01 정규분포

(1) 정규분포 : 실수 전체의 집합에서 정의된 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 두 상수 m, $\sigma(\sigma>0)$에 대하여 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 일 때, X의 확률분포를 정규분포라 하고 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프를 정규분포곡선이라 한다.

(2) 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 기호로 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$과 같이 나타내고, 연속확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따른다고 한다.

◪ 확률변수 X의 평균과 분산이 다음과 같을 때, X가 따르는 정규분포를 기호로 나타내어라.

1. $E(X)=3,\ V(X)=2$

2. $E(X)=3,\ \sigma(X)=3$

3. $E(X)=5,\ V(X)=6$

4. $E(X)=5,\ V(X)=9$

5. $E(X)=6,\ V(X)=4$

6. $E(X)=4,\ \sigma(X)=3$

7. $E(X)=7,\ V(X)=9$

8. $E(X)=1,\ \sigma(X)=2\sqrt{2}$

9. $E(X)=10,\ V(X)=4$

◪ 다음 물음에 답하여라.

10. 확률변수 X가 정규분포 $N(10,\ 3^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=2X-1$에 대하여 $E(Y)$를 구하여라.

11. 확률변수 X가 정규분포 $N(10,\ 3^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=2X-1$에 대하여 $\sigma(Y)$를 구하여라.

12. 확률변수 X가 정규분포 $N(10,\ 2^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=2X+3$에 대하여 $E(Y)$를 구하여라.

13. 확률변수 X가 정규분포 $N(10,\ 2^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=2X+3$에 대하여 $V(Y)$를 구하여라.

14. 확률변수 X가 정규분포 $N(20, 5^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=3X-5$에 대하여 $E(Y)$를 구하여라.

15. 확률변수 X가 정규분포 $N(20, 5^2)$을 따를 때, 확률변수 $Y=3X-5$에 대하여 $\sigma(Y)$를 구하여라.

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

02 정규분포곡선의 성질

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따르는 확률변수 X의 정규분포곡선은 다음과 같은 성질을 갖는다.
(1) 직선 $x=m$에 대하여 대칭인 종 모양의 곡선이고, 점근선은 x축이며 $x=m$일 때 최댓값을 가진다.
(2) 곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.
(3) m의 값이 일정할 때, σ의 값이 클수록 곡선의 가운데 부분의 높이는 낮아지고 양옆으로 퍼진다.
(4) σ의 값이 일정할 때, m의 값이 변하면 대칭축의 위치는 바뀌지만 곡선의 모양은 변하지 않는다.

◪ **다음은 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프에 대한 설명이다. 참, 거짓을 판별하여라.**

16. 직선 $x=m$에 대하여 대칭이다.

17. x축이 점근선이다.

18. 곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.

19. $x=m$일 때, 그래프는 최댓값을 갖는다.

20. σ의 값이 작을수록 곡선이 옆으로 퍼진다.

21. 곡선과 x축 사이의 넓이는 m의 값에 따라 달라진다.

22. m이 일정할 때, σ의 값이 클수록 곡선의 가운데 부분은 높아진다.

23. σ의 값이 일정할 때, m의 값에 따라 대칭축의 위치는 바뀌지만 곡선의 모양과 크기는 같다.

24. σ의 값이 일정할 때, m의 값에 따라 평행이동한 도형이 된다.

◪ **확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따르고 $\mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+\sigma)=a,\ P(m \le X \le m+2\sigma)=b$일 때, 다음을 $a,\ b$에 대한 식으로 나타내어라.**

25. $\mathrm{P}(m-\sigma \le \mathrm{X} \le m+\sigma)$

26. $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m+\sigma)$

27. $P(X \ge m-\sigma)$

28. $\mathrm{P}(m-\sigma \le \mathrm{X} \le m)$

29. $P(X \ge m+2\sigma)$

30. $\mathrm{P}(\mathrm{X} \le m+\sigma)$

◪ **확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$를 따를 때, 다음을 구하여라.**

31. $P(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)=0.9544$일 때, $\mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)$의 값

32. $P(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)=0.9544$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m-2\sigma)$의 값

33. $P(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)=0.9544$일 때, $P(X \ge m+2\sigma)$의 값

34. $P(m-2\sigma \leq \mathrm{X} \leq m+2\sigma)=0.9544$**일 때,**
$P(X \leq m-2\sigma)$**의 값**

35. $P(m-2\sigma \leq \mathrm{X} \leq m+2\sigma)=0.9544$**일 때,**
$P(X \leq m+2\sigma)$**의 값**

36. $P(X \geq 25)=P(X \leq 15)$**일 때,** m**의 값**

37. $P(X \leq 30)=P(X \geq 10+m)$**일 때,** m**의 값**

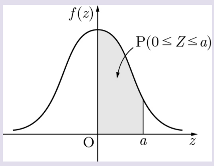
03 표준정규분포

(1) 표준정규분포 : 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 표준정규분포라 하고, 기호로 $\mathrm{N}(0,\ 1)$과 같이 나타낸다.

