



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

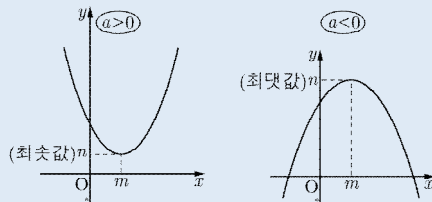
[이차함수의 최대, 최소]

• 모든 함수값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 최대값이라 하고, 가장 작은 값을 그 함수의 최소값이라 한다.

• $y = a(x-m)^2 + n$ 의 최대값과 최소값

① $a > 0$ 이면 $y = a(x-m)^2 + n$ 은 $x = m$ 일 때 최소값 n 을 갖고 최대값은 없다.

② $a < 0$ 이면 $y = a(x-m)^2 + n$ 은 $x = m$ 일 때 최대값 n 을 갖고 최소값은 없다.



• 제한된 범위 $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 이차함수 $f(x) = a(x-m)^2 + n$ 의 최대값, 최소값은 다음과 같다.

① $\alpha \leq m \leq \beta$ 이면 $f(\alpha)$, $f(m)$, $f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최대값이고 가장 작은 값이 최소값이다.

② $m < \alpha$ 또는 $\beta < m$ 이면 $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최대값이고 가장 작은 값이 최소값이다.

기본문제

[문제]

1. 이차함수 $y = 3(x-2)^2 + 5$ 의 최소값은?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[예제]

2. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x + 3$ 의 최대값과 그때의 x 의 값은?

- ① 9, $x = -4$ ② 11, $x = -4$
③ 9, $x = -2$ ④ 11, $x = -2$
⑤ 13, $x = -2$

[문제]

3. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$ 의 최솟값과 그때 x 의 값은?

- ① 3, $x = -1$ ② 5, $x = -1$
③ 1, $x = 1$ ④ 3, $x = 1$
⑤ 5, $x = 1$

[예제]

4. $-1 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 6x + 4$ 의 최대값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[문제]

5. $0 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2$ 의 최대값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[예제]

6. 어느 주민 센터에서는 우리 이웃 돕기 기금 마련을 위한 일일 장터를 개최한다고 한다. 참가비를 2000원으로 정하면 60명의 주민이 신청하고, 참가비를 100원 내릴 때마다 신청하는 주민 수가 10명씩 증가한다고 할 때, 참가비 총액을 최대가 되게 하는 참가비는?

- ① 900원 ② 1000원
③ 1100원 ④ 1200원
⑤ 1300원

[문제]

7. 어느 공원의 공영 자전거 대여소는 하루에 300명이 이용한다고 한다. 하루 이용 요금은 1000원이고, 100원이 오를 때마다 이용객은 하루에 15명씩 줄어들 것으로 예상될 때, 하루 동안 이용객의 이용 금액의 총합이 최대가 되게 하는 이용 요금은?
- ① 1500원 ② 1600원
③ 1700원 ④ 1800원
⑤ 1900원

평가문제

[소단원 확인 문제]

8. $0 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?
- ① 8 ② 9
③ 10 ④ 11
⑤ 12

[소단원 확인 문제]

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 이 $x = -1$ 에서 최솟값 1을 가질 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?
- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[소단원 확인 문제]

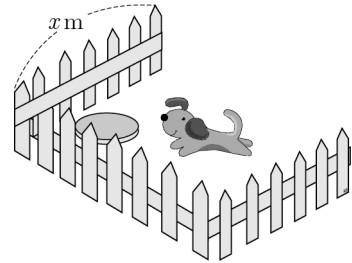
10. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 14일 때, 주어진 x 의 값의 범위에서 최솟값은? (단, k 는 실수)
- ① -3 ② -2
③ -1 ④ 0
⑤ 1

[소단원 확인 문제]

11. 합이 6이 되는 두 실수를 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값으로 가능한 범위는?
- ① $\alpha\beta \leq 9$ ② $\alpha\beta \leq 8$
③ $\alpha\beta \leq 7$ ④ $\alpha\beta \leq 6$
⑤ $\alpha\beta \leq 5$

[소단원 확인 문제]

12. 둘레의 길이가 8 m인 강아지 울타리를 'ㄷ'자 모양으로 만들려고 할 때, 울타리로 둘러싸인 바닥의 최대 넓이는? (단, 울타리의 두께는 생각하지 않는다.)



