



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-02-18
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 중복조합

- (1) 중복조합 : 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 조합을 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호로 ${}_nH_r$ 와 같이 나타낸다.
- (2) 중복조합의 수 : 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 중복조합의 수는 ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$ 이다.
- (3) 방정식의 해의 개수 :
방정식 $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n = r$ (n, r 은 자연수)에서
① 음이 아닌 정수해의 개수 $\Rightarrow {}_nH_r$
② 양의 정수해의 개수 $\Rightarrow {}_nH_{r-n}$ (단, $r \geq n$)
- (4) 함수의 개수 : 실수 전체의 집합의 두 부분집합 X, Y 의 원소의 개수가 각각 r, n 일 때, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 $a < b$ 이면 $f(a) \leq f(b)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는 ${}_nH_r$ 이다.

■ 다음 값을 구하여라.

1. ${}_4H_0$

2. ${}_4H_1$

3. ${}_3H_2$

4. ${}_5H_5$

5. ${}_2H_4$

6. ${}_4H_4$

7. ${}_2H_5$

8. ${}_6H_3$

9. ${}_3H_5$

10. ${}_5H_0$

11. ${}_3C_3 + {}_3H_3$

12. ${}_2H_3 \times {}_3H_2$

13. ${}_2H_5 + {}_2H_5$

■ 다음 등식을 만족시키는 n 또는 r 의 값을 구하여라.

14. ${}_nH_2 = 10$

15. ${}_nH_2 = 36$

16. ${}_nH_3 = 20$

17. ${}_nH_2 = 28$

18. ${}_nH_4 = 15$

19. ${}_2H_3 = {}_nC_1$

20. ${}_7H_3 = {}_nC_3$

21. ${}_nH_6 = {}_{10}C_4$

22. ${}_5H_3 = {}_nC_3$

23. ${}_5H_r = {}_9C_4$

24. ${}_nH_4 = {}_9C_5$

25. ${}_3H_r = {}_5C_2$

26. ${}_6H_4 = {}_nC_5$

27. ${}_3H_r = {}_8C_2$

■ 다음을 중복조합 기호로 나타내어라.

28. A, B, C 중에서 중복을 허락하여 2개를 뽑는 경우의 수

29. A, B, C 중에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 경우의 수

30. a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 2개를 뽑는 경우의 수

31. 사과, 귤, 배, 감, 포도 중에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 경우의 수

32. 네 개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 2개의 숫자를 택하는 경우의 수

■ 다음 경우의 수를 구하여라.

33. 사과, 배, 딸기를 파는 과일 가게에서 8개의 과일을 사는 경우의 수

34. 여학생 3명에게 같은 종류의 음료수 7개를 나누어 주는 경우의 수

35. 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 2개의 수를 택하는 경우의 수

36. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허용하여 3개의 숫자를 택하는 경우의 수

37. 사과, 귤, 배만 파는 과일 가게에서 6개의 과일을 고르는 경우의 수

38. 장미, 튤립, 국화, 백합의 4종류의 꽃에서 10송이의 꽃을 구입하는 경우의 수

39. 5명의 학생에게 같은 종류의 농구공 7개를 나누어 주는 경우의 수

40. 같은 종류의 음료수 8개를 4명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수

41. 6개의 같은 물건을 모양이 다른 4개의 상자에 넣는 경우의 수 (단, 빈 상자가 있을 수도 있다.)

42. 같은 종류의 음료수 8개를 4명의 학생에게 적어도 한 개씩 나누어 주는 경우의 수

43. 같은 종류의 음료수 9개를 학생 4명에게 적어도 한 개씩 나누어 주는 경우의 수

44. 2명의 후보가 출마한 선거에서 7명의 유권자가 한 명의 후보에게 각각 투표할 때, 무기명으로 투표하는 경우의 수 (단, 무효표는 없는 것으로 한다.)

45. $(a+b)^2$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

46. $(a+b)^3$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

47. $(x+y)^4$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

48. $(a+b+c)^2$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

49. $(x+y+z)^4$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

50. $(a+b+c)^5$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

51. $(a+b+c)^8$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수

■ 다음을 구하여라.

