



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-13  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [유리식]

두 다항식  $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여  $\frac{A}{B}$  꼴로 나타낸 식

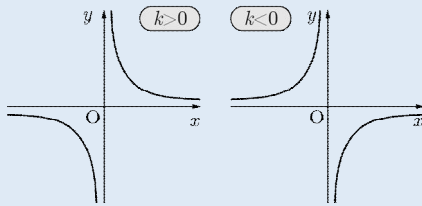
#### [유리함수와 다항함수]

함수  $y=f(x)$ 에 대해

- 유리함수:  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 유리식인 함수
- 다항함수:  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 다항식인 함수

#### [유리함수 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 정의역과 치역은 모두 0을 제외한 실수전체의 집합이다.
- $k > 0$ 이면 그래프는 제 1, 3 사분면에 있고,  
 $k < 0$ 이면 그래프는 제 2, 4 사분면에 있다.
- 점근선은  $x$ 축,  $y$ 축이다.
- 원점과 직선  $y=\pm x$ 에 대하여 대칭이다.



#### [함수 $y=\frac{k}{x-p}+q (k \neq 0)$ 의 그래프]

- 유리함수  $y=\frac{k}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방  
향으로  $q$ 만큼 평행이동한 것이다.
- 정의역은  $\{x|x \neq p \text{인 실수}\}$ 이고, 치역은  $\{y|y \neq q \text{인 실수}\}$ 이다.
- 점근선은 두 직선  $x=p, y=q$ 이다.
- 점  $(p, q)$ 에 대하여 대칭이다.

### 기본문제

[예제]

#### 1. 유리식 $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x-2}$ 를 간단히 하면?

- ①  $\frac{-2x-2}{(x-1)(x-2)}$       ②  $\frac{-2x}{(x-1)(x-2)}$   
③  $\frac{-2x+6}{(x-1)(x-2)}$       ④  $\frac{2x}{(x-1)(x-2)}$   
⑤  $\frac{2x+2}{(x-1)(x-2)}$

[문제]

#### 2. 유리식 $3 + \frac{2}{x-1}$ 를 계산하면?

- ①  $\frac{3x+2}{x-1}$       ②  $\frac{3x+1}{x-1}$   
③  $\frac{3x}{x-1}$       ④  $\frac{3x-1}{x-1}$   
⑤  $\frac{3x-2}{x-1}$

[문제]

#### 3. 다음 함수 중 정의역이 실수 전체가 될 수 있는 함수만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ.  $y = -\frac{4x+1}{x}$   
ㄴ.  $y = \frac{3x+1}{x^2+x+3}$   
ㄷ.  $y = |x^2-3x|+1$

- ① ㄱ      ② ㄴ  
③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄱ, ㄷ  
⑤ ㄴ, ㄷ

[문제]

#### 4. 다음 사분면 중 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프가 지나는 사분면을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 제1사분면  
ㄴ. 제2사분면  
ㄷ. 제3사분면  
ㄹ. 제4사분면

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ      ② ㄱ, ㄴ, ㄹ  
③ ㄱ, ㄷ, ㄹ      ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

[예제]

5. 함수  $y = \frac{1}{x-3} + 2$ 에서 점근선의 방정식이  $x = a$ ,  
 $y = b$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+2b$ 의 값은?

- ① 6                                  ② 7  
 ③ 8                                  ④ 9  
 ⑤ 10

[문제]

6. 함수  $y = -\frac{2}{x+1} + 2$ 에서 두 점근선의 교점의 좌  
 표는?

- ①  $(-1, -2)$                       ②  $(-1, 2)$   
 ③  $(1, -2)$                         ④  $(1, 2)$   
 ⑤  $(2, -1)$

[예제]

7. 함수  $y = \frac{bx+1}{x-1}$ 에서 점근선의 방정식이  $x = a$ ,  
 $y = 3$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합은?

