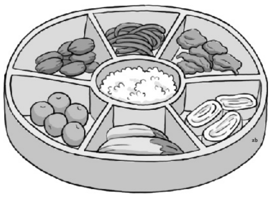
단원 ISSUE

이 단원에서는 **원탁에 둘러앉는 경우의 수를 구하는 문제, 같은 것이 있는 순열을 이용하여 정수의 개수를 구하는 문제, 중복조합을 이용하여 방정식과 부등식의 해의 개수를 구하는 문제** 등이 자주 출제되며 경우를 나누어 문제를 해결할 때, 경우들이 서로 중복되거나 제외되지 않도록 주의합니다.

평가문제

[소단원 확인 문제]

1. **다음 그림과 같은 7가지의 음식을 담을 수 있는 접시에 밥, 계란말이, 김치를 포함한 서로 다른 9가지의 음식 중 7가지 음식을 한 칸에 한 종류씩 담으려고 한다. 가운데 밥을 담고, 계란말이와 김치가 이웃하도록 담는 경우의 수는? (단, 가운데 칸을 제외한 나머지 6개 칸의 모양과 크기는 모두 같고, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)**



① 240
② 360
③ 480
④ 600
⑤ 720

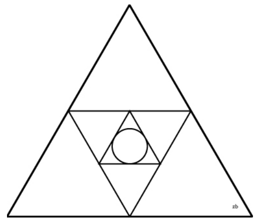
[소단원 확인 문제]

2. **서로 다른 7개의 사탕을 원형으로 배열하는 경우의 수를 m, 서로 다른 과자 3개와 서로 다른 음료수 4병을 원형으로 배열 할 때, 과자끼리 이웃하게 배열하는 경우의 수를 n이라 하자. 이때 $\frac{m}{n}$의 값은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)**

① 4
② 5
③ 6
④ 8
⑤ 10

[대단원 종합 문제]

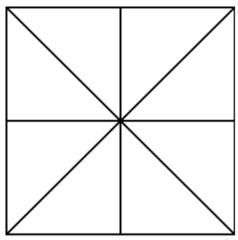
3. **다음 그림은 정삼각형의 세 변의 중점을 연결하여 정삼각형을 만들고, 다시 세 변의 중점을 연결하여 정삼각형을 만든 후, 그 내접원을 그린 것이다. 정삼각형 내부의 10개의 각 영역에 한 가지 색을 칠할 때, 서로 다른 10가지 색을 모두 사용하여 칠하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)**



① $\frac{10!}{6}$
② $\frac{10!}{5}$
③ $\frac{10!}{4}$
④ $\frac{10!}{3}$
⑤ $\frac{10!}{2}$

[대단원 종합 문제]

4. **서로 다른 10가지 색 중에서 8가지 색을 골라 다음 그림과 같이 정사각형을 8등분 한 도형에 칠하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)**

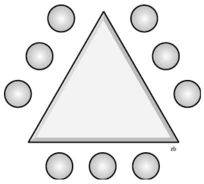


① $9!$
② $\frac{10!}{8}$
③ $\frac{10!}{6}$
④ $\frac{10!}{5}$
⑤ $\frac{10!}{4}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[소단원 확인 문제]

5. 다음은 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 9명의 학생이 둘러앉는 경우의 수를 구하는 과정이다. $\frac{abc}{10!}$의 값은?

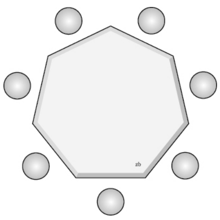


서로 다른 9개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\boxed{a}$이고, 정삼각형 둘레에 위의 그림과 같이 배열하면 회전하여 일치하는 경우가 $\boxed{b}$가지씩 있으므로 구하는 방법의 수는 $\boxed{c}$이다.

① $\frac{9!}{10}$ ② $8!$
③ $\frac{9!}{8}$ ④ $\frac{9!}{7}$
⑤ $\frac{9!}{6}$

[중단원 연습 문제]

6. 9명의 학생 중 7명의 학생이 다음 그림과 같은 모양의 정칠각형 탁자에 둘러앉는 게임을 하려고 한다. 탁자에 둘러앉는 경우의 수가 $p^3 \times q!$일 때, $p+q$의 값은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 8 ② 9
③ 10 ④ 11
⑤ 12

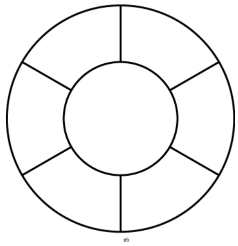
[중단원 연습 문제]

7. 네 쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 특정한 한 부부가 서로 마주보며 앉는 경우의 수는?

