14 도형의 이동

유형의 이해에 따라 ▢ 안에 ○, × 표시를 하고 반복하여 학습합니다.		1st	2nd
필수유형 01	점의 평행이동	▢	▢
필수유형 02	도형의 평행이동 – 직선	▢	▢
필수유형 03	도형의 평행이동 – 원, 포물선	▢	▢
필수유형 04	점의 대칭이동	▢	▢
필수유형 05	도형의 대칭이동	▢	▢
필수유형 06	도형의 평행이동과 대칭이동	▢	▢
필수유형 07	점에 대한 대칭이동	▢	▢
필수유형 08	직선에 대한 대칭이동	▢	▢
발전유형 09	선분의 길이의 합의 최솟값	▢	▢

필수유형 01 점의 평행이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$에 의하여 점 $(-1, 3)$이 직선 $y=3x+a$ 위의 점으로 옮겨질 때, 상수 a의 값을 구하여라.

(2) 점 $(-3, 4)$를 점 $(1, 1)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-1, 0)$으로 옮겨지는 점의 좌표를 구하여라.

풍쌤 POINT

점 (x, y)를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(x+a, y+b)$야.

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$에 의하여 점 (x, y)는 점 $(x+a, y+b)$로 옮겨진다.

풀이

(1) STEP1 평행이동한 점의 좌표 구하기

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$❶에 의하여 점 $(-1, 3)$이 옮겨지는 점의 좌표는

$(-1+2, 3-1)$ $\therefore (1, 2)$

STEP2 a의 값 구하기

즉, 점 $(1, 2)$가 직선 $y=3x+a$ 위에 있으므로

$2=3\times1+a$ $\therefore a=-1$

❶ x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 옮기는 평행이동이다.

(2) STEP1 평행이동 알아내기

점 $(-3, 4)$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(1, 1)$이라고 하면❷

$-3+m=1$, $4+n=1$

$\therefore m=4$, $n=-3$

STEP2 점 $(-1, 0)$으로 옮겨지는 점의 좌표 구하기

이때 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+4, y-3)$에 의하여 점 $(-1, 0)$으로 옮겨지는 점의 좌표를 (a, b)라고 하면❸

$a+4=-1$, $b-3=0$

$\therefore a=-5$, $b=3$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-5, 3)$이다.

❷ $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$
$(-3, 4) \rightarrow (1, 1)$

❸ $(a, b) \rightarrow (-1, 0)$

답 (1) -1 (2) $(-5, 3)$

풍쌤 강의 NOTE

점의 평행이동은 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 점을 옮기는 것이다.

(1) 평행이동이 주어진 경우: 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$에 의하여 점 (x_1, y_1)은 점 (x_1+a, y_1+b)로 옮겨진다.

(2) 평행이동이 주어지지 않은 경우: 평행이동 $(x_1, y_1) \rightarrow (x_2, y_2)$는 x축의 방향으로 x_2-x_1만큼, y축의 방향으로 y_2-y_1만큼 평행이동한 것이다.

01-1 유사

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+3, y-5)$에 의하여 점 $(2, 2)$가 직선 $y=-x+a$ 위의 점으로 옮겨질 때, 상수 a의 값을 구하여라.

01-2 유사

점 $(4, -3)$을 점 $(7, -2)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-1, 5)$로 옮겨지는 점의 좌표를 구하여라.

01-3 변형

점 (a, b)를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2-4x=0$의 중심과 일치하였다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

01-4 변형 기출

좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a, a^2)$을 x축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점이 직선 $y=4x$ 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

01-5 변형

점 $\mathrm{A}(3, -4)$를 x축의 방향으로 7만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동하였더니 원점 O로부터의 거리가 처음 거리의 2배가 되었다. 이때 a의 값을 구하여라.

01-6 실력

두 점 $\mathrm{A}(a, 2)$, $\mathrm{B}(4, b)$가 어떤 평행이동에 의하여 각각 $\mathrm{A}'(3, 6)$, $\mathrm{B}'(2, 5)$로 옮겨질 때, 이 평행이동에 의하여 점 (a, b)로 옮겨지는 점의 좌표를 구하여라.

필수유형 02 도형의 평행이동 – 직선

다음 물음에 답하여라.

(1) 직선 $ax+y+2=0$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 직선이 점 $(1,\ -1)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

(2) 직선 $ax-y-a-2=0$이 평행이동 $(x,\ y) \rightarrow (x-2,\ y+n)$에 의하여 직선 $2x+y-3=0$으로 옮겨질 때, $a-n$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

풍쌤 POINT

직선을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하려면 x 대신 $x-a$를, y 대신 $y-b$를 대입해!

풀이

(1) STEP1 평행이동한 직선의 방정식 구하기

직선 $ax+y+2=0$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 직선의 방정식은❶

$a(x-3)+(y-5)+2=0$

$\therefore\ ax+y-3a-3=0$

STEP2 a의 값 구하기

이 직선이 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$a-1-3a-3=0 \qquad \therefore\ a=-2$

❶ x 대신 $x-3$을, y 대신 $y-5$를 대입한다.

