개념check

[모집단과 표본]

- **전수조사**: 조사의 대상이 되는 집단 전체를 조사하는 것
- **표본조사**: 조사의 대상이 되는 집단 전체에서 일부분만을 뽑아서 조사하는 것
- **모집단**: 조사의 대상이 되는 집단 전체
- **표본**: 조사하기 위하여 뽑은 모집단의 일부분
- **임의추출**: 모집단에 속하는 각 대상이 같은 확률로 추출되도록 하는 방법

[모평균과 표본평균]

모평균이 m이고 모표준편차가 σ인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

❶ $\mathrm{E}(\overline{X})=m,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n},\ \sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

❷ 모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르면 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

[표본평균의 분포]

모평균이 m, 모표준편차가 σ인 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

(1) 모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

(2) 모집단이 정규분포를 따르지 않아도 표본의 크기 n이 충분히 크면 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

기본문제

[문제]

1. 다음 상황 중 모집단과 표본을 각각 올바르게 짝지은 것은?

(가)	㉠대한민국 남자 고등학생의 ㉡평균 신장을 알아보기 위하여 대한민국 남자 고등학생 중 ㉢4천 명을 무작위로 뽑아 조사하였다.
(나)	㉣투표권이 있는 국민을 대상으로 ㉤지지하는 대통령 후보자를 알아보기 위하여 투표권이 있는 국민들 중 ㉥5만 명을 무작위로 뽑아 조사하였다.

① (가) ㉠, ㉡/ (나) ㉣, ㉥ ② (가) ㉠, ㉢/ (나) ㉣, ㉤
③ (가) ㉡, ㉢/ (나) ㉣, ㉥ ④ (가) ㉠, ㉢/ (나) ㉣, ㉥
⑤ (가) ㉡, ㉢/ (나) ㉤, ㉥

[문제]

2. 모평균이 20, 모분산이 16인 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 분산을 알맞게 짝지은 것은?

① $\dfrac{15}{8},\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{15}{8},2$
③ $20,\dfrac{1}{4}$ ④ $20,2$
⑤ $\dfrac{15}{2},\dfrac{1}{4}$

[문제]

3. 정규분포 $\mathrm{N}(5,\ 3^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는?

① 1 ② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{3}$ ④ 2
⑤ $\sqrt{5}$

[문제]

4. 모평균이 48, 모분산이 49인 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{E}(\overline{X})\times\sigma(\overline{X})$의 값은?

① 35 ② 42
③ 49 ④ 56
⑤ 63

[예제]

5. 어느 도시에서 공용 자전거의 1회 이용 시간은 평균이 55분, 표준편차가 5분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 공용 자전거를 이용한 시민 중에서 25명을 임의추출할 때, 1회 이용 시간의 평균이 53분 이상 56분 이하일 확률 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772

① 0.0228　② 0.1359　③ 0.1587　④ 0.6826　⑤ 0.8185

[문제]

6. 어느 회사에서 생산하는 음료 한 병에 들어 있는 칼슘 함유량은 평균이 $34.12\ \mathrm{mg}$, 표준편차가 $1\ \mathrm{mg}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 음료 중 16병을 임의추출할 때, 음료 한 병에 들어 있는 칼슘 함유량의 평균이 $33.37\ \mathrm{mg}$ 이상일 확률은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 3) = 0.4987$)

① 0.0013　② 0.0026　③ 0.4987　④ 0.9974　⑤ 0.9987

평가문제

[소단원 확인 문제]

7. 정규분포 $\mathrm{N}(300,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 900인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 299.7)$은?
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) = 0.4332$)

① 0.0668　② 0.4332　③ 0.8664　④ 0.9332　⑤ 0.9664

[소단원 확인 문제]

8. 정규분포 $\mathrm{N}(37,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $\mathrm{P}(36 \le \overline{X} \le 38) = 0.9876$을 만족시키는 n의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$)

① 4　② 9　③ 16　④ 25　⑤ 36

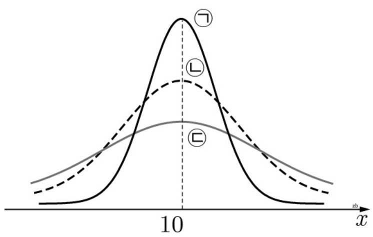
[소단원 확인 문제]

9. 어느 공장에서 생산하는 테니스공의 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(48,\ 0.6^2)$을 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 테니스공 중 36개를 임의추출할 때, 테니스공의 무게의 평균을 $\overline{X}$라고 하자.
이때 $\mathrm{P}(\overline{X} \ge k) = 0.025$를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$)

① 50.196　② 49.196　③ 48.196　④ 47.196　⑤ 46.196

[소단원 확인 문제]

10. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라고 하자. 세 확률변수 X, $\overline{X}$, $\overline{Y}$의 확률밀도함수와 일치하는 그래프를 순서대로 나타낸 것은?



