01 도형의 대칭이동

(1) x축에 대한 대칭이동 (y대신 $-y$대입)

: $f(x,y)=0 \to f(x,-y)=0$

(2) y축에 대한 대칭이동 (x대신 $-x$대입)

: $f(x,y)=0 \to f(-x,y)=0$

(3) 원점에 대한 대칭이동 (x대신 $-x$, y대신 $-y$대입)

: $f(x,y)=0 \to f(-x,-y)=0$

(4) 직선 $y=x$에 대한 대칭이동 (x대신 y, y대신 x를 대입)

: $f(x,y)=0 \to f(y,x)=0$

(5) 직선 $y=-x$에 대한 대칭이동 (x대신 $-y$, y대신 $-x$를 대입

: $f(x,y)=0 \to f(-y,-x)=0$

◪ **다음 방정식이 나타내는 도형을 x축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.**

1. $y=-x+2$

2. $y=-4x+5$

3. $y=x^2-2x+2$

4. $y=2x^2-7x+3$

5. $(x+1)^2+(y-1)^2=1$

6. $x^2+y^2-4x+4y-10=0$

◪ **다음 방정식이 나타내는 도형을 y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.**

7. $y=-3x-1$

8. $x+2y-4=0$

9. $y=x^2-4$

10. $y=-x^2+7$

11. $(x+2)^2+(y-1)^2=9$

12. $x^2+y^2-4x+4y-12=0$

◪ **다음 방정식이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.**

13. $x-4y-5=0$

14. $2x-3y+5=0$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

15. $y=-x^2+2x$

16. $y=x^2-x+2$

17. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

18. $x-y^2+4y-2=0$

◪ 다음 방정식이 나타내는 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

19. $y=3x+1$

20. $2x-y+5=0$

21. $y=x^2+1$

22. $x-3y^2+6y-5=0$

23. $(x-2)^2+(y+2)^2=4$

24. $x^2+y^2-8x-2=0$

◪ 다음 방정식이 나타내는 도형을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

25. $y=3x-4$

26. $2x+3y+2=0$

27. $y=-2x^2+3$

28. $y=2x^2-x+5$

29. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$

30. $x^2+y^2+4x+2y-1=0$

◪ 다음을 주어진 점 또는 직선에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

31. $x-2y-4=0$

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

(5) 직선 $y=-x$

32. $y=x^2+6x+1$

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

(5) 직선 $y=-x$

33. $(x+2)^2+(y+1)^2=5$

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

(5) 직선 $y=-x$

34. $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

(5) 직선 $y=-x$

35. $x^2+y^2+4x-2y+4=0$

(1) x축

(2) y축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

(5) 직선 $y=-x$

◪ 다음 도형을 원점에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

36. $y=-x+1$

37. $2x+4y-1=0$

38. $5x-y+3=0$

◪ 다음 도형을 원점에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

39. $y=2x+4$

40. $3x-3y+6=0$

41. $x-y-2=0$

◪ 다음 도형을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 다음, 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

42. $y=-x^2+2x+1$

43. $(x-2)^2+(y+4)^2=9$

44. $x-y^2+6y-1=0$

◪ 다음 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 다음, 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

45. $y=x^2-4x$

46. $(x-1)^2+(y+4)^2=1$

47. $x-y^2+2y+3=0$

◪ 다음 도형의 방정식을 구하여라.

48. 직선 $x+2y+3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동한 직선

49. 직선 $2x-y+3=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선

50. 원 $x^2+y^2+2x-4y+4=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x축에 대하여 대칭이동한 도형

51. 원 $x^2+y^2+4x-6y+9=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 후, 다시 y축에 대하여 대칭이동한 도형

◪ 두 직선 l, m이 x축에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

52. $l: y=ax+4$, $m: 2x+y+b=0$

53. $l: y+ax-5=0$, $m: -3x-y-b=0$

54. $l: y=-x+2a$, $m: x+by+4=0$

◪ 원 O를 y축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 직선 l 위에 있을 때, 상수 k의 값을 구하여라.

55. $O: x^2+y^2-2kx-4y-8=0$, $l: y=2x+1$

56. $O: x^2+y^2-2kx-6y+4=0$, $l: y=-x+3$

57. $O: x^2+y^2-4x+2y=0$, $l: y=x+k$

58. $O: x^2+y^2+2x-6y=2$, $l: y=-2x-k$

◪ 원 O를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 직선 l 위에 있을 때, 상수 k의 값을 구하여라.

59. $O: (x-3)^2+y^2=4$, $l: y=x-k$

60. $O: x^2+(y+1)^2=4$, $l: y=-3x+k$

61. $O:(x+2)^2+(y-1)^2=5$, $l:y=-2x+k$

62. $O:(x-3)^2+(y-1)^2=4$, $l:x-4y=k$

◪ 직선 l을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면 원 O의 넓이를 이등분할 때, 상수 k의 값을 구하여라.

