



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[명제의 역과 대우]

명제 $p \rightarrow q$ 에서

- 역($q \rightarrow p$): 가정과 결론을 서로 바꾸어 놓은 명제
- 대우($\sim q \rightarrow \sim p$): 가정과 결론을 각각 부정하여 서로 바꿔 놓은 명제

[명제와 그 대우의 참, 거짓의 관계]

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 참이다.

명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 거짓이다.

[명제의 증명]

- 삼단논법: 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이고 명제 $q \rightarrow r$ 가 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 는 참이다.
- 명제의 증명

명제 'p이면 q이다'가 참임을 직접 증명할 수 없을 때,

- (1) 대우를 이용: 명제의 대우 ' $\sim q$ 이면 $\sim p$ 이다.'가 참임을 증명
- (2) 귀류법을 이용: 명제의 결론을 부정하면 모순이 생기는 것을 보임

[충분조건과 필요조건]

- 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p 는 q 이기 위한 **충분조건**, q 는 p 이기 위한 **필요조건**이라고 한다.
- $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow p$ 일 때, 이것을 기호로 $p \Leftrightarrow q$ 와 같이 나타낸다.
이때 p 는 q 이기 위한 **필요충분조건**이라고 한다.

- **충분조건, 필요조건과 진리집합의 포함 관계**
두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때
(1) p 가 q 이기 위한 충분조건 $\Leftrightarrow P \subset Q$
(2) p 가 q 이기 위한 필요조건 $\Leftrightarrow Q \subset P$
(3) p 가 q 이기 위한 필요충분조건 $\Leftrightarrow P = Q$

기본문제

[예제]

1. 다음 x 의 값 중에서 명제 ' $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.'의 역이 거짓임을 보일 수 있는 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

[예제]

4. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 있는 대로 고른 것은?

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| ㄱ. $p: x \leq 4$ | $q: -4 \leq x \leq 4$ |
| ㄴ. $p: x^2 - 2x + 1 = 0$ | $q: x = 1$ |
| ㄷ. $p: x^2 - 6x + 5 = 0$ | $q: x = 5$ |

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[문제]

5. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 조건 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것을 있는 대로 고른 것은?

- | | |
|-----------------------------|-------------------|
| \neg . $p: x-1 < 5$ | $q: -x+4 > 0$ |
| \neg . $p: x^2 = 4x-3$ | $q: x=1$ 또는 $x=2$ |
| \neg . $p: x$ 는 16의 약수이다. | $q: x$ 는 4의 약수이다. |

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

평가문제

[스스로 확인하기]

6. 다음 중 (가), (나)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

- * 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 를 명제 $p \rightarrow q$ 의 $\boxed{(\neg)}$ (이)라 한다.
 * 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, p 는 q 이기 위한 $\boxed{(\neg)}$ 조건이라 한다.

- ① (가) : 역 (나) : 필요
 ② (가) : 역 (나) : 충분
 ③ (가) : 대우 (나) : 필요
 ④ (가) : 대우 (나) : 충분
 ⑤ (가) : 대우 (나) : 필요충분

[스스로 확인하기]

7. 다음 명제 중 역이 거짓인 것을 고른 것은?

- ① $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x=0, y=0$ 이다.
 ② $a=4$ 이면 $a^2=16$ 이다.
 ③ $x \leq 3$ 이면 $x \leq 1$ 이다.
 ④ $|x|=-x$ 이면 $x \leq 0$ 이다.
 ⑤ 자연수 a, b 에 대하여 a, b 가 홀수이면 ab 도 홀수이다.

[스스로 확인하기]

8. 두 조건 p, q 가

$$p: x < a$$

$$q: x < 2 \text{ 또는 } 4 \leq x < 7$$

일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 의 역이 참이 되게 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[스스로 확인하기]

9. 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: a=0, b=0$$

$$q: a+2b=0$$

p 는 q 이기 위한 (가) 조건이고, q 는 p 이기 위한 (나) 조건일 때, 다음 중 (가), (나)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

- ① (가) : 충분 (나) : 충분
 ② (가) : 충분 (나) : 필요
 ③ (가) : 충분 (나) : 필요충분
 ④ (가) : 필요 (나) : 충분
 ⑤ (가) : 필요 (나) : 필요

[스스로 확인하기]

