



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2018-06-04
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

점에 대한 대칭이동

(1) 점 $P(x, y)$ 를 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 점을

$P'(x', y')$ 이라 하면 점 (a, b) 는 선분 PP' 의 중점

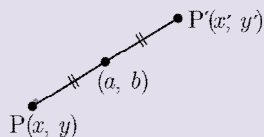
(2) 점 $P(x, y)$ 를 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 점을

$P'(x', y')$ 이라 하면

$$a = \frac{x+x'}{2}, b = \frac{y+y'}{2} \text{ 이므로}$$

$$x' = 2a - x, y' = 2b - y$$

$$\therefore P'(2a - x, 2b - y)$$



■ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표를 구하여라.

1. $A(2, -5), B(0, 1)$

2. $A(2, 2), B(0, -4)$

3. $A(-6, 0), B(2, 6)$

4. $A(-2, -4), B(6, 2)$

5. $A(-3, -5), B(7, 5)$

6. $A(8, -4), B(-4, 4)$

7. $A(4, 3), B(-6, 9)$

8. $A(-2, -5), B(4, 3)$

■ 다음 점 P 를 점 M 에 대하여 대칭이동한 점 Q 의 좌표를 구하여라.

9. $P(2, 5), M(1, -2)$

10. $P(-1, -2), M(-3, 4)$

11. $P(4, 1), M(1, 5)$

12. $P(-2, -3), M(1, 1)$

13. $P(-3, -5), M(2, -2)$

14. $P(0, -1), M(-1, 3)$

15. $P(2, -7), M(0, 1)$

16. $P(-4,0), M(1, -1)$

■ 직선 l 을 점 P 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

17. $l: x-y-5=0, P(1, -1)$

18. $l: x-y+10=0, P(2, -5)$

19. $l: x+2y-8=0, P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

20. $l: 2x+y-1=0, P(-1, 3)$

21. $l: 2x-y+1=0, P(-1, 2)$

22. $l: 3x+y+3=0, P(-3, 0)$

23. $l: 3x+4y+5=0, P(6, -4)$

24. $l: 4x-2y-5=0, P\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

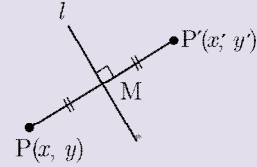
25. 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 를 점 $(2, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

02 직선 $y=mx+n$ 에 대한 대칭이동

점 $P(x, y)$ 를 직선 $l: y=mx+n$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $P'(x', y')$ 이라 하면

(1) 중점 조건: $\overline{PP'}$ 의 중점 M 이 직선 l 위의 점이다.

(2) 수직 조건: $\overline{PP'} \perp l \rightarrow (\text{기울기의 곱}) = -1$



■ 다음 점 P 를 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점 Q 의 좌표를 구하여라.

26. $P(3,0), l: y=2x-1$

27. $P(2,1), l: y=-x+1$

28. $P(1,2), l: y=3x+2$

29. $P(3,2), l: y=2x+1$

30. $P(-1,-2), l: -x+2y+1=0$

31. $P(-1,4), l: x-3y-2=0$

■ 다음 원 O 를 직선 l 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

32. $O: x^2+y^2-4x+6y+9=0, l: y=x-2$

33. $O: x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0, l: 2x - y + 1 = 0$

34. $O: x^2 + y^2 + 2x - 10y + 20 = 0, l: 3x - 4y - 2 = 0$

■ 다음을 만족시키는 상수 a, b 의 값을 구하여라.

35. 직선 $y = 2x + 1$ 에 대하여 점 $P(3, a)$ 와 점 $Q(b, 4)$ 가 서로 대칭이다.

36. 직선 $2x + y = 5$ 에 대하여 점 $P(4, a)$ 와 점 $Q(b, 0)$ 이 서로 대칭이다.

37. 직선 $3x + y + 4 = 0$ 에 대하여 점 $P(a, 3)$ 와 점 $Q(-1, b)$ 이 서로 대칭이다.

38. 원 $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 25$ 를 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 = 25$ 가 된다.

39. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ 을 직선 $4x - 2y = 5$ 에 대하여 대칭이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다.

