변삼각형 (나): 직사각형

⑤ (가): 직각이등변삼각형 (나): 정사각형

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대한 설 명 중 옳지 않은 것은? (단, 점 ○는 두 대각선의 교점이다.)



- ① AC = BD이면 □ABCD는 직사각형이다.
- ② $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이면 $\Box ABCD$ 는 마름모이다.
- ③ $\angle BOC = 90^{\circ}$, $\angle A = \angle D$ 이면 $\Box ABCD$ 는 정사각형 이다.
- ④ OB=OC, ∠ABD=∠ADB이면 □ABCD는 정사각 형이다.
- ⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이면 $\Box ABCD$ 는 마름모이다.

[문제]

8. 다음 <보기> 중에서 직사각형의 대각선의 성질로 옳은 것을 모두 고른 것은?

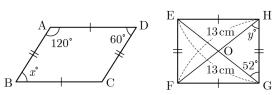
<보기>

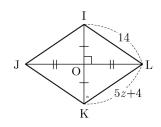
- ㄱ. 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- ㄴ. 두 대각선이 서로 다른 것을 이동분한다.
- ㄷ. 두 대각선이 서로 직교한다.
- (1) ¬
- ② L
- ③ ¬, ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ∟, ⊏

평가문제

[중단원 학습 점검]

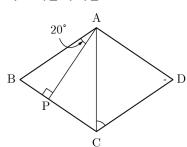
9. 다음 그림과 같은 세 사각형 ABCD, EFGH, IJKL에서 x+y+z의 값을 구하면?





- 110
- 2 112
- 3 114
- **4** 116
- ⑤ 118

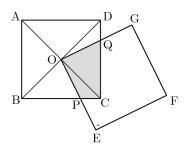
- [중단원 학습 점검]
- 10. 다음 마름모 ABCD의 꼭짓점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 P라 하자. $\angle BAP = 20^{\circ}$ 일 때, ∠ACD의 크기를 구하면?



- ① $45\,^{\circ}$
- ② 50°
- 35°
- **4**) 60°

[중단원 학습 점검]

11. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 대각선 의 교점을 O라고 하자. 정사각형 OEFG와 정사각 형 ABCD가 합동이고 두 정사각형이 겹쳐진 부분 인 사각형 OPCQ의 넓이가 $25 \, \mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길 이를 구하면?



- ① 6 cm
- ② 7 cm
- 3 8 cm
- 49 g cm
- (5) 10 cm

[단원 마무리]

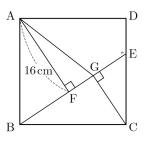
12. 다음 그림은 여러 가지 사각형 사이의 관계를 나 타낸 것이다. ⊙~@에 알맞은 조건으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



- ① 🗇 두 쌍의 대변이 평행하다.
- ② ① 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
- ③ 🕒 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- ④ ② 두 대각선이 서로 직교한다.
- ⑤ 🗇 두 대각선의 길이가 서로 같다.

[단원 마무리]

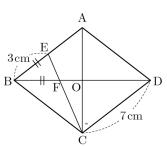
13. 다음 정사각형 ABCD의 꼭짓점 B를 지나는 직 선과 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 교점을 E 라고 하고 두 꼭깃점 A , C 에 서 \overline{BE} 에 내린 수선의 발을 각각 F, G라고 하자. $\triangle AFG$ 의 넓이가 32 cm^2 일 때, \overline{CG} 의 길이를 구하 면?



- ① 6 cm
- ② 8 cm
- ③ 10 cm
- (4) 12 cm
- ⑤ 14 cm

[단원 마무리]

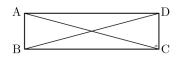
14. 다음 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점을 0 라고 하자. $\overline{BE} = \overline{BF}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 둘레의 길이를 구하면?



- ① 20 cm
- ② 21 cm
- ③ 22 cm
- (4) 23 cm
- ⑤ 24 cm
- 유사문제

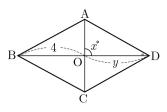
15. 직사각형 ABCD에서

 $\overline{AB} = 2x - 1$, $\overline{AC} = 5x - 1$, $\overline{BD} = 2x + 8$ 일 때, \overline{CD} 의 길이는?