52. 방정식 $x+y+z=5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z) 의 개수

53. 방정식 $x+y+z=7$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z) 의 개수

54. 방정식 $x+y+z=8$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z) 의 개수

55. 방정식 $x+y+z+w=9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z, w) 의 개수

56. 방정식 $x+y+z+w=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z, w) 의 개수

57. 방정식 $x+y+z=12$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해 (x, y, z) 의 개수

58. 방정식 $x+y+z=5$ 를 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z) 의 개수

59. 방정식 $x+y+z=7$ 을 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z) 의 개수

60. 방정식 $x+y+z=8$ 을 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z) 의 개수

61. 방정식 $x+y+z+w=9$ 를 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z, w) 의 개수

62. 방정식 $x+y+z+w=10$ 을 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z, w) 의 개수

63. 방정식 $x+y+z=12$ 을 만족시키는 양의 정수해 (x, y, z) 의 개수

▣ 다음을 구하여라.

64. 집합 $X=\{1, 2\}$ 에서 집합 $Y=\{1, 2, 3\}$ 으로의 함수 f 에 대하여 $f(1) \leq f(2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

65. 집합 $A=\{1, 2, 3\}$ 에서 $B=\{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수 f 중에서 집합 A 의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

66. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f:A \rightarrow B$ 중에서 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

67. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $B=\{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수 f 중에서 집합 A 의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

68. 집합 $A=\{1, 3, 5, 7\}$ 에서 $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 f 중에서 집합 A 의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

69. 집합 $X=\{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y=\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로의 함수 f 에 대하여 $f(1) \leq f(2) \leq f(3)$ 을 만족하는 함수 f 의 개수

70. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f:X \rightarrow Y$ 중에서 $f(3)=4$ 이고 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

71. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합

$Y = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로의 함수 f 중에서 $f(2) = 5$ 이고
 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의
 개수

72. 두 집합

$X = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $Y = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에
 대하여 함수 $f: A \rightarrow B$ 중에서 $f(5) = 4$ 이고 X 의
 임의의 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면
 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

73. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 X 에서

집합 X 로의 함수 f 중에서 $f(2) = 2$ 이고 X 의
 임의의 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면
 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

74. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$Y = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow B$
 중에서 $f(2) = 3$ 이고 X 의 임의의 원소 x_1, x_2 에
 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는
 함수 f 의 개수

75. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 함수
 $f: A \rightarrow B$ 중에서 $f(2) = 3$ 이고 X 의 임의의 원소
 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를
 만족시키는 함수 f 의 개수

76. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 f 에 대하여
 $f(2) \leq 3$ 이고 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에
 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는
 함수 f 의 개수

77. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$B = \{7, 8, 9, 10, 11\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow B$
 중에서 $f(3) = 10$ 이고 집합 X 의 임의의 두 원소
 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를
 만족시키는 함수 f 의 개수

78. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음

조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 중에서
 $f(1) > f(2) = f(3)$ 이고 $f(4) \leq f(5)$ 를 만족시키는
 함수 f 의 개수



정답 및 해설

1) 1

$$\Rightarrow {}_4H_0 = {}_{4+0-1}C_0 = {}_3C_0 = 1$$

2) 4

$$\Rightarrow {}_4H_1 = {}_{4+1-1}C_1 = {}_4C_1 = 4$$

3) 6

$$\Rightarrow {}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

4) 126

$$\Rightarrow {}_5H_5 = {}_{5+5-1}C_5 = {}_9C_5 = {}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

5) 5

$$\Rightarrow {}_2H_4 = {}_{2+4-1}C_4 = {}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

6) 35

$$\Rightarrow {}_4H_4 = {}_{4+4-1}C_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

7) 6

8) 56

9) 21

$$\Rightarrow {}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

10) 1

$$\Rightarrow {}_5H_0 = {}_{5+0-1}C_0 = {}_4C_0 = 1$$

11) 11

12) 48

$$\Rightarrow 2^3 \times {}_4C_2 = 8 \times 6 = 48$$

13) 38

$$\Rightarrow {}_2H_5 = 2^5 = 32$$

$${}_2H_5 = {}_{2+5-1}C_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$$

$$\text{이므로 } {}_2H_5 + {}_2H_5 = 32 + 6 = 38$$

14) 4

$$\Rightarrow {}_nH_2 = {}_{n+2-1}C_2 = {}_{n+1}C_2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$\frac{n(n+1)}{2 \times 1} = 10, \quad n(n+1) = 20 = 4 \times 5$$

$$\therefore n = 4$$

15) 8

$$\Rightarrow {}_nH_2 = {}_{n+2-1}C_2 = {}_{n+1}C_2 = 36 \text{ 이므로}$$

$$\frac{(n+1)n}{2} = 36 \Rightarrow n(n+1) = 72 = 8 \times 9 \quad \therefore n = 8$$