(2) 확률변수 Z가 표준정규분포를 따르면 Z의

확률밀도함수는 $f(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$($z$는 모든 실수)이다.

이때 확률변수 Z가 0 이상 a 이하의 값을 가질 확률 $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$는 아래 그림에서 색칠한 도형의 넓이와 같다.



(3) 확률변수 Z의 정규분포곡선은 직선 $z=0$에 대하여 대칭이므로 다음이 성립한다. (단, $0<a<b$)

① $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)=\mathrm{P}(-a \leq Z \leq 0)$

② $\mathrm{P}(a \leq Z \leq b)=\mathrm{P}(0 \leq Z \leq b)-\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$

③ $\mathrm{P}(Z \geq a)=\mathrm{P}(Z \geq 0)-\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$
$=0.5-\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$

④ $\mathrm{P}(Z \leq a)=\mathrm{P}(Z \leq 0)+\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$
$=0.5+\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)$

⑤ $\mathrm{P}(-a \leq Z \leq b)=\mathrm{P}(-a \leq Z \leq 0)+\mathrm{P}(0 \leq Z \leq b)$
$=\mathrm{P}(0 \leq Z \leq a)+\mathrm{P}(0 \leq Z \leq b)$

◪ **확률변수** Z**가 표준정규분포** $\mathrm{N}(0,\ 1)$**을 따를 때, 다음 표준정규분포표를 이용하여 다음을 구하여라.**

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

38. $P(Z \leq 1)$

39. $P(Z \leq 2)$

40. $P(Z \geq 0.5)$

41. $P(Z \leq -0.5)$

42. $P(Z \geq 2)$

43. $P(0.5 \leq Z \leq 2)$

44. $P(Z \leq -1)$

45. $P(Z \leq 2.5)$

46. $P(-0.5 \leq Z \leq 0.5)$

47. $P(1.5 \le Z \le 2)$

48. $P(-1.5 \le Z \le 1.5)$

49. $P(-1.5 \le Z \le 2.5)$

50. $P(Z \ge -1.5)$

51. $P(Z \ge -3)$

52. $P(-3 \le Z \le -1)$

53. $P(Z \le -1.5)$

54. $P(-2 \le Z \le 3)$

04 정규분포의 표준화

(1) 표준화 : 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X를 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르는 확률변수 $Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$으로 바꾸는 것을 표준화라 한다.

(2) $\mathrm{P}(a \le X \le b) = \mathrm{P}\left(\dfrac{a-m}{\sigma} \le Z \le \dfrac{b-m}{\sigma}\right)$

◪ 확률변수 X가 다음과 같은 정규분포를 따를 때, X를 표준화하여라.

55. $\mathrm{N}(5,\ 2^2)$

56. $\mathrm{N}(12,\ 4)$

57. $\mathrm{N}(7,\ 9)$

58. $\mathrm{N}(8,\ 4^2)$

59. $\mathrm{N}(24,\ 16)$

60. $\mathrm{N}(3,\ 3)$

61. $\mathrm{N}(40,\ 16)$

62. $\mathrm{N}(25,\ 3^2)$

63. $\mathrm{N}(50,\ 100)$

64. $\mathrm{N}(3.5,\ 0.01)$

65. $\mathrm{N}\left(73,\ \dfrac{1}{4}\right)$

◪ 확률변수 X가 각각의 정규분포를 따를 때 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

66. $N(15, 3^2)$을 따를 때, $P(12 \le X \le 18)$의 값

67. $N(15, 3^2)$을 따를 때, $P(X \le 9)$의 값

68. $N(50, 6^2)$을 따를 때, $P(35 \le X \le 38)$의 값

69. $N(50, 6^2)$을 따를 때, $P(32 \le X \le 62)$의 값

70. $\mathrm{N}(150,\ 20^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 110)$의 값

71. $N(100, 10^2)$을 따를 때, $P(80 \le X \le 120)$의 값

72. $N(100, 10^2)$을 따를 때, $P(85 \le X \le 95)$의 값

73. $\mathrm{N}(150,\ 20^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(\mathrm{X} \le 210)$의 값

74. $\mathrm{N}(150,\ 20^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(170 \le \mathrm{X} \le 190)$의 값

75. $N(27, 4^2)$을 따를 때, $P(23 \le X \le 33)$의 값

76. $N(27, 4^2)$을 따를 때, $P(29 \le X \le 39)$의 값

77. $\mathrm{N}(30,\ 10^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(30 \le \mathrm{X} \le a) = 0.4332$를 만족하는 상수 a의 값

78. $N(40, 5^2)$을 따를 때, $P(35 \le X \le k) = 0.8185$를 만족하는 상수 k의 값

79. $\mathrm{N}(36,\ 4^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(\mathrm{X} \le a) = 0.1587$을 만족하는 상수 a의 값

80. $\mathrm{N}(50,\ 5^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(45 \le \mathrm{X} \le a) = 0.8185$를 만족하는 상수 a의 값

81. $N(20, 2^2)$을 따를 때, $P(X \ge a+20) = 0.3085$를 만족하는 상수 a의 값

82. $N(m, 4^2)$를 따를 때, $P(X \ge 35) = 0.0228$를 만족하는 상수 m의 값

◪ 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 물음에 답하여라.