10. 두 조건 p, q 가 $p: x^2 - ax + 6 \neq 0$,

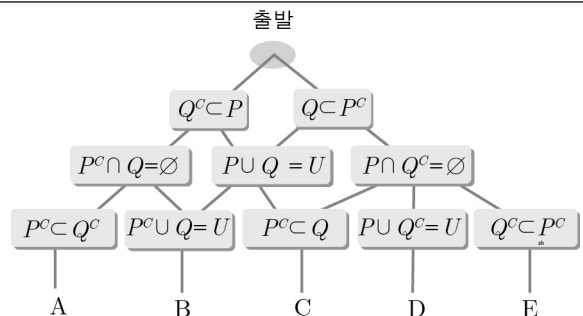
$q: x-2 \neq 0$ 이고 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[스스로 확인하기]

11. 어느 수학 동아리에서는 스티로폼으로 만든 징검다리를 밟고 시냇물을 무사히 건너온 사람에게 선물을 주는 게임을 하고 있다. 징검다리를 밟는 조건이 다음과 같을 때, 최종 도착지는 A, B, C, D, E 중에서 어디인지 고른 것은?

- (가) 조건 p 는 조건 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
 (나) 전체집합은 U 이고 두 조건 $p, \sim q$ 의 진리집합은 각각 P, Q^c 이다.
 (다) 한 징검다리에서 다른 징검다리로 옮겨갈 때는 바깥으로 연결된 징검다리만 옮겨갈 수 있다.
 (라) 옮지 않은 것이 적혀 있는 징검다리를 밟게 되면 물에 빠진다.



- ① A ② B
 ③ C ④ D
 ⑤ E

[스스로 마무리 하기]

12. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, $P \cap Q = P, Q - R = \emptyset$ 이라 한다. 보기에서 참인 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. q \rightarrow r$
 $\neg. \sim r \rightarrow \sim p$
 $\neg. r \rightarrow \sim p$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg, \neg

[스스로 마무리 하기]

13. p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 실수)

$\neg. p: a^2 > 0$ $q: a > 0$
 $\neg. p: ac = bc$ $q: a = b$
 $\neg. p: a = 0$ 이고 $b = 0$ $q: a^2 + b^2 = 0$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[스스로 마무리 하기]

14. 세 조건 p, q, r 가

$p: 0 < x < 5, q: -3 \leq x \leq a, r: x > b$ 일 때,
 q 는 p 이기 위한 필요조건이고, q 는 r 이기 위한
 충분조건이다. a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은?
 (단, a, b 는 정수이다.)

- ① -1 ② 0
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 3

[스스로 확인하기]

15. 다음 명제의 역이 참인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

$\neg.$ 이등변삼각형은 정삼각형이다.
 $\neg.$ $xy > 1$ 이면 $x > 1$ 이고 $y > 1$ 이다.
 $\neg.$ x 와 y 가 모두 정수이면 xy 는 정수이다.

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg, \neg

[스스로 확인하기]

16. 다음 조건들 중에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. p: x = 1$ $q: x^2 = 1$
 $\neg. p: x^2 = 4y^2$ $q: x = 2y$
 $\neg. p: x + 1 = 3$ $q: 3(x - 2) = 0$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[스스로 확인하기]

17. 조건 ' $a < x < b$ '는 조건 ' $x^2 + 2x - 8 < 0$ '이기 위한 충분조건일 때, 두 실수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 최댓값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[스스로 확인하기]

18. 세 집합 A, B, C 에서 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg. p: A \subset B$
 $q: A \cap C \subset B \cap C$
 $\neg. p: B \cap (A \cup C)^C = B$
 $q: A \cap B = \emptyset$
 $\neg. p: A \cup B \cup C = A$
 $q: A \cap B^C = C$

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg, \neg

[스스로 마무리 하기]

19. 다음 중에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

$\neg.$ xy 가 무리수이면 x, y 는 모두 무리수이다.
 $\neg.$ 두 실수 a, b 에서 $a + b > 4$ 이면 $a > 2$ 또는 $b > 2$ 이다.
 $\neg.$ 모든 양수 a, b 에 대해 $4a^2 + b^2 \geq 4ab$ 이다.

- ① \neg ② \neg
 ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg
 ⑤ \neg, \neg

[스스로 마무리 하기]

20. 다음 두 조건 p, q 에서 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단, x 는 실수이고, A, B, C 는 집합이다.)

