실력완성 | 고1

4-1-2.집합 사이의 포함 관계

수학 계산력 강화

(1)부분집합과 집합 사이의 포함 관계





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2018-06-04
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 부분집합

(1) 부분집합

집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, 즉 x \in A이면 x \in B일 때 집합 A \in 집합 B의 부분집합이라 하며, 이것을 기호로 $A \subset B$ 와 같이 나타낸다.

- (2) 집합 A가 집합 B의 부분집합이 아닐 때, 기호로 $A \not\subset B$ 와 같이 나타낸다.
- (3) 부분집합의 성질
 - ① 공집합은 모든 집합의 부분집합이다. 즉 $\varnothing \subset A$
- ② 모든 집합은 자기 자신의 부분집합이다. 즉 $A\subset A$
- \blacksquare 집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합 중에서 다음 집합을 구하 시오.
- **1.** 원소가 하나도 없는 것
- 2. 원소가 1개인 것
- **3.** 원소가 2개인 것
- **4.** 원소가 3개인 것

☑ 다음 집합의 부분집합을 모두 구하여라.

- **5.** {0}
- **6.** $\{x, y\}$
- **7.** {1, 2}
- 8. $\{a, b\}$
- **9.** {1, 2, 3}
- **10.** {1, 2, 3, 4}
- **11.** $\{\emptyset, 0\}$
- **12.** {x|x는 7의 양의 약수}
- **13.** $\{x|x \in 2 \text{ 이상 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$
- **14.** {*x* | *x* 는 9의 양의 약수}

- **15.** {*x* | *x* 는 8보다 작은 짝수}
- ☑ 다음 두 집합 A, B의 포함 관계를 기호 ⊂ 또는 ⊄ 를 이용하여 나타내어라.
- **16.** $A = \{1, 3\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$
- **17.** $A = \{8, 4, 2\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$
- **18.** $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$
- **19.** A= {x|x는 6의 양의 약수}, B= {1, 2, 3, 6, 7}
- **20.** $A = \{10, 25\},\$ $B = \{x | x = 20 \ \text{미만인 5의 양의 배수}\}$
- **21.** A= $\{x|x^2=25\}$, B= $\{5\}$
- **22.** A= $\{x|x \in 3$ 의 양의 배수 $\}$, B= {x|x는 12의 양의 배수}

- **23.** A = {1, 2, 8, 16}, B = {x|x는 16의 양의 약수}
- **24.** A = $\{x | x \in 2 \text{의 양의 배수}\}$, B = {y|y는 4의 양의 배수}
- **25.** $A = \{1, 2\}, B = \{x | x(x-1)(x-2) = 0\}$
- **26.** A= $\{x|x$ 는 정사각형 $\}$, B= $\{x|x$ 는 마름모 $\}$
- **27.** A= $\{x|x \in 10 \text{의 양의 약수}\}$, B= {x|x는 20의 양의 약수)
- **28.** $A = \emptyset$, $B = \{2, 4, 6, \dots\}$
- **29.** $A = \{x|x^2 = 1\}, B = \{x|x = -1\}$
- **30.** A= $\{x \mid x^2 + 5x + 6 = 0\}$, B= $\{1, 2, 3\}$

32. $A = \{x | x \in 1 \text{ 보다 작은 자연수}\},$ $B = \{x | x$ 는 소수}

02 / 기호 ∈, ⊂의 사용

- (1) 원소와 집합 사이의 관계를 나타내는 기호 ⇒ ∈
- (2) 집합과 집합 사이의 관계를 나타내는 기호 ⇨ ⊂
- 집합 A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}에 대하여 다음 ○안에 기호 \in , \subset 중 알맞은 것을 써 넣어라.
- **33.** {1} \square A
- **34.** 1 \square A
- **35.** $\{3, 4, 6\} \square A$
- **36.** $\{1, 2, 3, 4, 5\} \square A$
- Arr 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 Arr 안에 기호 ∈, ⊂ 중 알맞은 것을 써넣어라.
- **37.** Ø □ A
- **38.** $\{\emptyset, 2\} \square A$
- **39.** $\{1\} \square A$

