1. 집합 $X=\{-1, 0, 1\}$, $Y=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$에대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수가 아닌 것은?

① $y=2$　② $y=2x-1$
③ $y=x$　④ $y=|x|+1$
⑤ $y=-x^2+1$

2. x, y가 실수일 때, 다음 중 거짓인 명제는?

① $0 \le x \le 2$이면 $-2 \le x \le 2$이다.
② x, y가 모두 짝수이면 $x+y$도 짝수이다.
③ $x^2+y^2=0$이면 $xy=0$이다.
④ x가 8의 배수이면 x는 4의 배수이다.
⑤ 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+3<0$이다.

3. 두 집합 A, B가
$A=\{x\,|\,x$는 1보다 크고 20보다 작은 자연수$\}$,
$B=\{x\,|\,x$는 $(10-x)\in A$인 자연수$\}$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $0\in B$　② $n(B)=9$
③ $n(A)=n(B)$　④ $8\in B$
⑤ $a\in A$이면 $(a-10)\in B$이다.

4. 두 집합 A, B가 $A=\{5, a-2, a^2-7\}$, $B=\{2, 5, a+7\}$일 때, $(A-B)\cup(B-A)=\{-5, 4\}$이다. 집합 A의 모든 원소의 합을 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① -1　② 1
③ 3　④ 5
⑤ 7

5. 명제 '$a-1 \le x \le a+2$인 어떤 실수 x에 대하여 $-6<x\le 2$이다.'가 참이 되게 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 9　② 10
③ 11　④ 12
⑤ 13

6. 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. $\sim q\to p$일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P\subset Q$　② $P\cup Q^C=Q^C$
③ $Q^C\subset P^C$　④ $Q^C-P=Q$
⑤ $P^C\cap Q=P^C$

7. a, b가 실수일 때, 두 조건 p, q에 대하여 다음 중 p는 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것은?

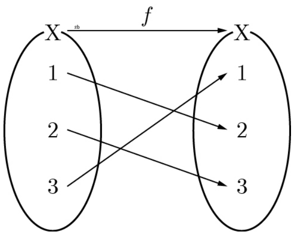
① $p: a^2+b^2=0$　$q: |a|+|b|=0$
② $p: a=b=0$　$q: a^2+b^2=ab$
③ $p: a=b=0$　$q: |a+b|=|a-b|$
④ $p: a^2+b^2>0$　$q: ab<0$
⑤ $p: a+b>0$, $ab>0$　$q: a>0$, $b>0$

8. 두 함수 $f(x)=x-3$, $g\left(\frac{x}{2}-1\right)=2x-4$에 대하여 $(f\circ g)(3)$의 값은?

① 9　② 10
③ 11　④ 12
⑤ 13

I410-ECN-0199-2022-001-000168432

9. 다음 그림과 같은 함수 $f: X \to X$에서 $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f \circ f^2$, $\cdots$, $f^{n+1} = f \circ f^n$(n은 자연수)으로 정의할 때, $f^{200}(3) - f^{100}(2)$의 값은?



① -2　② -1
③ 0　④ 1
⑤ 2

10. 다음은 실수 a, b에 대하여 부등식 $|a|+|b| \geq |a+b|$가 성립함을 증명하는 과정이다. 다음의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

<증명>
$|a|+|b| \geq 0$, $|a+b| \geq 0$이므로
$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \geq 0$임을 보이면 된다.
$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
$= (|a|^2 + 2|a||b| + |b|^2) - (\boxed{(가)})$
$= 2(\boxed{(나)}) \geq 0$
따라서 $(|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2$이므로
$|a|+|b| \geq |a+b|$가 성립한다.
(단, 등호는 $\boxed{(다)}$일 때 성립한다.)

	(가)	(나)	(다)
①	$a^2+2ab+b^2$	$\vert ab\vert - ab$	$ab > 0$
②	$a^2+2ab+b^2$	$\vert ab\vert - ab$	$ab \geq 0$
③	$a^2+2ab+b^2$	$ab - \vert ab\vert$	$ab \leq 0$
④	$a^2+2\vert ab\vert+b^2$	$ab - \vert ab\vert$	$ab < 0$
⑤	$a^2+2\vert ab\vert+b^2$	$\vert ab\vert - ab$	$ab \geq 0$

11. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$에서 $Y = \{4, 5, 6, 7\}$로의 함수 $f: X \to Y$중 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는?

(가) $f(2) = 5$
(나) x_1, $x_2 \in X$일 때, $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

① 6　② 9
③ 12　④ 24
⑤ 27

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, \cdots, 15, 16\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A - B = \{x \mid x$는 짝수$\}$, $(A \cup B) \cap A^C = \{x \mid x$는 홀수인 소수$\}$가 성립한다. 집합 A의 원소의 개수가 최대일 때, 집합 B의 모든 원소의 합은?