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| ① $p: x^2 = 4$ | $q: x^4 = 16$ |
| ② $p: x = 1$ | $q: x^2 = 1$ |
| ③ $p: A \cap B = B$ | $q: A = B$ |
| ④ $p: (A \cup B) \subset C$ | $q: (A \cap B) \subset C$ |
| ⑤ $p: A \subset B$ | $q: n(A) \leq n(B)$ |

[스스로 마무리 하기]

21. x 가 실수일 때, 두 조건

$$p: x = -2 \text{ 또는 } x = a, \quad q: (x-1)^2 = b$$

에서 q 는 p 이기 위한 필요조건이다. 이때 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq -2$)

- | | |
|------|------|
| ① 11 | ② 12 |
| ③ 13 | ④ 14 |
| ⑤ 15 | |



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 주어진 명제의 역은

‘ $x^2 \geq 4$ 이면 $x \geq 2$ 이다.’

이다. 보기의 x 의 값 중에서

$x = -2$ 일 때 $x^2 \geq 4$ 이지만 $x < 2$ 이므로

역이 거짓임을 보일 수 있는 값이다.

2) [정답] ④

[해설] 명제의 대우가 참이기 위해서는

원래 명제가 참이어야 한다.

ㄱ. $x=1$ 이면 $1^2=1$ 이므로 $x^2=1$ 이다. (참)

ㄴ. $x=0$, $y=1$ 이면 $xy=0$ 이지만

$x=0$ 이면서 $y \neq 0$ 이다. (거짓)

ㄷ. $A-B=\emptyset$ 이면 A 의 모든 원소가 B 에 속하므로 $A \subset B$ 이다. (참)

따라서 대우가 참인 명제는 ㄱ, ㄷ이다.

3) [정답] ⑤

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이므로

주어진 명제의 대우는

‘ x, y 중 홀수가 아닌 수가 있으면 $x+y$ 가 짝수이다.’이다.

4) [정답] ③

[해설] ㄱ. p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

ㄴ. p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

ㄷ. p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

5) [정답] ④

[해설] ㄱ. p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

ㄴ. $2 \in Q$ 이나 $2 \notin P$ 이므로 필요조건이 아니다.

ㄷ. p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

6) [정답] ④

[해설] * 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 를 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우라 한다.

* 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이라 한다.

7) [정답] ②

[해설] 주어진 명제의 역은 다음과 같다.

① $x=0$, $y=0$ 이면 $x^2+y^2=0$ 이다. (참)

② $a^2=16$ 이면 $a=4$ 이다. (거짓)

③ $x \leq 1$ 이면 $x \leq 3$ 이다. (참)

④ $x \leq 0$ 이면 $|x|=-x$ 이다. (참)

⑤ 자연수 a, b 에 대하여 ab 가 홀수이면 a, b 가 홀수이다. (참)

8) [정답] ②

[해설] 명제 $p \rightarrow q$ 의 역인 $q \rightarrow p$ 가 참이 되려면

$$7 \leq a$$

가 성립해야 한다. 따라서 정수 a 의 최솟값은 7이다.

9) [정답] ②

[해설] $a=0, b=0$ 일 때 $a+2b=0$ 이 성립한다.

그러나 $a=2, b=-1$ 일 때 $a+2b=0$ 이 성립하나 $a=0, b=0$ 이 성립하지 않는다.

즉, p 는 q 이기 위한 충분조건이고, q 는 p 이기 위한 필요조건이다.

10) [정답] ③

[해설] q 는 p 이기 위한 필요조건이므로

$p \rightarrow q$ 가 참이어야 하고 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이어야 한다.

$$x-2=0 \text{이면 } x^2-ax+6=0 \text{ 이므로}$$

$$4-2a+6=0, a=5 \text{ 이다.}$$

11) [정답] ③

[해설] 조건 p 는 조건 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이므로

$$Q^C \subset P$$

옳은 것이 적혀 있는 징검다리를 밟고 건너면

$$Q^C \subset P \Rightarrow P \cup Q = U \Rightarrow P^C \subset Q \Rightarrow C \text{ 이므로}$$

최종 도착지는 C이다.

