# 1-2.근호를 포함한 식의 계산\_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-03
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

#### 단원 ISSUE /

이 단원에서는 제곱근의 곱셈과 나눗셈을 이용한 문제, 분모의 유 리화 문제, 근호를 포함한 복잡한 식을 계산하는 문제 등이 자주 출제되며 제곱근의 곱셈과 나눗셈, 덧셈과 뺄셈을 이용하여 복잡 한 식을 실수 없이 계산할 수 있도록 학습합니다.

평가문제

[단원 마무리]

- **1.** a > 0, b < 0일 때, 다음 보기 중 옳은 것은?
  - $(1) \sqrt{a^2b^2} = ab$
- - $3 \sqrt{a^4b^2} = a^2b$
- $\sqrt[5]{\frac{b}{a^2}} = -\frac{\sqrt{b}}{a}$

[단원 마무리]

- **2.**  $\sqrt{4.08} = 2.020$ 일 때, 그 값을 구할 수 없는 것 은?
  - ①  $\sqrt{408}$
- ②  $\sqrt{16320}$
- $\sqrt{0.0102}$
- $\sqrt{0.000408}$
- $\sqrt{918}$

[중단원 학습 점검]

- 3. 밑면의 반지름의 길이가  $\sqrt{17}\,\mathrm{cm}\,$ 인 원뿔의 모선 의 길이가  $\sqrt{35}$  cm 이다. 이 원뿔의 부피는?

  - ①  $17\pi \text{ cm}^3$  ②  $\frac{17\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$
  - $3 \frac{17\sqrt{3}}{2} \pi \text{ cm}^3$   $4 34\pi \text{ cm}^3$
  - (5)  $17\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$

- **4.**  $\sqrt{\frac{350}{49}} = a\sqrt{14}$ ,  $\sqrt{0.006} = b\sqrt{6}$ 일 때, 유리수  $\frac{1}{ab}$ 의 제곱근은?
  - (1)  $\pm \sqrt{42}$
- ②  $\sqrt{42}$
- $\sqrt{30}$
- (4)  $\sqrt{35}$
- (5)  $\pm \sqrt{35}$

[중단원 학습 점검]

- **5.** 0 < b < a이고 a-b=2, ab=8일 때,  $\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}}$ 의 값은?
  - ①  $\sqrt{2}$
- $\bigcirc \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $3 \frac{1}{2}$   $4 \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $(5) \sqrt{2}$

- **6.**  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \div \sqrt{a} \times \sqrt{30} \div \sqrt{\frac{a}{5}} = 60$ 일 때, 유리수 a의 값은?

  - ①  $\frac{1}{2}$  ②  $\pm \frac{1}{2}$
  - ③ 1
- $\bigcirc$  ± 2
- ⑤ 2

[중단원 학습 점검]

7. a > 0, b > 0이고 ab = 25일 때,

$$rac{4}{a}\sqrt{rac{a}{b}}-rac{6}{b}\sqrt{rac{b}{a}}$$
의 값은?

- ①  $-\frac{2}{5}$
- $\bigcirc -\frac{2}{25}$
- $3\frac{1}{10}$
- $\bigcirc \frac{2}{25}$

#### [중단원 학습 점검]

- **8.**  $\sqrt{1.3} = a$ ,  $\sqrt{52} = b$ 일 때,  $\sqrt{1170} \sqrt{0.0052}$ 을 a, b를 사용하여 나타내면?
  - ① 29.8a
- ② 28a
- 30a 0.01b
- $\bigcirc$  300*a* 0.01*b*
- ⑤ 30a 0.1b

#### [중단원 학습 점검]

- - ①  $\frac{84}{25}$  cm<sup>2</sup>
- ②  $\frac{77}{25}$  cm<sup>2</sup>
- $3 \frac{7}{2} \text{cm}^2$
- $4 \frac{64}{25} \text{cm}^2$
- $512 \, \text{cm}^2$

