



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-02-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 로그함수 $y = \log_a x$ 의 최대·최소

정의역이 $\{x | m \leq x \leq n\}$ 일 때,

로그함수 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 은

(1) $a > 1$ 이면 $x = m$ 일 때 최솟값 $\log_a m$,

$x = n$ 일 때 최댓값 $\log_a n$ 을 갖는다.

(2) $0 < a < 1$ 이면 $x = m$ 일 때 최댓값 $\log_a m$,

$x = n$ 일 때 최솟값 $\log_a n$ 을 갖는다.

■ 주어진 범위에서 다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

1. $y = \log_2 x \quad (1 \leq x \leq 64)$

2. $y = \log_{\frac{1}{3}} x \quad \left(\frac{1}{9} \leq x \leq 27\right)$

3. $y = \log_3 (3x+1) \quad \left(\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{80}{3}\right)$

4. $y = \log_2 x \quad (2 \leq x \leq 64)$

5. $y = \log_2 x \quad \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 16\right)$

6. $y = -\log_5 (x-2) + 3 \quad (7 \leq x \leq 127)$

7. $y = \log_{\frac{1}{2}} (x+1) \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 7\right)$

8. $y = \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) + 1 \quad \left(\frac{5}{8} \leq x \leq 1\right)$

9. $y = \log_3 (x+1) - 1 \quad (2 \leq x \leq 26)$

10. $y = \log_{\frac{1}{3}} (3x+1) \quad \left(\frac{2}{3} \leq x \leq 2\right)$

11. $y = \log_2 (x-1) \quad (5 \leq x \leq 33)$

12. $y = \log_{\frac{1}{2}} (1-x) + 3 \quad \left(-3 \leq x \leq \frac{1}{2}\right)$

13. $y = \log_{\frac{1}{4}} (2x+1) + 3 \quad \left(-\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{2}\right)$

■ 다음 물음에 답하여라.

14. $4 \leq x \leq 10$ 이고 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + a$ 의 최댓값이 4일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

15. $1 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $f(x) = 3^{-x+2} + 1$ 의 최댓값을 a , 함수 $g(x) = \log_2(x+1) + 2$ 의 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

16. 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 인 두 함수 $f(x) = 4^{x-1}$, $g(x) = -\log_2(x+2)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값을 M , $g(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

02 / 함수 $y = \log_a f(x)$ 꼴의 최대·최소

- ① 주어진 범위에서 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구한다.
② ①에서 구한 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값에서 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구한다.

■ 주어진 정의역에서 다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

17. $y = \log_3(-x^2 + 10x)$ ($1 \leq x \leq 7$)

18. $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2 + 8x - 2)$, $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$

19. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x^2 + 4x + 23)$, $\{x | 1 \leq x \leq 7\}$

20. $y = \log_2(x^2 - 6x + 10)$ ($2 \leq x \leq 5$)

21. $y = \log_2(x^2 + 2x - 4)$, $\{x | 2 \leq x \leq 5\}$

22. $y = \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x + 8)$ ($1 \leq x \leq 4$)

23. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x + 5)$, $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

24. $y = \log_3\{(x-2)^2 + 3\}$, $\{x | 1 \leq x \leq 5\}$

25. $y = \log_2(x^2 - 2x + 4)$, $\{x | 2 \leq x \leq 6\}$

26. $y = \log_{\frac{1}{3}}(2x^2 + 8x + 9)$ ($-2 \leq x \leq 2$)

■ 다음 함수의 최댓값을 구하여라.

27. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 6x + 17)$

28. $y = \log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(7-x)$

29. $y = \log_3(x-1) + \log_3(7-x)$

■ 다음 함수의 최솟값을 구하여라.

30. $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(7-x)$

31. $y = \log_2(x^2 + 4x + 12)$

32. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x^2 + 2x + 8)$

■ 다음 물음에 답하여라.

33. 정의역이 $\{x \mid 4 \leq x \leq 6\}$ 인

함수 $y = \log_a(x^2 - 6x + 10)$ 의 최솟값이 1일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

34. 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x + 3)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

35. 함수 $y = \log_4(x+5) + \log_4(1-x)$ 의 최댓값을 α 라 할 때, 2^α 의 값을 구하여라.

36. 구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $y = \log_a(x^2 - 2x + 10)$ 의 최댓값이 -2 일 때, $6a$ 의 값을 구하여라.

37. 함수 $f(x) = \log_a(x^2 - 4x + 6)$ 의 최댓값이 -2 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

38. $a > 1$ 일 때, 닫힌 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = \log_a(-x^2 + 6x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 1이라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

39. $-4 \leq x \leq 2$ 일 때 함수 $y = \log_a\left(-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 14\right)$ 의 최댓값이 -2 일 때, 최솟값을 구하여라.

40. 함수 $y = \log_a(x^2 - 4x + 12)$ 의 최솟값이 64일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq x \leq 2$, $a > 1$)

03 / 로그함수 $y = \log_a x$ 의 최대·최소의 응용

- (1) 치환을 이용한 로그함수의 최대·최소
: $\log_a x = t$ 로 치환하여 최댓값과 최솟값을 구한다.
- (2) 산술평균과 기하평균의 관계를 이용한 로그함수의
최대·최소
: 로그의 밑, 지수 조건과 ,로그의 여러 가지 성질을
이용하여 최댓값과 최솟값을 구한다.