① 240 ② 360
③ 480 ④ 600
⑤ 720

[중단원 연습 문제]

8. 다음 그림과 같이 7개의 영역으로 나누어진 도형에 서로 다른 8가지의 색 중에서 7가지의 색을 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에는 한 가지 색만 칠할 때, 도형의 각 영역을 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 2520 ② 5040
③ 3360 ④ 6720
⑤ 10080

[대단원 종합 문제]

9. 여섯 사람이 가위바위보를 한 번 할 때, 세 명만 바위를 내는 경우의 수는? (단, 여섯 사람 모두 가위바위보 중 하나는 반드시 내는 것으로 한 다.)

① 160 ② 200
③ 240 ④ 280
⑤ 320

[소단원 확인 문제]

10. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수 f 중에서 $f(3)=2$을 만족시키는 함수의 개수는?

① 24 ② 64
③ 125 ④ 625
⑤ 1024

[소단원 확인 문제]

11. 여섯 개의 숫자 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 중에서 네 개의 숫자를 택하여 네 자리 자연수를 만들 때, 작은 수부터 차례로 나열할 때 2563은 몇 번째로 나열된 수인가? (단, 각 자리의 숫자는 서로 같아도 된다.)

① 391 ② 392
③ 393 ④ 394
⑤ 395

[중단원 연습 문제]

12. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 $f(2)+f(5)=4$을 만족시키는 함수 f의 개수는?

① $\frac{6^5}{2}$　② $\frac{6^4}{2}$
③ $\frac{6^5}{3}$　④ $\frac{6^4}{3}$
⑤ $\frac{6^5}{4}$

[중단원 연습 문제]

13. 다섯 개의 숫자 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ 중에서 네 개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 홀수의 개수는? (단, 각 자리의 숫자는 서로 같아도 된다.)

① 144　② 200
③ 360　④ 480
⑤ 540

[소단원 확인 문제]

14. 서로 다른 프리미엄 리그의 축구 선수의 서명이 있는 축구공 다섯 개를 추첨을 통해 세 명의 관중에게 나누어 주는 경우의 수는? (단, 축구공을 못 받는 관중은 없다.)

① 150　② 151
③ 152　④ 153
⑤ 154

[대단원 종합 문제]

15. 두 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$와 함수 $f: A\to B$에 대하여 $f(a)\neq 2$, $f(b)\neq 4$을 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 240　② 280
③ 320　④ 360
⑤ 400

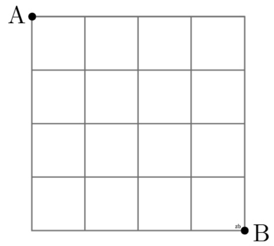
[대단원 종합 문제]

16. 전체집합 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A\cap B=\{0,\ 1,\ 3,\ 5\}$이고, $A\not\subset B$, $B\not\subset A$을 만족시키는 두 집합 $A,\ B$를 정하는 경우의 수는?

① 600　② 601
③ 602　④ 603
⑤ 604

[중단원 연습 문제]

17. 다음 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 수화는 A지점에서 B지점까지, 세라는 B지점에서 A지점까지 최단 거리로 간다고 할 때, 수화와 세라가 서로 만나지 않는 경우의 수는? (단, 두 사람은 동시에 출발하여 같은 속력으로 간다.)



① 3086　② 3087
③ 3088　④ 3089
⑤ 3090

[중단원 연습 문제]

18. 일곱 개의 문자 A, A, A, B, B, B, C를 모두 일렬로 나열할 때 양 끝에 A가 오는 경우의 수는?

① 18　② 20
③ 22　④ 24
⑤ 26

[소단원 확인 문제]

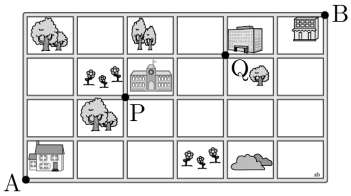
19. 배드민턴의 단식 경기는 7세트 중 먼저 4세트를 이기는 사람이 승리한다. 두 선수 갑과 을이 경기를 할 때, 7세트 이전에 승리하는 선수가 을로 확정되는 경우의 수는? (단, 매 세트에 무승부는 없다.)

① 12　② 14
③ 13　④ 15
⑤ 16

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[소단원 확인 문제]

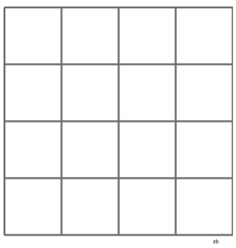
20. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 갈 때, P지점과 Q지점 모두 지나지 않는 경우의 수는?



