



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 복소수와 그 연산, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하여 해결하는 문제 등이 자주 출제됩니다. 허수단위 i 의 개념을 정확히 이해하여야 하며 근과 계수의 관계 관련 문제에는 앞의 곱셈공식 내용을 제대로 학습하여야 합니다.

평가문제

[중단원 마무리]

1. 두 실수 x, y 에 대하여
 $x + y - 3 + (2x + 3y - 5)i = 1 + 4i$ 가 성립할 때, xy 의
값을 구하면?

- ① -3 ② -1
③ 1 ④ 3
⑤ 5

[중단원 마무리]

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $2i - \sqrt{3}$ 의 켤레복소수는 $-2i - \sqrt{3}$ 이다.
② $\sqrt{2}$ 는 복소수이다.
③ i 는 항상 0보다 작다.
④ 복소수 $a + bi$ (a, b 는 실수)에서 순허수가 될 조건은
 $a = 0, b \neq 0$ 이다.
⑤ $\sqrt{5}$ 의 켤레복소수는 $\sqrt{5}$ 이다.

[중단원 마무리]

3. $1 + 2i + \frac{1 - 3i}{2 - i} - (1 - i)(2 + i)$ 를 $a + bi$ 의 꼴로 나
타내면? (단, a, b 는 실수)

- ① $-3 + 4i$ ② $-1 + 2i$
③ -1 ④ $3 + 2i$
⑤ 5

[대단원 마무리]

4. $\omega = \frac{1 - i}{1 + i}$ 에 대하여
 $\omega + 2\omega^2 + 3\omega^3 + \dots + 2014\omega^{2014} = a + bi$ 일 때, 두 실수
 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -2014 ② -1
③ 1 ④ 2012
⑤ 2014

[대단원 마무리]

5. 복소수 $z = (i - 1)x + 2(-3 + 2i)$ 에 대하여 z^2 이
음의 실수가 되도록 하는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -2
③ 1 ④ 3
⑤ 5

[중단원 마무리]

6. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^{20} + x^{10}$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1
③ 1 ④ 3
⑤ 5

[중단원 마무리]

7. 두 복소수 α, β 가 $\alpha + \beta = 3 + 2i$ 를 만족할 때,
 $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \beta\bar{\beta}$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각
각 α, β 의 켤레복소수이다.)

- ① 11 ② 13
③ 15 ④ 17
⑤ 19

[중단원 마무리]

8. 복소수 z 와 그 켤레복소수 \bar{z} 에 대하여 $(z+1)(\bar{z}-1)+2\bar{z}=3$ 가 성립할 때, $z=a+ai$ 이다. 이때 a^2 의 값을 구하면? (단, $a>0$)

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 마무리]

9. $\sqrt{-3}\sqrt{-12}+\sqrt{2}\sqrt{-2}+\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{-3}}+\frac{\sqrt{-50}}{\sqrt{-2}}=a+bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① $-2+\sqrt{3}$ ② $-1+\sqrt{3}$
 ③ $1-\sqrt{3}$ ④ $2-\sqrt{3}$
 ⑤ $1-2\sqrt{3}$

[대단원 마무리]

10. 복소수 $z=1+i$ 에 대하여 $\frac{z}{z-1}+\frac{\bar{z}}{\bar{z}-1}$ 의 값을 구하면? (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ① 1 ② 2
 ③ 4 ④ 6
 ⑤ 8

[중단원 마무리]

11. $z=\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{1004}+z^{1005}+z^{1006}+\dots+z^{1019}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\sqrt{3}i$ ② $\sqrt{3}i$
 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

[중단원 마무리]

12. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례대로 a, b 라 할 때, 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하면?

- ① 13 ② 14
 ③ 15 ④ 16
 ⑤ 17

[중단원 마무리]

13. 이차방정식 $x^2-2ax+(b^2+1)=0$ 이 실근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+4ax+2b=0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것을 고르면? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① 하나의 실근과 하나의 허근을 갖는다.
 ② 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ③ 중근을 갖는다.
 ④ 서로 다른 두 허근을 갖는다.
 ⑤ 조건만으로는 판단할 수 없다.