63. $l:-2x+4y+1=0$, $O:(x-k)^2+(y-2)^2=1$

64. $l:x+3y+1=0$, $O:(x+1)^2+(y-k)^2=4$

65. $l:3x-y+3=0$, $O:(x+k)^2+(y-2)^2=9$

◪ 중심이 A이고 반지름의 길이가 k인 원을 x축에 대하여 대칭이동하면 점 P를 지난다고 할 때, 양수 k의 값을 구하여라.

66. $A(1,-4), P(2,1)$

67. $A(3,-2), P(-3,0)$

68. $A(-2,3), P(2,-2)$

69. $A(-1,-3), P(1,3)$

※ 다음을 만족시키는 상수 k의 값을 구하여라.

70. 직선 $y=kx+4$를 y축에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2+y^2-4x+4y+7=0$의 넓이를 이등분한다.

71. 직선 $2x-y+k=0$를 원점에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2+y^2-2x-8y+12=0$에 접한다.

72. 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 직선 $y=kx+3$ 위에 있다.

73. 직선 $x-y+k=0$을 y축에 대하여 대칭이동하면 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$에 접한다.

74. 직선 $x+3y+k=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, 다시 y축에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(4,1)$을 지난다.

75. 직선 $x-3y+7=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면 원 $x^2+y^2=k$에 접한다.

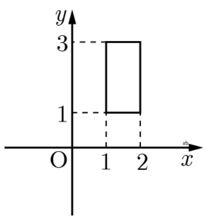
76. 직선 $y=2x+1$을 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 후, 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2+y^2-4x-5=0$의 넓이를 이등분한다.

77. 직선 $y=-2x+k$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후, x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=16$의 넓이를 이등분한다.

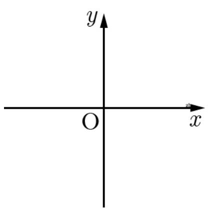
78. 직선 $2x+y+k=0$을 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후, 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2+y^2-8x+4y+4=0$의 넓이를 이등분한다.

79. 직선 $3x-2y+4k=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 후, 다시 x축에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2+y^2-4x+10y+16=0$에 접한다.

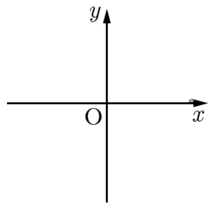
◪ $f(x,y)=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식을 그래프로 나타내어라.



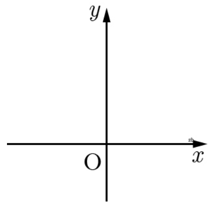
80. $f(x+3,y)=0$



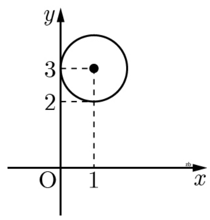
81. $f(x,y-1)=0$



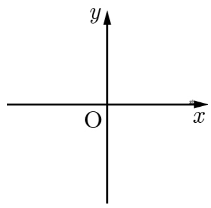
82. $f(x-1,y+1)=0$



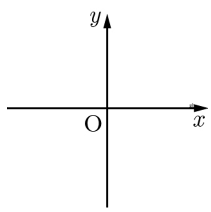
◪ $f(x,y)=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식을 그래프로 나타내어라.



83. $f(x,-y)=0$

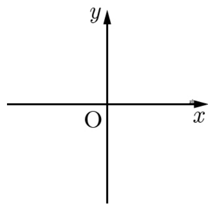


84. $f(-x,y)=0$

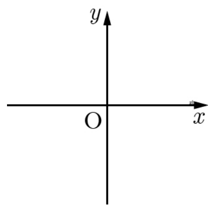


I410-ECN-0199-2017-001-000057208

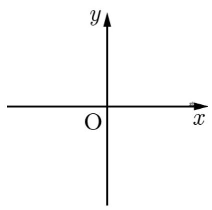
85. $f(-x,-y)=0$



86. $f(y,x)=0$



87. $f(-y,-x)=0$



I410-ECN-0199-2017-001-000057208

정답 및 해설

1) $y=x-2$
⇨ $y=-x+2$에 y 대신 $-y$를 대입하면
$-y=-x+2$
$\therefore y=x-2$

2) $y=4x-5$
⇨ $-y=-4x+5$
$\therefore y=4x-5$

3) $y=-x^2+2x-2$
⇨ $y=x^2-2x+2$에 y 대신 $-y$를 대입하면
$-y=x^2-2x+2$
$\therefore y=-x^2+2x-2$

4) $y=-2x^2+7x-3$
⇨ $-y=2x^2-7x+3$
$\therefore y=-2x^2+7x-3$

5) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$
⇨ $(x+1)^2+(y-1)^2=1$에 y 대신 $-y$를 대입하면
$(x+1)^2+(-y-1)^2=1$
$\therefore (x+1)^2+(y+1)^2=1$

