단원 ISSUE

이 단원에서는 **부정적분과 미분의 관계**를 또는 **부정적분과 도함수의 정의를 이용하여 함수를 구하는 문제**가 자주 출제 된다. 문제에서 주어진 조건을 적절하게 이용하여 풀이해야 한다. 따라서 해당 단원에서 나올 수 있는 유형들에 대한 반복학습이 필요하다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. $\int(x-2)f(x)dx=2x^3-20x+C$ 인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값을 구하면? (단, C는 적분상수)

① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

[스스로 확인하기]

2. 다음 중 부정적분이 옳지 않은 것은?

① $\int(2x-5)dx=x^2-5x+C$
② $\int(3x^2-5)dx=x^3-5x+C$
③ $\int(8x^3-2x+1)dx=2x^4-x^2+C$
④ $\int(x^2+1)dx=\frac{1}{3}x^3+x+C$
⑤ $\int 4dx=4x+C$

[스스로 확인하기]

3. 다항함수 $f(x)$와 그 도함수 $f'(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x-4}=2$, $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=3$가 성립할 때, 방정식 $f(x)=0$의 해를 모두 구하면? (정답 2개)

① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[스스로 마무리하기]

4. 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)=50\int x^{49}dx+4\int(7x^3+9)dx$ 이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하면?

① 44 ② 45
③ 46 ④ 47
⑤ 48

[스스로 확인하기]

5. 다항함수 $f(x)$의 도함수는 $f'(x)=4x^3-6x^2+1$이고, $f(0)=2$일 때 $f(2)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

6. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기는 $4x-7$이다. 이 곡선이 점 $(1,\ -2)$를 지날 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

7. 함수 $f(x)=\int(6x^2+2ax)dx$가 $x=-1$에서 극댓값 5를 가질 때, $f(x)$의 극솟값을 구하면?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

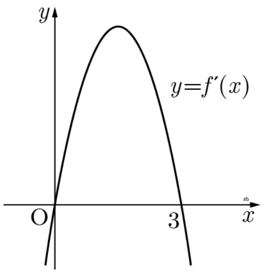
[스스로 확인하기]

8. 미생물 배양기에 있는 어떤 미생물의 처음 개체 수가 20이고 t시간 후의 개체 수를 $F(t)$라 하면 $F'(t)=20\left(3t+\frac{1}{2}\right)$이 성립한다고 한다. 5시간 후의 개체 수를 구하면?

① 720　② 820
③ 920　④ 1000
⑤ 950

[스스로 마무리하기]

9. 다음 그림은 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프이다. $f(x)$의 극솟값이 -18이고 극댓값이 9일 때, $f(2)$의 값을 구하면?



① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

10. 모든 실수 x에 대하여
$\int(-3x^2-2x+a)dx=3bx^3+cx^2-7x+C$ (C는 적분상수)가 성립할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-3b+c$의 값은?

① -5　② -3
③ 0　④ -7
⑤ 5

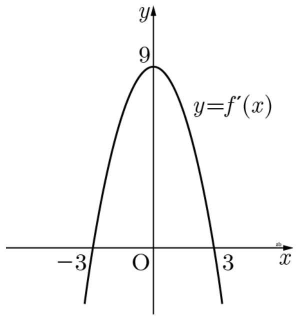
[스스로 마무리하기]

11. 점 $(0,\ 3)$를 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ y)$에서의 접선의 기울기가 $2x^3-5x+1$일 때, $f(2)$의 값을 구하면?

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

12. 극댓값이 22인 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 이차함수이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f(x)$의 극솟값을 구하면?



① -14　② -10
③ 0　④ 12
⑤ 16

[스스로 마무리하기]

13. 다항함수 $f(x)$에 대하여
$\int f(x)dx=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+C$ (C는 적분상수)가 성립할 때, $f(1)$의 값을 구하면?

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

14. 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x)=\begin{cases}6x^2 & (x\ge 1)\\ 2x+4 & (x<1)\end{cases}$이고 $f(2)=11$일 때, $f(-1)$의 값을 구하면?

① -8　② -11
③ 0　④ 3
⑤ 5

정답 및 해설

1) [정답] ⑤
[해설] $\int (x-2)f(x)dx=2x^3-20x+C$ 의 양변을
미분하면 $(x-2)f(x)=6x^2-20$ 이고,
$x=1$를 대입하여 정리하면 $f(1)=14$이다.

