

합성함수

LEVEL 1

1. 두 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$ 의 값은?
[2019-중간고사-태성고 3번]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 함수 $f(x) = -x + 3$, $g(x) = 2x + k$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 값은?
[2019-중간고사-태성고 7번]

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

3. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = 2x + 5$, $(h \circ g)(x) = x^2 - 1$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(-1)$ 의 값은?
[2019-기말고사-삼계고 3번]

- ① 3 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 13

4. 함수 $g(x)$ 는 두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $h(x) = 1 - 2x$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시킨다. $g(4)$ 의 값은?
[2020-기말고사-고림고 4번]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 를 구하면?
[2021-중간고사-태성고 3번]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. 두 함수 $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값은?
[2021-기말고사-고림고 4번]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

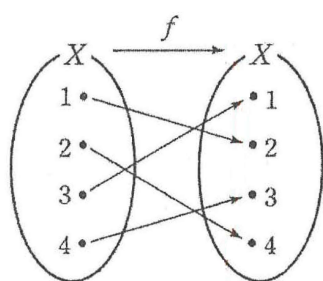
7. 두 함수 $f(x) = 3x + 2a$, $g(x) = -2x + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은?

[2021-기말고사-고림고 5번]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

8. 그림과 같은 함수 $f: X \rightarrow X$ 에서 $f(2) + (f \circ f)(2) + (f \circ f \circ f)(2)$ 의 값은?

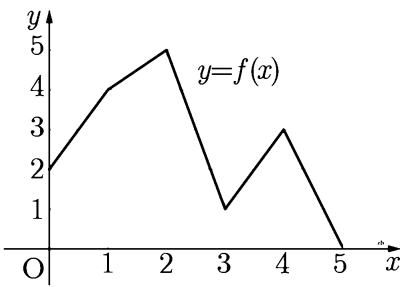
[2021-기말고사-포곡고 3번]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

LEVEL 2

9. 그림은 $0 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다. 이 함수에서 $f^1(x)=f(x)$, $f^{n+1}(x)=(f \circ f^n)(x)$ (n 은 자연수)로 정의할 때, $f^{20}(1)+f^{50}(4)$ 의 값은?
[2019-중간고사-용인고 16번]



- ① 8
- ② 7
- ③ 6
- ④ 5
- ⑤ 4

10. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{2} & (x\text{는 짝수}) \\ \frac{x+1}{2} & (x\text{는 홀수}) \end{cases}$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $f^1(x)=f(x)$, $f^{n+1}(x)=f(f^n(x))$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)이다.)

<보기>

ㄱ. $f(99)=1$ 이다.

ㄴ. $f^2(99)=25$ 이다.

ㄷ. $f^n(99)=1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 7이다.

[2019-중간고사-태성고 12번]

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f:A\rightarrow A$ 를

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\leq 3) \\ 1 & (x=4) \end{cases}$$

로 정의 하자. $f^{2019}(1)+f^{2020}(2)+f^{2021}(3)$ 의 값을 구하시오. (단, $f^1(x)=f(x)$, $f^{n+1}(x)=f(f^n(x))$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)이다.)
[2019-중간고사-태성고 17번]

12. 함수 $f(x)=\frac{1}{1-x}$ 에 대하여

$$f=f^1, f\circ f=f^2, f\circ f^2=f^3, \cdots, f\circ f^n=f^{n+1}$$

로 정의할 때, $f^{2019}(2)+f^{2020}(2)+f^{2021}(2)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)
[2019-기말고사-태성고 8번]

① $-\frac{1}{2}$

② 0

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

13. 함수 $f(x)=1-x$ 에 대하여 $f^1(x)=f(x)$, $f^{n+1}(x)=f(f^n(x))$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)일 때, $f^{2010}(10)+f^{2021}(29)$ 의 값은?
(단, n 은 자연수이다.)
[2020-중간고사-태성고 15번]