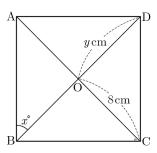


- ① 5 cm
- ② 6 cm
- 3 7 cm
- 4 8 cm
- ⑤ 9 cm

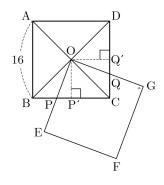
16. 그림과 같은 마름모 ABCD에서 대각선의 교점을 점 \bigcirc 라 하자. $\overline{BO} = 4$ 라 할 때, x + y의 값은?



- 1 90
- 2 92
- 3 94
- 4 96
- (5) 98
- **17.** 그림과 같이 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 \bigcirc 라 할 때, x+y의 값은?

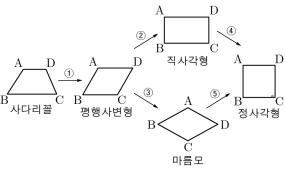


- ① 53
- 2 54
- 3 55
- **(4)** 56
- **⑤** 57
- **18.** 한 변의 길이가 16인 두 정사각형 *ABCD*와 OEFG는 서로 합동이다. 정사각형 ABCD의 두 대 각선의 교점과 정사각형 *OEFG*의 한 꼭짓점 *O*가 서로 겹치도록 할 때, 두 정사각형이 서로 겹쳐지는 부분인 □OPCQ의 넓이는?



- ① 36
- ② 42
- 3 56
- **4** 64
- **⑤** 68

19. 그림에서 $\Box ABCD$ 가 화살표 방향으로 변할 때, 추가되는 조건 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AB}//\overline{DC}$
- \bigcirc $\angle A = \angle B$
- $\ \overline{AB} = \overline{AD}$
- $\textcircled{4} \ \overline{AC} = \overline{BD}$
- \bigcirc $\angle C = 90^{\circ}$

4

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] $\overline{AC} = \overline{BD} = 10$ 이므로 $\overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 5$ 이고,

 $\overline{CD} = \overline{AB} = 6$

그러므로 △OCD의 둘레의 길이는

 $\overline{OC} + \overline{OD} + \overline{CD} = 5 + 5 + 6 = 16$

2) [정답] ③

[해설] (다): ∠A

3) [정답] ③

[해설] $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 x = 5

또한 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$, 즉 y = 30

 $\therefore x + y = 5 + 30 = 35$

4) [정답] ③

[해설] (가) SAS

(나) 마름모

5) [정답] ③

[해설] $\angle BOC = 90$ °이고, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

또한 $\overline{BD} = 2\overline{OD} = 10$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD} = 10$, 즉 y = 10

 $\therefore x + y = 55$

6) [정답] ⑤

[해설] (가): 꼭지각이 90°인 이등변삼각형이므로 직 각이등변삼각형이다.

(나): 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기가 같 으므로 정사각형

7) [정답] ⑤

[해설] ⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이면 $\Box ABCD$ 는 평행사변형이다.

8) [정답] ③

[해설] 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같고, 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

따라서 직사각형의 대각선의 성질로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

9) [정답] ③

[해설] \square ABCD에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

□ABCD는 평행사변형이다.

따라서 $\angle B = \angle D$ 이므로 x = 60

 \Box EFGH에서 $\overline{EF} = \overline{GH}$ 이므로

□EFGH는 직사각형이다.

따라서 $\angle OGH = \angle OHG$ 이므로 y = 52

□IJKL에서 AC ⊥BD이므로

□IJKL는 마름모이다.

