



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[지수함수 $y=a^x$ 의 최대·최소]• 지수함수 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$)은 정의역이 $\{x|m \leq x \leq n\}$ 일 때,(1) $a>1$ 인 경우 $x=m$ 일 때 최솟값 a^m , $x=n$ 일 때 최댓값 a^n 을 갖는다.(2) $0<a<1$ 인 경우 $x=m$ 일 때 최댓값 a^m , $x=n$ 일 때 최솟값 a^n 을 갖는다.[함수 $y=a^{f(x)}$ 의 최대·최소]• 함수 $y=a^{f(x)}$ 의 최대·최소 구하는 방법① 주어진 범위에서 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구한다.② ①에서 구한 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값에서 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구한다.

기본문제

[예제]

1. 정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=2^{x-1}$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b , 그리고 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-4}$ 의 최솟값을 c 라 할 때, $a-bc$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

2. 정의역이 $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=a^{x-1}+b$ 의 최댓값이 0, 최솟값이 -3 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $a>1$)

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

평가문제

[스스로 확인하기]

3. 정의역이 $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-7}-2$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 하자.이때, 정의역이 $\{x|b \leq x \leq a\}$ 인 함수 $y=(a-20)^x+b$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

유사문제

4. 함수 $f(x)=4^x-2^{x+2}+a+3$ 가 $x=p$ 에서 최솟값 4를 가질 때, $a+p$ 의 값은? (단, 실수 a, p 이다.)

- ① $\frac{13}{3}$ ② 5
③ $\frac{17}{3}$ ④ 6
⑤ $\frac{19}{3}$

5. $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)=3^{x-2} \times \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 에 대하여 $2^{f(x)}$ 의 최댓값을 M , m 이라 할 때, $\log_2 Mm$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{9}$
③ $\frac{13}{27}$ ④ $\frac{28}{81}$
⑤ $\frac{127}{243}$

6. 다음 중 정의역이 $\{x|3 \leq x \leq 5\}$ 일 때, 최댓값이 가장 큰 함수는?

- ① $y = 2^{x-2} - 2$ ② $y = 3^{x-3} - 5$
 ③ $y = 4^{x-5} + 3$ ④ $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} + 2$
 ⑤ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} + 1$

7. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = \sqrt{3}^{2x+4} + 3$ 의 최솟값을 a , 함수 $y = 2^{-x+3} + 1$ 의 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
 ③ 6 ④ 8
 ⑤ 10

8. $2 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = -\frac{1}{3} \times 4^{x-k} + \frac{5}{3}$ 의 최댓값이 -1 일 때, 최솟값은?

- ① -11 ② -9
 ③ -7 ④ -5
 ⑤ -3

9. $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = 9^x \times 2^{-2x} \times 5^{-x}$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{14}{9}$
 ③ $\frac{16}{9}$ ④ 2
 ⑤ $\frac{20}{9}$

10. 함수 $f(x) = 9^x - 3^{x+2} + a$ 가 $x=b$ 에서 최솟값 $\frac{7}{4}$ 를 가질 때, $a \times 3^b$ 의 값은?

- ① 96 ② 97
 ③ 98 ④ 99
 ⑤ 100



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 함수 $y=2^{x-1}$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하므로

$$x=3\text{일 때 최댓값 } 2^{3-1}=2^2=4$$

$$x=0\text{일 때 최솟값 } 2^{0-1}=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

또한 함수 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-4}$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하므로

$$x=3\text{일 때 최솟값 } \left(\frac{1}{4}\right)^{3-4}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}=4$$

$$\text{따라서 } a=4, b=\frac{1}{2}, c=4\text{이므로}$$

$$a-bc=4-\frac{1}{2}\times 4=2\text{이다.}$$

2) [정답] ①

[해설] $a>1$ 이므로 함수 $y=a^{x-1}+b$ 는 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

$$\text{따라서 함수 } y=a^{x-1}+b\text{는}$$

$$x=3\text{일 때, 최댓값 } a^2+b=0,$$

$$x=1\text{일 때, 최솟값 } 1+b=-3\text{을 가진다.}$$

$$b=-4\text{를 } a^2+b=0\text{에 대입하면 } a=2 (\because a>1)$$

$$\text{이므로 } a-b=6$$

3) [정답] ⑤

[해설] $0<\frac{1}{3}<1$ 이므로 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-7}-2$ 는 x 값이 증가할 때 y 값은 감소한다.

$$\text{따라서 함수 } y=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-7}-2\text{는}$$

$$x=2\text{일 때, 최댓값 } 25,$$

$$x=3\text{일 때, 최솟값 } 1\text{을 가지므로}$$

$$a=25, b=1$$

구하고자 하는 최솟값은 정의역이

$$\{x|1\leq x\leq 25\}\text{인 함수 } y=5^x+1\text{의 최솟값이다.}$$

이때, $1<5$ 이므로 $y=5^x+1$ 은 x 가 증가할 때 y 도 증가한다.