① -29

② -18

③ -5

④ 12

⑤ 20

14. 두 함수 $f(x)=ax+b$, $g(x)=x+c$ 에 대하여 $(g \circ f)(x)=2x-3$,
 $f(-1)=1$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)
 [2020-기말고사-태성고 3번]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

15. 두 함수 $f(x)=\frac{|x|+x}{2}$, $h(x)=2x-1$ 에 대하여
 $g(h(x))=f(x+2)$ 일 때, $g(3)-g(-1)$ 의 값은?
 [2020-기말고사-태성고 13번]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

16. 네 함수에 대하여 $f(x)=3x+2, g(x)=3x-1$ 이고
 $f \circ h=g, i \circ f=g$ 를 만족할 때, $h(2)+i(3)$ 의 값은?
 [2021-중간고사-용인고 9번]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

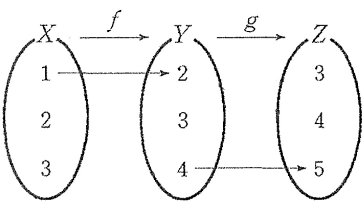
17. 실수 전체 집합에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여
 $(f \circ g)(x)=x^2-1$, $h(x)=x-3$ 일 때, $(f \circ (g \circ h))(x)=24$ 를
 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합을 구하면?
 [2021-중간고사-태성고 13번]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 집합 $X=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 모든 원소 x 에 대하여 X 에서 X 로의 함수
 $f(x)$ 는 ‘ $3x$ 를 5로 나눈 나머지’로 정의하고, X 에서 X 로의 함수
 $g(x)$ 는 $(f \circ g)(x)=(g \circ f)(x)$ 를 만족시킨다. $g(2)=3$ 일 때,
 $g(0)+g(4)$ 의 값을 구하면?
 [2021-중간고사-태성고 16번]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

19. 세 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{2, 3, 4\}$, $Z=\{3, 4, 5\}$ 에 대하여 두 함수
 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 가 일대일 대응이고,
 $f(1)=2, g(4)=5, (g \circ f)(2)=3$ 일 때, $f(2)+g(2)$ 의 값은?
 [2021-기말고사-삼계고 15번]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f = f^1$, $f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3$, ..., $f \circ f^n = f^{n+1}$ 로 정의할 때, $f^{2021}(x)$ 의 값을 구하면? (단, n 은 자연수이다.)

[2021-기말고사-태성고 11번]

- ① $1 - \frac{1}{x}$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ x ④ $\frac{1}{1+x}$ ⑤ $1 + \frac{1}{x}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = ax - b$, $g(x) = x + c$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 2x + 3$, $f(1) = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

[2021-기말고사-포곡고 9번]

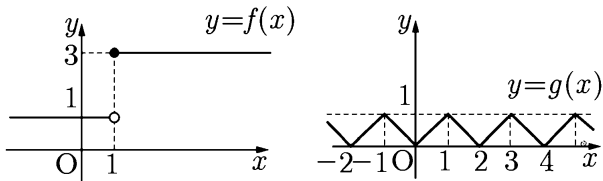
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

LEVEL 3

22. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 다음 그림과 같다.