(2) STEP1 평행이동한 직선의 방정식 구하기

직선 $ax-y-a-2=0$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 직선의 방정식은❷

$a(x+2)-(y-n)-a-2=0$

$\therefore\ ax-y+a+n-2=0$

STEP2 $a+n$의 값 구하기

이 직선이 직선 $2x+y-3=0$, 즉 $-2x-y+3=0$❸과 일치하므로

$a=-2,\ a+n-2=3 \qquad \therefore\ n=7$

$\therefore\ a-n=-2-7=-9$

❷ x 대신 $x+2$를, y 대신 $y-n$을 대입한다.

❸ $ax-y+a+n-2=0$과 일치하려면 y의 계수가 -1이어야 한다.

답 (1) -2 (2) -9

풍쌤 강의 NOTE

방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은 x 대신 $x-a$를, y 대신 $y-b$를 대입하여 구한다.
이때 도형의 평행이동은 점의 평행이동과 달리 부호가 반대인 것에 주의한다. 즉, x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동할 때, 점 $(x,\ y)$는 점 $(x+a,\ y+b)$로, 도형 $f(x,\ y)=0$은 도형 $f(x-a,\ y-b)=0$으로 옮겨진다.

02-1 유사

직선 $ax-y+a+2=0$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선이 점 $(-3, 4)$를 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

02-2 유사

직선 $ax-2y+4-a=0$이 평행이동 $(x, y) \to (x+m, y+1)$에 의하여 직선 $3x+2y-6=0$으로 옮겨질 때, $a+m$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

02-3 변형

직선 $y=-x+5$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 처음 직선과 일치하였다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

02-4 변형

직선 $y=x-1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선과 직선 $y=-2x+3$을 y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 직선의 교점이 $(-1, 4)$일 때, $m+n$의 값을 구하여라.

02-5 변형

직선 $y=-x+1$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $-2a$만큼 평행이동한 직선이 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=16$의 넓이를 이등분할 때, a의 값을 구하여라.

02-6 변형

점 $(2, 1)$을 점 $(3, -3)$으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $y=ax+b$가 옮겨지는 직선이 직선 $y=-\frac{1}{4}x+2$와 y축 위의 점에서 수직으로 만날 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

필수유형 03 도형의 평행이동 – 원, 포물선

원 $x^2+y^2-8x+2y+c=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2=9$와 일치하였다. 이때 a, b, c의 값을 각각 구하여라. (단, c는 상수이다.)

풍쌤 POINT

방정식이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하려면 x 대신 $x-a$를, y 대신 $y-b$를 대입해!

풀이

STEP1 평행이동한 원의 방정식 구하기

원 $x^2+y^2-8x+2y+c=0$에서

$(x-4)^2+(y+1)^2=17-c$ ❶

이 원을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-a-4)^2+(y-b+1)^2=17-c$

STEP2 a, b, c의 값 구하기

이 원이 원 $x^2+y^2=9$와 일치하므로

$-a-4=0$, $-b+1=0$, $17-c=9$

$\therefore a=-4$, $b=1$, $c=8$

다른 풀이

STEP1 원의 중심의 평행이동을 이용하여 a, b의 값 구하기

원 $x^2+y^2-8x+2y+c=0$, 즉 $(x-4)^2+(y+1)^2=17-c$의 중심 $(4, -1)$은 평행이동 $(x, y) \to (x+a, y+b)$에 의하여 원 $x^2+y^2=9$의 중심 $(0, 0)$으로 옮겨지므로 ❷

$4+a=0$, $-1+b=0$

$\therefore a=-4$, $b=1$

STEP2 반지름의 길이를 이용하여 c의 값 구하기

또, 평행이동해도 원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로

$17-c=9$ $\therefore c=8$

❶ 원의 중심을 이동하면 되니까 일반형은 표준형으로 고친다.

❷ 원의 중심의 평행이동은 점의 평행이동으로 구한다.

답 $a=-4$, $b=1$, $c=8$

풍쌤 강의 NOTE

도형을 평행이동하면 모양과 크기는 그대로 유지한 채, 위치만 변한다. 즉, 직선을 평행이동하면 기울기가 같은 직선으로 옮겨지고, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 원의 중심만 변한다. 또한, 포물선을 평행이동하면 폭과 모양은 변하지 않고 꼭짓점의 좌표가 변한다.
따라서 원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동으로, 포물선의 평행이동은 포물선의 꼭짓점의 평행이동으로 생각하고 주어진 도형의 방정식을 표준형으로 바꾸어 원의 중심의 좌표와 포물선의 꼭짓점의 좌표를 먼저 구한다.