① ㉠, ㉡, ㉢
② ㉠, ㉢, ㉡
③ ㉡, ㉢, ㉠
④ ㉢, ㉠, ㉡
⑤ ㉢, ㉡, ㉠

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 연습 문제]

11. 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 11)$은?
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$)

① 0.0228 ② 0.0456
③ 0.4772 ④ 0.9544
⑤ 0.9772

[중단원 연습 문제]

12. 모평균이 50, 모표준편차가 3인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \frac{1}{9}\right)$을 따른다. 이때 $m+n$의 값은?

① 131 ② 132
③ 133 ④ 134
⑤ 135

[중단원 연습 문제]

13. 모평균이 35, 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{E}(\overline{X})+\mathrm{V}(\overline{X})=39$이다. 이때 n의 값은?

① 2 ② 4
③ 8 ④ 16
⑤ 32

[중단원 연습 문제]

14. 어느 회사 직원들의 일주일 동안 운동하는 시간은 평균이 45분, 표준편차가 8분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중에서 25명을 임의추출할 때, 일주일 동안 운동하는 시간의 평균이 49분 이상일 확률은?
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.4938$)

① 0.9938 ② 0.9876
③ 0.4938 ④ 0.0124
⑤ 0.0062

[중단원 연습 문제]

15. 어느 병원 응급실을 찾은 환자들의 진료 대기 시간은 평균이 14분, 표준편차가 1분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원 응급실을 찾은 환자들 중에서 임의로 선택한 4명의 진료 대기 시간의 합이 60분 이상일 확률은?
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$)

① 0.0228 ② $0.0.456$
③ 0.4772 ④ 0.9544
⑤ 0.9772

[중단원 연습 문제]

16. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 7^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $\mathrm{P}\left(|\overline{X}-m| \leq \frac{7}{10}\right) \geq 0.95$를 만족시키는 n의 최솟값은? (단, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$)

① 383 ② 384
③ 385 ④ 386
⑤ 387

[중단원 연습 문제]

17. 어느 회사에서 생산하는 핸드볼공의 무게는 평균이 $300\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $18\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사는 일정 기간 동안 생산된 핸드볼공 중에서 임의추출한 핸드볼공 81개의 무게의 평균이 $294\,\mathrm{g}$ 이하이거나 $306\,\mathrm{g}$ 이상이면 생산 공정에 문제가 있다고 판단한다. 이 회사에서 생산 공정에 문제가 있다고 판단할 확률은?
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 3) = 0.4987$)

① 0.0013 ② 0.0026
③ 0.4987 ④ 0.9974
⑤ 0.9987

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[대단원 종합 문제]

18. 다음은 어느 모집단에서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타낸 것이다.

X	2	4	6	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출할때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 확률 $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 3)$은?

① $\frac{11}{16}$　② $\frac{5}{8}$
③ $\frac{13}{16}$　④ $\frac{7}{8}$
⑤ $\frac{15}{16}$

[대단원 종합 문제]

19. 정규분포 $\mathrm{N}(65,\ 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 66) \leq 0.017$를 만족시키는 n의 최솟값은? (단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.12)=0.483$)

① 111　② 112
③ 113　④ 114
⑤ 115

유사문제

20. 모평균이 200, 모표준편차가 20인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X} \geq k)=0.0668$을 만족시키는 상수 k의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 202　② 203
③ 204　④ 205
⑤ 206

21. 모평균이 30이고 모표준편차가 8인 모집단에서 임의추출한 크기가 64인 표본평균 $\overline{X}$의 평균을 a라 하고 표준편차를 b라고 할 때 $a+b$의 값은?

① 29　② 31
③ 33　④ 35
⑤ 37

22. 모집단의 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $V(\overline{X})$의 값은? (단, a는 상수이다.)

X	0	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	a	1

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

23. 정규분포 $N(50, 10^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $E(\overline{X})+\sigma(\overline{X})$의 값은?

