01 이항분포와 정규분포

(1) 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때, n이 충분히 크면 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np,\ npq)$를 따른다. (단, $q=1-p$)

(2) n번의 독립시행에서 사건 A가 a번 이상 b번 이하 일어날 확률을 구하면 다음과 같다.

① 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라고 놓고 주어진 상황을 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$으로 나타낸다.

② 확률변수 X의 평균과 분산을 구해 X가 근사적으로 정규분포를 따름을 이용해 X를 표준화한다.

③ 주어진 표준정규분포표를 이용해 $P(a \le X \le b)$를 구한다.

(3) 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때, $P(a \le X)=k$ (k는 상수)를 만족하는 a의 값을 구하면 다음과 같다.

① 확률변수 X가 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np,\ npq)$를 따름을 이용해 X를 표준화한다.

② $P(0 \le Z \le s)$꼴의 확률을 구한 후 주어진 표준정규분포표와 비교하여 a의 값을 구한다.

◪ **확률변수 X가 다음과 같은 이항분포를 따를 때, X가 근사적으로 따르는 정규분포를 기호로 나타내어라.**

1. $\mathrm{B}\left(18,\ \frac{2}{3}\right)$

2. $\mathrm{B}\left(48,\ \frac{1}{4}\right)$

3. $\mathrm{B}\left(162,\ \frac{1}{3}\right)$

4. $\mathrm{B}\left(180,\ \frac{5}{6}\right)$

5. $\mathrm{B}\left(200,\ \frac{1}{5}\right)$

6. $\mathrm{B}\left(1200,\ \frac{1}{4}\right)$

◪ **확률변수 X가 각각의 이항분포를 따를 때, 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음을 구하여라.**

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

7. $\mathrm{B}\left(18,\ \frac{2}{3}\right)$**를 따를 때,** $\mathrm{P}(16 \le \mathrm{X} \le 17)$**의 값**

8. $\mathrm{B}\left(18,\ \frac{2}{3}\right)$**를 따를 때,** $\mathrm{P}(\mathrm{X} \le 15)$**의 값**

9. $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$**을 따를 때,** $\mathrm{P}(10 \le \mathrm{X} \le 24)$**의 값**

10. $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$**을 따를 때,** $\mathrm{P}(170 \le X \le 205)$**의 값**

11. $\mathrm{B}\left(400, \frac{1}{2}\right)$**을 따를 때,** $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 205)$**의 값**

12. $\mathrm{B}\left(450, \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{P}(140 \leq \mathrm{X} \leq 160)$의 값

13. $\mathrm{B}(100,\ 0.2)$를 따를 때, $\mathrm{P}(18 \leq X \leq 24)$의 값

14. $\mathrm{B}(400, 0.1)$을 따를 때, $\mathrm{P}(25 \leq \mathrm{X} \leq 46)$의 값

15. $\mathrm{B}\left(162,\ \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{P}(42 \leq \mathrm{X} \leq 60)$의 값

16. $\mathrm{B}\left(1200, \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $\mathrm{P}(\mathrm{X} \geq 315)$의 값

◪ 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

17. 한 개의 동전을 64회 던질 때, 앞면이 34회 이상 나올 확률을 구하여라.

18. 한 개의 주사위를 720번 던질 때, 6의 눈이 나오는 횟수가 90회 이상 140회 이하일 확률을 구하여라.

19. 한 개의 주사위를 720번 던질 때, 1의 눈이 95번 이상 135번 이하로 나올 확률을 구하여라.

20. 한 개의 주사위를 400번 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 횟수가 185회 이하일 확률을 구하여라.

21. 한 개의 동전을 100번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 55번 이상이고 60번 이하일 확률을 구하여라.

22. 한 개의 동전을 400번 던질 때 앞면이 나오는 횟수가 195번 이상 210번 이하일 확률을 구하여라.

23. 주사위 한 개를 180번 던질 때, 3의 눈이 30번 이상 40번 이하 나올 확률을 구하여라.

24. 한 개의 주사위를 720번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수가 115회 이상 125회 이하가 될 확률을 구하여라.

25. 한 개의 주사위를 720번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수가 115회 이상 135회 이하가 될 확률을 구하여라.

26. 흰 구슬 4개와 붉은 구슬 6개가 들어 있는 주머니에서 임의로 구슬 1개를 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 150번 반복할 때, 붉은 구슬이 나오는 횟수가 78 이하일 확률을 구하여라.

27. 각 면에 $1,\ 2,\ 3,\ 4$의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자를 던졌을 때 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 숫자가 1인 사건을 A라 하자. 이 시행을 192번 하였을 때, 사건 A가 일어나는 횟수가 42 이상일 확률을 구하여라.