03-1 기본

|보기|의 도형 중 평행이동하여 원

$x^2+y^2+2x-4y-4=0$과 겹쳐지는 것만을 있는 대로 골라라.

|보기|

ㄱ. $x^2+y^2-4x-8y-5=0$

ㄴ. $x^2+y^2+6x-8y+16=0$

ㄷ. $x^2+y^2-14x-4y+44=0$

03-2 유사

원 $x^2+y^2+6x-4y+c=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원

$x^2+y^2-4x+2y-11=0$과 일치하였다. 이때 a, b, c의 값을 각각 구하여라. (단, c는 상수이다.)

03-3 변형

점 $(2, 1)$을 점 $(-2, 3)$으로 옮기는 평행이동에 의하여 포물선 $y=-2x^2+8x-3$이 옮겨지는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 (m, n)이라고 할 때, $m+n$의 값을 구하여라.

03-4 변형

포물선 $y=-x^2+4x-1$을 x축의 방향으로 $-a$만큼, y축의 방향으로 $a-1$만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점이 x축 위에 있을 때, 이 꼭짓점의 x좌표를 구하여라.

03-5 변형

포물선 $y=x^2+x+4$를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 포물선이 직선 $y=-x+2$에 접할 때, k의 값을 구하여라.

03-6 실력

기출

원 $x^2+y^2+6x+8y=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원이 x축과 y축에 동시에 접한다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

(단, $a>0$, $b>0$)

필수유형 04 점의 대칭이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 점 $(a,\ 5)$를 x축에 대하여 대칭이동한 후 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(4,\ b)$일 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

(2) 점 $(3,\ a)$를 y축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 $y=-x+2$ 위에 있을 때, a의 값을 구하여라.

풍쌤 POINT

점은 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동하면 x좌표, y좌표의 부호가 바뀌고, 직선 $y=x$에 대한 대칭이동하면 x좌표, y좌표의 위치가 바뀌어.

풀이

(1) STEP1 점 $(a,\ 5)$를 x축에 대하여 대칭이동한 후 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 구하기

점 $(a,\ 5)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(a,\ -5)$

이 점을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(-a,\ 5)$

STEP2 a, b의 값 구하기

이 점이 점 $(4,\ b)$와 일치❶하므로

$-a=4,\ 5=b \qquad \therefore\ a=-4,\ b=5$

❶ $(-a,\ 5)=(4,\ b)$

(2) STEP1 점 $(3,\ a)$를 y축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 구하기

점 $(3,\ a)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(-3,\ a)$

이 점을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(a,\ -3)$

STEP2 a의 값 구하기

이 점이 직선 $y=-x+2$ 위에❷ 있으므로

$-3=-a+2 \qquad \therefore\ a=5$

❷ 직선 $y=-x+2$에 $x=a$, $y=-3$을 대입한다.

답 (1) $a=-4,\ b=5$ (2) 5

풍쌤 강의 NOTE

점 $(x,\ y)$를 대칭이동한 점의 좌표

① x축에 대한 대칭이동 ➡ y 대신 $-y$를 대입 ➡ $(x,\ -y)$

② y축에 대한 대칭이동 ➡ x 대신 $-x$를 대입 ➡ $(-x,\ y)$

③ 원점에 대한 대칭이동 ➡ x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입 ➡ $(-x,\ -y)$

④ 직선 $y=x$에 대한 대칭이동 ➡ x 대신 y, y 대신 x를 대입 ➡ $(y,\ x)$

⑤ 직선 $y=-x$에 대한 대칭이동 ➡ x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입 ➡ $(-y,\ -x)$

04-1 기본

점 $(a,\ b)$를 x축에 대하여 대칭이동한 후 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(-2,\ 7)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

04-2 유사

점 $(a,\ 6)$을 y축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 $y=x+4$ 위에 있을 때, a의 값을 구하여라.

04-3 변형

점 $\mathrm{P}(9,\ -6)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q, x축에 대하여 대칭이동한 점을 R라고 할 때, 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 구하여라.

04-4 변형

점 $\mathrm{P}(a,\ b)$를 x축, y축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 Q, R라고 할 때, 삼각형 PQR의 넓이가 12이다. 이때 $|ab|$의 값을 구하여라.

04-5 변형

점 $(a,\ b)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점이 제2사분면 위에 있을 때, 점 $(ab,\ a-b)$를 x축에 대하여 대칭이동한 후 y축에 대하여 대칭이동한 점은 어느 사분면 위에 있는지 구하여라.

04-6 실력 기출

자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$은 다음과 같은 규칙에 따라 이동한다. (단, $x_ny_n\neq0$)

> (가) 점 P_n이 $x_ny_n>0$이고 $x_n>y_n$이면 이 점을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1}이다.
> (나) 점 P_n이 $x_ny_n>0$이고 $x_n<y_n$이면 이 점을 x축에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1}이다.
> (다) 점 P_n이 $x_ny_n<0$이면 이 점을 y축에 대하여 대칭이동한 점이 점 P_{n+1}이다.

점 P_1의 좌표가 $(3,\ 2)$일 때, $10x_{50}+y_{50}$의 값을 구하여라.

