

# 교과서 변형문제 기본

# 3-2-2.두 직선의 위치관계 신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [두 직선의 위치관계]

•직선 y=mx+n, y=m'x+n'의 위치관계

두 직선의	조건	두 직선의	연립방정식의
위치 관계	조건	교점의 개수	해의 개수
평행하다.	$m = m'$ , $n \neq n'$	없다.	해가 없다.
일치한다.	m = m', $n = n'$	무수히 많다.	해가 무수히 많다.
한 점에서 만난다.	$m \neq m'$	한 개	한 쌍의 해를 가진다.
수직이다.	mm' = -1		7129.

• 직선 ax + by + c = 0, a'x + b'y + c' = 0의 위치관계

두 직선의 위치 관계	조건	두 직선의 교점의 개수	연립방정식의 해의 개수
평행하다.	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	없다.	해가 없다.
일치한다.	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	무수히 많다.	해가 무수히 많다.
한 점에서 만난다.	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	한 개	한 쌍의 해를
수직이다.	aa' + bb' = 0		기진다.

#### 기본문제

- **1.** 점  $\left(\frac{2}{5}, \frac{-1}{5}\right)$ 을 지나고 직선 3x + 6y = 0에 수직인 직선의 방정식은?

  - ①  $y = \frac{1}{2}x 1$  ②  $y = -\frac{1}{2}x + 1$
  - y = -2x 1
- y = 2x + 1
  - y = 2x 1

[문제]

- **2.** 직선 x+ay+4=0은 3x-by=0과는 수직이고 2x+(b-1)y+4=0과는 평행할 때,  $a^2+b^2$ 의 값은? (단, a, b는 정수)
  - ① 10
- ② 12
- 3 14
- 4) 16
- (5) 18

- **3.** 두 점 A(4,0), B(0,2)를 잇는 선분 AB의 수직이 등분선이 (3,a)를 지날 때, a의 값은?
  - 1 1

- ② 2
- ③ 3
- **(4)** 4

(5) 5

[문제]

- **4.** A (4,5)에서 두 점 A(2,0), B(0,2)을 잇는 선분 AB에 수선을 내렸을 때, 수선의 발이 H(a,b)라고 하면 a+b의 값은?
  - 1 1
- ② 2
- ③ 3

(4) 4

(5) 5

[중단원 마무리]

- **5.** 두 직선 (a+1)x+by+3=0, ax-y-3=0이 서 로 수직이고 교점이 (1,-1)일 때, a+b의 값은?
  - 1) 2
- ② 4
- 3 6
- **(4)** 8
- (5) 10

[중단원 마무리]

- **6.** 두 직선 (a+1)x+y+1=0, 2x+ay-3=0이 서 로 평행할 때, 음수 a의 값은?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -4$
- 3 6
- (4) 8
- (5) 10

#### [중단원 마무리]

- 7. 두 직선 x-y+2=0, 2x-y+1=0의 교점과 점 (2, 4)를 지나는 직선이 (3,a)를 지날 때, a의 값 은?
  - 1
- ② 2
- ③ 3
- **4**

⑤ 5

- [중단원 마무리]
- **8.** 일차방정식 (m+4)x+(m-2)y+4m+4=0이 나 타내는 직선이 실수 m의 값에 관계없이 항상 지나 는 점의 좌표를 (a,b)라고 할 때, a+b의 값을 구하 며?
  - $\bigcirc -1$
- $\bigcirc 2 2$
- (3) 3
- $\bigcirc 4 4$
- (5) 5
- - [중단원 마무리]
- **9.** A A(6,4) 에서 직선 y = -2x + 3에 내린 수선의 발 H(a,b)에 대해 a+b의 값을 구하면?
  - ①  $\frac{9}{5}$
- ② 2
- $4 \frac{12}{5}$
- $\bigcirc \frac{13}{5}$

- [중단원 마무리]
- **10.** 세 직선 (a-6)x+y+4=0, 2x-y+1=0, 4x+y-4=0이 삼각형을 이루지 않도록 하는 a의 값의 합은?
  - ① 2
- 2 4
- 3 6
- **(4)** 8
- (5) 10

- [중단원 마무리]
- **11.** 원  $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 25$  위의 점(a,2)에서의 접선이 (b,-1)을 지날 때, a+b의 값을 구하면? (단, a > 0)
  - $\bigcirc$  2

2 4

3 6

- **(4)** 8
- **⑤** 10

- [대단원 마무리]
- **12.** 직선 y = mx + k가  $y = \frac{1}{2}x + 3$ 과 수직이고, 점 (1,0)을 지날 때, mk의 값을 구하면?
  - $\bigcirc -1$
- $\bigcirc -2$
- (3) 3
- $\bigcirc 4$
- (5) 5

- [대단원 마무리]
- **13.** 두 점 (-1,7)과 (3,1)을 지나는 직선에 수직이고 점 (0,4)를 지나는 직선의 방정식의 x절편은?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -4$
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 10

