

2021년 포곡고 수학(하) 기말고사

1. ${}_4P_2 - {}_5C_4 + 4!$ 의 값은? [4.1점]

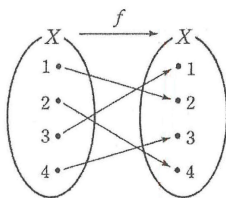
- ① 19 ② 22 ③ 25 ④ 28 ⑤ 31

2. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 함수 $f: R \rightarrow R$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x < 1) \\ 2x+1 & (x \geq 1) \end{cases} \text{ 일 때, } f(-1) + f(2) \text{의 값은? [4.2점]}$$

- ① -3 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

3. 그림과 같은 함수 $f: X \rightarrow X$ 에서 $f(2) + (f \circ f)(2) + (f \circ f \circ f)(2)$ 의 값은? [4.2점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, X 에서 X 로의 함수인 것은? [4.2점]

- ① $f(x) = 2$ ② $f(x) = x+1$ ③ $f(x) = x^2 - 1$
④ $f(x) = -x-1$ ⑤ $f(x) = x^2 + x$

5. 서로 다른 2개의 주머니에 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 각각 들어있다. 각 주머니에서 공을 1개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수의 차가 2 또는 3이 되는 경우의 수는? [4.2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. 다음은 명제 ' $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.'가 참임을 증명하는 과정이다.

실수 $\sqrt{3}$ 이 유리수라고 가정하면

$$\sqrt{3} = \frac{n}{m} \quad (m, n \text{은 서로소인 자연수})$$

으로 나타낼 수 있다.

$$n = \sqrt{3}m \text{이고 양변을 제곱하면 } n^2 = 3m^2 \text{이다.}$$

이때 n^2 이 3의 배수이므로 n 이 3의 배수이다.

따라서 $n = \boxed{f(k)}$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로

$$m^2 = \boxed{g(k)} \text{이다. 따라서 } m \text{은 3의 배수이다.}$$

따라서 m, n 이 모두 3의 배수이므로 m, n 은 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.

그러므로 $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.

$f(1) + g(2)$ 의 값은? [4.4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. 함수 $f(x)=ax+b$ 가 $f(-2)=1$, $f^{-1}(3)=2$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a , b 는 상수) [4.4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 유리함수 $y=\frac{4x+2}{2x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
[4.4점]

- ① 점 (1,6)을 지난다.
② 제4사분면을 지나지 않는다.
③ 정의역은 $\{x|x \neq \frac{1}{2} \text{인 실수}\}$ 이다.
④ 점근선의 방정식은 $x=\frac{1}{2}, y=2$ 이다.
⑤ $y=\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 2만큼
평행이동한 것이다.

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)=ax-b, g(x)=x+c$ 에
대하여 $(g \circ f)(x)=2x+3, f(1)=1$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 상수) [4.4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 만든 다섯 자리의
자연수를 작은 수부터 차례로 나열할 때, 80번째 수의 백의 자리와
일의 자리의 숫자의 합은? [4.5점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 3명의 남학생과 3명의 여학생이 일렬로 서서 사진을 찍으려고
한다. 남학생과 여학생이 교대로 서는 경우의 수를 a , 남학생들은
서로 이웃하지 않게 서는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은
[4.6점]

- ① 72 ② 144 ③ 180 ④ 216 ⑤ 288

12. 학생 9명으로 이루어진 동아리에서 3명의 대표를 뽑으려고 한다.
적어도 1명의 남학생이 포함되도록 뽑는 경우의 수가 64일 때, 이
동아리의 남학생 수는? [4.6점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 그림과 같이 반원 위에 8개의 점이 있다. 이중 2개의 점을 연결해 만들 수 있는 직선의 개수가 a , 4개의 점을 연결해 만들 수 있는 사각형의 개수가 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [5.3점]



- ① 48 ② 54 ③ 62 ④ 76 ⑤ 83

14. 집합 $X = \{x | x \geq a\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 이 역함수를 갖도록 하는 a 의 값은? [5.3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 X 중에서 다음 조건을 만족시키는 집합 X 의 개수는? [5.5점]

(가) $2 \leq n(X) < 6$
(나) 모든 원소의 합은 홀수이다.

- ① 225 ② 277 ③ 311 ④ 375 ⑤ 413

16. 함수 f 가 $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & (x \leq -1) \\ x+3 & (x > -1) \end{cases}$ 일 때, 방정식 $\{f(x)\}^2 = f(x)f^{-1}(x)$ 의 실근의 합은? [5.5점]

- ① -8 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 8

17. 유리함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프가 다음 조건을 만족한다.

(가) 원점을 지난다.
(나) 점근선의 방정식은 $x=1, y=-2$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라고 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은?
(단, a, b, c, d 는 상수, $c \neq 0$) [5.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(x) = \begin{cases} -x+5 & (x < 0) \\ \frac{2x+5}{x+1} & (x \geq 0) \end{cases}$
(나) 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 y 축 대칭이다.

$h(x) = f(x) + g(x)$ 라 할 때, 함수 $y=h(x)$ 의 최솟값은? [5.7점]

- ① $5 + \sqrt{5}$ ② $6 + \sqrt{3}$ ③ $5 + 2\sqrt{5}$
④ $6 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $7 + 2\sqrt{5}$

[논술형1] 집합 $X=\{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 7.0점]

1-1 $f(1)=3$ 인 일대일 함수 $f(x)$ 의 개수를 구하는 과정과 답을 쓰시오. [2.0점]

1-2 $f(1) \geq f(2) > f(3)$ 인 함수 $f(x)$ 의 개수를 구하는 과정과 답을 쓰시오. [5.0점]

[논술형2] 곡선 $y = \sqrt{x} (0 \leq x \leq 4)$ 위를 움직이는 점 $P(x,y)$ 와 두 점 $O(0,0), A(4,2)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이의 최댓값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [8.0점]

1) ⑤

2) ⑤

3) ③

4) ③

5) ④

6) ⑤

7) ①

8) ②

9) ④

10) ①

11) ④

12) ②

13) ②

14) ④

15) ③

16) ②

17) ③

18) ④

19) [논술형1] 1-1) 20개 1-2) 35개

20) [논술형2] 1