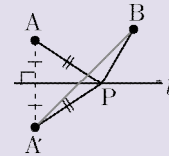
03 대칭이동을 이용한 거리의 최솟값

직선 l 을 기준으로 같은 쪽에 두 점 A, B 가 있고, 점 P 가 직선 l 위를 움직일 때,

점 A 를 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$\rightarrow \overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$$

즉 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이다.



■ 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 다음을 구하여라.

40. $A(1, 2), B(8, 3)$

(1) 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 A' 의 좌표

(2) x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값

41. $A(0, 3), B(-4, 5)$

(1) 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 A' 의 좌표

(2) x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값

42. $A(-1, 1), B(2, 3)$

(1) 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 A' 의 좌표

(2) x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값

43. $A(2, 1), B(4, 4)$

(1) 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 A' 의 좌표

(2) x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값

■ 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 다음을 구하여라.

44. $A(-1, 1), B(3, 2)$

- (1) 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점 A' 의 좌표
(2) y 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값

45. $A(-3, 2), B(-4, 5)$

- (1) 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점
(2) y 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값

46. $A(2, 0), B(-3, 3)$

- (1) 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점
(2) y 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값

47. $A(1, 2), B(4, 3)$

- (1) 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점
(2) y 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값

■ 좌표평면 위의 두 점 A, B 와 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

48. $A(2, 3), B(5, 9)$

49. $A(1, 2), B(6, 7)$

50. $A(-4, 3), B(-2, 1)$

51. $A(-2, 4), B(-1, 0)$

52. $A(0, 2), B(-4, 1)$

53. $A(-3, 3), B(2, 4)$

■ 두 점 $A(1, 2), B(3, 4)$ 와 다음과 같은 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

54. 점 P 가 x 축 위를 움직일 때

55. 점 P 가 y 축 위를 움직일 때

56. 점 P 가 직선 $y = x$ 위를 움직일 때

■ 두 점 $A(-1, 3), B(-5, 1)$ 과 다음과 같은 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

57. 점 P 가 x 축 위를 움직일 때

58. 점 P 가 y 축 위를 움직일 때

59. 점 P 가 직선 $y = x$ 위를 움직일 때

■ 다음 두 점 A, B 와 x 축 위의 한 점 P , y 축 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 구하여라.

60. $A(1, 1), B(2, 4)$

61. $A(2, 1), B(5, 3)$

62. $A(3, 1), B(4, 2)$

63. $A(3, 5), B(2, 7)$

64. $A(4, 2), B(2, 6)$

65. $A(4, 3), B(2, 5)$

▣ 다음 두 점 A, B 와 y 축 위의 한 점 P , x 축 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 구하여라.

66. $A(3, 3), B(2, 1)$

67. $A(-4, 7), B(-2, 3)$

68. $A(-3, -1), B(-2, 3)$

69. $A(4, 1), B(1, 3)$

70. $A(1, -1), B(-2, 5)$

71. $A(-3, 0), B(4, 1)$



정답 및 해설

1) $P(1, -2)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2+0}{2} = 1, \quad y = \frac{-5+1}{2} = -2$$

∴ $P(1, -2)$ 2) $P(1, -1)$

두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2+0}{2} = 1, \quad y = \frac{2-4}{2} = -1 \quad \therefore P(1, -1)$$

3) $P(-2, 3)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-6+2}{2} = -2, \quad y = \frac{0+6}{2} = 3 \quad \therefore P(-2, 3)$$

4) $P(2, -1)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-2+6}{2} = 2, \quad y = \frac{-4+2}{2} = -1 \quad \therefore P(2, -1)$$

5) $P(2, 0)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-3+7}{2} = 2, \quad y = \frac{-5+5}{2} = 0$$

∴ $P(2, 0)$ 6) $P(2, 0)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{8-4}{2} = 2, \quad y = \frac{-4+4}{2} = 0$$

∴ $P(2, 0)$ 7) $P(-1, 6)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{4-6}{2} = -1, \quad y = \frac{3+9}{2} = 6 \quad \therefore P(-1, 6)$$

8) $P(1, -1)$

⇒ 두 점 A, B 가 점 P 에 대하여 대칭이면
 점 P 는 두 점 A, B 를 이은 선분의 중점이다.
 점 P 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1, \quad y = \frac{-5+3}{2} = -1$$

∴ $P(1, -1)$ 9) $(0, -9)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(1, -2)$ 는 두 점
 $P(2, 5), Q(x, y)$ 의

$$\text{중점이므로 } \frac{2+x}{2} = 1, \quad \frac{5+y}{2} = -2$$

따라서 $x = 0, y = -9$ 이므로점 Q 의 좌표는 $(0, -9)$ 이다.10) $(-5, 10)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(-3, 4)$ 은 두 점
 $P(-1, -2), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{-1+x}{2} = -3, \quad \frac{-2+y}{2} = 4$$

따라서 $x = -5, y = 10$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(-5, 10)$
 이다.