- **40.** 2 A
- Arr 집합 $A = \{x | x \in 10$ 보다 작은 짝수}에 대하여 다음 □안에 기호 ∈, ∉ 중 알맞은 것을 써넣어라.
- **41.** 2 A
- **42.** 5 A
- **43.** 8 A
- **44.** 10 A
- ightharpoonup 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 \square 안에 기호 ⊂, ⊄ 중 알맞은 것을 써넣어라.
- **45.** Ø □ A
- **46.** {3} \square A
- **47.** {0, 4} \square A
- **48.** {1, 2, 3, 4} \square A

- ightarrow 다음 ightharpoonup 안에 기호 \in , $ot\in$, $ot\in$, $ot\in$ 중 알맞은 것을 써넣어라.
- **49.** $d \bigcap \{a, b, c\}$
- **50.** $a \cap \{1, b, c\}$
- **51.** $b \bigcap \{a, b\}$
- **52.** $\{a\}$ $\{a, b, c\}$
- **53.** $\{a, e\} \bigcap \{a, b, c, d\}$
- **54.** $\varnothing \bigcap \{a, b, c\}$
- ☑ 주어진 집합 A에 대하여 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ()안에 써넣어라.

$$A = \{1, \{2, 3\}\}\$$

55. {1}∈A

()

56. {3}⊂ A

()

57. $\{2, 3\} \subset A$

()

58. {2, 3}∈A

()

59. {1, 3}⊂ A

()

60. $\{1, 2, 3\} \subset A$

- ()
- ☑ 주어진 집합 A에 대하여 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ()안에 써넣어라.

$$A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$$

61. $\{2\} \in A$

()

62. {1}∈A

()

63. {1, 2}∈A

()

64. $\{1, 2\} \subset A$

()

- **65.** $\{2, \{1, 2\}\} \subset A$
- ()
- ☑ 주어진 집합 A에 대하여 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 () 안에 써넣어라.

$$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3\}\}$$

66. ∅∈A

()

67. {1}⊂ A

()

()

- ightharpoonup 다음 두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.
- **70.** $A = \{a-2, 1\}, B = \{2a-1, 2a+3, 3\}$
- **71.** A= $\{2, 2a-1\}, B= \{a, a+2, 3\}$
- **72.** A= $\{2a-3, 2\}$, B= $\{-a^2, 2a-1, 2a\}$
- **73.** A= $\{a, 3\}$, B= $\{a+2, b-1\}$
- **74.** $A = \{a-1, b+2\}, B = \{3, a+1, a+2\}$ (단, $a \neq b$)
- ightharpoonup 두 집합 A, B에 대하여 A \subset B일 때, a, b의 값의 범위를 각각 구하여라.
- **75.** A= $\{x \mid 1 \le x < 4\}$, B= $\{x \mid a < x \le b\}$
- **76.** A= $\{x \mid -1 \le x \le 5\}$, B= $\{x \mid a < x < b\}$
- **77.** A= $\{x \mid -1 \le x \le 2\}$, B= $\{x \mid a \le x < b\}$

- **78.** A= $\{x \mid 0 \le x \le 4\}$, B= $\{x \mid a+3 \le x \le 2b\}$
- **79.** $A = \{x \mid 3 \le x \le 6\}, B = \{x \mid 2a+1 \le x \le b-1\}$
- **80.** A= $\{x \mid 2 < x < 4\}$, B= $\{x \mid a+1 \le x \le 2b\}$
- **81.** A= $\{x \mid -3 \le x < 1\}$, B= $\{x \mid a-1 < x \le b+2\}$

03 / 서로 같은 집합

- (1) 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속하고, 집합 B의 모든 원소가 집합 A에 속할 때, 즉 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 두 집합 A, B는 서로 같다고 한다. $\Rightarrow A = B$
- (2) 두 집합 A, B가 서로 같지 않을 때, $\Rightarrow A \neq B$
- ☑ 다음 □안에 기호 =, ≠ 중 알맞은 것을 써넣어라.
- **82.** $\{1, 2, 3\}$ [3, 2, 1]
- **83.** {5, 10, 15, 20} [{x | x는 5의 배수}
- **84.** {2, 4, 6} $[x|x \in 1 \text{ 이상 7 이하의 짝수}]$
- **85.** $\{x|x^2-2x-8=0\}$ $\{2, 4\}$

