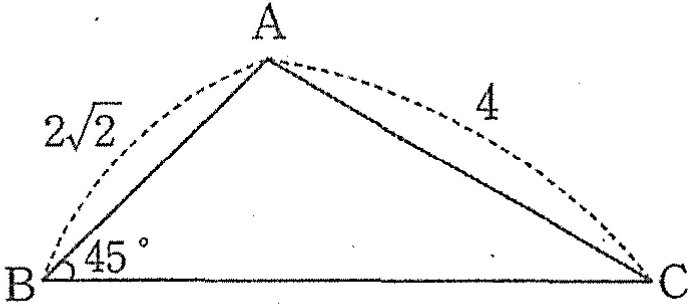


|  |                     |       |  |
|--|---------------------|-------|--|
|  | 2021년 포곡고 수학 1학기 기말 | DATE  |  |
|  |                     | NAME  |  |
|  |                     | GRADE |  |

1. 그림과 같은 삼각형  $ABC$ 에서  $\sin C$ 의 값은? [4.4점]



- ① 0
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ 1

2. 등차수열 2, 5, 8, 11, ...에서 제 10항은?

- ① 26
- ② 27
- ③ 29
- ④ 31
- ⑤ 32

3. 제 2항이 6, 제 4항이 24이고 공비가 음수인 등비수열의 일반항  $a_n$ 은? [4.4점]

- ①  $a_n = 3 \times 2^n$
- ②  $a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$
- ③  $a_n = 3 \times 2^{n-1}$
- ④  $a_n = (-3) \times (-2)^{n-1}$
- ⑤  $a_n = (-3) \times 2^{n-1}$

4.  $\sum_{k=1}^7 a_k = -20$ ,  $\sum_{k=1}^7 b_k = 40$ 일 때,  $\sum_{k=1}^7 (-5a_k + 4b_k + 3)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 63
- ② 81
- ③ 168
- ④ 263
- ⑤ 281

5.  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )로 정의된 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_4 + a_5$ 의 값은? [4.5점]

- ① 46
- ② 47
- ③ 48
- ④ 49
- ⑤ 50

6. 두 자리의 자연수 중에서 5으로 나누었을 때 나머지가 1인 수들의 합은? [4.6점]

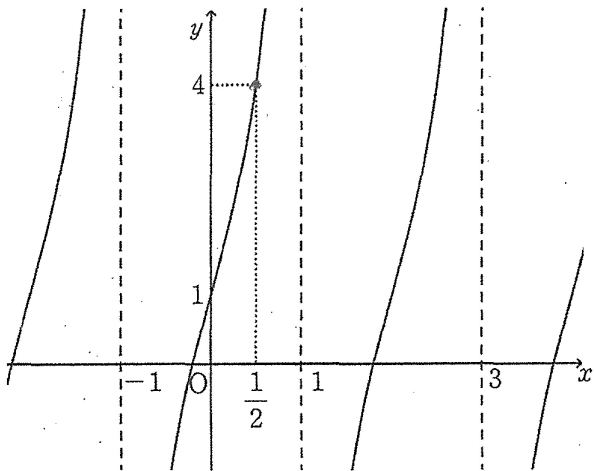
- ① 963
- ② 970
- ③ 1064
- ④ 1071
- ⑤ 1080

7. 다음식의 값은? [4.6점]

$$\cos 1^{\circ} + \cos 2^{\circ} + \cos 3^{\circ} + \cdots + \cos 179^{\circ} + \cos 180^{\circ}$$

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 함수  $y = a \tan bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $\cos\left(abc + \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ 이다.) [4.7점]



- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 함수  $y = -\cos^2 x - \sin x + 1$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라고 할 때,  $4(M+m)$ 의 값은? (단,  $0 \leq x < 2\pi$ 이다.) [4.7점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

10. 다음은  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^n} > 1 + \frac{n}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(1)  $n=2$ 일 때, (좌변)  $= \frac{25}{12} > 2 =$  (우변)이므로

부등식  $\textcircled{1}$ 은 성립한다.

(2)  $n=k$  ( $k \geq 2$ )일 때, 부등식  $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^k} > 1 + \frac{k}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

(3) 등식  $\textcircled{2}$ 의 양변에

$$\frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \cdots + \frac{1}{2^{k+\lfloor f(k) \rfloor}}$$

을 더하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \cdots + \frac{1}{2^{k+\lfloor f(k) \rfloor}} \\ > 1 + \frac{k}{2} + \frac{1}{2^{k+1}} + \cdots + \frac{1}{2^{k+\lfloor f(k) \rfloor}} \end{aligned}$$

$$\text{즉, } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^{k+1}} > 1 + \frac{k}{2} + 2^k \times \frac{1}{2^{k+1}} = 1 + \lfloor g(k) \rfloor$$

따라서  $n=k+1$ 일 때 부등식  $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(1), (2), (3)에 의해서  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식  $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

$f(5)g(5)$ 의 값은? [4.7점]

- ① 48      ② 72      ③ 96      ④ 108      ⑤ 114

11. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = 124$ ,  $a_2 = 62$ ,  $f(m) = a_1 a_2 a_3 \cdots a_m$ 일 때,  $f(m)$ 의 값이 최대가 되는 자연수  $m$ 의 값은? [4.8점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

