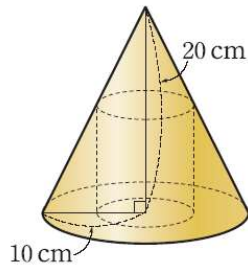
	2022학년도 수학2 기말고사 대비		DATE	
			NAME	
	중급 3회		GRADE	

1. 삼차함수 $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + b$ 가 구간 $[0, 4]$ 에서 최댓값 11, 최솟값 -9 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0$)

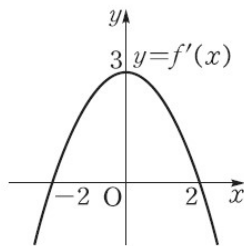
① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

2. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 10 cm, 높이가 20 cm인 원뿔의 내부에 원기둥을 내접시키려고 한다. 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 반지름의 길이는?



① $\frac{11}{3}$ cm ② $\frac{14}{3}$ cm ③ $\frac{17}{3}$ cm ④ $\frac{20}{3}$ cm ⑤ $\frac{23}{3}$ cm

3. 오른쪽 그림은 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프이다. $f(0) = 0$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 실수 k 의 값의 범위는?



① $k > 2$ ② $k > 4$ ③ $k < -4$
 ④ $2 < k < 4$ ⑤ $-4 < k < 4$

4. 함수 $f(x) = x^4 - 4x - a^2 + 4a$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 a 의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다음이 성립할 때, $f(x)$ 의 극댓값은?

$$\int \{1 - f(x)\} dx = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 2x + C$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-1) + f(3)$ 의 값은?

$$f(0) = 0, f'(x) = x + |x - 1| \quad (-\infty < x < \infty)$$

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

7. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(0) = -1, \quad g(0) = 4, \quad f'(x) + g'(x) = 4x,$$

$$\int_0^1 f(x)g(x)dx = \frac{1}{5}x^5 + x^3 - 4x$$

일 때 $f(x) - g(x)$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int_0^1 f(x)dx = 1, \quad \int_0^1 xf(x)dx = 4$$

이때 실수 k 에 대하여 $\int_0^1 (x-k)^2 f(x)dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 연속함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 와 y 에 대하여

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족시킬 때, 다음 식의 값은?

$$\int_{-2009}^{2010} f(x)dx + \int_{-2010}^{2009} f(x)dx$$

- ① -2010 ② -2009 ③ 0 ④ 2009 ⑤ 2010

10. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다음이 성립할 때, $f(-1)$ 의 값은?

$$\int_1^x f(t)dt = x^4 + x^3 - 2ax$$

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

11. $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 3$ 일 때, 다음 극한값은?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^{x^3} f(t)dt$$

- ① -9 ② -7 ③ -6 ④ -3 ⑤ -1

12. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때,

$f(1) + g(1) + a + b$ 의 값은?

$$(가) \quad \int_1^x \{2f(t) - g(t)\} dt = 3x^2 - 3x + a$$

$$(나) \quad \int_1^x \{f(t) + 2g(t)\} dt = 5x^3 - x^2 + x + b$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

13. 곡선 $y = x^2 - 5x$ 와 $y = x + a$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{4}{3}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

14. 포물선 $y = x^2 + 4$ 위의 점 P(6, 40)에서의 접선과 포물선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 9 ② $\frac{28}{3}$ ③ 10 ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ 11

15. 두 점 P와 Q는 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이고 있는데, 시간 t 에서 두 점 P와 Q의 속도가 $v_P = 2t + 1$ 과 $v_Q = t + a$ 라고 한다. 점 P는 원점에서 출발하고 점 Q는 $x = 2$ 에서 출발하여 $t = 10$ 일 때 점 P의 좌표가 점 Q의 좌표보다 8만큼 크다. 이때 a 의 값은? (단, a 는 상수)

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

16. 30 m/초의 속도로 달리던 열차의 기관사가 전방 150 m에 있는 장애물을 발견하고 제동을 걸었다. 제동을 걸고 t 초 뒤의 열차의 속도가 $30 - at$ (m/초)라고 할 때(a 는 양수인 상수), 이 열차가 장애물과 부딪히기 전에 정지하기 위한 a 의 값의 범위는?

- ① $0 < a \leq 3$ ② $a > 3$ ③ $a \geq 3$
④ $3 < a \leq 6$ ⑤ $a > 6$

서술형 논술형 주관식

17. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - n = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n 의 개수를 구하여라.

18. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B가 원점에서 동시에 출발한 지 t 초 후의 위치는 각각 $-\frac{1}{3}t^3 + 2t^2$, $-\frac{1}{6}t^3 + \frac{3}{2}t^2$ 이라고 한다. 두 점 A, B가 서로 반대 방향으로 움직인 시간(초)을 구하여라.

19. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

$$(가) \quad \frac{d}{dx} \int_0^x f(t)dt = \int_1^x \frac{d}{dt} f(t)dt$$

$$(나) \quad \int_0^y \frac{d}{dt} f(t)dt = \frac{d}{dy} \int_{-1}^y f(t)dt$$

21. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

20. 정적분 $\int_0^5 (|x-1| + |x-3|)dx$ 를 구하여라.

-
- 1) [정답] : ⑤
 - 2) [정답] : ④
 - 3) [정답] : ⑤
 - 4) [정답] : ①
 - 5) [정답] : ③
 - 6) [정답] : ⑤
 - 7) [정답] : ①
 - 8) [정답] : ④
 - 9) [정답] : ③
 - 10) [정답] : ③
 - 11) [정답] : ④
 - 12) [정답] : ⑤
 - 13) [정답] : ①
 - 14) [정답] : ④
 - 15) [정답] : ②
 - 16) [정답] : ②
 - 17) [정답] : 31개
 - 18) [정답] : 2초
 - 19) [정답] : 1
 - 20) [정답] : 15
 - 21) [정답] : $\frac{1}{6}$