01 확률의 덧셈정리

(1) 확률의 덧셈정리

① 표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여
$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

② 표본공간 S의 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면
$A\cap B=\varnothing$이므로 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$

◪ 두 사건 A, B에 대하여 다음을 구하여라.

1. $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$**일 때,** $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$**의 값**

2. $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{2}{5}$, $P(A\cup B)=\frac{8}{15}$**일 때,** $P(A\cap B)$**의 값**

3. $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$**일 때,** $P(A\cup B)$**의 값**

4. $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{3}{4}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$**일 때,** $P(A\cap B)$**의 값**

5. $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$, $P(A\cup B)=\frac{7}{10}$**일 때,** $P(B)$**의 값**

6. $P(A)=\frac{1}{5}$, $P(B)=\frac{2}{3}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$**일 때,** $P(A\cap B)$**의 값**

7. **두 사건** A**와** B**가 서로 배반사건이고** $P(A)=0.3$, $P(A\cup B)=0.7$**일 때,** $\mathrm{P}(\mathrm{B})$**의 값**

8. $S=A\cup B$, $P(A\cap B)=0$, $P(A)=0.4$**일 때,** $P(B)$**의 값**

9. $S=A\cup B$, $P(A)=0.7$, $P(A\cap B)=0.2$**일 때,** $P(B)$**의 값**

10. $S=A\cup B$, $P(B)=0.5$, $P(A\cap B)=0.4$**일 때,** $P(A)$**의 값**

11. $S=A\cup B$, $P(A)=0.6$, $P(B)=0.5$**일 때,** $P(A\cap B)$**의 값**

12. $S=A\cup B$, $P(A\cap B)=0.2$**일 때,** $P(A)+P(B)$**의 값**

13. $S=A\cup B$, $A\cap B=\varnothing$, $P(B)=0.8$**일 때,** $P(A)$**의 값**

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

14. 두 사건 A, B가 배반사건이고 $P(B)=\frac{1}{5}$, $P(A\cup B)=1$일 때, $P(A)$의 값

15. 두 사건 A, B가 배반사건이고 $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$일 때, $P(B)$의 값

16. 두 사건 A, B가 배반사건이고 $P(A)=\frac{1}{6}$, $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(B)$의 값

17. 두 사건 A, B가 배반사건이고 $P(A)=\frac{1}{35}$, $P(B)=\frac{4}{35}$일 때, $P(A\cup B)$의 값

18. 두 사건 A와 B가 배반사건이고 $P(A)-P(B)=\frac{1}{8}$, $P(A)P(B)=\frac{3}{32}$일 때, $P(A\cup B)$의 값

19. 사건 전체의 집합 S의 두 사건 A, B가 배반사건이고 $A\cup B=S$, $P(B)=3P(A)$일 때, $P(B)$의 값

20. 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고 $P(B^c)=\frac{7}{12}$, $P(B)=\frac{3}{2}P(A)$ 일 때, $P(A\cup B)$의 값

◪ 다음을 구하여라.

21. 흰 공이 3개, 검은 공이 2개 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 같은 색의 공이 나올 확률

22. 흰 공 4개, 검은 공 3개가 들어 있는 상자에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 3개 모두 같은 색의 공이 나올 확률

23. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 3이거나 차가 3일 확률

24. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 8이거나 차가 4일 확률

25. 1부터 8까지의 자연수가 각각 적힌 카드가 2장씩 총 16장의 카드 중에서 두 장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 수의 합이 6의 약수일 확률

26. 도넛 5개와 쿠키 4개가 들어 있는 봉지에서 3개를 동시에 꺼낼 때, 3개가 모두 도넛 또는 모두 쿠키일 확률

27. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 1 이하이거나 9 이상일 확률

28. 1부터 100까지의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 3의 배수 또는 4의 배수일 확률

29. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 소수이거나 4의 배수일 확률

30. 10개의 삼각김밥 중 3개는 겨자가 들어간 김밥이고 2개는 청량고추가 들어간 김밥이다. 호원이가 임의로 2개를 골라먹을 때, 두 개 모두 청량고추가 들어간 김밥이거나 겨자가 들어간 김밥일 확률

31. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수이거나 5의 배수일 확률

32. 흰 공 5개와 검은 공 4개가 들어 있는 상자에서 갑이 한 개의 공을 꺼내고, 을이 한 개의 공을 꺼낼 때, 갑과 을이 꺼낸 공이 같은 색의 공일 확률

33. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 2와 서로소이거나 2의 배수일 확률

34. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 2의 배수이거나 5의 배수일 확률

35. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수이거나 4의 배수일 확률

36. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수가 5 이하이거나 10 이상일 확률

37. 1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 30장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 3의 배수 또는 5의 배수가 적힌 카드가 나올 확률

38. 1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 30장의 카드가 들어있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때, 7의 배수 또는 13의 배수가 적힌 카드가 나올 확률

39. 1부터 40까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 40개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 3의 배수 또는 4의 배수가 적힌 공이 나올 확률

40. 1부터 40까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 40개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 5의 배수 또는 9의 배수가 적힌 공이 나올 확률

41. 과일과 채소를 판매하는 상점에서 진열대 위에 사과를 포함한 서로 다른 과일 3개와 양배추를 포함한 서로 다른 채소 3개를 임의로 모두 일렬로 배열할 때, 사과의 양쪽 옆에 채소를 배열하거나 양배추의 양쪽 옆에 과일을 배열할 확률

◪ 두 사건 A, B에 대하여 다음을 구하여라.

42. $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{3}{5}$일 때, $P(A\cap B)$의 최솟값

43. $P(A)=\frac{4}{7}$, $P(B)=\frac{3}{4}$일 때, $P(A\cap B)$의 최솟값

44. $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{5}{6}$일 때, $P(A\cap B)$의 최솟값

45. $P(A)=\frac{7}{8}$, $P(B)=\frac{5}{6}$일 때, $P(A\cap B)$의 최솟값

46. $P(A)=\frac{8}{11}$, $P(B)=\frac{3}{10}$일 때, $P(A\cap B)$의 최솟값

02 여사건의 확률

(1) 여사건의 확률 : 사건 A와 그 여사건 A^C에 대하여 $\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$

(2) ('적어도 ~인 사건'의 확률) $=1-$(반대인 사건의 확률)

(3) '~이상인 사건', '~이하인 사건', '~ 아닌 사건'의 경우 여사건의 확률을 이용해 더 편리하게 구할 수 있다.

◪ 다음을 구하여라.

47. 남학생 3명, 여학생 2명을 일렬로 세울 때, 적어도 한쪽 끝에는 남학생을 세울 확률

48. 남학생 3명, 여학생 2명을 일렬로 세울 때, 적어도 한쪽 끝에는 여학생을 세울 확률

49. 남자 2명과 여자 3명을 일렬로 앉힐 때, 적어도 한 쪽 끝에는 남자를 앉힐 확률

50. 한 개의 동전을 세 번 던질 때, 적어도 한 번은 뒷면이 나올 확률

51. 서로 다른 흰 양말 3켤레, 분홍 양말 4켤레가 들어 있는 서랍에서 임의로 3켤레의 양말을 꺼낼 때, 적어도 1켤레가 흰 양말일 확률

52. 남학생 5명, 여학생 4명 중에서 임의로 대표 3명을 뽑을 때, 대표 중에서 적어도 한 명은 여학생일 확률

53. 4개의 당첨제비가 포함된 10개의 제비 중에서 4개의 제비를 꺼낼 때, 적어도 1개가 당첨제비일 확률

54. 4개의 당첨제비가 포함된 10개의 제비 중에서 4개의 제비를 꺼낼 때, 적어도 2개가 당첨제비일 확률

55. 흰 공 4개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 파란 공일 확률

56. 흰 공이 5개, 파란 공이 4개 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 흰 공일 확률

57. 흰 공이 5개, 검은 공이 4개 들어 있는 주머니에서 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 검은 공일 확률

58. 어느 공장에서 생산된 10개의 제품 중에는 2개의 불량품이 있다. 이 제품 10개 중에서 임의로 3개를 꺼낼 때, 적어도 한 개의 불량품이 나올 확률

◪ 다음을 구하여라.

59. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 소수가 아닐 확률

60. 영희와 철수를 포함한 학생회 임원 5명이 원탁에 둘러앉을 때, 영희와 철수가 이웃하여 앉지 않을 확률

61. 1부터 50까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 50장의 카드에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 수가 4의 배수가 아닐 확률

62. 서로 다른 네 개의 동전을 던질 때, 뒷면이 2개 이상 나올 확률

63. 5개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 1개 이상 나올 확률

64. 5개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 2개 이상 나올 확률

65. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 10 이하일 확률

66. 남학생 4명, 여학생 6명 중 대표 3명을 뽑을 때, 여학생이 한 명 이상 포함될 확률

67. 1부터 50까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 50장의 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 수가 3 이하이거나 45 이상일 확률

68. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 두 눈의 수 중에서 큰 수를 선택하려고 할 때, 두 번째 나온 눈의 수가 선택되고 선택된 수가 4 이상일 확률 (단, 같은 눈의 수가 두 번 나오면 두 번째 나온 수를 선택한다.)

69. 남학생 4명, 여학생 6명 중 대표 4명을 뽑을 때, 남학생이 한 명 이상 포함된 확률

70. 흰 구슬 4개, 검은 구슬 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 검은 구슬이 2개 이하일 확률

71. 파란 공 4개, 빨간 공 3개, 노란 공 5개가 들어 있는 상자에서 임의로 3개의 공을 꺼낼 때, 공의 색이 두 종류 이상일 확률

72. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 개를 이용하여 세 자리 정수를 만들 때, 230 이상일 확률

정답 및 해설

1) $\frac{11}{20}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{2}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{10}$

$=\frac{11}{20}$

2) $\frac{1}{5}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{8}{15}=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-P(A\cap B)$

$P(A\cap B)=\frac{1}{5}$

3) $\frac{8}{15}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{8}{15}$

4) $\frac{1}{4}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{5}{6}=\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-P(A\cap B)$

$\therefore P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

5) $\frac{2}{5}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+P(B)-\frac{1}{5}$

$\therefore P(B)=\frac{2}{5}$

6) $\frac{1}{30}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{5}{6}=\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-P(A\cap B)$

$\therefore P(A\cap B)=\frac{1}{30}$

7) 0.4

⇨ $A\cap B=\varnothing$, 즉 $P(A\cap B)=0$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$0.7=0.3+P(B)$

$\therefore$ $P(B)=0.4$

8) 0.6

⇨ $P(S)=P(A\cup B)=1$, $P(A\cap B)=0$,

$P(A)=0.4$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$1=0.4+P(B)$

$\therefore$ $P(B)=0.6$

9) 0.5

⇨ $P(S)=P(A\cup B)=1$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1=0.7+P(B)-0.2$

$\therefore$ $P(B)=0.5$

10) 0.9

⇨ $P(S)=P(A\cup B)=1$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1=P(A)+0.5-0.4$

$\therefore$ $P(A)=0.9$

11) 0.1

⇨ $P(S)=P(A\cup B)=1$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1=0.6+0.5-P(A\cap B)$

$\therefore$ $P(A\cap B)=0.1$

12) 1.2

⇨ $P(S)=P(A\cup B)=1$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1=P(A)+P(B)-0.2$

$\therefore$ $P(A)+P(B)=1.2$

13) 0.2

⇨ $A\cap B=\varnothing$이므로 $P(A\cap B)=0$

$P(S)=P(A\cup B)=1$, $P(B)=0.8$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$1=P(A)+0.8$

$\therefore$ $P(A)=0.2$

14) $\frac{4}{5}$

⇨ A, B가 서로 배반이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$1=P(A)+\frac{1}{5}$

$\therefore P(A)=\frac{4}{5}$

15) $\frac{1}{3}$

⇨ 두 사건 A, B 가 배반사건이므로

$A\cap B=\varnothing$ 에서 $P(A\cap B)=0$이다.

따라서 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+P(B)$

$P(B)=\frac{1}{3}$

16) $\frac{1}{2}$

⇨ 두 사건 A, B 가 배반사건이므로
$A \cap B = \varnothing$ 에서 $P(A \cap B) = 0$이다.
따라서 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 에서
$\frac{2}{3} = \frac{1}{6} + P(B)$
$P(B) = \frac{1}{2}$

17) $\frac{1}{7}$

⇨ 두 사건 A, B 가 배반사건이므로
$A \cap B = \varnothing$ 에서 $P(A \cap B) = 0$이다.
따라서 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 에서
$P(A \cup B) = \frac{1}{35} + \frac{4}{35} = \frac{1}{7}$