① 66　② 67　③ 68　④ 69　⑤ 70

[대단원 종합 문제]

21. 서로 다른 16가지 색을 골라 다음 그림과 같이 정사각형을 16등분 한 도형에 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① $4\times 15!$　② $4\times 16!$　③ $3\times 15!$　④ $3\times 16!$　⑤ $2\times 15!$

[대단원 종합 문제]

22. 네 개의 숫자 $1,\ 2,\ 3,\ 4$와 네 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d$를 모두 일렬로 나열할 때, $4cd32a1b$, $a43cdb21$와 같이 숫자가 큰 수부터 차례로 나열되고, $c,\ d$는 이웃하는 경우의 수는?

① 240　② 270　③ 360　④ 420　⑤ 480

[중단원 연습 문제]

23. 여섯 개의 문자 $b,\ a,\ n,\ a,\ n,\ a$를 모두 일렬로 나열할 때, $aanabn$, $nabaan$와 같이 b는 두 개의 n의 사이에 오도록 나열하는 경우의 수는?

① 18　② 16　③ 20　④ 22　⑤ 24

[소단원 확인 문제]

24. 모양과 크기가 같은 흰 깃발 3개, 노란 깃발 3개, 분홍 깃발 2개를 모두 일렬로 나열하여 신호를 만들려고 할 때, 분홍 깃발이 한 쪽 끝에만 오도록 만들 수 있는 신호의 수는?

① 120　② 240　③ 480　④ 720　⑤ 1440

[소단원 확인 문제]

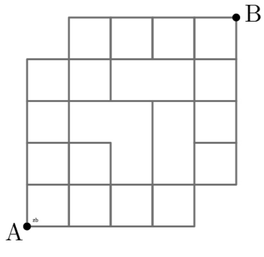
25. 다음 10개의 카드를 일렬로 나열할 때, E가 적힌 카드는 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

S	W	E	E	T	D	R	E	E	M

① $4\times 8!$　② $4\times 7!$　③ $5\times 8!$　④ $5\times 7!$　⑤ $6\times 8!$

[대단원 종합 문제]

26. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는?



① 90　② 95　③ 100　④ 105　⑤ 110

[대단원 종합 문제]

27. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 공집합이 아닌 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \not\subset A$를 만족시키는 경우의 수는?

① 210 ② 211
③ 212 ④ 213
⑤ 214

[소단원 확인 문제]

28. ${}_{r}C_{2}+{}_{3}\Pi_{r}=253$을 만족시키는 자연수 r의 값은?

① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[대단원 종합 문제]

29. 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색, 파란색 색연필이 각각 6개씩 있다. 이 색연필 중에서 7개를 선택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 색연필끼리는 구별하지 않는다.)

① 324 ② 325
③ 326 ④ 327
⑤ 328

[소단원 확인 문제]

30. 다음 등식을 만족시키는 자연수 $n,\ r$의 값의 합은?

(가) ${}_{9}H_{7}={}_{n}C_{8}$
(나) ${}_{6}H_{r}={}_{11}C_{5}$

① 20 ② 21
③ 22 ④ 23
⑤ 24

[소단원 확인 문제]

31. 수박, 딸기, 바나나, 복숭아, 귤, 레몬 중에서 3개의 과일을 구입하려고 한다. 서로 다른 종류의 과일을 구입하는 경우의 수를 m, 중복을 허용하여 과일을 구입하는 경우의 수를 n이라 할 때 $n-m$의 값은?

① 18 ② 21
③ 24 ④ 28
⑤ 36

[소단원 확인 문제]

32. 방정식 $x+y+z=11$에 대하여 $x \geq 2,\ y \geq 2,\ z \leq 3$인 정수해의 개수는?

① 24 ② 25
③ 26 ④ 27
⑤ 28

[소단원 확인 문제]

33. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에서 집합 $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$으로의 두 함수 $f,\ g$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f,\ g$의 개수를 각각 $m,\ n$이라 할 때, $m+n$의 값은?

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1<x_2$이면 $g(x_1)\leq g(x_2)$

① 141 ② 142
③ 143 ④ 144
⑤ 145

[소단원 확인 문제]

34. 회원수가 38명인 어느 동아리에서 3명의 회장 후보를 두고 무기명으로 후보자 한 명에게 투표를 할 때, 가능한 투표 결과의 모든 경우의 수는? (단, 무효표나 기권은 없다.)

