

	<div>2020년 고림고 수학1 1학기 기말</div>	DATE	
		NAME	
			GRADE

1. 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열의 제 20 항은?

- ① 56
- ② 59
- ③ 62
- ④ 65
- ⑤ 68

2. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 13$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = -5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k)$ 의 값은?

- ① 16
- ② 21
- ③ 26
- ④ 31
- ⑤ 36

3. 제 3항이 12, 제 6항이 -96인 등비수열의 제 2항은?

- ① -6
- ② -4
- ③ -2
- ④ 2
- ⑤ 4

4. $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 8$, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

5. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 4이고 $A = 45^\circ$, $b = 4\sqrt{3}$ 일 때, C 의 크기는? ($0^\circ < B < 90^\circ$)

- ① 60°
- ② 65°
- ③ 70°
- ④ 75°
- ⑤ 80°

6. $\sum_{i=1}^{10} (i+1)^2 - \sum_{p=1}^{10} (p-1)^2$ 의 값은?

- ① 200
- ② 210
- ③ 220
- ④ 230
- ⑤ 240

7. 지름이 2인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이는?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

8. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\sum_{i=1}^n a_k = n^2 - n + 2$ 일 때, a_{13} 은?

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2$,

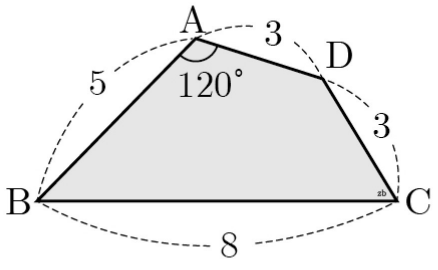
$\sum_{k=1}^{2n} a_k = 3n^2 + 2n$ 을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_{2k} + \sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

- ① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

10. $\sum_{k=2}^{10} \frac{2k+3}{1^2+2^2+3^2+\dots+(k+1)^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=8$, $\overline{CD}=\overline{DA}=3$ 이고 $\angle A=120^\circ$ 인 사각형 $ABCD$ 의 넓이는?



- ① $9\sqrt{3}$ ② $\frac{37}{4}\sqrt{3}$ ③ $\frac{19}{2}\sqrt{3}$ ④ $\frac{39}{4}\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n a_{n+1} = 3n$ 이고 $a_3 = 1$ 일 때, $a_1 \times a_5$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

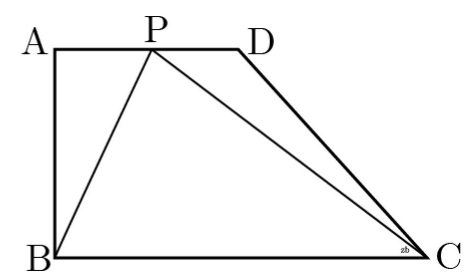
13. 첫째항부터 제 4항까지의 합이 20, 제 5항부터 제 12항까지의 합이 240인 등비수열의 첫째항부터 제 16항까지의 합은?

- ① 720 ② 740 ③ 760 ④ 780 ⑤ 800

14. 50이하의 홀수인 자연수 n 에 대하여 함수 $y = x^2 - x + 1$ 과 $x = n$ 이 만나는 점을 $P_n = (x_n, y_n)$ 이라 하자. 집합 $A = \{x_n + y_n | n \text{은 } 50\text{이하의 홀수}\}$ 라 할 때 집합 A 의 모든 원소의 합은?

- ① 20850 ② 20900 ③ 20950 ④ 21000 ⑤ 21050

15. 그림과 같은 사다리꼴 $ABCD$ 가 있다. $\overline{AB} = \overline{AD} = 1$, $\overline{BC} = 2$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이다. 선분 AD 위에 임의의 점 P 를 잡아 $\overline{PB} = m$, $\overline{PC} = n$ 이라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?



<보기>

- ㄱ. $2 \leq mn \leq \sqrt{5}$
 ㄴ. $m^2 + n^2$ 의 최댓값은 6이다.
 ㄷ. 삼각형 PBC 의 외접원 넓이의 최댓값은 10π 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{n+1}{n+1-i} \times \frac{1}{3^{i-1}} \right)$ 일 때, 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < 3$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

- ① $n=1$ 일 때, $a_1 = \boxed{\text{(가)}}$ < 3이다.
 ② $n=k$ 일 때, $a_k < 3$ 이라 가정하자.
 $n=k+1$ 일 때,

$$a_{k+1} = \sum_{i=1}^{k+1} \left(\frac{k+2}{k+2-i} \times \frac{1}{3^{i-1}} \right)$$

$$= \frac{k+2}{k+1} + \frac{k+2}{k} \times \frac{1}{3} + \frac{k+2}{k-1} \times \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{k+2}{3^k}$$

$$= \frac{k+2}{k+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{k+1}{k} + \frac{k+1}{k-1} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{k+1}{3^{k-1}} \right)$$

$$+ \boxed{\text{(나)}} \times \left(\frac{k+1}{k} + \frac{k+1}{k-1} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{k+1}{3^{k-1}} \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{k+1} + \boxed{\text{(다)}} \times a_k$$
 이므로 $a_{k+1} < 3$ 이다.
 ①, ②에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < 3$ 이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 α 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $18f(\alpha) + 9g(\alpha)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

[서술형1] 두 수 a 와 b 의 등차중항이 4이고 등비중항이 3일 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

[서술형3] 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에서 a_n, b_n 을 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2-2nx-n=0$ 일 때, $\sum_{j=1}^{10}(a_j^2+b_j^2-1)$ 의 값을 구하시오.

[서술형2] 좌표평면에서 $y=\frac{1}{2}x$ 와 $y=3x$ 사이의 예각을 θ 라고 하면 $\sin\theta$ 의 값을 구하시오.

-
- 1) ②
 - 2) ④
 - 3) ①
 - 4) ③
 - 5) ④
 - 6) ③
 - 7) ①
 - 8) ②
 - 9) ③
 - 10) ⑤
 - 11) ④
 - 12) ②
 - 13) ⑤
 - 14) ①
 - 15) ③
 - 16) ④
 - 17) [서술형1] 46
 - 18) [서술형2] $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - 19) [서술형3] 1640