11) $(-2, 9)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(1, 5)$ 는 두 점
 $P(4, 1), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{4+x}{2} = 1, \quad \frac{1+y}{2} = 5$$

따라서 $x = -2, y = 9$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(-2, 9)$
 이다.

12) $(4, 5)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(1, 1)$ 는 두 점
 $P(-2, -3), Q(x, y)$ 의

$$\text{중점이므로 } \frac{-2+x}{2} = 1, \quad \frac{-3+y}{2} = 1$$

따라서 $x = 4, y = 5$ 이므로점 Q 의 좌표는 $(4, 5)$ 이다.13) $(7, 1)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(2, -2)$ 은 두 점
 $P(-3, -5), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{-3+x}{2} = 2, \quad \frac{-5+y}{2} = -2$$

따라서 $x = 7, y = 1$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(7, 1)$ 이다.14) $(-2, 7)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(-1, 3)$ 는 두 점
 $P(0, -1), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{0+x}{2} = -1, \quad \frac{-1+y}{2} = 3$$

따라서 $x = -2, y = 7$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(-2, 7)$
 이다.

15) $(-2, 9)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(0, 1)$ 은 두 점 $P(2, -7), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{2+x}{2}=0, \frac{-7+y}{2}=1$$

따라서 $x=-2, y=9$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(-2, 9)$ 이다.

16) $(6, -2)$

⇒ 점 $Q(x, y)$ 라 하면 점 $M(1, -1)$ 은 두 점 $P(-4, 0), Q(x, y)$ 의 중점이므로

$$\frac{-4+x}{2}=1, \frac{0+y}{2}=-1$$

따라서 $x=6, y=-2$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(6, -2)$ 이다.

17) $x-y+1=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot 1 - x = 2 - x$, y 대신 $2 \cdot (-1) - y = -2 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$(2-x) - (-2-y) - 5 = 0$$

$$2-x+2+y-5=0$$

$$\therefore x-y+1=0$$

18) $x-y-24=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot 2 - x = 4 - x$, y 대신 $2 \cdot (-5) - y = -10 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$(4-x) - (-10-y) + 10 = 0$$

$$4-x+10+y+10=0$$

$$\therefore x-y-24=0$$

19) $x+2y-1=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot \frac{1}{2} - x = 1 - x$, y 대신 $2 \cdot 2 - y = 4 - y$ 를

직선 l 에 대입하면

$$(1-x) + 2(4-y) - 8 = 0$$

$$1-x+8-2y-8=0$$

$$\therefore x+2y-1=0$$

20) $2x+y-1=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot (-1) - x = -2 - x$, y 대신 $2 \cdot 3 - y = 6 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$2(-2-x) + (6-y) - 1 = 0$$

$$-4-2x+6-y-1=0$$

$$\therefore 2x+y-1=0$$

21) $2x-y+7=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot (-1) - x = -2 - x$, y 대신 $2 \cdot 2 - y = 4 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$2(-2-x) - (4-y) + 7 = 0$$

$$-4-2x-4+y+7=0$$

$$\therefore 2x-y+7=0$$

22) $3x+y+15=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot (-3) - x = -6 - x$, y 대신 $2 \cdot 0 - y = -y$

를 직선 l 에 대입하면

$$3(-6-x) + (-y) + 15 = 0$$

$$-18-3x-y+15=0$$

$$\therefore 3x+y+15=0$$

23) $3x+4y-9=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot 6 - x = 12 - x$, y 대신

