

2022학년도 1학기 제1차 지필평가

1학년 수학

과목코드 02

2022. 04. 26. 3교시

- 본 시험은 선택형 [18] 문항, 논술형 [2] 문항, 쪽수는 [6] 쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR 카드 논술형 답란에 검정색 펜(볼펜)으로 서술하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 두 다항식 $A = 2x^3 - 9x^2 + 3$, $B = x^3 + 2x + 9$ 에서 $A - B$ 의 값은? [4.2점]

- ① $x^3 - 11x - 6$ ② $x^3 - 11x^2 - 6$
 ③ $3x^3 - 7x + 12$ ④ $x^3 - 9x^2 - 2x - 6$
 ⑤ $3x^3 - 9x^2 + 2x + 12$

$$2x^3 - 9x^2 + 3 - (x^3 + 2x + 9)$$

$$x^3 - 9x^2 - 2x - 6$$

2. 등식 $x^2 + ax + b = (x-1)(x-2) - 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 실수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.2점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-2) - 3$$

$$x^2 - 2x - x + 2 - 3$$

$$x^2 - 3x - 1$$

$$a = -3$$

$$b = -1$$

3. 다항식 $x^3 - 7x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수) [4.2점]

- ① -6 ② -3 ③ 2 ④ 6 ⑤ 9

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

$$-3x - 2$$

$$(x-1)(x+3)(x-2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 6 \\ x \quad 3 \\ x \quad -2 \end{array}$$

4. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-4}\sqrt{-9} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{-4}} = a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4.2점]

- ① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 10

$$2i \times 3i - \frac{8}{2i} = a+bi$$

$$6i^2 - \frac{8}{2i}$$

$$-6 - \frac{8}{2i}$$

$$-6 - \frac{4i}{1} = -6 - 4i$$

5. 두 다항식 $A = x^2 + 3xy - 5y^2$, $B = 2x^2 - 4xy + y^2$ 에 대하여 $3X - 4B = 2A + X$ 가 성립할 때, 다항식 X 의 값은? [4.4점]

- ① $-5x^2 + 5xy + 3y^2$ ② $-3x^2 + 11xy - 7y^2$
 ③ $3x^2 - 11xy + 7y^2$ ④ $4x^2 + 2xy - 9y^2$
 ⑤ $5x^2 - 5xy - 3y^2$

$$3X - 4(2x^2 - 4xy + y^2) = 2(x^2 + 3xy - 5y^2) + X$$

$$3X - 8x^2 + 16xy - 4y^2 = 2x^2 + 6xy - 10y^2 + X$$

$$3X - X = 2x^2 + 6xy - 10y^2 + 8x^2 - 16xy + 4y^2$$

$$2X = 10x^2 - 10xy - 6y^2$$

$$X = 5x^2 - 5xy - 3y^2$$

6. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4.4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$$xy = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \times \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

7. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 일 때, $x^3 - y^3 + 3xy$ 의 값은? [4.4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$\frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{3(\sqrt{3}+1)}{8} - \frac{3(\sqrt{3}-1)}{8} + \frac{3}{2} = \frac{2}{8} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{2}{8} + \frac{12}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{3+1}{8} - \frac{3-1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

② 4

$$\frac{2}{8} + \frac{12}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$y = x^2 - 2x + a - b$$

8. 이차함수 $y = x^2 - (2k-1)x + k^2 + ak - b$ 의 그래프가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 x 축에 접할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+4b$ 의 값은? [4.6점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$y = x^2 - 2kx + x + k^2 + ak - b$$

$$D = 0$$

$$y = x^2 + x(1-2k) + (k^2 + ak - b)$$

$$D = (1-2k)^2 - 4(k^2 + ak - b) = 0$$

$$1 - 4k + 4k^2 - 4k^2 - 4ak + 4b = 0$$

$$1 - 4k - 4ak + 4b = 0$$

① -1

9. 다항식 $3x^3 - ax^2 - 5$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -10 일 때, $Q(x) + a$ 는? [4.6점]

- ① $3x^2 - 5x - 10$ ② $3x^2 - 5x + 7$
 ③ $3x^2 - 5x + 10$ ④ $3x^2 + 5x - 7$
 ⑤ $3x^2 + 5x + 10$

$$3x^3 - ax^2 - 5 = (x+1)(Q(x)) - 10$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -a & 0 & -5 \\ & & -3 & a+3 & -a-3 \\ \hline & 3 & -a-3 & a+3 & -a-3 \\ & & -5 & 5 & \end{array}$$

$$-5 - a - 3 = -10$$

$$-8 - a = -10 \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 5$$

$$3x^2 - 5x + 10$$

10. 다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 + 6x - 11$ 을 $x-2$ 로 나눈 나머지와 $x+1$ 로 나눈 나머지가 서로 같을 때, 실수 a 의 값은? [4.6점]

- ① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

$$P(x) = (x^3 + ax^2 + 6x - 11)(x-2) + ax + b$$

$$P(x) = (x^3 + ax^2 + 6x - 11)(x+1) + ax + b$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & a & 6 & -11 \\ & & 2a+6 & 4a+12 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & 6 & -11 \\ & & -a-1 & a-5 & \hline & 1 & a+2 & a+1 & -16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \\ \hline 20 \end{array} \quad 4a+9 = a-13$$

$$3a = -22$$

$$3a = -5$$

$$a = -\frac{5}{3}$$

11. 복소수 $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \dots + \alpha^{100}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [4.8점]

