01 충분조건과 필요조건

(1) **충분조건과 필요조건**: 명제 $p \to q$가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$와 같이 나타내고, p는 q이기 위한 충분조건, q는 p이기 위한 필요조건이라고 한다.

(2) **필요충분조건**: $p \Rightarrow q$이고 $q \Rightarrow p$일 때, 이것을 기호로 $p \Leftrightarrow q$와 같이 나타내고, p는 q이기 위한 필요충분조건이라고 한다.

◪ **다음 두 조건 p, q에 대하여 p는 q이기 위한 무슨 조건인지 말하여라. (단, x, y는 실수)**

1. $p : x=-1,\ q : x^2-1=0$

2. $p : x=3,\ q : x^2=9$

3. $p : x^2=y^2,\ q : x=y$

4. $p : x=2,\ q : 3x=6$

5. $p : x=1$ **또는** $x=2,\ q : x^2-3x+2=0$

6. $p : xz=yz,\ q : x=y$

7. $p : x^2=25,\ q : x-5=0$

8. $p : x=2,\ q : x^2=4$

9. $p : x^2=9,\ q : x=3$

10. $p : xy=0,\ q : x=0$ **또는** $y=0$

11. $p : x^2=x,\ q : x=0$ **또는** $x=1$

12. $p : x^2+y^2=0,\ q : xy=0$

13. $p : x^2-3x+2=0,\ q : x=2$

14. $p : x=1,\ q : x^2=1$

15. $p : x^2+y^2=0,\ q : x=0,\ y=0$

16. $p : x$**는** 4**의 배수,** $q : x$**는** 2**의 배수**

17. $p : 2<x<5,\ q : x^2-7x+10<0$

18. p : $-1<x<2$, q : $x<5$

19. p : $x-3=0$, q : $x^2-x-6=0$

20. p : $\mathrm{A}=\mathrm{B}$ (단, A, B는 집합)
q : $\mathrm{A}-\mathrm{B}=\varnothing$

02 충분조건, 필요조건과 진리집합의 포함 관계

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때
(1) p가 q이기 위한 충분조건 ⇔ $P\subset Q$
(2) p가 q이기 위한 필요조건 ⇔ $Q\subset P$
(3) p가 q이기 위한 필요충분조건 ⇔ $P=Q$

◪ 다음 □안에 알맞은 것을 써넣어라.

21. p : $x=2$, q : $x^2=4$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □조건 이다.

22. p : $-2<x<3$, q : $x\geq-2$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

23. p : $x=3$, q : $x^2=9$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

24. p : x는 2의 양의 배수, q : x는 4의 양의 배수
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

25. p : $x^2+2x-3=0$, q : $x=1$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

26. p : $x=-1$, q : $x+1=0$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

27. p : $x>1$, q : $1<x\leq 2$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

28. p : $x=1$, q : $x^2=1$
⇨ P = □
Q = □
따라서 P□Q이므로 p는 q이기 위한 □ 조건 이다.

29. p : x는 8의 양의 약수, q : x는 4의 양의 약수

⇨ P = $\square$

Q = $\square$

따라서 P $\square$ Q이므로 p는 q이기 위한 $\square$ 조건이다.

30. $p : x < 1$, $q : x < 2$

⇨ P = $\square$

Q = $\square$

따라서 P $\square$ Q이므로 p는 q이기 위한 $\square$ 조건이다.

31. $p : -1 < x < 1$, $q : x^2 - 1 < 0$

⇨ P = $\square$

Q = $\square$

따라서 P $\square$ Q이므로 p는 q이기 위한 $\square$ 조건이다.

32. p : x는 3의 배수, q : x는 6의 배수

⇨ P = $\square$

Q = $\square$

따라서 P $\square$ Q이므로

p는 q이기 위한 $\square$ 조건이다.

33. p : x는 6의 양의 약수, q : x는 12의 양의 약수

⇨ P = $\square$

Q = $\square$

따라서 P $\square$ Q이므로

p는 q이기 위한 $\square$ 조건이다.