따라서
$$\overline{AD} = \overline{CD}$$
이므로 $14 = 5z + 4$, 즉 $z = 2$
 $\therefore x + y + z = 60 + 52 + 2 = 114$

10) [정답] ③

[해설] $\triangle ABP에서 \angle ABP = 90^{\circ} - 20^{\circ} = 70^{\circ}$ 이므로

 $\angle ADC = 70^{\circ}$

이때 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA$

 \triangle ACD에서 $70^{\circ} + 2 \angle$ ACD = 180°

 $\therefore \angle ACD = 55^{\circ}$

11) [정답] ⑤

[해설] □ABCD는 정사각형이므로

 $\overline{OC} = \overline{OD}$, $\angle DOC = 90^{\circ}$

이때 ΔOPC 와 ΔOQD 에서

 $\angle POC = 90^{\circ} - \angle COQ = \angle QOD$

 $\overline{OC} = \overline{OD}$, $\angle OCP = \angle ODQ = 45^{\circ}$

그러므로 $\triangle OPC = \triangle OQD$ (ASA 합동)

따라서 $\triangle OPC = \triangle OQD$ 이므로

 $\square OPCQ = \triangle OPC + \triangle OCQ$

 $= \Delta OQD + \Delta OCQ$

 $= \triangle OCD = \frac{1}{4} \square ABCD$

 $=\frac{1}{4}\overline{AD}^2 = 25(cm^2)$

 $\frac{\Delta}{AD}$ = 100 (cm²)

 $\therefore \overline{AD} = 10 \text{ cm}$

12) [정답] ③

[해설] ③ 😊 - 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형 이 된다.

13) [정답] ④

[해설] \triangle AFG의 넓이가 $32 \, \mathrm{cm}^2$ 이므로

$$\Delta AFG = \frac{1}{2} \times \overline{FG} \times \overline{AF} = \frac{1}{2} \times \overline{FG} \times 16 = 32 \text{ (cm}^2)$$

따라서 $\overline{FG} = 4 \text{ cm}$

한편 △ABF와 △BCG에서

 $\angle AFB = \angle BGC = 90^{\circ}$. $\overline{AB} = \overline{BC}$

 $\angle ABF = 90^{\circ} - \angle CBG = \angle BCG$

그러므로 $\triangle ABF = \triangle BCG (RHA 합동)$

이때 $\overline{BG} = \overline{AF} = 16 \text{ cm}$ 이므로

 $\overline{BF} = \overline{BG} - \overline{FG} = 16 - 4 = 12 \text{ cm}$

 $\therefore \overline{CG} = \overline{BF} = 12 \text{ cm}$

14) [정답] ⑤

 $[해설] \angle BEF = \angle x$ 라고 하면

 $\overline{\text{BE}} = \overline{\text{BF}}$ 이므로 $\angle \text{BFE} = \angle \text{BEF} = \angle x$

이때 $\angle DFC = \angle BFE = \angle x$ (맞꼭지각)

또 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 이므로

 $\angle DCF = \angle BEF = \angle x$ (엇각)

즉, ∠DFC = ∠DCF이므로

 Δ DFC에서 $\overline{DF} = \overline{DC}$

따라서
$$\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{BC} = 7 \, \text{cm}$$
이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 3 + 7 = 10 \, \text{cm}$ 그러므로 $\triangle BCD$ 의 둘레의 길이는 $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{BD} = 7 + 7 + 10 = 24 \, \text{cm}$

15) [정답] ①

[해설]
$$\overline{AC}=\overline{BD}$$
에서
$$5x-1=2x+8, \ x=3$$
 $\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=2x-1=5$

16) [정답] ③

[해설] 마름모의 두 대각선은 직교하므로
$$x=90$$
 두 대각선이 서로 이등분하므로 $y=4$ $\therefore x+y=94$

17) [정답] ①

[해설]
$$x = 45$$
, $y = 8$ 이므로 $x + y = 53$ 이다.

18) [정답] ④

[해설]
$$\triangle BOP$$
와 $\triangle COQ$ 에서
$$\overline{OB} = \overline{OC}$$

$$\angle OBP = \angle OCQ = 45^{\circ}$$

$$\angle BOP = 90^{\circ} - \angle POC = \angle COQ$$
따라서 $\triangle BOP = \triangle COQ(ASA$ 합동) 이제 $\square OPCQ = \triangle OPC + \triangle OCQ$

$$= \triangle OPC + \triangle OBP$$

$$= \triangle OBC = \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 16^{2} = 64$$

19) [정답] ④

[해설] ④ \overline{AB} = \overline{AD} 또는 \overline{AC} \perp \overline{BD}