유사문제

- **14.** x절편이 -3이고 직선 3x-5y+7=0에 수직인 직선이 ax+3y+b=0이라 할 때, a+b의 값은?
  - ① 16
- ② 17
- ③ 18
- **4**) 19
- (5) 20

- **15.** 두 점 (-2,3)와 (1,7)을 지나는 직선에 수직이 며 (4,5)를 지나는 직선의 방정식을 구하면?
  - ①  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{17}{3}$  ②  $y = -\frac{3}{4}x + 4$

  - ③  $y = -\frac{3}{4}x + 8$  ④  $y = \frac{4}{3}x + \frac{3}{17}$
- **16.** 점  $(3, -5\sqrt{3})$ 을 지나고, 직선  $\sqrt{3}x+y+2=0$ 에 평행한 직선의 y절편은?
  - ①  $-2\sqrt{3}$
- ②  $-\sqrt{3}$
- ③ 0
- (4)  $\sqrt{3}$
- ⑤  $2\sqrt{3}$
- **17.** 일차방정식 (k+3)x+(k-2)y-(6+2k)=0이 나 타내는 직선이 실수 k의 값에 관계없이 항상 지나 는 점의 좌표를 구하면?
  - $\bigcirc$  (0,2)
- (2)(2,0)
- (3)(2,2)
- (0,3)
- (5) (3,2)
- **18.** 세 직선 y=x, y=-x+4, 4x-my=10 이 삼각 형을 이루지 않도록 하는 모든 상수 m의 값의 합 을 구하면?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$
- 3 0
- (4) 1

⑤ 2

# 4

#### 정답 및 해설

#### 1) [정답] ⑤

[해설] 구하는 직선의 기울기를 m이라 하면 직선 3x+6y=0, 즉  $y=-\frac{1}{2}x$ 의 기울기가  $-\frac{1}{2}$ 이므로  $-\frac{1}{2}m = -1$ 에서 m = 2따라서 점  $\left(\frac{2}{5}, \frac{-1}{5}\right)$ 을 지나고 기울기가 2인 직 선의 방정식은  $y + \frac{1}{5} = 2\left(x - \frac{2}{5}\right)$  즉, y = 2x - 1

#### 2) [정답] ①

[해설] x + ay + 4 = 0은 3x - by = 0과 수직이므로  $-\frac{1}{a} \times \frac{3}{b} = -1$ , 즉 ab = 3이 성립 x+ay+4=0과 2x+(b-1)y+4=0평행하므로  $-\frac{1}{a} = -\frac{2}{b-1}$ 으로 b = 2a+1그러므로 ab = a(2a+1) = 3에서  $2a^2+a-3=(a-1)(2a+3)=0$ 따라서 a=1. b=3이고  $a^2+b^2=10$ 

## 3) [정답] ③

[해설] 직선 AB의 기울기는  $\frac{2-0}{0-4} = -\frac{1}{2}$ 이때  $\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 기울기를 m이라고 하면  $-\frac{1}{2} \times m = -1$ , m = 2한편, AB의 수직이등분선은 AB의 중점  $\left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$ , 즉 (2,1)을 지난다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 y-1=2(x-2), 즉 y=2x-3이므로 (3,3)을 지 난다. 그러므로 a=3

4) [정답] ② [해설] 직선 AB의 기울기는  $\frac{2-0}{0-2} = -1$ 이때 수선의 기울기를 m이라고 하면  $-1 \times m = -1, m = 1$ 한편, 수선이 (4,5)을 지나므로 구하는 직선의 방  $y-5=1\times(x-4)$ , = y=x+1이때 H(a,b)는 y=x+1과 선분 AB의 교점이므 선분 AB의 방정식 x+y-2=0, 즉 y=-x+2에서  $H\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ 따라서  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{3}{2}$ 이고 a+b=2

#### 5) [정답] ④

[해설] (a+1)x+by+3=0과 ax-y-3=0이 수직이  $-\frac{a+1}{b} \times a = -1$ , a(a+1) - b = 0, a(a+1) = b한편 ax-y-3=0이 (1,-1)을 지나므로 a=2따라서 b=6이고 a+b=8

# 6) [정답] ①

[해설] (a+1)x+y+1=0과 2x+ay-3=0이 평행하  $-(a+1) = -\frac{2}{a}$  $a(a+1)-2=a^2+a-2=(a+2)(a-1)=0$ 따라서 a는 음수이므로 a=-2

## 7) [정답] ⑤

[해설] x-y+2=0, 2x-y+1=0의 공통해는 x=1, y=3이므로 두 직선의 교점의 좌표는 (1,3)(1,3)와 (2,4)를 지나는 직선의 방정식은  $y-4=\frac{4-3}{2-1}(x-2), y=x+2$ 따라서 y=x+2는 (3,5)를 지나므로 a=5

## 8) [정답] ④

[해설] (m+4)x+(m-2)y+4m+4=0에서 m(x+y+4)+4x-2y+4=0이므로 m에 상관없 이 (a,b)를 지나므로 a+b+4=0, 4a-2b+4=0따라서 a = -2. b = -2이고 a + b = -4