#### [단원 마무리]

- **10.**  $\sqrt{800}$ 은  $\sqrt{2}$ 의 a배이고,  $\sqrt{392}$ 는  $\sqrt{2}$ 의 b배 일 때.  $\sqrt{ab}$ 의 값은?
  - ①  $14\sqrt{5}$
- ②  $7\sqrt{10}$
- $3) 7\sqrt{2}$
- (4)  $\sqrt{70}$
- (5)  $2\sqrt{70}$

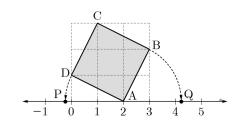
- [단원 마무리]
- **11.**  $\sqrt{2} = a$ ,  $\sqrt{5} = b$ 라 할 때,  $\sqrt{14}$  를 a, b를 사용하 여 나타내면?
  - ①  $a^2b^2$
- ②  $a^2 + b$
- $\sqrt[3]{a^2+b^2}$
- (4)  $a\sqrt{a^2+b^2}$
- (5) a(a+b)

#### [단원 마무리]

- **12.** 반지름이 r cm인 원이 밑면이고 높이가 h인 원기 등이 있다. 여기서 반지름을  $\sqrt{2}$  배, 높이를  $\sqrt{3}$  배할 때, 부피는 처음 원기둥보다 몇 배 늘어났는가?
  - ①  $\sqrt{6}$  배
- ② 2√2 배
- ③ 3배
- ④  $2\sqrt{3}$  배
- ⑤  $3\sqrt{2}$  배

# [단원 마무리]

13. 다음 그림은 한 칸의 가로와 세로의 길이가 각각 1인 모눈종이 위에 정사각형 ABCD와 수직선을 그린 것이다.  $\overline{AB} = \overline{AQ}$ ,  $\overline{AD} = \overline{AP}$ 일 때, 점 P에 대응하는 수를 a, 점 Q에 대응하는 수를 b라고 하자. 이때 2a-b의 값은?

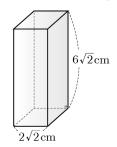


- $\bigcirc -2-2\sqrt{5}$
- ②  $-2-\sqrt{5}$
- $32-3\sqrt{5}$
- (4)  $-2+2\sqrt{5}$
- (5)  $2+2\sqrt{5}$

- [중단원 학습 점검]
- **14.** 한 변의 길이가 각각  $\sqrt{17}$ , 4,  $4-\sqrt{5}$ 인 세 정 사각형을 각각 A, B, C라 할 때, 넓이가 가장 큰 정사각형과 가장 작은 정사각형의 둘레의 길이의 차는?
  - ①  $32-4\sqrt{5}$
- $2 16 + 4\sqrt{5} + 4\sqrt{17}$
- $3) 16-4\sqrt{17}$
- (4)  $4\sqrt{5}$
- $\bigcirc 16-4\sqrt{5}-4\sqrt{17}$

#### [단원 마무리]

15. 다음 그림과 같이 밑면의 가로의 길이가  $2\sqrt{2}$  cm 이고 높이가  $6\sqrt{2}$  cm 인 직육면체의 겉넓 이가  $64 + 24\sqrt{6} \text{ cm}^2$  일 때, 이 직육면체의 부피는?



- ①  $(6\sqrt{2}+15\sqrt{3})$  cm<sup>3</sup> ②  $(8\sqrt{2}+6\sqrt{6})$  cm<sup>3</sup>
- (3)  $(10\sqrt{2}+15\sqrt{3})$  cm<sup>3</sup> (4)  $(12\sqrt{2}+36\sqrt{3})$  cm<sup>3</sup>
- (5)  $(15\sqrt{2} + 24\sqrt{6})$  cm<sup>3</sup>

**16.** 다음 <보기>의 각 식을 간단히 하였을 때, 작은 것부터 차례로 나열한 것을 고르면?

- (7)  $3\sqrt{6} \div \sqrt{2} \sqrt{48}$
- (나)  $\sqrt{10} \div \frac{1}{\sqrt{5}} + 4\sqrt{2}$
- (다)  $\sqrt{2} \times \sqrt{24} + 8\sqrt{6} \div \sqrt{2}$
- (라)  $3\sqrt{10} \times \sqrt{2} 2\sqrt{60} \div \sqrt{3}$
- ① (가), (라), (나), (다) ② (가), (라), (나)
- ③ (나), (가), (라), (다)
- ④ (다), (나), (라), (가)
- ⑤ (라), (가), (다), (나)