◪ 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

28. 어느 고등학교 학생 중 $\frac{2}{3}$는 도보로 등하교한다고 한다. 이 고등학교 학생 50명을 임의추출할 때, 도보로 등하교하는 학생이 30명 이상 40명 이하일 확률을 구하여라.

29. 어느 공장에서 생산되는 화장품이 불량품일 확률은 20%라고 한다. 임의로 추출한 400개의 화장품 중에서 정상 제품이 336개 이상일 확률을 구하여라.

30. 어느 고속도로를 이용하는 차량의 60%는 승용차라고 한다. 이 고속도로를 이용한 차량 150대 중에서 승용차가 99대 이상일 확률을 구하여라.

31. 어느 설문조사에서 전체 인구의 75%가 내년 정부의 예산 삭감을 지지하였다고 한다. 이 설문조사에 응한 주민 192명 중에서 정부의 예산 삭감을 지지한 주민이 150명 이하일 확률을 구하여라.

32. 어느 공장에서 생산되는 제품의 10%가 불량품이라고 한다. 이 공장에서 생산되는 제품 400개 중에서 불량품이 28개 이하일 확률을 구하여라.

33. 영희는 다트를 할 때 원판에 화살을 던져 중심의 제일 작은 원에 맞힐 확률이 80%라 한다. 영희가 100개의 화살을 던질 때, 72개 이상을 중심의 제일 작은 원에 맞힐 확률을 구하여라.

34. 어느 식당에서 국수를 주문하는 손님의 비율이 전체의 40%라고 한다. 이 식당을 찾은 손님 중에서 150명을 임의로 택할 때, 국수를 주문한 손님이 75명 이상일 확률을 구하여라.

35. 새로 개발된 혈액암 치료제의 완치율이 80%라고 한다. 이 약으로 400명의 혈액암 환자를 치료할 때, 332명 이상이 완치될 확률을 구하여라.

36. 어떤 병을 말기에 발견하면 치료하여 완전히 낫게 될 확률이 0.2라고 한다. 이 병을 말기에 발견한 100명의 환자들이 치료받을 때 16명 이상 24명 이하로 완전히 낫게 될 확률을 구하여라.

37. 어느 학교 학생들을 대상으로 선호하는 여름휴가 장소를 조사하였더니 학생들의 40%는 바다를 선호하였다. 이 학교 학생 600명을 임의로 골라 선호하는 여름휴가 장소를 조사하였을 때, 바다를 선호하는 학생의 수가 258명 이상일 확률을 구하여라.

38. 어느 인터넷 통신사의 시장 점유율은 90%라고 한다. 100명의 인터넷 사용자 중 이 인터넷 통신사를 이용하는 사람이 87명 이상 96명 이하일 확률을 구하여라.

39. 우리나라 사람 중에서 스스로 중산층이라고 생각하는 사람의 비율은 40%라고 한다. 우리나라 사람 중에서 600명을 임의추출하였을 때, 스스로 중산층이라고 생각하는 사람이 222명 이상 258명 이하일 확률을 구하여라.

40. 어느 고등학교 학생 중에서 지난 학기 동안 10시간 이상의 봉사 활동을 한 학생의 비율이 60%라고 한다. 이 고등학교 학생 중 150명을 임의로 택하였을 때, 지난 학기 동안 10시간 이상의 봉사활동을 한 학생이 78명 이상일 확률을 구하여라.

41. 게임을 좋아하는 봉팔이는 5번 중 4번의 비율로 게임을 이긴다고 한다. 100번의 게임을 하였을 때 70번 이상 이길 확률을 구하여라.

42. 어느 도시에 살고 있는 직장인 중에서 60%는 대중교통을 이용한다. 이 도시에서 직장인 600명을 임의로 선택하여 이용하는 교통수단을 조사하였을 때, 대중교통을 이용하는 사람의 수가 342명 이상일 확률을 구하여라.

43. 어느 식당에서 비빔국수를 주문하는 손님의 비율이 전체의 40%라고 한다. 이 식당을 찾은 손님 중에서 150명을 임의로 택할 때, 비빔국수를 주문한 손님이 60명 이상 72명 이하일 확률을 구하여라.

44. 객실이 336개인 어느 호텔에서 객실을 예약한 사람이 예약을 취소하거나 실제로 호텔에 오지 않을 확률이 20%라고 한다. 이 호텔에서 어느 날 400개의 객실을 예약 받았을 때, 객실이 부족하지 않을 확률을 구하여라.

45. 정원이 4000명인 어느 대학교는 수시 모집에서 정원의 40%를 선발하고 정시 모집에서 60%를 선발한다고 한다. 이 대학의 합격생 중에서 600명을 임의로 뽑을 때, 수시모집에서 합격한 학생이 252명 이상 포함될 확률을 구하여라.

