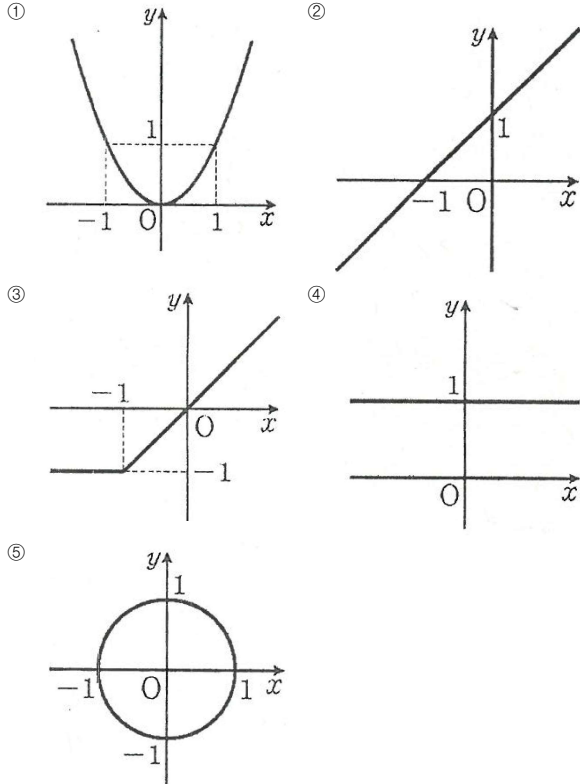


# 2020년 삼계고 수학(하) 기말고사

1. 함수의 그래프가 아닌 것은? [3.9점]



2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 에 대하여  $f(3x+5)=2x+1$ 가 성립할 때, 역함수는  $f^{-1}(x)=ax+b$ 이다. 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [4.2점]

- ①  $-\frac{13}{3}$     ②  $-2$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{8}{3}$     ⑤  $5$

3. 함수  $f(x)=x|x|+a$ 와 그 역함수  $f^{-1}$ 에 대하여  $f^{-1}(1)=-2$ 일 때,  $(f \circ f)^{-1}(4)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4.4점]

- ①  $-\sqrt{6}$     ②  $-2$     ③  $0$     ④  $2$     ⑤  $\sqrt{6}$

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수

$f(x)=|x|$ ,  $g(x)=2x^2-4x$ ,  $h(x)=-2x^2+kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $(f \circ g)(1)=2$   
 ㄴ. 함수  $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프는  $y$ 축에 대하여 대칭이다.  
 ㄷ. 함수  $y=(g \circ f)(x)+h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수  $k$ 의 개수는 7이다.

- ① ㄱ    ② ㄱ, ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 유리함수  $y=\frac{1}{3x}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 정의역은 3이 아닌 실수 전체의 집합이다.  
 ② 치역은 3이 아닌 실수 전체의 집합이다.  
 ③ 점  $(3, 3)$ 에 대하여 대칭이다.  
 ④ 점근선은  $x=3$ ,  $y=3$ 이다.  
 ⑤ 제 1사분면과 제 3사분면에 있다.

6. 유리함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+3}$ 의 그래프가 점  $(-1, 2)$ 를 지나고  $f = f^{-1}$ 일 때,  $f(-2)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4.2점]

① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

7. 유리함수  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad-bc \neq 0, c \neq 0$ )의 그래프가 점  $(3, 1)$ 을 지나면서 직선  $y = x+1$ 에 대하여 대칭이고, 직선  $y = -x+5$ 에 대해서도 대칭이다. 이때  $f(1)$ 의 값은? [4.4점]

① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

8. 유리함수  $f(x) = \frac{7x-3}{x+1}$ 가 있다.  $x \neq -1$ 이고  $x \neq 7$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(f \circ g)(x) = x$ 가 성립하는 유리함수  $g(x)$ 가 있을 때,  $g(-3) + g(8)$ 의 값은? [4.4점]

① -12                      ② -11                      ③ 10                      ④ -9                      ⑤ -8

9. 식  $\frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x+5}}$ 을 간단히 하면? [4.3점]

①  $\sqrt{x+6} - \sqrt{x+2}$                       ②  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+4}$                       ③  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+3}$   
④  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}$                       ⑤  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x+3}$

