



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◆「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## [함수의 연속]

(1) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 정의되어 있다.  
즉 함수값  $f(a)$ 가 존재한다.

(2) 극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이 아닐 때,  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 불연속이라 한다.

[예제]

1. 함수  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 0) \\ x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$  가  $x=k$ 에서 불연속일 때, 가능한 상수  $k$ 의 개수는?

- ① 0                                  ② 1  
③ 2                                  ④ 3  
⑤ 4

2. 다음 함수 중  $x=2$ 에서 불연속인 함수는?

$$\textcircled{1} f(x) = x^2 - 4x \qquad \textcircled{2} f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

③  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$       ④  $f(x) = \sqrt{x + 2}$

$$\textcircled{5} \quad f(x) = \begin{cases} x-2 & (x < 2) \\ \sqrt{x-2} & (x \geq 2) \end{cases}$$

[문제]

[문제]

3. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 4 & (x < 2) \\ \sqrt{x-1} + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$  가  $x=2$ 에서 연속이기 위한 상수  $a$ 의 값은?

- [illegible]

[문제]

4. 다음 집합을 구간의 기호로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

- ①  $\{x|1 \leq x \leq 2\} \rightarrow [1, 2]$
- ②  $\{x|3 < x < 4\} \rightarrow (3, 4)$
- ③  $\{x|-1 \leq x < 3\} \rightarrow [-1, 3)$
- ④  $\{x|x > 2\} \rightarrow (2, \infty)$
- ⑤  $\{x|x < 4\} \rightarrow (-\infty, 4]$

[문제]

5. 다음  $x$  값 중 함수  $f(x)=\sqrt{-x+3}$ 가 불연속이 되게 하는 값은?

- ① 0                  ② 1  
③ 2                  ④ 3  
⑤ 4

[문제]

6. 다음 구간 중 함수  $f(x) = \frac{x-4}{x-2}$ 가 연속인 구간은?

- ①  $[-3, 1]$                       ②  $[-2, 2]$   
 ③  $[-1, 3]$                       ④  $[0, 4]$   
 ⑤  $[1, 5]$

[문제]

7. 어느 주차장의 주차 요금은 시간제로 책정된다. 하루 이용을 기준으로 자동차의 주차 요금은 아래 표와 같다.

기본 요금	2시간 이내	5,000원
추가 요금	2시간 초과	10분당 1,000원
	3시간 이내	
	3시간 초과	10분당 500원

이 주차장에서  $x$ 시간을 주차하였을 때의 주차 요금을  $f(x)$ 원이라고 하자.  $0 < x < 3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 가 불연속이 되는  $x$  값의 개수는?

- ① 3                      ② 4  
③ 5                      ④ 6  
⑤ 7

평가문제

[중단원 학습 점검]

8. 함수  $f(x) = \begin{cases} 2x+k & (x < -1) \\ x^2 & (x \geq -1) \end{cases}$ 가  $x = -1$ 에서 연속이기 위한 상수  $k$ 의 값은?

- ① 3                      ② 5  
③ 7                      ④ 9  
⑤ 11

[중단원 학습 점검]

9. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-3x+2} & (x \neq 2) \\ k & (x = 2) \end{cases}$ 가 모든 실수에서 연속일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 0                      ② 1  
③ 2                      ④ 3  
⑤ 4

[중단원 학습 점검]

10. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+a}{x-1} & (x \neq 1) \\ b & (x = 1) \end{cases}$ 가  $x = 1$ 에서 연속이 되도록 하는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                      ④ 1  
⑤ 2

[중단원 학습 점검]

11. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & (|x| < 1) \\ -x(x-1) & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수  $x$ 에서 연속이 되도록 하는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                      ④ 1  
⑤ 2

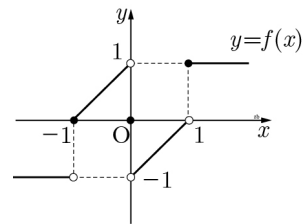
[대단원 학습 점검]

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가  $(x-2)f(x) = x^2+2x+k$ 를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