$2 \cdot (-4) - y = -8 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$3(12-x) + 4(-8-y) + 5 = 0$$

$$36-3x-32-4y+5=0$$

$$\therefore 3x+4y-9=0$$

24) $4x-2y+11=0$

⇒ x 대신 $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - x = -1 - x$, y 대신

$2 \cdot \frac{1}{2} - y = 1 - y$ 를 직선 l 에 대입하면

$$4(-1-x) - 2(1-y) - 5 = 0$$

$$-4-4x-2+2y-5=0$$

$$\therefore 4x-2y+11=0$$

25) $(x-3)^2 + (y+8)^2 = 4$

⇒ 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 의 중심 $(1, 2)$ 를 점 $(2, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 (x, y) 라 하면 점 $(2, -3)$ 은 두 점 $(1, 2)$ 와 (x, y) 의 중점이므로

$$\frac{1+x}{2}=2, \frac{2+y}{2}=-3 \therefore x=3, y=-8$$

따라서 중심이 $(3, -8)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y+8)^2 = 4$

26) $Q(-1, 2)$

⇒ 점 Q 의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $P(3, 0), Q(a, b)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점

$$\left(\frac{3+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$$
가

직선 $y=2x-1$ 위의 점이므로

$$\frac{b}{2}=2 \cdot \frac{3+a}{2} - 1 \therefore 2a-b=-4 \cdots \textcircled{A}$$

직선 PQ 와 직선 $y=2x-1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-0}{a-3} \cdot 2 = -1 \therefore a+2b=3 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$

따라서 점 Q 의 좌표는 $(-1, 2)$ 이다.

27) $Q(0, -1)$

⇒ 점 Q 의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $P(2, 1), Q(a, b)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점

$$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$$
가

직선 $y=-x+1$ 위의 점이므로

$$\frac{1+b}{2} = -\frac{2+a}{2} + 1 \therefore a+b=-1 \cdots \textcircled{A}$$

또, 직선 PQ 와 직선 $y=-x+1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-1}{a-2} \cdot (-1) = -1 \therefore a-b=1 \quad \cdots \textcircled{C}$$

⑦, ⑨을 연립하여 풀면 $a=0, b=-1$
따라서 점 Q 의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

$$28) Q\left(-\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

$\Rightarrow Q(a, b)$ 라고 하면 두 점 P, Q 의 중점
 $\left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가 직선 $y=3x+2$ 을 지나므로

$$\frac{b+2}{2} = 3 \cdot \frac{a+1}{2} + 2$$

$$\therefore 3a-b+5=0 \quad \cdots \textcircled{D}$$

두 점 P, Q 를 지나는 직선이 직선 $y=3x+2$ 에 수직
이므로

$$\frac{b-2}{a-1} = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a+3b-7=0 \quad \cdots \textcircled{E}$$

⑦, ⑨을 연립하면 $a=-\frac{4}{5}, b=\frac{13}{5}$

$$\therefore Q\left(-\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

$$29) Q(-1, 4)$$

$\Rightarrow Q(a, b)$ 라고 하면 두 점 P, Q 의 중점
 $\left(\frac{3+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가 직선 $y=2x+1$ 을 지나므로

$$\frac{2+b}{2} = 2 \cdot \frac{3+a}{2} + 1$$

$$\therefore 2a-b+6=0 \quad \cdots \textcircled{F}$$

두 점 P, Q 를 지나는 직선이 직선 $y=2x+1$ 에 수직
이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a+2b-7=0 \quad \cdots \textcircled{G}$$

⑦, ⑨을 연립하면 $a=-1, b=4$

$$\therefore Q(-1, 4)$$

$$30) Q\left(-\frac{9}{5}, -\frac{2}{5}\right)$$

$\Rightarrow Q(a, b)$ 라고 하면 \overline{PQ} 의 중점 $\left(\frac{a-1}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$ 가 직
선 l 위의 점이므로

$$-1 \cdot \frac{a-1}{2} + 2 \cdot \frac{b-2}{2} + 1 = 0$$

$$\therefore a-2b+1=0 \quad \cdots \textcircled{H}$$

두 점 P, Q 를 지나는 직선이 직선 l 에 수직이므로

$$\frac{b-(-2)}{a-(-1)} = -2$$

$$\therefore 2a+b+4=0 \quad \cdots \textcircled{I}$$

⑦, ⑨을 연립하면 $a=-\frac{9}{5}, b=-\frac{2}{5}$

$$\therefore Q\left(-\frac{9}{5}, -\frac{2}{5}\right)$$

$$31) Q(2, -5)$$

\Rightarrow 점 Q 의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점
 $P(-1, 4), Q(a, b)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점
 $\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$ 가 직선 $x-3y-2=0$ 위의 점이
므로

$$\frac{-1+a}{2} - 3 \cdot \frac{4+b}{2} - 2 = 0 \therefore a-3b=17 \quad \cdots \textcircled{J}$$