◪ 다음 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, P, Q의 포함 관계를 이용하여 p가 q이기 위한 어떤 조건인지 말하여라. (단, x는 실수)

34. $p : x > 3$, $q : x > 6$

35. $p : x^2 - 3x + 2 < 0$, $q : 1 < x < 2$

36. p : a는 정수, q : a는 유리수

37. $p : x^3 - 1 > 0$, $q : x^2 + 6x + 8 > 0$

38. $p : x^2 + 9x + 14 = 0$, $q : x^2 + 4x + 4 = 0$

◪ 주어진 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건일 때, 정수 a의 최댓값을 구하여라.

39. $p : -2 < x < a$, $q : -2 \leq x \leq 3$

40. $p : 0 \leq x \leq a$, $q : -2 \leq x \leq 3$

41. $p : -3 \leq x < 0$, $q : a < x < 1$

42. $p : 1 \leq x \leq a$, $q : -3 \leq x \leq 2$

43. $p : -2 \leq x < 4$, $q : a < x < 5$

◪ 주어진 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건일 때, 정수 a의 최솟값을 구하여라.

44. $p : -2 \le x < 1,\ q : -a < x < a$

45. $p : 1 \le x \le 3,\ q : -1 < x < a$

46. $p : -1 \le x \le 2,\ q ; -2 < x < a$

47. $p : 0 \le x \le 4,\ q : -2 < x < a$

48. $p : a \le x \le 2,\ q : -3 < x \le 4$

49. $p : a \le x \le 8,\ q : -15 < x < 9$

50. $p : -1 \le x \le 2,\ q : -2 \le x \le a$

51. $p : a \le x \le 4,\ q : 1 < x \le 6$

52. $p : a+2 \le x < a+6,\ q : -5 < x \le 7$

◪ 주어진 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건일 때, 정수 a의 최댓값을 구하여라

53. $p : a \le x < 5,\ q : -1 \le x < 3$

54. $p : -2 < x < 2,\ q : 0 \le x \le a$

55. $p : a \le x < 3,\ q : 1 \le x < 2$

56. $p : 1 < x < 5,\ q : 2 \le x \le a$

57. $p : a \le x < 5,\ q : -1 < x \le 4$

58. $p : x-a \ge 0,\ q : -2 \le x \le 5$

◪ 주어진 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건일 때, 정수 a의 최솟값을 구하여라

59. $p : -2 < x \le a,\ q : 2 < x < 5$

60. $p : -3 < x < 2,\ q : a \le x \le 0$

61. $p : -1 < x < 4,\ q : a \le x \le 3$

62. $p : 1 < x \leq a,\ q : 3 < x < 4$

63. $p : 0 \leq x \leq 2$ 또는 $x \geq 5,\ q : x \geq a$

64. $p :\ -5 < x \leq 1,\ q : a \leq x \leq -1$

◪ 다음 물음에 답하여라. (단 x는 실수)

65. 두 조건 $p :\ -2 \leq x \leq 1,\ q : k < x < k+8$ 에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하여라.

66. 두 조건 '$p : |x+1| \leq 2$', '$q : |x-a| < 3$'에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건일 때, 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

67. 실수 x에 대하여 두 조건 p, q가 각각 $p : x^2+ax-2a^2 > 0,\quad q : x^3-3x^2-4x+12 \neq 0$일 때, p는 q이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

68. 두 조건 $p : x+1 \neq 0,\ q : x^2+ax-2 \neq 0$에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건일 때, 실수 a의 값을 구하여라.

69. 두 조건 '$p : |x-1| \leq 5$', '$q : |x-a| \leq 3$' 에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 값의 범위를 구하여라.

70. 두 조건 $p :\ -3 \leq x \leq 3,\ q : a-5 < x < a-2$ 에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건일 때, 정수 a의 최댓값 M, 최솟값 m에 대하여 $\mathrm{M}+m$의 값을 구하여라.

71. $x^2-6x+5 \leq 0$이기 위한 필요조건이 $a \leq x \leq 6$ 이고, 충분조건이 $b \leq x \leq 4$ 일 때, a의 최댓값과 b의 최솟값을 차례로 구하여라.

