

## 2-1-1.복소수의 뜻과 사칙연산 천재(류희찬)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check /

## [복소수]

- •임의의 두 실수 a, b에 대하여 a+bi 꼴로 나타내어지는 수를 복소 수라 하고 a를 이 복소수의 실수부분, b를 이 복소수의 허수부분이라
- 두 복소수가 서로 같을 조건: a, b, c, d가 실수일 때,
- $\bigcirc a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c, b=d$
- $\bigcirc a+bi=0 \Leftrightarrow a=0, b=0$

#### [켤레복소수]

•복소수 a+bi(a,b는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 a-bi를 a+bi의 켤레복소수라 하고, 이것을 기호로 a+bi로 나타낸다. 즉  $\overline{a+bi} = a-bi$ 이다.

### [복소수의 사칙연산]

실수 a, b, c, d에 대하여

- 1. (a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i
- 2. (a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i
- 3. (a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i
- 4.  $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$  (단,  $c+di \neq 0$ )

#### [음수의 제곱근]

- $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$
- a > 0일 때, -a의 제곱근:  $\pm \sqrt{a}i$

## 기본문제

- **1.** 복소수  $\sqrt{3}-2i$ 의 실수부분을 a, 허수부분을 b라 고 할 때, a+b의 값은? (단, a, b는 상수)
  - ①  $\sqrt{3}+2$
- ②  $\sqrt{3}-1$
- $\sqrt{3} 2$
- 4) 1
- (5) 2

[문제]

- **2.** 등식 x-yi=2+4i을 만족시키는 실수 x, y에 대하여 x+y의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )
  - $\bigcirc$  2
- ② 1
- ③ 0
- (4) -1
- (5) 2

[예제]

- **3.** 등식 (x+y)+(x+3y)i=4+2i을 만족시키는 실 수 x, y에 대하여 x+2y의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )
  - 1 1

② 3

3 5

**4** 7

**⑤** 9

[문제]

- **4.** 등식 (3x+2y)-(2x+y+1)i=0을 만족시키는 실수 x, y에 대하여 x+y의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )
  - $\bigcirc$  2

② 1

- ③ 0
- (4) -1
- (5) 2

[문제]

- **5.** 복소수  $\sqrt{2} + \sqrt{5}i$ 의 켤레복소수는?

  - ①  $\sqrt{2} \sqrt{5}i$  ②  $\sqrt{2} + \sqrt{5}i$
  - (3) 0
- $(4) \sqrt{2} \sqrt{5}i$
- $(5) \sqrt{2} + \sqrt{5}i$

[문제]

- **6.**  $(4+\sqrt{2}i)-(3-3\sqrt{2}i)$ 를 계산하면? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )
  - (1)  $-1-2\sqrt{2}i$
- ②  $-1+4\sqrt{2}i$
- (3)  $1 \sqrt{2}i$
- (4)  $1-2\sqrt{2}i$
- (5)  $1+4\sqrt{2}i$

# 7. (3+2i)(3-2i)를 계산하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① 5

- ② 11
- ③ 13
- $\bigcirc 9 4i$
- (5) 9+4i

[문제]

# **8.** (3+i)(-2+2i)를 계산하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

- $\bigcirc -4+4i$
- $\bigcirc -4-4i$
- 3 8 4i
- $\bigcirc -8 + 4i$
- (5) 8

- **9.** 허수단위 i의 거듭제곱인 i,  $i^2$ ,  $i^3$ , ...,  $i^{2019}$ 의 값의 합  $i+i^2+i^3+\cdots+i^{2019}$ 를 구하면?
  - $\bigcirc$  0

- $\bigcirc$  -i
- 3 1
- (4) i

**(5)** 1

- **10.** 복소수  $\frac{3-i}{2+3i}$ 를 a+bi 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)
  - ①  $\frac{10}{13} \frac{6}{13}i$
- $3\frac{10}{13}$
- $(4) \frac{3}{5} + \frac{11}{5}i$
- $(5) \frac{3}{5} + \frac{11}{5}i$

- **11.** 복소수  $\frac{3+i}{3-i}$ 를 a+bi 꼴로 나타낼 때, a+b의 값은? (단, a, b는 실수)
- ③ 1

[문제]