- ① 2                      ② 3  
③ 4                      ④ 5  
⑤ 6

[대단원 학습 점검]

13. 함수  $f(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보기>

- ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x) + f(-x)\} = 0$   
ㄴ. 함수  $f(x) + f(-x)$ 는  $x = 1$ 에서 연속이다.  
ㄷ. 함수  $f(x) + f(-x)$ 는  $x = 0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ  
③ ㄱ, ㄴ                      ④ ㄱ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 학습 점검]

## 14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}+a}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 모든 실수  $x$ 에서 연속일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ①  $-1$                       ②  $-\frac{1}{2}$   
 ③  $0$                         ④  $\frac{1}{2}$   
 ⑤  $1$

유사문제

15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가

$$(x^2 - 1)f(x) = x^3 + ax + b$$

를 만족시킬 때,  $f(1) + f(2)$ 의 값은?

- ①  $3$                         ②  $4$   
 ③  $5$                         ④  $6$   
 ⑤  $7$

16. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & (x \geq 1) \\ 2x + 1 & (-1 \leq x < 1) \\ x + b & (x < -1) \end{cases}$ 가 모든 실

수  $x$ 에서 연속일 때,  $f(2) + f(-2)$ 의 값은?

- ①  $0$                         ②  $1$   
 ③  $2$                         ④  $3$   
 ⑤  $4$

## 17. 다음 중 모든 실수에서 연속인 함수가 아닌 것은?

- ①  $y = 3x^2 + 2x + 6$   
 ②  $y = \frac{x}{x^2 - 2x + 3}$   
 ③  $y = \begin{cases} x + 2 & (x < -1) \\ x^2 & (x \geq -1) \end{cases}$   
 ④  $y = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} & (x \neq -1) \\ 3 & (x = -1) \end{cases}$   
 ⑤  $y = |x^2 - 2x - 2|$

18. 열린구간  $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$  중에서  $x=0$ 에서 연속이 아닌 함수는?

- ①  $f(x) = x^2 + x$   
 ②  $f(x) = |x|$   
 ③  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$   
 ④  $f(x) = \begin{cases} -3x & (-2 < x < 0) \\ x^2 + 1 & (0 \leq x < 2) \end{cases}$   
 ⑤  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x}{x} & (0 < |x| < 2) \\ 3 & (x = 0) \end{cases}$

19. 함수  $f(x) = x^2 - 8x + a$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \geq 1) \\ 4x - 3a & (x < 1) \end{cases}$$

라 할 때, 합성함수  $(f \circ g)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수  $a$ 의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-1$   
 ③  $1$                         ④  $2$   
 ⑤  $3$

20. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 1 & (x \geq 1) \\ -x + k & (x < 1) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $1$                         ②  $2$   
 ③  $3$                         ④  $4$   
 ⑤  $5$



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ②

[해설] 함수  $f(x)$ 에 대하여

(i)  $f(0)=2$ 이므로  $x=0$ 에서 정의되어 있다.

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} (-x+1) = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} (x+2) = 2$$

이므로 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 불연속이다.

그 이외의 값에서는 다항함수이므로 연속이다.

즉, 가능한 상수  $k$ 는 1개다.

## 2) [정답] ③

[해설] ① 함수  $f(x)$ 는 다항함수이므로 모든 실수  $x$ 에서 연속이다.

$$② \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2 \times 2 + 1}{2 - 1} = 5 \text{이고 } f(2) = 5 \text{이므로}$$

함수  $f(x)$ 는  $x=2$ 에서 연속이다.

$$③ f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \text{는}$$

$x=2$ 에서 정의되지 않으므로

$x=2$ 에서 불연속이다.

$$④ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \sqrt{4} = 2 \text{이고 } f(2) = 2 \text{이므로}$$

함수  $f(x)$ 는  $x=2$ 에서 연속이다.

$$⑤ \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (x-2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} \sqrt{x-2} = 0$$

$f(2)=0$ 이므로

함수  $f(x)$ 는  $x=2$ 에서 연속이다.