정답 및 해설

1) 충분조건

⇨ q : $x^2-1=0$을 풀면 $x=\pm 1$
즉, $p \Rightarrow q$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

2) 충분

⇨ $x=3 \overset{\bigcirc}{\underset{\times}{\rightleftarrows}} x^2=9$

($\leftarrow$의 반례) $x=-3$이면 $x^2=9$이지만 $x \neq 3$이다.
∴ 충분조건

3) 필요조건

⇨ p : $x^2=y^2$을 풀면 $x=\pm y$이므로 $q \Rightarrow p$
따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.

4) 필요충분조건

⇨ q : $3x=6$을 풀면 $x=2$이므로 $p \Leftrightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

5) 필요충분

⇨ $x=1$ 또는 $x=2 \overset{\bigcirc}{\underset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} x^2-3x+2=0$

∴ 필요충분조건

6) 필요

⇨ $xz=yz \overset{\times}{\underset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} x=y$

($\rightarrow$의 반례) $x=1$, $y=2$, $z=0$이면 $xz=yz$이지만 $x \neq y$이다.
∴ 필요조건

7) 필요조건

⇨ p : $x^2=25$를 풀면 $x=\pm 5$
q : $x-5=0$을 풀면 $x=5$
∴ $q \Rightarrow p$
따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.

8) 충분조건

⇨ q : $x^2=4$를 풀면 $x=\pm 2$이므로 $p \Rightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

9) 필요조건

⇨ p : $x^2=9$를 풀면 $x=\pm 3$이므로 $q \Rightarrow p$
따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.

10) 필요충분조건

⇨ p : $xy=0$을 풀면 $x=0$ 또는 $y=0$
∴ $p \Leftrightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

11) 필요충분조건

⇨ p : $x^2-x=0$을 풀면
$x(x-1)=0$ ∴ $x=0$ 또는 $x=1$
∴ $p \Leftrightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

12) 충분조건

⇨ p : $x^2+y^2=0$을 풀면 $x=y=0$
q : $x=0$ 또는 $y=0$
∴ $p \Rightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

13) 필요

⇨ $p \rightarrow q$: 거짓 ($p \rightarrow q$의 반례 : $x=1$)
$q \rightarrow p$: 참
따라서 p는 q이기 위한 필요조건이다.

14) 충분

⇨ $p \rightarrow q$: 참
$q \rightarrow p$: 거짓 ($q \rightarrow p$의 반례 : $x=-1$)
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

15) 필요충분

⇨ $p \rightarrow q$: 참
$q \rightarrow p$: 참
따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

16) 충분

⇨ $p \rightarrow q$: 참
$q \rightarrow p$: 거짓($q \rightarrow p$의 반례 : $x=2$)
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

17) 필요충분

⇨ $p \rightarrow q$: 참
$q \rightarrow p$: 참
따라서 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

18) 충분

⇨ $p \rightarrow q$: 참
$q \rightarrow p$: 거짓($q \rightarrow p$의 반례 : $x=3$)
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

19) 충분조건

⇨ p : $x-3=0$, q : $x^2-x-6=0$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $\mathrm{P}=\{3\}$
$x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$이므로
$\mathrm{Q}=\{-2,\ 3\}$
따라서 $\mathrm{P} \subset \mathrm{Q}$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

20) 충분조건

⇨ q : $\mathrm{A}-\mathrm{B}=\varnothing$이면 $\mathrm{A} \subset \mathrm{B}$이므로 $p \Rightarrow q$
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이다.

21) $\{2\}$, $\{-2,\ 2\}$, $\subset$, 충분

⇨ p : $x=2$, q : $x^2=4$의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면
$\mathrm{P}=\{2\}$, $\mathrm{Q}=\{-2,\ 2\}$,

$\therefore$ P $\subset$ Q
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이고 q는 p이기 위한 필요조건이다.