46. 어느 고등학생의 학생들은 5명에 1명꼴로 하루에 한 번 이상 도서관을 방문한다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 100명을 택할 때, 그 중 하루에 한 번 이상 도서관을 방문하는 학생의 수가 12명 이상일 확률을 구하여라.

47. 어느 항공사의 국제선 예약 취소율은 10%라고 한다. 375석이 있는 이 항공사의 어느 국제선에 대하여 400석을 예약 받았다고 할 때, 이 국제선의 좌석이 실제로 부족하지 않을 확률을 구하여라.

48. 어느 회사에서 판매하는 이어폰은 10%가 1년 이내에 고장이 난다고 한다. 이 회사에서 이어폰 900개를 판매하였을 때, 1년 이내에 고장 나는 이어폰이 72개 이상일 확률을 구하여라.

49. 어느 축구 선수가 한 번 페널티킥을 할 때 성공할 확률이 75%라 한다. 이 축구선수가 48회 페널티킥을 할 때, 성공하는 횟수가 33회에서 39회 사이일 확률을 구하여라.

50. 어느 영화 관람객 중 고등학생의 비율은 10%이다. 관람객 중 10000명을 임의로 선택하여 영화할인권을 제공하였다. 영화할인권을 받은 고등학생이 985명 이상 1045명 이하일 확률을 구하여라.

51. 어느 고등학교 전체 학생을 대상으로 아침식사 여부를 조사한 결과가 60%의 학생들이 아침 식사를 거르는 것으로 나타났다. 전체 학생 중 150명을 임의추출하였을 때, 이 중 아침식사를 거르는 학생이 84명 이상일 확률을 구하여라.

52. 어느 고등학교에서 안경을 쓴 학생의 비율이 40%라고 한다. 이 학교에서 임의로 학생 150명을 뽑을 때, 안경을 쓴 학생이 48명 이상 75명 이하일 확률을 구하여라.

53. 어느 고등학교 학생들을 대상으로 선호하는 겨울 휴가 장소를 조사하였더니 학생들의 60%는 스키장을 선호하였다. 이 학교 학생 150명을 임의로 골라 선호하는 겨울 휴가 장소를 조사하였을 때, 스키장을 선호하는 학생의 수가 93명 이상일 확률을 구하여라.

54. 어느 고등학교 2학년 192명의 학생 중에서 25%는 모바일로 수학 동영상 수업을 이용하고 있다고 한다. 이 고등학교 2학년 학생 중 모바일 수학 동영상 수업을 이용하는 학생이 57명 이상일 확률을 구하여라.

◪ 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

55. 한 개의 주사위를 던져 6의 눈이 나오면 900원의 이익을 얻고, 그 이외의 눈이 나오면 100원의 손해를 보는 게임이 있다. 이 게임을 180회 시행했을 때, 당첨금으로 $22,000$원 이상을 받게 될 확률을 구하여라.

56. 한 개의 주사위를 던져 3의 배수의 눈이 나오면 상금으로 1500원을 받고, 그 이외의 눈이 나오면 벌금으로 300원을 내야 하는 게임이 있다. 이 게임을 72회 했을 때, 상금으로 28800원 이상 받을 확률을 구하여라.

57. 1회의 시행에서 3점을 얻을 확률이 $\frac{3}{4}$이고 1점을 잃을 확률이 $\frac{1}{4}$인 게임을 한다. 이 게임을 0점에서 시작하여 1200회를 독립적으로 시행했을 때, 점수가 2280점 이상일 확률을 구하여라.

58. 1회의 시행에서 10점을 얻을 확률이 $\frac{1}{5}$이고, 2점을 잃을 확률이 $\frac{4}{5}$인 게임을 한다. 이 게임을 0점에서 시작하여 1600회를 독립적으로 시행했을 때, 점수가 928점 이상일 확률을 구하여라.

59. A는 이기면 10점을 얻고, 지면 2점을 잃는 게임을 하려고 한다. A가 이길 확률이 $\frac{4}{5}$이고, 각 게임의 결과는 서로 독립이라고 할 때, 이 게임을 0점에서 시작하여 625번 한 결과 A의 점수가 4990점 이상일 확률을 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

60. A는 이기면 6점을 얻고, 지면 2점을 잃는 게임을 하려고 한다. A가 이길 확률이 $\frac{1}{4}$이고, 각 게임의 결과는 서로 독립이라고 할 때, 게임을 1200번 한 결과 A의 점수가 240점 이상일 확률을 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

◪ 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

61. 자유투 성공률이 80%인 농구 선수가 100번의 자유투에서 성공한 횟수가 k번 이하일 확률이 0.0228일 때, k의 값을 구하여라.