## 3) [정답] ②

[해설]  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 4 & (x < 2) \\ \sqrt{x-1} + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$ 가  $x=2$ 에서

연속하려면

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = f(2) \text{가 성립해야 한다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (x^2 + ax - 4) = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (\sqrt{x-1} + 3) = 4$$

$$f(2) = \sqrt{2-1} + 3 = 4 \text{이므로}$$

$$2a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

## 4) [정답] ⑤

[해설] 집합  $\{x|x < 4\}$ 을 구간의 기호로 나타내면  $(-\infty, 4)$ 가 된다.

## 5) [정답] ⑤

[해설] ⑤  $x=4$ 에서는 근호 안의 값이 음수이므로 함수가 정의되지 않아 연속이 아니다.

## 6) [정답] ①

[해설] 함수  $f(x)$ 는  $x \neq 2$ 인 실수 전체에서 연속이므로

로 ①  $[-3, 1]$ 에서는 연속이다.

## 7) [정답] ④

[해설] 자동차를  $t$ 분 주차했을 때,  $t=60x$ 이고

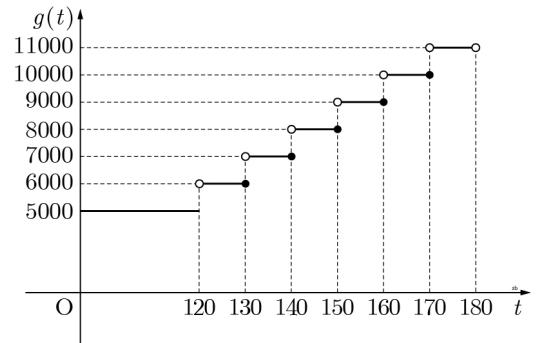
$0 < x < 3$ 이므로  $0 < t < 180$ 이다.

이때 주차요금은

$$g(t) = \begin{cases} 5000 & (t \leq 120) \\ 5000 + 1000 \times \left\langle \frac{t-120}{10} \right\rangle & (120 < t \leq 180) \\ 11000 + 500 \times \left\langle \frac{t-180}{10} \right\rangle & (t > 180) \end{cases}$$

(단,  $\langle t \rangle$ 는  $t$ 보다 작지 않은 최소의 정수이다.)

$0 < t < 180$ 에서 함수  $g(t)$ 의 그래프를 그려보면 다음과 같다.



그래프에서  $t$ 의 값이 120, 130, 140, 150, 160, 170일 때  $g(t)$ 는 불연속이다.

$$x = \frac{t}{60} \text{이므로}$$

$0 < x < 3$ 에서 주차요금  $f(x)$ 가 불연속이 되는  $x$ 의 값의 개수는 6이다.

## 8) [정답] ①

[해설]  $f(x) = \begin{cases} 2x+k & (x < -1) \\ x^2 & (x \geq -1) \end{cases}$ 이  $x=-1$ 에서 연속하려면

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = f(-1) \text{이어야 한다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-} (2x+k) = k-2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} x^2 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1 \text{이므로}$$

$$-2+k = 1$$

$$\therefore k = 3$$

## 9) [정답] ②

[해설] 함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1}$$

$$= 1 \text{이고}$$

$$f(2) = k \text{이므로}$$

$$k = 1$$

10) [정답] ④

[해설] 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+a}{x-1} & (x \neq 1) \\ b & (x = 1) \end{cases}$  가

$x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x+a}{x-1} = b \text{에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+4x+a) = 0$$

$$\text{즉, } 5+a=0 \text{이므로 } a=-5$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+5) = 6$$

$$\therefore a+b=1$$

11) [정답] ①

[해설] 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에서 연속이려면

$x=-1$ ,  $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

$$(i) f(-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-} \{-x(x-1)\} = -2,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} (x^2+ax+b) = 1-a+b$$

$$\text{즉, } 1-a+b=-2 \text{이므로 } a-b=3 \dots \textcircled{A}$$

$$(ii) f(1) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} (x^2+ax+b) = 1+a+b,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} \{-x(x-1)\} = 0$$

$$\text{즉, } 1+a+b=0 \text{이므로 } a+b=-1 \dots \textcircled{B}$$

①과 ②를 연립하면

$$a=1, b=-2$$

$$\therefore ab=-2$$

12) [정답] ⑤

$$x \neq 2 \text{일 때, } f(x) = \frac{x^2+2x+k}{x-2} \text{이고}$$

함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \text{이어야 한다.}$$

$$\text{이때 } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x+k}{x-2} = f(2) \text{에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0 \text{이므로}$$