- **86.** {1, 2, 3, 6} [{x | x 는 6의 양의 약수}
- **87.** {1, 2, 3, 5, 7} [{x | x는 10 이하의 소수}]
- **88.** $\emptyset \bigcap \{0\}$
- **89.** $\{1, 3\} \bigcap \{x \mid x^2 5x + 6 = 0\}$
- **90.** $\{1, 2\} \bigcap \{x \mid x^2 3x + 2 = 0\}$
- ☑ 다음 두 집합 A, B의 포함관계를 기호 ○, =를 이 용하여 나타내어라.
- **91.** $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$
- **92.** A= $\{x \mid x \in 2$ 의 배수 $\}$, B= {x | x는 6의 배수}
- **93.** A= {x | x는 소수}, B= {2, 3, 5, 7}
- **94.** A= $\{x \mid x^2 = 4\}$, B= $\{-2, 2\}$

04 / 진부분집합

(1) 집합 A가 집합 B의 부분집합이고 두 집합 A, B가 서로 같지 않을 때, 즉

 $A \subset B^0$ $\exists A \neq B$

일 때, 집합 A를 집합 B의 **진부분집합**이라 한다.

- (2) 집합 A의 부분집합 중 자기 자신을 제외한 부분집합을 집합 A의 진부분집합이라 한다.
- ☑ 다음 집합의 진부분집합을 모두 구하여라.
- **95.** {6, 7}
- **96.** {1, 2, 3}
- **97.** {x|x는 4의 양의 약수}
- **98.** {x|x는 6의 양의 약수}
- **99.** $\{x|x \in 5 \text{ 이하의 소수}\}$
- **100.** {x|x는 2 이하의 짝수}

4

정답 및 해설

- 1) Ø
- 2) $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$
- 3) $\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}$
- 4) $\{a, b, c\}$
- 5) \emptyset , $\{0\}$
- 6) \emptyset , $\{x\}$, $\{y\}$, $\{x, y\}$
- 7) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$
- 8) \emptyset , $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$
- 9) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$
- 10) \emptyset , {1}, {2}, {3}, {4}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 3}, {2, 4}, {3, 4}, {1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 3, 4}, {2, 3, 4}, {1, 2, 3, 4}
- 11) \emptyset , $\{\emptyset\}$, $\{0\}$, $\{\emptyset, 0\}$
- 12) \emptyset , $\{1\}$, $\{7\}$, $\{1, 7\}$
- 13) \emptyset , {3}, {5}, {7}, {3, 5}, {3, 7}, {5, 7}, {3, 5, 7}
- \Leftrightarrow $\{x|x$ 는 2 이상 8 이하의 홀수 $\}$ = $\{3, 5, 7\}$ 이므로 \emptyset ,
- $\{3\}, \{5\}, \{7\},$
- $\{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}$
- $\{3, 5, 7\}$
- 14) \emptyset , $\{1\}$, $\{3\}$, $\{9\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 9\}$, $\{3, 9\}$, $\{1, 3, 9\}$
- 15) \emptyset , $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{4, 6\}$, $\{2, 4, 6\}$
- ⇒ {x | x는 8보다 작은 짝수}= {2, 4, 6}이므로 부분 집합은
 ∅, {2}, {4}, {6}, {2, 4}, {2, 6}, {4, 6}, {2, 4, 6}
- 16) $A \subset B$
- 17) A ⊂ B
- 18) A ⊂ B
- 19) A ⊂ B
- ⇒ 6의 양의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
- $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 6, 7\}$ 이므로 $A \subset B$

- 20) A⊄B 또는 B⊄A
- □ A = {10, 25}, B = {5, 10, 15}이므로

A⊄B 또는 B⊄A

- 21) B ⊂ A
- $\Rightarrow x^2 = 25$ 에서 $x = \pm 5$

따라서 A = {-5, 5}이므로 B ⊂ A

- 22) B ⊂ A
- □ A = {3, 6, 9, 12, 15, ···}, B = {12, 24, 36, ···}○ 므로 B ⊂ A
- 23) A ⊂ B
- □ A = {1, 2, 8, 16}, B = {1, 2, 4, 8, 16}이므로
 A ⊂ B
- 24) B ⊂ A
- $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$ ○] $A = \ B \subset A$
- 25) A ⊂ B
- $\Rightarrow x(x-1)(x-2)=0$
- $\therefore x=0$ 또는 x=1 또는 x=2