- ① 0                                  ② 1  
 ③ 2                                  ④ 3  
 ⑤ 4

[문제]

8. 함수  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ 의 그래프가 점  $(a, b)$ 를 기준으  
 로 대칭일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① -2                                  ② -1  
 ③ 0                                  ④ 1  
 ⑤ 2

평가문제

[소단원 확인 문제]

9. 함수  $y = \frac{2x+1}{x+3}$ 에 대하여

정의역을  $\{x \mid x \neq a \text{인 모든 실수}\}$ ,치역을  $\{y \mid y \neq b \text{인 모든 실수}\}$ 라 할 때, 두 상수  $a, b$ 의 합은?

- ① -2                                  ② -1  
 ③ 0                                  ④ 1  
 ⑤ 2

[소단원 확인 문제]

10. 함수  $y = -\frac{3}{x-a} + 1$ 의 그래프가 직선  $y = x$ 를 기  
 준으로 대칭일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 0                                  ② 1  
 ③ 2                                  ④ 3  
 ⑤ 4

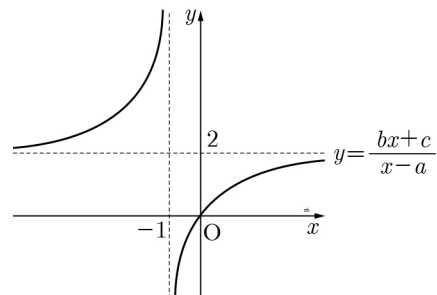
[소단원 확인 문제]

11. 함수  $y = \frac{2x-1}{x-3}$ 의 그래프는  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그  
 래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$   
 만큼 평행이동한 것이다. 이때 세 실수  $k, m, n$ 의  
 합  $k+m+n$ 의 값은?

- ① 6                                  ② 7  
 ③ 8                                  ④ 9  
 ⑤ 10

[소단원 확인 문제]

12. 함수  $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을  
 때, 세 실수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값은?



- ① -2                                  ② -1  
 ③ 0                                  ④ 1  
 ⑤ 2

[소단원 확인 문제]

13. 농도가 5%인 용액 200g에  $x$ g의 물을 더 넣어 만든 용액의 농도가  $y\%$ 라고 하자. 다음 중  $y$ 를  $x$ 에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

- ①  $y = \frac{500}{95+x}$       ②  $y = \frac{1000}{90+x}$   
 ③  $y = \frac{500}{100+x}$       ④  $y = \frac{1000}{200+x}$   
 ⑤  $y = \frac{1000+100x}{200+x}$

[중단원 연습 문제]

14. 함수  $y = \frac{3x-1}{6+2x}$ 에 대한 설명으로 알맞은 것은?

- ① 점근선은  $x = -3$ ,  $y = \frac{1}{2}$ 이다.  
 ② 치역은  $\{y \mid y \neq -3 \text{인 모든 실수}\}$ 이다.  
 ③ 정의역은  $\{x \mid x \neq \frac{3}{2} \text{인 모든 실수}\}$ 이다.  
 ④ 함수의 그래프는 점  $(-3, \frac{3}{2})$ 에 대하여 대칭이다.  
 ⑤ 함수는 점  $(-3, -10)$ 을 지난다.

[중단원 연습 문제]

15. 함수  $y = \frac{bx+1}{x-a}$ 의 그래프의 점근선이 두 직선  $x = -1$ ,  $y = 2$ 일 때, 두 상수  $a$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ① -2      ② -1  
 ③ 0      ④ 1  
 ⑤ 2

[중단원 연습 문제]

16.  $4 \leq x \leq 5$ 에서 함수  $y = \frac{3x+a}{x-2}$ 의 최댓값이 6일 때, 최솟값은?

- ① 3      ② 4  
 ③ 5      ④ 6  
 ⑤ 7

[중단원 연습 문제]

17. 함수  $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동 하면 함수  $y = \frac{2x+k}{x-3}$ 의 그래프와 일치한다. 이때 세 상수  $m, n, k$ 의 합  $m+n+k$ 의 값은?