[중단원 마무리]

14. 이차방정식 $x^2-2x-k=0$ 이 허근을 갖고, 이차방정식 $x^2+5x-k=0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 마무리]

15. x 에 대한 이차방정식 $4x^2+(4k+2m)x+k^2-k+2n=0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② $-\frac{2}{3}$
 ③ $-\frac{5}{8}$ ④ $-\frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{7}{8}$

[중단원 마무리]

16. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 c 와 d 일 때, 다음 조건을 모두 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하면? (단, a, b 는 상수이다.)

(가) a, b, c, d 는 100 이하의 서로 다른 자연수이다.
(나) c 와 d 는 각각 3개의 양의 약수를 갖는다.

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 마무리]

17. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $cx^2 + bx - a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $3(|\alpha| + |\beta|)$ 의 값은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

18. 이차방정식 $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(1 + p\alpha + \alpha^2)(1 + p\beta + \beta^2)$ 의 값을 구하면? (단, p 는 상수)

- ① -9 ② -3
③ 1 ④ 3
⑤ 9

[중단원 마무리]

19. 이차방정식 $2x^2 - ax + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 + 5x - b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -10 ② -5
③ 5 ④ 10
⑤ 15

[중단원 마무리]

20. 이차방정식 $3x^2 + 12x + 6 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 두 수 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식을 구하면?

- ① $2x^2 - 12x + 14 = 0$ ② $2x^2 - 12x - 14 = 0$
③ $2x^2 + 12x + 14 = 0$ ④ $2x^2 + 12x - 14 = 0$
⑤ $2x^2 + 12x + 18 = 0$



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x+y-3=1, \quad 2x+3y-5=4 \text{ 이다.}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3, y=1$ 이므로 $xy=3 \times 1=3$ 이다.

2) [정답] ③

[해설] ① $2i - \sqrt{3}$ 의 켤레복소수는 $-2i - \sqrt{3}$ 이다.

② $\sqrt{2}$ 는 복소수이다.

③ 허수는 대소를 비교할 수 없다

④ 복소수 $a+bi$ (a, b 는 실수)에서 순허수가 될 조건은 $a=0, b \neq 0$ 이다.

⑤ $\sqrt{5}$ 의 켤레복소수는 $\sqrt{5}$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

3) [정답] ②

$$[해설] 1+2i + \frac{1-3i}{2-i} - (1-i)(2+i)$$

$$= 1+2i + \frac{(1-3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} - (3-i)$$

$$= 1+2i + \frac{5-5i}{5} - (3-i)$$

$$= 1+2i + 1-i-3+i$$

$$= -1+2i$$

4) [정답] ②

$$[해설] \omega = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \text{ 이므로}$$

$$\omega + 2\omega^2 + 3\omega^3 + \dots + 2014\omega^{2014}$$

$$= -i + 2(-i)^2 + 3(-i)^3 + \dots + 2014(-i)^{2014}$$

$$= (-i - 2 + 3i + 4) + (-5i - 6 + 7i + 8) + \dots$$

$$+ (-2009i - 2010 + 2011i + 2012)$$

$$+ (-2013i - 2014)$$

$$= 503(2+2i) + (-2013i - 2014) = -1008 - 1007i$$

따라서 $a=-1008, b=-1007i$ 이므로 $a-b=-1$ 이다.

5) [정답] ①

$$[해설] z = (i-1)x + 2(-3+2i) = (-x-6) + (x+4)i$$

$-x-6=0, x+4 \neq 0$ 일 때, 제곱하면 음의 실수가 된다. 따라서 $x=-6$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] 주어진 조건을 변형하면

$$x = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \quad 2x-1 = \sqrt{3}i \text{ 이다.}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$(2x-1)^2 = (\sqrt{3}i)^2$$

$$4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변에 $x+1$ 을 곱하면

$$(x+1)(x^2-x+1) = 0$$

$$x^3+1=0 \quad \therefore x^3=-1$$

$$x^{20}+x^{10} = (x^3)^6 \times x^2 + (x^3)^3 \times x = x^2 - x = -1$$

7) [정답] ②

[해설] $\alpha + \beta = 3+2i$ 이므로 $\overline{\alpha + \beta} = 3-2i$ 이다.

$$\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta} \text{이므로 } \overline{\alpha} + \overline{\beta} = 3-2i \text{이다. } \dots \textcircled{A}$$

