



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01 수열의 수렴과 발산****(1) 수열의 수렴**

수열  $\{a_n\}$ 에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때,  $a_n$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면 수열  $\{a_n\}$ 은  $\alpha$ 에 수렴한다고 한다. 이때  $\alpha$ 를 수열  $\{a_n\}$ 의 극한값 또는 극한이라 하고, 이를 기호로 나타내면 다음과 같다.

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha \text{ 또는 } n \rightarrow \infty \text{ 일 때 } a_n \rightarrow \alpha$$

**(2) 수열의 발산**

수열  $\{a_n\}$ 이 수렴하지 않을 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 발산한다고 하며 극한값은 없다고 한다.

**① 양의 무한대로 발산**

수열  $\{a_n\}$ 에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때, 일반항  $a_n$ 의 값도 한없이 커지는 경우

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty \text{ 또는 } n \rightarrow \infty \text{ 일 때 } a_n \rightarrow \infty$$

**② 음의 무한대로 발산**

수열  $\{a_n\}$ 에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때, 일반항  $a_n$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지는 경우

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty \text{ 또는 } n \rightarrow \infty \text{ 일 때 } a_n \rightarrow -\infty$$

■ 다음 수열의 수렴과 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구 하여라.

1.  $2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots$

2.  $\{3n-4\}$

3.  $\{2n+1\}$

4.  $\{-2n+3\}$

5.  $\{-2n+1\}$

6.  $\{n^2-n\}$

7.  $4-1, 4-\frac{1}{2}, 4-\frac{1}{3}, 4-\frac{1}{4}, \dots, 4-\frac{1}{n}, \dots$

8.  $\left\{\frac{1}{3n-2}\right\}$

9.  $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \dots, \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}, \dots$

10.  $\left\{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$

11.  $\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$

12.  $\left\{5+\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$

13.  $\left\{2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}$

14.  $\left\{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}$

15.  $-4, -4, -4, \dots, -4, \dots$

16.  $5, -5, 5, \dots, (-1)^{n+1} \cdot 5, \dots$

17.  $4, -4, 4, \dots, (-1)^{n+1} \times 4, \dots$

18.  $8, 6, 4, 2, \dots, -2n+10, \dots$

19.  $1, 3, 1, 3, 1, 3, \dots$

20.  $-3, -3, -3, \dots, -3, \dots,$

21.  $\left\{\frac{n^2}{2n}\right\}$

22.  $\left\{\frac{n^2}{5n}\right\}$

23.  $\left\{-\frac{1}{n^2}\right\}$

24.  $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$

25.  $\left\{\frac{7}{n^2}\right\}$

26.  $\left\{\frac{(-1)^n}{n^2}\right\}$

27.  $\left\{\frac{-n^2+n}{n}\right\}$

28.  $\{2 + (-1)^n\}$

29.  $\{3 + (-1)^n\}$

30.  $\{5 + 3^n\}$

31.  $\{3^n + (-1)^n\}$

32.  $\left\{\frac{1}{2^n + (-1)^n}\right\}$

33.  $\left\{ \frac{1}{3^n + (-1)^n} \right\}$

34.  $\{\cos n\pi\}$

▣ 다음 수열의 극한값을 구하여라.

35.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

36.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n+1}, \dots$

37.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{2n}, \dots$

38.  $1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{8}, \dots, 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n, \dots$

39.  $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots, \frac{n+1}{n}, \dots$

40.  $3, 2, \frac{5}{3}, \dots, \frac{n+2}{n}, \dots$

41.  $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \dots, \frac{2n-1}{n}, \dots$

42.  $2, 2, 2, 2, \dots, 2, \dots$

43.  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \dots$

44.  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, -\frac{1}{2^n}, \dots$

45.  $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \dots, (-1)^n \frac{1}{2^{n-1}}, \dots$

46.  $-1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{(-1)^n}{3^{n-1}}, \dots$

47.  $-1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, \dots, \frac{(-1)^n}{n^2}, \dots$

## 02 수열의 극한에 대한 기본 성질

두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에서  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는

실수)일 때

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} c a_n = c \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c\alpha \quad (\text{단, } c \text{는 상수})$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \pm b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha \pm \beta$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha\beta$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{단, } b_n \neq 0, \beta \neq 0)$$

