	2022학년도 수학2 기말고사 대비		DATE	
			NAME	
	중급 6회		GRADE	

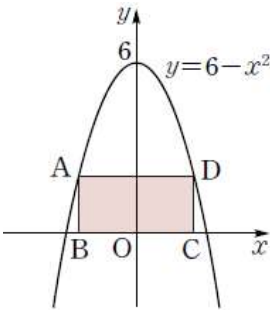
1. 구간  $[1, 4]$ 에서 함수  $f(x) = ax^4 - 4ax^3 + b$  ( $a > 0$ )의 최댓값이 3, 최솟값이  $-6$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

- ① 1
 ② 2
 ③ 4
 ④ 6
 ⑤ 8

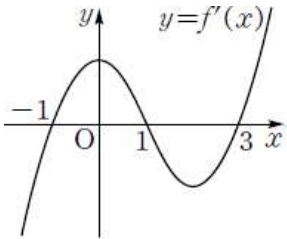
- ①
 ②
 ③
- ④
 ⑤

2. 오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, D가 곡선  $y = 6 - x^2$  위에 있고 한 변 BC가  $x$ 축 위에 있을 때, 직사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은?

- ① 4
 ②  $4\sqrt{2}$
- ③ 8
 ④  $8\sqrt{2}$
- ⑤ 16



3. 사차함수  $f(x)$ 의 도함수  $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.  
 $f(-1) = 3, f(1) = 5, f(3) = -2$ 일 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

ㄱ.  $f(0) > 0$   
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 극댓값은 5이다.  
 ㄷ. 방정식  $f(x) - 4 = 0$ 은 서로 다른 네 실근을 가진다.

- ① ㄱ
 ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 수직선 위를 움직이는 점 P의  $t$ 초 후의 위치  $x$ 가

$$x = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t$$

일 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 시각  $t = 5$ 에서의 가속도는  $-2$ 이다.  
 ㄴ. 점 P는 출발 후 운동 방향이 두 번 바뀐다.  
 ㄷ. 출발 후 2초부터 9초까지에서 점 P의 최대 속력은 9이다.

- ① ㄱ
 ② ㄴ
 ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 두 자동차 A, B가 같은 지점에서 동시에 출발하여 직선 도로를 한 방향으로만 달리고 있다.  $t$ 초 동안 A, B가 움직인 거리는 각각 미분가능한 함수  $f(t)$ ,  $g(t)$ 로 주어지고, 다음이 성립한다고 한다.

(가)  $f(20) = g(20)$   
 (나)  $10 \leq t \leq 30$ 에서  $f'(t) < g'(t)$

이때,  $10 \leq t \leq 30$ 에서의 A, B의 위치에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① B가 항상 A의 앞에 있다.
- ② A가 항상 B의 앞에 있다.
- ③ B가 A를 한 번 추월한다.
- ④ A가 B를 한 번 추월한다.
- ⑤ A가 B를 추월한 후 B가 다시 A를 추월한다.

6. 부정적분에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ①  $F'(x) = f(x)$ 일 때,  $\int f(x)dx = F(x)$
- ②  $\int \left( \frac{d}{dx} f(x) \right) dx = \frac{d}{dx} \left( \int f(x)dx \right)$
- ③  $\int \{f(x) + g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- ④  $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \int g(x)dx$
- ⑤  $\int dx = C$  ( $C$ 는 적분상수)

7. 함수  $f(x)$ 를 부정적분한 함수를  $\frac{3}{4}x^4 + \frac{5}{2}x^2 + 2x + 3$ 라 할 때, 곡선  $y = f(x)$ 의 접선의 기울기의 최솟값은?

- ① -5      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 5

8. 정적분  $\int_0^1 |x^2 - x| dx$ 의 값은?

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

9.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ 2-x & (x \geq 1) \end{cases}$ 일 때, 정적분  $\int_{-1}^2 f(x)dx$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{7}{6}$       ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

10.  $\int_0^2 f(x)dx = 1$ ,  $\int_1^3 f(x)dx = 2$ ,  $\int_1^2 f(x)dx = 3$ 일 때,  $\int_0^3 f(x)dx$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

11. 함수  $f(x) = x^3 - 2x + 4$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt$ 의 값은?

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

12. 함수  $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가)  $f(x) = |x|$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$ 가 성립

이때,  $\int_0^{100} f(x)dx$ 의 값은?

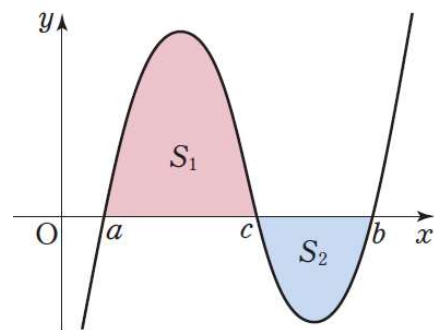
- ① 20      ② 35      ③ 50      ④ 75      ⑤ 100

13. 함수  $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만날 때, 다음 중 함수  $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 나타낸 식으로 옳은 것은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

- ①  $\int_{-1}^1 \{4 - f(x)\}dx$       ②  $\int_{-1}^1 \{2 - f(x)\}dx$   
 ③  $2 \int_1^3 \{4 - f(x)\}dx$       ④  $2 \int_{-1}^3 \{2 - f(x)\}dx$   
 ⑤  $2 \int_1^3 \{2 - f(x)\}dx$

14. 다음 그림에서 삼차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 각각  $S_1$ ,  $S_2$ 라고 하면,  $S_1 = 3S_2$ 이고

$\int_a^b f(x)dx = 12$  이다. 이때,  $\int_a^c f(x)dx$ 의 값은?