주어진 식을 변형하여 \textcircled{A} 을 대입하면

$$\alpha \overline{\alpha} + \alpha \overline{\beta} + \overline{\alpha} \beta + \beta \overline{\beta} = \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$$

$$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) = (3+2i)(3-2i) = 13$$

8) [정답] ④

[해설] 복소수 z 가 $z = a+ai$ 이므로 $\overline{z} = a-ai$

$$\frac{(z+1)(\overline{z}-1) + 2\overline{z}}{(z+1)(\overline{z}-1) + 2\overline{z}}$$

$$= \frac{(\overline{z}+1)(z-1) + 2\overline{z}}{(\overline{z}+1)(z-1) + 2\overline{z}}$$

$$= \frac{\overline{z}z + \overline{z} + z - 1}{\overline{z}z + \overline{z} + z - 1}$$

$$= \frac{(a-ai)(a+ai) + (a-ai) + (a+ai) - 1}{(a-ai)(a+ai) + (a-ai) + (a+ai) - 1}$$

$$= \frac{2a^2 + 2a - 1}{2a^2 + 2a - 1} \text{이므로 주어진 등식은}$$

$$2a^2 + 2a - 1 = 3, \quad 2a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$a^2 + a - 2 = 0, \quad (a-1)(a+2) = 0$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a=1$ 이고 $a^2=1$ 이다.

9) [정답] ③

$$[해설] \sqrt{-3} \sqrt{-12} + \sqrt{2} \sqrt{-2} + \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{-3}} + \frac{\sqrt{-50}}{\sqrt{-2}}$$

$$= \sqrt{3}i \sqrt{12}i + \sqrt{2} \sqrt{2}i + \frac{3}{\sqrt{3}i} + \frac{\sqrt{50}i}{\sqrt{2}i}$$

$$= -6 + 2i - \sqrt{3}i + 5 = -1 + (2 - \sqrt{3})i$$

따라서 $a=-1, b=2-\sqrt{3}$ 이고 $a+b=1-\sqrt{3}$ 이다.

10) [정답] ②

[해설] $z = 1+i$ 에서 $\overline{z} = 1-i$

$$z-1, \overline{z}-1 \text{의 값을 구하면 } z-1=i, \overline{z}-1=-i$$

$$\frac{z}{z-1} + \frac{\overline{z}}{\overline{z}-1} = \frac{1+i}{i} + \frac{1-i}{-i}$$

$$= -i(1+i) + i(1-i) = -i + 1 + i + 1 = 2$$

11) [정답] ③

[해설] $z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 에서 z^2 을 구하면

$$z^2 = \frac{(1-i)^2}{2} = -\frac{2i}{2} = -i,$$

$$z^4 = (-i)^2 = -1 \text{이다.}$$

$$z^{1004} + z^{1005} + z^{1006} + \dots + z^{1019}$$

$$= z^{1004}(1+z+z^2+z^3) + z^{1008}(1+z+z^2+z^3)$$

$$+ z^{1012}(1+z+z^2+z^3) + z^{1016}(1+z+z^2+z^3)$$

$$= (z^4)^{251}(1+z+z^2+z^3) + (z^4)^{252}(1+z+z^2+z^3)$$

$$+ (z^4)^{253}(1+z+z^2+z^3) + (z^4)^{254}(1+z+z^2+z^3)$$

$$= (-1)^{251}(1+z+z^2+z^3) + (-1)^{252}(1+z+z^2+z^3)$$

$$\begin{aligned}
 &+(-1)^{253}(1+z+z^2+z^3)+(-1)^{254}(1+z+z^2+z^3) \\
 &=-(1+z+z^2+z^3)+(1+z+z^2+z^3) \\
 &-(1+z+z^2+z^3)+(1+z+z^2+z^3)=0
 \end{aligned}$$

12) [정답] ⑤

[해설] 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=a^2-4b>0$ 이고 $a^2>4b$ 이다.

(i) $a=1$ 또는 $a=2$ 일 때, b 의 값은 존재하지 않는다.

(ii) $a=3$ 일 때, $b=1, 2$

(iii) $a=4$ 일 때, $b=1, 2, 3$

(iv) $a=5$ 또는 $a=6$ 일 때, $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 이상에서 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 17이다.