필수유형 05 도형의 대칭이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 직선 $y=ax-1$을 y축에 대하여 대칭이동한 후 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(3,\ 4)$를 지난다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

(2) 포물선 $y=x^2+2ax+b$를 x축에 대하여 대칭이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

풍쌤 POINT

도형의 평행이동은 점의 평행이동과 부호를 반대로 생각하지만 도형의 대칭이동은 점의 대칭이동과 같은 방법으로 생각해.

풀이

(1) STEP1 대칭이동한 직선의 방정식 구하기

직선 $y=ax-1$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은❶

$y=-ax-1$

이 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은❷

$-y=ax-1$ $\qquad \therefore\ y=-ax+1$

STEP2 a의 값 구하기

이 직선이 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=-3a+1$ $\qquad \therefore\ a=-1$

❶ x 대신 $-x$를 대입한다.

❷ x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입한다.

(2) STEP1 대칭이동하기 전의 포물선의 방정식 구하기

x축에 대하여 대칭이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로 포물선 $y=x^2+2ax+b$의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -1)$❸이다.

따라서 포물선의 방정식은

$y=(x+2)^2-1=x^2+4x+3$

STEP2 $a+b$의 값 구하기

두 식의 계수를 비교하면 $2a=4$, $b=3$ $\qquad \therefore\ a=2$

$\therefore\ a+b=2+3=5$

❸ y 대신 $-y$를 대입한다.

다른 풀이

포물선 $y=x^2+2ax+b$를 x축에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은 $-y=x^2+2ax+b$

즉, $y=-x^2-2ax-b=-(x+a)^2+a^2-b$

이 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로

$-a=-2$, $a^2-b=1$ $\qquad \therefore\ a=2$, $b=3$

$\therefore\ a+b=2+3=5$

답 (1) -1 (2) 5

풍쌤 강의 NOTE

포물선이나 원은 대칭이동하여도 포물선의 폭이나 원의 반지름의 길이는 변하지 않는다. 따라서 포물선의 대칭이동은 꼭짓점의 대칭이동으로, 원의 대칭이동은 원의 중심의 대칭이동으로 생각하고, 주어진 도형의 방정식을 표준형으로 바꾸어 포물선의 꼭짓점의 좌표와 원의 중심의 좌표를 먼저 구한다.

05-1 유사

기출

직선 $y=ax-6$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(2, 4)$를 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

05-2 유사

포물선 $y=x^2+ax+b$를 원점에 대하여 대칭이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 4)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

05-3 변형

중심이 점 $(-3, -1)$이고 반지름의 길이가 k인 원을 y축에 대하여 대칭이동하였더니 점 $(-1, 2)$를 지났다. 이때 양수 k의 값을 구하여라.

05-4 변형

직선 $y=-2x+3$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선과 수직이고 원점으로부터 거리가 $\sqrt{5}$인 직선의 방정식을 구하여라.

05-5 변형

원 $(x+1)^2+(y-4)^2=9$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원을 C, 직선 $x+ay+2=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선을 l이라고 하자. 직선 l이 원 C의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하여라.

05-6 변형

원 $x^2+y^2-6x-4y-3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 원과 직선 $y=x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $a<k<b$일 때, ab의 값을 구하여라.

필수유형 06 도형의 평행이동과 대칭이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 점 $\mathrm{P}(a, b)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 점의 좌표가 점 $(1, -3)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

(2) 포물선 $y=x^2+2x-3$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 후 원점에 대하여 대칭이동하였더니 포물선 $y=-x^2+ax+b$가 되었다. 이때 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하여라.

풍쌤 POINT

평행이동한 후 대칭이동을 하는 것과 대칭이동을 한 후 평행이동을 하는 것의 결과는 달라. 따라서 평행이동과 대칭이동을 연속으로 할 때는 반드시 이동하는 순서에 따라 점의 좌표 또는 도형의 방정식을 구해야 해.

풀이

(1) **STEP1** 점 P를 대칭이동과 평행이동한 점의 좌표 구하기

점 $\mathrm{P}(a, b)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 (b, a)❶

❶ x좌표, y좌표가 서로 바뀐다.

이 점을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(b+4, a-5)$

STEP2 a, b의 값 구하기

이 점이 점 $(1, -3)$과 일치하므로

$b+4=1$, $a-5=-3$ $\quad\therefore a=2$, $b=-3$

$\therefore a+b=2+(-3)=-1$

(2) **STEP1** 평행이동과 대칭이동한 포물선의 방정식 구하기

포물선 $y=x^2+2x-3$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$y+4=(x-2)^2+2(x-2)-3$

$\therefore y=x^2-2x-7$

이 포물선을 원점에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은❷

❷ x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입한다.