6) $x^2+y^2-4x-4y-10=0$
⇨ $x^2+y^2-4x+4y-10=0$에 y 대신 $-y$를 대입하면
$x^2+(-y)^2-4x+4\cdot(-y)-10=0$
$\therefore x^2+y^2-4x-4y-10=0$

7) $y=3x-1$
⇨ $y=-3x-1$을 y축에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$를 대입하므로 $y=3x-1$

8) $x-2y+4=0$
⇨ $x+2y-4=0$에 x 대신 $-x$를 대입하면
$-x+2y-4=0$
$\therefore x-2y+4=0$

9) $y=x^2-4$
⇨ $y=x^2-4$에 x 대신 $-x$를 대입하면
$y=(-x)^2-4$ $\therefore y=x^2-4$

10) $y=-x^2+7$
⇨ $y=-(-x)^2+7$ $\therefore y=-x^2+7$

11) $(x-2)^2+(y-1)^2=9$
⇨ $(x+2)^2+(y-1)^2=9$에 x 대신 $-x$를 대입하면
$(-x+2)^2+(y-1)^2=9$
$\therefore (x-2)^2+(y-1)^2=9$

12) $x^2+y^2+4x+4y-12=0$
⇨ $(-x)^2+y^2-4\cdot(-x)+4y-12=0$
$\therefore x^2+y^2+4x+4y-12=0$

13) $x-4y+5=0$
⇨ $-x-4\cdot(-y)-5=0$
$\therefore x-4y+5=0$

14) $2x-3y-5=0$
$2x-3y+5=0$에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하면
$2(-x)-3(-y)+5=0$
$-2x+3y+5=0$
$\therefore 2x-3y-5=0$

15) $y=x^2+2x$
⇨ $y=-x^2+2x$에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하면
$-y=-(-x)^2+2(-x)$
$\therefore y=x^2+2x$

16) $y=-x^2-x-2$
⇨ $-y=(-x)^2-(-x)+2$
$\therefore y=-x^2-x-2$

17) $(x+2)^2+(y+2)^2=4$
⇨ $(x-2)^2+(y-2)^2=4$에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하면 $(-x-2)^2+(-y-2)^2=4$
$\therefore (x+2)^2+(y+2)^2=4$

18) $x+y^2+4y+2=0$
⇨ $x-y^2+4y-2=0$에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하면 $-x-(-y)^2+4(-y)-2=0$
$\therefore x+y^2+4y+2=0$

19) $x-3y-1=0$
⇨ $y=3x+1$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면
$x=3y+1$ $\therefore x-3y-1=0$

20) $x-2y-5=0$
⇨ $2x-y+5=0$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면
$2y-x+5=0$ $\therefore x-2y-5=0$

21) $x-y^2-1=0$
⇨ $y=x^2+1$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면
$x=y^2+1$ $\therefore x-y^2-1=0$

22) $y=3x^2-6x+5$
⇨ $y-3x^2+6x-5=0$
$\therefore y=3x^2-6x+5$

23) $(x+2)^2+(y-2)^2=4$

⇨ $(x-2)^2+(y+2)^2=4$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면

$(y-2)^2+(x+2)^2=4$ $\therefore (x+2)^2+(y-2)^2=4$

24) $x^2+y^2-8y-2=0$

⇨ $x^2+y^2-8x-2=0$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면

$y^2+x^2-8y-2=0$ $\therefore x^2+y^2-8y-2=0$

25) $x-3y-4=0$

⇨ $y=3x-4$에 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하면

$-x=-3y-4$ $\therefore x-3y-4=0$

26) $3x+2y-2=0$

⇨ $2x+3y+2=0$에 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하면

$-2y-3x+2=0$ $\therefore 3x+2y-2=0$

27) $x=2y^2-3$

⇨ $y=-2x^2+3$에 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하면

$-x=-2\cdot(-y)^2+3$ $\therefore x=2y^2-3$

28) $x=-2y^2-y-5$

⇨ $-x=2\cdot(-y)^2-(-y)+5$

$\therefore x=-2y^2-y-5$

29) $(x-3)^2+(y+1)^2=1$

⇨ $(x-1)^2+(y+3)^2=1$에 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하면 $(-y-1)^2+(-x+3)^2=1$