- **12.** a+bi 꼴로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? (단, a, b는 실수)
  - (1)  $\sqrt{-27} + \sqrt{-3} = 4\sqrt{3}i$
  - ②  $\sqrt{-9} \sqrt{-16} = -i$
  - $\sqrt{-2}\sqrt{-32} = -8$
  - $4 \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{-3}} = -4i$
  - (5)  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} = 3i$

평가문제

[스스로 확인하기]

# 13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $3-\sqrt{5}i$ 의 실수부분은 3. 허수부분은  $-\sqrt{5}$ 이다.
- ② 2+3i의 켤레복소수는 2-3i이다.
- ③ 허수는 복소수이다.
- ④ 0은 복소수가 아니다.
- ⑤ -3의 제곱근은  $\sqrt{3}i$ ,  $-\sqrt{3}i$ 이다.

[스스로 확인하기]

- **14.** 등식 (x+2y-1)+(2x-y)i=2+i를 만족시키는 실수 x, y의 값을 각각 구하면?
  - ① x = 1, y = 1
- ② x = 1, y = 2
- 3 x = 1, y = 3
- (4) x = 2, y = 1
- (5) x = 2, y = 2

[스스로 확인하기]

- **15.**  $\alpha = 2 + 5i$ ,  $\beta = 2 5i$ 일 때, a + bi 꼴로 나타낸 것 중 옳은 것은? (단, a, b는 실수)
  - ①  $\alpha\beta = 29$
- $\alpha + \beta = 10i$
- ③  $\alpha \beta = 4$  ④  $\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{21}{29} \frac{20}{29}i$
- $\bigcirc$   $\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{21}{29} + \frac{20}{29}i$

[스스로 확인하기]

**16.**  $\sqrt{-2}\sqrt{-18} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{-2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-18}}$ 

a+bi 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

- ①  $3 + \frac{1}{3}i$  ②  $-3 + \frac{1}{3}i$
- $(3) 3 \frac{1}{3}i$   $(4) -3 \frac{1}{3}i$
- $\bigcirc -9 + \frac{1}{3}i$

[스스로 확인하기]

- **17.**  $\alpha = 4 i$ ,  $\beta = -1 + 2i$   $\square$   $\square$ ,  $\alpha = -1 + \alpha =$ 값은? (단,  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 의 켤레복소수이다.)
  - ① 2
- ② 4
- 3 6
- **(4)** 8
- **⑤** 10

[스스로 확인하기]

18. 전기 회로에서 전류의 양과 방향이 주기적으로 바뀌는 회로를 교류 회로라 하고, 교류 회로에서 전 류를 방해하는 힘을 임피던스라 한다.



교류 회로에서 전압 V(볼 =), 전류 I(Y) 임피 던스 Z(옴) 사이의 관계를 식으로 나타내면  $V=I\times Z$ 일 때, 전압이 100이고 전류가 4-3i인 교류 회로에서 임피던스 Z의 값은?

- (1) 4+3i
- ② 4-3i
- 316+12i
- $\bigcirc$  16-12*i*
- $\bigcirc 16+4i$

[스스로 마무리하기]

- **19.** 복소수  $(\sqrt{3}+ai)(2-\sqrt{-3})$ 가 실수가 되게 하는 실수 a의 값은?
- ② 3
- **(4)** 6

[스스로 마무리하기]

- **20.** 실수 a, b가 등식  $\frac{a}{3+i} + \frac{b}{3-i} = 6 + i$ 를 만족시 킬 때, b-2a의 값은?
  - ① 1
- 2 2
- ③ 3
- (4) 4
- (5) 5

# 

#### 정답 및 해설

## 1) [정답] ③

[해설] 복소수  $\sqrt{3}-2i$ 의 실수부분은  $\sqrt{3}$ , 허수부분 은 -2이므로  $a=\sqrt{3}$ , b=-2 따라서  $a+b=\sqrt{3}-2$ 

### 2) [정답] ⑤

[해설] 두 복소수가 서로 같아지려면 실수부분과 허수 부분이 각각 같아야 하므로 x=2, y=-4 x+y=-2

### 3) [정답] ②

[해설] 두 복소수가 서로 같아지려면 실수부분과 허수 부분이 각각 같아야 하므로  $x+y=4,\ x+3y=2$  즉  $x=5,\ y=-1$  x+2y=3

