

2020학년도 1학기(2)차 지필평가 문제지 (확률과 통계)과

2020년 7월 31일 2교시 (3)학년 (1 ~ 8)반 (8)학급

과목코드 (04)

이 시험문제의 저작권은 용인상계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 18문항(75점), 논술형: 4문항(25점), • 총점: 100점

1. 이산확률변수로 적절한 것은? [3.3점]

- ① 어느 공장에서 생산한 전구의 수명
- ② 어느 날 한 식물원의 실내 최고 온도
- ③ 어느 제과에서 생산하는 과자의 평균 무게
- ④ 어느 가게에서 계산하기 위해 기다리는 시간
- ⑤ 어느 축구선수가 승부차기에서 슛을 성공한 횟수

2. 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같을 때, p 의 값을 구하면? [3.4점]

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	p	$\frac{1}{10}$	1

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

3. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = k \quad (0 \leq x \leq 6)$$

일 때, 상수 k 의 값은? [3.5점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

4. 이산확률변수 X 의 평균, 분산이 각각 10, 9일 때, 확률변수 $Y = 2X - 5$ 의 평균을 m , 분산을 σ^2 라 하자. $m + \sigma^2$ 의 값은? [3.9점]

- ① 15 ② 28 ③ 33 ④ 46 ⑤ 51

5. 어느 시장의 상인 조합에서 홍보를 목적으로 100장의 즉석 복권을 제작하였다. 이 복권의 당첨 금액과 복권 수가 다음 표와 같을 때, 이 복권 한 장당 기대할 수 있는 당첨 금액은? [4.0점]

당첨 금액	1000원	5000원	10000원	50000원	합계
복권 수	30장	40장	20장	10장	100장

- ① 6600원 ② 7200원 ③ 8400원
- ④ 9300원 ⑤ 12000원

6. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{60}C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{60-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 60)$$

일 때, X 의 기댓값은? [4.1점]

- ① 5 ② 9 ③ 13 ④ 15 ⑤ 20

7. 표적 명중률이 75%인 어느 클레이 사격 선수가 4번의 사격을 할 때, 2번 이상 명중시킬 확률은? [4.2점]

- ① $\frac{75}{256}$ ② $\frac{135}{256}$ ③ $\frac{197}{256}$ ④ $\frac{243}{256}$ ⑤ $\frac{249}{256}$

8. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고

$P(X \geq 30) = P(X \leq 10)$ 일 때, m 의 값은? [3.6점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

9. 확률변수 Z 가 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 확률 $P(-1 \leq Z \leq 1.5)$ 을 구하면? [3.7점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

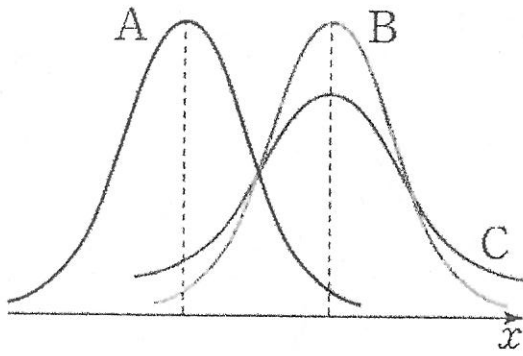
- ① 0.1915 ② 0.3413 ③ 0.3830 ④ 0.5328 ⑤ 0.7745

10. 확률변수 X 가 정규분포 $N(10, 2^2)$ 을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 확률 $P(8 \leq X \leq 12)$ 을 구하면? [3.8점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① 0.1587 ② 0.3413 ③ 0.3830 ④ 0.6826 ⑤ 0.8664

11. 세 학교 A, B, C의 수학 성적은 각각 정규분포를 따르고, 정규분포곡선은 다음 그림과 같다. 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4.3점]



< 보 기 >

- ㄱ. A학교의 평균 성적과 B학교의 평균 성적은 같다.
 ㄴ. A학교 성적의 표준편차보다 C학교 성적의 표준편차가 더 크다.
 ㄷ. B학교 성적의 표준편차와 C학교 성적의 표준편차는 같다.
 ㄹ. C학교의 평균 성적은 A학교의 평균 성적보다 더 높다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

12. 어느 단체 회원 중에서 혈액형이 B형인 사람의 비율은 전체의 25 %라고 한다. 이 단체 회원 중에서 임의로 4800명을 조사할 때, 표준정규분포표를 이용하여 혈액형이 B형인 사람이 1170명 이상 1200명 이하일 확률을 구하면? [4.4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① 0.1915 ② 0.3413 ③ 0.4332 ④ 0.5328 ⑤ 0.7745