- **17.**  $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} = a\sqrt{b}$ 일 때, 제곱근 ab의 값은?
  - ①  $\sqrt{3}$
- $\sqrt{5}$
- $4 \frac{\sqrt{30}}{6}$
- (5)  $\sqrt{30}$

- **18.**  $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{10}{\sqrt{12}}\right) \sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}} + 2\right)$ 를 계산하면  $a\sqrt{3}-b\sqrt{6}$ 일 때, 유리수 a, b에 대하여 a+b의 값
  - $\bigcirc -2$
- ③ 1
- **4**) 2

(5) 4

#### [중단원 학습 점검]

 ${f 19.}$  한 변의 길이의 비가 2:3인 두 정사각형을 다음 그림과 같이 붙여서 새로운 도형을 만들었다. 이 도 형의 넓이가 78일 때, 둘레의 길이를 구하면?



- ①  $14\sqrt{6}$
- ②  $4\sqrt{3}+6\sqrt{6}$
- $316\sqrt{6}$
- (4)  $12+4\sqrt{6}$
- (5)  $8\sqrt{3}+6\sqrt{6}$

- **20.**  $\sqrt{80}(\sqrt{2p}-\sqrt{5})-\sqrt{45}\left(\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 p의 값은?
  - 1) 4

- ③ 1
- $4 \frac{1}{2}$

# ₩

#### 정답 및 해설

# 1) [정답] ③

[해설] ① 
$$\sqrt{a^2b^2} = |ab| = -ab$$

② 
$$\sqrt{a^2b^4} = |ab^2| = ab^2$$

$$4 \sqrt{a(-b)^2} = |-b| \sqrt{a} = -b \sqrt{a}$$

# 2) [정답] ②

[해설] ② 
$$\sqrt{16320} = \sqrt{4.08 \times 4000} = 20\sqrt{10} \times 2.020$$
  
=  $40.40\sqrt{10}$ 

# 3) [정답] ⑤

[해설] 원뿔의 높이 h를 피타고라스의 정리를 이용하여 구하면

 $(\sqrt{35})^2 = (\sqrt{17})^2 + h^2$ 에서  $h = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다. 이를 이용하여 원뿔의 부피를 구하면 다음과 같다.

$$\therefore \frac{1}{3} \times (\sqrt{17})^2 \pi \times 3\sqrt{2} = 17\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$$

# 4) [정답] ①

[해설] 
$$\sqrt{\frac{350}{49}} = \frac{5\sqrt{14}}{7} = a\sqrt{14}$$
 에서  $a = \frac{5}{7}$ , 
$$\sqrt{0.006} = \sqrt{\frac{6}{900}} = \frac{\sqrt{6}}{30} = b\sqrt{6}$$
 에서  $b = \frac{1}{30}$ 이다. 그러므로 유리수  $\frac{1}{ab} = \frac{1}{\frac{5}{7} \times \frac{1}{30}} = 42$ 의 제곱근은

 $\pm\sqrt{42}$ 이다.

# 5) [정답] ④

[해설] 
$$\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}}$$
 을 유리화하여 계산하면 
$$\frac{\sqrt{ab}}{a} - \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{ab}(b-a)$$
이다. 그러므로 식의 값은 
$$\frac{\sqrt{8}}{8} \times (-2) = -\frac{2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
이다.