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

83. 어느 과수원에서 수확한 사과 한 개의 무게는 평균이 $200g$, 표준편차가 $20g$인 정규분포를 따른다고 한다. 사과 한 개를 택할 때, 무게가 $240g$ 이상일 확률을 구하여라.

84. 어느 고등학교에서 2학년을 대상으로 수리탐구력 대회를 개최하였다. 시험 성적을 확률변수 X라 하면 X는 평균이 55점, 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 한다. 시험 성적이 60점 이상일 확률을 구하여라.

85. 어느 공장에서 생산한 제품 10000개의 무게는 평균 $160g$, 표준편차 $4g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 10000개의 제품 중 무게가 $154g$ 이하인 제품의 개수를 구하여라.

86. 어느 과수원에서 수확한 포도 한 송이의 무게는 평균이 300 g이고 표준편차가 25 g인 정규분포를 따른다고 한다. 포도 한 송이를 택할 때, 무게가 350 g 이상일 확률을 구하여라.

87. 어느 공장에서 생산되는 제품 5000개의 무게는 평균 $100g$, 표준편차 $10g$인 정규분포를 따른다고 한다. 제품 하나를 택하여 무게가 $115g$ 이상인 제품을 불량품으로 판정할 때, 불량품의 개수를 구하여라.

88. 어느 고등학교 학생들의 키는 평균 $172cm$, 표준편차 $6cm$인 정규분포를 따른다고 한다. 키가 $178cm$ 이상인 학생은 전체의 몇 $\%$인지 구하여라.

89. 어느 농장에서 수확하는 오렌지 한 개의 무게는 평균이 $120g$이고 표준편차가 $10g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 수확한 오렌지 중 임의로 한 개를 선택할 때, 이 오렌지의 무게가 $140g$이상일 확률을 구하여라.

90. 집에서 학교까지의 통학 시간을 X분이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 따른다. 수업 시작 20분 전에 집에서 출발할 때, 지각할 확률을 구하여라.

91. 어느 자격증을 취득하는 필기시험에 2만 명이 응시하였다. 이 시험의 응시자 점수는 평균이 62점, 표준편차가 12점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에서 80점 이상을 받은 사람이 합격이라고 할 때, 합격자는 몇 명인지 구하여라.

정답 및 해설

1) $\mathrm{N}(3,\ (\sqrt{2})^2)$

2) $\mathrm{N}(3,\ 3^2)$

3) $\mathrm{N}(5,\ (\sqrt{6})^2)$

4) $\mathrm{N}(5,\ 3^2)$
⇨ 평균이 5, 분산이 $9=3^2$이므로 $\mathrm{N}(5,\ 3^2)$

5) $\mathrm{N}(6,\ 2^2)$
⇨ 평균이 6, 분산이 $4=2^2$이므로 $\mathrm{N}(6,\ 2^2)$

6) $N(4, 3^2)$
⇨ 평균이 4, 표준편차가 3이므로 $N(4, 3^2)$

7) $N(7, 3^2)$
⇨ 평균이 7, 분산이 $9=3^2$이므로 $N(7, 3^2)$

8) $\mathrm{N}(1,\ (2\sqrt{2})^2)$

9) $N(10, 2^2)$
⇨ 평균이 10, 분산이 $4=2^2$이므로 $N(10, 2^2)$

10) 19
⇨ $\mathrm{E(X)}=10$이므로
$\mathrm{E(Y)}=\mathrm{E(2X}-1)=2\mathrm{E(X)}-1$
$=2\times10-1=19$

11) 6
⇨ $\sigma(X)=3$이므로
$\sigma(\mathrm{Y})=\sigma(2\mathrm{X}-1)=|2|\sigma(\mathrm{X})$
$=2\times3=6$

12) 23
⇨ $\mathrm{Y}=2\mathrm{X}+3$이고, X가 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르므로 $\mathrm{E(X)}=10$, $\mathrm{V(X)}=2^2=4$이다.
$\mathrm{E(Y)}=\mathrm{E(2X}+3)=2\mathrm{E(X)}+3=2\times10+3=23$

13) 16
⇨ $\mathrm{Y}=2\mathrm{X}+3$이고, X가 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르므로 $\mathrm{E(X)}=10$, $\mathrm{V(X)}=2^2=4$이다.
$\mathrm{V(Y)}=\mathrm{V(2X}+3)=2^2\mathrm{V(X)}=4\times4=16$