12) [정답] ③

[해설] $P \cap Q = P$ 이므로 $P \subset Q$

$$Q - R = \emptyset \text{ 이므로 } Q \subset R$$

즉 $p \rightarrow q, q \rightarrow r$ 가 참이므로 $p \rightarrow r$ 도 참이다.

또 명제가 참이면 그 대우도 참이므로

$\sim q \rightarrow \sim p, \sim r \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄴ이다.

13) [정답] ③

[해설] 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

ㄱ. $P \not\subset Q, Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요 조건이지만 충분조건은 아니다.

ㄴ. $P \not\subset Q, Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요 조건이지만 충분조건은 아니다.

ㄷ. $P = Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

따라서 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것은 ㄱ, ㄴ이다.

14) [정답] ③

[해설] 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R

라 하면 $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow r$ 이므로 $P \subset Q, Q \subset R$

이므로 $b < -3, 5 \leq a$ 가 성립해야 한다.

따라서 a 의 최솟값은 5, b 의 최댓값은 -4이므로

구하는 합은 1이다.

15) [정답] ③

[해설] ㄱ. 정삼각형은 이등변삼각형이다. (참)

ㄴ. $x > 1$ 이고 $y > 1$ 이면 $xy > 1$ 이다. (참)
 ㄷ. $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$ 이면 xy 는 정수이다. (거짓)
 따라서 명제의 역이 참인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

16) [정답] ②

[해설] 주어진 문제 상황이 성립하기 위해서는
 진리집합 P, Q 에 대하여 $Q \subset P$, $P \neq Q$ 여야
 한다.
 ㄱ. $P \subset Q$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
 ㄴ. $Q \subset P$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
 ㄷ. $P = Q$ 가 성립한다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

17) [정답] ④

[해설] $x^2 + 2x - 8 < 0$ 을 풀면 $-4 < x < 2$ 이므로
 문제의 조건을 만족하기 위해서는
 $-4 \leq a < b \leq 2$ 가 성립해야 한다.
 따라서 $b - a$ 의 최댓값은 6이다.

18) [정답] ③

[해설] ㄱ. $p \rightarrow q$ 는 항상 만족하지만, $p \leftarrow q$ 는 항상
 만족하지 않는다.
 ($p \not\leftarrow q$ 의 예시:
 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{2, 3\}$ 일 때
 $A \cap C = \{2\}$, $B \cap C = \{2, 3\}$ 으로
 $A \cap C \subset B \cap C$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.)
 즉, p 는 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은
 아니다.
 ㄴ. $B \cap (A \cup C)^C = B$ 는 $B \cap (A \cup C) = \emptyset$ 을 의
 미하므로 $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 그러나 그 역은 성립하지 않는다.
 ($p \not\leftarrow q$ 의 예시:
 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{2, 3\}$ 일 때
 $A \cap B = \emptyset$ 이지만,
 $B \cap (A \cup C)^C = B - (A \cup C) = \{4\}$ 로 B 가 아니
 다.)
 즉, p 는 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은
 아니다.
 ㄷ. p 는 q 이기 위한 필요조건도 충분조건도 아니
 다.

19) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. $x = 1$, $y = \sqrt{2}$ 이면 xy 는 무리수이다.
 ㄴ. 대우 명제에 의해 참이다.
 ㄷ. $(2a - b)^2 \geq 0$ 이므로 $4a^2 + b^2 \geq 4ab$ 이다.
 따라서 참인 명제는 ㄴ, ㄷ이다.

20) [정답] ③

[해설] 주어진 문제 상황이 성립하기 위해서는
 진리집합 P, Q 에 대하여 $Q \subset P$, $P \neq Q$ 여야
 한다.
 ① $P = Q$ 가 성립한다.

② $P = Q$ 가 성립한다.
 ③ $Q \subset P$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
 ④ $P \subset Q$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
 ⑤ $P \subset Q$, $P \neq Q$ 가 성립한다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

21) [정답] ③

[해설] q 가 p 이기 위한 필요조건이기 위해서는
 $p \rightarrow q$ 가 참이어야 한다. 즉,
 $(-2 - 1)^2 = b$ 이므로
 $b = 9$ 이다. 또한, $x = a$ 를 대입해도
 성립해야 하므로 $(a - 1)^2 = 9$
 $a \neq -2$ 이므로 $a - 1 = 3$
 $a = 4$, 따라서 $a + b = 13$ 이다.