

2020학년도 2학기 2차 지필평가 (수학)과

2020년 12월 14일 4교시 1학년 (1~8)반 (8)학급

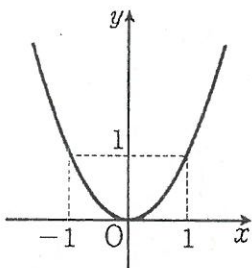
과목코드 (02)

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

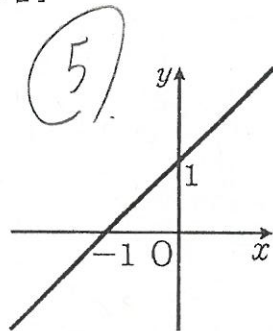
- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ①와 같이 표기하시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 20문항(85점), 논술형: 3문항(15점), • 총점: 100점

1. 함수의 그래프가 아닌 것은? [3.9점]

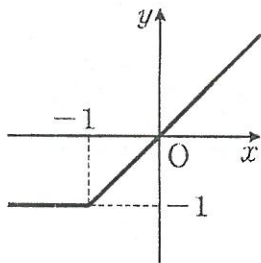
①



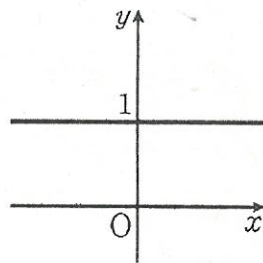
②



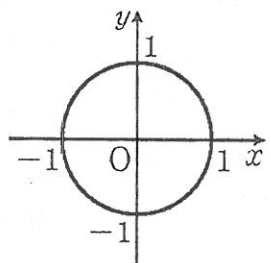
③



④



⑤



$$2-4$$

$$-2$$

$$|2x^2-4x|$$

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여

$f(3x+5)=2x+1$ 가 성립할 때, 역함수는 $f^{-1}(x)=ax+b$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.2점]

① $-\frac{13}{3}$

② -2

⑤

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ 5

$$3x+5 = \frac{t-5}{3}$$

$$\frac{2t-10}{3} + 1$$

$$-\frac{10}{3} + \frac{3}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

수학과 1학년 (5)면 중 (1)면

용인삼계고등학교

3. 함수 $f(x)=x|x|+a$ 와 그 역함수 f^{-1} 에 대하여

$f^{-1}(1)=-2$ 일 때, $(f \circ f)^{-1}(4)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4.4점]

① $-\sqrt{6}$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ $\sqrt{6}$

$$f(-2)=1$$

$$-2 \quad 2$$

$$x^2+5 \quad x \geq 0$$

$$a-4=1$$

$$-x^2+5 \quad x < 0$$

$$a=5$$

$$f^{-1}(f^{-1}(4))$$

$$-x^2+5=-1$$

$$-x^2+5=-5$$

$$-1$$

$$x^2=6$$

$$x^2=1$$

$$x^2$$

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수

$f(x)=|x|$, $g(x)=2x^2-4x$, $h(x)=-2x^2+kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

<보기>

ㄱ. $(f \circ g)(1)=2$

ㄴ. 함수 $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다.

ㄷ. 함수 $y=(g \circ f)(x)+h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는 7이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$|x|$$

$$(k+4)(k-4) > 0$$

$$2x^2-4|x|-2x^2+kx$$

$$k < -4 \quad k > 4$$

$$4x+kx$$

$$(k+4)$$

$$k \geq -4 \quad k \leq 4$$

$$-4x+kx$$

$$(k-4)$$

$$-4 \leq k \leq 4$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}y - \frac{7}{3}$$

$$-\frac{2}{3}y = -x - \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$-2y = -3x - 7$$

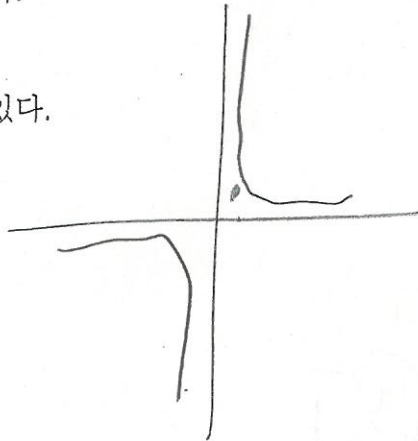
$$y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

5. 유리함수 $y = \frac{1}{3x}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

[4.0점]

- ① 정의역은 3이 아닌 실수 전체의 집합이다.
- ② 치역은 3이 아닌 실수 전체의 집합이다.
- ③ 점 (3, 3)에 대하여 대칭이다.
- ④ 점근선은 $x=3, y=3$ 이다.
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면에 있다.