16) 4

$$\Rightarrow {}_nH_3 = {}_{n+3-1}C_3 = {}_{n+2}C_3 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3 \times 2 \times 1} = 20, \quad n(n+1)(n+2) = 4 \times 5 \times 6$$

$$\therefore n = 4$$

17) 7

18) 3

$$\Rightarrow {}_nH_4 = {}_{n+4-1}C_4 = {}_{n+3}C_4 = 15 \text{ 이므로}$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15$$

$$n(n+1)(n+2)(n+3) = 3 \times 4 \times 5 \times 6 \quad \therefore n = 3$$

19) 4

$$\Rightarrow {}_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_4C_3 = {}_4C_1 \text{ 이므로 } n = 4$$

20) 9

$$\Rightarrow {}_7H_3 = {}_{7+3-1}C_3 = {}_9C_3 \quad \therefore n = 9$$

21) 5

$$\Rightarrow {}_nH_6 = {}_{n+6-1}C_6 = {}_{n+5}C_6 \text{ 이고, } {}_{10}C_4 = {}_{10}C_6 \text{ 이므로}$$

$$n+5 = 10 \quad \therefore n = 5$$

22) 7

$$\Rightarrow {}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 \text{ 이고, } {}_5H_3 = {}_nC_3 \text{ 이라 하므로}$$

$$n = 7$$

23) 5

$$\Rightarrow {}_5H_r = {}_{5+r-1}C_r = {}_{r+4}C_r = {}_{r+4}C_4 = {}_9C_4 \text{ 이므로}$$

$$r+4 = 9 \quad \therefore r = 5$$

24) 6

$$\Rightarrow {}_nH_4 = {}_{n+4-1}C_4 = {}_{n+3}C_4 \text{ 이고, } {}_9C_5 = {}_9C_4 \text{ 이므로}$$

$$n+3 = 9 \quad \therefore n = 6$$

25) 3

26) 9

27) 6

$$\Rightarrow {}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r \text{ 이므로 } {}_3H_r = {}_{r+2}C_r = {}_{r+2}C_2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore {}_{r+2}C_2 = {}_8C_2 \text{ 이므로 } r = 6 \text{ 이다.}$$

28) ${}_3H_2$ 29) ${}_3H_3$ 30) ${}_4H_2$ 31) ${}_5H_3$ 32) ${}_4H_2$

33) 45

$$\Rightarrow {}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \text{ 가지}$$

34) 36

$$\Rightarrow {}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \text{가지}$$

35) 10

$$\Rightarrow {}_4H_2 = {}_{4+2-1}C_2 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{가지}$$

36) 20

\Rightarrow 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

37) 28

\Rightarrow 서로 다른 3개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_6 = {}_{3+6-1}C_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

38) 286

\Rightarrow 서로 다른 4개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_{10} = {}_{4+10-1}C_{10} = {}_{13}C_{10} = {}_{13}C_3 = \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 286$$

39) 330

\Rightarrow 서로 다른 5개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_5H_7 = {}_{5+7-1}C_7 = {}_{11}C_7 = {}_{11}C_4 = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$$

40) 165

\Rightarrow 서로 다른 4개에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_8 = {}_{4+8-1}C_8 = {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$$

41) 84

\Rightarrow 서로 다른 4개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

42) 35

\Rightarrow 먼저 4명의 학생에게 음료수를 한 개씩 주면 음료수가 4개가 남는다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_4 = {}_{4+4-1}C_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

43) 56

\Rightarrow 같은 종류의 음료수 9개를 학생 4명에게 적어도 한 개씩 나누어 주는 것은 모두에게 먼저 한 개씩의 음료수를 나누어 주고, 학생 4명에게 남은 5개를 중복을 허락하여 나누어 주는 것과 같으므로

로

$${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 56 \text{가지}$$

44) 8

\Rightarrow 무기명 투표는 어느 유권자가 어느 후보를 뽑았는지 알 수 없으므로 구하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

$${}_2H_7 = {}_{2+7-1}C_7 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$$

45) 3

$$\Rightarrow {}_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2 = {}_3C_2 = 3$$

46) 4

$$\Rightarrow {}_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_4C_3 = 4$$

47) 5

$\Rightarrow (x+y)^4$ 을 전개할 때 생기는 각 항은 $x^p y^q$ 꼴이고 $p+q=4$ (p, q 는 음이 아닌 정수)

