01 함수 $y=x^n$의 부정적분

n이 음이 아닌 정수일 때,

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

◪ 다음 명제의 참과 거짓을 판별하여라.

1. x^3은 $3x^2$의 부정적분이다.

2. x^3-1은 $3x^2$의 부정적분이다.

3. x^3은 $3x^2+2$의 부정적분이다.

4. x^3+1은 $3x^2+1$의 부정적분이다.

◪ 다음 부정적분을 구하여라.

5. $\int 3\,dx$

6. $\int 5dx$

7. $\int x^2\,dx$

8. $\int x^3\,dx$

9. $\int x^4 dx$

10. $\int x^5\,dx$

11. $\int x^6\,dx$

12. $\int x^7 dx$

13. $\int x^9 dx$

14. $\int x^{10}\,dx$

15. $\int x^{15} dx$

16. $\int x^{99} dx$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

17. $\int x^{100}\,dx$

02 부정적분의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 존재할 때,

(1) $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (단, k는 실수)

(2) $\int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

(3) $\int \{f(x)-g(x)\}dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

◪ 다음 부정적분을 구하여라.

18. $\int 2x\,dx$

19. $\int 3x^2dx$

20. $\int 5x^4dx$

21. $\int 8x^7\,dx$

22. $\int (3x+2)\,dx$

23. $\int (3x^2-4x+5)dx$

24. $\int (x^3+x^2)dx$

25. $\int (2x^3-x+1)\,dx$

26. $\int (2x^3-3x+1)dx$

27. $\int (8x^3-2x+5)\,dx$

28. $\int (x^5-x^4)dx$

29. $\int (6x^5-12x^3+4x)\,dx$

30. $\int (2x^2+3x)dx + \int (x^2-x+1)dx$

31. $\int (4x^2+2x)\,dx - \int (x^2-4x+1)dx$

32. $\int (x+1)^2dx - \int (x-1)^2dx$

33. $\int (x-1)^2\,dx - \int (x+1)^2dx$

34. $\int (2x+1)^2\,dx - \int (2x-1)^2\,dx$

35. $\int (x+1)^3 dx + \int (x-1)^3 dx$

36. $\int \frac{x^2}{x+1} dx - \int \frac{1}{x+1} dx$

37. $\int (x+1)(2x-1)dx$

38. $\int (x-1)(2x+3)dx$

39. $\int (x-1)(2x-3)dx$

40. $\int (x-2)(3x-4)dx$

41. $\int (3x+1)(2x-2)dx$

42. $\int (2x+1)(6x-3)dx$

43. $\int (x+1)^2 dx$

44. $\int (x+1)(x^2-x+1)\,dx$

◪ **다음 조건을 만족하는 함수 $f(x)$를 구하여라.**

45. $f'(x)=2x+1,\ f(0)=3$

46. $f'(x)=3x^2-4x-1,\ f(0)=3$

47. $f'(x)=6x^2+2x-3,\ f(0)=1$

48. $f'(x)=6x^2-12x-2,\ f(2)=-6$

49. $f'(x)=x^3-2x,\ f(0)=2$

50. $f'(x)=8x^3+6x,\ f(0)=1$

51. $f'(x)=3(x+1)(x-1),\ f(-1)=2$

52. $f'(x)=(x+1)(3x-1),\ f(1)=5$

53. $f'(x)=(3x-1)(5x-3),\ f(0)=1$

54. $f'(x)=3(x+1)(x-5),\ f(-1)=1$

◪ 다음 물음에 답하여라.

55. 점 $(1, 3)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $2x-1$일 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.

56. 점 $(1,\ 0)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $2x+2$인 함수 $f(x)$를 구하여라.

57. 점 $(1,2)$를 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $-4x+3$일 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.

58. 점 $(1,\ 2)$를 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $3x^2-4x$인 함수 $f(x)$를 구하여라.

59. 점 $(1, -1)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $6x^2-8x$인 함수 $f(x)$를 구하여라.

60. 점 $(2,\ 10)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $4x^3+2x$인 함수 $f(x)$를 구하여라.

61. 점 $(1, -2)$를 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $2x-1$일 때, $f(3)$의 값을 구하여라.

62. 점 $(-1, 6)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $3x^2+2x$일 때, $f(1)$의 값을 구하여라.