$$\frac{-3x+1}{x+3}$$



6. 유리함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+3}$ 의 그래프가 점 $(-1, 2)$ 를 지나고 $f = f^{-1}$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4.2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$f(-1) = 2 \quad f(2) = -1$$

$$\begin{aligned} \frac{-a+b}{2} &= 2 & \frac{2a+b}{5} &= -1 & \frac{6+1}{1} \\ a-b &= -4 & & & \\ -a+b &= 4 & -6 & & \\ 2a+b &= -5 & 1 & & \\ 3a &= -9 & & & \end{aligned}$$

7. 유리함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0, c \neq 0$) 의 그래프가 점 $(3, 1)$ 을 지나면서 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y=-x+5$ 에 대해서도 대칭이다. 이때 $f(1)$ 의 값은? [4.4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$x+1 = -x+5$$

$$\begin{aligned} 2x &= 4 & (3,1) & \frac{R}{x-2} + 3 \\ x &= 2 & & \end{aligned}$$

$$(2,3)$$

$$R+3=1$$

$$R=-2$$

$$\frac{-2}{1x-2} + 3$$

$$2+3$$

8. 유리함수 $f(x) = \frac{7x-3}{x+1}$ 가 있다. $x \neq -1$ 이고 $x \neq 7$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = x$ 가 성립하는 유리함수 $g(x)$ 가 있을 때, $g(-3)+g(8)$ 의 값은? [4.4점]

- ① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

$$\frac{-x-3}{x-7}$$

$$0+$$

$$(2)$$

$$\begin{aligned} \frac{0}{-10} & \quad \frac{-11}{1} \\ & \quad \frac{+3-3}{-10} \end{aligned}$$

9. 식 $\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x+4}+\sqrt{x+5}}$ 을 간단히 하면? [4.3점] $x+3-x-4$

- ① $\sqrt{x+6}-\sqrt{x+2}$ ② $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+4}$
- ③ $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+3}$ ④ $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}$
- ⑤ $\sqrt{x+4}-\sqrt{x+3}$

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}} \cdot \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}}$$

$$x+2-x-3$$

$$-\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}$$

$$-\sqrt{x+4}+\sqrt{x+5}$$

$$\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}$$

$$(4)$$

10. $-9 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $f(x) = \sqrt{18-2x} + k$ 의 최솟값이 5일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

[4.3점]

(2)

16

$$4+k=5$$

$$k=1$$

$$\sqrt{18-2x} + 1 =$$

18

36

6

11. 함수 $f(x) = \sqrt{x-2} + k$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $a < k \leq b$ 이다. 실수 a, b 의 곱 $a \times b$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

[4.5점]

(4)

2, k.

$$\sqrt{x-2} = x-k$$

$$x^2 - 2kx + k^2 = x - 2$$

$$x^2 + (-2k-1)x + k^2 + 2 = 0$$

$$4k^2 + 4k + 1$$

$$-4k^2 - 8$$

$$4k - 7 > 0$$

$$\frac{7}{4} < k \leq 2$$

$$4k > 7$$

$$k > \frac{7}{4}$$

2.

12. 음이 아닌 정수 x, y 에 대하여 $x+y \leq 4$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수는? [4.1점]

- ① 3 ② 6 ③ 10 ④ 15 ⑤ 21

0, 1, ..., 4

(4)

- $\checkmark (0, 4)$ $\checkmark (1, 3)$ $\checkmark (2, 2)$ $\checkmark (3, 1)$
- $\checkmark (0, 3)$ $\checkmark (1, 2)$ $\checkmark (2, 1)$ $\checkmark (3, 0)$
- $\checkmark (0, 2)$ $\checkmark (1, 1)$ $\checkmark (2, 0)$ $\checkmark (4, 0)$
- $\checkmark (0, 1)$ $\checkmark (1, 0)$
- $\checkmark (0, 0)$

13. 다항식 $(a+b+c)(x+y)(z+w)$ 를 전개할 때 생기는 항의 개수는? [4.3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

(1)

$$3 \times 2 \times 2$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x-2} &= x-k \\ x^2 - 2kx + k^2 &= x - 2 \\ x^2 + (-2k-1)x + k^2 + 2 &= 0 \\ 4k^2 + 4k + 1 - 4k^2 - 8 &= 0 \\ 4k - 7 &= 0 \end{aligned}$$

14. 144의 약수의 개수는? [4.0점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

(5)

$$\begin{aligned} 144 \\ \wedge \\ 2 \quad 72 \\ \wedge \\ 2 \quad 36 \\ \wedge \\ 2 \quad 18 \\ \wedge \\ 2 \quad 9 \\ \wedge \\ 3 \quad 3 \end{aligned}$$

$$2^4 \times 3^2$$

$$5 \times 3 = 15$$

15. ${}_5P_0 \times 4!$ 의 값은? [4.1점]