$-y=x^2+2x-7$ $\quad\therefore y=-x^2-2x+7$

STEP2 a의 값 구하기

따라서 $a=-2$, $b=7$이므로

$b-a=7-(-2)=9$

답 (1) -1 (2) 9

풍쌤 강의 NOTE

대칭이동과 평행이동을 연속으로 할 때는 반드시 주어진 순서대로 해야 한다.
위의 (2)에서 포물선 $y=x^2+2x-3$를 원점에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면 다음과 같으므로 위의 풀이에서 구한 포물선의 방정식과 다름을 알 수 있다.

$$y=x^2+2x-3 \xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{원점에 대하여}} y=-x^2+2x+3 \xrightarrow[y\text{축의 방향으로 } -4\text{만큼 평행이동}]{x\text{축의 방향으로 } 2\text{만큼}} y=-x^2+6x-9$$

06-1 기본

점 $\mathrm{P}(-4,\ a)$를 원점에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(b,\ 2)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

06-2 유사

포물선 $y=x^2+6x+a$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 x축에 대하여 대칭이동하였더니 포물선 $y=-x^2-8x+3$이 되었다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

06-3 변형

직선 $x+ay-6=0$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(4,\ 1)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

06-4 변형

기출

직선 $y=-\frac{1}{2}x-3$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선을 l이라고 하자. 직선 l이 원 $(x+1)^2+(y-3)^2=5$와 접하도록 하는 모든 상수 a의 값의 합을 구하여라.

06-5 변형

원 $(x-1)^2+y^2=4$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 넓이를 직선 $y=x-3$이 이등분할 때, k의 값을 구하여라.

06-6 변형

원 C_1: $x^2+y^2+8x-6y+16=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원을 C_2라고 할 때, 두 원 C_1, C_2는 y축에 대하여 대칭이다. 이때 mn의 값을 구하여라.

필수유형 07 점에 대한 대칭이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 점 $(-4,\ 1)$을 점 $(2,\ 3)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하여라.

(2) 원 $(x+3)^2+(y-1)^2=4$를 점 $(1,\ -2)$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하여라.

풍쌤 POINT

(1) 점 P를 점 A에 대하여 대칭이동한 점을 P′이라고 하면 점 A는 선분 PP′의 중점이야!

(2) 원은 점에 대하여 대칭이동해도 반지름의 길이가 변하지 않아. 즉, 원을 점에 대하여 대칭이동할 때는 원의 중심만 대칭이동하면 돼!

풀이

(1) 점 $(-4,\ 1)$을 점 $(2,\ 3)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면❶

$\frac{-4+a}{2}=2,\ \frac{1+b}{2}=3 \qquad \therefore\ a=8,\ b=5$

따라서 대칭이동한 점의 좌표는 $(8,\ 5)$이다.

다른 풀이

점 $(-4,\ 1)$을 점 $(2,\ 3)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(2\times2-(-4),\ 2\times3-1)$❷ $\qquad \therefore\ (8,\ 5)$

(2) **STEP1** 대칭이동한 원의 중심의 좌표 구하기

원 $(x+3)^2+(y-1)^2=4$의 중심 $(-3,\ 1)$을 점 $(1,\ -2)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면❸

$\frac{-3+a}{2}=1,\ \frac{1+b}{2}=-2 \qquad \therefore\ a=5,\ b=-5$

STEP2 대칭이동한 원의 방정식 구하기

대칭이동한 원은 중심의 좌표가 $(5,\ -5)$이고, 반지름의 길이는 2이므로❹ 구하는 원의 방정식은

$(x-5)^2+(y+5)^2=4$

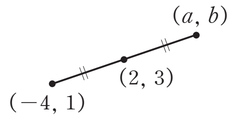
다른 풀이

방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 점 $(1,\ -2)$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(2-x,\ -4-y)=0$

원 $(x+3)^2+(y-1)^2=4$에 x 대신 $2-x$, y 대신 $-4-y$를 대입하면 $(2-x+3)^2+(-4-y-1)^2=4$

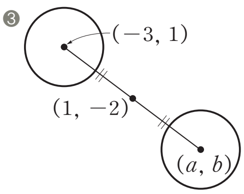
$\therefore\ (x-5)^2+(y+5)^2=4$

❶



❷ 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$를 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$에 대하여 대칭이동한 점을 P′이라고 하면 $\mathrm{P}'(2a-x,\ 2b-y)$

❸

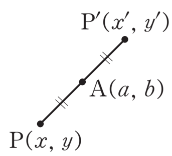


❹ 원은 대칭이동해도 반지름의 길이가 변하지 않는다.

답 (1) $(8,\ 5)$ (2) $(x-5)^2+(y+5)^2=4$

풍쌤 강의 NOTE

- 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$를 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{P}'(x',\ y')$이라고 하면 점 A는 선분 PP′의 중점이므로 $\frac{x+x'}{2}=a,\ \frac{y+y'}{2}=b$
- 방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(2a-x,\ 2b-y)=0$



07-1 유사

점 $\mathrm{P}(a,\ 2)$를 점 $(1,\ 3)$에 대하여 대칭이동한 점이 점 $\mathrm{P}'(3,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

07-2 유사

원 $x^2+y^2-4x+6y+4=0$를 점 $(5,\ -1)$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하여라.

