

### 4-1-2.직각삼각형의 합동\_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일: 2020-07-25

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

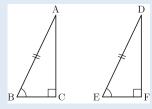
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [직각삼각형의 합동 조건]

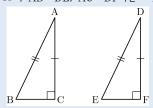
(1) RHA 합동: 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 같으면 두 직각삼각형은 합동이다.

 $\Rightarrow$   $\angle C = \angle F = 90^{\circ}$ ,  $\overline{AB} = \overline{DE}$ ,  $\angle B = \angle E$ 이면  $\triangle ABC = \triangle DEF$ 



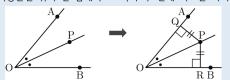
2) RHS 합동: 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같으면 두 직각삼각형은 합동이다.

 $\Rightarrow$   $\angle$ C =  $\angle$ F = 90°, AB= DE, AC= DF이면  $\triangle$ ABC  $\equiv$   $\triangle$ DEF



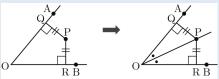
### [각의 이등분선의 성질]

(1) 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다.



 $\Rightarrow$  ∠AOP = ∠BOPOIP  $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 

(2) 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

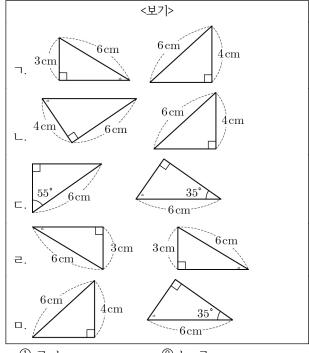


 $\Rightarrow$   $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면  $\angle AOP = \angle BOP$ 

#### 기본문제

[문제]

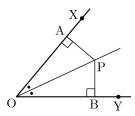
## 다음 <보기>의 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것을 모두 고르면?



- ① ¬, ∟
- ② ∟, ≥
- ③ ∟, □
- ④ □. ⊇
- ⑤ ≥. □

[문제]

2. 다음 그림과 같이  $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 점 P에서  $\overrightarrow{OX}$ 와  $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 고 할 때, 다음 빈 칸에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



△OAP와 △OBP에서

 $\angle OAP = \boxed{(7)} = 90^{\circ} \cdots \bigcirc$ 

∠AOP= (나) …[\_]

(다) 는 공통

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 에 의하여  $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$  ( $\boxed{(라)}$  합동)

...(□)

따라서 PA= (마)

① (7}): ∠OBP

② (나): ∠BOP

③ (다): OP

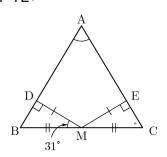
④ (라): RHS

⑤ (마): PB

## 평가문제

[중단원 학습 점검]

3. 다음  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하고, 점 M  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$   $\overline{M}$   $\overline{M}$  고 하자.  $\overline{\rm DM} = \overline{\rm EM}$ ,  $\angle {\rm BMD} = 31\,^{\circ}$ 일 때,  $\angle {\rm BAC}$ 의 크기를 구하면?



① 60°

② 62°

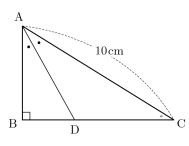
 $\bigcirc 364$  °

(4) 66°

(5) 68°

[중단원 학습 점검]

**4.** 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서  $\angle A$ 의 이등분선이  $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 하자.  $\overline{AC} = 10 \text{cm}$ ,  $\triangle ADC = 15 \text{cm}^2 \text{Q}$  M,  $\overline{BD} \text{Q}$  ZO = 10 M구하면?



① 2cm

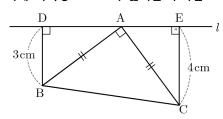
② 3cm

③ 4cm

4 5cm

⑤ 6cm

- [단원 마무리]
- **5.** 다음 그림과 같이  $\angle A = 90^{\circ}$ 이고  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직 각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하 자. 이때 사각형 BCED의 넓이를 구하면?



①  $\frac{45}{2}$  cm<sup>2</sup>

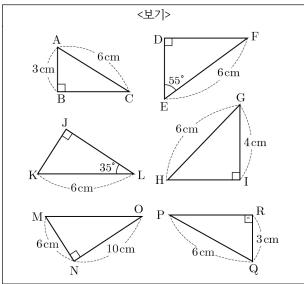
② 23cm<sup>2</sup>

 $3 \frac{47}{2} \text{cm}^2$ 

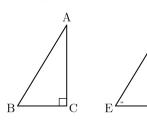
4 24cm<sup>2</sup>

### 유사문제

직각삼각형이 〈보기〉 와 같을 때, 합동인 두 삼각 형과 삼각형(혹은 직각삼각형)의 합동 조건을 옳게 나타낸 것은?



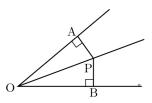
- ①  $\triangle ABC \equiv \triangle QRP$  (RHS 합동)
- ②  $\triangle ABC \equiv \triangle QRP$  (RHA 합동)
- ③  $\triangle DEF \equiv \triangle JKL$  (RHS 합동)
- ④  $\triangle DEF \equiv \triangle JKL$  (SAS 합동)
- ⑤  $\triangle GHI = \triangle MON$  (RHS 합동)
- 7. 그림과 같은 두 직각삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이 될 수 있는 조건을 <보기>에서 고른 것은?