- ① -3      ② -2  
 ③ -1      ④ 0  
 ⑤ 1

[중단원 연습 문제]

18. 두 함수  $f(x) = \frac{2x+3}{x+a}$ ,  $g(x) = \frac{3x+3}{x-2}$ 에 대하여  $g(f(x)) = x$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -5      ② -3  
 ③ -1      ④ 1  
 ⑤ 3

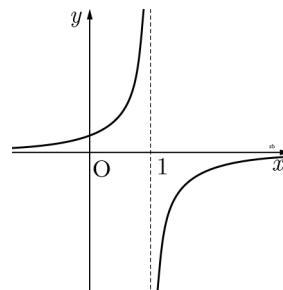
[중단원 연습 문제]

19. 정의역이  $\{x \mid x > 3\}$ 인 함수  $y = \frac{4}{x-3} + 1$ 의 그래프 위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 점  $P$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q$ ,  $R$ 라고 할 때,  $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 의 최솟값은?

- ① 6      ② 7  
 ③ 8      ④ 9  
 ⑤ 10

[대단원 종합 문제]

20. 함수  $y = \frac{bx-3}{x+a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?



- ① -2      ② -1  
 ③ 0      ④ 1  
 ⑤ 2

[대단원 종합 문제]

21. 다음 함수 중에서 그 그래프를 평행이동하여 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $y = \frac{1}{x-4}$	ㄴ. $y = \frac{-3x-1}{3x+2}$
ㄷ. $y = \frac{3x-4}{x-1}$	

- ① ㄱ                      ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄴ                ④ ㄱ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 종합 문제]

22. 두 함수  $f, g$ 에서  $f(x) = \frac{-x+6}{x-3}$ ,  
 $f(x-1) = g(x+3)$ 이 성립할 때,  $g(1)$ 의 값은?

- ①  $-\frac{3}{2}$                       ②  $-1$   
 ③  $-\frac{1}{2}$                       ④  $0$   
 ⑤  $\frac{1}{2}$

[대단원 종합 문제]

23. 함수  $f(x) = \frac{bx-5}{x-a}$ 의 그래프의 점근선이 두 직선  $x=3, y=3$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 3이 아닌 모든 실수 $x$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$
ㄴ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.
ㄷ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x-3$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄴ                ④ ㄱ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원 종합 문제]

24. 함수  $y = \frac{3x-2}{x-2}$ 의 그래프가 직선  $y = -x + k$ 와 만나지 않도록 하는 실수  $k$ 의 범위를 바르게 구한 것은?

- ①  $k < -9$  또는  $k > 1$       ②  $k < 1$  또는  $k > 9$   
 ③  $-9 < k < -1$               ④  $-1 < k < 9$   
 ⑤  $1 < k < 9$



## 정답 및 해설

1) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x-2} &= \frac{2}{x-1} - \frac{4}{x-2} \\
 &= \frac{2(x-2)-4(x-1)}{(x-1)(x-2)} \\
 &= \frac{-2x}{(x-1)(x-2)}
 \end{aligned}$$

2) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad 3 + \frac{2}{x-1} &= \frac{3x-3}{x-1} + \frac{2}{x-1} \\
 &= \frac{3x-1}{x-1}
 \end{aligned}$$

3) [정답] ⑤

[해설] ㄱ.  $x \neq 0$ 이므로 정의역이 실수 전체가 될 수 없다.

ㄴ. 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$x^2 + x + 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \text{ 이 성립하므로}$$

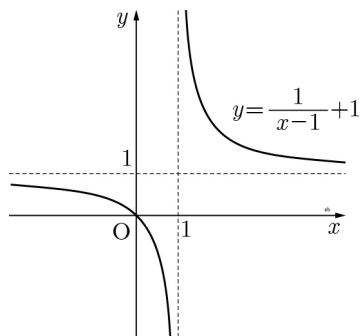
정의역은 실수 전체가 될 수 있다.

ㄷ. 다항함수이므로 정의역은 실수 전체가 될 수 있다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

4) [정답] ②

[해설] 함수  $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 은 점근선의 방정식이  $x=1, y=1$ 이고 원점을 지나므로 그래프는 다음과 같다.



따라서 그래프는 제 1, 2, 4사분면을 지난다.