63. 점 $(1, 0)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $6x^2-4x$일 때, $f(2)$의 값을 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

64. $\int\{f(x)+1\}dx=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+C$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하여라. (단, C는 적분상수)

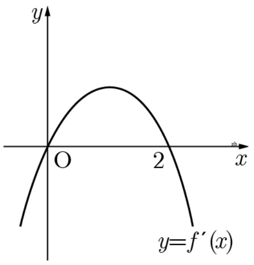
65. $\int\{f(x)+1\}dx=x^4-6x^2+C$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값을 구하여라.

66. 함수 $f(x)=x^2-3x+2$에 대하여 $F(x)=\int f(x)dx$이다. $F(x)$의 극댓값과 극솟값의 차를 구하여라.

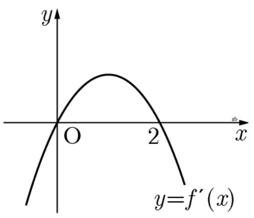
67. 함수 $f(x)=x^2-4x+3$에 대하여 $F(x)=\int f(x)dx$이다. $F(x)$의 극댓값과 극솟값의 차를 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

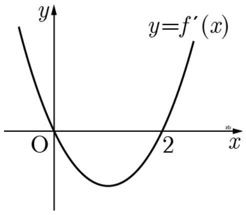
68. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$의 극솟값이 1, 극댓값이 5일 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.



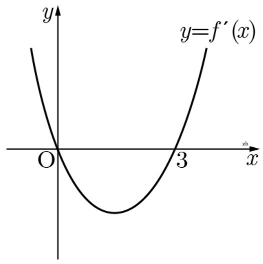
69. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$의 극솟값이 3, 극댓값이 5일 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.



70. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$의 극댓값이 6, 극솟값이 0일 때, $f(1)$의 값을 구하여라.



71. 삼차함수 $y=f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$의 극댓값이 11, 극솟값이 2일 때, $f(1)$의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) 참
⇨ $(x^3)'=3x^2$이므로 x^3은 $3x^2$의 부정적분이다. (참)

2) 참
⇨ $(x^3-1)'=3x^2$이므로 x^3-1은 $3x^2$의 부정적분이다. (참)

3) 거짓
⇨ $(x^3)'=3x^2$이므로 x^3은 $3x^2+2$의 부정적분이 아니다. (거짓)

4) 거짓
⇨ $(x^3+1)'=3x^2$이므로 x^3+1은 $3x^2+1$의 부정적분이 아니다. (거짓)

5) $3x+C$
⇨ $\int 3\,dx=3x+C$

6) $5x+C$
⇨ $\int 5dx=5x+C$

7) $\frac{1}{3}x^3+C$
⇨ $\int x^2dx=\frac{1}{3}x^3+C$

8) $\frac{1}{4}x^4+C$
⇨ $\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+C$

9) $\frac{1}{5}x^5+C$
⇨ $\int x^4dx=\frac{1}{5}x^5+C$

10) $\frac{1}{6}x^6+C$
⇨ $\int x^5dx=\frac{1}{6}x^6+C$

11) $\frac{1}{7}x^7+C$
⇨ $\int x^6dx=\frac{1}{7}x^7+C$

12) $\frac{1}{8}x^8+C$
⇨ $\int x^7dx=\frac{1}{8}x^8+C$

13) $\frac{1}{10}x^{10}+C$
⇨ $\int x^9dx=\frac{1}{10}x^{10}+C$

14) $\frac{1}{11}x^{11}+C$
⇨ $\int x^{10}dx=\frac{1}{11}x^{11}+C$

15) $\frac{1}{16}x^{16}+C$
⇨ $\int x^{15}dx=\frac{1}{16}x^{16}+C$

16) $\frac{1}{100}x^{100}+C$
⇨ $\int x^{99}dx=\frac{1}{100}x^{100}+C$

17) $\frac{1}{101}x^{101}+C$
⇨ $\int x^{100}dx=\frac{1}{101}x^{101}+C$

18) x^2+C
⇨ $\int 2x\,dx=2\int x\,dx=2\cdot\frac{1}{2}x^2+C=x^2+C$

19) x^3+C
⇨ $\int 3x^2dx=3\int x^2dx=3\times\frac{1}{3}x^3+C=x^3+C$

20) x^5+C
⇨ $\int 5x^4dx=5\int x^4dx=5\times\frac{1}{5}x^5+C=x^5+C$

21) x^8+C
⇨ $\int 8x^7dx=8\int x^7dx=8\cdot\frac{1}{8}x^8+C=x^8+C$

22) $\frac{3}{2}x^2+2x+C$
⇨ $\int(3x+2)\,dx=\int 3x\,dx+\int 2\,dx$
$=3\int x\,dx+\int 2\,dx$
$=\frac{3}{2}x^2+2x+C$