또, 직선 PQ 와 직선 $x-3y-2=0$, 즉 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 는
서로 수직이므로

$$\frac{b-4}{a+1} \cdot \frac{1}{3} = -1 \therefore 3a+b=1 \quad \cdots \textcircled{K}$$

⑦, ⑨을 연립하여 풀면 $a=2, b=-5$

따라서 점 Q 의 좌표는 $(2, -5)$ 이다.

$$32) (x+1)^2 + y^2 = 4$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$$

따라서 원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$, 반지름의 길이
는 2이다.

원의 중심을 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표
를 (a, b) 라 하면 두 점 $(2, -3), (a, b)$ 의 중점

$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$ 가 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로

$$\frac{-3+b}{2} = \frac{2+a}{2} - 2 \therefore a-b=-1 \quad \cdots \textcircled{L}$$

또, 두 점을 지나는 직선이 직선 $y=x-2$ 와 수직이
므로

$$\frac{b-(-3)}{a-2} \cdot 1 = -1 \therefore a+b=-1 \quad \cdots \textcircled{M}$$

⑦, ⑨을 연립하여 풀면 $a=-1, b=0$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.

중심이 $(-1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정
식은 $(x+1)^2 + y^2 = 4$

$$33) \left(x + \frac{1}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{5}\right)^2 = 5$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ 에서

$$(x+1)^2 + y^2 = 5$$

원의 중심 $(-1, 0)$ 을 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점
의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $(-1, 0), (a, b)$ 의
중점

$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$ 가 직선 $2x-y+1=0$ 위의 점이므로

$$2 \cdot \frac{-1+a}{2} - \frac{b}{2} + 1 = 0 \therefore 2a-b=0 \quad \cdots \textcircled{N}$$

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $2x-y+1=0$, 즉
 $y=2x+1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-0}{a-(-1)} \cdot 2 = -1 \therefore a+2b=-1 \quad \cdots \textcircled{O}$$

⑦, ⑨을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{5}, b=-\frac{2}{5}$

따라서 중심이 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ 이고 반지름의 길이가

$$\sqrt{5} \text{인 원의 방정식은 } \left(x + \frac{1}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{5}\right)^2 = 5$$

$$34) (x-5)^2 + (y+3)^2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 10y + 20 = 0 \text{에서}$$

$$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 6$$

원의 중심 $(-1, 5)$ 를 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $(-1, 5)$, (a, b) 의 중점

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{5+b}{2}\right) \text{가 직선 } 3x-4y-2=0 \text{ 위의 점이므로}$$

$$3 \cdot \frac{-1+a}{2} - 4 \cdot \frac{5+b}{2} - 2 = 0 \therefore 3a - 4b = 27 \cdots \textcircled{7}$$

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $3x-4y-2=0$

$$\text{즉, } y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \text{은 서로 수직이므로}$$

$$\frac{b-5}{a-(-1)} \cdot \frac{3}{4} = -1 \therefore 4a + 3b = 11 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=5, b=-3$

따라서 중심이 $(5, -3)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 원의 방정식은 $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 6$

$$35) a=2, b=-1$$

\Rightarrow 두 점 $P(3, a), Q(b, 4)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점 $\left(\frac{3+b}{2}, \frac{a+4}{2}\right)$ 가 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$$\frac{a+4}{2} = 2 \cdot \frac{3+b}{2} + 1 \therefore a - 2b = 4 \cdots \textcircled{7}$$

또, 직선 PQ 와 직선 $y=2x+1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{4-a}{b-3} \cdot 2 = -1 \therefore 2a - b = 5 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$36) a=2, b=0$$