62. 어느 고등학교에서 방과 후 활동에 참여하는 학생의 비율이 60%라고 한다. 이 학교 학생 150명 중에서 방과 후 활동에 참여하는 학생이 102명 이상일 확률을 p라고 할 때, p의 값을 구하여라.

63. 어느 지역에서 승용차를 가지고 있는 사람들 중 10년 이상된 승용차를 가진 사람의 비율을 조사하였더니 20%이었다. 이 지역에서 승용차를 가지고 있는 사람 400명을 조사하여 그 중에 10년 이상된 승용차를 가진 사람이 k명 이상일 확률이 0.0228일 때, k의 값을 구하여라.

64. 어느 사과농장에서는 사과의 무게에 따라 등급을 매긴다고 한다. 무게가 무거운 것일수록 등급이 높고, 1등급 사과가 나올 확률이 20%라고 한다. 400개의 사과 중 1등급인 사과의 개수를 확률변수 X라 할 때, $P(X \geq a) = 0.8413$을 만족하는 상수 a의 값을 구하여라.

정답 및 해설

1) $N(12,\ 2^2)$

⇨ $E(X)=18\times\frac{2}{3}=12,\ V(X)=18\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=4$

이므로 확률변수 X는 정규분포 $N(12,\ 2^2)$을 따른다.

2) $N(12,\ 3^2)$

⇨ $E(X)=48\times\frac{1}{4}=12$

$\sigma(X)=\sqrt{48\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}=3$

따라서 X의 평균이 12, 표준편차가 3이므로

$N(12,\ 3^2)$

3) $N(54,\ 6^2)$

⇨ $E(X)=162\times\frac{1}{3}=54$

$\sigma(X)=\sqrt{162\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=6$

X의 평균이 54, 표준편차가 6이므로

$N(54,\ 6^2)$

4) $N(150,\ 5^2)$

⇨ $E(X)=180\times\frac{5}{6}=150$

$\sigma(X)=\sqrt{180\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}}=5$

따라서 X의 평균이 150, 표준편차가 5이므로

$N(150,\ 5^2)$

5) $N(40,\ (4\sqrt{2})^2)$

⇨ $E(X)=200\cdot\frac{1}{5}=40$

$V(X)=200\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}=32$

정규분포 $N(40,\ (4\sqrt{2})^2)$를 따른다.

6) $N(300, 15^2)$

7) 0.0166

⇨ $E(X)=18\times\frac{2}{3}=12,\ V(X)=18\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=4$

이므로

확률변수 X는 정규분포 $N(12,\ 2^2)$을 따른다.

$P(16\le X\le 17)=P\left(\frac{16-12}{2}\le\frac{X-12}{2}\le\frac{17-12}{2}\right)$

$=P(2\le Z\le 2.5)$

$=P(0\le Z\le 2.5)-P(0\le Z\le 2)$

$=0.4938-0.4772$

$=0.0166$

8) 0.9332

⇨ $E(X)=18\times\frac{2}{3}=12,\ V(X)=18\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=4$

이므로 확률변수 X는 정규분포 $N(12,\ 2^2)$을 따른다.

$P(X\le 15)=P\left(\frac{X-12}{2}\le\frac{15-12}{2}\right)$

$=P(Z\le 1.5)$

$=0.5+P(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5+0.4332=0.9332$

9) 0.8351

⇨ 확률변수 X가 이항분포 $B(100,\ \frac{1}{5})$을 따르므로

$E(X)=100\times\frac{1}{5}=20,\ \ V(X)=100\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=16$이다.

확률변수 X는 정규분포 $N(20,\ 4^2)$을 따른다.

$\therefore\ P(10\le X\le 24)=P(-2.5\le Z\le 1)$

$=0.4938+0.3413$

$=0.8351$

10) 0.6902

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $B\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=400\times\frac{1}{2}=200$

$V(X)=400\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=100$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(200,\ 10^2)$을

따른다. 이때 $Z=\frac{X-200}{10}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로

$P(170\le X\le 205)=P\left(\frac{170-200}{10}\le Z\le\frac{205-200}{10}\right)$

$=P(-3\le Z\le 0.5)$

$=P(0\le Z\le 3)+P(0\le Z\le 0.5)$

$=0.4987+0.1915=0.6902$

11) 0.3085

12) 0.6826

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $B\left(450,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=450\times\frac{1}{3}=150$

$V(X)=450\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=100$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(150,\ 10^2)$을

따른다. 이때 $Z=\frac{X-150}{10}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로

$P(140\le X\le 160)=P\left(\frac{140-150}{10}\le Z\le\frac{160-150}{10}\right)$

$=P(-1\le Z\le 1)$

$=2P(0\le Z\le 1)$

$=2\cdot 0.3413=0.6826$

13) 0.5328

14) 0.8351

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $B\left(400,\ \frac{1}{10}\right)$을 따르므로

$E(X)=400\times\frac{1}{10}=40$

$V(X)=400\times\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}=36$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(40,\ 6^2)$을

따른다. 이때 $Z=\frac{X-40}{6}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(25\le X\le 46)=P\left(\frac{25-40}{6}\le Z\le\frac{46-40}{6}\right)$

$=P(-2.5\le Z\le 1)$

$=P(0\le Z\le 2.5)+P(0\le Z\le 1)$

$=0.4938+0.3413=0.8351$

15) 0.8185

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(162,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=162\times\frac{1}{3}=54$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{162\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=6$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(54,\ 6^2)$을

따른다.