따라서 구하는 항의 개수는 2개의 문자 x, y 에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_4 = {}_{2+4-1}C_4 = {}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

48) 6

$$\Rightarrow {}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

49) 15

$$\Rightarrow {}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

50) 21

\Rightarrow 구하는 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z 에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

51) 45

\Rightarrow 구하는 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z 에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

52) 21

$$\Rightarrow {}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

53) 36

\Rightarrow 서로 다른 3개의 문자 x, y, z 에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$$

54) 45

$$\Rightarrow {}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

55) 220

$$\Rightarrow {}_4H_9 = {}_{4+9-1}C_9 = {}_{12}C_9 = {}_{12}C_3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

56) 286

 \Rightarrow

$${}_4H_{10} = {}_{4+10-1}C_{10} = {}_{13}C_{10} = {}_{13}C_3 = \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 286$$

57) 91

\Rightarrow 서로 다른 3개의 문자 x, y, z 에서 12개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_{12} = {}_{3+12-1}C_{12} = {}_{14}C_{12} = {}_{14}C_2 = \frac{14 \times 13}{2 \times 1} = 91$$

58) 6

\Rightarrow 방정식 $x+y+z=5$ 를 만족시키는 양의 정수해는 $x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1$ 이라 할 때 $x'+y'+z'=2$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = 6 \text{이다.}$$

59) 15

$\Rightarrow x, y, z$ 가 모두 양의 정수해이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

$x-1=a, y-1=b, z-1=c$ 로 놓으면

$$x=a+1, y=b+1, z=c+1$$

이를 방정식 $x+y+z=7$ 에 대입하면

$$a+1+b+1+c+1=7$$

$$\therefore a+b+c=4 \text{ (단, } a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0) \dots\dots \textcircled{1}$$

즉, 구하는 양의 정수해의 개수는 방정식 ①의 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

$${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

60) 21

\Rightarrow 방정식 $x+y+z=8$ 을 만족시키는 양의 정수해는

$$x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1 \text{이라 할 때}$$

$x'+y'+z'=5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는

$${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21 \text{이다.}$$

61) 56

\Rightarrow 방정식 $x+y+z+w=9$ 를 만족시키는 양의 정수해는 $x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1, w=w'+1$ 이라 할 때 $x'+y'+z'+w'=5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는

$${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56 \text{이다.}$$

62) 84

\Rightarrow 방정식 $x+y+z+w=10$ 을 만족시키는 양의 정수해는 $x=x'+1, y=y'+1, z=z'+1, w=w'+1$ 이라 할 때 $x'+y'+z'+w'=6$ 을 만족시키는 음

이 아닌 정수해를 구하는 것과 같으므로 구하는 해의 개수는

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = 84 \text{이다.}$$

63) 55

$\Rightarrow x, y, z$ 가 모두 양의 정수해이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

$x-1=a, y-1=b, z-1=c$ 로 놓으면

$$x=a+1, y=b+1, z=c+1$$

이를 방정식 $x+y+z=12$ 에 대입하면

$$a+1+b+1+c+1=12$$

$$\therefore a+b+c=9 \text{ (단, } a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0) \dots\dots \textcircled{1}$$

즉, 구하는 양의 정수해의 개수는 방정식 ①의 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

$${}_3H_9 = {}_{3+9-1}C_9 = {}_{11}C_9 = {}_{11}C_2 = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$$

64) 6

\Rightarrow 공역에서 중복을 허용하여 두 개를 고르면,

$f(1) \leq f(2)$ 이므로 크기 순서에 의해 $f(1)$ 과 $f(2)$ 가 결정된다. $\{1, 2, 3\}$ 중에서 중복을 허용하여 두 개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_2$ 이므로 함수 f 의 개수는 ${}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$ 개다.

65) 20

$\Rightarrow x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키려면 집합 B의 원소 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하고, 작은 수부터 차례로 집합 A의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.

따라서 함수 f 의 개수는 공역의 원소 4개 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = 20$$

66) 70

\Rightarrow 공역 1, 2, 3, 4, 5중에서 중복을 허용하여 4개를 택한

다음, 크거나 같은 것부터 차례로 1, 2, 3, 4에 대응시키

는 경우의 수는 ${}_5H_4 = {}_{5+4-1}C_4 = 70$ 가지이다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는 70가지이다.