■ 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -3$ 일 때,  
다음 극한값을 구하여라.

$$48. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2b_n)$$

$$49. \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n)$$

$$50. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$$

$$51. \lim_{n \rightarrow \infty} 2(a_n - b_n)$$

$$52. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n}{2b_n}$$

■ 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -2$ 일 때,  
다음 극한값을 구하여라.

$$53. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)$$

$$54. \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n)$$

$$55. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 - b_n^2)$$

$$56. \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n$$

$$57. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{3b_n}$$

■ 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$ 일 때,  
다음 극한값을 구하여라.

$$58. \lim_{n \rightarrow \infty} (2 + a_n)$$

$$59. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)$$

$$60. \lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + b_n)$$

61.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$

62.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n}{4b_n}$

63.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3}{6b_n}$

■ 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$ 일 때,  
다음 극한값을 구하여라.

64.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n)$

65.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3b_n + a_n)$

66.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n$

67.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4b_n}$

68.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)^2$

69.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + b_n - 5}{a_n b_n}$

■ 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ 일 때,  
다음 극한값을 구하여라.

70.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n)$

71.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2a_n - 3b_n + 4)$

72.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n)$

73.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)^2$

74.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - b_n - 1}{2a_n b_n}$

■ 다음 극한값을 구하여라.

75.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)$

76.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{5}{n}\right)$

77.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{1}{n+2}\right)$

78.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{4}{n^2}\right)$

$$79. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2} \right)$$

$$80. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( -\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} \right)$$

$$81. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \left( 3 - \frac{4}{n} \right)$$

$$82. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 3 - \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{5}{n} \right)$$

$$83. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{4}{n} \right) \left( 3 + \frac{6}{n} \right)$$

$$84. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}}$$

$$85. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{5 - \frac{4}{n}}$$

$$86. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n}}$$

▣ 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ 일 때, 다음 식을 만족시키는  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하여라.

$$87. \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n) = 8$$

$$88. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n - 1) = 8$$

$$89. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2b_n - 1}{a_n^2} = 1$$

▣ 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 수렴하고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 3$ 일 때, 다음 식을 만족시키는  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

$$90. \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = -3$$

$$91. \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n = 2$$

$$92. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 1}{b_n^2} = 5$$



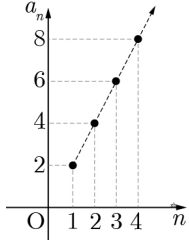
## 정답 및 해설

## 1) 발산

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 2n$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 한없이 커지므로 이 수열은 양의 무한대로 발산한다.



## 2) 발산

⇒ 수열  $\{3n-4\}$ 는  $-1, 2, 5, \dots$ 이므로 양의 무한대로 발산한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} (3n-4) = \infty$$

## 3) 발산

⇒ 수열  $\{2n+1\}$ 은  $3, 5, 7, 9, 11, \dots$ 이므로 양의 무한대로 발산한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1) = \infty$$

## 4) 발산

⇒ 수열  $\{-2n+3\}$ 는  $1, -1, -3, \dots$ 이므로 음의 무한대로 발산한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} (-2n+3) = -\infty$$

## 5) 발산

⇒ 수열  $\{-2n+1\}$ 은  $-1, -3, -5, -7, \dots$ 이므로 음의 무한대로 발산한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} (-2n+1) = -\infty$$

## 6) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $n^2-n$ 의 값은 양의 무한대로 발산한다.

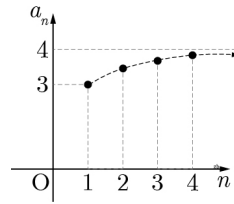
$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2-n) = \infty$$

## 7) 수렴, 4

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 4 - \frac{1}{n}$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 4에 한없이 가까워지므로 이 수열은 4에 수렴한다.

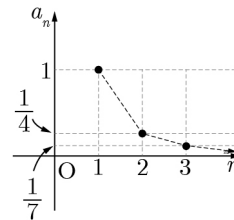


## 8) 수렴, 0

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = \frac{1}{3n-2}$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.

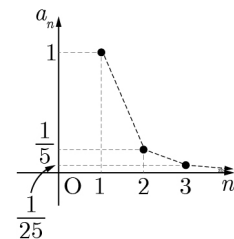


## 9) 수렴, 0

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.