① 600 ② 660
③ 720 ④ 780
⑤ 840

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[중단원 연습 문제]

35. 네 종류의 주스를 섞어서 열 개의 주스가 들어 있는 음료 선물세트를 만들려고 한다. 만들 수 있는 서로 다른 종류의 음료 선물세트의 개수는? (단, 각 종류의 주스는 한 개 이상씩 선물세트에 넣는다.)

① 72 ② 75
③ 78 ④ 81
⑤ 84

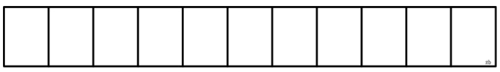
[중단원 연습 문제]

36. 방정식 $x+y+z=18$을 만족시키는 양의 정수해 중에서 x, y는 홀수, z는 짝수인 것의 개수는?

① 20 ② 24
③ 28 ④ 32
⑤ 36

[대단원 종합 문제]

37. 직사각형을 열 한 개의 칸으로 등분한 도형에서 각 칸을 흰색, 노란색, 빨간색, 초록색, 파란색, 검정색의 여섯 가지 색을 모두 이용하여 칠하려고 한다. 색을 칠하여 도형을 여섯 부분으로 나누는 모든 경우의 수가 $\frac{p}{q}\times 8!$일 때, $p-q$의 값은?



① 6 ② 7
② 8 ④ 9
⑤ 10

[대단원 종합 문제]

38. 방정식 $x+y+z+w=17$를 만족시키는 음이 아닌 정수해 중에서 x, y, z는 모두 짝수, w는 홀수인 것의 개수는? (단, 0은 짝수로 본다.)

① 105 ② 126
③ 144 ④ 165
⑤ 210

[대단원 종합 문제]

39. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y=\{x|x\text{는 16 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 함수 $f:X\to Y$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는?

(가) $f(2)f(3)=16$
(나) $f(n)\le f(n+1)$ (단, n은 4 이하의 자연수)

① 451 ② 452
③ 453 ④ 454
⑤ 455

정답 및 해설

1) [정답] ⑤
[해설] 밥, 계란말이, 김치를 제외한 6가지의 음식 중 4가지를 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_4=15$
가운데에 밥을 담고, 계란말이, 김치를 이웃하게 담는 경우의 수는 $(5-1)!\times 2!=4!\times 2=48$
따라서 구하는 경우의 수는
$15\times 48=720$

2) [정답] ②
[해설] $m=(7-1)!=6!$
한편 과자 3개가 이웃하므로 하나의 문자 X로 생각하여 X와 서로 다른 음료수 4병의 5개를 원순열로 나열한 후 X에는 과자 3개를 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는
$n=(5-1)!\times 3!=4!\times 6=\dfrac{6!}{5}$
$\therefore \dfrac{m}{n}=\dfrac{6!}{\dfrac{6!}{5}}=5$

3) [정답] ④
[해설] 가운데 원의 내부에 색을 칠하는 경우의 수는 10
내접원을 가진 정삼각형의 내부에 색을 칠하는 경우의 수는 원순열의 수이므로 ${}_9C_3(3-1)!$
그 다음 정삼각형의 내부에 색을 칠하는 경우의 수는 ${}_6C_3\times 3!$
맨 바깥 정삼각형의 내부에 색을 칠하는 경우의 수는 $3!$
따라서 10가지의 색으로 하나씩 칠하는 경우의 수는
$10\times\left(\dfrac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1}\times 2!\right)\times\left(\dfrac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}\times 3!\right)\times 3!=\dfrac{10!}{3}$

4) [정답] ②
[해설] 10가지 색 중 8가지 색을 고르는 경우의 수는 ${}_{10}C_8={}_{10}C_2$
8개의 정사각형의 내부에 색을 칠하는
경우의 수는 원순열의 수이므로 $(8-1)!=7!$
이때 하나의 원순열에 대하여 색을 칠하는 방법은 2가지 경우가 있으므로
구하는 경우의 수는 $\dfrac{10\times 9}{2\times 1}\times 7!\times 2=\dfrac{10!}{8}$

5) [정답] ①
[해설] 서로 다른 9개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\boxed{9!}$이고, 정삼각형 둘레에 위의 그림과 같이 배열하면
회전하여 일치하는 경우가 $\boxed{3}$가지씩 있으므로
구하는 방법의 수는 $\boxed{\dfrac{9!}{3}}$이다.
$\therefore \dfrac{abc}{10!}=\dfrac{9!\times 3\times\dfrac{9!}{3}}{10!}=\dfrac{9!}{10}$

6) [정답] ④
[해설] 9명의 학생 중 탁자에 앉을 7명의 학생을 고르는 경우의 수는 ${}_9C_7=36$
7명의 학생이 정칠각형 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 원순열의 수이므로 $(7-1)!=6!$
따라서 구하는 경우의 수는 $36\times 6!=6^3\times 5!$
$\therefore p+q=6+5=11$

7) [정답] ⑤
[해설] 특정한 한 부부 2명을 나열하는 경우의 수는 $(2-1)!=1$
나머지 6명을 빈 자리 6군데에 나열하는 경우의 수는 $6!=720$
따라서 구하는 경우의 수는 720이다.

