2회차

01 ②	02 ③	03 ④	04 ④	05 ③
06 ⑤	07 ⑤	08 ③	09 ②	10 ①
11 ⑤	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 ⑤	17 ②			

[서술형 1] 13

[서술형 2] 3

[서술형 3] $x=-3$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

01 $2A-(A+B)=2A-A-B$

$$\begin{aligned}&=A-B\\&=(3x^2+2x-5)-(2x^2-x+4)\\&=3x^2+2x-5-2x^2+x-4\\&=x^2+3x-9\end{aligned}$$

02 $(x^3-3x+1)(2x^2+5)$의 전개식에서 x^3항은

$x^3\cdot5+(-3x)\cdot2x^2=-x^3$

따라서 x^3의 계수는 -1이다.

다른 풀이

$(x^3-3x+1)(2x^2+5)$

$=2x^5+5x^3-6x^3-15x+2x^2+5$

$=2x^5-x^3+2x^2-15x+5$

따라서 x^3의 계수는 -1이다.

03 $ax^2+bx+c=2(x+1)^2-(x+1)-2$

$$\begin{aligned}&=2x^2+4x+2-x-1-2\\&=2x^2+3x-1\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=3$, $c=-1$이므로

$a+b+c=4$

다른 풀이

주어진 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$a+b+c=2\cdot2^2-2-2=4$

04 주어진 식의 양변에 $x=0$을 대입하면

$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5=1$

05 $f(x)=2x^3-x^2-4x+a$라 하면 인수정리에 의하여 $f(1)=0$이므로

$2-1-4+a=0 \qquad \therefore a=3$

06 $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=3\cdot12=36$

07 주어진 식의 좌변을 b에 대하여 내림차순으로 정리하면

$a^3-ab^2-b^2c+a^2c+c^3+ac^2$

$=(-a-c)b^2+a^3+a^2c+ac^2+c^3$

$=-(a+c)b^2+a^2(a+c)+c^2(a+c)$

$=(a+c)(-b^2+a^2+c^2)$

즉 $(a+c)(-b^2+a^2+c^2)=0$이고 $a+c\neq0$이므로

$-b^2+a^2+c^2=0 \qquad \therefore b^2=a^2+c^2$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 삼각형은 빗변의 길이가 b인 직각삼각형이다.

Lecture 삼각형의 모양 판단하기

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때

(1) $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$이면 이등변삼각형

(2) $a=b=c$이면 정삼각형

(3) $a^2+b^2=c^2$이면 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

08 $(1+3i)(2-i)-\dfrac{1+i}{1-i}$

$=(2-i+6i+3)-\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}$

$=5+5i-\dfrac{2i}{2}$

$=5+4i$

09 $(3+2i)+(3-5i)=x+yi$에서

$3+2i+3-5i=x+yi$

$\therefore 6-3i=x+yi$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x=6$, $y=-3$

$\therefore x+y=3$

10 이차방정식 $x^2-3x+3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=3$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\beta^2}{\alpha}+\frac{\alpha^2}{\beta}&=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}\\&=\frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}\\&=\frac{3^3-3\cdot3\cdot3}{3}=0\end{aligned}$$

11 이차방정식 $x^2-2x+k=0$이 서로 다른 두 허근을 가지므로 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=(-1)^2-k<0$

$\therefore k>1$ …… ㉠

이차방정식 $x^2+(k-2)x+4=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D_2라 하면

$D_2=(k-2)^2-4\cdot1\cdot4=0$

$k^2-4k-12=0$, $(k+2)(k-6)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $k=6$

12 이차함수 $y=x^2-2x-k+6$의 그래프가 x축보다 항상 위쪽에 있으므로 x축과 만나지 않는다. 따라서 방정식 $x^2-2x-k+6=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-(-k+6)<0$

$k-5<0$ $\therefore k<5$

따라서 모든 자연수 k의 값의 합은

$1+2+3+4=10$

13 이차함수 $y=x^2+3x-3$의 그래프와 직선 $y=2x-1$의 두 교점의 x좌표가 a, b이므로 a, b는 이차방정식 $x^2+3x-3=2x-1$, 즉 $x^2+x-2=0$의 두 근이다.