■ 주어진 범위에서 다음 함수의 최댓값과 최솟값을 구하여
라.

41. $y = 6(\log_3 x)^2 - 3 \log_{\sqrt{3}} x^2 \quad (3 \leq x \leq 9)$

42. $y = 2\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^2 \quad (1 \leq x \leq 3)$

43. $y = -(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 3 \quad \left(\frac{1}{4} \leq x \leq 2\right)$

44. $y = (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 4 \quad (1 \leq x \leq 8)$

45. $y = (\log_2 x)^2 + \log_2 2x \quad \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 2\right)$

46. $y = (\log_{\frac{1}{3}} x)(\log_3 x) + 2 \log_3 x + 4 \quad (1 \leq x \leq 81)$

47. $y = (\log_2 x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 2 \quad (1 \leq x \leq 16)$

48. $y = (\log x)^2 + \log x^4 - 1, \quad (0.01 \leq x \leq 1000)$

49. $y = (\log_3 x)^2 + 4 \log_3 x - 1 \quad \left(\frac{1}{9} \leq x \leq 3\right)$

50. $y = -(\log x)^3 + 6(\log x)^2 - 9 \log x - 1 \quad (1 \leq x \leq 100)$

51. $f(x) = (\log_2 16x) \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4} \right) \quad \left(\frac{1}{4} \leq x \leq 4 \right)$

52. $y = \left(\log_2 \frac{x}{8} \right) (\log_2 2x) \quad (1 \leq x \leq 16)$

53. $y = (\log_3 x) \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{27} \right) + 3 \log_3 x + 2 \quad (3 \leq x \leq 30)$

54. $y = \frac{1}{3}x^{-1+\log_3 x} \quad (1 \leq x \leq 9)$

55. $y = 4x^{\log_2 x - 4} \quad (2 \leq x \leq 32)$

56. $y = x^{2-\log_2 x} \quad (1 \leq x \leq 8)$

57. $f(x) = 32x^{\log_2 x - 4} \quad (2 \leq x \leq 16)$

■ $x > 0, y > 0$ 일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

58. $\log_{\frac{1}{7}} \left(x + \frac{4}{y} \right) + \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{x} + 9y \right)$

59. $\log_{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{2}{y} \right) + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{x} + 2y \right)$

60. $\log_{\frac{1}{2}} \left(3x + \frac{1}{y} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{x} + y \right)$

■ $x > 0, y > 0$ 일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

61. $y = \log_2(x+2) - \log_4 x$

62. $y = (\log_2 x)^2 + (\log_x 2)^2 - \log_2 x^2 - \log_x 4 - 1$

63. $\log_6 \left(x + \frac{5}{y} \right) + \log_6 \left(\frac{1}{x} + 5y \right)$

64. $\log_3 \left(x + \frac{2}{y} \right) + \log_3 \left(2y + \frac{1}{x} \right)$

65. $\log_2 \left(x + \frac{1}{y} \right) + \log_2 \left(\frac{1}{x} + y \right)$

■ 다음 물음에 답하여라.

66. $1 \leq x \leq 27$ 에서

함수 $y = \left(\log_3 \frac{x}{3} \right) \left(\log_3 \frac{x}{27} \right)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

67. $1 \leq x \leq 27$ 에서

함수 $f(x) = (\log_3 3x)^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^4 + 7$ 의 최댓값을 M ,

최솟값을 m 이라 할 때 $M+m$ 의 값을 구하여라.

68. $x > 1$ 일 때, $\log_3 x + \log_x 81$ 의 최솟값을 구하여라.

69. 양수 x, y 에 대하여 $x + 3y = 18$ 일 때,
 $\log_3 x + \log_3 y$ 의 최댓값을 구하여라.

70. $x > 0, y > 0$ 에 대하여 $2x + y = 16$ 일 때,
 $\log_2 x + \log_2 y$ 의 최댓값을 구하여라.



정답 및 해설

1) 최댓값 : 6, 최솟값 : 0

⇒ 함수 $y = \log_2 x$ 는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서 최댓값은 $x = 64$ 일 때 $y = \log_2 64 = 6$,

최솟값은 $x = 1$ 일 때, $y = \log_2 1 = 0$

2) 최댓값 : 2, 최솟값 : -3

⇒ $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 는 밑이 $\frac{1}{3}$ 이므로

$x = \frac{1}{9}$ 일 때, 최댓값은 $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$

$x = 27$ 일 때, 최솟값은 $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$

3) 최댓값 : 4, 최솟값 : 1

⇒ 함수 $y = \log_3 (3x+1)$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고, $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{80}{3}$ 이므로

최댓값은 $x = \frac{80}{3}$ 일 때 $\log_3 (80+1) = \log_3 3^4 = 4$,

최솟값은 $x = \frac{2}{3}$ 일 때 $\log_3 (2+1) = \log_3 3 = 1$ 이다.