## 10) 수렴, 1

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ 의 값은 1에 한없이 가까워지므로 이 수열은 1에 수렴한다.

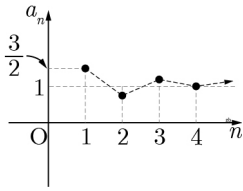
$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right) = 1$$

## 11) 수렴, 1

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로 이 수열은 1에 수렴한다.



12) 수렴, 5

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $5 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ 의 값은 5에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 5 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right\} = 5$$

13) 수렴, 2

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ 의 값은 2에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right\} = 2$$

14) 수렴, 1

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ 의 값은 1에 한없이 가까워진다.

$$\text{따라서 극한값은 } \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right\} = 1$$

15) 수렴, -4

⇒  $n$ 이 한없이 커져도 주어진 수열의 일반항의 값은 항상 -4로 일정하다. 따라서 이 수열은 -4에 수렴한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} (-4) = -4$$

16) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $(-1)^{n+1} \cdot 5$ 의 값은 5와 -5의 값이 주기적으로 반복하며 진동하므로 발산한다.

17) 발산

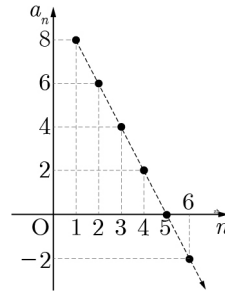
⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $(-1)^{n+1} \times 4$ 의 값은 4와 -4의 값이 반복되므로 진동한다. 즉, 발산한다.

18) 발산

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = -2n + 10$$

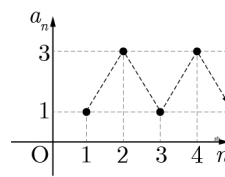
다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로 이 수열은 음의 무한대로 발산한다.



19) 발산

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때 수열  $\{a_n\}$ 은 수렴하지도 않고 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하지도 않으므로 진동한다. 즉, 발산한다.



20) 수렴, -3

⇒  $n$ 이 한없이 커져도 주어진 수열의 일반항의 값은 항상 -3으로 일정하다. 따라서 이 수열은 -3로 수렴한다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} (-3) = -3$$

21) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{n^2}{2n} = \frac{n}{2}$ 의 값은 양의 무한대로 발산한다.

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} = \infty$$

22) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{n^2}{5n} = \frac{n}{5}$ 의 값은 양의 무한대로 발산한다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5} = \infty$$

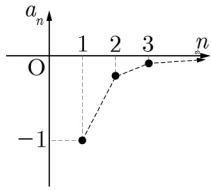
23) 수렴, 0

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = -\frac{1}{n^2}$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.





24) 수렴, 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{1}{n^2}$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

25) 수렴, 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{7}{n^2}$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{n^2} = 0$$

26) 수렴, 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{(-1)^n}{n^2}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2} \right\} = 0$$

27) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{-n^2+n}{n} = -n+1$ 의 값은 음의 무한대로 발산한다.

28) 발산

⇒ 수열  $\{2+(-1)^n\}$ 은 1, 3, 1, 3, 1, ...이므로 진동한다. 즉, 발산한다.

29) 발산

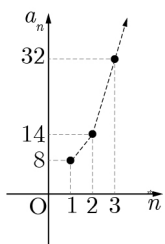
⇒ 수열  $\{3+(-1)^n\}$ 은 2, 4, 2, 4, 2, ...이므로 진동한다. 즉 발산한다.

30) 발산

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 5 + 3^n$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 한없이 커지므로 이 수열은 양의 무한대로 발산한다.



31) 발산

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $3^n + (-1)^n$ 의 값은 양의 무한대로 발산한다.

32) 수렴, 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 분모  $2^n + (-1)^n$ 의 값이

한없이 커지므로 일반항  $\frac{1}{2^n + (-1)^n}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2^n + (-1)^n} \right\} = 0$$

33) 수렴, 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 분모  $3^n + (-1)^n$ 의 값이 한없이 커지므로 일반항  $\frac{1}{3^n + (-1)^n}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다. 따라서 극한값은

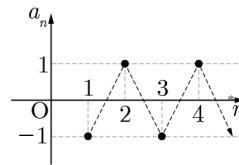
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n + (-1)^n} = 0$$

34) 발산

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = \cos n\pi$$

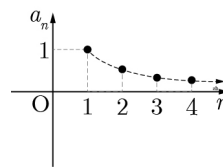
다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때 수열  $\{a_n\}$ 은 수렴하지도 않고 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하지도 않으므로 진동한다. 즉, 발산한다.



