

2019년 고림고 수학2 중간고사

※ 답안지에 반, 번호, 이름을 정확히 기입하십시오.
 ※ 문제를 읽고 선택형은 정답을 골라 답안지의 해당란에 ●표하고
 서술형은 서술형 답안지에 볼펜(검정 또는 파랑)으로 정확히 기
 입하십시오. (서술형은 연필로 작성 시 오답처리 될 수 있음)
 ※ 배점: 선택형 (16) 문항 (80)점 서술형 (3)문항 (20)점 총 (19)문항
 (100)점입니다.

1. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & (x \leq 1) \\ k & (x > 1) \end{cases}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재하게 하는
 상수 k 의 값은? [4.5점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+8b$ 의 값
 은? [4.5점]

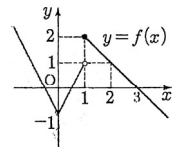
- ① 2 ② 10 ③ 18 ④ 22 ⑤ 34

3. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{a|x-3|}{x-3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$ 가 $(x=3)$ 에서 연속일 때,

두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.5점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그
 림과 같을 때, $x=1$ 에서 연속함수인 것
 은? [4.7점]



- ① $y=f(x)+1$
 ② $y=f(x)-1$
 ③ $y=f(x)-2$
 ④ $y=\{f(x)+1\}\{f(x)-2\}$
 ⑤ $y=\{f(x)-1\}\{f(x)-2\}$

5. 연속함수 $f(x)$ 가 다섯 개의 점 $A(-1, 3), B(0, -1), C(1, 2),$
 $D(2, 4), E(3, -2)$ 를 지날 때, 방정식 $f(x)=0$ 에 대하여 보기 중
 에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.7점]

< 보기 >

- ㄱ. 닫힌구간 $[-1, 0]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
 ㄴ. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
 ㄷ. 닫힌구간 $[1, 2]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
 ㄹ. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 적어도 3개의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

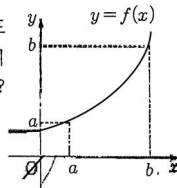
6. 곡선 $y=x^2-3x+1$ 에 접하고 $y=x-1$ 에 수직인 직선을
 $y=ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [4.7점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $f(x) = x^3 - (a+1)x^2 + ax$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 열린구간 $(0, 5)$ 에서 증가할 때, a 의 최솟값은? [5.0점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 미분 가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 a 는? (단, $0 < a < b$) [5.0점]



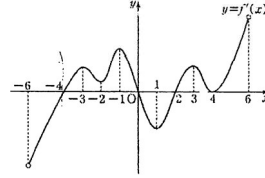
- <보기>
- ㄱ. $f'(b) < 1$
 - ㄴ. $\frac{f'(a)}{b} > \frac{f'(b)}{a}$
 - ㄷ. $f'(\sqrt{ab}) < f'(\frac{a+b}{2})$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + ax + 1$ 이 극값을 갖지 않도록 하는 자연수 a 의 개수는? [5.0점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 열린구간 $(-6, 6)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 옳은 것은? [5.0점]



- ① $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.
- ② $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ③ $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 감소한다.
- ④ $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-4, 0]$ 에서 증가한다.
- ⑤ 열린구간 $(-6, 6)$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 갖는 x 의 값은 5개이다.

11. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [5.3점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.
- (나) $x=2$ 에서 극솟값은 0을 갖는다.

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

12. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $f(11)$ 의 값은? [5.3점]

- 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$
- $f(x) = \begin{cases} 4^{x-2} & (0 \leq x < 2) \\ a(x-2)^2 + b & (2 \leq x < 4) \end{cases}$

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

13. <보기>의 함수 중 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(x)=2$
 ㄴ. $f(x)=x^2-3|x|+1$
 ㄷ. $f(x)=\frac{|x|}{x}$
 ㄹ. $f(x)=\begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

14. 함수 $f(x)=x^3-2x^2-4x$ 에 대하여
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} \left\{ f\left(\frac{3n+5}{n+1}\right) - f\left(\frac{3n-1}{n+1}\right) \right\}$ 의 값은? [5.5점]

- ① 44 ② 33 ③ 22 ④ 11 ⑤ 1

15. 함수 $f(x)=(x+1)^m(x+2)$ 가 $x=-1$ 에서 극솟값, $x=\alpha$ 에서 극대값을 가질 때, $-\frac{17}{9} < \alpha < -\frac{7}{4}$ 을 만족시키는 3이상인 모든 자연수 m 의 합은? [5.5점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

16. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여
 $x\{f(x+3y)-f(x-2y)\}=10y\{f(x)-g(y)\}$ 를 만족시킨다.
 $f(1)=3, g(0)=-1$ 일 때, $f'(3)$ 의 값은? [5.5점]

- ① -3 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

- [서술형 1] 다음은 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 도함수 $y=g(x)$ 의 정의를 이용하여 $y=x^3f(x)$ 의 도함수를 구하는 과정이다. [6.0점]

$$\begin{aligned} g(x) &= x^3 f(x) \text{로 놓으면 } y=g(x) \text{에서} \\ y' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h)-g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\text{가})^1 - x^3 f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 (\text{나}) + f(x)\{(x+h)^3 - x^3\}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (x+h)^3 \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\text{나})}{h} + f(x) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \{(x+h)^2 + x(x+h) + x^2\} \\ &= (\text{다}) \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례대로 써넣으시오.

(가) _____ [2.0점]

(나) _____ [2.0점]

(다) _____ [2.0점]

[서술형 2] 다항식 x^5+ax+b 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x-1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

[서술형 3] 다항함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[2, 4]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 3$ 이고 $f(2) = -1$ 일 때 $f(4)$ 의 최댓값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

정답

- 1) ③
- 2) ④
- 3) ②
- 4) ⑤
- 5) ③
- 6) ②
- 7) ⑤
- 8) ③
- 9) ③
- 10) ④
- 11) ①
- 12) ②
- 13) ⑤
- 14) ②
- 15) ④
- 16) ⑤

[서술형 1] (가) $(x+h)^3 f(x+h)$ (나) $(f(x+h) - f(x))$ (다) $3x^2 f(x) + x^3 f'(x)$

[서술형 2] $a = -3, b = 3$

[서술형 3] 5