$\therefore (x-3)^2+(y+1)^2=1$

30) $x^2+y^2-2x-4y-1=0$

⇨ $x^2+y^2+4x+2y-1=0$에 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하면

$(-y)^2+(-x)^2+4\cdot(-y)+2\cdot(-x)-1=0$

$\therefore x^2+y^2-2x-4y-1=0$

31) (1) $x+2y-4=0$ (2) $x+2y+4=0$ (3) $x-2y+4=0$ (4) $2x-y+4=0$ (5) $2x-y-4=0$

⇨ (1) x축: $x-2(-y)-4=0$, 즉 $x+2y-4=0$

(2) y축: $(-x)-2y-4=0$, 즉 $x+2y+4=0$

(3) 원점: $(-x)-2(-y)-4=0$, 즉 $x-2y+4=0$

(4) 직선 $y=x$: $y-2x-4=0$, 즉 $2x-y+4=0$

(5) 직선 $y=-x$: $(-y)-2(-x)-4=0$, 즉 $2x-y-4=0$

32) (1) $y=-(x+3)^2+8$ (2) $y=(x-3)^2-8$ (3) $y=-(x-3)^2+8$ (4) $x=(y+3)^2-8$ (5) $x=-(y-3)^2+8$

⇨ $y=x^2+6x+1$에서 $y=(x+3)^2-8$

(1) x축: $-y=(x+3)^2-8$

즉, $y=-(x+3)^2+8$

(2) y축: $y=\{(-x)+3\}^2-8$

즉, $y=(x-3)^2-8$

(3) 원점: $-y=\{(-x)+3\}^2-8$

즉, $y=-(x-3)^2+8$

(4) 직선 $y=x$: $x=(y+3)^2-8$

(5) 직선 $y=-x$: $-x=\{(-y)+3\}^2-8$

즉, $x=-(y-3)^2+8$

33) (1) $(x+2)^2+(y-1)^2=5$ (2) $(x-2)^2+(y+1)^2=5$ (3) $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ (4) $(x+1)^2+(y+2)^2=5$ (5) $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

⇨ (1) x축: $(x+2)^2+\{(-y)+1\}^2=5$

즉, $(x+2)^2+(y-1)^2=5$

(2) y축: $\{(-x)+2\}^2+(y+1)^2=5$

즉, $(x-2)^2+(y+1)^2=5$

(3) 원점: $\{(-x)+2\}^2+\{(-y)+1\}^2=5$

즉, $(x-2)^2+(y-1)^2=5$

(4) 직선 $y=x$: $(y+2)^2+(x+1)^2=5$

즉, $(x+1)^2+(y+2)^2=5$

(5) 직선 $y=-x$: $\{(-y)+2\}^2+\{(-x)+1\}^2=5$

즉, $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

34) (1) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ (2) $(x+1)^2+(y-1)^2=1$ (3) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ (4) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ (5) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

⇨ $x^2+y^2-2x-2y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

(1) x축: $(x-1)^2+\{(-y)-1\}^2=1$

즉, $(x-1)^2+(y+1)^2=1$

(2) y축: $\{(-x)-1\}^2+(y-1)^2=1$

즉, $(x+1)^2+(y-1)^2=1$

(3) 원점: $\{(-x)-1\}^2+\{(-y)-1\}^2=1$

즉, $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

(4) 직선 $y=x$: $(y-1)^2+(x-1)^2=1$

즉, $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

(5) 직선 $y=-x$: $\{(-y)-1\}^2+\{(-x)-1\}^2=1$

즉, $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

35) (1) $(x+2)^2+(y+1)^2=1$ (2) $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ (3) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$ (4) $(x-1)^2+(y+2)^2=1$ (5)$(x+1)^2+(y-2)^2=1$

⇨ $x^2+y^2+4x-2y+4=0$에서

$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

(1) x축: $(x+2)^2+\{(-y)-1\}^2=1$

즉, $(x+2)^2+(y+1)^2=1$

(2) y축: $\{(-x)+2\}^2+(y-1)^2=1$

즉, $(x-2)^2+(y-1)^2=1$
(3) 원점: $\{(-x)+2\}^2+\{(-y)-1\}^2=1$
즉, $(x-2)^2+(y+1)^2=1$
(4) 직선 $y=x$: $(y+2)^2+(x-1)^2=1$
즉, $(x-1)^2+(y+2)^2=1$
(5) 직선 $y=-x$: $\{(-y)+2\}^2+\{(-x)-1\}^2=1$
즉, $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

36) $y=-x+1$
⇨ $y=-x+1$를 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$-y=x+1$ ⋯ ㉠
㉠을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-y$, y 대신 $-x$를 대입하므로
$x=-y+1$ $\therefore y=-x+1$

37) $4x+2y-1=0$
⇨ $2x+4y-1=0$을 원점에 대하여 대칭이동하면
$-2x-4y-1=0$
이를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$2y+4x-1=0$ $\therefore$ $4x+2y-1=0$

38) $x-5y-3=0$
⇨ $5x-y+3=0$을 원점에 대하여 대칭이동하면
$-5x+y+3=0$
이를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$5y-x+3=0$ $\therefore$ $x-5y-3=0$

39) $y=\frac{1}{2}x+2$
⇨ $y=2x+4$를 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$-y=-2x+4$ ⋯ ㉠
㉠을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 y, y 대신 x를 대입하므로
$-x=-2y+4$, $2y=x+4$
$\therefore y=\frac{1}{2}x+2$