$\mathrm{P}(42\le\mathrm{X}\le 60)=\mathrm{P}\left(\frac{42-54}{6}\le\mathrm{Z}\le\frac{60-54}{6}\right)$

$=\mathrm{P}(-2\le\mathrm{Z}\le 1)$

$=\mathrm{P}(-2\le\mathrm{Z}\le 0)+\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 1)$

$=\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 2)+\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 1)$

$=0.4772+0.3413$

$=0.8185$

16) 0.1587

17) 0.3085

⇨ 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면

X는 이항분포 $B\left(64,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=64\times\frac{1}{2}=32$

$\sigma(X)=\sqrt{64\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\sqrt{16}=4$

즉 X는 근사적으로 정규분포 $N(32,4^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-32}{4}$로 놓으면 Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을

따른다. 따라서 구하는 확률은

$P(X\ge 34)=P\left(Z\ge\frac{34-32}{4}\right)=P(Z\ge 0.5)$

$=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 0.5)$

$=0.5-0.1915=0.3085$

18) 0.9759

⇨ 한 번의 시행에서 6의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$

이므로 6의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면

X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(720,\ \frac{1}{6}\right)$을 따른다.

이때, n이 충분히 크므로 X는 정규분포

$\mathrm{N}\left(720\times\frac{1}{6},\ 720\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\right)=\mathrm{N}(120,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(90\le\mathrm{X}\le 140)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{90-120}{10}\le\frac{\mathrm{X}-120}{10}\le\frac{140-120}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(-3\le\mathrm{Z}\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 3)+\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 2)$

$=0.4987+0.4772=0.9759$

19) 0.927

⇨ 1이 눈이 나오는 횟수 $X\sim B\left(720,\frac{1}{6}\right)$이다.

$E(X)=720\left(\frac{1}{6}\right)=120,\ V(X)=720\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)=100$

$n=720$이 충분히 크므로

X의 분포는 $N(120,10^2)$를 따른다.

$\therefore P(95\le X\le 135)$

$=P(-2.5\le Z\le 1.5)=0.4938+0.4332=0.927$

20) 0.0668

⇨ 한 번의 시행에서 짝수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}$이므로 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라

하면 X는 $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

이때, n이 충분히 크므로 X는 정규분포

$\mathrm{N}\left(400\times\frac{1}{2},\ 400\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\mathrm{N}(200,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\le 185)=\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{X}-200}{10}\le\frac{185-200}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\le -1.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le\mathrm{Z}\le 1.5)$

$=0.5-0.4332=0.0668$

21) 0.1359

22) 0.5328

⇨ 동전이 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(400,\frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=400\times\frac{1}{2}=200$

$V(X)=400\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=100$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(200,10^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-200}{10}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(195\le X\le 210)=P\left(\frac{195-200}{10}\le Z\le\frac{210-200}{10}\right)$$
$$=P(-0.5\le Z\le 1)$$
$$=P(-0.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)$$
$$=P(0\le Z\le 0.5)+0.3413$$
$$=0.1915+0.3413=0.5328$$

23) 0.4772

⇨ 3의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(180,\dfrac{1}{6}\right)$을 따르므로

$$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$$

$$V(X)=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=25$$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(30,5^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-30}{5}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(30\le X\le 40)=P\left(\frac{30-30}{5}\le Z\le\frac{40-30}{5}\right)$$
$$=P(0\le Z\le 2)=0.4772$$

24) 0.383

⇨ 1의 눈이 나오는 횟수를 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(720,\ \dfrac{1}{6}\right)$을 따르므로

$$E(X)=720\cdot\frac{1}{6}=120$$

$$V(X)=720\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}=100$$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(120,\ 10^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-120}{10}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$P(115\le X\le 125)=P\left(\frac{115-120}{10}\le Z\le\frac{125-120}{10}\right)$$
$$=P(-0.5\le Z\le 0.5)$$
$$=P(-0.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 0.5)$$
$$=2P(0\le Z\le 0.5)$$
$$=0.383$$