- ① 4 ② 12 ③ 20 ④ 24 ⑤ 48

1 24
 $4 \times 3 \times 2 \times 1$
 6

16. 두 개의 문자 a, b 와 세 개의 숫자 1, 2, 3을 일렬로 나열할 때, 문자와 숫자를 교대로 나열하는 경우의 수는? [4.2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

1 2 3 (3)
 6×2
 $3! \times 2!$
 6
 2

17. 7개의 의자가 일렬로 놓여 있다. 2명의 여학생과 2명의 남학생이 모두 의자에 앉을 때, 2명의 여학생이 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 두 학생 사이에 빈 의자가 있는 경우는 이웃하지 않는 것으로 한다.) [4.4점]



- ① 60 ② 150 ③ 180 ④ 300 ⑤ 600

$5P_2$ $6P_2$

20 30 $7 \times 6 \times 5$
 30

18. 교사 1명과 학생 4명이 1번부터 6번까지의 번호가 적힌 6개의 의자에 모두 앉을 때, 교사가 홀수 번호가 적힌 의자에 앉는 경우의 수는? [4.2점]

- ① 120 ② 240 ③ 360 ④ 720 ⑤ 1440

(1), 2, (3), 4, (5), 6
 ${}_5P_4$ $5 \times 4 \times 3 \times 2$
 20 6
 120
 120
 120

19. 5가지 종류의 도시락과 4가지 종류의 후식을 판매하는 편의점에서 도시락 1개와 후식 2개를 고르는 경우의 수는? (단, 동일한 종류의 후식을 중복하여 2개를 고르지 않는다.) [4.1점]

- ① 20 ② 30 ③ 36 ④ 40 ⑤ 60

$5C_1 \times 4C_2$ $\frac{12}{2}$
 5×6

20. 다음 조건을 만족시키도록 하는 자연수 n, r 에 대하여 $n+r$ 의 값은? [4.5점]

- (가) n 명의 학생 중 r 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 210가지이다.
 (나) 서로 다른 n 개의 사탕 중 r 개를 선택하는 경우의 수는 35가지이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$nPr = 210$

$nCr = 35$

${}_7P_3$ $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$

210
 $2 \wedge 105$
 $5 \wedge 21$
 $3 \wedge 7$
 $5 \times 6 \times 7$

논술형

[논술형1] 일차함수 f 에 대하여 $f^{-1}(2)=1$, $(f \circ f)(1)=6$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [4.0점]

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 \\ f(2) &= 6 \\ -a-b &= -2 \\ a+b &= 2 \\ 2a+b &= 6 \\ 4x-2 & \\ 20 & \\ 18 & \\ 4x-2 & \\ 20 & \\ a &= 4 \\ b &= -2 \end{aligned}$$

[논술형2] 무리함수 $f(x) = -\sqrt{9-3x}+3$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 6.0점]

[2-1] 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 함수식과 그 정의역을 각각 구하시오. (정답만 쓰세요.) (2.0점)

$$\begin{aligned} y &= -\sqrt{9-3x}+3 \\ x &= -\sqrt{9-3y}+3 \\ \{x \mid x \leq 3\} \end{aligned}$$

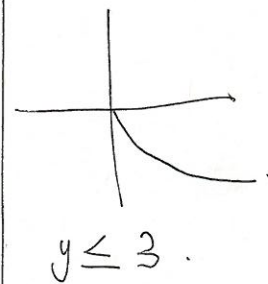
[2-2] 함수 $y=f(x)$ 와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 P와 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하고 그 과정을 논술하시오. (4.0점)

$$\begin{aligned} -\sqrt{9-3x} &= x-3 \\ x^2-6x+9 & \\ \sqrt{9-3x} &= -x+3 \\ x^2-6x+9 &= 9-3x \\ x^2-3x &= 0 \\ x(x-3) &= 0 \end{aligned}$$

[논술형3] 서로 다른 3개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 홀수인 경우의 수를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

$$\begin{aligned} 1, 3, 5. \\ 9. \\ 1, 2, 3. \\ 6, 5 \\ 1, 2, 4. \\ 6, 7. \end{aligned}$$

홀 3	짝 0
홀 2	짝 1 X
홀 1	짝 2
홀 0	짝 3.
2	4
6	10.



108

$$\begin{aligned} y &\leq 3 \\ x-3 &= -\sqrt{9-3y} \\ -x+3 &= \sqrt{9-3y} \\ x^2-6x+9 &= 9-3y \\ x^2-6x &= -3y & -3y &= x^2-6x \\ & & -\frac{1}{3}x^2+2x & \\ y &= -\frac{1}{3}x^2+2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\pi & \\ 2\pi & \\ 54 & \\ 108 & \\ 1, 2, 4. & \\ 2, 1, 4. & \end{aligned}$$

※ 확인사항 : 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.