07-3 변형

두 포물선 $y=x^2-4x+3$, $y=-x^2+8x-11$이 점 $(a,\ b)$에 대하여 대칭일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

07-4 변형

원 $(x+1)^2+(y-2)^2=k$를 점 $(3,\ -1)$에 대하여 대칭이동한 원이 x축에 접할 때, 상수 k의 값을 구하여라.

07-5 실력

직선 $2x-y+2=0$을 점 $(3,\ 1)$에 대하여 대칭이동한 직선이 $ax-y+b=0$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

07-6 실력

포물선 $y=x^2+ax$를 점 $(1,\ 2)$에 대하여 대칭이동한 포물선과 직선 $y=2x$가 만나는 두 점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

필수유형 08 직선에 대한 대칭이동

다음 물음에 답하여라.

(1) 점 $(-1,\ 4)$를 직선 $y=2x+1$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하여라.

(2) 원 $(x-5)^2+y^2=1$을 직선 $y=x-2$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하여라.

풍쌤 POINT

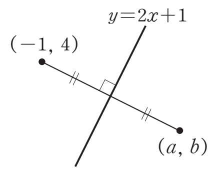
점 P를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점을 P′이라고 하면

❶ 선분 PP′의 중점은 직선 l 위의 점이야.

❷ 직선 PP′은 직선 l과 수직이야. ➡ (직선 PP′의 기울기)×(직선 l의 기울기)$=-1$

풀이

(1) STEP1 대칭이동한 점의 x좌표, y좌표 사이의 관계식 구하기



점 $(-1,\ 4)$를 직선 $y=2x+1$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면 두 점 $(-1,\ 4)$, $(a,\ b)$를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{-1+a}{2},\ \frac{4+b}{2}\right)$가 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$\frac{4+b}{2}=2\times\frac{-1+a}{2}+1 \qquad \therefore\ 2a-b=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

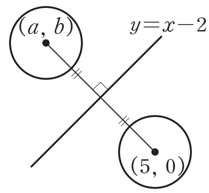
또, 두 점 $(-1,\ 4)$, $(a,\ b)$를 지나는 직선이 직선 $y=2x+1$과 수직이므로

$\frac{b-4}{a-(-1)}\times 2=-1 \qquad \therefore\ a+2b=7 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

STEP 2 대칭이동한 점의 좌표 구하기

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=2$이므로 대칭이동한 점의 좌표는 $(3,\ 2)$이다.

(2) STEP1 원의 중심을 대칭이동한 점의 x좌표, y좌표 사이의 관계식 구하기



원 $(x-5)^2+y^2=1$의 중심 $(5,\ 0)$을 직선 $y=x-2$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하면 두 점 $(5,\ 0)$, $(a,\ b)$를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{5+a}{2},\ \frac{0+b}{2}\right)$가 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로

$\frac{b}{2}=\frac{5+a}{2}-2 \qquad \therefore\ a-b=-1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 두 점 $(5,\ 0)$, $(a,\ b)$를 지나는 직선이 직선 $y=x-2$와 수직이므로

$\frac{b-0}{a-5}\times 1=-1 \qquad \therefore\ a+b=5 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

STEP 2 대칭이동한 원의 방정식 구하기

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=3$이므로 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-3)^2=1$

답 (1) $(3,\ 2)$ (2) $(x-2)^2+(y-3)^2=1$

풍쌤 강의 NOTE

직선에 의한 대칭이동을 할 때, 주어진 점과 직선 사이의 거리와 대칭이동한 점과 직선 사이의 거리는 같다. 그러므로 주어진 점과 대칭이동한 점을 이은 선분은 주어진 직선에 의하여 수직이등분되므로 이 성질을 이용하여 직선에 대한 대칭이동의 문제를 해결한다.

08-1 유사

점 $(-3,\ 5)$를 직선 $y=-3x+1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하여라.

08-2 유사

원 $(x+2)^2+(y-1)^2=1$을 직선 $-2x+3y+6=0$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하여라.

08-3 변형

두 점 $(4,\ -5)$와 $(-2,\ 7)$이 직선 $y=ax+b$에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

08-4 변형

두 원 $x^2+y^2=9$, $(x+8)^2+(y-4)^2=9$가 직선 $y=ax+b$에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

08-5 변형 기출

원 $(x+5)^2+(y-3)^2=4$를 직선 $y=x+3$에 대하여 대칭이동한 원이 직선 $kx+y-2=0$과 접할 때, 양수 k의 값을 구하여라.

08-6 실력 기출

직선 $2x+y-9=0$을 직선 $x-y-2=0$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식이 $ax+by-7=0$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

발전유형 09 선분의 길이의 합의 최솟값

다음 물음에 답하여라.

(1) 두 점 A$(1, 2)$, B$(5, 1)$과 x축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 구하여라.

(2) 두 점 A$(-1, 2)$, B$(5, 8)$과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 구하여라.