## 9) [정답] ③

[해설] 직선 y = -2x + 3의 기울기는 -2이때 수선의 기울기를 m이라고 하면  $-2 \times m = -1, \ m = \frac{1}{2}$ 한편, 수선이 (6,4)을 지나므로 구하는 직선의 방  $y-4=\frac{1}{2}(x-6)$ ,  $=\frac{1}{2}x+1$ 이때 H(a,b)는  $y=\frac{1}{2}x+1$ 과 직선 y=-2x+3의 교점이므로  $H\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ 따라서  $a = \frac{4}{5}$ ,  $b = \frac{7}{5}$ 이고  $a + b = \frac{11}{5}$ 

10) [정답] ④ [해설] (i) 어느 두 직선이 서로 평행할 때, 직선 (a-6)x+y+4=0의 기울기가 -(a-6)이 -(a-6) = 2에서 a = 4-(a-6) = -4에서 a = 10(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때, (a-6)x+y+4=0두 직선 2x-y+1=0, 4x+y-4=0의 교점  $\left(\frac{1}{2},2\right)$ 을 지나야 하므로

$$(a-6) \times \frac{1}{2} + 2 + 4 = 0$$
,  $a = -6$ 

(i), (ii)에서 a=10, a=4, a=-6

# 11) [정답] ④

[해설]  $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 25$ 에서 원의 중심은 (3,a)그러므로 원 위의 점 (a,2)와 원의 중심 (3,a)사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

그러므로 
$$\sqrt{(a-3)^2+(2-a)^2}=5$$
에서  $2a^2-10a-12=2(a-6)(a+1)=0$ 

따라서 a > 0이므로 a = 6

한편 원 위의 점 (6,2)에서의 접선은 (3,6), (6,2)를 지나는 직선과 수직이다.

이때 두 점 (3,6), (6,2)을 잇는 직선은  $y=-\frac{4}{3}x+10$ 이므로 접선의 기울기는  $\frac{3}{4}$ 이고 접선은 (6,2)를 지난다.

따라서 접선의 방정식은  $y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$ 이고 (2,-1)을 지나므로 b=2 그러므로 a+b=8

# 12) [정답] ④

[해설] 직선  $y=\frac{1}{2}x+3$ 의 기울기가  $\frac{1}{2}$ 이므로 직선 y=mx+k의 기울기, 즉 m=-2 이때 y=-2x+k는 (1,0)을 지나므로 k=2 따라서 mk=-4

#### 13) [정답] ③

[해설] 두 점 (-1,7)과 (3,1)을 지나는 직선의 기울 기는  $\frac{1-7}{3-(-1)}$ = $-\frac{3}{2}$ 이므로 구하는 직선의 기울 기는  $\frac{2}{3}$ 이다. 그런데 구하는 직선이 (0,4)를 지나므로 구하는 직선의 방정식은  $y=\frac{2}{3}x+4$ 이고 (-6,0)

# 14) [정답] ⑤

[해설] 3x-5y+7=0 에 수직이므로 기울기는  $-\frac{5}{3}$  이고 점(-3,0) 을 지나므로  $y=-\frac{5}{3}(x+3)$  5x+3y+15=0 이므로 a+b=20

#### 15) [정답] ③

[해설] 두 점 (-2,3),(1,7)을 지나는 직선의 기울기는  $\frac{7-3}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$ 

을 지나므로 x절편은 -6

이 직선과 수직이어야 하므로 기울기는  $-\frac{3}{4}$ 이다. 기울기가  $-\frac{3}{4}$ 이고 점 (4,5)를 지나는 직선의 방정식은  $y=-\frac{3}{4}x+8$ 이다.

# 16) [정답] ①

[해설] 직선  $\sqrt{3}x+y+2=0$  에 평행하므로 기울기는  $-\sqrt{3}$  이고 점 $(3,-5\sqrt{3})$  을 지나는 직선의 방정식은  $y=-\sqrt{3}(x-3)-5\sqrt{3}=-\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$  따라서 y 절편은  $-2\sqrt{3}$ 

# 17) [정답] ②

[해설] k(x+y-2)+(3x-2y-6)=0  $\begin{cases} x+y=2\\ 3x-2y=6\\ \therefore x=2,y=0 \end{cases}$  따라서 k에 상관없이 (2,0)을 지난다.

#### 18) [정답] ②

[해설] 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는

(i) 두 직선이 평행할 때

세 직선의 기울기는  $1, -1, \frac{4}{m}$ 이므로

$$\frac{4}{m}$$
=1일 때  $m=4$ 

$$\frac{4}{m} = -1$$
일 때  $m = -4$ 

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때  $y=x,\ y=-x+4$ 를 연립하여 풀면  $x=2,\ y=2$  교점  $(2,\ 2)$ 을 4x-my=10에 대입하면 8-2m=10

$$\therefore m = -1$$

따라서 m의 값의 합은 4+(-4)+(-1)=-1이 다.