4) 최댓값 : 6, 최솟값 : 1

⇒ $y = \log_2 x$ 는 밑이 2이므로

$x = 64$ 일 때, 최댓값은 $\log_2 64 = 6$

$x = 2$ 일 때, 최솟값은 $\log_2 2 = 1$

5) 최댓값 : 4, 최솟값 : -1

⇒ 함수 $y = \log_2 x$ 는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고, $\frac{1}{2} \leq x \leq 16$ 이므로

최댓값은 $x = 16$ 일 때, $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$,

최솟값은 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 $\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$ 이다.

6) 최댓값 : 2, 최솟값 : 0

⇒ 함수 $y = -\log_5 (x-2) + 3$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

따라서 최댓값은 $x = 7$ 일 때

$y = -\log_5 (7-2) + 3 = 2$,

최솟값은 $x = 127$ 일 때 $y = -\log_5 (127-2) + 3 = 0$

7) 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

⇒ 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} (x+1)$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

따라서 최댓값은 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때

$$y = \log_{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1,$$

최솟값은 $x = 7$ 일 때

$$y = \log_{\frac{1}{2}} (7+1) = \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$$

8) 최댓값 : 3, 최솟값 : 1

⇒ 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) + 1$ 은 x 의 값이 증가하면

y 의 값은 감소하고, $\frac{5}{8} \leq x \leq 1$ 이므로

최댓값은 $x = \frac{5}{8}$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + 1 = 3$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + 1 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1 = 2 + 1 = 3,$$

최솟값은 $x = 1$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 1 + 1 = 1$ 이다.

9) 최댓값 : 2, 최솟값 : 0

⇒ 함수 $y = \log_3 (x+1) - 1$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고, $2 \leq x \leq 26$ 이므로

최댓값은 $x = 26$ 일 때

$$\log_3 27 - 1 = \log_3 3^3 - 1 = 3 - 1 = 2,$$

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $\log_3 3 - 1 = 1 - 1 = 0$ 이다.

10) 최댓값 : -1, 최솟값 : $\log_{\frac{1}{3}} 7$

⇒ $y = \log_{\frac{1}{3}} (3x+1)$ 은 밑이 $\frac{1}{3}$ 이므로

$x = \frac{2}{3}$ 일 때, 최댓값은 $\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$

$x = 2$ 일 때, 최솟값은 $\log_{\frac{1}{3}} 7$

11) 최댓값 : 5, 최솟값 : 2

⇒ $y = \log_2 (x-1)$ 은 밑이 2이므로

$x = 33$ 일 때, 최댓값은 $\log_2 32 = 5$

$x = 5$ 일 때, 최솟값은 $\log_2 4 = 2$

12) 최댓값 : 4, 최솟값 : 1

⇒ $y = \log_{\frac{1}{2}} (1-x) + 3$ 은 밑이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$1-x$ 가 최소일 때

즉 $x = \frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값 4를 갖고,

$x = -3$ 일 때, 최솟값 $-2 + 3 = 1$ 을 갖는다.

13) 최댓값 : 4, 최솟값 : 2

⇒ 함수 $y = \log_{\frac{1}{4}} (2x+1) + 3$ 은 x 의 값이 증가하면

y 의 값은 감소하고, $-\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로

최댓값은 $x = -\frac{3}{8}$ 일 때

$$\log_{\frac{1}{4}} \left(-\frac{3}{4} + 1 \right) + 3 = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} + 3 = 4,$$

최솟값은 $x = \frac{3}{2}$ 일 때

$$\log_{\frac{1}{4}} (3+1) + 3 = \log_{\frac{1}{4}} 4 + 3 = 2 \text{ 이다.}$$

14) 5

15) 1

$\Rightarrow 3^{-1} < 1$ 이므로 $f(x)$ 는 x 가 최소일 때, 최댓값을 가진다.

$$\therefore f(1) = 3^1 + 1 = 4 = a$$

$2 > 1$ 이므로 $g(x)$ 는 x 가 최소일 때, 최솟값을 가진다.

$$\therefore g(1) = \log_2 2 + 2 = 3 = b$$

$$\therefore a - b = 4 - 3 = 1$$

16) 2

17) 최댓값 : $2 \log_3 5$, 최솟값 : 2

$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 10x = -(x-5)^2 + 25$ 로 놓으면

$1 \leq x \leq 7$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(1) = 9$,
최댓값은 $f(5) = 25$ 이다.

$y = \log_3 (-x^2 + 10x) = \log_3 f(x)$ 의 밑이 3이므로

$f(5) = 25$ 일 때, 최댓값은 $\log_3 25 = 2 \log_3 5$

$f(1) = 9$ 일 때, 최솟값은 $\log_3 9 = 2$

18) 최댓값 : -3, 최솟값 : $\log_{\frac{1}{2}} 40$

$\Rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} (2x^2 + 8x - 2)$ 에서

$f(x) = 2x^2 + 8x - 2 = 2(x+2)^2 - 10$ 로 놓으면

$1 \leq x \leq 3$ 일 때, $8 \leq f(x) \leq 40$

이때, 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하

면 y 의 값은 감소하므로

최댓값은 $f(x) = 8$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$,

최솟값은 $f(x) = 40$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 40$ 이다.