22) $\{x|-2<x<3\}$, $\{x|x\geq-2\}$ $\subset$, 충분
⇨ 두 조건 p : $-2<x<3$, q : $x\geq-2$의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면
P$=\{x|-2<x<3\}$, Q$=\{x|x\geq-2\}$
$\therefore$ P $\subset$ Q
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이고 q는 p이기 위한 필요조건이다.

23) $\{3\}$, $\{-3,\ 3\}$, $\subset$, 충분
⇨ 두 조건 p : $x=3$, q : $x^2=9$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
P$=\{3\}$, Q$=\{-3,\ 3\}$
따라서 P $\subset$ Q이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

24) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$, $\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ \cdots\}$, $\supset$, 필요
⇨ 두 조건 p : x는 2의 양의배수, q : x는 4의 양의 배수의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면
P$=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$, Q$=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ \cdots\}$
따라서 P $\supset$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

25) $\{-3,\ 1\}$, $\{1\}$, $\supset$, 필요
⇨ 두 조건 p : $x^2+2x-3=0$, q : $x=1$의 진리집합을 P, Q라 하면
P$=\{-3,\ 1\}$, Q$=\{1\}$
따라서 P $\supset$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

26) $\{-1\}$, $\{-1\}$, $=$, 필요충분
⇨ 두 조건 p : $x=-1$, q : $x+1=0$의 진리집합을 P, Q라 하면
P$=\{-1\}$, Q$=\{-1\}$
따라서 P $=$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

27) $\{x|x>1\}$, $\{x|1<x\leq2\}$, $\supset$, 필요
⇨ 두 조건 p : $x>1$, q : $1<x\leq2$의 진리집합을 P, Q라 하면
P$=\{x\,|\,x>1\}$, Q$=\{x\,|\,1<x\leq2\}$
따라서 P $\supset$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

28) $\{1\}$, $\{-1,\ 1\}$, $\subset$, 충분
⇨ 두 조건 p : $x=1$, q : $x^2=1$의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면
P$=\{1\}$, Q$=\{-1,\ 1\}$,
따라서 P $\subset$ Q이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

29) $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\supset$, 필요
⇨ 두 조건 p : x는 8의 양의 약수, q : x는 4의 양의 약수의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면
P$=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, Q$=\{1,\ 2,\ 4\}$
따라서 P $\supset$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

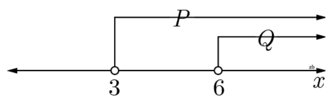
30) $\{x|x<1\}$, $\{x|x<2\}$, $\subset$, 충분
⇨ 두 조건 p : $x<1$, q : $x<2$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
P$=\{x\,|\,x<1\}$, Q$=\{x\,|\,x<2\}$
따라서 P $\subset$ Q이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

31) $\{x|-1<x<1\}$, $\{x|-1<x<1\}$, $=$, 필요충분
⇨ 두 조건 p : $-1<x<1$, q : $x^2-1<0$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
P$=\{x\,|\,-1<x<1\}$, Q$=\{x\,|\,-1<x<1\}$
따라서 P $=$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

32)$\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}$, $\{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ \cdots\}$, $\supset$, 필요
⇨ 두 조건 p : x는 3의 배수, q : x는 6의 배수의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
P$=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}$, Q$=\{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ \cdots\}$
따라서 P $\supset$ Q이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

33) $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $\subset$, 충분
⇨ 두 조건 p : x는 6의 양의 약수, q : x는 12의 양의 약수의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
P$=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, Q$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
따라서 P $\subset$ Q이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

34) 필요조건
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면



따라서 Q$\subset$P이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

35) 필요충분조건
⇨ 두 조건 p : $x^2-3x+2<0$, q ; $1<x<2$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$x^2-3x+2<0$에서 $(x-1)(x-2)<0$이므로
P$=\{x\,|\,1<x<2\}$
이때, Q$=\{x\,|\,1<x<2\}$
따라서 P$=$Q이므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