- ① -1 ② 1 ③ 0
 ④ $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

$$2\alpha = -1 + \sqrt{3}i$$

$$(2\alpha - 1)^2 = (\sqrt{3}i)^2 \Rightarrow W^3 = 1$$

$$4\alpha^2 - 4\alpha + 1 = -3$$

$$4\alpha^2 - 4\alpha + 4 = 0$$

$$\alpha^2 - \alpha + 1 = 0$$

$$\alpha = \alpha^2 + 1$$

$$\alpha^2 = \alpha - 1$$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 6x + k = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta| = 4$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4.8점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

$$x^2 + 6x + k$$

$$|\alpha - \beta| = 4$$

$$\alpha + \beta = -6$$

$$\alpha\beta = k$$

13. 이차함수 $y = x^2 - ax - 4a$ 의 그래프와 직선 $y = x - 2$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 직선 $y = x - 2$ 위의 점 (1, -1)이 두 점 A, B 사이에 있도록 하는 정수 a의 최솟값은? [5.0점]

- ① 0 ② 1 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

$$x-2 = x^2 - ax - 4a$$

$$x-2 \rightarrow x^2 - ax - 4a$$

$$1-2-1 = -a-4a$$

$$-2 = -5a$$

$$a = \frac{2}{5}$$

14. 이차함수 $y = -x^2 - ax$ ($-1 \leq x \leq 1$)의 최댓값이 9가 되도록 하는 실수 a의 값의 합은? [5.0점]

- ① -10 ② -6 ③ -2 ④ 0 ⑤ 5

$$y = -x^2 - ax + 0$$

$$x = -\frac{-a}{-2} = -\frac{a}{2}$$

$$y = -x^2 - ax$$

$$x = -\frac{a}{2}$$

$$y = -\left(\frac{a}{2}\right)^2 - a\left(-\frac{a}{2}\right)$$

$$y = -\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}$$

$$2 - 2$$

$$-\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}$$

$$-\frac{a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}$$

$$\frac{a^2}{4}$$

15. 다항식 $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 3$ 이 $(x+1)^2$ 을 인수로 가질 때, 다항식 $P(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는? [5.2점]

- ① $-2x-2$ ② $-2x+2$ ③ $2x-2$
④ $2x+2$ ⑤ $2x$

$$P(x) = (2x^3 + ax^2 + bx - 3) \div (x^2 - 1)$$

$$P(-1) = -2 + a - b - 3 = -1$$

$$-5 + a - b = -1$$

$$a - b = 4$$

$$a = 4 + b$$

$$\begin{cases} a - b = 4 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

$$P(1) = 2 + a + b - 3 = 1$$

$$a + b = 2$$

$$a + b = 2$$

$$2b = 2$$

$$b = 1$$

$$(x^2 - 1) \div (x^2 + a + b)$$

$$2 + 1 - 4 - 3 = a + b$$

$$-2 + 1 + 4 - 3 = a + b$$

16. x, y에 대한 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + ax - 3y + 1$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 실수 a의 값은? [5.4점]

- ① -3 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$\begin{cases} a + b = -1, a = -2 \\ -a + b = 0, b = -2 \end{cases}$$

17. $13^3 + 10 \times 13^2 + 8 \times 13 - 64$ 는 서로 다른 네 소수 a, b, c, d 의 곱 $abcd$ 와 같을 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, 소수는 1보다 큰 자연수 중 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수) [5.4점]

- ① 32 ② 36 ③ 38 ④ 40 ⑤ 42

18. 순허수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z^2-1}{z}$ 이 순허수일 때,

$3z = (1-i)x - 4 + 3i$ 를 만족하는 모든 실수 x 의 값의 곱은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [5.6점]

- ① -14 ② -7 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$$z^2 = \cancel{a+bi} \quad z^2 =$$

$$z = ax+bi$$

$$(ax+bi)^2$$

$$3ax+3b = (1-i)(ax+bi) - 4 + 3ax+3b$$

$$3ax+3b = ax+bi - axi - bi - 4 + 3ax+3b$$

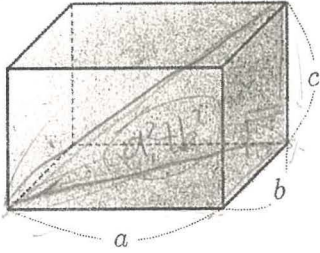
$$3ax+3b = 4ax+4b - axi - bi - 4$$

$$(3-x)i + x - 4$$

$$z = \frac{3-x}{3}i + \frac{x-4}{3}$$

$$a \neq 0, x \neq 3$$

[논술형 1] 그림과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, c 인 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 48이고, 겹넓이는 80일 때, 이 상자의 대각선의 길이를 구하는 과정과 답을 쓰시오. [7.0점]



$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 124 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ -80 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$(a+b+c)^2 - 2ca$$

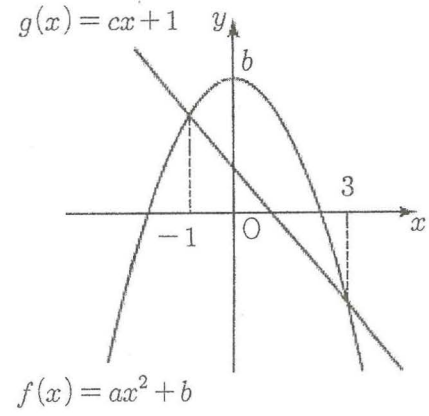
$$2(a+b+c) = 48$$

$$2ab + 2bc + 2ca = 80$$

$$2(ab+bc+ca) = 80$$

8

[논술형 2] 그림과 같이 이차함수 $f(x) = ax^2 + b$ 의 그래프와 직선 $g(x) = cx + 1$ 가 만나는 두 점의 x 좌표가 $-1, 3$ 이다. $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면 함수 $h(x)$ 의 최댓값이 8일 때, 실수 a, b, c 의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [8.0점]



※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전재 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.