23) x^3-2x^2+5x+C
⇨ $\int(3x^2-4x+5)dx=\int 3x^2dx-\int 4xdx+\int 5dx$
$=3\int x^2dx-4\int xdx+5\int 1dx$
$=x^3-2x^2+5x+C$

24) $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$

⇨ $\int(x^3+x^2)dx=\int x^3dx+\int x^2dx$

$=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$

25) $\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+x+C$

⇨ $\int(2x^3-x+1)\,dx=\int 2x^3dx-\int x\,dx+\int 1\,dx$

$=2\int x^3dx-\int x\,dx+\int 1\,dx$

$=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+x+C$

26) $\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{2}x^2+x+C$

⇨ $\int(2x^3-3x+1)dx=\int 2x^3dx-\int 3xdx+\int 1dx$

$=2\int x^3dx-3\int xdx+\int 1dx$

$=\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{2}x^2+x+C$

27) $2x^4-x^2+5x+C$

⇨ $\int(8x^3-2x+5)\,dx$

$=\int 8x^3dx-\int 2x\,dx+\int 5\,dx$

$=8\int x^3dx-2\int x\,dx+5\int 1dx$

$=2x^4-x^2+5x+C$

28) $\frac{1}{6}x^6-\frac{1}{5}x^5+C$

⇨ $\int(x^5-x^4)dx=\int x^5dx-\int x^4dx$

$=\frac{1}{6}x^6-\frac{1}{5}x^5+C$

29) $x^6-3x^4+2x^2+C$

⇨ $\int(6x^5-12x^3+4x)dx$

$=\int 6x^5dx-\int 12x^3dx+\int 4xdx$

$=6\int x^5dx-12\int x^3dx+4\int xdx=x^6-3x^4+2x^2+C$

30) x^3+x^2+x+C

⇨ $\int(2x^2+3x)dx+\int(x^2-x+1)dx$

$=\int(3x^2+2x+1)dx=x^3+x^2+x+C$

31) x^3+3x^2-x+C

⇨ $\int(4x^2+2x)dx-\int(x^2-4x+1)dx$

$=\int(3x^2+6x-1)dx=x^3+3x^2-x+C$

32) $2x^2+C$

⇨ $\int(x+1)^2dx-\int(x-1)^2dx$

$=\int\{(x+1)^2-(x-1)^2\}dx$

$=\int\{(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)\}dx$

$=\int 4xdx=2x^2+C$

33) $-2x^2+C$

⇨ $\int(x-1)^2dx-\int(x+1)^2dx$

$=\int\{(x-1)^2-(x+1)^2\}^2dx=\int -4xdx$

$=-2x^2+C$

34) $4x^2+C$

⇨ $\int(2x+1)^2dx-\int(2x-1)^2dx$

$=\int(4x^2+4x+1)\,dx-\int(4x^2-4x+1)\,dx$

$=\int 8x\,dx=8\int x\,dx=4x^2+C$

35) $\frac{1}{2}x^4+3x^2+C$

⇨ $\int(x+1)^3dx+\int(x-1)^3dx$

$=\int(x^3+3x^2+3x+1)\,dx+\int(x^3-3x^2+3x-1)\,dx$

$=\int(2x^3+6x)\,dx=\int 2x^3dx+\int 6x\,dx$

$=2\int x^3dx+6\int x\,dx$

$=\frac{1}{2}x^4+3x^2+C$

36) $\frac{1}{2}x^2-x+C$

⇨ $\int\frac{x^2}{x+1}dx-\int\frac{1}{x+1}dx$

$=\int\frac{x^2-1}{x+1}dx=\int(x-1)\,dx$

$=\int x\,dx-\int 1\,dx$

$=\frac{1}{2}x^2-x+C$

37) $\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+C$

⇨ $\int(x+1)(2x-1)dx$

$=\int(2x^2+x-1)dx$