25) 0.6247

⇨ 주사위를 던지는 것을 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(720,\dfrac{1}{6}\right)$를 따르므로

$$E(X)=720\times\frac{1}{6}=120$$

$$V(X)=720\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=100$$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(120,10^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-120}{10}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(115\le X\le 135)$$
$$=P\left(\frac{115-120}{10}\le Z\le\frac{135-120}{10}\right)$$
$$=P(-0.5\le Z\le 1.5)$$
$$=P(0\le Z\le 0.5)+P(0\le Z\le 1.5)$$
$$=0.1915+0.4332=0.6247$$

26) 0.0228

⇨ 붉은 구슬이 나오는 횟수를 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(150,\ \dfrac{3}{5}\right)$을 따르므로

$$E(X)=150\cdot\frac{3}{5}=90$$

$$V(X)=150\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=36$$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(90,\ 6^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-90}{6}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$P(X\le 78)=P\left(Z\le\frac{78-90}{6}\right)$$
$$=P(Z\le -2)$$
$$=0.5-P(-2\le Z\le 0)$$
$$=0.5-P(0\le Z\le 2)$$
$$=0.5-0.4772=0.0228$$

27) 0.8413

⇨ 바닥에 적혀 있는 숫자가 1인 횟수를 X라고 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(192,\ \dfrac{1}{4}\right)$을 따르므로

$$E(X)=192\times\frac{1}{4}=48$$

$$V(X)=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(48,\ 6^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-48}{6}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(X\ge 42)=P\left(Z\ge\frac{42-48}{6}\right)=P(Z\ge -1)$$
$$=P(0\le Z\le 1)+0.5$$
$$=0.3413+0.5=0.8413$$

28) 0.8185

⇨ 도보로 등하교하는 학생 수를 확률변수 X라

하면 X는 이항분포 $B\left(50,\dfrac{2}{3}\right)$를 따르므로

$$E(X)=50\cdot\frac{2}{3}=\frac{100}{3}$$

$$V(X)=50\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{100}{9}$$

따라서 X는 근사적으로

정규분포 $N\left(\frac{100}{3}, \left(\frac{10}{3}\right)^2\right)$을 따른다.

이때 $Z=\dfrac{X-\frac{100}{3}}{\frac{10}{3}}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(30 \le X \le 40) = P\left(\frac{30-\frac{100}{3}}{\frac{10}{3}} \le Z \le \frac{40-\frac{100}{3}}{\frac{10}{3}}\right)$$
$$= P(-1 \le Z \le 2)$$
$$= P(0 \le Z \le 1) + P(0 \le Z \le 2)$$
$$= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$$

29) 0.0228

30) 0.0668

31) 0.8413

32) 0.0228
⇨ 불량품이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면
X는 이항분포 $B\left(400, \frac{1}{10}\right)$을 따르므로

$E(X) = 400 \times \frac{1}{10} = 40$

$\sigma(X) = \sqrt{400 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10}} = \sqrt{36} = 6$

즉 X는 근사적으로 정규분포 $N(40, 6^2)$을 따르므로
$Z = \frac{X-40}{6}$로 놓으면 Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을
따른다. 따라서 구하는 확률은

$$P(X \le 28) = P\left(Z \le \frac{28-40}{6}\right) = P(Z \le -2) = P(Z \ge 2)$$
$$= P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 2)$$
$$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

33) 0.9772
⇨ $X \sim B(100, 0.8)$이므로 근사적으로 $N(80, 16)$이다.

$$\therefore P(X \ge 72) = P\left(\frac{X-80}{4} \ge -2\right) = P(Z \ge -2)$$
$$= 0.5 + P(0 \le Z \le 2) = 0.9772$$

34) 0.0062
⇨ 확률변수 X는 확률변수 X는
이항분포 $B\left(150, \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$E(X) = 150 \times \frac{2}{5} = 60$

$V(X) = 150 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 36$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(60, 6^2)$을
따른다. 이때 $Z = \frac{X-60}{6}$으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(X \ge 75) = P\left(Z \ge \frac{75-60}{6}\right)$$
$$= P(Z \ge 2.5)$$
$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 2.5)$$
$$= 0.5 - 0.4938 = 0.0062$$

35) 0.0668
⇨ 완치되는 환자 수를 확률변수 X라 하면
확률변수 X는 이항분포 $B\left(400, \frac{4}{5}\right)$를 따르므로

$E(X) = 400 \times \frac{4}{5} = 320$

$V(X) = 400 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = 64$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(320, 8^2)$을
따른다. 이때 $Z = \frac{X-320}{8}$로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(332 \le X) = P\left(\frac{332-320}{8} \le Z\right) = P(1.5 \le Z)$$
$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