13. 어느 도시에서 공용 자전거의 1회 이용 시간은 평균이 50분, 표준편차가 12분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 공용 자전거를 이용한 시민 중에서 36명을 임의추출할 때, 표준정규분포표를 이용하여 1회 이용 시간의 평균이 47분 이상 53분 이하일 확률을 구하면? [4.5점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① 0.1915 ② 0.3413 ③ 0.4332 ④ 0.5328 ⑤ 0.8664

14. 정규분포 $N(27, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 \bar{X} 라고 하자. 이때, $P(26 \leq \bar{X} \leq 28) = 0.9876$ 을 만족시키는 n 의 값을 구하면? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.4938$ 로 계산한다.) [4.6점]

- ① 25 ② 50 ③ 100 ④ 500 ⑤ 2000

15. 탑승 가능한 좌석이 80석인 어느 항공 노선에서 전산 오류로 인해 82명이 예약되었다고 한다. 예약된 사람이 사전 통보 없이 탑승하지 않을 확률이 0.05라고 할 때, 좌석이 부족하지 않을 확률을 구하는 과정이다.
(단, $0.95^{81} = 0.0157$, $0.95^{82} = 0.0149$ 로 계산한다.)

탑승하는 사람의 수를 확률변수 X 라고 하면
확률변수 X 의 확률분포는

$$P(X=x) = {}_{82}C_x p^x q^{82-x} (x=0, 1, 2, \dots, 82)$$

이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \leq r) &= 1 - \{P(X=81) + P(X=82)\} \\ &= 1 - ({}_{82}C_{81} p^{81} q + {}_{82}C_{82} p^{82}) \\ &= 1 - 0.07927 = 0.92073 \end{aligned}$$

따라서 좌석이 부족하지 않을 확률은 0.92073이다.

위의 p, q, r 에 알맞은 수에 대하여 $p+2q+\frac{1}{10}r$ 의 값은?

[4.7점]

- ① 9.00 ② 9.05 ③ 9.25 ④ 9.40 ⑤ 9.95

16. 어느 통신사 이용자들의 1일 통화 시간은 표준편차가 20분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 통신사 이용자 중에서 n 명을 임의추출하여 1일 통화 시간을 조사하였더니 평균이 50분이었다. 이 통신사 전체 이용자의 평균 1일 통화 시간 m 분에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 길이가 7.84일 때, n 의 값은?(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4.8점]

- ① 100 ② 200 ③ 300 ④ 400 ⑤ 500

17. 정규분포 $N(m, 225)$ 를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본의 평균이 70이었다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [5점]

< 보 기 >

ㄱ. 모표준편차 σ 는 15이다.

ㄴ. 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은 $67.06 \leq m \leq 72.94$ 이다.

ㄷ. 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간의 길이는 7.74이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 이산확률변수 X 의 확률분포가 다음과 같다.

X	0	1	2	...	8	합계
$P(X=x)$	p_0	p_1	p_2	...	p_8	1

(단, $p_i > 0$ 이고, $i=0, 1, 2, \dots, 8$ 이다.)

집합 $\{x | 0 \leq x \leq 8\}$ 에서 정의된 두 함수 $F(x), G(x)$ 가

$$F(x) = P(0 \leq X \leq x), \quad G(x) = P(X > x)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[5.2점]

< 보 기 >

ㄱ. $G(3) = 1 - F(3)$

ㄴ. $P(2 \leq X \leq 5) = F(5) - F(2)$

ㄷ. $P(3 \leq X \leq 6) = G(2) - G(6)$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

논술형

[논술형 1]

한 개의 동전을 세 번 던지는 시행에서 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하시오. [총 5점]

1-1. X 의 확률분포를 표로 나타내시오. (3점)

X	합계
$P(X=x)$	1

1-2. 뒷면이 한 번 이상 나올 확률을 구하고, 그 과정을 논하시오. (2점)

[논술형 2]

정규분포 $N(5, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 에 대하여 다음을 구하시오.

[총 6점]

2-1. \bar{X} 의 평균을 구하시오. (2점)

2-2. \bar{X} 의 표준편차를 구하시오. (2점)

2-3. 표준정규분포표를 이용하여 확률 $P(3 \leq \bar{X} \leq 5)$ 을 구하시오. (2점)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
2.0	0.4772



[논술형 3]

이항분포 $B(50, p)$ 을 따르는 확률변수 X 의 평균이 10일 때, $E(X^2)$ 의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [7점]

[논술형4]

어느 대학에서 166명의 신입생을 선발하기 위해 입학시험을 시행하였다. 응시자 1000명의 성적은 평균이 820점, 표준편차가 50점인 정규분포를 따른다고 할 때, 합격자의 최저점수를 구하고, 그 과정을 논술하시오.(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.97) = 0.334$ 로 계산한다.)[7점]

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.