8) [정답] ④
[해설] 8가지 색 중 7가지 색을 고르는 경우의 수는 ${}_8C_7=8$
내부의 원에 색을 칠하는 경우의 수는 7
6등분 된 원에 색을 칠하는 경우의 수는 원순열의 수이므로 $(6-1)!=5!=120$
따라서 구하는 경우의 수는
$8\times 7\times 120=6720$

9) [정답] ①
[해설] 6명의 사람 중 바위를 내는 세 명을 고르는 경우의
수는 ${}_6C_3=20$
남은 3명의 사람이 낼 수 있는 경우는 가위, 보의 2가지이다. 즉, 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_2\Pi_3=2^3=8$
따라서 구하는 경우의 수는 $20\times 8=160$

10) [정답] ③
[해설] $f(3)=2$이므로 $f(1), f(2), f(4)$가 대응되면 되므로 서로 다른 5개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같다. ${}_5\Pi_3=5^3=125$

11) [정답] ③
[해설] (ⅰ) 천의 자리가 1인 경우
백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지가 가능하므로
$6\times 6\times 6=216$
(ⅱ) 천의 자리가 2인 경우
㉠ 2466이하의 네 자리 자연수의 개수는
백의 자리의 숫자는 1, 2, 3, 4의 4가지가 가능하고,
십의 자리, 일의 자리의 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 6의

6가지가 가능하므로 $4\times6\times6=144$

㉡ 2511이상 2556이하의 네 자리 자연수의 개수는

십의 자리의 숫자는 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 가능하고, 일의 자리의 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지가 가능하므로 $5\times6=30$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 2556이하의 네 자리 자연수의 개수는 $216+144+30=390$

따라서 2561은 391번째, 2562은 392번째, 2563은 393번째 수이다.

12) [정답] ①

[해설] $f(2)+f(5)=4$을 만족시키려면

$f(2)=1,\ f(5)=3$ 또는 $f(2)=f(5)=2$ 또는 $f(2)=3,\ f(5)=1$의 3가지

각 경우에 대해서 함수 f의 개수는 1, 2, 3, 4, 5,

6의 서로 다른 6개에서 1, 3, 4, 6에 대응시킬 4개를 중복을 허용하여 택하는 중복순열의 수와 같으므로 6^4

따라서 구하는 함수 f의 개수는 $3\times6^4=\dfrac{6^5}{2}$

13) [정답] ②

[해설] 일의 자리의 숫자는 1, 3 중에서 1개를 택할 수 있으므로 2가지가 가능하다.

백의 자리, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 5개의 숫자 중에서 2개를 택하는 중복순열의 수이므로 ${}_5\Pi_2=25$

천의 자리의 숫자는 0을 제외한 4가지가 가능하므로

구하는 경우의 수는 $2\times25\times4=200$

14) [정답] ①

[해설] 세 명의 관중에게 서로 다른 축구공 다섯 개를 나누어 주는 방법의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수에서 한 명의 관중 또는 두 명의 관중만 받는 경우를 제외한 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는

$3^5-3-{}_3C_2(2^5-2)=150$

15) [정답] ⑤

[해설] $f(a)\neq2,\ f(b)\neq4$을 만족시키려면

$f(a),\ f(b)$가 대응되는 값은 4가지씩이고,

$f(c),\ f(d)$가 대응되는 값은 1,2,3,4,5의 5가지이므로 구하는 함수 f의 개수는

$4^2\times5^2=400$

16) [정답] ②

[해설] $A\cap B=\{0,\ 1,\ 3,\ 5\}$을 만족시키려면

$\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$의 원소는 $A-B,\ B-A,\ (A\cup B)^C$의 세 집합 중에서 하나에 속하고 각 경우에 $A,\ B$가 하나씩 정해지므로 구하는 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는 ${}_3\Pi_6=3^6=729$

이때 $A\not\subset B,\ B\not\subset A$을 만족시키려면 $A-B$, $B-A$의 원소가 각각 공집합인 경우를 제외해야 하므로