## 4) [정답] ②

[해설] 복소수가 0이 되려면 실수부분과 허수부분이 모두 0이 되어야 하므로  $3x+2y=0,\ 2x+y=-1$  즉  $x=-2,\ y=3$  x+y=1

#### 5) [정답] ①

[해설] 실수인 a, b에 대하여 복소수 a+bi의 켤레복 소수는 a-bi이므로  $\sqrt{2}+\sqrt{5}\,i$ 의 켤레복소수는  $\sqrt{2}-\sqrt{5}\,i$ 

## 6) [정답] ⑤

[해설] 
$$(4+\sqrt{2}i)-(3-3\sqrt{2}i)$$
  
=  $(4+\sqrt{2}i)+(-3+3\sqrt{2}i)$   
=  $(4-3)+(\sqrt{2}+3\sqrt{2})i$   
=  $1+4\sqrt{2}i$ 

## 7) [정답] ③

[해설] 곱셈공식  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 에 의하여  $(3+2i)(3-2i) = 3^2 - (2i)^2$ = 9 - (-4) = 13

# 8) [정답] ④

[해설]  $(3+i)(-2+2i) = -6+6i-2i+2i^2$ = -6+6i-2i-2= (-6-2)+(6-2)i= -8+4i

## 9) [정답] ③

[해설] i,  $i^2 = -1$ ,  $i^3 = -i$ ,  $i^4 = 1$ ,  $i^5 = i$ ,  $\cdots$ 이므로 k가 0 이상의 정수일 때 n = 4k + 1이면  $i^n = i^{4k+1} = (i^4)^k i = i$  n = 4k + 2이면  $i^n = i^{4k+2} = (i^4)^k i^2 = -1$  n = 4k + 3이면  $i^n = i^{4k+3} i = (i^4)^k i^3 = -i$ 

$$n=4k+4$$
이면  $i^n=i^{4k+4}=(i^4)^{k+1}=1$  즉  $i^n$ 의 값은  $i$ ,  $-1$ ,  $-i$ ,  $1$ 이 차례로 반복되므로  $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$ 이므로  $i+i^2+i^3+\cdots+i^{2016}=0$  따라서  $i+i^2+i^3+\cdots+i^{2019}=i^{2017}+i^{2018}+i^{2019}=i+i^2+i^3=i+(-1)+(-i)=-1$ 

### 10) [정답] ②

[해설] 
$$\begin{split} \frac{3-i}{2+3i} &= \frac{(3-i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{6-9i-2i+3i^2}{2^2-(3i)^2} \\ &= \frac{3-11i}{13} = \frac{3}{13} - \frac{11}{13}i \end{split}$$

### 11) [정답] ④

[해설] 
$$\begin{split} \frac{3+i}{3-i} &= \frac{(3+i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{9+3i+3i+i^2}{3^2-i^2} \\ &= \frac{8+6i}{10} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \\ \text{따라서 } a &= \frac{4}{5} \,, \ b = \frac{3}{5} \\ a+b &= \frac{7}{5} \end{split}$$

## 12) [정답] ⑤

[해설] (i)  $\sqrt{-27} + \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i + \sqrt{3}i = 4\sqrt{3}i$ (ii)  $\sqrt{-9} - \sqrt{-16} = 3i - 4i = -i$ (iii)  $\sqrt{-2}\sqrt{-32} = \sqrt{2}i \times 4\sqrt{2}i = 8i^2 = -8$ (iv)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{-3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = 4i^3 = -4i$ (v)  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}i} = 3i^3 = -3i$ 

### 13) [정답] ④

[해설] (i)실수인 a, b에 대하여 복소수 a+bi의 실수부분은 a, 허수부분은 b이므로  $3-\sqrt{5}i$ 의 실수부분은 3, 허수부분은  $-\sqrt{5}$  (ii)실수인 a, b에 대하여 복소수 a+bi의 켤레복소수는 a-bi이므로 2+3i의 켤레복소수는 2-3i (iii)허수는 실수부분이 0인 복소수 (iv) 0은 실수부분과 허수부분 모두 0인 복소수 (v)-3의 제곱근은  $\sqrt{-3}$ ,  $-\sqrt{-3}$ 이므로  $\sqrt{3}i$ ,  $-\sqrt{3}i$ 