풍쌤 POINT

점 B(또는 점 A)를 주어진 직선에 대하여 대칭이동한 점을 B′(또는 점 A′)이라고 하면 $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$이므로 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 선분 AB′의 길이와 같아.

풀이

(1) STEP1 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 구하기

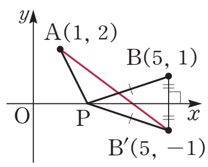
점 B$(5, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라고 하면

B′$(5, -1)$

STEP2 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값 구하기

오른쪽 그림에서 $\overline{BP}=\overline{B'P}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{AP}+\overline{BP}&=\overline{AP}+\overline{B'P}\\&\geq\overline{AB'}\ ❶\\&=\sqrt{(5-1)^2+(-1-2)^2}\\&=5\end{aligned}$$



❶ $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 세 점 A, P, B′이 일직선을 이룰 때이므로 $\overline{AB'}$이다.

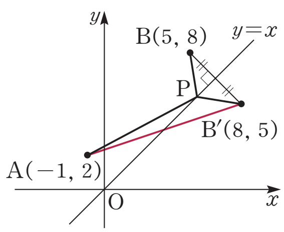
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 5이다.

(2) STEP1 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 구하기

점 B$(5, 8)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라고 하면

B′$(8, 5)$

STEP2 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값 구하기



$\overline{BP}=\overline{B'P}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{AP}+\overline{BP}&=\overline{AP}+\overline{B'P}\\&\geq\overline{AB'}\\&=\sqrt{\{8-(-1)\}^2+(5-2)^2}=3\sqrt{10}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $3\sqrt{10}$이다.

답 (1) 5 (2) $3\sqrt{10}$

풍쌤 강의 NOTE

두 점 A, B가 주어진 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 경우, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 직접 구하기는 어렵다. 따라서 한 점을 주어진 직선에 대하여 대칭이동하여 구한다.
점 B를 주어진 직선에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라고 하면 $\overline{AP}+\overline{BP}$는 세 점 A, P, B′이 일직선을 이룰 때 최솟값을 갖는다. 즉, 최솟값은 선분 AB′의 길이이다.

09-1 유사

두 점 $\mathrm{A}(4, 5)$, $\mathrm{B}(2, -3)$과 y축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하여라.

09-2 유사

두 점 $\mathrm{A}(3, 2)$, $\mathrm{B}(-1, 2)$와 직선 $y=-x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하여라.

09-3 변형

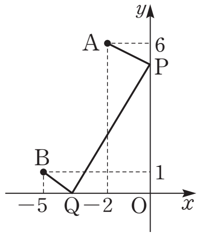
두 점 $\mathrm{A}(1, 3)$, $\mathrm{B}(5, 1)$과 x축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$가 최소가 되도록 하는 점 P의 좌표를 구하여라.

09-4 변형 기출

좌표평면 위에 직선 $y=x$ 위의 한 점 P가 있다. 점 P에서 점 $\mathrm{A}(3, 2)$와 점 $\mathrm{B}(5, 3)$에 이르는 거리의 합 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 값이 최소일 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하여라.

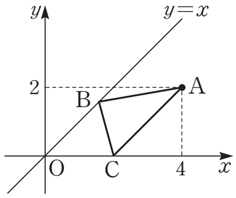
09-5 변형

오른쪽 그림과 같이 두 점 $\mathrm{A}(-2, 6)$, $\mathrm{B}(-5, 1)$과 y축 위를 움직이는 점 P, x축 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 최솟값을 구하여라.



09-6 실력

오른쪽 그림과 같이 점 $\mathrm{A}(4, 2)$와 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 B, x축 위를 움직이는 점 C에 대하여 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.



실전 연습 문제

01

평행이동 $(x, y) \to (x-1, y+a)$에 의하여 점 $(2, 4)$가 점 $(b, 3)$으로 옮겨질 때, a^2+b^2의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

02 서술형

두 점 $\mathrm{A}(a, 1)$, $\mathrm{B}(0, b)$를 각각 두 점 $\mathrm{A}'(6, 7)$, $\mathrm{B}'(-2, 2)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 (b, a)가 옮겨지는 점의 좌표를 구하여라.

03 기출

직선 $y=kx+1$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선이 원 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$의 중심을 지날 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{7}{2}$　② 4　③ $\frac{9}{2}$　④ 5　⑤ $\frac{11}{2}$

04

평행이동 $(x, y) \to (x, y-2)$에 의하여 직선 $y=ax+b$를 옮기면 직선 $2x-y+4=0$과 y축 위의 점에서 수직으로 만날 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 1　⑤ 2

05

원 $x^2+y^2=9$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 원이 직선 $x-y-1=0$과 만나는 두 점을 A, B라고 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

06

포물선 $y=x^2-4x+a$를 포물선 $y=x^2$으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x-2y+6=0$이 옮겨지는 직선의 방정식은 $x-2y+2a=0$이다. 이때 상수 a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

07

점 $(-4, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 P, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라고 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하여라.