# 6) [정답] ①

[해설] 
$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \div \sqrt{a} \times \sqrt{30} \div \sqrt{\frac{a}{5}} = 60$$

$$\sqrt{2 \times 3 \div a \times 30 \div \frac{a}{5}} = \sqrt{3600}$$

$$\frac{2 \times 3 \times 30 \times 5}{a^2} = 3600$$

$$a^2 = \frac{900}{3600} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} (\because a > 0)$$

### 7) [정답] ①

[해설] 
$$\frac{4}{a}\sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{6}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$= \sqrt{\frac{16a}{a^2b}} - \sqrt{\frac{36b}{ab^2}} = \sqrt{\frac{16}{ab}} - \sqrt{\frac{36}{ab}}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{25}} - \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{4}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{2}{5}$$

# 8) [정답] ③

[해설] 
$$\sqrt{1170} - \sqrt{0.0052}$$
  
=  $\sqrt{900 \times 1.3} - \sqrt{0.0001 \times 52}$   
=  $30\sqrt{1.3} - 0.01\sqrt{52} = 30a - 0.01b$ 

# 9) [정답] ①

[해설] 빗변의 길이  $\overline{AB}$ 를 피타고라스의 정리를 이용하여 구하면  $\sqrt{8^2+6^2}=10({
m cm})$ 이다.

빗변의 중점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로  $\overline{MC} = \overline{AM} = \overline{BM} = 5 \text{(cm)}$ 이다.

또한 
$$\triangle$$
 ADC  $\sim$   $\triangle$  ACB이므로  $\overline{DC} = \frac{24}{5}$  (cm),

$$\overline{\rm AD} = \frac{18}{5} ({\rm cm})$$
이다.

이를 이용하여 ΔCDM를 구하면 다음과 같다.

$$\therefore \triangle CDM = \frac{1}{2} \times (\overline{AM} - \overline{AD}) \times \overline{DC}$$
$$= \frac{1}{2} \times \left(5 - \frac{18}{5}\right) \times \frac{24}{5}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{5} \times \frac{24}{5} = \frac{84}{25} (cm^2)$$

# 10) [정답] ⑤

[해설]  $\sqrt{800} = \sqrt{2^5 \times 5^2} = 20\sqrt{2}$  이므로  $\sqrt{2}$  의 a = 20 배이고,  $\sqrt{392} = \sqrt{2^3 \times 7^2} = 14\sqrt{2}$  이므로  $\sqrt{2}$  의 b = 14배이다.

그러므로 
$$a=20$$
,  $b=14$ 이다.

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 14}$$
$$= \sqrt{2^3 \times 5 \times 7} = 2\sqrt{70}$$

#### 11) [정답] ④

[해설] 
$$\sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{2(2+5)}$$
 이므로 
$$\sqrt{2} \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2} = a\sqrt{a^2 + b^2}$$
이다.

#### 12) [정답] ④

[해설] 처음 원기둥의 부피는  $\pi r^2 h(\mathrm{cm}^3)$ 이다. 이때, 반지름을  $\sqrt{2}$  배, 높이를  $\sqrt{3}$  배 한 원기둥의 부피는  $\pi (\sqrt{2}\,r)^2 \times \sqrt{3}\,h = 4\,\sqrt{3}\,\pi r^2 h(\mathrm{cm}^3)$  그러므로 부피는

$$\frac{2\sqrt{3}\pi r^2h}{\pi r^2h}$$
= $2\sqrt{3}$ 배 증가하였다.

# 13) [정답] ③

[해설] 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB} = \overline{AD} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

즉  $\overline{AB} = \overline{AQ}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는  $2+\sqrt{5}$ ,  $\overline{AD}=\overline{AP}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는  $2-\sqrt{5}$ 이다.

따라서 
$$a=2-\sqrt{5}$$
,  $b=2+\sqrt{5}$ 이므로

$$2a-b=2(2-\sqrt{5})-(2+\sqrt{5})$$

$$=4-2\sqrt{5}-2-\sqrt{5}=2-3\sqrt{5}$$

# 14) [정답] ②

[해설] 한 변의 길이가 각각  $\sqrt{17}$ , 4,  $4-\sqrt{5}$ 인 세 정사각형은 각각 A, B, C이므로

정사각형은 넓이가 클수록 한 변의 길이가 길다.

$$\sqrt{17}-4>0$$
이므로  $\sqrt{17}>4$  이고

$$4-\left(4-\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}>0$$
 이므로  $4>4-\sqrt{5}$ 이다.

$$\therefore 4 - \sqrt{5} < 4 < \sqrt{17}$$

따라서 가장 넓이가 가장 큰 정사각형은 A, 가장 작은 정사각형은 C이다.