\Rightarrow 두 점 $P(4, a), Q(b, 0)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점 $\left(\frac{4+b}{2}, \frac{a+0}{2}\right)$ 이 직선 $2x+y=5$ 위의 점이므로

$$2 \cdot \frac{4+b}{2} + \frac{a}{2} = 5 \therefore a + 2b = 2 \cdots \textcircled{7}$$

또, 직선 PQ 와 직선 $2x+y=5$, 즉 $y=-2x+5$ 는 서로 수직이므로

$$\frac{0-a}{b-4} \cdot (-2) = -1 \therefore 2a + b = 4 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=0$

$$37) a=-4, b=4$$

\Rightarrow 두 점 $P(a, 3), Q(-1, b)$ 에 대하여 \overline{PQ} 의 중점 $\left(\frac{a+(-1)}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$ 이 직선 $3x+y+4=0$ 위의 점이므로

$$3 \cdot \frac{a-1}{2} + \frac{3+b}{2} + 4 = 0 \therefore 3a + b + 8 = 0 \cdots \textcircled{7}$$

또 직선 PQ 와 직선 $3x+y+4=0$, 즉 $y=-3x-4$ 는

서로 수직이므로

$$\frac{b-3}{-1-a} \cdot (-3) = -1 \therefore a + 3b = 8 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=-4, b=4$

$$38) a=2, b=5$$

\Rightarrow 두 원의 중심 $(-4, 2), (0, 0)$ 을 이은 선분의 중점

$$\left(\frac{-4+0}{2}, \frac{2+0}{2}\right), \text{ 즉 } (-2, 1) \text{이 직선 } y=ax+b \text{ 위의}$$

점이므로

$$1 = -2a + b \therefore 2a - b = -1 \cdots \textcircled{7}$$

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $y=ax+b$ 는 서로 수직이므로

$$\frac{0-2}{0-(-4)} \cdot a = -1 \therefore a = 2 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=5$

$$39) a=2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \text{에서 } (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$$

원의 중심 $(3, 1)$ 을 직선 $4x-2y=5$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (m, n) 라 하면 두 점 $(3, 1), (m, n)$ 의 중점

$$\left(\frac{3+m}{2}, \frac{1+n}{2}\right) \text{가 직선 } 4x-2y=5 \text{ 위의 점이므로}$$

$$4 \cdot \frac{3+m}{2} - 2 \cdot \frac{1+n}{2} = 5 \therefore 2m - n = 0 \cdots \textcircled{7}$$

또, 두 점을 지나는 직선이 직선 $4x-2y=5$

$$\text{즉, } y=2x-\frac{5}{2} \text{와 수직이므로}$$

$$\frac{n-1}{m-3} \cdot 2 = -1 \therefore m + 2n = 5 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $m=1, n=2$

따라서 중심이 $(1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원의

$$\text{방정식은 } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$$

이 원이 점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$(2-1)^2 + (a-2)^2 = 1 \therefore a=2$$

$$40) (1) A'(1, -2) (2) \sqrt{74}$$

\Rightarrow (1) 점 $A(1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(1, -2)$ 이다.

$$(2) \triangle AOP \equiv \triangle A'OP$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(8-1)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{74}$$

$$41) (1) A'(0, -3) (2) 4\sqrt{5}$$

\Rightarrow (1) 점 $A(0, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(0, -3)$ 이다.

$$(2) \triangle AOP \equiv \triangle A'OP$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(-4-0)^2 + (5+3)^2} = 4\sqrt{5}$$

42) (1) $A'(-1, -1)$ (2) 5

⇒ (1) 점 $A(-1, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은

$A'(-1, -1)$ 이다.

(2) $\triangle AOP \equiv \triangle A'OP$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(2+1)^2 + (3+1)^2} = 5$$

43) (1) $A'(2, -1)$ (2) $\sqrt{29}$

⇒ (1) 점 $A(2, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(2, -1)$ 이다.

(2) $\triangle AOP \equiv \triangle A'OP$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{A'P}$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 x 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-2)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{29}$$

44) (1) $A'(1, 1)$ (2) $\sqrt{5}$

⇒ (1) 점 $A(-1, 1)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(1, 1)$ 이다.

(2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(3-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

45) (1) $A'(3, 2)$ (2) $\sqrt{58}$

⇒ (1) 점 $A(-3, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(3, 2)$ 이다.

