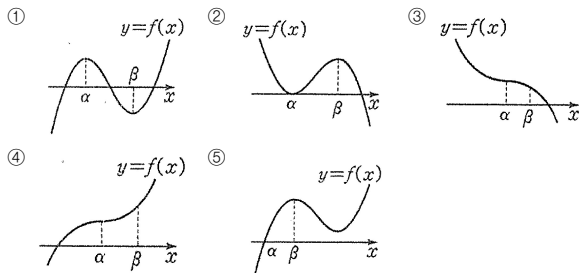
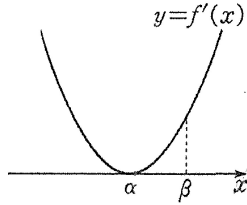


# 2021년 삼계고 수학2 기말고사

1. 삼차함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 개형으로 가장 적절한 것은? [4.2점]



2. 닫힌구간  $[-2, 3]$ 에서 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라고 할 때,  $M-m$ 의 값은? [4.4점]

① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 25

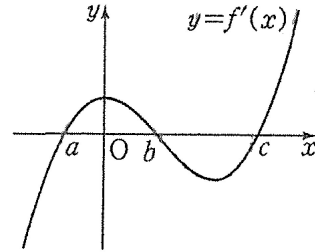
3.  $a > 0$ 인 실수  $a$ 에 대하여 닫힌구간  $[0, a]$ 에서 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 의 최댓값을  $g(a)$ 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

<보기>

- ㄱ.  $a=1$ 이면  $g(a)=4$ 이다.  
 ㄴ.  $1 < a < 4$ 이면  $g(a) > f(a)$ 이다.  
 ㄷ.  $a > 4$ 는  $g(a) = f(a)$ 이기 위한 필요충분조건이다.

① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 다항함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.  $f(a)=0, f(b)>2, f(c)<-1$ 일 때, 방정식  $f(x)+1=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4.5점]



① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

5. 방정식  $x^3 + 3x^2 - 9x - a = 0$ 이 서로 다른 두 개의 음의 근과 한 개의 양의 근을 갖기 위한 자연수  $a$ 의 개수는? [4.6점]

① 24      ② 25      ③ 26      ④ 27      ⑤ 28

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근  $\alpha, \beta, \gamma$  ( $\alpha < \beta < \gamma$ )를 갖고,  $\beta - \alpha = \gamma - \beta$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.9점]

<보기>

- ㄱ. 방정식  $f(x) = f(\alpha)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
 ㄴ.  $f(\beta)=0$ 이면 방정식  $|f(x)|=k$ 가 서로 다른 네 실근을 가지는 실수  $k$ 가 존재한다.  
 ㄷ. 방정식  $|f(x)|=f(\beta)$ 가 서로 다른 다섯 개의 실근을 가지면  $f(\alpha)+f(\beta)=0$ 이다.

① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서 위치  $x$ 가  $x = t^3 - 12t$ 일 때, 점  $P$ 가 움직이는 방향을 바꿀 때의 시각  $t$ 는? [4.1점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 등식  $\int f(x)dx = -x^3 + 2x^2 + C$ 를 만족하는 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)$ 의 값은? (단,  $C$ 는 적분상수) [4.1점]

①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{11}{12}$       ⑤ 1

9. 함수  $f(x) = \int 3(x-1)(x+1)dx$ 에 대하여  $f(1) = 2$ 일 때,  $f(0)$ 의 값은? [4.3점]

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

10. 정적분  $\int_0^3 x^2 dx$ 의 값은? [4.0점]

① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

11. 정적분  $f(x) = \int_0^x (t^2 + 2t)dt$ 에서  $f'(1)$ 의 값은? [4.3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12.  $\int_1^x (t+1)f(t)dt = x^3 + x^2 - x + a$ 를 만족시키는 함수  $f(x)$ 에 대하여  $a + f(1)$ 의 값은? [4.6점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = \int_0^x |t-a|dt$ 라 하자. 함수  $f(x) = 5$ 가 되는  $x$ 값을  $g(a)$ 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.0점]

<보기>

- ㄱ.  $g(0) = \sqrt{10}$ 이다.  
 ㄴ.  $g(k) < 0$ 인 실수  $k$ 가 존재한다.  
 ㄷ.  $0 < a < \sqrt{10}$ 일 때,  $g(a) - a = \sqrt{10 - a^2}$ 이다.

① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14.  $\int_1^2 (4x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (x^2 + 2x) dx$ 의 값은? [4.2점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

15. 실수  $a$  ( $a > 1$ )에 대하여 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = (x-1)(x-a)$ 라 하자.

함수  $g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$ 가 두 개의 극 값을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 최솟값은? [4.9점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

16. 정적분  $\int_{-2}^0 |x^2 - 1| dx - \int_2^0 |1 - x^2| dx$ 의 값은? [4.7점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

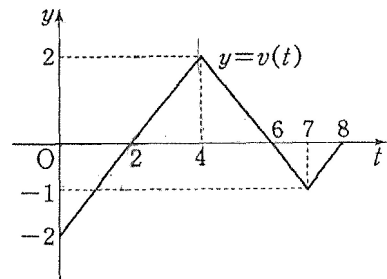
17. 곡선  $y = -x^2 + x$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

18.  $x \geq 0$ 일 때, 함수  $f(x) = x^3$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자. 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.7점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{7}{4}$

19. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점  $P$ 의  $t$ 초 후의 속도  $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳지 않은 것은? [4.5점]



- ①  $t=2$ 에서 점  $P$ 가 움직이는 방향이 바뀐다.  
 ②  $t=4$ 에서 점  $P$ 가 원점을 지난다.  
 ③  $t=6$ 에서 점  $P$ 의 위치는 2이다.  
 ④  $t=8$ 에서 점  $P$ 는 다시 원점을 지난다.  
 ⑤ 출발 후 8초 동안 점  $P$ 가 움직인 거리는 7이다.

20. 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 가속도가  $a(t) = 3t^2 - 18t + 15 (t \geq 0)$ 이고, 시각  $t = 0$ 에서의 속도가  $k$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

— <보기> —

- ㄱ.  $k = 0$ 이면 구간  $(0, 2)$ 에서 점  $P$ 의 속도는 증가한다.  
 ㄴ.  $k = -7$ 이면 구간  $(0, \infty)$ 에서 점  $P$ 의 운동 방향이 한번 바뀐다.  
 ㄷ. 시각  $t = 0$ 에서 시각  $t = 5$ 까지 점  $P$ 의 위치의 변화량과 점  $P$ 가 움직인 거리가 같도록 하는  $k$ 의 최솟값은 25이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**[논술형2]** 두 곡선  $y = x^3 - 2x$ 와  $y = x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

**[논술형1]** 수직선 위에서 원점을 동시에 출발하여 움직이는 두 점  $P, Q$ 의 시각  $t$ 에서의 속도는 각각  $v(t) = t^2 - 2t$ ,  $u(t) = -t^2 + 10t$ 이다. 시각  $0 \leq t \leq 9$ 에서 두 점  $P, Q$ 사이의 거리의 최댓값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

---

1) ④

2) ④

3) ②

4) ③

5) ③

6) ⑤

7) ②

8) ⑤

9) ⑤

10) ⑤

11) ③

12) ①

13) ③

14) ①

15) ③

16) ④

17) ①

18) ②

19) ④

20) ④

21) [논술형1] 72

22) [논술형2]  $\frac{37}{12}$