14) 55
⇨ 확률변수 X가 정규분포 $N(20, 5^2)$을 따르므로
$E(X)=20$
$E(Y)=E(3X-5)=3E(X)-5=3\times20-5=55$

15) 15
⇨ 확률변수 X가 정규분포 $N(20, 5^2)$을 따르므로
$\sigma(X)=5$
$\sigma(Y)=\sigma(3X-5)=3\sigma(X)=3\times5=15$

16) 참

17) 참

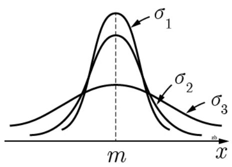
18) 참

19) 참

20) 거짓
⇨ 표준편차 σ의 값이 작을수록 곡선은 옆으로 좁아진다.(거짓)

21) 거짓
⇨ 곡선과 x축 사이의 넓이는 m의 값에 관계없이 항상 1이다.(거짓)

22) 거짓

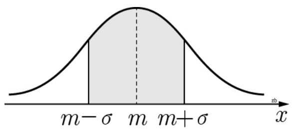
⇨ 

그림에서 $\sigma_1<\sigma_2<\sigma_3$이다. 즉, σ의 값이 클수록 높이는 낮아진다. (거짓)

23) 참

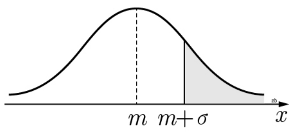
24) 참

25) $2a$

⇨ 

정규분포곡선은 $x=m$에 대하여 대칭이므로
$\mathrm{P}(m-\sigma\le\mathrm{X}\le m+\sigma)=2\mathrm{P}(m\le\mathrm{X}\le m+\sigma)=2a$

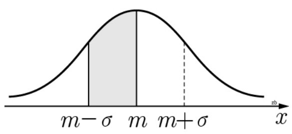
26) $0.5-a$

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge m)=0.5$이므로
$\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge m+\sigma)$
$=\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge m)-\mathrm{P}(m\le\mathrm{X}\le m+\sigma)=0.5-a$

27) $a+0.5$
⇨ $P(X\ge m-\sigma)=P(m-\sigma\le X\le m)+P(X\ge m)$
$=P(m\le X\le m+\sigma)+P(X\ge m)$
$=a+0.5$

28) a

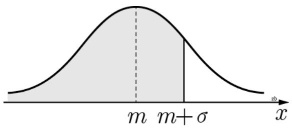
⇨ 

$\mathrm{P}(m-\sigma \le \mathrm{X} \le m) = \mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+\sigma) = a$

29) $0.5-b$

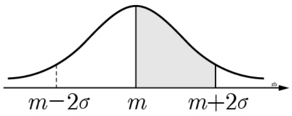
⇨ $P(X \ge m+2\sigma) = P(X \ge m) - P(m \le X \le m+2\sigma)$
$= 0.5-b$

30) $0.5+a$

⇨ 

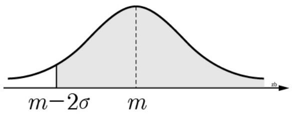
$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le m+\sigma) = \mathrm{P}(\mathrm{X} \le m) + \mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+\sigma)$
$= 0.5+a$

31) 0.4772

⇨ 

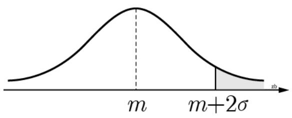
$\mathrm{P}(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m+2\sigma) = 2\mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)$
$= 0.9544$
$\therefore\ \mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+2\sigma) = 0.4772$

32) 0.9772

⇨ 

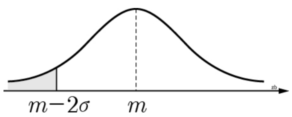
$\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m-2\sigma) = \mathrm{P}(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m) + \mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m)$
$= \mathrm{P}(m-2\sigma \le \mathrm{X} \le m) + 0.5$
$= 0.4772 + 0.5 = 0.9772$

33) 0.0228

⇨ 

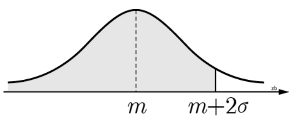
$\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m+2\sigma) = \mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m) - \mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)$
$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

34) 0.0228

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le m-2\sigma) = \mathrm{P}(\mathrm{X} \ge m+2\sigma) = 0.0228$

35) 0.9772

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le m+2\sigma) = \mathrm{P}(\mathrm{X} \le m) + \mathrm{P}(m \le \mathrm{X} \le m+2\sigma)$
$= 0.5 + 0.4772 = 0.9772$

36) 20

⇨ 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이고
$P(X \ge 25) = P(X \le 15)$이므로
$m = \dfrac{25+15}{2} = 20$