(2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(-4-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{58}$$

46) (1) $A'(-2, 0)$ (2) $\sqrt{10}$

⇒ (1) 점 $A(2, 0)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(-2, 0)$ 이다.

(2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(-3+2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

47) (1) $A'(-1, 2)$ (2) $\sqrt{26}$

⇒ (1) 점 $A(1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(-1, 2)$ 이다.

(2) $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉, 점 P 가 선분 $A'B$ 와 y 축의 교점일 때, $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 값은 최소이고, 그때의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{26}$$

48) $\sqrt{53}$

⇒ 점 $(5, 9)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(9, 5)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(9-2)^2 + (5-3)^2} \\ &= \sqrt{53} \end{aligned}$$

49) $2\sqrt{13}$

⇒ 점 $B(6, 7)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(7, 6)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(7-1)^2 + (6-2)^2} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

50) $5\sqrt{2}$

⇒ 점 $B(-2, 1)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(1, -2)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(1+4)^2 + (-2-3)^2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

51) $\sqrt{29}$

⇒ 점 $B(-1, 0)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(0, -1)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(0+2)^2 + (-1-4)^2} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

52) $\sqrt{37}$

⇒ 점 $B(-4, 1)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(1, -4)$

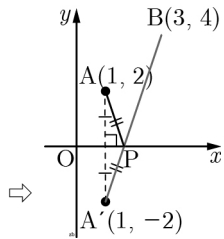
$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(1-0)^2 + (-4-2)^2} \\ &= \sqrt{37} \end{aligned}$$

53) $5\sqrt{2}$

⇒ 점 $B(2, 4)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $B'(4, 2)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} + \overline{BP} &= \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'} \\ &= \sqrt{(4+3)^2 + (2-3)^2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

54) $2\sqrt{10}$



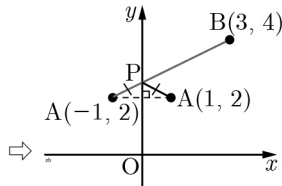
점 $A(1, 2)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(1, -2)$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\begin{aligned} &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(3-1)^2 + (4+2)^2} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

55) $2\sqrt{5}$

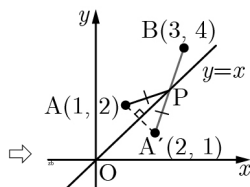


점 $A(1, 2)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(-1, 2)$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(3+1)^2 + (4-2)^2} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

56) $\sqrt{10}$

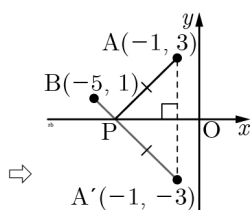


점 $A(1, 2)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(2, 1)$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

57) $4\sqrt{2}$



점 $A(-1, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이

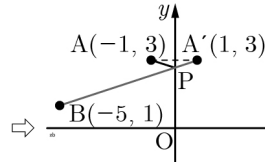
라 하면

$$A'(-1, -3)$$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(-5+1)^2 + (1+3)^2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

58) $2\sqrt{10}$



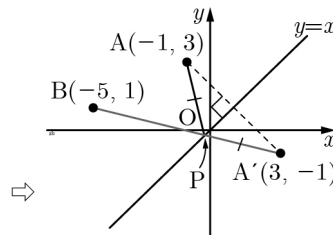
점 $A(-1, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(1, 3)$$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(-5-1)^2 + (1-3)^2} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

59) $2\sqrt{17}$



점 $A(-1, 3)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(3, -1)$

$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(-5-3)^2 + (1+1)^2} \\ &= 2\sqrt{17} \end{aligned}$$

60) $\sqrt{34}$

⇒ 점 $A(1, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 $B(2, 4)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$A'(1, -1), B'(-2, 4)$$

$$\overline{AP} = \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(-2-1)^2 + (4+1)^2} \\ &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

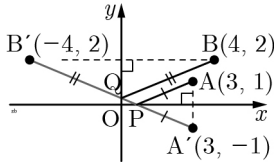
61) $\sqrt{65}$

⇒ 점 $A(2, 1)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(2, -1)$, 점 $B(5, 3)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $B'(-5, 3)$

$$\begin{aligned}
 \overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로} \\
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\
 &\geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-5-2)^2 + (3+1)^2} \\
 &= \sqrt{65}
 \end{aligned}$$