40) $3x-3y+6=0$
⇨ $3x-3y+6=0$을 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$-3x+3y+6=0$ ⋯ ㉠
㉠을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 y, y 대신 x를 대입하므로
$-3y+3x+6=0$ $\therefore 3x-3y+6=0$

41) $x-y-2=0$
⇨ $x-y-2=0$을 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$-x+y-2=0$ ⋯ ㉠
㉠을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 y, y 대신 x를 대입하므로
$-y+x-2=0$ $\therefore x-y-2=0$

42) $x+y^2-2y-1=0$
⇨ $y=-x^2+2x+1$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$-x=-(-y)^2-2y+1$ $\therefore x=y^2+2y-1$
이를 원점에 대하여 대칭이동하면
$-x=y^2-2y-1$ $\therefore x+y^2-2y-1=0$

43) $(x+4)^2+(y-2)^2=9$
⇨ $(x-2)^2+(y+4)^2=9$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$(-y-2)^2+(-x+4)^2=9$ $\therefore (x-4)^2+(y+2)^2=9$
이를 원점에 대하여 대칭이동하면
$(-x-4)^2+(-y+2)^2=9$ $\therefore (x+4)^2+(y-2)^2=9$

44) $x^2-6x-y+1=0$
⇨ $x-y^2+6y-1=0$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$-y-(-x)^2-6x-1=0$ $\therefore x^2+6x+y+1=0$
이를 원점에 대하여 대칭이동하면
$(-x)^2-6x-y+1=0$ $\therefore x^2-6x-y+1=0$

45) $x+y^2+4y=0$
⇨ $y=x^2-4x$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$x=y^2-4y$ $\therefore x=y^2-4y$
이를 원점에 대하여 대칭이동하면
$-x=(-y)^2+4y$ $\therefore$ $x+y^2+4y=0$

46) $(x-4)^2+(y+1)^2=1$
⇨ $(x-1)^2+(y+4)^2=1$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 y, y 대신 x를 대입하므로
$(y-1)^2+(x+4)^2=1$ ⋯ ㉠
㉠을 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$(-y-1)^2+(-x+4)^2=1$ $\therefore (x-4)^2+(y+1)^2=1$

47) $x^2+2x+y-3=0$
⇨ $x-y^2+2y+3=0$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
x 대신 y, y 대신 x를 대입하므로
$y-x^2+2x+3=0$ ⋯ ㉠
㉠을 원점에 대하여 대칭이동하면
x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입하므로
$-y-(-x)^2-2x+3=0$ $\therefore$ $x^2+2x+y-3=0$

48) $x-2y-3=0$
⇨ 직선 $x+2y+3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $x-2y+3=0$
이 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$-x+2y+3=0$

따라서 구하는 직선의 방정식은
$x-2y-3=0$

49) $x+2y-3=0$
⇨ 직선 $2x-y+3=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-2x-y+3=0$
이 직선을 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$-2y-x+3=0$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$x+2y-3=0$

50) $(x-1)^2+(y-2)^2=1$
⇨ $x^2+y^2+2x-4y+4=0$에서 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$
원 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-x+1)^2+(-y-2)^2=1$, $(x-1)^2+(y+2)^2=1$
이 원을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(x-1)^2+(-y+2)^2=1$
따라서 구하는 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-2)^2=1$

51) $(x-3)^2+(y-2)^2=4$
⇨ $x^2+y^2+4x-6y+9=0$에서
$(x+2)^2+(y-3)^2=4$
원 $(x+2)^2+(y-3)^2=4$를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-y+2)^2+(-x-3)^2=4$, 즉 $(x+3)^2+(y-2)^2=4$
이 원을 y축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-x+3)^2+(y-2)^2=4$
따라서 구하는 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y-2)^2=4$

52) $a=2, b=4$
⇨ 직선 l을 x축에 대하여 대칭이동하면
직선 l에 y 대신 $-y$를 대입하므로
$-y=ax+4$ $\therefore ax+y+4=0$ $\cdots$ ㉠
㉠은 직선 m과 같으므로 $a=2, b=4$

53) $a=-3, b=5$
⇨ 직선 l을 x축에 대하여 대칭이동하면
직선 l에 y 대신 $-y$를 대입하므로

$-y+ax-5=0$ $\therefore ax-y-5=0$ $\cdots$ ㉠
㉠은 직선 m과 같으므로 $a=-3, b=5$

54) $a=-2, b=-1$
⇨ 직선 l을 x축에 대하여 대칭이동하면
직선 l에 y 대신 $-y$를 대입하므로
$-y=-x+2a$ $\therefore x-y-2a=0$ $\cdots$ ㉠
㉠은 직선 m과 같으므로
$-1=b, 4=-2a$ $\therefore$ $a=-2, b=-1$