2) [정답] ③
[해설] ③ $\int (8x^3-2x+1)dx=2x^4-x^2+x+C$

3) [정답] ①, ④
[해설] $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x-4}=2$에서 $f'(x)$는 일차항의 계수가
2인 일차함수이므로 $f'(x)=2x+a$ (a는 상수)
라 할 수 있다. 또한
$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=3$에서 극한값이 존재하고
$\lim_{x\to 2}(x-2)=0$이므로 $\lim_{x\to 2}f(x)=0$이다.
즉, $f(2)=0$이므로
$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=3$
$f'(2)=4+a=3$에서 $a=-1$
$f'(x)=2x-1$
$f(x)=\int f'(x)dx=\int (2x-1)dx$
$=x^2-x+C$ (C는 적분상수) 이므로
$f(2)=4-2+C=0$, $C=-2$
$f(x)=x^2-x-2$ 이므로 구하는 값은
$x^2-x-2=0$에서 $(x+1)(x-2)=0$,
$x=2$ 또는 $x=-1$ 이다.

4) [정답] ④
[해설] 주어진 적분을 계산하면
$f(x)=x^{50}+7x^4+36x+C$,
$f(0)=3$이므로 $C=3$
$f(1)=1+7+36+3=47$

5) [정답] ④
[해설] 주어진 도함수를 적분하면
$f(x)=x^4-2x^3+x+C$
$f(0)=2$ 이므로 $C=2$
따라서 $f(x)=x^4-2x^3+x+2$ 이고
$f(2)=16-16+2+2=4$

6) [정답] ③
[해설] 접선의 기울기는 미분계수이므로
$f'(x)=4x-7$이고 적분을 계산하면
$f(x)=2x^2-7x+C$ 이다.
또한 이 곡선이 $(1,\ -2)$를 지나므로 $C=3$,
따라서 $f(x)=2x^2-7x+3$이고
$f(0)=3$이다.

7) [정답] ④
[해설] 주어진 식 $f(x)=\int (6x^2+2ax)dx$의 양변을
미분하면 $f'(x)=6x^2+2ax$ 이다. 또한
$f(x)$가 $x=-1$에서 극댓값 5를 가지므로
$f'(-1)=0$, $f(-1)=5$ 이다.
$f'(-1)=6-2a=0$, 즉 $a=3$
그러므로 $f(x)=\int (6x^2+6x)dx$이고
적분을 계산하면 $f(x)=2x^3+3x^2+C$이며
$f(-1)=5$이므로 $C=4$이다.
한편 $f'(x)=6x(x+1)$이므로
$f(0)=4$가 $f(x)$의 극솟값이다.

8) [정답] ②
[해설] $F'(t)=20\left(3t+\frac{1}{2}\right)$의 양변을 적분하면
$F(t)=30t^2+10t+C$이고 처음 개체수가 20이므로
$F(0)=20$, $C=20$이다.
따라서 $F(x)=30t^2+10t+20$ 이고
$F(5)=750+50+20=820$

9) [정답] ②
[해설] 주어진 그래프에서
$f'(x)=ax(x-3)=ax^2-3ax$ 이고
양변을 적분하면 $f(x)=\frac{1}{3}ax^3-\frac{3}{2}ax^2+C$,
$f(x)$의 극솟값이 $f(0)=-18=C$이고
극댓값이 $f(3)=9=9a-\frac{27}{2}a+C$이다.
$a=-6$, $C=-18$이므로 $f(x)=-2x^3+9x^2-18$
$f(2)=-16+36-18=2$

10) [정답] ④
[해설] 주어진 등식의 양변을 미분하면
$-3x^2-2x+a=9bx^2+2cx-7$, $a=-7$
$9b=-3$, $b=-\frac{1}{3}$
$2c=-2$, $c=-1$
그러므로 $a-3b+c=-7$

11) [정답] ③
[해설] $f'(x)=2x^3-5x+1$의 양변을 적분하면
$f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{5}{2}x^2+x+C$,
$f(0)=3$이므로 $C=3$이고
$f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{5}{2}x^2+x+3$ 이므로 $f(2)=3$

12) [정답] ①
[해설] 그래프에서 $f'(x)=a(x-3)(x+3)$임을
알 수 있다.
또 $(0,\ 9)$를 지나므로 $a=-1$
따라서 $f'(x)=-x^2+9$,

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

양변을 적분하면 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+C$ 이고

$f(x)$가 $x=3$에서 극댓값을 가지므로

$f(3)=-\frac{1}{3}\times 3^3+9\times 3+C=18+C=22$ 에서

$C=4$, $f(x)$가 $x=-3$에서 극솟값을 가지므로

$f(-3)=9-27+4=-14$

13) [정답] ①

[해설] 주어진 등식의 양변을 미분하면

$f(x)=x^3-x^2+x$ 이므로 $f(1)=1-1+1=1$

14) [정답] ②

[해설] $f(x)=\begin{cases} 2x^3+C_1 & (x\geq 1) \\ x^2+4x+C_2 & (x<1) \end{cases}$ 에서

$f(2)=11$이므로 $16+C_1=11$, $C_1=-5$

$f(x)$가 연속함수이므로

$1+4+C_2=-3$, $C_2=-8$, 따라서

$f(x)=\begin{cases} 2x^3-5 & (x\geq 1) \\ x^2+4x-8 & (x<1) \end{cases}$ 이고

$f(-1)=-11$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574