따라서 $B = \{0, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B$

- 26) A ⊂ B
- \Rightarrow



- $\therefore A \subset B$
- 27) A ⊂ B
- □ A = {1, 2, 5, 10}, B = {1, 2, 4, 5, 10, 20}이므로

 $A \subset B$

- 28) A ⊂ B
- \Rightarrow 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $A\subset B$
- 29) B ⊂ A

 $\Rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

 $A = \{-1, 1\}, B = \{-1\}$ 이므로 $B \subset A$

- 30) A ∠B, B ∠A
- $\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$ 에서

(x+3)(x+2) = 0 $\therefore x = -3 \oplus x = -2$

즉, A = {-3, -2}, B = {1, 2, 3}이므로

A⊄B, B⊄A

- 31) A⊄B, B⊄A
- ightharpoonup 실수에서 유리수를 제외한 나머지가 무리수이므로 $A
 oldsymbol{\angle} B, B
 oldsymbol{\angle} A$

- 32) A ⊂ B
- ⇒ 1보다 작은 자연수는 없다.

 $A = \emptyset$, $B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$ 이므로 $A \subset B$

- 33) ⊂
- 34) ∈
- 35) ⊂
- 36) ⊂
- 37) ∈ 또는 ⊂
- 38) ⊂
- 39) ⊂
- 40) ∈
- 41) ∈
- □ 집합 A의 원소는 2, 4, 6, 8이다.
- 42) ∉
- □ 집합 A의 원소는 2, 4, 6, 8이다.
- 43) ∈
- □ 집합 A의 원소는 2, 4, 6, 8이다.
- 44) ∉
- □ 집합 A의 원소는 2, 4, 6, 8이다.
- 45) ⊂
- 46) ⊂
- 47) ⊄
- $\{0, 4\} \not\subset A$
- 48) ⊂
- 49) ∉
- 50) ∉
- 51) ∈
- 52) ⊂
- 53) ⊄
- 54) ⊂
- 55) ×
- 56) ×
- 57) ×

- 58) 🔾
- 59) ×
- 60) ×
- 61) ×
- 62) \times
- 63) ()
- ⇒ {1, 2}가 집합 A의 원소이므로 {1, 2}∈A
- 또, {1, 2}가 집합 A의 두 원소 1, 2를 모은 집합도 되므로 {1, 2}⊂ A
- 64) 🔾
- ⇒ {1, 2}가 집합 A의 원소이므로 {1, 2}∈A
- 또, {1, 2}가 집합 A의 두 원소 1, 2를 모은 집합도 되므로 {1, 2}⊂ A
- 65) \bigcirc
- 66) \bigcirc
- 67) \times
- ⇒ {1}∈A이므로 {{1}}
- 68) 🔾
- 69) ×
- 70) -1
- \Rightarrow A \subset B이어야 하므로 2a-1=1 또는 2a+3=1
- (i) 2a-1=1, 즉 a=1일 때,

A = {-1, 1}, B = {1, 3, 5}이므로 A⊄B

(ii) 2a+3=1, 즉 a=-1일 때

 $A = \{-3, 1\}, B = \{-3, 1, 3\}$ 이므로 $A \subset B$ 따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a의 값은 -1이다.

- 71) 2
- \Rightarrow A \subset B이어야 하므로 a=2 또는 a+2=2
- (i) a = 2 일 때,

A = {2, 3}, B = {2, 3, 4}이므로 A ⊂ B

(ii) a+2=2, 즉 a=0일 때,

A = {-1, 2}, B = {0, 2, 3}이므로 A⊄B 따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a의 값은 2이다.