- ① 6      ② 9      ③ 14      ④ 18      ⑤ 22

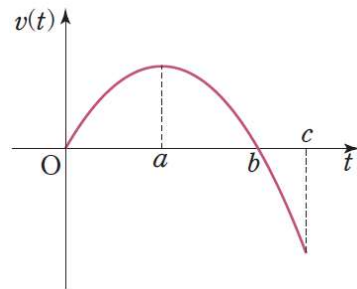
15. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 가  $v(t) = 2 - t$ 일 때, 점 P가 원점으로 다시 돌아올 때까지 실제로 움직인 거리는?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

16. 지상 10m의 높이에서 초속 30 $\frac{m}{s}$ 로 똑바로 위로 발사한 물체의  $t$ 초 후의 속도  $v(t)$ 가  $v(t) = 30 - 10t(\frac{m}{s})$ 라고 할 때, 이 물체의 최고 높이는?

① 40m      ② 45m      ③ 50m      ④ 55m      ⑤ 60m

17. 직선 운동을 하는 점 P의 시각  $t$ 에 대한 속도  $v(t)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ①  $t=a$ 에서  $t=b$ 까지 점 P가 운동한 거리는  $\int_a^b v(t)dt$ 이다.  
 ②  $\int_0^c v(t)dt = 0$ 이면  $t=c$ 일 때, 점 P는 출발점에 있다.  
 ③  $t=a$ 일 때 점 P는 순간적으로 정지 상태에 있다.  
 ④  $t=b$ 일 때, 점 P는 방향을 바꾸었다.  
 ⑤  $|v(c)| > v(a)$ 이면  $t=c$ 에서 점 P의 속력은 최대이다. ( $0 \leq t \leq c$ )

## 서술형 논술형 주관식

18. 두 함수  $f(x) = x^3 - x + 1$ ,  $g(x) = 2x + k$ 에 대하여 구간  $[0, 2]$ 에서  $f(x) \geq g(x)$ 가 성립할 때, 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하여라.

19. 비행기 운항에 도움을 주는 어떤 관성 항법 장치는 비행기가 나아가는 각 시점에서의 접선을 계산하여 그것을 적분함으로써 현재 위치를 결정한다. 어느 시점에서의 접선의 기울기가  $f'(x) = 6x^2 + 2$ 이고,  $y = f(x)$ 의 그래프가 점  $(0, 1)$ 을 지날 때, 함수  $y = f(x)$ 를 구하여라.

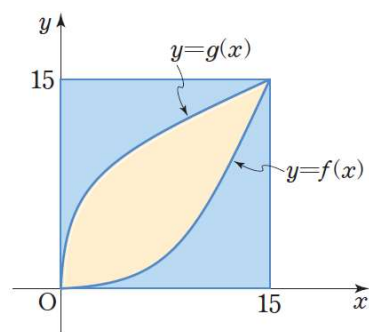
20.  $f(x) = x^3 + x + \int_0^2 f(x)dx$ 를 만족하는 함수  $f(x)$ 를 구하여라.

**21.** 정사각형 모양의 타일이

좌표평면에 오른쪽 그림과 같이  
가로, 세로가 각각  $x$ 축,  $y$ 축과  
일치되게 놓여 있다.

이 타일에  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의  
그래프를 경계로 하여 파랑색과  
노랑색을 칠하려고 한다. 각각  
칠해지는 부분의 넓이의 비가

3 : 2일 때,  $\int_0^{15} f(x)dx$ 의 값을 구하여라. (단, 함수  $g(x)$ 는  
 $f(x)$ 의 역함수이다.)



**22.** 고속열차가 출발하여 3 km를 달리는 동안은 시각  $t$ 분에서의

속력이  $v(t) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t$  (km/분)이고, 그 이후로는 속력이 일정  
하다. 출발 후 5분 동안 이 열차가 달린 거리를 구하여라.

- 
- 1) [정답] : ①
  - 2) [정답] : ④
  - 3) [정답] : ⑤
  - 4) [정답] : ④
  - 5) [정답] : ③
  - 6) [정답] : ③
  - 7) [정답] : ⑤
  - 8) [정답] : ⑤
  - 9) [정답] : ②
  - 10) [정답] : ③
  - 11) [정답] : ①
  - 12) [정답] : ③
  - 13) [정답] : ⑤
  - 14) [정답] : ④
  - 15) [정답] : ②
  - 16) [정답] : ④
  - 17) [정답] : ③
  - 18) [정답] :  $k \leq -1$
  - 19) [정답] :  $f(x) = 2x^3 + 2x + 1$
  - 20) [정답] :  $f(x) = x^3 + x - 6$
  - 21) [정답] : 67.5
  - 22) [정답] : 15