55) $k=-\frac{1}{2}$
⇨ 원 $O: x^2+y^2-2kx-4y-8=0$을 표준형으로 고치면
$(x-k)^2+(y-2)^2=k^2+12$
원의 중심 $(k, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동하면
$(-k, 2)$ $\cdots$ ㉠
㉠이 직선 $l: y=2x+1$ 위에 있으므로
$2=-2k+1$, $2k=-1$
$\therefore k=-\frac{1}{2}$

56) $k=0$
⇨ 원 $O: x^2+y^2-2kx-6y+4=0$을 표준형으로 고치면
$(x-k)^2+(y-3)^2=k^2+5$
원의 중심 $(k, 3)$을 y축에 대하여 대칭이동하면
$(-k, 3)$ $\cdots$ ㉠
㉠이 직선 $l: y=-x+3$ 위에 있으므로
$3=k+3$
$\therefore k=0$

57) $k=1$
⇨ 원 $O: x^2+y^2-4x+2y=0$을 표준형으로 고치면
$(x-2)^2+(y+1)^2=5$
원의 중심 $(2, -1)$을 y축에 대하여 대칭이동하면
$(-2, -1)$ $\cdots$ ㉠
㉠이 직선 $l: y=x+k$ 위에 있으므로
$-1=-2+k$
$\therefore k=1$

58) $k=-5$
⇨ 원 $O: x^2+y^2+2x-6y=2$을 표준형으로 고치면
$(x+1)^2+(y-3)^2=15$
원의 중심 $(-1, 3)$을 y축에 대하여 대칭이동하면
$(1, 3)$ $\cdots$ ㉠
㉠이 직선 $l: y=-2x-k$ 위에 있으므로
$3=-2-k$
$\therefore k=-5$

59) $k=-3$
⇨ 원 $O: (x-3)^2+y^2=4$을
직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$x^2+(y-3)^2=4$
원의 중심 $(0, 3)$이 직선 $l: y=x-k$ 위에 있으므로
$3=0-k$
$\therefore k=-3$

60) $k=-3$
⇨ 원 $O: x^2+(y+1)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 $(x+1)^2+y^2=4$
원의 중심 $(-1, 0)$이 직선 $l: y=-3x+k$ 위에 있으므로
$0=3+k$
$\therefore$ $k=-3$

61) $k=0$

⇨ 원 $O:(x+2)^2+(y-1)^2=5$를
직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$(x-1)^2+(y+2)^2=5$
원의 중심 $(1,-2)$가 직선 $l:y=-2x+k$ 위에 있으므로
$-2=-2+k$
$\therefore k=0$

62) $k=-11$

⇨ 원 $O:(x-3)^2+(y-1)^2=4$를
직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$(x-1)^2+(y-3)^2=4$
원의 중심 $(1,3)$이 직선 $l:x-4y=k$ 위에 있으므로
$1-12=k$
$\therefore k=-11$

63) $k=\frac{5}{4}$

⇨ 직선 $l:-2x+4y+1=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$2y-4x+1=0$
$\therefore 4x-2y-1=0$ ⋯ ㉠
㉠이 원 $O:(x-k)^2+(y-2)^2=1$의 넓이를 이등분하려면
원의 중심 $(k,2)$을 지나야 한다.
$4k-4-1=0$, $4k=5$ $\therefore k=\frac{5}{4}$

64) $k=4$

⇨ 직선 $l:x+3y+1=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$-y-3x+1=0$
$\therefore 3x+y-1=0$ ⋯ ㉠
㉠이 원 $O:(x+1)^2+(y-k)^2=4$를 이등분하려면
원의 중심 $(-1,k)$를 지나야 한다.
$-3+k-1=0$ $\therefore k=4$

65) $k=-3$

⇨ 직선 $l:3x-y+3=0$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동하면
$-3y+x+3=0$
$\therefore x-3y+3=0$ ⋯ ㉠
㉠이 원 $O:(x+k)^2+(y-2)^2=9$를 이등분하려면
원의 중심 $(-k,2)$을 지나야 한다.
$-k-6+3=0$, $-k=3$ $\therefore k=-3$

66) $k=\sqrt{10}$

⇨ 중심이 $A(1,-4)$이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y+4)^2=k^2$ ⋯ ㉠
㉠을 x축에 대하여 대칭이동하면
$(x-1)^2+(-y+4)^2=k^2$
$\therefore (x-1)^2+(y-4)^2=k^2$ ⋯ ㉡
㉡이 점 $P(2,1)$을 지나므로
$(2-1)^2+(1-4)^2=k^2$, $k^2=10$
$\therefore k=\sqrt{10}\,(\because k>0)$