$$\text{따라서 정의역이 } \{x|1\leq x\leq 25\}\text{인 함수}$$

$$y=5^x+1\text{의 최솟값은 } x=1\text{일 때, } 5^1+1=6$$

4) [정답] ④

[해설] $2^x=t$ ($t>0$)로 치환하자.

$$f(x)=t^2-4t+a+3=(t-2)^2+a-1$$

$$t=2\text{일 때 최솟값 } a-1\text{을 갖는다.}$$

$$2^x=2\text{에서 } x=1\text{이므로 } p=1$$

$$\text{최솟값이 } 4\text{이므로 } a-1=4\text{에서 } a=5\text{이다.}$$

$$\therefore a+p=5+1=6$$

5) [정답] ④

$$[\text{해설}] f(x)=3^{x-2}(3)^{-2x}=3^{-x-2}$$

$x=-1$ 일 때, $f(x)$ 는 최댓값 $f(-1)=3^{-1}$ 을 가진다.

$x=2$ 일 때, $f(x)$ 는 최솟값 $f(2)=3^{-4}$ 을 가진다.

$$M=2^{\frac{1}{3}}, m=2^{\frac{1}{81}}$$

$$\log_2 Mm = \log_2 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{81}} = \frac{27+1}{81} = \frac{28}{81}$$

6) [정답] ①

[해설] ① $y=2^{x-2}-2$ 는 증가함수이므로

$$x=5\text{일 때 최댓값 } 6\text{을 갖는다.}$$

$$\textcircled{2} y=3^{x-3}-5\text{는 증가함수이므로}$$

$$x=5\text{일 때 최댓값 } 4\text{를 갖는다.}$$

$$\textcircled{3} y=4^{x-5}+3\text{는 증가함수이므로}$$

$$x=5\text{일 때 최댓값 } 4\text{를 갖는다.}$$

$$\textcircled{4} y=-\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}+2\text{는 증가함수이므로}$$

$$x=5\text{일 때 최댓값 } \frac{31}{16}\text{을 갖는다.}$$

$$\textcircled{5} y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5}+1\text{는 감소함수이므로}$$

$$x=3\text{일 때 최댓값 } 5\text{를 갖는다.}$$

따라서 최댓값이 제일 큰 함수는 $y=2^{x-2}-2$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] $y=\sqrt{3}^{2x+4}+3=3^{x+2}+3$ 으로, 주어진 함수는 x 값이 증가하면 y 값이 증가하는 함수이다.

$$\text{최솟값: } x=-2\text{일 때, } 3^{-2+2}+3=4$$

$$y=2^{-x+3}+1=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+1\text{으로 주어진 함수는}$$

x 값이 증가하면 y 값이 감소하는 함수이다.

$$\text{최솟값: } x=3\text{일 때, } 2^{-3+3}+1=2$$

$$\text{따라서 } 4+2=6$$

8) [정답] ②

[해설] $y=-\frac{1}{3}\times 4^{x-k}+\frac{5}{3}$ 는 감소함수이므로

$$\text{최댓값: } x=2\text{일 때, } -\frac{1}{3}\times 4^{2-k}+\frac{5}{3}=-1$$

$$\text{즉, } 2^{4-2k}=2^3\text{이고 } k=\frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값: } x=3\text{일 때, } -\frac{1}{3}\times 4^{3-\frac{1}{2}}+\frac{5}{3}=-9$$

따라서 최솟값은 -9 이다.

9) [정답] ⑤

[해설] $y=9^x\times 2^{-2x}\times 5^{-x}=\left(\frac{9}{4\times 5}\right)^x=\left(\frac{9}{20}\right)^x$ 에서

$$\frac{9}{20}<1\text{이므로}$$

$$x=-1\text{일 때 최댓값 } \frac{20}{9}\text{를 갖는다.}$$

10) [정답] ④

[해설] $f(x) = (3^x)^2 - 9 \times 3^x + a$ 에서 $3^x = t$ ($t > 0$)로 치환하자.

$$t^2 - 9t + a = \left(t - \frac{9}{2}\right)^2 + a - \frac{81}{4} \text{ 는}$$

$t = \frac{9}{2}$ 일 때, 최솟값 $a - \frac{81}{4}$ 를 가진다.

따라서 $a - \frac{81}{4} = \frac{7}{4}$ 이므로 $a = 22$ 이고 $3^b = \frac{9}{2}$

$$a \times 3^b = 99$$