$=2\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}x^2-x+C$

$=\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+C$

38) $\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x^2-3x+C$

⇨ $\int(x-1)(2x+3)dx=\int(2x^2+x-3)dx$

$=\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-3x+C$

39) $\frac{2}{3}x^2-\frac{5}{2}x^2+3x+C$

⇨ $\int(x-1)(2x-3)dx=\int(2x^2-5x+3)dx$

$=\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+3x+C$

40) x^3-5x^2+8x+C

⇨ $\int(x-2)(3x-4)dx=\int(3x^2-10x+8)dx$

$=x^3-5x^2+8x+C$

41) $2x^3-2x^2-2x+C$

⇨ $\int(3x+1)(2x-2)dx=\int(6x^2-4x-2)dx$

$=2x^3-2x^2-2x+C$

42) $4x^3-3x+C$

⇨ $\int(2x+1)(6x-3)dx=\int(12x^2-3)dx$

$=4x^3-3x+C$

43) $\frac{1}{3}x^3+x^2+x+C$

⇨ $\int(x+1)^2dx=\int(x^2+2x+1)\,dx$

$=\int x^2dx+\int 2x\,dx+\int 1\,dx$

$=\int x^2dx+2\int x\,dx+\int 1\,dx$

$=\frac{1}{3}x^3+x^2+x+C$

44) $\frac{1}{4}x^4+x+C$

⇨ $\int(x+1)(x^2-x+1)\,dx=\int(x^3+1)\,dx$

$=\int x^3dx+\int 1\,dx$

$=\frac{1}{4}x^4+x+C$

45) $f(x)=x^2+x+3$

⇨ $f(x)=\int f'(x)dx=\int(2x+1)dx=x^2+x+C$

$f(0)=C=3$이므로

$f(x)=x^2+x+3$

46) $f(x)=x^3-2x^2-x+3$

⇨ $f'(x)=3x^2-4x-1$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2-4x-1)dx$

$=x^3-2x^2-x+C$

이때 $f(0)=3$이므로 $C=3$

$\therefore f(x)=x^3-2x^2-x+3$

47) $f(x)=2x^3+x^2-3x+1$

⇨ $f'(x)=6x^2+2x-3$이므로

$f(x)=\int(6x^2+2x-3)dx=2x^3+x^2-3x+C$

$f(0)=1$이므로 $C=1$

$\therefore f(x)=2x^3+x^2-3x+1$

48) $f(x)=2x^3-6x^2-2x+6$

⇨ $f'(x)=6x^2-12x-2$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(6x^2-12x-2)dx$

$=2x^3-6x^2-2x+C$

이때, $f(2)=-12+C=-6$이므로 $C=6$

$\therefore\ f(x)=2x^3-6x^2-2x+6$

49) $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2+2$

⇨ $f'(x)=x^3-2x$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(x^3-2x)dx=\frac{1}{4}x^4-x^2+C$

이때, $f(0)=2$이므로 $C=2$

$\therefore\ f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2+2$

50) $f(x)=2x^4+3x^2+1$

⇨ $f'(x)=8x^3+6x$이므로

$f(x)=\int(8x^3+6x)dx=2x^4+3x^2+C$

$f(0)=1$이므로 $C=1$

$\therefore f(x)=2x^4+3x^2+1$

51) $f(x)=x^3-3x$

⇨ $f'(x)=3(x+1)(x-1)=3x^2-3$이므로

$f(x)=\int(3x^2-3)dx=x^3-3x+C$

$f(-1)=-1+3+C=2$이므로 $C=0$

$\therefore f(x)=x^3-3x$

52) $f(x)=x^3+x^2-x+4$

⇨ $f'(x)=(x+1)(3x-1)=3x^2+2x-1$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2+2x-1)dx$

