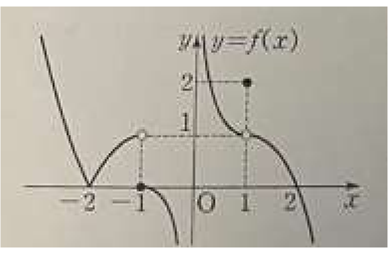
2022년 고림고 수학2 중간고사

1. 함수 $y=2022$의 도함수 y'은?

① $y'=-2$ ② $y'=-1$ ③ $y'=0$
④ $y'=1$ ⑤ $y'=2$

2. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,
$\lim_{x\to-2}f(x)+\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1}f(x)$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}f(x)=3$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{f(x)+2x}{x^2+3x}$의 값은?

① $-\frac{7}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

4. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x}}{x+2}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 곡선 $y=x^2+6x$위의 점 $(-1,\ -5)$에서의 접선의 기울기는?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

6. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$에 대하여 $f(1)=2,\ f'(1)=5$일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 $2 \le f(x) \le 3$을 만족할 때 $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{f(x)-1}$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

8. $\lim_{x \to 0} \frac{-1+\sqrt{1+4x}}{x}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

9. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 네 점 $A(-2,\ 3)$, $B(0,\ -1)$, $C(1,\ 2)$, $D(2,\ 1)$을 지난다. 방정식 $f(x)=x^2$에 대해 항상 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 닫힌구간 [-2, 0]에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
ㄴ. 닫힌구간 [0, 1]에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
ㄷ. 닫힌구간 [1, 2]에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 함수 $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & (x \ge -1) \\ x^3+x & (x < -1) \end{cases}$가 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 등식 $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{ax-2}+b}{x-3} = \frac{1}{2}$가 성립하도록 하는 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은? (단, $a>1$이다.)

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

12. 함수 $f(x)=(x-1)(x+1)(x+2)$에 대하여 $\lim_{x \to \infty} x\left\{f\left(1+\frac{3}{x}\right)-f\left(1-\frac{2}{x}\right)\right\}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 24 ④ 30 ⑤ 35

13. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{3x^2 - x + 5} = 2$, $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{2}$을 만족할 때, $f(-1)$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

14. 다항식 $p(x) = \sum_{k=1}^{10} kx^k$을 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 하자. $R(2)$의 값은?

① 55 ② 110 ③ 220 ④ 385 ⑤ 440

15. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax+b & (|x-1| > 2) \\ (x-1)(x+2) & (|x-1| \le 2) \end{cases}$가 모든 실수에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-4}{x-2} = -4$, $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)g(x)+4}{x^2-4} = 4$를 만족할 때, 함수 $y = g(x)$ 위의
점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 방정식의 y절편은?

① -10 ② -7 ③ -5 ④ -1 ⑤ 4

17. 점수 $A(1,\ 3)$에서 곡선 $y = -x^2 + 3x$에 그은 두 접선의 접점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

18. 정수 a, b에 대하여 함수 $y = |x^2 + ax + b|$는 열린구간 $(0,\ 4)$에서 미분가능하지 않은 점이 2개 존재한다고 한다. 이때 이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 다항함수 $f(x)$와 상수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\begin{cases} f(x) & (0 \le x \le 2) \\ ax^2+bx-2 & (2 < x \le 4) \end{cases}$라 하자. $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(1)+a+b$의 값은?

(가) $g(x)$는 닫힌구간 [0, 4]에서 연속이고, 열린구간 (0, 4)에서 미분가능하다.
(나) $g(0)=0$, $g(2)=4$ 이다.
(다) 열린구간 (0, 4)에 속하는 모든 c에 대하여 $0 \le g'(c) \le 2$이다.

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$\lim_{x\to 2}\{f(x)+g(x)\}=2$, $\lim_{x\to 2}\{f(x)-g(x)\}=4$를 만족한다.

이때 $f(2)$와 $g(2)$를 각각 구하고, 그 과정을 서술하시오.

21. 함수 $f(x)=x^2+|x|$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(2-1) 연속의 정의를 이용하여 함수 $f(x)$rk $x=0$에서 연속인지 불연속인지 조사하고, 그 과정을 서술하시오.

(2-2) 미분계수의 정의를 이용하여 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능한지 조사하고, 그 과정을 서술하시오.

1) ③

2) ①

3) ⑤

4) ②

5) ③

6) ②

7) ①

8) ④

9) ④

10) ①

11) ①

12) ④

13) ⑤

14) ⑤

15) ④

16) ②

17) ③

18) ②

19) ①

20) $f(x)$, $g(x)$가 다항함수이므로 실수 전체의 집합에서 연속이다. 따라서 $\lim_{x\to 2}\{f(x)+g(x)\}=f(2)+g(2)=2$ $\lim_{x\to 2}\{f(x)-g(x)\}=f(2)-g(2)=4$
두 식을 연립하면 $f(2)=3, g(2)=-1$

21)
(2-1) $f(0)=0$, $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}(x^2+|x|)=0$이고 $f(0)=\lim_{x\to 0}f(x)$이므로 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

(2-2) $f(x)=\begin{cases} x^2+x & (x\geq 0) \\ x^2-x & (x<0) \end{cases}$이므로
$\lim_{h\to 0+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{h^2+|h|}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{h^2+h}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{h(h+1)}{h}=1$
또, $\lim_{h\to 0-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{h^2+|h|}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{h^2-h}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{h(h-1)}{h}=-1$이고, $\lim_{h\to 0+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}\neq\lim_{h\to 0-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$이므로 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다.