36) 0.6826
⇨ 완치되는 환자의 수를 확률변수 X라 하면
X는 B(100, 0.2)를 따르므로 X는 정규분포
$\mathrm{N}(100 \times 0.2,\ 100 \times 0.2 \times 0.8) = \mathrm{N}(20,\ 4^2)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(16 \le \mathrm{X} \le 24) = \mathrm{P}\left(\frac{16-20}{4} \le \frac{\mathrm{X}-20}{4} \le \frac{24-20}{4}\right)$$
$$= \mathrm{P}(-1 \le \mathrm{Z} \le 1)$$
$$= 2\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1)$$
$$= 2 \times 0.3413 = 0.6826$$

37) 0.0668
⇨ 바다를 선호하는 학생 수를 확률변수 X라 하면
확률변수 X는 이항분포 $B\left(600, \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$E(X) = 600 \times \frac{2}{5} = 240$

$V(X) = 600 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 144$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(240, 12^2)$을
따른다. 이때 $Z = \frac{X-240}{12}$으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$$P(258 \le X) = P\left(\frac{258-240}{12} \le Z\right) = P(1.5 \le Z)$$
$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

38) 0.8185

39) 0.8664

40) 0.9772
⇨ 150명 중 10시간 이상의 봉사활동을 한 학생의

수를 확률변수 X라 하면 $X \sim B\left(150, \frac{3}{5}\right)$이다.

$E(X)=150 \cdot \frac{3}{5}=90,\ V(X)=150 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}=36$

이므로 X는 근사적으로 정규분포 $N(90,36)$을 따른다.

$\therefore P(X \geq 78)=P\left(\frac{X-90}{6} \geq \frac{78-90}{6}\right)=P(Z \geq -2)$

$=0.5+P(0 \leq Z \leq 2)=0.9772$

41) 0.9938

⇨ 게임에서 이기는 횟수를 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(100, \frac{4}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=100 \times \frac{4}{5}=80$

$V(X)=100 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5}=16$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(80, 4^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{X-80}{4}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(X \geq 70)=P\left(Z \geq \frac{70-80}{4}\right)$

$=P(Z \geq -2.5)$

$=P(-2.5 \leq Z \leq 0)+0.5$

$=P(0 \leq Z \leq 2.5)+0.5=0.4938+0.5=0.9938$

42) 0.9332

⇨ 대중교통을 이용하는 사람의 수를 확률변수 X라 하면 X는 B(600, 0.6)을 따르므로 X는 정규분포 $\mathrm{N}(600 \times 0.6,\ 600 \times 0.6 \times 0.4)=\mathrm{N}(360,\ 12^2)$을 따른다.

$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{X} \geq 342)=\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{X}-360}{12} \geq \frac{342-360}{12}\right)$

$=\mathrm{P}(\mathrm{Z} \geq -1.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{Z} \leq 1.5)$

$=0.5+0.4332=0.9332$

43) 0.4772

44) 0.9772

45) 0.1587

⇨ 전체 학생 중 한 명을 뽑았을 때 수시모집으로 합격한 학생일 확률은 $40\%=\frac{2}{5}$이다. 따라서 600명 중 수시모집 합격생의 수 X는 이항분포 $B\left(600, \frac{2}{5}\right)$를 따른다. $E(X)=240,\ V(X)=144$이므로 X는 근사적으로 정규분포 $N(240,144)$를 따른다.

$\therefore P(X \geq 252)=P\left(\frac{X-240}{12} \geq \frac{252-240}{12}\right)=P(Z \geq 1)$

$=0.5-P(0 \leq Z \leq 1)=0.5-0.3413=0.1587$

46) 0.9772

47) 0.9938

48) 0.9772

⇨ 이어폰이 고장난 개수를 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(900,\ \frac{1}{10}\right)$을 따르므로

$E(X)=900 \cdot \frac{1}{10}=90$

$V(X)=900 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}=81$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(90,\ 9^2)$을 따른다. 이때 $Z=\frac{X-90}{9}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(X \geq 72)=P\left(Z \geq \frac{72-90}{9}\right)$

$=P(Z \geq -2)$

$=0.5+P(0 \leq Z \leq 2)$

$=0.5+0.4772=0.9772$

49) 0.6826

50) 0.6247

51) 0.8413

52) 0.9710

53) 0.3085

⇨ 스키장을 선호하는 학생 수를 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(150, \frac{3}{5}\right)$을 따르므로

$E(X)=150 \times \frac{3}{5}=90$

$V(X)=150 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}=36$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(90, 6^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{X-90}{6}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(93 \leq X)=P\left(\frac{93-90}{6} \leq Z\right)=P(0.5 \leq Z)$

$=0.5-P(0 \leq Z \leq 0.5)=0.5-0.1915=0.3085$

54) 0.0668

55) 0.0228

⇨ 900원 이익을 얻는 횟수를 X라고 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(180,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$E(X)=180 \times \frac{1}{6}=30$