36) 충분조건
⇨ 조건 p, q의 진리집합을 P, Q라고 하면 P$\subset$Q이

므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

37) 충분조건

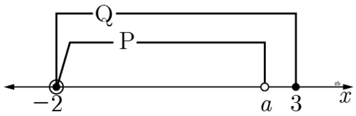
⇨ 조건 p : $x^3-1>0$, q : $x^2+6x+8>0$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$x^3-1>0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)>0$이므로
$\mathrm{P}=\{x \mid x>1\}$ ($\because$ $x^2+x+1>0$)
$x^2+6x+8>0$에서 $(x+2)(x+4)>0$이므로
$\mathrm{Q}=\{x \mid x<-4$ 또는 $x>-2\}$
따라서 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

38) 필요조건

⇨ 두 조건 p : $x^2+9x+14=0$, q : $x^2+4x+4=0$의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$x^2+9x+14=0$에서 $(x+2)(x+7)=0$이므로
$\mathrm{P}=\{-7,\ -2\}$
$x^2+4x+4=0$에서 $(x+2)^2=0$이므로
$\mathrm{Q}=\{-2\}$
따라서 $\mathrm{Q}\subset\mathrm{P}$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

39) 3

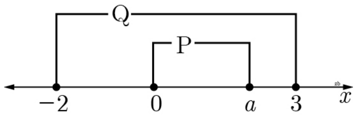
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $-2<a\leq 3$이므로 정수 a의 최댓값은 3이다.

40) 3

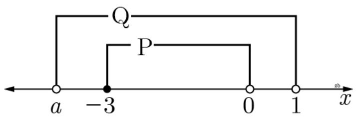
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $0\leq a\leq 3$이므로 정수 a의 최댓값은 3이다.

41) -4

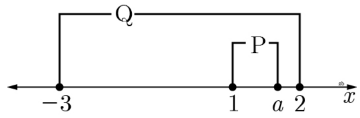
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a<-3$이므로 정수 a의 최댓값은 -4이다.

42) 2

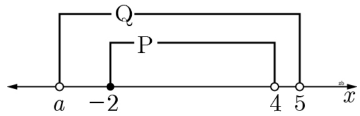
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $1\leq a\leq 2$이므로 정수 a의 최댓값은 2이다.

43) -3

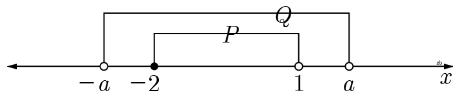
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a<-2$이므로 정수 a의 최댓값은 -3이다.

44) 3

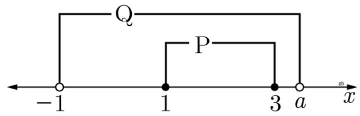
⇨ 집합 Q는 다음과 같아야 한다.



즉, $-a<-2$이고 $a\geq 1$이어야 하므로 $a>2$이고 $a\geq 1$ $\therefore$ $a>2$
따라서 정수 a의 최솟값은 3이다.

45) 4

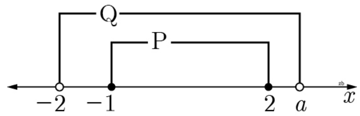
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a>3$이므로 정수 a의 최솟값은 4이다.

46) 3

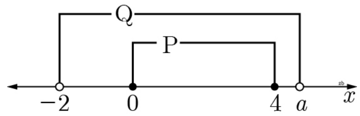
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a>2$이므로 정수 a의 최솟값은 3이다.

47) 5

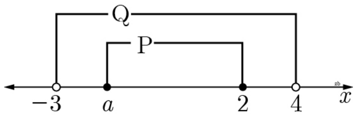
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a>4$이므로 정수 a의 최솟값은 5이다.

48) -2

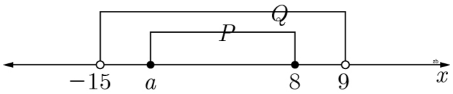
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P}\subset\mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $-3 < a \le 2$이므로 정수 a의 최솟값은 -2이다.

49) -14

⇨ 집합 P는 다음과 같아야 한다.