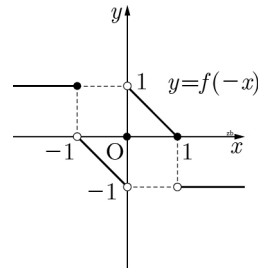
$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+2x+k) = 8+k=0, \text{ 즉 } k=-8$$

$$\text{따라서 } f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+4) \text{이므로}$$

$$\therefore f(2) = 6$$

13) [정답] ④

[해설]  $y=f(-x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$$\neg. \lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x) + f(-x)\} = 0 + 0 = 0$$

$$\sqcup. f(1) + f(-1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x) + f(-x)\} = 0$$

따라서 함수  $f(x) + f(-x)$ 는  $x=1$ 에서 불연속이다.

$$\sqsubset. \lim_{x \rightarrow 0+} \{f(x) + f(-x)\} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} \{f(x) + f(-x)\} = 0$$

$$f(0) + f(0) = 0 \text{이므로}$$

함수  $f(x) + f(-x)$ 는  $x=0$ 에서 연속이다.

이상에서  $\neg$ ,  $\sqcup$ 이 옳다.

14) [정답] ②

[해설] 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에서 연속이므로

$x=2$ 에서도 연속이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \text{가 성립한다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}+a}{x-2} = b \text{에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x-1}+a) = 0$$

$$\text{즉, } 1+a=0$$

$$a=-1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b = -\frac{1}{2}$$

15) [정답] ①

$$[해설] x^2 \neq 1 \text{일 때, } f(x) = \frac{x^3+ax+b}{x^2-1}$$

이때  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$x^3+ax+b$ 는  $x^2-1$ 으로 나누어떨어진다.

즉 상수  $k$ 에 대하여

$$x^3+ax+b = (x^2-1)(x+k) = x^3+kx^2-x+k$$

$$\text{이때 } k=0 \text{이므로 } a=-1, b=0$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{x(x^2-1)}{x^2-1} = x \text{이므로}$$

$$f(1) + f(2) = 1 + 2 = 3$$

16) [정답] ⑤

[해설] 모든 실수  $x$ 에서 연속이므로

$x = 1$ ,  $x = -1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 + a) = \lim_{x \rightarrow 1-} (2x + 1) \quad \therefore a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} (2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -1-} (x + b) \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore f(2) + f(-2) = 4 + a - 2 + b = 4$$

17) [정답] ④

[해설] ④에서  $x = -1$ 일 때,  $y = 3$ 이고,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 2) = 1 \neq 3$$

이므로 ④의 함수는  $x = -1$ 에서 연속이 아니다.

18) [정답] ④

[해설] ④의  $f(x)$ 에 대해서  $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} -3x = 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} (x^2 + 1) = 1 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{의 값}$$

이 존재하지 않는다.

따라서 ④의  $f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 연속이 아니다.

19) [정답] ②

[해설]  $\lim_{x \rightarrow 1-} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow 4-3a} f(x) = f(4-3a)$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2+a} f(x) = f(2+a)$$

이때 연속조건에 의하여  $f(2+a) = f(4-3a)$  이므

$$\text{로 } a^2 - 3a - 12 = 9a^2 + a - 16$$

$$2a^2 + a - 1 = 0, (a+1)(2a-1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

20) [정답] ④

[해설] 함수  $f(x)$ 는 실수 전체에서 연속이므로

$$x = 1 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$$

$$1^2 + 3 - 1 = -1 + k \quad \therefore k = 4$$