$V(X)=180 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}=25$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(30,\ 5^2)$을 따른다. 한편, 180번의 시행 중에서 100원 손해를

보는 횟수는 $180-X$이므로 22000원 이상의 당첨금을 얻기 위해서는

$900X-100(180-X) \geq 22000$

$1000X \geq 40000$

$\therefore X \geq 40$

이때 $Z=\dfrac{X-30}{5}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(X \geq 40)=P\left(Z \geq \dfrac{40-30}{5}\right)=P(Z \geq 2)$

$=0.5-P(0 \leq Z \leq 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

56) 0.1587

⇨ 3의 배수가 나오는 횟수를 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(72,\ \dfrac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=72\cdot\dfrac{1}{3}=24$

$V(X)=72\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=16$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(24,\ 4^2)$을

따르므로 $Z=\dfrac{X-24}{4}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 3의 배수가 아닌 수가 나오는 횟수는

$72-X$이므로 상금은

$1500X-300(72-X)=1800X-21600$

구하는 확률은

$P(1800X-21600 \geq 28800)=P(X \geq 28)$

$=P\left(Z \geq \dfrac{28-24}{4}\right)$

$=P(Z \geq 1)$

$=0.5-P(0 \leq Z \leq 1)$

$=0.5-0.3413=0.1587$

57) 0.9772

58) 0.0668

⇨ 10점을 얻을 횟수를 X라 하면 2점을 잃을 횟수는

$1600-X$이므로

$10X-2(1600-X) \geq 928$, $12X \geq 4128$

$\therefore X \geq 344$

이때 확률변수 X는 이항분포 $B\left(1600,\ \dfrac{1}{5}\right)$을

따르므로

$E(X)=1600\cdot\dfrac{1}{5}=320$

$V(X)=1600\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{4}{5}=256$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(320,\ 16^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-320}{16}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

구하는 확률은

$P(X \geq 344)=P\left(Z \geq \dfrac{344-320}{16}\right)$

$=P(Z \geq 1.5)$

$=P(Z \geq 0)-P(0 \leq Z \leq 1.5)$

$=0.5-0.4332=0.0668$

59) 0.0228

60) 0.0228

61) 72

⇨ 자유투에 성공하는 횟수를 확률변수 X라 하면

확률변수 X는 이항분포 $B\left(100,\ \dfrac{80}{100}\right)$,

즉 $B\left(100,\ \dfrac{4}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=100\times\dfrac{4}{5}=80$

$V(X)=100\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}=16$

따라서 $P(X \leq k)=P\left(Z \leq \dfrac{k-80}{4}\right)=0.0228$이므로

$\dfrac{k-80}{4}=-2$

$\therefore k=72$

62) 0.0228

⇨ 방과 후 활동에 참여하는 학생의 비율이

$60\%=\dfrac{3}{5}$이므로 학생 150명 중 방과 후 활동을 하는

학생의 수를 X라 하면 확률변수 X는 이항분포

$B\left(150,\dfrac{3}{5}\right)$를 따른다. 이때 $E(X)=90$, $V(X)=36$

이므로 X의 분포는 근사적으로 $N(90,36)$을 따른다.

$P(X \geq 102)=P\left(\dfrac{X-90}{6} \geq \dfrac{102-90}{6}\right)=P(Z \geq 2)$

$=0.5-P(0 \leq Z \leq 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

63) 96

⇨ 10년 이상된 승용차를 가진 사람을 확률변수 X라

두면 확률변수 X는 $B\left(400,\ \dfrac{1}{5}\right)$을 따르므로

$E(X)=400\times\dfrac{1}{5}=80$, $V(X)=400\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=64$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(80,8^2)$을

따른다. 이때 $Z=\dfrac{X-80}{8}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(X \geq k)=P\left(Z \geq \dfrac{k-80}{8}\right)=0.0228$

따라서 $\dfrac{k-80}{8}=2$에서 $k=96$이다.

64) 72

⇨ 1등급의 사과의 개수를 X라 하면 확률변수 X는

확률변수 X는 이항분포 $B\left(400,\ \frac{1}{5}\right)$을 따르므로

$E(X)=400\times\frac{1}{5}=80$

$V(X)=400\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=64$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(80,\ 8^2)$을

따른다. 이때 $Z=\frac{X-80}{8}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(X\geq a)=P\left(Z\geq\frac{a-80}{8}\right)$

$=P\left(\frac{a-80}{8}\leq Z\leq 0\right)+0.5=0.8413$

$P\left(\frac{a-80}{8}\leq Z\leq 0\right)=0.3413$

따라서 $\frac{a-80}{8}=-1$이므로 $a=72$