① 39　② 48
③ 54　④ 64
⑤ 72

13. 함수 f가 $f(x) = \begin{cases} 2 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$일 때, 함수 $y = (f \circ f)(x)$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x = 10$으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. 이때 $p+q$의 값은? (단, p, q는 서로소인 자연수)

① 29　② 31
③ 33　④ 35
⑤ 37

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$의 공집합이 아닌 부분집합 X에 대하여 집합 X의 모든 원소의 합을 $S(X)$라 하자. 집합 X가 다음 조건을 만족시킬 때, $S(X)$의 최솟값과 최댓값의 곱은?

(가) $X \cap \{1, 2, 3\} = \{3\}$
(나) $S(X)$의 값은 짝수이다.

① 208　② 224
③ 236　④ 242
⑤ 254

15. **전체집합** $U=\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$**의 두 부분집합** $A=\{1,2,3\}$, $B=\{5,6,7\}$**에 대하여 다음 조건을 만족시키는** U**의 부분집합** X**의 개수를 구하시오.**

(가) $A-X=\varnothing$
(나) $X\cap B^C=X$

16. **어느 안전 동아리 회원** 80**명 중에서 소방 안전 교육을 받은 회원은** 36**명, 심폐 소생 교육을 받은 회원은** 47**명, 두 교육 중 어느 하나도 받지 않은 회원은** 19**명이다. 이때 심폐 소생 교육만 받은 회원 수를 구하시오. (단, 안전 동아리 회원 전체의 집합을** U**, 소방 안전 교육을 받은 회원의 집합을** A**, 심폐 소생 교육을 받은 회원의 집합을** B**라고 하자.)**

17. **전체집합** $U=\{x\,|\,x$는 12 이하의 홀수$\}$**의 두 부분집합** A, B**가 다음 조건을 모두 만족시킬 때,** $n(A-B)$**를 구하시오.**

(가) $(A\cup B)^C=\{3,5,11\}$
(나) $A\subset\{x\,|\,x$는 9의 양의 약수$\}$
(다) 집합 B의 모든 원소의 합은 16이다.

18. **두 함수** $f(x)=2x+a$, $g(x)=-x+3$**가** $f\circ g=g\circ f$**를 만족시킬 때,** $f(-2)$**를 구하시오. (단,** a**는 상수)**

19. a, b**가 실수일 때, 명제**

'$a^2+b^2=0$**이면** $a=0$**이고** $b=0$**이다.**'

가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음의 (가), (나), (다), (라)를 증명 순서대로 나열하시오.

(2) 증명을 완성하기 위하여 빈칸 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 알맞은 내용을 쓰시오.

(가)	이때 세 가지 경우 모두 $\boxed{㉠}$이라는 가정에 모순이다.
(나)	따라서 a, b가 실수일 때, $a^2+b^2=0$이면 $a=0$이고 $b=0$이다.
(다)	결론을 부정하여 $\boxed{㉡}$이라고 하자.
(라)	(ⅰ) $a\neq0$, $b=0$이면 $a^2>0$, $b^2=0$이므로 $a^2+b^2>0$, 즉 $a^2+b^2\neq0$ (ⅱ) $a=0$, $b\neq0$이면 $a^2=0$, $b^2>0$이므로 $a^2+b^2>0$, 즉 $\boxed{㉢}$ (ⅲ) $\boxed{㉣}$

20. **양수** a, b**에 대하여** $a+2b-4=0$**일 때,** $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$**의 최솟값을 구하시오.**

I410-ECN-0199-2022-001-000168432

정답 및 난이도 | **2021년 2학기 중간**

문정고

1) [하] ②

2) [하] ⑤

3) [중] ④

4) [중] ①

5) [중] ③

6) [중] ⑤

7) [중] ③

8) [중] ①

9) [중] ②

10) [중] ②

11) [중] ①

12) [중상] ④

13) [상] ⑤

14) [중] ②

15) [중] 16

16) [중] 25

17) [중상] 1

18) [중] $-\frac{11}{2}$

19) [중상] (1) 다-라-가-나
(2) 위 순서대로 증명을 완성하자.
(다) 결론을 부정하여 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$이라고 하자.
(라) (i) $a \neq 0$, $b = 0$이면 $a^2 > 0$, $b^2 = 0$이므로
$a^2 + b^2 > 0$, 즉 $a^2 + b^2 \neq 0$
(ii) $a = 0$, $b \neq 0$이면 $a^2 = 0$, $b^2 > 0$이므로
$a^2 + b^2 > 0$, 즉 $a^2 + b^2 \neq 0$
(iii) $a \neq 0$, $b \neq 0$이면 $a^2 > 0$, $b^2 > 0$이므로
$a^2 + b^2 > 0$, 즉 $a^2 + b^2 \neq 0$
(가) 이때 세 가지 경우 모두 $a^2 + b^2 = 0$이라는 가정에 모순이다.
(나) 따라서 a, b가 실수일 때
$a^2 + b^2 = 0$이면 $a = 0$이고 $b = 0$이다.

20) [중상] $\frac{9}{4}$