① 50　② 52
③ 54　④ 56
⑤ 58

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 모집단 : 조사의 대상이 되는 집단 전체 ㉠, ㉣

표본 : 조사하기 위하여 뽑은 모집단의 일부분 ㉢, ㉥

2) [정답] ③

[해설] $\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(X)=20$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$

3) [정답] ①

[해설] $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{9}{9}=1,\ \sigma(\overline{X})=\sqrt{\mathrm{V}(\overline{X})}=1$

4) [정답] ②

[해설] $\mathrm{E}(\overline{X})=48,\ \sigma(\overline{X})=\frac{7}{\sqrt{64}}=\frac{7}{8}$ 이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})\times\sigma(\overline{X})=48\times\frac{7}{8}=42$

5) [정답] ⑤

[해설] 1회 이용 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(55,\ 5^2)$을 따르므로 25명의 1회 이용 시간의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(55,\ \frac{5^2}{25}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-55}{1}$은 표준정규분포를 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(53\le\overline{X}\le 56)&=\mathrm{P}\left(\frac{53-55}{1}\le Z\le\frac{56-55}{1}\right)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le 1)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)+\mathrm{P}(0\le Z\le 1)\\&=0.4772+0.3413=0.8185\end{aligned}$$

6) [정답] ⑤

[해설] 칼슘 함유량을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(34.12,\ 1^2)$을 따르므로 16병의 칼슘 함유량의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(34.12,\ \left(\frac{1}{4}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{X}\ge 33.37)&=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{33.37-34.12}{\frac{1}{4}}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge -3)\\&=\mathrm{P}(Z\le 3)\\&=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 3)\\&=0.5+0.4987=0.9987\end{aligned}$$

7) [정답] ④

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(300,\ \left(\frac{1}{5}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{X}\ge 299.7)&=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{299.7-300}{\frac{1}{5}}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge -1.5)\\&=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5+0.4332=0.9332\end{aligned}$$

8) [정답] ④

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(37,\ \frac{2^2}{n}\right)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(36\le\overline{X}\le 38)&=\mathrm{P}\left(\frac{36-37}{\sqrt{\frac{4}{n}}}\le Z\le\frac{38-37}{\sqrt{\frac{4}{n}}}\right)\\&=\mathrm{P}\left(-\frac{\sqrt{n}}{2}\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{2}\right)\\&=2\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{2}\right)=0.9876\end{aligned}$$

에서 $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{2}\right)=0.4938$

$\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)=0.4938$ 이므로

$\frac{\sqrt{n}}{2}=2.5\qquad\therefore n=25$

9) [정답] ③

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(48,\ 0.1^2)$을 따른다.

$\mathrm{P}(\overline{X}\ge k)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{k-48}{0.1}\right)=0.025$에서

$0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{k-48}{0.1}\right)=0.025$

$\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{k-48}{0.1}\right)=0.475$

$\mathrm{P}(0\le Z\le 1.96)=0.4750$이므로

$\frac{k-48}{0.1}=1.96\qquad\therefore k=48.196$

10) [정답] ⑤

[해설] 확률변수 X는 $\mathrm{N}(10,\ 6^2)$을 따르고 X의 확률밀도함수의 그래프는 ㉢

확률변수 $\overline{X}$는 $\mathrm{N}(10,\ 3^2)$을 따르고 $\overline{X}$의 확률밀도함수의 그래프는 ㉡

확률변수 $\overline{Y}$는 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르고 $\overline{Y}$의 확률밀도함수의 그래프는 ㉠

표본의 크기가 클수록 표준편차가 작아지므로 그래프는 높아지면서 뾰족해진다.

11) [정답] ①

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(10,\ \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

$\mathrm{P}(\overline{X} \ge 11) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{11-10}{\frac{1}{2}}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \ge 2)$

$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

12) [정답] ①

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로

정규분포 $\mathrm{N}\left(50,\ \left(\dfrac{3}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 $m=50$

$\dfrac{3}{\sqrt{n}} = \dfrac{1}{3}$에서 $n=81$

$m+n=50+81=131$

13) [정답] ④

[해설] $\mathrm{E}(\overline{X})+\mathrm{V}(\overline{X})=35+\dfrac{64}{n}=39$에서

$\dfrac{64}{n}=4,\ n=16$

14) [정답] ⑤

[해설] 운동하는 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(45,\ 8^2)$을 따르므로 25명의 운동하는 시간의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(45,\ \left(\dfrac{8}{5}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\overline{X} \ge 49) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{49-45}{\frac{8}{5}}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \ge 2.5)$

$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)$

$= 0.5 - 0.4938 = 0.0062$

15) [정답] ①

[해설] 진료 대기 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(14,\ 1^2)$을 따르므로 4명의 환자의 대기시간 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(14,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(4\overline{X} \ge 60)$

$= \mathrm{P}(\overline{X} \ge 15) = \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{15-14}{\frac{1}{2}}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \ge 2) = 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

16) [정답] ③

[해설] X는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{7}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로