35) 0

⇒ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면  $a_n = \frac{1}{n}$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 0에 수렴한다.



36) 0

⇒  $n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{1}{n+1}$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 수렴하고 그 극한값은 0이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

37) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{1}{2n}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} = 0$$

38) 1

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 의 값은 1에 한없이 가까워진다.

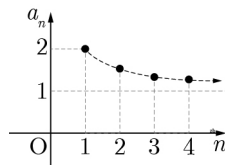
$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 1$$

39) 1

$\Rightarrow$  주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = \frac{n+1}{n}$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로 이 수열은 1에 수렴한다.



40) 1

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{n+2}{n} = 1 + \frac{2}{n}$ 의 값은 1에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n} = 1$$

41) 2

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{2n-1}{n} = 2 - \frac{1}{n}$ 의 값은 2에 한없이 가까워진다.

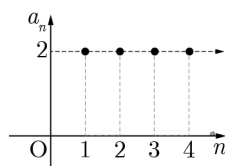
$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n} = 2$$

42) 2

$\Rightarrow$  주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = 2$$

다음 그림에서  $n$ 의 값이 한없이 커질 때  $a_n$ 의 값이 2이므로 이 수열은 2에 수렴한다.



43) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ 의 값은 0에

한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

44) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $-\frac{1}{2^n}$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 수렴하고 그 극한값은 0이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2^n}\right) = 0$$

45) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $(-1)^n \frac{1}{2^{n-1}}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{1}{2^{n-1}} = 0$$

46) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{(-1)^n}{3^{n-1}}$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 이 수열은 수렴하고 그 극한값은 0이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{3^{n-1}} = 0$$

47) 0

$\Rightarrow n$ 이 한없이 커질 때, 일반항  $\frac{(-1)^n}{n^2}$ 의 값은 0에 한없이 가까워진다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = 0$$

48) 8

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2b_n) = 2 - 2 \times (-3) = 8$$

49) 1

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n) = 2 \times 2 + (-3) = 1$$

50) -6

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 2 \times (-3) = -6$$

51) 10

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} 2(a_n - b_n) = 2\{2 - (-3)\} = 10$$

52) -1

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n}{2b_n} = \frac{3 \times 2}{2 \times (-3)} = -1$$

53) -1

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n) = 3 + 2 \times (-2) = -1$$

54) 8

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n) = 2 \times 3 - (-2) = 8$$

55) 5

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 - b_n^2) = 3^2 - (-2)^2 = 9 - 4 = 5$$

56) -12

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n = 2 \times 3 \times (-2) = -12$$

57) -1

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{3b_n} = \frac{2 \times 3}{3 \times (-2)} = -1$$

58) 4

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2 + a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 + 2 = 4$$

59) 3

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2 - (-1) = 3$$

60) 5

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + b_n) = 3 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 3 \times 2 + (-1) = 5$$

61) -2

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2 \times (-1) = -2$$

62)  $-\frac{3}{2}$ 

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n}{4b_n} = \frac{3 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{4 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{3 \times 2}{4 \times (-1)} = -\frac{3}{2}$$

63)  $-\frac{5}{6}$ 

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3}{6b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 3}{6 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{2 + 3}{6 \times (-1)} = -\frac{5}{6}$$

64) 4

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2 \cdot 3 - 2 = 4 \end{aligned}$$

65) 9

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (3b_n + a_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} 3b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \\ &= 3 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \\ &= 3 \cdot 2 + 3 = 9 \end{aligned}$$

66) 12

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2 \times 3 \times 2 = 12$$

67)  $\frac{3}{8}$ 

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} 4b_n} = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$

68) 49

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)^2 &= \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 4a_n \cdot b_n + 4b_n^2) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n^2 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 + 24 + 16 = 49 \end{aligned}$$