따라서 $a^2+a-2=0$, $b^2+b-2=0$이므로

$(a^2+a+1)(b^2+b+1)$

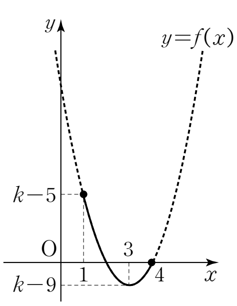
$=\{(a^2+a-2)+3\}\{(b^2+b-2)+3\}$

$=3\cdot3=9$

14 $f(x)=x^2-6x+k$

$=(x-3)^2+k-9$

이므로 $1\le x\le4$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$x=1$에서 최댓값 $k-5$, $x=3$에서 최솟값 $k-9$를 가지므로

$k-5=3$ $\therefore k=8$

따라서 $f(x)$의 최솟값은

$n=8-9=-1$

$\therefore k+n=7$

15 $f(x)=x^3+x^2+(a-2)x-a$라 하면 $f(1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 1 & a-2 & -a \\ & & 1 & 2 & a \\ \hline & 1 & 2 & a & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+2x+a)$

이때 방정식 $f(x)=0$이 중근과 다른 한 근을 가지려면

(ⅰ) 방정식 $x^2+2x+a=0$이 $x=1$을 근으로 갖는 경우

$1+2+a=0$ $\therefore a=-3$

(ⅱ) 방정식 $x^2+2x+a=0$이 중근을 갖는 경우

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot a=0$ $\therefore a=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 a의 값의 합은

$-3+1=-2$

16 $x^3=1$에서 $x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$이므로 ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이고, 방정식의 계수가 실수이므로 ω의 켤레복소수인 $\overline{\omega}$도 $x^2+x+1=0$의 근이다. 즉

$\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$, $\omega+\overline{\omega}=-1$, $\omega\overline{\omega}=1$

② $\omega^2+\omega+1=0$에서 $\omega^2=-\omega-1$

$\omega+\overline{\omega}=-1$에서 $\overline{\omega}=-\omega-1$

$\therefore \overline{\omega}=\omega^2$

④ $\omega^2+\frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^4+1}{\omega^2}=\frac{\omega^3\cdot\omega+1}{\omega^2}$

$=\frac{\omega+1}{\omega^2}$

$=\frac{-\omega^2}{\omega^2}$

$=-1$

⑤ $(1+\omega)(1+\overline{\omega})=1+\overline{\omega}+\omega+\omega\overline{\omega}$

$=1+(-1)+1=1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

Lecture **방정식 $x^3=1$의 허근의 성질**

방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 할 때

(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)

① $\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$

② $\omega+\overline{\omega}=-1$, $\omega\overline{\omega}=1$

③ $\omega^2=\overline{\omega}=\frac{1}{\omega}$

17 $\begin{cases} x^2-4y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2xy+y^2=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(x+2y)(x-2y)=0$

$\therefore x=-2y$ 또는 $x=2y$

(i) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면

$(-2y)^2+2\cdot(-2y)\cdot y+y^2=9$

$y^2=9 \quad \therefore y=\pm 3$

$\therefore x=\pm 6, y=\mp 3$ (복호동순)

(ii) $x=2y$를 ㉡에 대입하면

$(2y)^2+2\cdot 2y\cdot y+y^2=9$

$y^2=1 \quad \therefore y=\pm 1$

$\therefore x=\pm 2, y=\pm 1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-6 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 $\alpha\beta$의 최댓값은 2이다.

[서술형 1] $a-b=3$, $a-c=4$에서 $b-c=1$ ❶

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$

$=\frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(a^2-2ca+c^2)\}$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\}$ ❷

$=\frac{1}{2}(3^2+1^2+4^2)$

$=13$ ❸

채점 기준	배점
❶ $b-c$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 주어진 식을 변형할 수 있다.	3점
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 2] 이차함수 $y=x^2+ax+3$의 그래프와 직선 $y=x+a$의 두 교점의 x좌표의 차가 2이므로 이차방정식 $x^2+ax+3=x+a$, 즉

$x^2+(a-1)x-a+3=0$의 두 근의 차가 2이다.

즉 두 근을 α, β라 하면 $|\alpha-\beta|=2$

양변을 제곱하면 $(\alpha-\beta)^2=4$

$\therefore (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4 \quad \cdots\cdots ㉠$ ❶

또 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-a+1$, $\alpha\beta=-a+3 \quad \cdots\cdots ㉡$ ❷

㉡을 ㉠에 대입하면

$(-a+1)^2-4(-a+3)=4$

$a^2+2a-15=0$

$(a-3)(a+5)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$ ❸

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 그래프와 직선의 두 교점의 x좌표의 차가 2임을 식으로 나타낼 수 있다.	3점
❷ $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❸ a의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] $f(x)=x^3+2x^2+x+12$라 하면 $f(-3)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 1 & 2 & 1 & 12 \\ & & -3 & 3 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+3)(x^2-x+4)$

따라서 주어진 방정식은

$(x+3)(x^2-x+4)=0$ ❶

$\therefore x+3=0$ 또는 $x^2-x+4=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$ ❷

채점 기준	배점
❶ 주어진 방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	3점
❷ 주어진 방정식의 해를 구할 수 있다.	3점

Lecture 삼차 이상의 다항식 $f(x)$의 인수분해

$f(\alpha)=0$을 만족시키는 상수 α의 값은 다음과 같이 구한다.

$\Rightarrow \alpha=\pm\frac{(f(x)\text{의 상수항의 양의 약수})}{(f(x)\text{의 최고차항의 계수의 양의 약수})}$