19) 최댓값 : $-\log_3 2$, 최솟값 : -3

$\Rightarrow y = \log_{\frac{1}{3}} (-x^2 + 4x + 23)$ 에서

$f(x) = -x^2 + 4x + 23 = -(x-2)^2 + 27$ 로 놓으면

$1 \leq x \leq 7$ 일 때, $2 \leq f(x) \leq 27$

이때, 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하

면 y 의 값은 감소하므로

최댓값은 $f(x) = 2$ 일 때 $\log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2$,

최솟값은 $f(x) = 27$ 일 때 $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -\log_3 3^3 = -3$

이다.

20) 최댓값 : $\log_2 5$, 최솟값 : 0

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1$ 로 놓으면

$2 \leq x \leq 5$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(3) = 1$,

최댓값은 $f(5) = 5$ 이다.

$y = \log_2 (x^2 - 6x + 10) = \log_2 f(x)$ 의 밑이 2이므로

$f(5) = 5$ 일 때, 최댓값은 $\log_2 5$

$f(3) = 1$ 일 때, 최솟값은 $\log_2 1 = 0$

21) 최댓값 : $\log_2 31$, 최솟값 : 2

$\Rightarrow y = \log_2 (x^2 + 2x - 4)$ 에서

$f(x) = x^2 + 2x - 4 = (x+1)^2 - 5$ 로 놓으면

$2 \leq x \leq 5$ 일 때, $4 \leq f(x) \leq 31$

이때, 함수 $y = \log_2 f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하면

y 의 값도 증가하므로

최댓값은 $f(x) = 31$ 일 때 $\log_2 31$,

최솟값은 $f(x) = 4$ 일 때, $\log_2 4 = 2$ 이다.

22) 최댓값: -1, 최솟값: $-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow y = \log_{\frac{1}{4}} (x^2 - 4x + 8) = \log_{\frac{1}{4}} \{(x-2)^2 + 4\}$ 은

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $\log_{\frac{1}{4}} 4 = -1$ 을 갖고

$x = 4$ 일 때, 최솟값 $\log_{\frac{1}{4}} 8 = -\frac{3}{2}$ 를 갖는다.

23) 최댓값 : -2, 최솟값 : -3

$\Rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 2x + 5)$ 에서

$f(x) = x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4$ 로 놓으면

$0 \leq x \leq 3$ 일 때, $4 \leq f(x) \leq 8$

이때, 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하

면 y 의 값은 감소하므로

최댓값은 $f(x) = 4$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 4 = -\log_2 2^2 = -2$,

최솟값은 $f(x) = 8$ 일 때 $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -\log_2 2^3 = -3$ 이

다.

24) 최댓값 : $\log_3 12$, 최솟값 : 1

$\Rightarrow y = \log_3 \{(x-2)^2 + 3\}$ 에서

$f(x) = (x-2)^2 + 3$ 으로 놓으면

$1 \leq x \leq 5$ 일 때, $3 \leq f(x) \leq 12$

이때, 함수 $y = \log_3 f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하면

y 의 값도 증가하므로

최댓값은 $f(x) = 12$ 일 때 $\log_3 12$,

최솟값은 $f(x) = 3$ 일 때 $\log_3 3 = 1$ 이다.

25) 최댓값 : $\log_2 28$, 최솟값 : 2

$\Rightarrow y = \log_2 (x^2 - 2x + 4)$ 에서

$f(x) = x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3$ 으로 놓으면
 $2 \leq x \leq 6$ 일 때, $4 \leq f(x) \leq 28$
 이때, 함수 $y = \log_2 f(x)$ 는 $f(x)$ 의 값이 증가하면
 y 의 값도 증가하므로
 최댓값은 $f(x) = 28$ 일 때 $\log_2 28$,
 최솟값은 $f(x) = 4$ 일 때, $\log_2 4 = 2$ 이다.

26) 최댓값 : 0, 최솟값 : $\log_{\frac{1}{3}} 33$

$\Rightarrow f(x) = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$ 로 놓으면
 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(-2) = 1$,
 최댓값은 $f(2) = 33$ 이다.

$y = \log_{\frac{1}{3}} (2x^2 + 8x + 9) = \log_{\frac{1}{3}} f(x)$ 의 밑이 $\frac{1}{3}$ 이
 므로
 $f(-2) = 1$ 일 때, 최댓값은 $\log_{\frac{1}{3}} 1 = 0$
 $f(2) = 33$ 일 때, 최솟값은 $\log_{\frac{1}{3}} 33$

27) -3

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \{(x+3)^2 + 8\}$
 $x = -3$ 일 때, 최댓값 $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$ 을 가진다.

28) 2

$\Rightarrow y = \log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(7-x)$
 $= \log_3(x-1) + \log_3(7-x)$
 $= \log_3(x-1)(7-x) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$
 $= \log_3\{-(x-4)^2 + 9\}$
 이므로 $x = 4$ 일 때 최댓값 $\log_3 9 = 2$ 를 갖는다.