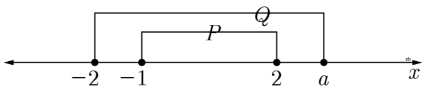


$\therefore\ -15 < a \le 8$

따라서 정수 a의 최솟값은 -14이다.

50) 2

⇨ p가 q이기 위한 충분조건이려면 집합 Q는 다음과 같아야 한다.

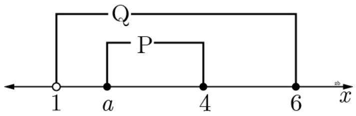


$\therefore\ a \ge 2$

따라서 정수 a의 최솟값은 2이다.

51) 2

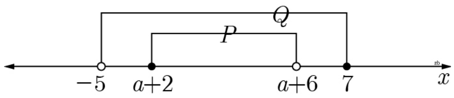
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{P} \subset \mathrm{Q}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $1 < a \le 4$이므로 정수 a의 최솟값은 2이다.

52) -6

⇨ 집합 P는 다음과 같아야 한다.



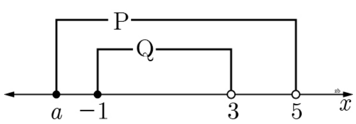
즉, $-5 < a+2$이고 $a+6 < 7$이어야 하므로

$a > -7$이고 $a \le 1$ $\qquad \therefore\ -7 < a \le 1$

따라서 정수 a의 최솟값은 -6이다.

53) -1

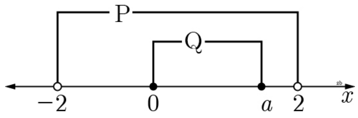
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a \le -1$이므로 정수 a의 최댓값은 -1이다.

54) 1

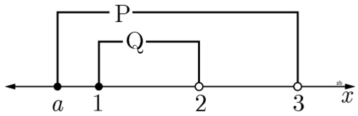
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $0 \le a < 2$이므로 정수 a의 최댓값은 1이다.

55) 1

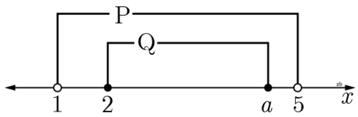
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a \le 1$이므로 정수 a의 최댓값은 1이다.

56) 4

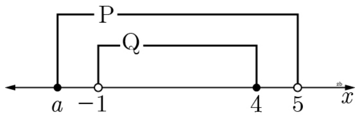
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $2 \le a < 5$이므로 정수 a의 최댓값은 4이다.

57) -1

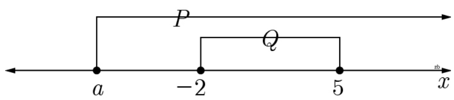
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a \le -1$이므로 a의 최댓값은 -1이다.

58) -2

⇨ $q \rightarrow p$가 참이므로 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$이어야 한다. 즉, 집합 P는 다음과 같아야 한다.

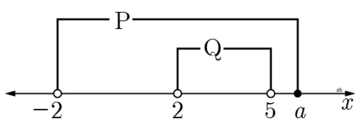


$\therefore\ a \le -2$

따라서 실수 a의 최댓값은 -2이다.

59) 5

⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

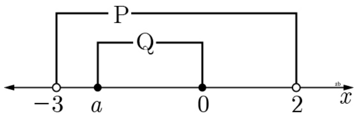


따라서 $a \ge 5$이므로 정수 a의 최솟값은 5이다.

60) -2

⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$가 되도록

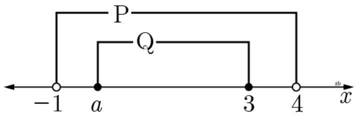
록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $-3<a\le 0$이므로 정수 a의 최솟값은 -2이다.

61) 0

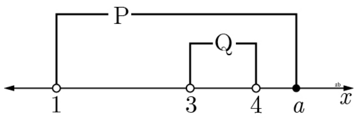
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 Q ⊂ P가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $-1<a\le 3$이므로 정수 a의 최솟값은 0이다.