$\mathrm{P}\left(|\overline{X}-m| \le \dfrac{7}{10}\right)$

$= \mathrm{P}\left(\dfrac{|\overline{X}-m|}{\frac{7}{\sqrt{n}}} \le \dfrac{\frac{7}{10}}{\frac{7}{\sqrt{n}}}\right)$

$= \mathrm{P}\left(|Z| \le \dfrac{\sqrt{n}}{10}\right) \ge 0.95$

$\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$이므로

$\dfrac{\sqrt{n}}{10} \ge 1.96$에서 $n \ge 384.16$

따라서 자연수 n의 최솟값은 385

17) [정답] ②

[해설] 핸드볼공의 무게를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(300,\ 18^2)$을 따르므로 핸드볼공 81개의 무게의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(300,\ 2^2)$을 따른다.

따라서 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X}-300}{2}$은 표준정규분포를 따르므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\overline{X} \le 294)+\mathrm{P}(\overline{X} \ge 306)$

$= \mathrm{P}\left(\overline{X} \le \dfrac{294-300}{2}\right)+\mathrm{P}\left(\overline{X} \ge \dfrac{306-300}{2}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \le -3)+\mathrm{P}(Z \ge 3)$

$= 2\mathrm{P}(Z \ge 3)$

$= 2\{0.5-\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)\}$

$= 2(0.5-0.4987)=0.0026$

18) [정답] ⑤

[해설] 크기가 2인 표본을 임의추출할 때, 나올 수 있는 사건은 다음과 같다.

$(2,\ 2),\ (2,\ 4),\ (2,\ 6),\ (4,\ 4),\ (4,\ 6),\ (6,\ 6)$

따라서 표본평균 $\overline{X}$가 나올 수 있는 값은 2, 3, 4, 5, 6이 있으므로 $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 3)$의 값이 $1-\mathrm{P}(X=2)$을 이용하자.

$\overline{X}=2$이려면 $(2,\ 2)$의 1가지로

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{16}$

$\mathrm{P}(\overline{X} \ge 3)$

$=1-\mathrm{P}(X=2)$

$=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$

19) [정답] ③

[해설] 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 표준편차는

각각 $\mathrm{E}(\overline{X})=65,\ \sigma(\overline{X})=\dfrac{5}{\sqrt{n}}$

이때 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(65,\ \left(\dfrac{5}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X}-65}{\frac{5}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포를 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 66)$

$=\mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{66-65}{\dfrac{5}{\sqrt{n}}}\right)$

$=\mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{\sqrt{n}}{5}\right) \leq 0.017$ 에서

$0.5-\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \dfrac{\sqrt{n}}{5}\right) \leq 0.017$

즉, $\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \dfrac{\sqrt{n}}{5}\right) \geq 0.483$이어야 하므로

$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.12)=0.483$에서

$\dfrac{\sqrt{n}}{5} \geq 2.12,\ \ \sqrt{n} \geq 10.6$

$n \geq 112.36$

따라서 구하는 n의 최솟값은 113이다.

20) [정답] ②

[해설] $0.0668=0.5-0.4332$이므로

$0.0668=0.5-P(0 \leq Z \leq 1.5)=P(Z \geq 1.5)$

$P\left(Z \geq \dfrac{k-m}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)=0.0668=P(Z \geq 1.5)$

$\dfrac{k-m}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}=1.5$

$m=200,\ \sigma=20,\ n=100$이므로

$\dfrac{k-200}{\dfrac{20}{\sqrt{100}}}=1.5$

$\dfrac{k-200}{\dfrac{20}{10}}=1.5$

$\dfrac{k-200}{2}=1.5$

$k-200=3$

$\therefore\ k=203$

21) [정답] ②

[해설] $E(X)=30,\ \sigma(X)=8$인 모집단에서 임의추출한 크기가 64인 표본평균 $\overline{X}$의 평균 a와 표준편차 b를 구하면

$a=E(\overline{X})=E(X)=30$

$b=\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}=\dfrac{8}{\sqrt{64}}=1$

$\therefore\ a+b=30+1=31$

22) [정답] ①

[해설] $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}+a=1,\quad a=\dfrac{1}{4}$

$E(X)=\dfrac{1}{4}\times 0+\dfrac{1}{2}\times 2+\dfrac{1}{4}\times 4=2$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\dfrac{1}{4}\times 0+\dfrac{1}{2}\times 4+\dfrac{1}{4}\times 16-4=2$

$V(\overline{X})=\dfrac{V(X)}{n}=\dfrac{2}{2}=1$

23) [정답] ②

[해설] $E(\overline{X})=m=50,\ \sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{10}{\sqrt{25}}=2$

$\therefore E(\overline{X})+\sigma(\overline{X})=50+2=52$