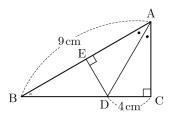


- $\neg$ .  $\overline{AC} = \overline{DF}$ ,  $\overline{BC} = \overline{EF}$
- $\bot$ .  $\overline{AB} = \overline{DF}$ ,  $\overline{BC} = \overline{EF}$
- $\Box$ .  $\overline{AB} = \overline{DE}$ ,  $\angle A = \angle D$
- $\exists$ .  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$
- $\Box$ .  $\angle B = \angle E$ .  $\overline{AC} = \overline{DF}$
- ① 7, ∟, ≥
- ② ¬, ⊏, □
- ③ 7, 2, 0
- ④ ∟, ⊏, ≥
- ⑤ ∟, ⊏, □

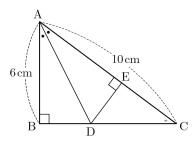
8.  $\angle PAO = \angle PBO = 90^{\circ}$ ,  $\overline{PA} = \overline{PB}$  일 때, 옳지 않은 것은?



- ①  $\overline{OA} = \overline{OB}$
- ②  $\angle APO = \angle BPO$
- $\bigcirc$   $\angle APO = 2 \angle AOP$
- $(4) \angle AOP = \angle BOP$
- 9. 다음 그림과 같이  $\angle C = 90$  인 직각삼각형 ABC에서  $\overline{AD}$ 는  $\angle A$ 의 이등분선이고  $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 일 때, △ABD의 넓이는?

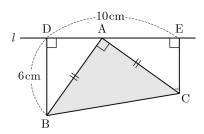


- (1)  $12cm^2$
- $\bigcirc 16cm^2$
- $(3) 18cm^2$
- $(4) 24cm^2$
- $(5) 36cm^2$
- **10.** 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서  $\angle A$ 의 이등분선이  $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라고 하자.  $\triangle ABD$ 의 넓이가  $9cm^2$ 일 때,  $\triangle EDC$ 의 넓이를 구 하면?

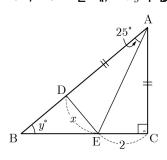


- $\bigcirc$  5cm<sup>2</sup>
- (2)  $6cm^2$
- $3 7cm^2$
- (4)  $8cm^2$
- (5)  $9cm^2$

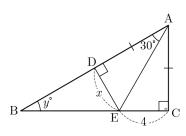
**11.** 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 는  $\angle A = 90$  이고  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 꼭짓점 B, C에 서 꼭깃점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고  $\overline{DB} = 6 \text{cm}$ ,  $\overline{DE} = 10 \text{cm}$ 일 때, △ABC**의 넓이는?** 



- ① 24cm<sup>2</sup>
- ② 26cm<sup>2</sup>
- 3 28cm<sup>2</sup>
- $40 32 cm^{2}$
- (5) 36cm<sup>2</sup>
- 12. 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서  $\angle DAE = 25$ °,  $\overline{EC} = 2$ 일 때, x + y의 값은?

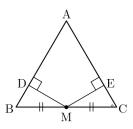


- ① 27
- 28
- 3 42
- **4**3
- **⑤** 52
- **13.** 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 x+y의 값은?



- ① 34
- ② 36
- 3 38
- **4**0
- ⑤ 42

 $\overline{\bf 14.}$   $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 밑변 BC의 중점 M에서 변 AB와 AC에 내린 수선의 발을 각 각 D, E라고 할 때,  $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다. 이를 증명하는 데 사용되지 않는 것을 찾으면?



- ①  $\overline{BM} = \overline{CM}$
- ②  $\angle B = \angle C$
- $\bigcirc$   $\triangle DBM \equiv \triangle ECM$
- $\textcircled{4} \ \overline{BD} = \overline{CE}$
- $\bigcirc$   $\angle BDM = \angle CEM = 90^{\circ}$

## 

#### 정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] C. RHA합동 리. RHS합동

2) [정답] ④

[해설] ④ (라): RHA

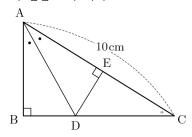
3) [정답] ②

[해설] △BDM, △CEM에서

 $\overline{\text{MD}} = \overline{\text{ME}}, \ \overline{\text{MB}} = \overline{\text{MC}}, \ \angle \text{BDM} = \angle \text{CEM} = 90^{\circ}$ 그러므로  $\triangle BDM = \triangle CEM (RHS 합동)$ 이때  $\angle DBM = \angle ECM = 90 \degree - 31 \degree = 59 \degree$ 이므로  $\triangle$ ABC에서  $\angle$ BAC  $+2 \times 59^{\circ} = 180^{\circ}$  $\therefore \angle BAC = 62^{\circ}$ 

### 4) [정답] ②

[해설] 다음 그림과 같이 점 D에서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선 의 발을 E라 하자.