그 경우의 수는 $2\times2^6=128$

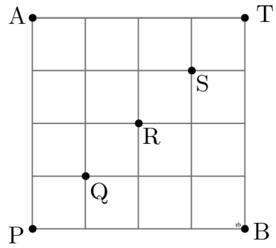
따라서 구하는 개수는

$729-128=601$

17) [정답] ⑤

[해설] 두 사람이 이동 가능한 전체 경우의 수는

$\left(\dfrac{8!}{4!4!}\right)^2=4900$



그림과 같이 다섯 개의 점을 P,Q,R,S,T라 하면 수화와 세라가 서로 만나는 경우의 수는 다섯 개의 점 P,Q,R,S,T를 지날 때이다.

두 점 P,T를 지나는 경우의 수는 $(1\times1)^2=1$

두 점 Q,S를 지나는 경우의 수는

$\left(\dfrac{4!}{3!}\times\dfrac{4!}{3!}\right)^2=256$

점 R를 지나는 경우의 수는

$\left(\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{4!}{2!2!}\right)^2=1296$

따라서 구하는 경우의 수는

$4900-1\times2-256\times2-1296=3090$

18) [정답] ②

[해설] 두 개의 A를 양 끝에 고정시키고 나머지 A, B, B, B, C를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

구하는 경우의 수는 $\dfrac{5!}{3!}=20$

19) [정답] ④

[해설] 을이 4세트의 경기에서 승리하는 경우의 수는 1

을이 5세트 경기에서 승리하려면 4세트 경기까지 을이 3번 이기고 1번 진 후, 5세트에서 이겨야 하므로 그 경우의 수는 4

을이 6세트 경기에서 승리하려면 5세트 경기까지 을이 3번 이기고 2번 진 후, 6세트에서 이겨야 하므로 그 경우의 수는 10

따라서 구하는 경우의 수는 $1+4+10=15$

20) [정답] ④

[해설] A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로

가는 경우의 수에서 P지점, Q지점을 지나는 경우를 제외하면 된다.

전체 경우의 수는 $\frac{10!}{6!4!}=210$

P지점을 지나는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}\times\frac{6!}{4!2!}=90$

Q지점을 지나는 경우의 수는 $\frac{7!}{4!3!}\times\frac{3!}{2!}=105$

P지점, Q지점을 모두 지나는 경우의 수는
$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{3!}{2!}\times\frac{3!}{2!}=54$

따라서 구하는 경우의 수는
$210-(90+105-54)=69$

21) [정답] ①

[해설] 16가지 색 중 내부의 정사각형에 칠할 4가지 색을 칠하는 경우의 수는 원순열이므로
${}_{16}C_4\times(4-1)!=4\times15\times14\times13$
남은 12가지의 색으로 12개의 정사각형의 내부에 색을 칠하는 경우의 수는 12!
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times15\times14\times13\times12!=4\times15!$

22) [정답] ④

[해설] 숫자 1,2,3,4의 순서가 정해져 있으므로 1,2,3,4를 모두 x로, c,d는 이웃하므로 X로 바꾸어 생각한다.
즉, x,x,x,x,a,b,X를 일렬로 나열한 후 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 x를 차례로 4,3,2,1으로, X에는 cd 또는 dc로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\frac{7!}{4!}\times2=420$

23) [정답] ③

[해설] n,b,n의 순서가 정해졌으므로 모두 하나의 문자
x로 바꾸어 생각한다.
즉, x,x,x,a,a,a를 일렬로 나열한 후 첫 번째, 두 번째, 세 번째 x를 차례로 n,b,n으로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\frac{6!}{3!3!}=20$

24) [정답] ②

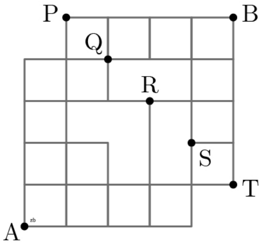
[해설] 흰 깃발을 a, 노란 깃발을 b, 분홍 깃발을 c라 하자.
(ⅰ) 양 끝의 깃발이 a와 c인 경우
한 개의 a와 c를 양 끝에 나열하는 경우의 수는
$2!=2$
나머지 $aabbbc$를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{6!}{2!\times3!}=60$
따라서 신호의 수는 $2\times60=120$
(ⅱ) 양 끝의 깃발이 b와 c인 경우
한 개의 b와 c를 양 끝에 나열하는 경우의 수는
$2!=2$
나머지 $aaabbc$를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{6!}{3!\times2!}=60$
따라서 신호의 수는 $2\times60=120$
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 신호의 수는 240이다.