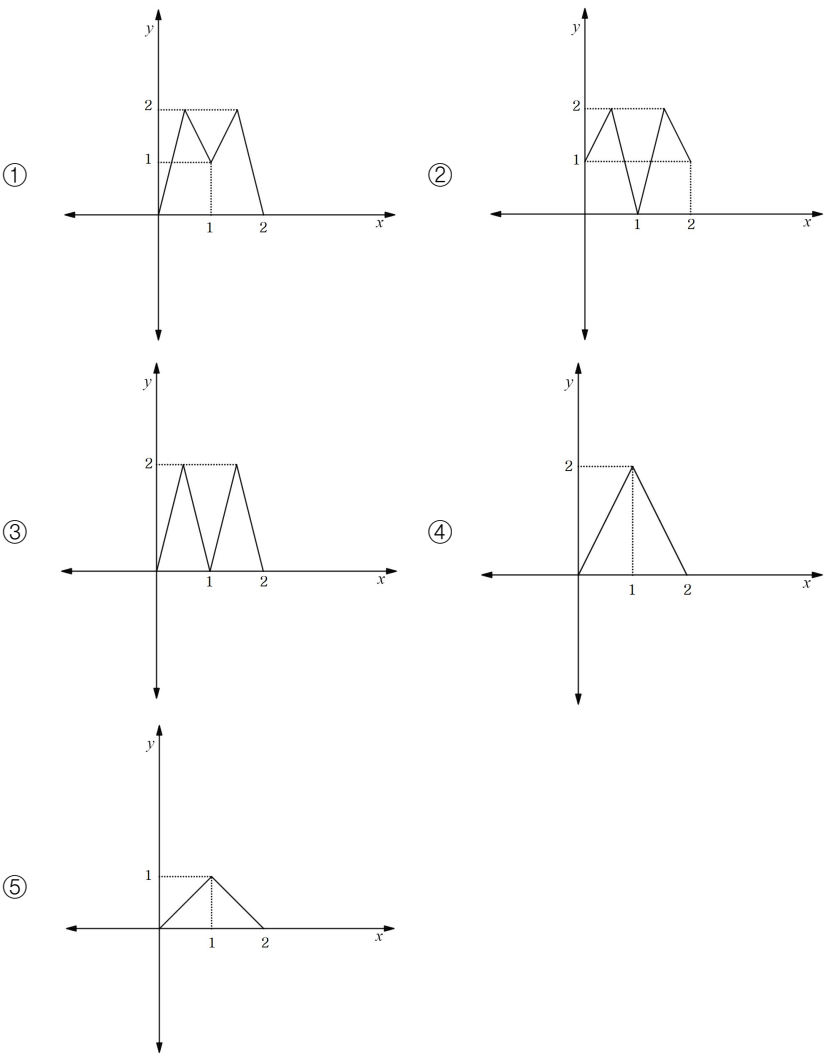
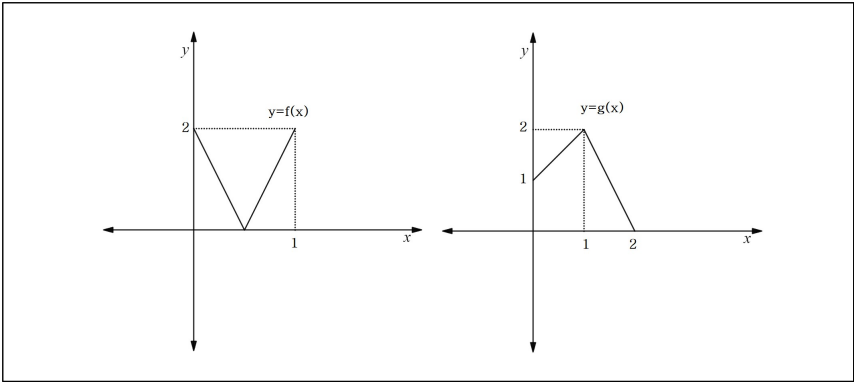
$h(x)=(g \circ f)(x)$ 라 할 때, $\frac{3}{2}\{h(-1)+h(0)+h(1)\}$ 의 값을 구하시오.

[2019-중간고사-태성고 14번]



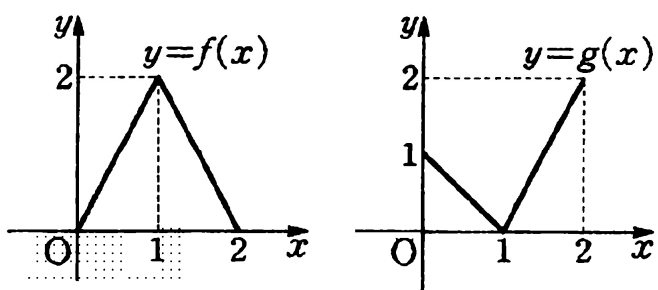
23. 집합 $X=\{x|0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프는?