29) 2

$\Rightarrow y = \log_3(x-1)(7-x) = \log_3(-x^2 + 8x - 7)$
 $= \log_3\{-(x-4)^2 + 9\}$
 따라서 최댓값은 $\log_3 9 = 2$ 이다.

30) -2

$\Rightarrow y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1)(7-x)$
 $(x-1)(7-x) = -x^2 + 8x - 7 = -(x-4)^2 + 9$ 이므로
 $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$ 를 최솟값으로 가진다.

31) 3

\Rightarrow (밑) $= 2 > 1$ 이므로 $f(x) = x^2 + 4x + 12$ 라 할 때
 $f(x)$ 가 최솟값을 가지면 $y = \log_2(x^2 + 4x + 12)$ 가
 최솟값을 가진다.
 $f(x) = x^2 + 4x + 12 = (x+2)^2 + 8$
 따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값 $\log_2 8 = 3$ 을 가진다.

32) -2

33) 2

$\Rightarrow y = \log_a(x^2 - 6x + 10)$ 에서
 $f(x) = x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1$ 로 놓으면
 $4 \leq x \leq 6$ 일 때, $2 \leq f(x) \leq 10$
 이때, $a > 1$ 이므로 함수 $y = \log_a f(x)$ 는 $f(x)$ 의
 값이 증가하면 y 의 값도 증가하므로 $f(x) = 2$ 에서
 최솟값 1을 가진다.
 즉, $\log_a 2 = 1$ 이므로 $a = 2$

34) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$

35) 3

\Rightarrow 진수 조건에 의해 $x+5 > 0$, $1-x > 0$ 이므로
 $-5 < x < 1$
 $y = \log_4(x+5) + \log_4(1-x) = \log_4(-x^2 - 4x + 5)$
 $= \log_4\{-(x+2)^2 + 9\}$
 이므로 $x = -2$ 일 때, 최댓값 $\log_4 9$ 를 갖는다.
 $\therefore 2^\alpha = 2^{\log_4 9} = 2^{\log_2 3} = 3$

36) 2

37) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow f(x) = \log_a(x^2 - 4x + 6)$ 가 최댓값을 가지므로
 $0 < a < 1$ 이고, 이때 $x^2 - 4x + 6$ 이 최소일 때,
 $f(x)$ 가 최댓값을 가지므로
 $f(x) = \log_a(x^2 - 4x + 6) = \log_a\{(x-2)^2 + 2\}$
 즉 $\log_a 2 = -2$
 $a = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

38) $\frac{9}{5}$

\Rightarrow 밑이 1보다 크니 진수가 최댓값과 최솟값의 경우
 에, $f(x)$ 도 그에 따라 최댓값과 최솟값을 갖는다.
 즉, 구간 $[1, 4]$ 에서 $-x^2 + 6x = -(x-3)^2 + 9$ 의
 최댓값과 최솟값은 각각 9, 5이므로
 $M = \log_a 9$, $m = \log_a 5$
 $M - m = 1$ 이므로 $\log_a \frac{9}{5} = 1 \quad \therefore a = \frac{9}{5}$

39) $-\frac{8}{3}$

40) $2^{\frac{3}{64}}$

\Rightarrow 밑이 $a > 1$ 이므로 진수의 최댓값이 로그함수의 최
 대값이 된다.
 $0 \leq x \leq 2$ 에서 진수의 최솟값은 8이므로
 $y = \log_a 8 = 64 \quad \therefore a = 2^{\frac{3}{64}}$

41) 최댓값 : 0, 최솟값 : -6

$\Rightarrow y = 6(\log_3 x)^2 - 3 \log_{\sqrt{3}} x^2 = 6(\log_3 x)^2 - 12 \log_3 x$
 $3 \leq x \leq 9$ 에서 로그의 밑이 3이므로
 $\log_3 3 \leq \log_3 x \leq \log_3 9$
 $\log_3 x = t$ 로 치환하면 $1 \leq t \leq 2$
 이때, 주어진 함수는 $y = 6t^2 - 12t = 6(t-1)^2 - 6$
 따라서 $t=2$, 즉 $x=9$ 일 때, 최댓값은 0,
 $t=1$, 즉 $x=3$ 일 때, 최솟값은 -6이다.

42) 최댓값: 0, 최솟값: $-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 \leq x \leq 3$
 $\log_{\frac{1}{3}} 1 \geq \log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_{\frac{1}{3}} 3$
 $0 \geq \log_{\frac{1}{3}} x \geq -1$
 $\log_{\frac{1}{3}} x = t$ 라고 하자. ($-1 \leq t \leq 0$)
 $y = 2t^2 + 2t = 2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$
 따라서 $t = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{1}{2}$ 이고,
 $t=0$ 또는 $t=-1$ 일 때, 최댓값 0을 가진다.