69) 1

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + b_n - 5}{a_n b_n} &= \frac{3 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n - \lim_{n \rightarrow \infty} 5}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n} \\ &= \frac{3 \cdot 3 + 2 - 5}{3 \cdot 2} = \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

70) 3

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n) - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2 \times 2 - 1 = 3 \end{aligned}$$

71) -3

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (-2a_n - 3b_n + 4) &= -\lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} 3b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \\ &= -2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - 3 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + 4 \\ &= -2 \times 2 - 3 \times 1 + 4 = -3 \end{aligned}$$

72) 5

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2^2 + 1 = 5 \end{aligned}$$

73) 16

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)^2 &= \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 4a_n b_n + 4b_n^2) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n^2 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + 4 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2^2 + 4 \times 2 \times 1 + 4 \times 1^2 = 16 \end{aligned}$$

74) 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - b_n - 1}{2a_n b_n} &= \frac{3\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n - \lim_{n \rightarrow \infty} 1}{2\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n} \\ &= \frac{3 \times 2 - 1 - 1}{2 \times 2 \times 1} = \frac{4}{4} = 1\end{aligned}$$

75) 2

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 2 + 0 = 2$$

76) 3

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{5}{n}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n} \\ &= 3 + 0 = 3\end{aligned}$$

77) 5

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{1}{n+2}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} 5 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} \\ &= 5 - 0 = 5\end{aligned}$$

78) 0

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{4}{n^2}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2} \\ &= 0 - 0 = 0\end{aligned}$$

79) 0

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2} \\ &= 0 + 0 = 0\end{aligned}$$

80) 0

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}\right) &= -2\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \\ &= -2 \times 0 + 0 = 0\end{aligned}$$

81) 3

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(3 - \frac{4}{n}\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right) \times \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{4}{n}\right) \\ &= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n}\right) \times \left(\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n}\right) \\ &= (1 + 0) \times (3 - 0) = 1 \times 3 = 3\end{aligned}$$

82) 6

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{5}{n}\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n}\right) \times \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{5}{n}\right) \\ &= 3 \times 2 = 6\end{aligned}$$

83) 6

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{4}{n}\right) \left(3 + \frac{6}{n}\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{4}{n}\right) \times \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{6}{n}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} 2 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n}\right) \times \left(\lim_{n \rightarrow \infty} 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6}{n}\right) \\ &= (2 - 0) \times (3 + 0) = 2 \times 3 = 6\end{aligned}$$

84) 0

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{0}{2} = 0$$

85)  $\frac{2}{5}$ 

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{5 - \frac{4}{n}} &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{n}\right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{4}{n}\right)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 5 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n}} \\ &= \frac{2 + 0}{5 - 0} = \frac{2}{5}\end{aligned}$$

86)  $\frac{1}{4}$ 

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n}} &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n^2}\right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{2}{n}\right)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 4 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n}} \\ &= \frac{1 + 0}{4 - 0} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

87) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n) &= 2\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 8 \text{ 이므로} \\ 2 \times 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n &= 8 \\ \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} b_n &= 8 - 2 \times 3 = 2\end{aligned}$$

88) 3

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n - 1) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \lim_{n \rightarrow \infty} b_n - \lim_{n \rightarrow \infty} 1 = 8 \text{ 이므로} \\ 3 \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n - 1 &= 8 \\ \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} b_n &= \frac{8 + 1}{3} = 3\end{aligned}$$

89) 5

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2b_n - 1}{a_n^2} &= \frac{2\lim_{n \rightarrow \infty} b_n - \lim_{n \rightarrow \infty} 1}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = 1 \text{ 이므로} \\ \frac{2\lim_{n \rightarrow \infty} b_n - 1}{3^2} &= 1 \quad \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{1 \times 3^2 + 1}{2} = 5\end{aligned}$$

90) 6

$$\begin{aligned}\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) &= 2\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - 5\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -3 \text{ 이므로} \\ 2\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - 5 \cdot 3 &= -3 \\ \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \frac{-3 + 5 \cdot 3}{2} = 6\end{aligned}$$

$$91) \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2 \text{ 이므로}$$

$$\text{로 } 2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \times 3 = 2$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$92) 22$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 1}{b_n^2} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 1}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\frac{2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 1}{3^2} = 5$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{5 \cdot 3^2 - 1}{2} = 22$$