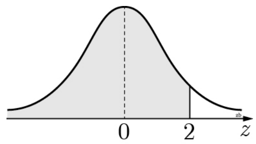
37) 40

⇨ 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이고,
$P(X \le 30) = P(X \ge 10+m)$이므로
$m = \dfrac{30+(10+m)}{2}$
$\therefore m = 40$

38) 0.8413

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 0) = 0.5$이므로
$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 1) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 0) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1)$
$= 0.5 + 0.3413$
$= 0.8413$

39) 0.9772

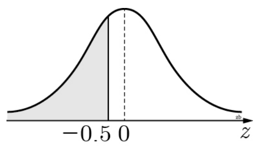
⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 2) = 0.5 + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2)$
$= 0.5 + 0.4772 = 0.9772$

40) 0.3085

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 0) = 0.5$이므로
$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 0.5) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 0) - \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= 0.5 - 0.1915$
$= 0.3085$

41) 0.3085

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le -0.5) = 0.5 - \mathrm{P}(-0.5 \le \mathrm{Z} \le 0)$
$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= 0.5 - 0.1915 = 0.3085$

42) 0.0228

⇨ $P(Z \ge 2) = P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 2)$
$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

43) 0.2857

⇨ $\mathrm{P}(0.5 \le \mathrm{Z} \le 2) = \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2) - \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= 0.4772 - 0.1915$
$= 0.2857$

44) 0.1587

⇨ $P(Z \le -1) = P(Z \ge 1)$
$= P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 1)$
$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

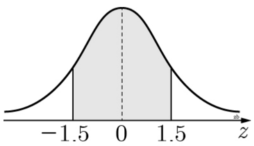
45) 0.9938

⇨ $P(Z \le 2.5) = P(Z \ge 0) + P(0 \le Z \le 2.5)$
$= 0.5 + 0.4938 = 0.9938$

46) 0.383
⇨ $\mathrm{P}(-0.5 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= \mathrm{P}(-0.5 \le \mathrm{Z} \le 0) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= 2\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 0.5)$
$= 2 \times 0.1915 = 0.383$

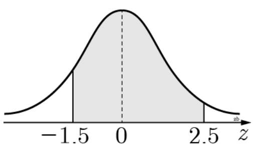
47) 0.044
⇨ $P(1.5 \le Z \le 2) = P(0 \le Z \le 2) - P(0 \le Z \le 1.5)$
$= 0.4772 - 0.4332 = 0.044$

48) 0.8664

⇨ 

$\mathrm{P}(-1.5 \le \mathrm{Z} \le 1.5) = 2\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1.5)$
$= 2 \times 0.4332 = 0.8664$

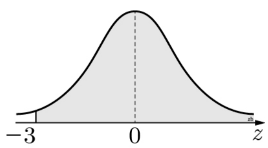
49) 0.9270

⇨ 

$\mathrm{P}(-1.5 \le \mathrm{Z} \le 2.5)$
$= \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1.5) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2.5)$
$= 0.4332 + 0.4938 = 0.9270$

50) 0.9332
⇨ $P(Z \ge -1.5) = P(-1.5 \le Z \le 0) + P(Z \ge 0)$
$= P(0 \le Z \le 1.5) + P(Z \ge 0)$
$= 0.4332 + 0.5 = 0.9332$

51) 0.9987

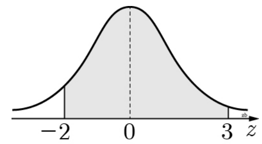
⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge -3) = \mathrm{P}(-3 \le \mathrm{Z} \le 0) + 0.5$
$= \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 3) + 0.5$
$= 0.4987 + 0.5 = 0.9987$

52) 0.1574
⇨ $P(-3 \le Z \le -1) = P(1 \le Z \le 3)$
$= P(0 \le Z \le 3) - P(0 \le Z \le 1)$
$= 0.4987 - 0.3413 = 0.1574$

53) 0.0668
⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 0) = 0.5$이므로
$\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le -1.5) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 1.5)$
$= \mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 0) - \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1.5)$
$= 0.5 - 0.4332$
$= 0.0668$

54) 0.9759

⇨ 

$\mathrm{P}(-2 \le \mathrm{Z} \le 3) = \mathrm{P}(-2 \le \mathrm{Z} \le 0) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 3)$
$= \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 3)$
$= 0.4772 + 0.4987 = 0.9759$

55) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-5}{2}$
⇨ X의 평균이 5, 표준편차가 2이므로
$\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-5}{2}$

56) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-12}{2}$
⇨ $\mathrm{N}(12,\ 4) = \mathrm{N}(12,\ 2^2)$이므로 $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-12}{2}$

57) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-7}{3}$
⇨ X의 평균이 7, 표준편차가 $\sqrt{9} = 3$이므로
$\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-7}{3}$

58) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-8}{4}$
⇨ X의 평균이 8, 표준편차가 $\sqrt{16} = 4$이므로
$\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-8}{4}$

59) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-24}{4}$
⇨ $\mathrm{N}(24,\ 16) = \mathrm{N}(24,\ 4^2)$이므로 $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-24}{4}$

60) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-3}{\sqrt{3}}$
⇨ $\mathrm{N}(3,\ 3) = \mathrm{N}(3,\ (\sqrt{3})^2)$이므로 $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-3}{\sqrt{3}}$

61) $Z = \dfrac{X-40}{4}$
⇨ X의 평균이 40, 표준편차가 4이므로 $Z = \dfrac{X-40}{4}$

62) $Z = \dfrac{X-25}{3}$
⇨ X의 평균이 25, 표준편차가 3이므로 $Z = \dfrac{X-25}{3}$

63) $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-50}{10}$

⇨ $\mathrm{N}(50,\ 100)=\mathrm{N}(50,\ 10^2)$이므로 $\mathrm{Z}=\dfrac{\mathrm{X}-50}{10}$

64) $\mathrm{Z}=\dfrac{\mathrm{X}-3.5}{0.1}$

⇨ $\mathrm{N}(3.5,\ 0.01)=\mathrm{N}(3.5,\ (0.1)^2)$이므로 $\mathrm{Z}=\dfrac{\mathrm{X}-3.5}{0.1}$

65) $\mathrm{Z}=2(\mathrm{X}-73)$

⇨ $\mathrm{N}\left(73,\ \dfrac{1}{4}\right)=\mathrm{N}\left(73,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$이므로

$\mathrm{Z}=\dfrac{\mathrm{X}-73}{\dfrac{1}{2}}=2(\mathrm{X}-73)$

66) 0.6826

⇨ $P(12 \le X \le 18)=P\left(\dfrac{12-15}{3} \le Z \le \dfrac{18-15}{3}\right)$
$=P(-1 \le Z \le 1)$
$=P(-1 \le Z \le 0)+P(0 \le Z \le 1)$
$=P(0 \le Z \le 1)+P(0 \le Z \le 1)$
$=0.3413+0.3413=0.6826$

67) 0.0228

⇨ $P(X \le 9)=P\left(Z \le \dfrac{9-15}{3}\right)$
$=P(Z \le -2)=P(Z \ge 2)$
$=P(Z \ge 0)-P(0 \le Z \le 2)$
$=0.5-0.4772=0.0228$

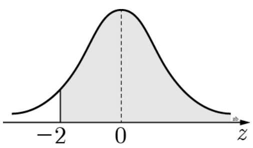
68) 0.0166

⇨ $P(35 \le X \le 38)=P\left(\dfrac{35-50}{6} \le Z \le \dfrac{38-50}{6}\right)$
$=P(-2.5 \le Z \le -2)=P(2 \le Z \le 2.5)$
$=P(0 \le Z \le 2.5)-P(0 \le Z \le 2)$
$=0.4938-0.4772=0.0166$

69) 0.9759

⇨ $P(32 \le X \le 62)=P\left(\dfrac{32-50}{6} \le Z \le \dfrac{62-50}{6}\right)$
$=P(-3 \le Z \le 2)$
$=P(-3 \le Z \le 0)+P(0 \le Z \le 2)$
$=P(0 \le Z \le 3)+P(0 \le Z \le 2)$
$=0.4987+0.4772=0.9759$

70) 0.9772

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 110)=\mathrm{P}\left(\dfrac{\mathrm{X}-150}{20} \ge \dfrac{110-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge -2)$
$=0.5+\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2)$
$=0.5+0.4772=0.9772$

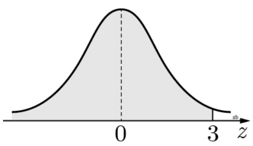
71) 0.9544

⇨ $P(80 \le X \le 120)=P\left(\dfrac{80-100}{10} \le Z \le \dfrac{120-100}{10}\right)$
$=P(-2 \le Z \le 2)$
$=P(-2 \le Z \le 0)+P(0 \le Z \le 2)$
$=P(0 \le Z \le 2)+P(0 \le Z \le 2)$
$=0.4772+0.4772=0.9544$

72) 0.2417

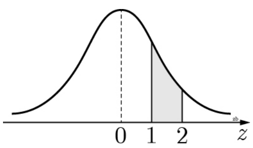
⇨ $P(85 \le X \le 95)=P\left(\dfrac{85-100}{10} \le Z \le \dfrac{95-100}{10}\right)$
$=P(-1.5 \le Z \le -0.5)$
$=P(0.5 \le Z \le 1.5)$
$=P(0 \le Z \le 1.5)-P(0 \le Z \le 0.5)$
$=0.4332-0.1915=0.2417$

73) 0.9987

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le 210)=\mathrm{P}\left(\dfrac{\mathrm{X}-150}{20} \le \dfrac{210-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 3)$
$=0.5+\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 3)$
$=0.5+0.4987=0.9987$