43) 최댓값 : 4, 최솟값 : 0

$\Rightarrow y = -(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 3$
 $= -(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + 2 \log_{\frac{1}{2}} x + 3$
 $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$ 에서 로그의 밑이 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $\log_{\frac{1}{2}} 2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$
 $\log_{\frac{1}{2}} x = t$ 로 치환하면 $-1 \leq t \leq 2$
 이때, 주어진 함수는
 $y = -t^2 + 2t + 3 = -(t-1)^2 + 4$
 따라서 $t=1$, 즉 $x=\frac{1}{2}$ 일 때 최댓값은 4,
 $t=-1$, 즉 $x=2$ 일 때 최솟값은 0이다.

44) 최댓값 : 7, 최솟값 : 3

$\Rightarrow 1 \leq x \leq 8$ 에서 로그의 밑이 2이므로
 $\log_2 1 \leq \log_2 x \leq \log_2 8$
 $\log_2 x = t$ 로 치환하면 $0 \leq t \leq 3$
 이때, 주어진 함수는
 $y = t^2 - 2t + 4 = (t-1)^2 + 3$
 따라서 $t=3$, 즉 $x=8$ 일 때 최댓값은 7,
 $t=1$, 즉 $x=2$ 일 때 최솟값은 3이다.

45) 최댓값 : 3, 최솟값 : $\frac{3}{4}$

$\Rightarrow y = (\log_2 x)^2 + \log_2 2x,$

즉 $y = (\log_2 x)^2 + \log_2 x + 1$ 에서
 $\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$y = t^2 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

이때, $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ 에서 $-1 \leq t \leq 1$ 이므로 주어진
 함수의 최댓값은 $t=1$ 일 때 3,
 최솟값은 $t=-\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{3}{4}$ 이다.

46) 최댓값 : 5, 최솟값 : -4

$\Rightarrow y = (\log_{\frac{1}{3}} x)(\log_3 x) + 2 \log_3 x + 4,$

즉 $y = -(\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x + 4$ 에서
 $\log_3 x = t$ 로 놓으면

$$y = -t^2 + 2t + 4 = -(t-1)^2 + 5$$

이때, $1 \leq x \leq 81$ 에서 $0 \leq t \leq 4$ 이므로 주어진 함
 수의 최댓값은 $t=1$ 일 때 5,
 최솟값은 $t=4$ 일 때 -4이다.

47) 최댓값 : 10, 최솟값 : 1

$\Rightarrow y = (\log_2 x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 2,$

즉 $y = (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 2$ 에서
 $\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$y = t^2 - 2t + 2 = (t-1)^2 + 1$$

이때, $1 \leq x \leq 16$ 에서 $0 \leq t \leq 4$ 이므로 주어진
 함수의 최댓값은 $t=4$ 일 때 10,
 최솟값은 $t=1$ 일 때 1이다.

48) 최댓값 : 20, 최솟값 : -5

$\Rightarrow y = (\log x)^2 + \log x^4 - 1,$

즉 $y = (\log x)^2 + 4 \log x - 1$ 에서

$$\log x = t \text{로 놓으면 } y = t^2 + 4t - 1 = (t+2)^2 - 5$$

$0.01 \leq x \leq 1000$ 에서 $-2 \leq t \leq 3$ 이므로

함수의 최댓값은 $t=3$ 일 때 20,
 최솟값은 $t=-2$ 일 때 -5이다.

49) 최댓값 : 4, 최솟값 : -5

$\Rightarrow y = (\log_3 x)^2 + 4 \log_3 x - 1$ 에서

$$\log_3 x = t \text{로 놓으면 } y = t^2 + 4t - 1 = (t+2)^2 - 5$$

이때, $\frac{1}{9} \leq x \leq 3$ 에서 $-2 \leq t \leq 1$ 이므로 주어진

함수의 최댓값은 $t=1$ 일 때 4,
 최솟값은 $t=-2$ 일 때 -5이다.

50) 최댓값: -1, 최솟값: -5

51) 최댓값: 9, 최솟값 0

$\Rightarrow f(x) = (4 + \log_2 x)(2 - \log_2 x)$

$\log_2 x = t$ 라 하면 $-2 \leq t \leq 2$ 의 범위에서

$f(t) = -t^2 - 2t + 8 = -(t+1)^2 + 9$ 는 $t=-1$ 일 때, 최
 댓값 9, $t=2$ 일 때, 최솟값 0을 갖는다.

52) 최댓값 : 5, 최솟값 : -4

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= \left(\log_2 \frac{x}{8}\right)(\log_2 2x) \\ &= (\log_2 x - \log_2 8)(\log_2 2 + \log_2 x) \\ &= (\log_2 x - 3)(1 + \log_2 x) \\ &= (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x - 3 \\ \log_2 x &= t \text{로 놓으면 } y = t^2 - 2t - 3 = (t-1)^2 - 4 \\ \text{이때, } 1 \leq x \leq 16 \text{에서 } 0 \leq t \leq 4 \text{이므로} \\ \text{함수의 최댓값은 } t=4 \text{일 때 } 5, \\ \text{최솟값은 } t=1 \text{일 때, } -4 \text{이다.} \end{aligned}$$