$=x^3+x^2-x+C$

이때, $f(1)=1+C=5$이므로 $C=4$

$\therefore\ f(x)=x^3+x^2-x+4$

53) $f(x)=5x^3-7x^2+3x+1$

⇨ $f'(x)=(3x-1)(5x-3)=15x^2-14x+3$이므로

$f(x)=\int(15x^2-14x+3)dx=5x^3-7x^2+3x+C$

$f(0)=1$이므로 $C=1$

$\therefore f(x)=5x^3-7x^2+3x+1$

54) $f(x)=x^3-6x^2-15x-7$

⇨ $f'(x)=3(x+1)(x-5)=3x^2-12x-15$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\int (3x^2-12x-15)dx$
$=x^3-6x^2-15x+C$
이때, $f(-1)=8+C=1$이므로 $C=-7$
$\therefore f(x)=x^3-6x^2-15x-7$

55) $f(x)=x^2-x+3$
⇨ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $f'(x)=2x-1$이므로
$f(x)=\int f'(x)dx=\int (2x-1)dx=x^2-x+C$
이 곡선이 점 $(1, 3)$을 지나므로
$f(1)=1-1+C=3$ $\therefore C=3$
$\therefore f(x)=x^2-x+3$

56) $f(x)=x^2+2x-3$
⇨ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $2x+2$이므로 $f'(x)=2x+2$
$\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int (2x+2)dx=x^2+2x+C$
이 곡선이 점 $(1, 0)$을 지나므로 $f(1)=0$에서
$1+2+C=0$ $\therefore C=-3$
$\therefore f(x)=x^2+2x-3$

57) $f(x)=-2x^2+3x+1$
⇨ $f'(x)=-4x+3$이므로
$f(x)=\int (-4x+3)dx=-2x^2+3x+C$
이 곡선이 점 $(1, 2)$를 지나므로
$f(1)=-2+3+C=2$에서 $C=1$
$\therefore f(x)=-2x^2+3x+1$

58) $f(x)=x^3-2x^2+3$
⇨ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $3x^2-4x$이므로 $f'(x)=3x^2-4x$
$\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int (3x^2-4x)dx$
$=x^3-2x^2+C$
이 곡선이 점 $(1, 2)$를 지나므로 $f(1)=2$에서
$1-2+C=2$ $\therefore C=3$
$\therefore f(x)=x^3-2x^2+3$

59) $f(x)=2x^3-4x^2+1$
⇨ $f'(x)=6x^2-8x$이므로
$f(x)=\int (6x^2-8x)dx=2x^3-4x^2+C$
이 곡선이 점 $(1, -1)$을 지나므로
$f(1)=2-4+C=-1$ $\therefore C=1$
$\therefore f(x)=2x^3-4x^2+1$

60) $f(x)=x^4+x^2-10$
⇨ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $4x^3+2x$이므로 $f'(x)=4x^3+2x$
$\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int (4x^3+2x)dx=x^4+x^2+C$
이 곡선이 점 $(2, 10)$을 지나므로 $f(2)=10$에서
$16+4+C=10$ $\therefore C=-10$
$\therefore f(x)=x^4+x^2-10$

61) 4
⇨ $f'(x)=2x-1$이므로
$f(x)=\int (2x-1)dx=x^2-x+C$
이 곡선이 점 $(1, -2)$를 지나므로
$f(1)=1-1+C=-2$ $\therefore C=-2$
즉, $f(x)=x^2-x-2$
$\therefore f(3)=9-3-2=4$

62) 8
⇨ $f'(x)=3x^2+2x$이므로
$f(x)=\int (3x^2+2x)dx=x^3+x^2+C$
이 곡선이 점 $(-1, 6)$을 지나므로
$f(-1)=-1+1+C=6$ $\therefore C=6$
즉, $f(x)=x^3+x^2+6$ $\therefore f(1)=1+1+6=8$

63) 8
$f'(x)=6x^2-4x$이므로
$f(x)=\int (6x^2-4x)dx=2x^3-2x^2+C$
이 곡선이 점 $(1, 0)$을 지나므로
$f(1)=2-2+C=0$ $\therefore C=0$
즉, $f(x)=2x^3-2x^2$ $\therefore f(2)=16-8=8$

64) 1
⇨ $\int \{f(x)+1\}dx=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+C$의 양변을 x에 대하여 미분하면 $f(x)+1=x^3-3x$
$\therefore f(x)=x^3-3x-1$
따라서 $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$이므로
함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 극댓값은
$f(-1)=-1+3-1=1$