62) $\sqrt{58}$

⇒ 점 $A(3,1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
점 $B(4,2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'
이라 하면



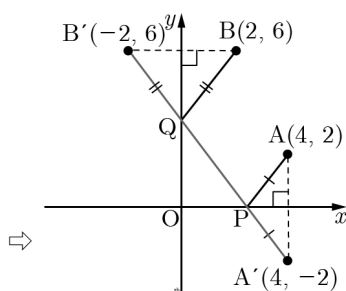
$$\begin{aligned}
 A'(3, -1), B'(-4, 2) \\
 \overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로} \\
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\
 &\geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-4-3)^2 + (2+1)^2} \\
 &= \sqrt{58}
 \end{aligned}$$

63) 13

⇒ 점 $A(3,5)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 A' ,
점 $B(2,7)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'
이라 하면

$$\begin{aligned}
 A'(3, -5), B'(-2, 7) \\
 \overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로} \\
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\
 &\geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2-3)^2 + (7+5)^2} \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

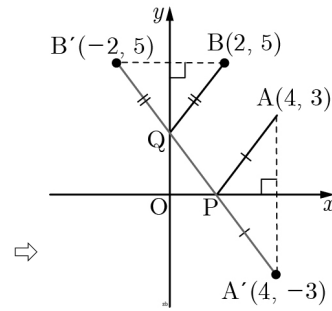
64) 10



점 $A(4,2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 A' , 점
 $B(2,6)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라
하면

$$\begin{aligned}
 A'(4, -2), B'(-2, 6) \\
 \overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로} \\
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\
 &\geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2-4)^2 + (6+2)^2} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

65) 10



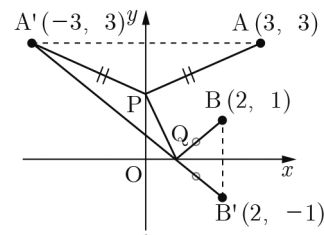
점 $A(4,3)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점
 $B(2,5)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라
하면

$$\begin{aligned}
 A'(4, -3), B'(-2, 5) \\
 \overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{BQ} = \overline{B'Q} \text{이므로} \\
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\
 &\geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2-4)^2 + (5+3)^2} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

66) $\sqrt{41}$

⇒ A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(-3,3), B'(2,-1)$

다음 그림에서

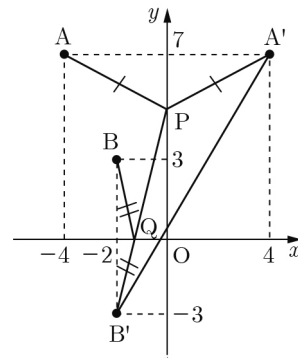


$$\begin{aligned}
 \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (-1 - 3)^2} \\
 &= \sqrt{41}
 \end{aligned}$$

67) $2\sqrt{34}$

⇒ A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(4,7), B'(-2,-3)$

다음 그림에서



$$\begin{aligned}
 & \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} \\
 &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2-4)^2 + (-3-7)^2} \\
 &= 2\sqrt{34}
 \end{aligned}$$

$$68) \sqrt{29}$$

\Rightarrow A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(3, -1), B'(-2, -3)$

$$\begin{aligned}
 & \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} \\
 &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2-3)^2 + (-3+1)^2} \\
 &= \sqrt{29}
 \end{aligned}$$

$$69) \sqrt{41}$$

\Rightarrow A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(-4, 1), B'(1, -3)$

$$\begin{aligned}
 & \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} \\
 &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(1+4)^2 + (-3-1)^2} \\
 &= \sqrt{41}
 \end{aligned}$$

$$70) \sqrt{17}$$

\Rightarrow A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A' ,
 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(-1, -1), B'(-2, -5)$

$$\begin{aligned}
 & \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} \\
 &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(-2+1)^2 + (-5+1)^2} \\
 &= \sqrt{17}
 \end{aligned}$$

$$71) \sqrt{2}$$

\Rightarrow B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면,
 $A'(3, 0), B'(4, -1)$

$$\begin{aligned}
 & \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} \\
 &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'} \\
 &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-0)^2} \\
 &= \sqrt{2}
 \end{aligned}$$