

2022학년도 1학기 제2차 지필평가

2학년 수학 I

과목코드 02

2022. 7. 4. 1교시

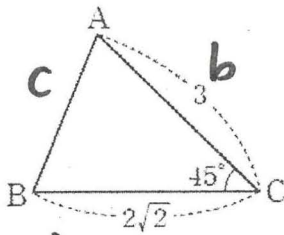
- 본 시험은 선택형 (17)문항, 논술형 (3)문항, 쪽수는 (6)쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR 카드 논술형 답란에 검정색 펜(볼펜)으로 서술하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 수열 $\left\{ \frac{2n}{n^2+1} \right\}$ 의 제 10항은? [4.0점]

- ① $\frac{12}{101}$ ② $\frac{20}{101}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{20}{21}$

$$\frac{20}{101}$$

2. 그림과 같이 $\overline{BC}=2\sqrt{2}$, $\overline{AC}=3$, $C=45^\circ$ 인 삼각형 ABC의 넓이는? [4.0점]



- ① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 12

$$3 \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$6$$

3. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

4. $\sum_{k=1}^{20} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{20} b_k = 10$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} (3a_k - b_k + 1)$ 의 값은? [4.2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$$15 - 10 + 20$$

$$25$$

5. 제2항이 6, 제5항이 48인 등비수열의 첫째항 a , 공비 r 에 대하여 $a^2 + r^2$ 의 값은? [4.3점]

- ① 5 ② 8 ③ 10 ④ 13 ⑤ 20

$$ar = 6$$

$$ar^4 = 48$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

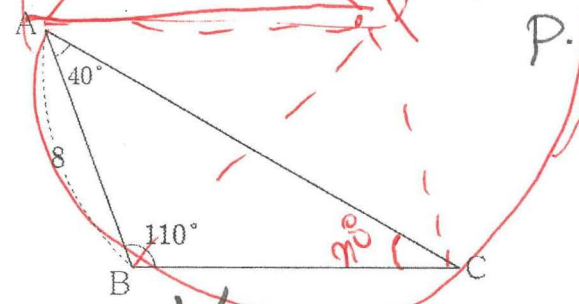
$$a = 3$$

$$9 + 4$$

$$13$$

7. 그림과 같이 $AB = 8$, $\angle CAB = 40^\circ$, $\angle ABC = 110^\circ$ 인 삼각형 ABC가 있다. 이때, 세 점 A, B, C와 같은 거리에 있는 점 P에 대하여 점 A에서 점 P까지의 거리는? [4.5점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 16



사인법칙,

$$2 \log_3 9 = 4$$

$$4 \log_3 9 = 8$$

6. 공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하자. $S_n = pn^2 + n$ 일 때, a_4 의 값은? [4.4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$$d = 4$$

8. 수열 $\log_3 9^2, \log_3 9^4, \log_3 9^8, \dots, \log_3 9^{1024}$ 의 합은? [4.6점]

- ① $2^9 - 4$ ② $2^9 - 2$ ③ $2^{10} - 2$ ④ $2^{11} - 4$ ⑤ $2^{12} - 4$

9. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식 ①이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= 1^2 = 1$, (우변) $= \frac{1}{6} \times 1 \times 2 \times 3 = 1$ 이므로

등식 ①이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 등식 ①이 성립한다고 가정하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

등식 ②의 양변에 $(k+1)^2$ 를 더하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (가)$$

$$= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (가)$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(나)$$

즉, $n=k+1$ 일 때도 등식 ①이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 등식 ①은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

(가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(k)$ 라 할 때, $f(3)+g(4)$ 의 값은? [4.7점]

- ① 18 ② 22 ③ 27 ④ 35 ⑤ 41

10. 그림에서 가로줄과 세로줄에 있는 서로 다른 세 자연수가 나열된 순서대로 등비수열을 이루도록 하려고 한다. <보기>에서 숫자 카드를 골라 빈칸을 모두 채울 때, 필요 없는 두 카드에 적힌 숫자의 합은? [4.8점]

		18
4		
	24	

< 보 기 >							
1	2	6	8	12	36	48	72

- ① 42 ② 48 ③ 49 ④ 73 ⑤ 78

11. 삼각형 ABC에서 $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{7} = \frac{\sin C}{9}$ 일 때, $\cos C$ 의 값은? [4.9점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{10}$ ④ $-\frac{1}{35}$ ⑤ $-\frac{1}{70}$

Handwritten notes for Q11:

$$\sin A = 5k$$

$$\sin B = 7k$$

$$\sin C = 9k$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$a:b:c$$

12. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$x^2 - 2\sqrt{2}x\sin\theta + \sin\theta = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, θ 의 값의 범위는 $a < \theta < b$ 또는 $\pi < \theta < 2\pi$ 이다. $b-a$ 의 값은? [5.0점]

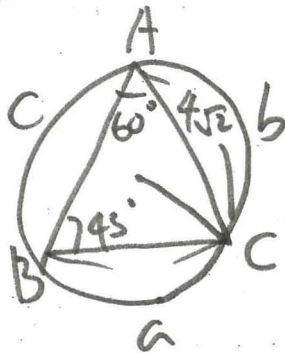
- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{6}$

13. 삼각형 ABC에서 $A=60^\circ$, $B=45^\circ$, $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ 일 때, 외접원의 반지름의 길이 R 에 대하여 $R \times \overline{BC}$ 의 값은? [5.1점]

① $12\sqrt{3}$ ② $16\sqrt{3}$ ③ $24\sqrt{3}$ ④ $32\sqrt{3}$ ⑤ $36\sqrt{3}$

$16\sqrt{3}$

$R=4$



$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8$$

$$2R = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} = 8$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$2a = 8\sqrt{3} \quad a = 4\sqrt{3}$$

14. 함수 $f(x) = a\sin x + b$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)의 그래프에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a < 0$, $b < 0$) [5.2점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $y=f(x)$ 의 최댓값은 $a+b$ 이다. 0

ㄴ. 함수 $y=f(x)$ 와 $y=b$ 의 교점의 개수는 3이다.

