

2019년 고림고 수학(하) 중간고사

1. 다음 중 집합인 것은?

- ① 높은 산의 모임
- ② 따뜻한 나라의 모임
- ③ 우리나라 광역시의 모임
- ④ 100에 가까운 수의 모임
- ⑤ 배우기 쉬운 악기의 모임

2. 두 집합 A, B 가 $A = \{x | x \text{는 } 9 \text{이하의 자연수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 일 때, $A - B$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 24 ⑤ 33

3. 점 $(3, 4)$ 를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동하면 $(5, b)$ 가 된다. 이 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 진부분집합의 개수는?

- ① 31 ② 32 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

5. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 6 = 0$ 의 그래프를 x 축 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 -1만큼 평행이동한 원의 중심의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 실수)

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

6. 두 집합 $A = \{1, 3, 7, a^2 + 1\}$, $B = \{5, a - 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

7. 다음은 명제 '자연수 n 에 대하여 n 이 3의 배수가 아니면 n^2 을 3으로 나눈 나머지는 r 이다.(단, r 은 $0 \leq r \leq 2$ 인 정수)'가 참임을 증명하는 과정이다.

자연수 n 이 3의 배수가 아니므로
 $n = 3k+1$ 또는 $n = 3k+2$ (k 는 0 이상의 정수)로 나타낼 수 있다.
 1) $n = 3k+1$ 일 때
 $n^2 = 3 \times (\text{㉔}) + r$ 이므로
 n^2 을 3으로 나눈 나머지는 r 이다.
 2) $n = 3k+2$ 일 때
 $n^2 = 3 \times (\text{㉕}) + r$ 이므로
 n^2 을 3으로 나눈 나머지는 r 이다.
 1), 2)에 의해 주어진 명제는 참이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(r)+g(r)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

8. 원 $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 -1만큼 평행이동하여 직선 $y=x$ 에 대칭이동한 원의 중심이 $y=mx+1$ 위에 있을 때, 실수 m 의 값을 구하면?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

9. 두 함수 $f(x) = x^2 + ax - 4$, $g(x) = x + b$ 의 정의역이 $(-4, 2)$ 이고 $f=g$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 세 조건 p , q , r 의 진리집합을 각각 P , Q , R 이라 할 때, $P \cap Q^C = P$, $R - P = \emptyset$ 를 만족한다고 한다. <보기>에서 항상 참인 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $p \rightarrow \sim q$
 ㄴ. $q \rightarrow p$
 ㄷ. $q \rightarrow \sim r$
 ㄹ. $r \rightarrow q$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

11. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 11$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -4만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프는 $y = x + a$ 의 그래피와 접한다. 이 때 실수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

12. 전체집합 U 의 세 부분집합 A , B , C 에 대하여 두 집합 A 와 B^C 이 서로소이고 $n(C-A)=0$, $n(A \cup C)=4$, $n(B \cup C)=5$, $n(C)=3$ 일 때, 집합 $A-(B-C)$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

13. $a > 0, b > 0$ 에 대하여 $\left(2a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 8b\right)$ 는 $ab = k$ 일 때, 최솟값 m 을 갖는다고 한다. km 의 값은? (단, k, m 은 실수)

- ① $\frac{9}{8}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 9 ⑤ 16

14. 집합 $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $a, b \in X$ 에 대하여
 a 가 b 의 약수이면 $f(a)$ 는 $f(b)$ 의 배수이다.
 (나) $x \in X$ 에 대하여 $f(x) \neq x$ 이다.

$f(4) + f(7)$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 두 조건 p, q 가 $p: x^2 - 3x - 10 \leq 0$,
 $q: x^2 - (2k+2)x + k^2 + 2k - 3 < 0$ 이고 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때,
 실수 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 하자. $m + M$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $A(3, 4)$, y 축 위의 점 B , $y = x$ 위의 점 C 를 이어 삼각형 ABC 를 만들 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값은?

- ① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ 10

[서술형1] 명제 ' x 가 8의 약수이면 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 이다.'에 대하여 다음 물음에 답하시오.

1) 명제 ' x 가 8의 약수이면 $x^2 - 10x + 16 = 0$.'의 역을 서술하시오.

2) 명제 ' x 가 8의 약수이면 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 이다.'의 역의 참, 거짓을 판별하고 그 이유를 서술하시오.

[서술형2] 함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프가 직선 $y=x+3$ 과 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이를 구하시오.

[서술형3] 집합 X 가 공집합이 아닐 때, x 에서 X 로의 함수 $f(x)=-2x^2-x+12$ 가 항등함수가 되게 하는 집합 X 를 모두 구하시오.

1) ③

2) ⑤

3) ④

4) ③

5) ①

6) ①

7) ⑤

8) ②

9) ④

10) ②

11) ④

12) ②

13) ③

14) ④

15) ①

16) ③

17) [서술형1] (1) $x^2 - 10x + 16 = 0$ 이면 x 가 8의 약수이다. (2) 참

18) [서술형2] $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

19) [서술형3] $\{2\}$, $\{-3\}$, $\{2, -3\}$