10.  $-9 \leq x \leq 1$ 에서 함수  $f(x) = \sqrt{18-2x+k}$ 의 최솟값이 5일 때, 함수  $f(x)$ 의 최댓값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [4.3점]

① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

11. 함수  $f(x) = \sqrt{x-2} + k$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  $a < k \leq b$ 이다. 실수  $a, b$ 의 곱  $a \times b$ 의 값은? [4.5점]

①  $\frac{11}{4}$                       ② 3                      ③  $\frac{13}{4}$                       ④  $\frac{7}{2}$                       ⑤  $\frac{15}{4}$

12. 음이 아닌 정수  $x, y$ 에 대하여  $x + y \leq 4$ 를 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수는? [4.1점]

- ① 3                      ② 6                      ③ 10                      ④ 15                      ⑤ 21

13. 다항식  $(a+b+c)(x+y)(z+w)$ 를 전개할 때 생기는 항의 개수는? [4.3점]

- ① 12                      ② 13                      ③ 14                      ④ 15                      ⑤ 16

14. 144의 약수의 개수는? [4.0점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10                      ④ 12                      ⑤ 15

15.  ${}_5P_0 \times 4!$ 의 값은? [4.1점]

- ① 4                      ② 12                      ③ 20                      ④ 24                      ⑤ 48

16. 두 개의 문자  $a, b$ 와 세 개의 숫자 1, 2, 3을 일렬로 나열할 때, 문자와 숫자를 교대로 나열하는 경우의 수는? [4.2점]

- ① 6                      ② 9                      ③ 12                      ④ 15                      ⑤ 18

17. 7개의 의자가 일렬로 놓여 있다. 2명의 여학생과 2명의 남학생이 모두 의자에 앉을 때, 2명의 여학생이 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 두 학생 사이에 빈 의자가 있는 경우는 이웃하지 않는 것으로 한다.) [4.4점]

- ① 60                      ② 150                      ③ 180                      ④ 300                      ⑤ 600

18. 교사 1명과 학생 4명이 1번부터 6번까지의 번호가 적힌 6개의 의자에 모두 앉을 때, 교사가 홀수 번호가 적힌 의자에 앉는 경우의 수는? [4.2점]

① 120      ② 240      ③ 360      ④ 720      ⑤ 1440

19. 5가지 종류의 도시락과 4가지 종류의 후식을 판매하는 편의점에서 도시락 1개와 후식 2개를 고르는 경우의 수는? (단, 동일한 종류의 후식을 중복하여 2개를 고르지 않는다.) [4.1점]

① 20      ② 30      ③ 36      ④ 40      ⑤ 60

20. 다음 조건을 만족시키도록 하는 자연수  $n, r$ 에 대하여  $n+r$ 의 값은? [4.5점]

(가)  $n$ 명의 학생 중  $r$ 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 210가지이다.  
(나) 서로 다른  $n$ 개의 사탕 중  $r$ 개를 선택하는 경우의 수는 35가지이다.

① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

**[논술형1]** 일차함수  $f$ 에 대하여  $f^{-1}(2)=1$ ,  $(f \circ f)(1)=6$ 일 때,  $f(5)$ 의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [4.0점]

**[논술형2]** 무리함수  $f(x)=-\sqrt{9-3x}+3$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 6.0점]

**[2-1]** 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 함수식과 그 정의역을 각각 구하시오. (정답만 쓰세요.) (2.0점)

**[2-2]** 함수  $y=f(x)$ 와 그 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 P와 Q라고 할 때,  $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하고 그 과정을 논술하시오. (4.0점)

**[논술형3]** 서로 다른 3개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 홀수인 경우의 수를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

---

1) ⑤

2) ⑤

3) ①

4) ①

5) ⑤

6) ③

7) ②

8) ②

9) ④

10) ②

11) ④

12) ④

13) ①

14) ⑤

15) ④

16) ③

17) ⑤

18) ③

19) ②

20) ③

21) [논술형1] 18

22) [논술형2]  $y = -\frac{(x-3)^2}{3} + 3 \ (x \leq 3)$  정의역 :  $\{x|x \leq 3\}$

23) [논술형3] 108