67) $k=2\sqrt{10}$

⇨ 중심이 $A(3,-2)$이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y+2)^2=k^2$ ⋯ ㉠
㉠을 x축에 대하여 대칭이동하면
$(x-3)^2+(-y+2)^2=k^2$
$\therefore (x-3)^2+(y-2)^2=k^2$ ⋯ ㉡
㉡이 점 $P(-3,0)$을 지나므로
$(-3-3)^2+(0-2)^2=k^2$, $k^2=40$
$\therefore k=2\sqrt{10}\,(\because k>0)$

68) $k=\sqrt{17}$

⇨ 중심이 $(-2,3)$이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은
$(x+2)^2+(y-3)^2=k^2$ ⋯ ㉠
㉠을 x축에 대하여 대칭이동하면
$(x+2)^2+(-y-3)^2=k^2$
$\therefore (x+2)^2+(y+3)^2=k^2$ ⋯ ㉡
㉡이 점 $P(2,-2)$을 지나므로
$(2+2)^2+(-2+3)^2=k^2$, $k^2=17$
$\therefore k=\sqrt{17}\,(\because k>0)$

69) $k=2$

⇨ 중심이 $A(-1,-3)$이고 반지름의 길이가 k인 원의 방정식은
$(x+1)^2+(y+3)^2=k^2$ ⋯ ㉠
㉠을 x축에 대하여 대칭이동하면
$(x+1)^2+(-y+3)^2=k^2$
$\therefore (x+1)^2+(y-3)^2=k^2$ ⋯ ㉡
㉡이 점 $P(1,3)$을 지나므로
$(1+1)^2+(3-3)^2=k^2$, $k^2=4$
$\therefore k=2(\because k>0)$

70) $k=3$

⇨ 직선 $y=kx+4$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y=-kx+4$
$x^2+y^2-4x+4y+7=0$에서
$(x-2)^2+(y+2)^2=1$
직선 $y=-kx+4$가 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2,-2)$를 지나야 하므로
$-2=-2k+4$ $\therefore k=3$

71) $k=3$ 또는 $k=-7$

⇨ 직선 $2x-y+k=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-2x-(-y)+k=0$ $\therefore 2x-y-k=0$

$x^2+y^2-2x-8y+12=0$에서 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$

직선 $2x-y-k=0$이 원 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$와 접하려면 원의 중심 $(1,4)$와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같아야 하므로

$\dfrac{|2-4-k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|k+2|=5$, $k+2=\pm 5$

$\therefore k=3$ 또는 $k=-7$

72) $k=1$

⇨ 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(y-1)^2+(x+2)^2=4$ $\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=4$

이때, 이 원의 중심 $(-2,1)$이 직선 $y=kx+3$ 위에 있으므로 $1=-2k+3$ $\therefore k=1$

73) $k=3$ 또는 $k=-1$

⇨ 직선 $x-y+k=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x-y+k=0$ $\therefore x+y-k=0$

이 직선이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$와 접하려면 원의 중심 $(2,-1)$과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같아야 하므로 $\dfrac{|2-1-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$,

$|k-1|=2$

$k-1=\pm 2$ $\therefore k=3$ 또는 $k=-1$

74) $k=11$

⇨ 직선 $x+3y+k=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y+3x+k=0$ $\therefore 3x+y+k=0$

이 직선을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-3x+y+k=0$ $\therefore 3x-y-k=0$

이 직선이 점 $(4,1)$을 지나므로

$12-1-k=0$ $\therefore k=11$

75) $k=\dfrac{8}{5}$

⇨ 직선 $x-3y+7=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$y-3x+7=0$, 즉 $3x-y-7=0$

이 직선을 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $3(x+1)-y-7=0$ $\therefore 3x-y-4=0$

이 직선이 원 $x^2+y^2=k$와 접하려면 원의 중심 $(0,0)$과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{k}$와 같아야 하므로

$\dfrac{|-4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{k}$, $4=\sqrt{10k}$, $16=10k$

$\therefore k=\dfrac{8}{5}$

76) $k=1$

⇨ 직선 $y=2x+1$을 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y-k=2x+1$

이 직선을 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$x-k=2y+1$ $\therefore x-2y-k-1=0$

$x^2+y^2-4x-5=0$에서 $(x-2)^2+y^2=9$

직선 $x-2y-k-1=0$이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2,0)$을 지나야 하므로

$2-k-1=0$ $\therefore k=1$

77) $k=4$

⇨ 직선 $y=-2x+k$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $x=-2y+k$

이 직선을 다시 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$x+2=-2(y-2)+k$ $\therefore x+2y-k-2=0$

이 직선이 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=16$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-2,4)$를 지나야 하므로

$-2+8-k-2=0$ $\therefore k=4$

78) $k=2$

⇨ 직선 $2x+y+k=0$을 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$2x+y-2+k=0$

이 직선을 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$2y+x-2+k=0$ $\therefore x+2y+k-2=0$

$x^2+y^2-8x+4y+4=0$에서

$(x-4)^2+(y+2)^2=16$

직선 $x+2y+k-2=0$이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(4,-2)$를 지나야 하므로