13) [정답] ②

[해설] 이차방정식 $x^2-2ax+(b^2+1)=0$ 이 실근을 가

$$\text{지므로 } \frac{D}{4}=a^2-(b^2+1) \geq 0$$

$$a^2 \geq b^2+1 \text{ 이다.}$$

이때, 이차방정식 $x^2+4ax+2b=0$ 에 대하여

$$\frac{D}{4}=4a^2-2b \geq 4(b^2+1)-2b$$

$$=4b^2-2b+4=4\left(b-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{15}{4}>0$$

따라서 이차방정식 $x^2+4ax+2b=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

14) [정답] ④

[해설] 이차방정식 $x^2-2x-k=0$ 이 허근을 가질 조

$$\text{건은 } \frac{D}{4}=(-1)^2-1 \cdot (-k) < 0 \text{ 이므로 } k < -1 \text{ 이다.}$$

$$\text{이차방정식 } x^2+5x-k=0 \text{ 이 실근을 가질 조건은 } D=5^2-4 \cdot 1 \cdot (-k) \geq 0 \text{ 이므로 } k \geq -\frac{25}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } -\frac{25}{4} \leq k < -1 \text{ 이고 구하는 정수 } k \text{ 는 } -6, -5, -4, -3, -2 \text{ 의 5개이다.}$$

15) [정답] ①

[해설] $4x^2+2(2k+m)x+k^2-k+2n=0$ 이 중근을 가

$$\text{지므로 } \frac{D}{4}=(2k+m)^2-4(k^2-k+2n)=0$$

$$(4m+4)k+m^2-8n=0 \text{ 이다.}$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 $4m+4=0$ 이고, $m^2-8n=0$ 이다.

$$\text{따라서 } m=-1, n=\frac{1}{8} \text{ 이고 } m+n=-\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

16) [정답] ②

[해설] 조건 (나)에서 c 와 d 는 각각 3개의 양의 약수

를 가지므로 소수의 완전제곱수이고, 조건 (가)에서 100 이하의 서로 다른 자연수이므로 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 중의 하나이다.

이때, 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 두 근이 c, d 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $c+d=a, cd=b$

조건 (가)에서 a, b 는 서로 다른 100 이하의 자연수이므로 조건을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 $(2^2+3^2, 2^2 \times 3^2)$ 과 $(2^2+5^2, 2^2 \times 5^2)$ 의 2개이다.

17) [정답] ④

[해설] a, b, c 가 실수이므로 x 에 대한 이차방정식

$ax^2+bx+c=0$ 의 한 근이 $1+\sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}i$ 이다. 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{b}{a}=2, \frac{c}{a}=3 \text{ 이므로 } b=-2a, c=3a \text{ 이다.}$$

$$cx^2+bx-a=0 \text{ 에 대입하여 풀면}$$

$$3ax^2-2ax-a=0$$

$$3x^2-2x-1=0$$

$$(3x+1)(x-1)=0$$

$$x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=1 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 3(|\alpha|+|\beta|)=3\left(\frac{1}{3}+1\right)=4 \text{ 이다.}$$

18) [정답] ⑤

[해설] 이차방정식 $x^2+(p-3)x+1=0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2+(p-3)\alpha+1=0 \text{ 에서 } \alpha^2+p\alpha+1=3\alpha$$

$$\beta^2+(p-3)\beta+1=0 \text{ 에서 } \beta^2+p\beta+1=3\beta$$

또한 근과 계수의 관계에 의해서 $\alpha\beta=1$ 이다.

$$(1+p\alpha+\alpha^2)(1+p\beta+\beta^2)=3\alpha \cdot 3\beta=9\alpha\beta=9$$

19) [정답] ④

[해설] 이차방정식 $2x^2-ax+3=0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=\frac{a}{2}, \alpha\beta=\frac{3}{2} \dots \textcircled{A}$$

이차방정식 $x^2+5x-b=0$ 의 두 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이

므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-5, \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta}=-b$$

$$\therefore \alpha+\beta=-5\alpha\beta, \alpha\beta=-\frac{1}{b} \dots \textcircled{B}$$

①을 ②에 대입하면

$$\frac{a}{2}=-\frac{15}{2}, \frac{3}{2}=-\frac{1}{b} \therefore a=-15, b=-\frac{2}{3}$$

$$\therefore ab=10$$

20) [정답] ③

[해설] 이차방정식 $3x^2+12x+6=0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{12}{3} = -4, \quad \alpha\beta = \frac{6}{3} = 2$$

$$\therefore (\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = -4 - 2 = -6,$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = 2 - (-4) + 1 = 7$$

따라서 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은

$$2(x^2 + 6x + 7) = 0 \quad \therefore 2x^2 + 12x + 14 = 0$$