ㄷ. $a < c < 0$ 인 실수 c 에 대하여 $f(x) = b-c$ 를 만족하는 모든 실수 x 의 값의 합은 3π 이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 이차함수 $f(x) = nx^2 - x - n$ 와 일차함수 $g(x) = -2x + n^2$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 a_n , b_n 이라고 하면

$$\sum_{n=1}^{23} \left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n} \right) = \frac{q}{p} \text{ 이다. 이때, } p+q \text{의 값은? (단, } n \text{은 자연수, } p \text{와 } q \text{는 서로소) [5.3점]}$$

① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

① 45

② 47

③ 49

④ 51

⑤ 53

16. 첫째항이 1, 공차가 1인 등차수열이 있다. 첫 번째 시행에서 이 수열의 홀수 번째 항을 지우고, 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 수열의 홀수 번째 항을 지운다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 8번째 시행 후 남은 수열의 제10항은? [5.4점]

① 2560 ② 2580 ③ 2600 ④ 2620 ⑤ 2640

$$a=1 \quad d=1$$

17. 자연수 n 에 대하여 방정식 $\sin x = \frac{x}{n\pi}$ ($-n\pi < x < n\pi$)의 서로 다른 실근의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.5점]

<보 기>

ㄱ. $f(2) = 3$ 이다.

ㄴ. $f(2n) = 4n - 1$ 이다.

ㄷ. n 이 홀수이면 $f(n) = f(n+1)$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[논술형 1] 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하자. $S_n = 2n^2 + 5n + 1$ 일 때, 일반항 a_n 을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6.0점]

$$2n^2 + 5n + 1 - \{2(n-1)^2 + 5(n-1) + 1\}$$

$$2n^2 - 4n + 2 - 2n^2 + 4n - 2 + 5n - 5 + 1$$

$$\cancel{2n^2 + 5n + 1 - 2n^2 + 4n - 2 + 5n - 5 + 1}$$

$$2n^2 + 5n + 1 - 2n^2 + 4n - 2 - 5n + 5 - 1$$

①

$$4n + 3$$

$$\cancel{2n^2 + 5n + 1 - 2n^2 + 4n - 2 + 5n - 5 + 1}$$

$$n = 2n + 1$$

$$2n^2 - 4n + 2 + 5n - 5 + 1$$

$$\cancel{2n^2 + 5n + 1 - 2n^2 + 4n - 2 + 5n - 5 + 1}$$

$$4n + 3$$

[논술형 2] $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=7$, $\overline{BC}=13$ 인 삼각형 ABC에 대하여 다음 물음에 답하시오. [7.0점]

2-1. $\cos A$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]

$$64 + 49 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169$$

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos A = a^2$$

$$113 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169$$

$$-2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169 - 113$$

$$-112 \cos A = 56$$

$$\cos A = -\frac{56}{112} = -\frac{1}{2}$$

$\cos A = -\frac{1}{2}$

2-2. $\sin A$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

2-3. 삼각형 ABC의 넓이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

[2.0점]

$$49 + 64 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169$$

$$113 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169$$

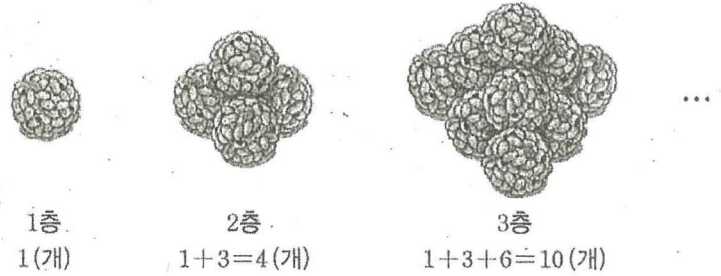
$$-2 \cdot 8 \cdot 7 \cos A = 169 - 113$$

$$-112 \cos A = 56$$

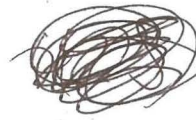
$$\cos A = -\frac{56}{112} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 A}}{1} = \frac{\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2}}{1} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}}{1} = \frac{\sqrt{\frac{3}{4}}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

[논술형 3] 조선 시대 수학자 황윤석(黃胤錫, 1729~1791)은 그의 저서 '산학입문'에서 다음과 같이 과자를 1층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수는 1, 2층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수는 4, 3층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수는 10이라고 하였다. 과자를 n 층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수를 a_n , 과자를 $n+1$ 층으로 쌓는 데 필요한 과자의 개수를 a_{n+1} 라 할 때, 다음을 구하시오. [총 7.0점]



3-1. a_4 와 a_5 의 값을 구하시오. [2.0점]



3-2. a_n 과 a_{n+1} 사이의 관계식을 구하시오. [2.0점]

3-3. $f(n) = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} 2f(n)$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.