74) 0.1359

⇨ 

$\mathrm{P}(170 \le \mathrm{X} \le 190)$
$=\mathrm{P}\left(\dfrac{170-150}{20} \le \dfrac{\mathrm{X}-150}{20} \le \dfrac{190-150}{20}\right)$
$=\mathrm{P}(1 \le \mathrm{Z} \le 2)$
$=\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2)-\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1)$
$=0.4772-0.3413=0.1359$

75) 0.7745

⇨ $P(23 \le X \le 33)=P\left(\dfrac{23-27}{4} \le Z \le \dfrac{33-27}{4}\right)$
$=P(-1 \le Z \le 1.5)$
$=P(-1 \le Z \le 0)+P(0 \le Z \le 1.5)$
$=P(0 \le Z \le 1)+P(0 \le Z \le 1.5)$
$=0.3413+0.4332=0.7745$

76) 0.3072

⇨ $P(29 \le X \le 39)=P\left(\dfrac{29-27}{4} \le Z \le \dfrac{39-27}{4}\right)$
$=P(0.5 \le Z \le 3)$
$=P(0 \le Z \le 3)-P(0 \le Z \le 0.5)$
$=0.4987-0.1915=0.3072$

77) 45

⇨ $\mathrm{P}(30 \le \mathrm{X} \le a) = 0.4332$를 표준화하면

$\mathrm{P}\left(\dfrac{30-30}{10} \le \dfrac{\mathrm{X}-30}{10} \le \dfrac{a-30}{10}\right) = 0.4332$

$\mathrm{P}\left(0 \le \mathrm{Z} \le \dfrac{a-30}{10}\right) = 0.4332$

이때, 표준정규분포표에서

$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1.5) = 0.4332$이므로

$\dfrac{a-30}{10} = 1.5$

$\therefore\ a = 45$

78) 50

⇨ $Z = \dfrac{X-40}{5}$으로 놓으면

Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따르므로

$P(35 \le X \le k) = 0.8185$에서

$P\left(\dfrac{35-40}{5} \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.8185$

$P\left(-1 \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.8185$

$P(-1 \le Z \le 0) + P\left(0 \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.8185$

$P(0 \le Z \le 1) + P\left(0 \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.8185$

$0.3413 + P\left(0 \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.8185$

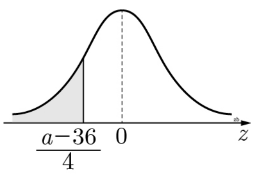
$\therefore P\left(0 \le Z \le \dfrac{k-40}{5}\right) = 0.4772$

이때 $P(0 \le Z \le 2) = 0.4772$이므로

$\dfrac{k-40}{5} = 2,\ k-40 = 10$

$\therefore k = 50$

79) 32

⇨ 

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le a) = 0.1587 < 0.5$이므로

a는 대칭축의 왼쪽에 위치한다. X를 표준화하면

$\mathrm{P}\left(\dfrac{\mathrm{X}-36}{4} \le \dfrac{a-36}{4}\right) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} \le \dfrac{a-36}{4}\right)$

$= 0.1587 = 0.5 - 0.3413$

이때, 표준정규분포표에서

$0.5 - 0.3413 = 0.5 - \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1)$

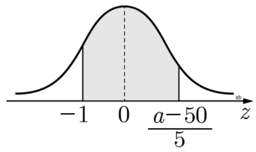
$= 0.5 - \mathrm{P}(-1 \le \mathrm{Z} \le 0)$

$= \mathrm{P}(\mathrm{Z} \le -1)$

$\dfrac{a-36}{4} = -1$

$\therefore\ a = 32$

80) 60

⇨ 

$\mathrm{P}(45 \le \mathrm{X} \le a) = \mathrm{P}\left(\dfrac{45-50}{5} \le \dfrac{\mathrm{X}-50}{5} \le \dfrac{a-50}{5}\right)$

$= \mathrm{P}\left(-1 \le \mathrm{Z} \le \dfrac{a-50}{5}\right) = 0.8185$

이때, $\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1) = 0.3413$, $\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2) = 0.4772$

이고, $0.8185 = 0.3413 + 0.4772$이므로

$\mathrm{P}\left(-1 \le \mathrm{Z} \le \dfrac{a-50}{5}\right) = 0.8185 = 0.3413 + 0.4772$

$= \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 1) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2)$

$= \mathrm{P}(-1 \le \mathrm{Z} \le 0) + \mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2)$

$= \mathrm{P}(-1 \le \mathrm{Z} \le 2)$

$\dfrac{a-50}{5} = 2$

$\therefore\ a = 60$

81) 1

⇨ $Z = \dfrac{X-20}{2}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포

$N(0,1)$을 따르므로 $P(X \ge a+20) = 0.3085$에서

$P\left(Z \ge \dfrac{a+20-20}{2}\right) = 0.3085$, $P\left(Z \ge \dfrac{a}{2}\right) = 0.3085$