5) [정답] ②

[해설]  $y = \frac{1}{x-3} + 2$ 에서 점근선의 방정식은  $x=3, y=2$ 이므로  $a=3, b=2$ 이다.  
따라서  $a+2b=3+4=7$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] 함수  $y = -\frac{2}{x+1} + 2$ 에서 점근선의 방정식은  $x=-1, y=2$ 이므로 두 점근선의 교점의 좌표는  $(-1, 2)$ 이다.

7) [정답] ⑤

[해설] 함수  $y = \frac{bx+1}{x-1}$ 에서 점근선의 방정식은  $x=1, y=b$ 인데, 그것이  $x=a, y=3$ 이므로  $a=1, b=3$ 이 되어  $a+b=4$ 이다.

8) [정답] ④

[해설] 유리함수  $y = \frac{k}{x-a} + b$ 의 그래프는 두 점근선의 교점인 점  $(a, b)$ 를 기준으로 대칭이다.

따라서 함수  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ 의 두 점근선의 교점은  $(2, -1)$ 이므로  $a=2, b=-1$ 이다.

따라서  $a+b=1$ 이다.

9) [정답] ②

[해설]  $y = \frac{2x+1}{x+3} = \frac{-5}{x+3} + 2$ 에서

정의역  $\{x | x \neq -3 \text{인 모든 실수}\}$

치역은  $\{y | y \neq 2 \text{인 모든 실수}\}$ 이므로  $-3+2=-1$

10) [정답] ②

[해설]  $y = -\frac{3}{x-a} + 1$ 이 직선  $y=x$ 를 기준으로

대칭이기 위해서는 두 점근선의 방정식

$x=a, y=1$ 의 교점인  $(a, 1)$ 이  $y=x$  위에 존재해야 한다. 따라서  $a=1$ 이다.

11) [정답] ⑤

[해설]  $y = \frac{2x-1}{x-3} = \frac{5}{x-3} + 2$ 이므로

$y = \frac{5}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3만큼,

$y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서  $k=5, m=3, n=2$ 이므로

$k+m+n=10$ 이다.

12) [정답] ④

[해설] 유리함수의 그래프에서 점근선의 방정식이

$x=-1, y=2$ 이므로  $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 에서

$a=-1, b=2$ 이다.

함수  $y = \frac{2x+c}{x+1}$ 의 그래프가 점  $(0, 0)$ 을

지나므로 대입하면  $c=0$ 이다.

따라서  $a+b+c=1$ 이다.

13) [정답] ④

[해설] 용액에서 농도의 식은 농도 =  $\frac{\text{용질의 양}}{\text{용액의 양}} \times 100$

이므로 200g에서 농도가 5%이면 용질의 양은

$$200 \times \frac{5}{100} = 10 \text{g이다.}$$

따라서  $y = \frac{10}{200+x} \times 100 = \frac{1000}{200+x}$  이다.

14) [정답] ④

[해설] 주어진 함수  $y = \frac{3x-1}{6+2x}$  는

점근선  $x=-3$ ,  $y=\frac{3}{2}$  의 교점  $(-3, \frac{3}{2})$  에 대하여 대칭이다.

15) [정답] ①

[해설]  $y = \frac{bx+1}{x-a} = \frac{ab+1}{x-a} + b$  에서 점근선의 방정식은  $x=a$ ,  $y=b$  이다. 이 직선이  $x=-1$ ,  $y=2$  이므로  $a=-1$ ,  $b=2$  이다. 따라서  $ab=-2$  이다.

16) [정답] ③

[해설]  $4 \leq x \leq 5$  에서  $y = \frac{3x+a}{x-2} = \frac{a+6}{x-2} + 3$  의 최댓값 6이 3보다 크므로  $a+6 > 0$  이다.

따라서  $x=4$  일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \frac{12+a}{4-2}$$

$$a=0$$

따라서 최솟값은  $x=5$  에서의 함수값이므로

$$y = \frac{3 \times 5}{5-2} = 5 \text{ 이다.}$$

17) [정답] ①

[해설]  $y = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$  이고

$$y = \frac{2x+k}{x-3} = \frac{6+k}{x-3} + 2 \text{ 이므로}$$

$$m=2, n=-1, k=-4 \text{ 이다.}$$

따라서  $m+n+k=-3$  이다.