이 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$$4\sqrt{17}-4(4-\sqrt{5})=-16+4\sqrt{5}+4\sqrt{17}$$
 olch.

#### 15) [정답] ④

[해설] 이 직육면체의 세로의 길이를 x라 하면 겉넓 이가  $64+24\sqrt{6}$  이므로

$$64 + 24\sqrt{6} = 2(2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}x)$$

$$32+12\sqrt{6}=24+8\sqrt{2}x$$

$$8\sqrt{2}x = 8 + 12\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{2}x = 2 + 3\sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2+3\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+6\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}$$

따라서 직육면체의 부피는

$$2\sqrt{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}\right) \times 6\sqrt{2} = 12(\sqrt{2}+3\sqrt{3})$$
$$= 12\sqrt{2}+36\sqrt{3}$$

# 16) [정답] ①

[해설] (가) 
$$3\sqrt{6} \div \sqrt{2} - \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

(나) 
$$\sqrt{10} \div \frac{1}{\sqrt{5}} + 4\sqrt{2} = \sqrt{10} \times \sqrt{5} + 4\sqrt{2}$$

$$=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}=9\sqrt{2}=\sqrt{162}$$

(다) 
$$\sqrt{2} \times \sqrt{24} + 8\sqrt{6} \div \sqrt{2}$$

$$=4\sqrt{3}+8\sqrt{3}=12\sqrt{3}=\sqrt{432}$$

(라) 
$$3\sqrt{10} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{60} \div \sqrt{3} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{20}$$

$$=6\sqrt{5}-4\sqrt{5}=2\sqrt{5}=\sqrt{20}$$

따라서 작은 것부터 차례로 나열하면 (가), (라), (나), (다)이다.

17) [정답] ③ [해설] 
$$a\sqrt{b} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$$
 에서

$$a=rac{5}{6}$$
,  $b=6$ 이므로 제곱근  $ab$ 의 값은  $\sqrt{rac{5}{6} imes 6}=\sqrt{5}$ 이다.

# 18) [정답] ①

[하]설] 
$$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{10}{\sqrt{12}}\right) - \sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}} + 2\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{10}{\sqrt{6}} - \frac{6}{\sqrt{6}} - 2\sqrt{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{5}{3}\sqrt{6} - \sqrt{6} - 2\sqrt{3}$$

$$= -\frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{6} = a\sqrt{3} - b\sqrt{6}$$
 이므로
$$a = -\frac{4}{3}, \ b = -\frac{2}{3}$$
이다.
$$\therefore a + b = \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{6}{3} = -2$$

# 19) [정답] ③

[해설] 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 2:3이므

작은 정사각형의 넓이는

$$78 \times \frac{4}{13} = 24$$

이므로 한 변의 길이는  $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ 

$$78 \times \frac{9}{13} = 54$$

이므로 한 변의 길이는  $\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ 

따라서 이 도형의 둘레의 길이는

$$2 \times 2\sqrt{6} + 4 \times 3\sqrt{6} = 16\sqrt{6}$$

# 20) [정답] ⑤

[해설] 
$$\sqrt{80} \left(\sqrt{2p} - \sqrt{5}\right) - \sqrt{45} \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= 4\sqrt{5} \left(\sqrt{2p} - \sqrt{5}\right) - 3\sqrt{5} \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$= 4\sqrt{10p} - 20 - 2\sqrt{5} - 5$$

$$= \left(4\sqrt{10p} - 2\sqrt{5}\right) - 25$$
이 유리수가 되므로 
$$\left(4\sqrt{10p} - 2\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5} \left(2\sqrt{p} - 1\right)$$
이 0이 되어야한다.

 $2\sqrt{p}-1=0$ 을 만족하는 p의 값은  $\frac{1}{4}$ 이다.

[해설] 
$$a\sqrt{b} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$$
 에서