53) 최댓값: 11, 최솟값: 7

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_3 x &= t, 1 \leq t \leq 1 + \log_3 10 = 4.\text{xxx} \text{이고} \\ \text{주어진 식은 } y &= -(t-3)^2 + 11 \text{이므로} \\ t=3 \text{일 때, 최댓값 } 11, t=1 \text{일 때, 최솟값은 } 7 \end{aligned}$$

54) 최댓값: 3, 최솟값: $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= \frac{1}{3}x^{-1+\log_3 x} = \frac{1}{3}x^{\log_3 \frac{x}{3}} \text{은 증가함수이므로} \\ x=1 \text{일 때, } f(1) &= \frac{1}{3} \text{으로 최솟값을 갖고} \\ x=9 \text{일 때 } f(9) &= \frac{1}{3} \times 9^{\log_3 \frac{9}{3}} = \frac{1}{3} \times 9 = 3 \text{으로 최댓} \\ &\text{값을 갖는다.} \end{aligned}$$

55) 최댓값: 128, 최솟값: $\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{주어진 식의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면} \\ \log_2 y &= 2 + (\log_2 x - 4)\log_2 x \\ \log_2 x &= t \text{라 하면 } 1 \leq t \leq 5 \text{이다.} \\ \log_2 y &= (t-2)^2 - 2 \\ y \text{가 최대일 때, } \log_2 y &\text{도 최대이므로} \\ t=5 \text{일 때, } \log_2 M &= 9-2=7 \quad \therefore M=2^7 \\ y \text{가 최소일 때, } \log_2 y &\text{도 최소이므로} \\ t=2 \text{일 때, } \log_2 m &= -2 \quad \therefore m=2^{-2} \end{aligned}$$

56) 최댓값: 2, 최솟값: $\frac{1}{8}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{양변에 밑이 2인 로그를 취하면} \\ \log_2 y &= (2 - \log_2 x)\log_2 x \\ &= 2\log_2 x - (\log_2 x)^2 = -(\log_2 x - 1)^2 + 1 \\ 1 \leq x \leq 8 \text{일 때, } 0 \leq \log_2 x &\leq 3 \text{이므로} \\ \text{(i) } \log_2 x &= 1 \text{일 때, } \log_2 y = 1 \quad \therefore y = 2 \\ \text{(ii) } \log_2 x &= 3 \text{일 때, } \log_2 y = -3 \quad \therefore y = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

57) 최댓값: 32, 최솟값: 2

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{주어진 함수식의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면} \\ \log_2 f(x) &= 5 + (\log_2 x - 4)\log_2 x \\ \log_2 f(x) &= (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 5 = (\log_2 x - 2)^2 + 1 \end{aligned}$$

$2 \leq x \leq 16$ 일 때, $1 \leq \log_2 x \leq 4$ 이고,

따라서 $\log_2 f(x)$ 의 최댓값과 최솟값은 각각 5, 1이
므로

$$\begin{aligned} \log_2 M &= 5 \quad \therefore M = 2^5 = 32 \\ \log_2 m &= 1 \quad \therefore m = 2^1 = 2 \end{aligned}$$

58) -2

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{\frac{1}{7}} \left(x + \frac{4}{y}\right) + \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{x} + 9y\right) \\ = \log_{\frac{1}{7}} \left(x + \frac{4}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 9y\right) \\ = \log_{\frac{1}{7}} \left(9xy + \frac{4}{xy} + 37\right) \\ \text{이때, } x > 0, y > 0 \text{에서 } 9xy > 0, \frac{4}{xy} > 0 \text{이므로} \\ \text{산술평균과 기하평균의 관계에 의해} \\ 9xy + \frac{4}{xy} + 37 &\geq 2\sqrt{9xy \cdot \frac{4}{xy}} + 37 = 49 \\ (\text{단, 등호는 } 9xy &= \frac{4}{xy}, \text{ 즉 } xy = \frac{2}{3} \text{일 때 성립}) \\ \log_{\frac{1}{7}} \left(9xy + \frac{4}{xy} + 37\right) &\leq \log_{\frac{1}{7}} 49 = -2 \\ \text{따라서 구하는 최댓값은 } -2 \text{이다.} \end{aligned}$$

59) -2

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{2}{y}\right) + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{x} + 2y\right) \\ = \log_{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{2}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 2y\right) = \log_{\frac{1}{3}} \left(2xy + \frac{2}{xy} + 5\right) \\ 2xy > 0, \frac{2}{xy} > 0 \text{이므로} \\ \text{산술평균과 기하평균의 관계에 의하여} \\ 2xy + \frac{2}{xy} + 5 &\geq 2\sqrt{2xy \times \frac{2}{xy}} + 5 = 9 \\ (\text{단, 등호는 } 2xy &= \frac{2}{xy} \text{일 때 성립}) \\ \text{이때, 함수 } y &= \log_{\frac{1}{3}} x \text{는 밑이 } \frac{1}{3} \text{로 } x \text{의 값이 증} \\ &\text{가할 때, } y \text{의 값은 감소하므로} \\ \log_{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{2}{y}\right) + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{x} + 2y\right) \\ = \log_{\frac{1}{3}} \left(2xy + \frac{2}{xy} + 5\right) &\leq \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2 \\ \text{따라서 구하는 최댓값은 } -2 \text{이다.} \end{aligned}$$