$P(Z \ge 0) - P\left(0 \le Z \le \dfrac{a}{2}\right) = 0.3085$

$0.5 - P\left(0 \le Z \le \dfrac{a}{2}\right) = 0.3085$

$\therefore P\left(0 \le Z \le \dfrac{a}{2}\right) = 0.1915$

이때 $P(0 \le Z \le 0.5) = 0.1915$이므로 $\dfrac{a}{2} = 0.5$

$\therefore a = 1$

82) 27

⇨ $Z = \dfrac{X-m}{4}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포

$N(0,1)$을 따르므로 $P(X \ge 35) = 0.0228$에서

$P\left(Z \ge \dfrac{35-m}{4}\right) = 0.0228$

$P(Z \ge 0) - P\left(0 \le Z \le \dfrac{35-m}{4}\right) = 0.0228$

$0.5 - P\left(0 \le Z \le \dfrac{35-m}{4}\right) = 0.0228$

$\therefore P\left(0 \le Z \le \dfrac{35-m}{4}\right) = 0.4772$

이때 $P(0 \le Z \le 2) = 0.4772$이므로

$\dfrac{35-m}{4} = 2,\ 35-m = 8$

$\therefore m = 27$

83) 0.0228

⇨ 사과 한 개의 무게를 확률변수 X라고 하면

X는 정규분포 $N(200, 20^2)$을 따르므로

$Z=\dfrac{X-200}{20}$ 으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\ge 240)&=P\left(Z\ge\frac{240-200}{20}\right)\\&=P(Z\ge 2)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

84) 0.1587
⇨ 시험 성적을 확률변수 X라 하면
X가 $N(55,\ 5^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{X-55}{5}$로 놓으면
확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ P(X\ge 60)&=P\left(Z\ge\frac{60-55}{5}\right)=P(Z\ge 1)\\&=0.5-P(0\le Z\le 1)=0.5-0.3413=0.1587\end{aligned}$$

85) 668
⇨ 제품의 무게를 X라 하면 확률변수 X는
정규분포 $N(160,\ 4^2)$을 따른다.
이때 $Z=\dfrac{X-160}{4}$으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}P(X\le 154)\ &=P\left(Z\le\frac{154-160}{4}\right)\\&=P(Z\le -1.5)\\&=P(Z\ge 1.5)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5-0.4332=0.0668\end{aligned}$$

따라서 $154g$이하의 제품의 수는
$10000\times 0.0668=668$

86) 0.0228
⇨ 포도 한 송이의 무게를 확률변수 X라 하면
X는 정규분포 $\mathrm{N}(300,\ 25^2)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge 350)&=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\ge\frac{350-300}{25}\right)\\&=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\ge 2)\\&=0.5-\mathrm{P}(0\le \mathrm{Z}\le 2)\\&=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

87) 334
⇨ 제품의 무게를 확률변수 X라고 하면
X는 정규분포 $N(100, 10^2)$을 따르므로
$Z=\dfrac{X-100}{10}$ 으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X\ge 115)&=P\left(Z\ge\frac{115-100}{10}\right)=P(Z\ge 1.5)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5-0.4332=0.0668\end{aligned}$$

따라서 불량품의 개수는 $0.0668\times 5000=334$

88) 15.87%
⇨ 학생들의 키를 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(172, 6^2)$을 따른다.
이때 $Z=\dfrac{X-172}{6}$으로 놓으면
Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}P(X\ge 178)&=P\left(Z\ge\frac{178-172}{6}\right)=P(Z\ge 1)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.5-0.3413=0.1587\end{aligned}$$

따라서 학생들의 키가 $178\,cm$이상인 학생은
$0.1587\times 100=15.87\%$이다.

89) 0.0228
⇨ 오렌지 한 개의 무게를 확률변수 X라 하면
X가 $N(120,\ 10^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{X-120}{10}$로 놓으면
확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ P(X\ge 140)&=P\left(Z\ge\frac{140-120}{10}\right)=P(Z\ge 2)\\&=0.5-P(0\le Z\le 2)=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

90) 0.9772
⇨ $\mathrm{X}\ge 20$이면 지각하므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge 20)&=\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{X}-30}{5}\ge\frac{20-30}{5}\right)\\&=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\ge -2)\\&=\mathrm{P}(-2\le \mathrm{Z}\le 0)+0.5\\&=\mathrm{P}(0\le \mathrm{Z}\le 2)+0.5\\&=0.4772+0.5=0.9772\end{aligned}$$

91) 1336
⇨ 정규분포 $N(62,\ 12^2)$을 따르므로

$$\begin{aligned}P(X\ge 80)&=P\left(Z\ge\frac{80-62}{12}\right)=P(Z\ge 1.5)\\&=0.5-P(0\le Z\le 1.5)=0.0668\end{aligned}$$

$\therefore\ 20000\times 0.0668=1336$
따라서 합격자는 1336명이다.