△ABD, △AED에서

AD는 공통, ∠BAD = ∠EAD,

 $\angle ABD = \angle AED = 90^{\circ}$ 

그러므로  $\triangle ABD = \triangle AED$  (RHA 합동)

이때 △ADC의 넓이는

 $\frac{1}{2} \times \overline{\text{ED}} \times \overline{\text{AC}} = \frac{1}{2} \times \overline{\text{ED}} \times 10 = 15 \text{(cm}^2)$ 이므로

 $\overline{ED} = 3cm$ 

 $\therefore \overline{BD} = \overline{ED} = 3cm$ 

### 5) [정답] ⑤

[해설]  $\triangle ABD에서 \angle DBA + \angle DAB = 90$  °

또한 ∠DAB+∠EAC=90°이므로

 $\angle DBA = \angle EAC$ 

 $\overline{BA} = \overline{AC}$ ,  $\angle BDA = \angle AEC = 90^{\circ}$ 

그러므로  $\triangle ADB = \triangle CEA (RHA 합동)$ 

이때  $\overline{DB} = \overline{EA} = 3$ cm,  $\overline{DA} = \overline{EC} = 4$ cm이므로

 $\overline{DE} = \overline{DA} + \overline{EA} = 7 \text{ cm}$ 

 $\therefore \Box BCED = \frac{1}{2} \times (3+4) \times 7 = \frac{49}{2} cm^2$ 

# 6) [정답] ①

[해설]  $\triangle ABC \equiv \triangle QRP(RHS$ 합동)  $\triangle EDF \equiv \triangle KJL(RHA$ 합동)

7) [정답] ②

[해설] ㄱ. SAS합동 ㄷ. RHA합동 ㅁ. ASA합동

8) [정답] ③

[해설]  $\triangle OAP$ 와  $\triangle OBP$ 에서

 $\overline{OP}$ 는 공통,  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ,  $\angle A = \angle B = 90^{\circ}$ 이므로  $\triangle OAP = \triangle OBP(RHS$ 합동)이다.

따라서  $\overline{OA} = \overline{OB}$ ,  $\angle APO = \angle BPO$ ,

 $\angle AOP = \angle BOP$ ,  $\triangle AOP = \triangle BOP$ 가 성립한다.

9) [정답] ③

[해설]  $\angle AED = \angle ACD = 90^{\circ}$ ,  $\overline{AD}$ 는 공통,

 $\angle EAD = \angle CAD$ 이므로

 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC(RHA$ 합동)

 $\therefore \overline{DE} = \overline{DC} = 4cm$ 

 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18(cm^2)$ 

10) [정답] ②

[해설]  $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6 = 9$ ,  $\overline{BD} = 3$ 

이때  $\triangle ABD = \triangle AED(RHA$ 합동)이므로  $\overline{DB} = \overline{DE} = 3$ .  $\overline{AB} = \overline{AE} = 6$ .  $\overline{CE} = 4$ 

 $\therefore \triangle EDC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ 

11) [정답] ②

[해설]  $\angle DBA + \angle DAB = 90$  ° 이고

 $\angle DAB + \angle CAE = 90$ °이므로

 $\angle DBA = \angle CAE$ 

따라서  $\triangle ABD \equiv \triangle CAE(RHA$ 합동)

대응변의 길이가 같으므로

 $\overline{DB} = \overline{EA} = 6cm$ ,  $\overline{AD} = \overline{CE} = 4cm$ 

이제  $\triangle ABC = \square DBCE - 2\triangle ABD$ 

$$=\frac{1}{2}(6+4)\times 10-2\times \left(\frac{1}{2}\times 4\times 6\right)$$

= 26

12) [정답] ③

[해설]  $\triangle ACE \equiv \triangle ADE(RHS$ 합동)이므로 x=2

 $\angle CAE = \angle DAE = 25$  ° 이므로

 $\angle y = 90^{\circ} - 50^{\circ} = 40^{\circ}$ 

 $\therefore x + y = 2 + 40 = 42$ 

13) [정답] ①

[해설]  $\angle ADE = \angle ACE = 90^{\circ}$ ,  $\overline{AE}$ 는 공통,

 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로  $\triangle ADE \equiv \triangle ACE(RHS$ 합동)

 $\therefore x = \overline{DE} = \overline{CE} = 4$ 

또한  $\angle CAE = \angle DAE = 30$  ° 이므로

 $\angle CAD = 60^{\circ}$ 

따라서  $\triangle ABC$ 에서  $y^{\circ} = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ}$ 

 $\therefore x + y = 4 + 30 = 34$ 

14) [정답] ④

[해설]  $\angle MDB = \angle MEC = 90^{\circ}$ ,  $\overline{BM} = \overline{CM}$ ,  $\angle B = \angle C$ 이므로  $\triangle MDB \equiv \triangle MEC(RHA$ 합동)  $\therefore \overline{MD} = \overline{ME}$ 