60) -4

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \left(3x + \frac{1}{y}\right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{x} + y\right) \\ = \log_{\frac{1}{2}} \left(3x + \frac{1}{y}\right) \left(\frac{3}{x} + y\right) \\ = \log_{\frac{1}{2}} \left(3xy + \frac{3}{xy} + 10\right) \end{aligned}$$

이때, $x > 0, y > 0$ 에서 $3xy > 0, \frac{3}{xy} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$3xy + \frac{3}{xy} + 10 \geq 2\sqrt{3xy \cdot \frac{3}{xy}} + 10 = 16$$

(단, 등호는 $3xy = \frac{3}{xy}$, 즉 $xy = 1$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_{\frac{1}{2}} \left(3xy + \frac{3}{xy} + 10 \right) \leq \log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$$

따라서 구하는 최댓값은 -4 이다.

61) $\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow y = \log_2(x+2) - \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$= \log_2 \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \log_2 \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$

$$\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \times \frac{2}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

y 의 최솟값은 $\log_2 2\sqrt{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

62) -3

$\Rightarrow \log_2 x = t$ 라 하면

$$y = t^2 + \frac{1}{t^2} - 2\left(t + \frac{1}{t}\right) - 1 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 - 2\left(t + \frac{1}{t}\right) - 3$$

$$= \left(t + \frac{1}{t} - 1\right)^2 - 4$$

$$t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{t \times \frac{1}{t}} = 2 \text{ 이므로 } y \text{의 최솟값은}$$

$$t + \frac{1}{t} = 2 \text{ 일 때, } y = (2-1)^2 - 4 = -3 \text{ 이다.}$$

63) 2

$$\Rightarrow \log_6 \left(x + \frac{5}{y}\right) + \log_6 \left(\frac{1}{x} + 5y\right) = \log_6 \left(x + \frac{5}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 5y\right)$$

$$= \log_6 \left(5xy + \frac{5}{xy} + 26\right)$$

이때, $x > 0, y > 0$ 에서 $5xy > 0, \frac{5}{xy} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$5xy + \frac{5}{xy} + 26 \geq 2\sqrt{5xy \cdot \frac{5}{xy}} + 26 = 36$$

(단, 등호는 $5xy = \frac{5}{xy}$, 즉 $xy = 1$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_6 \left(5xy + \frac{5}{xy} + 26\right) \geq \log_6 36 = 2$$

따라서 구하는 최솟값은 2이다.

64) 2

65) 2

$$\Rightarrow \log_2 \left(x + \frac{1}{y}\right) + \log_2 \left(\frac{1}{x} + y\right) = \log_2 \left(x + \frac{1}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + y\right)$$

$$= \log_2 \left(xy + \frac{1}{xy} + 2\right)$$

이때, $x > 0, y > 0$ 에서 $xy > 0, \frac{1}{xy} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$xy + \frac{1}{xy} + 2 \geq 2\sqrt{xy \cdot \frac{1}{xy}} + 2 = 4$$

(단, 등호는 $xy = \frac{1}{xy}$, 즉 $xy = 1$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_2 \left(xy + \frac{1}{xy} + 2\right) \geq \log_2 4 = 2$$

따라서 구하는 최솟값은 2이다.

66) 4

$$\Rightarrow y = \left(\log_3 \frac{x}{3}\right) \left(\log_3 \frac{x}{27}\right)$$

$$= (\log_3 x - \log_3 3)(\log_3 x - \log_3 27)$$

$$= (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 3)$$

$$= (\log_3 x)^2 - 4\log_3 x + 3$$

$\log_3 x = t$ 로 놓으면

$$y = t^2 - 4t + 3 = (t-2)^2 - 1$$

이때, $1 \leq x \leq 27$ 에서 $0 \leq t \leq 3$ 이므로 주어진 함수의 최댓값은 $t=0$ 일 때 3, 최솟값은 $t=2$ 일 때 -1 이다.

따라서 $M=3, m=-1$ 이므로 $M-m=4$

67) 18

$\Rightarrow \log_3 x = t$ 라 하면 $0 \leq t \leq 3$ 이고 주어진 함수

$$f(t) = (1+t)^2 - 4t + 7 = t^2 - 2t + 8 = (t-1)^2 + 7 \text{ 이므로 } t=1 \text{ 일 때, 최솟값 } 7 \text{ 을 갖고, } t=3 \text{ 일 때, 최댓값 } 11 \text{ 을 갖는다.}$$

따라서 $M+m=7+11=18$ 이다.

68) 4

$\Rightarrow x > 1$ 일 때, $\log_3 x > 0, \log_x 81 > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\log_3 x + \log_x 81 \geq 2\sqrt{\log_3 x \times \log_x 81}$$

$$= 2\sqrt{\log_x x \times 4\log_x 3} = 4$$

(단, 등호는 $\log_3 x = \log_x 81$ 일 때 성립)

따라서 구하는 최솟값은 4이다.

69) 3

70) 5