25) [정답] ④

[해설] E가 적힌 네 개의 카드를 제외한 6개의 카드 사이 사이에 E가 적힌 카드가 들어가면 되므로 경우의 수는
$6!\times{}_7C_4=6!\times35=5\times7!$

26) [정답] ①

[해설]



그림과 같이 다섯 개의 점을 P,Q,R,S,T라 하자.

점 P를 지나는 경우의 수는 $\frac{5!}{4!}\times1\times1=5$

점 Q를 지나는 경우의 수는
$\left(\frac{5!}{4!}\times1+\frac{4!}{3!}\times1\right)\times\frac{4!}{3!}=36$

점 R을 지나는 경우의 수는
$\left(\frac{4!}{3!}\times1+\frac{4!}{3!}\times1\right)\times1\times\frac{3!}{2!}=24$

점 S를 지나는 경우의 수는 $\frac{5!}{4!}\times1\times\frac{4!}{3!}=20$

점 T를 지나는 경우의 수는 $\frac{5!}{4!}\times1\times1=5$

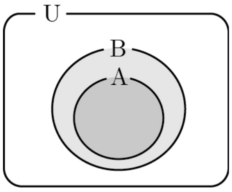
따라서 구하는 경우의 수는
$5+36+24+20+5=90$

27) [정답] ②

[해설] $A\subset B$이고 $B\not\subset A$를 만족시키려면
$A\subset B$이고 $A\neq B$이어야 하므로
집합 U의 원소는 A, $B-A$, B^C의 세 집합 중 하나에 속하고 각 경우에 A, B가 하나씩 정해지므로 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B에 대하여 구하는 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는
${}_3\Pi_5-1=3^5-1=242$
이때 $A=B$인 공집합이 아닌 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수는

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

${}_2\Pi_5=2^5-1=31$
따라서 구하는 개수는
$242-31=211$



28) [정답] ④
[해설] $3^5=243<253$이므로 $\dfrac{r(r-1)}{2}+3^r=253$
자연수 r에 1부터 대입해보면 5일 때
$\dfrac{5\times4}{2}+3^4=10+243=253$
식이 성립하므로 $r=5$이다.

29) [정답] ②
[해설] 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색, 파란색
색연필의
개수를 각각 a,b,c,d,e라 하면
$a+b+c+d+e=7$을
만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는
${}_5H_7={}_{5+7-1}C_7={}_{11}C_7={}_{11}C_4=330$
이때 a,b,c,d,e의 값이 각각 7인 경우를 제외
하면 되므로 구하는 해의 개수는
$330-5=325$

30) [정답] ②
[해설] ${}_9H_7={}_{9+7-1}C_7={}_{15}C_7={}_{15}C_8$이므로 $n=15$
${}_6H_r={}_{6+r-1}C_r={}_{5+r}C_r={}_{5+r}C_5$이므로 $r=6$
$\therefore\ n+r=21$

31) [정답] ⑤
[해설] $m={}_6C_3=20$, $n={}_6H_3={}_8C_3=56$
$\therefore\ n-m=36$

32) [정답] ③
[해설] (ⅰ) $z=0$일 때
$x+y=11$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는
$x=2+a$, $y=2+b$로 놓으면 방정식 $a+b=7$의
음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_2H_7={}_8C_7$
$=8$
(ⅱ) $z=1$일 때
$x+y=10$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는
$x=2+a$, $y=2+b$로 놓으면 방정식 $a+b=6$의
음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_2H_6={}_7C_6$
$=7$
(ⅲ) $z=2$일 때
$x+y=9$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는
$x=2+a$, $y=2+b$로 놓으면 방정식 $a+b=5$의
음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_2H_5={}_6C_5$
$=6$
(ⅳ) $z=3$일 때
$x+y=8$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는
$x=2+a$, $y=2+b$로 놓으면 방정식 $a+b=4$의
음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로 ${}_2H_4={}_5C_4$
$=5$
(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 구하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개
수는
$8+7+6+5=26$

33) [정답] ①
[해설] 조건 (가)에서
$1\ge f(1)>f(2)>f(3)>f(4)\ge 6$
따라서 구하는 함수의 개수는 6개의 문자
1,2,3,4,5,6 중에서 4개를 택하는 조합의 수와
같으므로 $m={}_6C_4=15$
조건 (나)에서
$1\le f(1)\le f(2)\le f(3)\le f(4)\le 6$
따라서 구하는 함수의 개수는 6개의 문자
1,2,3,4,5,6 중에서 4개를 택하는 중복조합의 수
와 같으므로 $n={}_6H_4={}_9C_4=126$
$\therefore\ m+n=141$