08

기출

직선 $x-2y=9$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형이 원 $(x-3)^2+(y+5)^2=k$에 접할 때, 실수 k의 값은?

① 80 ② 83 ③ 85
④ 88 ⑤ 90

09

원 $x^2+y^2-2ax+6y+9=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 직선 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 위에 있을 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

10 서술형

원 C_1: $x^2-8x+y^2-4y+16=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원을 C_2라고 할 때, 원 C_1 위의 임의의 점 P와 원 C_2 위의 임의의 점 Q에 대하여 두 점 P, Q 사이의 거리의 최솟값을 구하여라.

11

포물선 $y=x^2-5x$ 위의 서로 다른 두 점이 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 이 두 점 사이의 거리는?

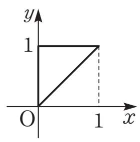
① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8
④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

12

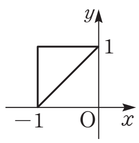
점 $(-1, 5)$를 지나는 직선 l을 원점에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 점 $(3, 4)$를 지난다. 이때 직선 l의 기울기를 구하여라.

13

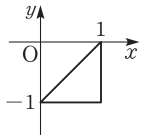
방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y-1, x+1)=0$이 나타내는 도형은?



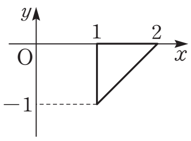
①



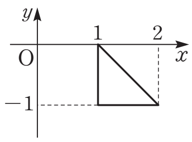
②



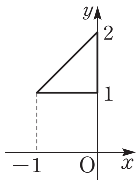
③



④



⑤



14

두 포물선 $y=x^2+10x+29$, $y=-x^2+6x-3$이 점 (a, b)에 대하여 대칭일 때, ab의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1
④ 3 ⑤ 5

15

원 $x^2+y^2+6x-2y+1=0$을 직선 $y=x-4$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

16

모눈종이 위의 점 $\mathrm{A}(5, 3)$이 점 $\mathrm{B}(1, -1)$과 일치하도록 접었을 때, 점 $\mathrm{C}(6, 1)$이 대응되는 점의 좌표를 구하여라.

17

두 점 $\mathrm{A}(2, 3)$, $\mathrm{B}(6, 9)$와 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하여라.

18 서술형 기출

좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(1, 2)$, $\mathrm{B}(2, 1)$이 있다. x축 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값이 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$일 때, 두 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라. (단, 점 C는 직선 AB 위에 있지 않다.)

상위권 도약 문제

01

세 점 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{A}(6, 0)$, $\mathrm{B}(a, b)$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점을 각각 O', A', B'이라고 하자. $\mathrm{B}'(7, 5\sqrt{3})$이고 삼각형 $\mathrm{O}'\mathrm{A}'\mathrm{B}'$이 정삼각형일 때, mn의 값은? (단, $ab>0$)

① 8 ② $8\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{3}$
④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

02

직선 $x+2y=0$을 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 직선과 두 직선 $2x+y+1=0$, $x+3y-2=0$이 삼각형을 이루지 않도록 하는 k의 값을 구하여라.

03

기출

좌표평면에서 원 $x^2+(y-1)^2=9$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원을 C라고 할 때, 옳은 것만을 |보기|에서 있는 대로 고른 것은?

|보기|

ㄱ. 원 C의 반지름의 길이가 3이다.

ㄴ. 원 C가 x축에 접하도록 하는 실수 n의 값은 1개이다.

ㄷ. $m\neq0$일 때, 직선 $y=\dfrac{n+1}{m}x$는 원 C의 넓이를 이등분한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04

포물선 $y=x^2+4x+5$를 점 $(1, a)$에 대하여 대칭이동한 포물선이 x축과 만나지 않도록 하는 정수 a의 최댓값을 구하여라.

05

기출

좌표평면 위에 두 점 $A(2, 4)$, $B(6, 6)$이 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라고 하자. 점 $C(0, k)$가 다음 조건을 만족시킬 때, k의 값은?

(가) $0<k<3$
(나) 삼각형 $A'BC$의 넓이는 삼각형 ACB의 넓이의 2배이다.

① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

06

기출

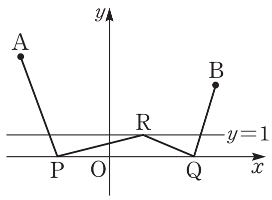
원 $x^2+(y-1)^2=9$ 위의 점 P가 있다. 점 P를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 후 y축에 대하여 대칭이동한 점을 Q라고 하자. 두 점 $A(1, -\sqrt{3})$, $B(3, \sqrt{3})$에 대하여 삼각형 ABQ의 넓이가 최대일 때, 점 P의 y좌표는?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3
④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

07

기출

좌표평면 위에 두 점 $A(-4, 4)$, $B(5, 3)$이 있다. x축 위의 두 점 P, Q와 직선 $y=1$ 위의 점 R에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PR}+\overline{RQ}+\overline{QB}$의 최솟값은?



① 12 ② $5\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{39}$
④ $9\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{42}$