18) [정답] ②

[해설]  $g(f(x))=x$  이기 위해서는  $f(x)=g^{-1}(x)$

즉, 두 함수는 역함수 관계이다.

$f(x)$  에서의 점근선의 방정식은

$$x=-a, y=2 \text{ 이고}$$

$g(x)$  에서의 점근선의 방정식은

$$x=2, y=3 \text{ 이므로}$$

$-a=3$ , 즉,  $a=-3$  이어야  $g(f(x))=x$  가 성립한다.

19) [정답] ③

[해설]  $y = \frac{4}{x-3} + 1$  위의 점을  $P(a, b)$  라 하면

$$b = \frac{4}{a-3} + 1 \text{ 이다.}$$

$$\overline{PQ} = b = \frac{4}{a-3} + 1, \overline{PR} = a \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} + \overline{PR} = a + \frac{4}{a-3} + 1$$

$$= a - 3 + \frac{4}{a-3} + 4 \geq 2\sqrt{(a-3) \cdot \frac{4}{a-3}} + 4 = 8$$

따라서  $\overline{PQ} + \overline{PR}$  의 최솟값은 8이다.

20) [정답] ②

[해설]  $y = \frac{bx-3}{x+a} = \frac{-ab-3}{x-(-a)} + b$  의 그래프에 의해

점근선이  $x=1$ ,  $y=0$  이므로

$$a=-1, b=0 \text{ 이다.}$$

따라서  $a+b=0-1=-1$  이다.

21) [정답] ①

[해설]  $\neg$ .  $x$  축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{x} \text{ 와 겹쳐질 수 있다.}$$

$$\angle. y = \frac{\frac{1}{3}}{x + \frac{2}{3}} - 1 \text{ 이므로 겹쳐질 수 없다.}$$

$$\cap. y = \frac{-1}{x-1} + 3 \text{ 이므로 겹쳐질 수 없다.}$$

따라서 옳은 것은  $\neg$  이다.

22) [정답] ①

[해설]  $f(x-1)=g(x+3)$  이 성립하므로

$x=-2$  를 대입하면  $f(-3)=g(1)$  이다.

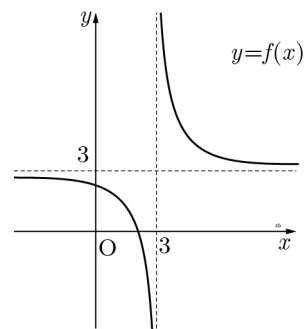
$$\text{따라서 } g(1)=f(-3)=\frac{3+6}{-3-3}=-\frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

23) [정답] ③

[해설]  $a=3$ ,  $b=3$  이다.

$\neg$ . 두 점근선의 교점  $(3, 3)$  이 직선  $y=x$  위에 있으므로  $f^{-1}(x)=f(x)$  이다. (참)

$\angle$ . 함수  $y=f(x)=\frac{3x-5}{x-3}$  의 그래프가 다음과 같다.



따라서 제3사분면을 지나지 않는다. (참)

$\cap$ . 함수  $y=f(x)$  의 그래프가 직선  $y=x-3$  에 대하여 대칭한다면, 직선  $y=x-3$  는 점근선의 교점  $(3, 3)$  을 지나야 하는데, 지나지 않으므로 대칭이라고 할 수 없다. (거짓)

따라서 옳은 것은  $\neg$ ,  $\angle$  이다.

24) [정답] ⑤

[해설] 함수  $y = \frac{3x-2}{x-2} = \frac{4}{x-2} + 3$ 의 그래프와

직선  $y = -x + k$ 가 만나지 않으려면

$$\frac{4}{x-2} + 3 = -x + k$$

$$x^2 + (1-k)x - 2 + 2k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 할 때

$$D = (1-k)^2 - 4 \times (-2 + 2k)$$

$$= k^2 - 10k + 9 < 0$$

$$(k-1)(k-9) < 0$$

따라서 실수  $k$ 의 값의 범위는  $1 < k < 9$