- ① 6 m^2 ② $\frac{13}{2} \text{ m}^2$
③ 7 m^2 ④ $\frac{15}{2} \text{ m}^2$
⑤ 8 m^2

[중단원 연습 문제]

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 1$ 의 최댓값과 그때 x 의 값은?
- ① 8, $x = 2$ ② 9, $x = 2$
③ 10, $x = 2$ ④ 8, $x = -2$
⑤ 9, $x = -2$

[중단원 연습 문제]

14. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $y = 2x^2 + 12x + 10$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?
- ① 20 ② 21
③ 22 ④ 23
⑤ 24

[중단원 연습 문제]

15. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은? (단, m 은 실수)

- ① 7 ② 9
 ③ 11 ④ 13
 ⑤ 15

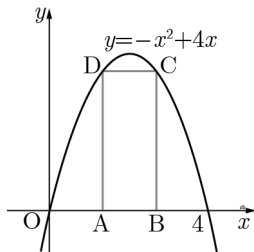
[중단원 연습 문제]

16. $-3 \leq x \leq 0$ 에서 이차함수 $y = ax^2 + 4ax + b$ 의 최댓값이 5, 최솟값이 -3일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[중단원 연습 문제]

17. 다음 그림과 같이 한 변이 x 축 위에 있고, 두 꼭짓점이 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프 위에 있는 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은?



- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[대단원 종합 문제]

18. x 의 이차방정식 $x^2 - mx + m^2 - 27 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 m 의 값의 범위가 $a \leq m \leq b$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 최댓값은?

- ① 3 ② 6
 ③ 9 ④ 12
 ⑤ 15

[대단원 종합 문제]

19. $0 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + k$ 의 최솟값이 2일 때, 주어진 x 의 값의 범위에서 최댓값은? (단, k 는 실수)

- ① 4 ② $\frac{7}{2}$
 ③ 3 ④ $\frac{5}{2}$
 ⑤ 2



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] $y = 3(x-2)^2 + 5$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로
 $x = 2$ 에서 최솟값 5를 가진다.

2) [정답] ④

[해설] 이차함수 $y = -2x^2 - 8x + 3$ 에서
 $y = -2x^2 - 8x + 3 = -2(x^2 + 4x + 4) + 11$
 $= -2(x+2)^2 + 11$ 이므로 주어진 함수의 그래프는
 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 11)$ 이다.
 따라서 $x = -2$ 에서 최댓값 11을 가진다.

3) [정답] ⑤

[해설] 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$ 에서
 $y = 3x^2 - 6x + 8 = 3(x^2 - 2x + 1) + 5$
 $= 3(x-1)^2 + 5$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭
 짓점의 좌표가 $(1, 5)$ 이다.
 따라서 $x = 1$ 에서 최솟값 5를 가진다.

4) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y = x^2 - 6x + 4$ 에서
 $y = x^2 - 6x + 4 = (x-3)^2 - 5$
 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가
 $(3, -5)$ 이다.
 $-1 \leq x \leq 4$ 에서,
 $x = -1$ 일 때, $y = 11$
 $x = 3$ 일 때, $y = -5$
 $x = 4$ 일 때, $y = -4$
 이므로 최댓값 $M = 11$, 최솟값 $m = -5$ 이고
 $M + m = 6$

5) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2$ 에서
 $y = -3x^2 + 6x + 2 = -3(x^2 - 2x + 1) + 5$
 $= -3(x-1)^2 + 5$
 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가
 $(1, 5)$ 이다.
 $0 \leq x \leq 2$ 에서,
 $x = 0$ 일 때, $y = 2$
 $x = 1$ 일 때, $y = 5$
 $x = 2$ 일 때, $y = 2$
 이므로 최댓값 $M = 5$, 최솟값 $m = 2$ 이고
 $M + m = 7$

6) [정답] ⑤

[해설] 참가비를 $100x$ 원 내리면 신청 주민 수는 $10x$
 명 증가하므로
 (참가비) $= (2000 - 100x)$ 원,
 (신청 주민 수) $= (60 + 10x)$ 명
 (단, $0 \leq x \leq 20$)

이때 참가비 총액을 y 원이라고 하면
 $y = (2000 - 100x)(60 + 10x)$
 $= -1000x^2 + 14000x + 120000$
 $= -1000(x-7)^2 + 169000$
 따라서 참가비 총액의 최댓값은 $x = 7$ 일 때
 169000원이고, 이때 참가비는
 $2000 - 100 \times 7 = 1300$ (원)이다.

7) [정답] ①

[해설] 이용 요금을 $100x$ 원 올리면 이용객은 $15x$ 명
 감소하므로
 (이용 요금) $= (1000 + 100x)$ 원,
 (이용객) $= (300 - 15x)$ 명
 (단, $0 \leq x \leq 20$)
 이때 이용 요금 총액을 y 원이라고 하면
 $y = (1000 + 100x)(300 - 15x)$
 $= -1500x^2 + 15000x + 300000$
 $= -1500(x-5)^2 + 337500$
 따라서 이용 요금 총액의 최댓값은 $x = 5$ 일 때
 337500원이고, 이때 이용 요금은
 $1000 + 100 \times 5 = 1500$ (원)이다.

8) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 에서
 $y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1) + 1$
 $= 2(x-1)^2 + 1$
 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가
 $(1, 1)$ 이다.
 $0 \leq x \leq 3$ 에서,
 $x = 0$ 일 때, $y = 3$
 $x = 1$ 일 때, $y = 1$
 $x = 3$ 일 때, $y = 9$
 이므로 최댓값 $M = 9$, 최솟값 $m = 1$ 이고
 $M + m = 10$

9) [정답] ④

[해설] $x = -1$ 에서 최솟값 1을 가지므로
 $y = a(x+1)^2 + 1, a > 0$
 전개하면 $y = ax^2 + 2ax + a + 1$ 이고
 $a + 1 = 3$ 이므로 $a = 2$,
 $b = 2a$ 이므로 $b = 4$
 따라서 $a + b = 6$

10) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 에서
 $y = -x^2 + 4x + k = -(x^2 - 4x + 4) + k + 4$
 $= -(x-2)^2 + k + 4$
 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가
 $(2, k+4)$ 이고
 $k + 4 = 14$ 이므로 $k = 10$
 $-2 \leq x \leq 3$ 에서,
 $x = -2$ 일 때, $y = k - 12 = -2$

$$x=2\text{일 때, } y=14$$

$$x=3\text{일 때, } y=k+3=13$$

따라서 $-2 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수

$$y=-x^2+4x+k\text{의 최솟값은 } -2$$

11) [정답] ①

[해설] $\alpha+\beta=6$ 에서 $\beta=6-\alpha$ 이므로

$$\alpha\beta=\alpha(6-\alpha)=-\alpha^2+6\alpha=-(\alpha-3)^2+9$$

즉 $\alpha\beta$ 의 최댓값은 9

따라서 $\alpha\beta \leq 9$

12) [정답] ⑤

[해설] 둘레의 길이가 8 m이고 주어진 변의 길이는 x 이므로

올타리로 둘러싸인 바닥의 넓이를 y 라고 하면

$$y=-2x^2+8x=-2(x^2-4x+4)+8$$

$$=-2(x-2)^2+8$$

따라서 올타리로 둘러싸인 바닥의 넓이는 $x=2$ 에서 최댓값 8을 가진다.

13) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=-2x^2+8x+1$ 에서

$$y=-2x^2+8x+1=-2(x^2-4x+4)+9$$

$=-2(x-2)^2+9$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (2,9)이다.

따라서 $x=2$ 에서 최댓값 9를 가진다.

14) [정답] ⑤

[해설] 이차함수 $y=2x^2+12x+10$ 에서

$$y=2x^2+12x+10=2(x^2+6x+9)-8$$

$$=2(x+3)^2-8$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -8)$ 이다.

$$-1 \leq x \leq 1\text{에서,}$$

$$x=-1\text{일 때, } y=0$$

$$x=1\text{일 때, } y=24$$

이므로 최댓값 $M=24$, 최솟값 $m=0$ 이고

$$M+m=24$$

15) [정답] ②

[해설] 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-m, \alpha\beta=m-5$$

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-m)^2-2(m-5)$$

$$=m^2-2m+10=(m-1)^2+9$$

따라서 $\alpha^2+\beta^2$ 은 $m=1$ 일 때, 최솟값 9를 가진다.

16) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=ax^2+4ax+b$ 에서

$$y=ax^2+4ax+b=a(x^2+4x+4)+b-4a$$

$$=a(x+2)^2+b-4a$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가

$(-2, b-4a)$ 이고 $a>0$ 이므로 $x=-2$ 에서 최솟값 $b-4a=-3$ 을 가진다.

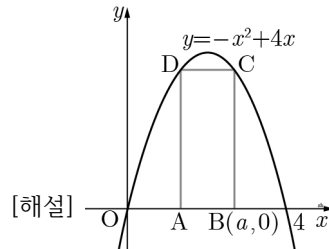
$-3 \leq x \leq 0$ 에서,

$$x=0\text{일 때, 최댓값 } 4a+b-4a=b=5$$

따라서 $a=2, b=5$ 이고

$$a+b=7$$

17) [정답] ⑤



[해설]

그림과 같이 점 B의 좌표를 상수인 a 에 대하여 $(a,0)$ 라고 하면

$$\text{이차함수 } y=-x^2+4x=-(x^2-4x+4)+4$$

$$=-(x-2)^2+4\text{이므로}$$

$x=2$ 에 대하여 대칭이므로 점 A의 좌표는 $(4-a,0)$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이는 $2(\overline{AB}+\overline{BC})$ 이고

$$\overline{AB}=a-(4-a)=2a-4, \overline{BC}=-a^2+4a\text{이므로}$$

$$2(\overline{AB}+\overline{BC})=2\{(2a-4)+(-a^2+4a)\}$$

$$=2(-a^2+6a-4)=-2a^2+12a-8$$

$$=-2(a^2-6a+9)+10$$

$$=-2(a-3)^2+10$$

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$a=3$ 일 때, 최댓값 10을 가진다.

18) [정답] ⑤

[해설] $x^2-mx+m^2-27=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D=(-m)^2-4 \times 1 \times (m^2-27)=-3m^2+108$$

실근을 가지려면 $D \geq 0$ 이어야 하므로

$$-3m^2+108 \geq 0, m^2-36=(m+6)(m-6) \leq 0$$

$$\text{즉 } -6 \leq m \leq 6, a=-6, b=6$$

$$y=-x^2-6x+6=-(x^2+6x+9)+15$$

$$=-(x+3)^2+15$$

따라서 $x=-3$ 에서 최댓값 15를 가진다.

19) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+k$ 에서

$$y=\frac{1}{2}x^2-2x+k$$

$$=\frac{1}{2}(x-2)^2+k-2$$

$0 \leq x \leq 2$ 일 때 $x=2$ 에서 최솟값이 $k-2$ 이므로 $k-2=2, k=4$

따라서 $x=0$ 에서 최댓값이 k 이므로 구하는 최댓값은 4이다.

|