- $\Rightarrow 2a-3\neq 2a-1, 2a-3\neq 2a$ 이므로 $2a-3=-a^2$ $a^2 + 2a - 3 = 0$, (a+3)(a-1) = 0
- ∴ a =-3 또는 a=1
- (i) a = -3일 때,

 $A = \{-9, 2\}, B = \{-9, -7, -6\}$ 이므로 A夕B

(ii) a = 1일 때,

 $A = \{-1, 2\}, B = \{-1, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B$

따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a의 값은 1이다.



$$a = b - 1, \ 3 = a + 2$$
 $\therefore \ a = 1, \ b = 2$

74) a = 4, b = 3

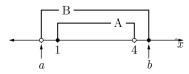
$$\Rightarrow a-1 \neq a+1, a-1 \neq a+2$$
이고,

$$a \neq b$$
에서 $a+2 \neq b+2$ 이므로

$$a-1=3, b+2=a+1$$

$$\therefore a=4, b=3$$

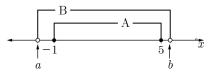
75) $a < 1, b \ge 4$



$$a < 1, b \ge 4$$

76)
$$a < -1, b > 5$$

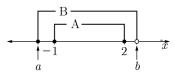
 \Rightarrow



$$a < -1, b > 5$$

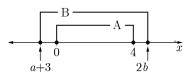
77) $a \le -1, b > 2$

 \Box



$$a \le -1, b > 2$$

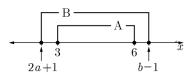
78)
$$a \le -3, b \ge 2$$



 $a+3 \le 0$, $2b \ge 4$ 이므로 $a \le -3$, $b \ge 2$

79)
$$a \le 1, b \ge 7$$

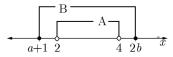
 \Rightarrow



 $2a+1 \le 3$, $b-1 \ge 6$ 이므로 $a \le 1$, $b \ge 7$

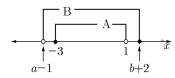
80)
$$a \le 1, b \ge 2$$

 \Rightarrow



 $a+1 \le 2, 2b \ge 4$ 이므로 $a \le 1, b \ge 2$

81) $a < -2, b \ge -1$



$$a-1<-3$$
, $b+2\geq 1$ 이므로 $a<-2$, $b\geq -1$

⇒ 두 집합의 원소의 배열 순서가 달라도 원소가 모 두 같으면 두 집합은 같은 집합이다.

$$\therefore$$
 {1, 2, 3}={3, 2, 1}

⇨ {x | x는 5의 배수}={5, 10, 15, 25, 25, …}이므

$$84) =$$

85) ≠

$$86) =$$

⇒ 6의 양의 약수는 1, 2, 3, 6이므로

87) ≠

$$\Rightarrow \varnothing \subset \{0\}$$
이지만 $\{0\}$ $\not\subset \emptyset$ 이므로 $\varnothing \neq \{0\}$

89) ≠

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$
 에서

$$(x-2)(x-3)=0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$
 $\therefore x = 2 \oplus x = 3$

따라서
$$\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$$
이므로

$$\{1, 3\} \neq \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

$$90) =$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$
 에서

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=1 + x=2$$

$$\therefore$$
 {1, 2}={ $x \mid x^2-3x+2=0$ }

91) A ⊂ B

92) B ⊂ A

$$A = \{2, \ 4, \ 6, \ 8, \ 10, \ \cdots\}, \ B = \{6, \ 12, \ 18, \ 24, \ \cdots\}$$
이
므로 $B \subset A$

- 93) B ⊂ A
- ⇒ A = {2, 3, 5, 7, 11, ···}, B = {2, 3, 5, 7}이므로 $B \subset A$
- 94) A = B
- $\Rightarrow x^2 = 4 \text{ odd} \quad x^2 4 = 0$
- (x+2)(x-2) = 0 $\therefore x = -2 \stackrel{\square}{=} x = 2$
- 따라서 A = {-2, 2}, B = {-2, 2}이므로 A = B
- 95) Ø, {6}, {7}
- 96) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$
- 97) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 4\}$
- ⇒ {1, 2, 4}이므로
- $\varnothing,\ \{1\},\ \{2\},\ \{4\},\ \{1,\ 2\},\ \{1,\ 4\},\ \{2,\ 4\}$
- 98) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{6\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 6\}$ $\{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}$ $\{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$
- ⇒ {1, 2, 3, 6}이므로
- \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{6\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 6\}$
- $\{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\},$
- $\{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$
- 99) \emptyset , $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{3, 5\}$
- ⇒ {2, 3, 5}이므로
- \emptyset , $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{3, 5\}$
- ⇒ {2}이므로 Ø