34) [정답] ④
[해설] 서로 다른 3개에서 38개를 택하는 중복조합의
수와
같으므로
${}_3H_{38}={}_{3+38-1}C_{38}={}_{40}C_{38}={}_{40}C_2=780$

35) [정답] ⑤
[해설] 네 종류의 주스의 개수를 각각 x, y, z, w라
하면
$x+y+z+w=10$을 만족시키는 순서쌍
$(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는 $x=1+a$, $y=1+b$,
$z=1+c$, $w=1+d$로 놓으면
방정식 $a+b+c+d=6$의 음이 아닌 정수해의 개
수와 같으므로
${}_4H_6={}_9C_6=84$

36) [정답] ⑤
[해설] x, y는 홀수, z는 짝수인 양의 정수이므로
$x=2a+1$, $y=2b+1$, $z=2c+2$로 놓으면
$(2a+1)+(2b+1)+(2c+2)=18$
$2(a+b+c)=14$, $a+b+c=7$
즉, 구하는 순서쌍의 개수는 방정식 $a+b+c=7$
의 음이 아닌 정수해의 순서쌍의 개수와 같다.
따라서 3개의 문자 a,b,c 중에서 7개를 택하는
중복조합의 수와 같으므로
${}_3H_7={}_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=36$

37) [정답] ②
[해설] 여섯 가지 색을 모두 이용하여 도형을 여섯부
분으로

나누는 경우의 수는
1이상의 정수 x,y,z,w,α,β에 대해 방정식
$x+y+z+w+\alpha+\beta=11$의 해의 개수와 같다.
계산의 편의를 위해 $x=x'+1$과 같이 모든 수를 정의하면
$x'+y'+z'+w'+\alpha'+\beta'=5$ 이고, 이를 만족하는 음이 아닌 정수해의 순서쌍의 개수는 ${}_{10}\mathrm{C}_5$ 이고,
색을 칠하는 경우의 수는 $6!$ 이므로
구하는 경우의 수는
${}_{10}\mathrm{C}_5\times 6!=\dfrac{10\times 9\times 8\times 7\times 6}{5\times 4\times 3\times 2\times 1}\times 6!=\dfrac{9}{2}\times 8!$
$\therefore\ p-q=9-2=7$

38) [정답] ④
[해설] x, y, z는 모두 짝수, w는 홀수인 양의 정수이므로 $x=2a$, $y=2b$, $z=2c$, $w=2d+1$로 놓으면
$2a+2b+2c+(2d+1)=17$
$2(a+b+c+d)=16$, $a+b+c+d=8$
즉, 구하는 순서쌍의 개수는
방정식 $a+b+c+d=8$의 음이 아닌 정수해의 순서쌍의 개수와 같다.
따라서 4개의 문자 a,b,c,d 중에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_4\mathrm{H}_8={}_{4+8-1}\mathrm{C}_8={}_{11}\mathrm{C}_8={}_{11}\mathrm{C}_3=165$

39) [정답] ⑤
[해설] 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 경우는
$f(2)=1$, $f(3)=16$일 때, $f(2)=2$, $f(3)=8$일 때, $f(2)=f(3)=4$일 때이다.
(ⅰ) $f(2)=1$, $f(3)=16$일 때
조건 (나)에서 $f(1)\le f(2)$이므로 $f(1)=1$
이때 $f(3)\le f(4)\le f(5)$이어야 하므로
$f(4)=f(5)=16$
따라서 함수 f의 개수는 1이다.
(ⅱ) $f(2)=2$, $f(3)=8$일 때
$f(1)$의 값이 될 수 있는 자연수는 1 또는 2
이때 $f(4),f(5)$의 값이 될 수 있는 자연수는 8부터 16까지 중 각각 한 개씩이므로 함수 f의 개수는
$2\times {}_9\mathrm{H}_2=2\times {}_{9+2-1}\mathrm{C}_2=2\times {}_{10}\mathrm{C}_2=90$
(ⅲ) $f(2)=f(3)=4$일 때
$f(1)$의 값이 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 중 한 개다.
이때 $f(4),f(5)$의 값이 될 수 있는 자연수는 4부터 16까지 중 각각 한 개씩이므로 함수 f의 개수는
$4\times {}_{13}\mathrm{H}_2=4\times {}_{13+2-1}\mathrm{C}_2=4\times {}_{14}\mathrm{C}_2=364$
(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는
$1+90+364=455$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574