62) 4

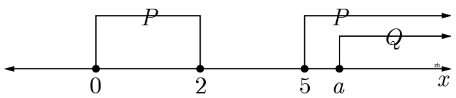
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 Q ⊂ P가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a\ge 4$이므로 정수 a의 최솟값은 4이다.

63) 5

⇨ $q\to p$가 참이므로 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면 Q ⊂ P이어야 한다. 즉, 집합 Q는 다음과 같아야 한다.

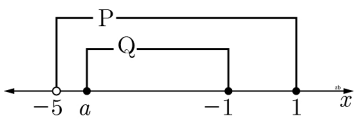


$\therefore\ a\ge 5$

따라서 실수 a의 최솟값은 5이다.

64) -4

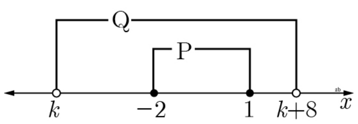
⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 Q ⊂ P가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $-5<a\le -1$이므로 정수 a의 최솟값은 -4이다.

65) 4

⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 P ⊂ Q가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$k<-2$, $k+8>1$ $\quad\therefore\ -7<k<-2$

따라서 구하는 정수 k는 -6, -5, -4, -3의 4개이다.

66) $-2<a<0$

⇨ 조건 p, q의 진리집합을 P, Q라 하자.

$p:|x+1|\le 2$, $-2\le x+1\le 2$, $-3\le x\le 1$

$P=\{x\mid -3\le x\le 1\}$

$q:|x-a|<3$, $-3<x-a<3$, $a-3<x<a+3$

$Q=\{x\mid a-3<x<a+3\}$

p는 q이기 위한 충분조건이면 $P\subset Q$

$P\subset Q$이려면 $a-3<-3$, $a+3>1$이어야 한다.

$\therefore -2<a<0$

67) $a\le -2$, $3\le a$

68) -1

⇨ p가 q이기 위한 필요조건이면 $q\Rightarrow p$이다.

$\therefore \sim p\Rightarrow \sim q$이므로 명제 '$x+1=0$이면 $x^2+ax-2=0$이다.'는 참이다.

$\therefore 1-a-2=0\quad \therefore a=-1$

69) $-1\le a\le 3$

⇨ 조건 p, q의 진리집합을 P, Q라 하자.

$p:|x-1|\le 5$, $-5\le x-1\le 5$, $-4\le x\le 6$

$P=\{x\mid -4\le x\le 6\}$

$q:|x-a|\le 3$, $-3\le x-a\le 3$, $a-3\le x\le a+3$

$Q=\{x\mid a-3\le x\le a+3\}$

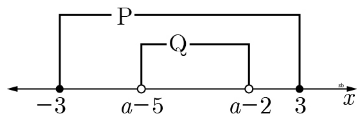
p는 q이기 위한 필요조건이므로 $p\Leftarrow q$ 즉 $Q\subset P$이다.

$Q\subset P$이려면 $a-3\ge -4$, $a+3\le 6$이어야 한다.

$\therefore -1\le a\le 3$

70) 7

⇨ 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q를 Q ⊂ P가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$a-5\ge -3$, $a-2\le 3$에서 $a\ge 2$, $a\le 5$, 즉 $2\le a\le 5$이므로 정수 a의 최댓값은 5, 최솟값은 2이다.

따라서 M=5, $m=2$이므로 M+$m=7$

71) a의 최댓값: 1, b의 최솟값: 1

⇨ $p:x^2-6x+5\le 0$

$q:a\le x\le 6$

$r:b\le x\le 4$

조건 p, q, r의 진리집합을 P, Q, R이라 하자.

q는 p이기 위한 필요조건이므로 $P\subset Q$이다.

$P=\{x\mid 1\le x\le 5\}$

$Q=\{x\mid a\le x\le 6\}$

$\therefore P\subset Q$이려면 $a\le 1$

r는 p이기 위한 충분조건이므로 $R\subset P$이다.

$R=\{x\mid b\le x\le 4\}$

$\therefore R \subset P$이려면 $1 \leq b \leq 4$
$\therefore a$의 최댓값은 1, b의 최솟값은 1이다.