65) 극댓값 7, 극솟값 -9
⇨ 양변을 미분하면 $f(x)+1=4x^3-12x$
$f(x)=4x^3-12x-1$
$f'(x)=12x^2-12=12(x+1)(x-1)$
따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, $x=1$에서 극소이다.
극댓값은 $f(-1)=-4+12-1=7$
극솟값은 $f(1)=4-12-1=-9$

66) $\frac{1}{6}$
⇨ $F(x)=\int f(x)dx$의 양변을 x에 대하여 미분하면
$F'(x)=f'(x)=x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$
$F'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$
따라서 함수 $F(x)$는 $x=1$에서 극댓값, $x=2$에서 극솟값을 갖는다. 이때,

$F(x)=\int f(x)dx=\int (x^2-3x+2)dx$

$=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x+C$ (C는 적분상수)

이므로 함수 $F(x)$의 극댓값과 극솟값의 차는

$F(1)-F(2)=\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2+C\right)-\left(\frac{8}{3}-6+4+C\right)=\frac{1}{6}$

67) $\frac{4}{3}$

⇨ $f(x)=x^2-4x+3=(x-1)(x-3)=0$이므로 $F(x)$는 $x=1$에서 극댓값, $x=3$에서 극솟값을 갖는다.

$F(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+C$이므로

$F(1)-F(3)=\left(\frac{1}{3}-2+3+C\right)-(9-18+9+C)=\frac{4}{3}$

68) $f(x)=-x^3+3x^2+1$

⇨ 주어진 그래프에서 $f'(x)=ax(x-2)$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\frac{1}{3}ax^3-ax^2+C$

이때, $x=0$에서 극소, $x=2$에서 극대이므로

$f(0)=1$에서 $C=1$

$f(2)=5$에서 $\frac{8}{3}a-4a+C=-\frac{4}{3}a+1=5$

$\therefore a=-3$

$\therefore f(x)=-x^3+3x^2+1$

69) $f(x)=-\frac{1}{2^3}+\frac{3}{2}x^2+3$

⇨ 주어진 그래프에서

$f'(x)=ax(x-2)=ax^2-2ax$ $(a<0)$라 하면

$f(x)=\int f'(x)dx=\int (ax^2-2ax)dx$

$=\frac{1}{3}ax^3-ax^2+C$ (C는 적분상수)

이때, $y=f'(x)$의 그래프에서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극소이고 $x=2$에서 극대이므로 $f(0)=3$, $f(2)=5$이다.

$f(0)=3$에서 $C=3$

$\therefore$ $f(x)=\frac{1}{3}ax^3-ax^2+3$

$f(2)=5$에서

$\frac{8}{3}a-4a+3=5$

$\frac{4}{3}a=-2$ $\quad\therefore$ $a=-\frac{3}{2}$

$\therefore$ $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2+3$

70) 3

⇨ 주어진 그래프에서

$f'(x)=ax(x-2)=ax^2-2ax$ $(a>0)$라 하면

$f(x)=\int f'(x)dx$

$=\int (ax^2-2ax)dx$

$=\frac{1}{3}ax^3-ax^2+C$ (C는 적분상수)

이때, $y=f'(x)$의 그래프에서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극대이고 $x=2$에서 극소이므로 $f(0)=6$, $f(2)=0$이다.

$f(0)=6$에서 $C=6$

$\therefore$ $f(x)=\frac{1}{3}ax^3-ax^2+6$

$f(2)=0$에서

$\frac{8}{3}a-4a+6=0$, $\frac{4}{3}a=6$ $\quad\therefore$ $a=\frac{9}{2}$

따라서 $f(x)=\frac{3}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+6$이므로

$f(1)=\frac{3}{2}-\frac{9}{2}+6=3$

71) $\frac{26}{3}$

⇨ 주어진 그래프에서 $f'(x)=ax(x-3)$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx=\frac{1}{3}ax^3-\frac{3}{2}ax^2+C$

이때, $x=0$에서 극대, $x=3$에서 극소이므로

$f(0)=11$에서 $C=11$

$f(3)=2$에서 $9a-\frac{27}{2}a+C=-\frac{9}{2}a+11=2$

$\therefore a=2$

$\therefore f(x)=\frac{2}{3}x^3-3x^2+11$

$\therefore f(1)=\frac{2}{3}-3+11=\frac{26}{3}$