67) 56

$\Rightarrow x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$ 를 만족시키려면 집합 B의 원소 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 5개를 택하고, 큰 수부터 차례로 집합 A의 원소 1, 2, 3, 4, 5에 대응시키면 된다.

따라서 함수 f 의 개수는 공역의 원소 4개 중에서 중복을 허락하여 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$$

68) 70

$\Rightarrow x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키려면 집합

B의 원소 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택하고, 작은 수부터 차례로 집합 A의 원소 1, 3, 5, 7에 대응시키면 된다.

따라서 함수 f 의 개수는 공역의 원소 5개 중에서 중복을 허락하여 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_5H_4 = {}_{5+4-1}C_4 = {}_8C_4 = 70$$

69) 35

⇒ 구하는 함수의 개수는 서로 다른 5개에서 중복을 허락하여 3개를 뽑는 조합의 수와 같으므로 ${}_5H_3 = {}_7C_3 = 35$

70) 12

⇒ 가능한 $f(4)$ 의 경우의 수는 4가지이고, 공역 4, 5 중에서

중복을 허용하여 2개를 택한 다음, 크거나 같은 것부터

자
 1, 2에 대응시키는 경우의 수는 ${}_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2 = 3$ 가지이다.

따라서 함수 f 의 개수는 $4 \times 3 = 12$ 가지이다.

71) 20

⇒ $f(2)$ 는 5로 고정되어 있다. $f(1) \leq f(2)$ 이므로 $f(1)$ 은 4 또는 5가 가능하고, 5, 6, 7, 8에서 중복을 허용하여 2개를 고르면 크기 순서에 의해 $f(3), f(4)$ 가 결정된다.

∴ ${}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$ 가지가 가능하므로 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는 $2 \times 10 = 20$ 개다.

72) 168

⇒ 가능한 $f(4)$ 의 경우의 수는 3가지이고, 공역 4, 5, 6, 7,

8, 9중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 다음, 작거나

같은 것부터 차례로 6, 7, 8에 대응시키는 경우의 수는 ${}_6H_3 = {}_{6+3-1}C_3 = 56$ 가지이다.

따라서 함수 f 의 개수는 $3 \times 56 = 168$ 가지이다.

73) 40

⇒ 가능한 $f(1)$ 의 경우의 수는 2가지이고, 공역 2, 3, 4, 5

중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 다음, 작거나 같은 것

부터 차례로 3, 4, 5에 대응시키는 경우의 수는 ${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = 20$ 가지이다.

따라서 함수 f 의 개수는 $2 \times 20 = 40$ 가지이다.

74) 40

⇒ 가능한 $f(1)$ 의 경우의 수는 2가지이고, 공역 3, 4, 5, 6

중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 다음, 작거나 같은 것

부터 차례로 3, 4, 5에 대응시키는 경우의 수는 ${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = 20$ 가지이다.

따라서 함수 f 의 개수는 $2 \times 20 = 40$ 가지이다.

75) 168

⇒ $f(1)$ 이 선택할 수 있는 경우의 수는 ${}_3H_1 = {}_3C_1 = 3$

나머지 정의역이 선택할 수 있는 경우의 수는 ${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$

따라서 총 경우의 수는 $3 \times 56 = 168$ 개다.

76) 53

⇒ $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 수는 1 또는 2 또는 3이므로

$$f(2)=1\text{일 때, } 1 \cdot {}_5H_2 = 1 \cdot {}_6C_2 = 15$$

$$f(2)=2\text{일 때, } {}_2C_1 \cdot {}_4H_2 = 2 \cdot {}_5C_2 = 20$$

$$f(2)=3\text{일 때, } {}_3C_1 \cdot {}_3H_2 = 3 \cdot {}_4C_2 = 18$$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $15 + 20 + 18 = 53$

77) 30

⇒ 공역 7, 8, 9, 10 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 다음 작거나 같은 것부터 차례로 1, 2에 대응시키는 경우의 수는 ${}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$

공역 10, 11 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 다음 작거나 같은 것부터 차례로 4, 5에 대응시키는 경우의 수는 ${}_2H_2 = {}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$

따라서 함수 f 의 개수는 $10 \times 3 = 30$

78) 1890

⇒ 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는 ${}_6C_2 = 15$

조건 (나)를 만족시키는 경우의 수는 ${}_6H_2 = {}_7C_2 = 21$

X 의 원소 6을 대응시키는 경우의 수는 6

따라서 구하는 함수의 개수는 $15 \cdot 21 \cdot 6 = 1890$