$4-4+k-2=0$ $\therefore k=2$

79) $k=\dfrac{25}{4}$ 또는 $k=-\dfrac{1}{4}$

⇨ 직선 $3x-2y+4k=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$3(x-2)-2(y+1)+4k=0$

즉, $3x-2y+4k-8=0$

이 직선을 다시 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$3x+2y+4k-8=0$

$x^2+y^2-4x+10y+16=0$에서 $(x-2)^2+(y+5)^2=13$

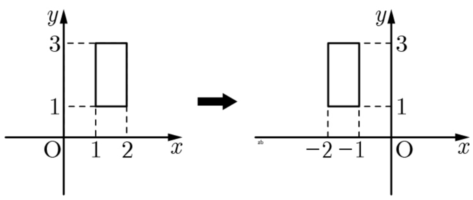
직선 $3x+2y+4k-8=0$이 원 $(x-2)^2+(y+5)^2=13$과 접하려면 원의 중심 $(2,-5)$와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{13}$과 같아야 하므로

$\dfrac{|6-10+4k-8|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\sqrt{13}$,

$|4k-12|=13$, $4k-12=\pm 13$

$\therefore k=\dfrac{25}{4}$ 또는 $k=-\dfrac{1}{4}$

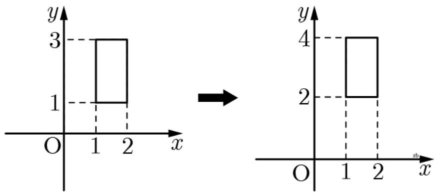
80)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(x+3,\ y)=0$

⇨ $f(x+3, y)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

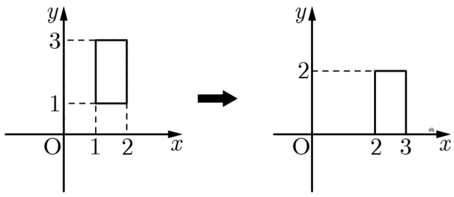
81)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(x,\ y-1)=0$

⇨ $f(x, y-1)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

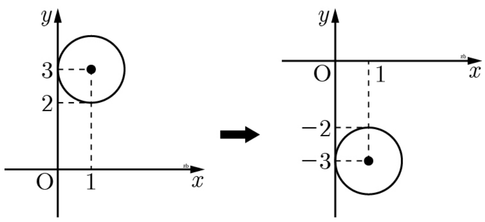
82)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(x-1,\ y+1)=0$

⇨ $f(x-1, y+1)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

83)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(x,\ -y)=0$

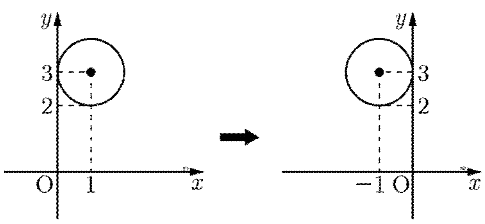
⇨ $f(x, -y)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 것이다.

[다른풀이]

원의 중심 $(1,3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(1, -3)$임을 이용할 수도 있다.

즉, $f(x, -y)=0$의 그래프는 중심이 $(1, -3)$이고 반지름의 길이가 1인 원이다.

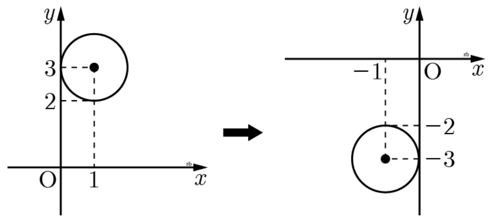
84)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(-x,\ y)=0$

⇨ $f(-x, y)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이다.

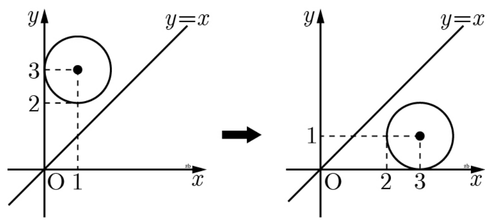
85)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(-x,\ -y)=0$

⇨ $f(-x, -y)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.

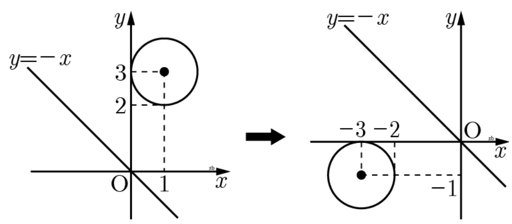
86)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(y,\ x)=0$

⇨ $f(y, x)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 것이다.

87)



$f(x,\ y)=0$ ➡ $f(-y,\ -x)=0$

⇨ $f(-y, -x)=0$의 그래프는 $f(x, y)=0$의 그래프를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 것이다.