#### 14) [정답] ①

[해설] 두 복소수가 서로 같아지려면 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 하므로 x+2y=3, 2x-y=1 따라서 x=1, y=1

## 15) [정답] ①

[히]설] (i) 
$$\alpha\beta = (2+5i)(2-5i) = 2^2 - (5i)^2 = 29$$
  
(ii)  $\alpha + \beta = (2+5i) + (2-5i)$   
 $= (2+2) + (5-5)i = 4$   
(iii)  $\alpha - \beta = (2+5i) - (2-5i)$   
 $= (2+5i) + (-2+5i)$   
 $= (2-2) + (5+5)i = 10i$   
(iv)  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2+5i}{2-5i} = \frac{(2+5i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)}$   
 $= \frac{4+10i+10i+25i^2}{2^2 - (5i)^2}$   
 $= \frac{-21+20i}{29} = -\frac{21}{29} + \frac{20}{29}i$   
(v)  $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{2-5i}{2+5i} = \frac{(2-5i)(2-5i)}{(2+5i)(2-5i)}$   
 $= \frac{4-10i-10i+25i^2}{2^2 - (5i)^2}$   
 $= \frac{-21-20i}{29} = -\frac{21}{29} - \frac{20}{29}i$ 

## 16) [정답] ②

[해설] 
$$\sqrt{-2}\sqrt{-18} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{-2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-18}}$$

$$= \sqrt{2}i \times 3\sqrt{2}i + \frac{3\sqrt{2}i}{\sqrt{2}i} - \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}i}$$

$$= -6 + 3 - \frac{1}{3}i^3 = -3 + \frac{1}{3}i$$

## 17) [정답] ⑤

[해설] 
$$\alpha=4-i$$
,  $\beta=-1+2i$ 이므로 
$$\overline{\alpha}=4+i$$
,  $\overline{\beta}=-1-2i$  
$$\alpha\overline{\alpha}=(4-i)(4+i)=4^2-i^2=17$$
 
$$\overline{\alpha}\beta=(4+i)(-1+2i)=-4+8i-i+2i^2=-6+7i$$
 
$$\alpha\overline{\beta}=(4-i)(-1-2i)=-4-8i+i+2i^2=-6-7i$$
 
$$\beta\overline{\beta}=(-1+2i)(-1-2i)=(-1)^2-(2i)^2=5$$
 따라서  $\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}\beta+\alpha\overline{\beta}+\beta\overline{\beta}=17+(-6+7i)+(-6-7i)+5=(17-6-6+5)+(7-7)i=10$ 

#### 18) [정답] ③

[해설] 
$$V=100$$
,  $I=4-3i$ 이고  $V=I\times Z$ 이므로 
$$Z=\frac{V}{I}=\frac{100}{4-3i}$$
 
$$=\frac{100(4+3i)}{(4-3i)(4+3i)}=\frac{100(4+3i)}{4^2-(3i)^2}=\frac{100(4+3i)}{25}$$
 
$$=4(4+3i)=16+12i$$

## 19) [정답] ①

[해설] 
$$(\sqrt{3}+ai)(2-\sqrt{-3}) = (\sqrt{3}+ai)(2-\sqrt{3}i)$$
  
=  $(2\sqrt{3}+a\sqrt{3})+(2a-3)i$   
=  $(a+2)\sqrt{3}+(2a-3)i$ 

실수가 되려면 허수부가 0이어야하므로

$$2a-3=0$$
,  $a=\frac{3}{2}$ 

#### 20) [정답] ⑤

[해설] 좌변을 정리하면

$$\begin{split} &\frac{a}{3+i} + \frac{b}{3-i} = \frac{(3-i)a + (3+i)b}{(3+i)(3-i)} \\ &= \frac{(3a+3b) + (b-a)i}{3^2 - i^2} \\ &= \frac{3(a+b) + (b-a)i}{10} \\ &= \frac{3(a+b)}{10} + \frac{(b-a)}{10}i = 6+i \\ &\stackrel{\textstyle \frown}{\lnot} a+b = 20, \ b-a = 10 \, \stackrel{\textstyle \frown}{} \, \square \, \stackrel{\textstyle \frown}{=} \\ a=5, \ b=15 \, \stackrel{\textstyle \frown}{} \, \square \, \\ b-2a=5 \end{split}$$