[2019-기말고사-용인고 18번]



24. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, x 의 값의 구간을 나누어 함수 $y = (g \circ f)(x)$ 를 구하시오.

[2020-중간고사-태성고 18번]



25. 두 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - a - 5$, $g(x) = x^2 - 2x - 8$ 이 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $(g \circ f)(x) \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

[2020-기말고사-고림고 18번]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

26. $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 세 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x \leq 2) \\ 8-2x & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$,

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1, \quad h(x) = (f \circ f)(x) \text{에 대하여 } y = g(x) \text{와 } y = h(x)$$

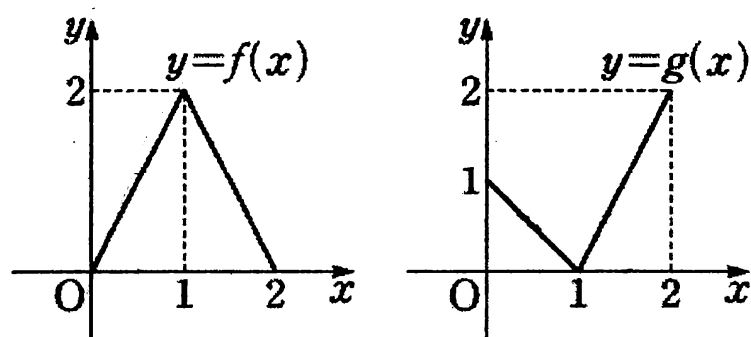
그래프의 교점의 개수는?

[2021-중간고사-용인고 21번]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

27. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같고, X 에서 실수 전체 집합으로의 함수 h 가 $h(x) = x^2$ 이다. 이 때 $(h \circ f \circ g)(x) = 1$ 를 만족하는 서로 다른 실수 x 의 합을 구하면?

[2021-중간고사-태성고 17번]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

28. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\begin{cases} x & (x\leq 5) \\ -5x+30 & (x>5) \end{cases}$ 에 대하여 합성함수 $y=(f\circ f)(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y=-x^2+13x+k$ 의 그래프와 오직 한 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값을 구하시오.

[2021-중간고사-태성고 20번]

29. 함수 $f(x)=\begin{cases} x & (x\leq 3) \\ -\frac{1}{3}x+4 & (x>3) \end{cases}$ 에 대하여 $y=(f\circ f)(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y=x^2-6x+k$ 의 그래프와 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은

[2021-기말고사-고림고 22번]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

30. $t>0$ 인 실수 t 에 대하여 두 함수 $f(x), h(x)$ 를 각각 다음과 같이 정의하자. $f(x)=-tx^2+tx-\frac{7}{32}t$, $h(x)=(f\circ f)(x)$

함수 $h(x)$ 가 $x=\frac{1}{2}$ 에서 최댓값을 갖기 위한 t 의 최댓값은?

[2022-중간고사-용인고 20번]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

1) ⑤

2) ②

3) ③

4) ①

5) ⑤

6) ②

7) ①

8) ③

9) ⑤

10) ③

11) 10

12) ⑤

13) ②

14) ①

15) ②

16) ①

17) ②

18) ①

19) ③

20) ①

21) ④

22) $\frac{9}{2}$

23) ①

$$24) (g \circ f)(x) = \begin{cases} -2x+1 & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ 4x-2 & \left(\frac{1}{2} \leq x < 1\right) \\ -4x+6 & \left(1 \leq x < \frac{3}{2}\right) \\ 2x-3 & \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 2\right) \end{cases}$$

25) ①

26) ⑤

27) ⑤

28) -51

29) ③

30) ③