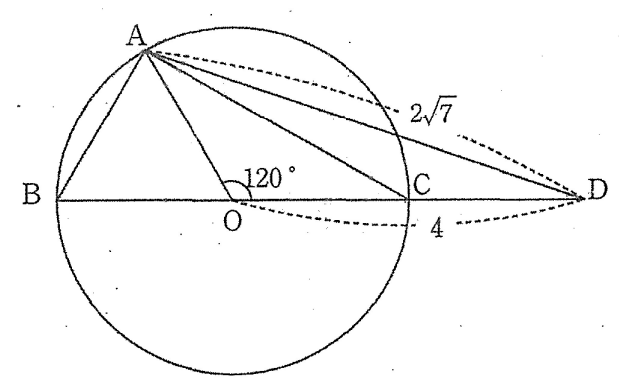
12. 연이율 4%인 복리 상품에 12년 동안 매년 초 저금하려고 한다. 첫해에 50만원을 저금하고 그 다음 해부터는 전년도보다 4% 많은 금액을 저금한다고 할 때, 12년 말까지 저금한 금액의 원리합계는? (단,  $1.04^{12} = 1.6$ ,  $1.04^{13} = 1.66$ 으로 계산한다.) [4.8점]

- ① 780만원    ② 816만원    ③ 858만원    ④ 960만원    ⑤ 996만원

13.  $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k (k+1)^3$ 의 값은? [4.9점]

- ① 750                      ② 755                      ③ 760                      ④ 765                      ⑤ 770

14. 그림과 같이 원의 중심이  $O$ 인 원에 내접하는 삼각형  $ABC$ 의 한 변  $BC$ 의 연장선 위에 점  $D$ 가 있다.  $\overline{AD} = 2\sqrt{7}$ ,  $\overline{OD} = 4$ ,  $\angle AOD = 120^\circ$  일 때, 삼각형  $ACD$ 의 넓이는? [4.9점]



- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$                       ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$

15.  $\sum_{m=1}^5 \left\{ \sum_{k=1}^m (k+m)^2 \right\} - \sum_{n=1}^5 \left\{ \sum_{i=1}^n (i-n)^2 \right\}$ 의 값은? [5.0점]

- ① 530                      ② 540                      ③ 550                      ④ 560                      ⑤ 570

16.  $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.  
 이때,  $f(x)=-1$ 을 만족하는 서로 다른 모든 실근의 합은? [5.0점]

- $f(x)=\cos\pi(x+a)$ 이다. (단,  $a$ 는 자연수이다.)
- $f(x)=1$ 을 만족하는 서로 다른 실근의 개수는 짝수이다.

- ① 4                      ② 8                      ③ 12                      ④ 16                      ⑤ 20

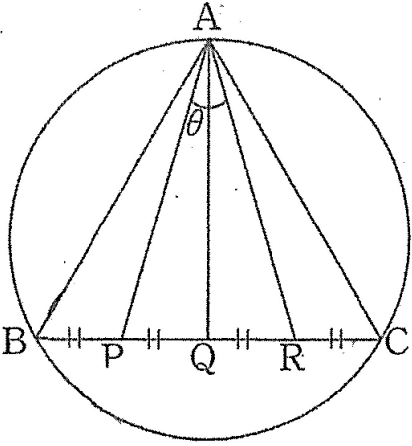
17. 첫째항이  $-4$ , 공차가  $\frac{2}{m}$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 두 함수  
 $f(x)=x^2+8x+16$ ,  $g(x)=x^2$ 이 있다. 이때 자연수  $n$ 에 대하여  
 $l_n=f(a_n)-g(a_n)$ 이라고 하자.  $\sum_{k=1}^{2m+2} 25l_k=480$ 일 때,  $a_{51}$ 의 값은?  
 (단,  $m$ 은 3 이상의 홀수인 자연수다.) [5.1점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12                      ④ 14                      ⑤ 16

18. 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 의 일반항이  $a_n=\sum_{k=1}^n k^3$ ,  $b_n=\sum_{k=1}^n k$ 일 때, 식  
 $\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\frac{b_3}{a_3}+\cdots+\frac{b_{10}}{a_{10}}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.  
 [6.0점]

19. 첫째항부터 제 6항까지의 합이  $-120$ , 첫째항부터 제 10항까지의  
 합이  $-120$ 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은 몇 번째  
 항인지를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

20. 반지름의 길이가  $4\sqrt{3}$ 인 원에 내접하는 정삼각형  $ABC$ 에서 변  
 $BC$ 의 사등분점을 각각  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 이라 하자.  $\angle PAR=\theta$ 라고 할 때,  
 다음 물음에 답하시오. [총 7.0점]



- (1) 정삼각형  $ABC$ 의 한 변의 길이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]
- (2) 변  $AP$ 의 길이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]
- (3)  $\cos\theta$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

---

1) ②

2) ③

3) ④

4) ⑤

5) ①

6) ①

7) ②

8) ⑤

9) ④

10) ③

11) ③

12) ④

13) ②

14) ③

15) ⑤

16) ⑤

17) ⑤

18)  $\frac{20}{11}$

19) 9번째 항

20)

(1) 12

(2)  $3\sqrt{13}$

(3)  $\frac{11}{13}$