18) $\frac{5}{8}$

19) $\frac{3}{4}$

⇨ 두 사건 A, B가 배반사건이면
$P(A \cap B) = 0$이고 $A \cup B = S$ 이므로
$P(S) = P(A \cup B) = 1$
따라서 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$에서
$1 = P(A) + P(B)$ 이고,
$P(B) = 3P(A)$ 에서 $P(A) = \frac{1}{3}P(B)$ 이므로
$1 = \frac{1}{3}P(B) + P(B)$, $\frac{4}{3}P(B) = 1$
$\therefore P(B) = \frac{3}{4}$

20) $\frac{25}{36}$

21) $\frac{2}{5}$

⇨ 전체 경우의 수는 5개 중 2개를 뽑는 것이므로 ${}_5C_2$가지이고, 같은 색의 공이 나오는 것은 둘 다 흰 공이거나 둘 다 검은 공일 경우이다.
(ⅰ) 둘 다 흰 공인 경우
흰 공 3개 중 2개를 꺼내야 하므로
이 경우의 수는 ${}_3C_2$가지
(ⅱ) 둘 다 검은 공인 경우
검은 공 2개 중 2개를 꺼내야 하므로
이 경우의 수는 ${}_2C_2$가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_3C_2 + {}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{3+1}{10} = \frac{2}{5}$이다.

22) $\frac{1}{7}$

⇨ 7개의 공 중에서 3개를 꺼낼 때, 3개가 모두 흰 공인 사건을 A, 3개가 모두 검은 공인 사건을 B라고 하면
$P(A) = \frac{{}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}$, $P(B) = \frac{{}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{35}$
A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{35} + \frac{1}{35} = \frac{1}{7}$

23) $\frac{2}{9}$

⇨ 눈의 수의 합이 3인 사건을 A,
눈의 수의 차가 3인 사건을 B라고 하면
$A = \{(1,2), (2,1)\}$
$B = \{(1,4), (2,5), (3,6), (4,1), (5,2), (6,1)\}$이므로
$P(A) = \frac{2}{36}$, $P(B) = \frac{6}{36}$
A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{36} + \frac{6}{36} = \frac{2}{9}$

24) $\frac{7}{36}$

⇨ (i) 합이 8일 확률 : $(2,6), (3,5), (4,4)$, $(5,3), (6,2)$ 총 5가지이므로 $\frac{5}{36}$
(ii) 차가 4일 확률 : $(1,5), (2,6), (5,1), (6,2)$ 총 4가지이므로 $\frac{1}{9}$
(iii) 차가 4이면서 합이 8일 확률 : $(2,6), (6,2)$ 총 2가지이므로 $\frac{1}{18}$
$\therefore \frac{5}{36} + \frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{7}{36}$

25) $\frac{7}{60}$

⇨ 6의 약수는 $1, 2, 3, 6$이다. 두 수의 합이
(i) 1인 경우: 존재하지 않는다.
(ii) 2인 경우: $(1,1)$
(iii) 3인 경우: $(1,2)$
(iv) 6인 경우: $(1,5), (2,4), (3,3)$ 의 경우가 가능하다.
$(1,1), (3,3)$의 경우는 똑같은 숫자를 가진 카드를 2장 뽑는 경우이므로 1가지만 가능하고
$(1,2), (1,5), (2,4)$의 경우는 각 숫자를 가진 카드가 2장씩 존재하므로 각각 ${}_2C_1 \times {}_2C_1 = 4$가지가 가능하다. 따라서 전체 경우의 수는 16개의 카드에서 2장을 뽑는 경우의 수이므로
${}_{16}C_2 = \frac{16 \cdot 15}{2 \cdot 1} = 120$가지이고
조건을 만족하는 경우는 $2 \times 1 + 3 \times 4 = 14$가지이므로 두 장의 카드를 뽑을 때 적힌 수의 합이 6의 약수일 확률은 $\frac{14}{120} = \frac{7}{60}$이다.

26) $\frac{1}{6}$

⇨ 전체 경우의 수는 9개 중 3개를 뽑는 것이므로 ${}_9C_3$가지

(i) 모두 도넛을 꺼낸 경우

도넛 5개 중 3개를 꺼내야 하므로

이 경우의 수는 ${}_5C_3$가지

(ii) 모두 쿠키를 꺼낸 경우

쿠키 4개 중 3개를 꺼내야 하므로

이 경우의 수는 ${}_4C_3$가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_5C_3+{}_4C_3}{{}_9C_3}=\frac{10+4}{84}=\frac{1}{6}$이다.

27) $\frac{3}{10}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 1 이하일 사건을 A, 9 이상일 사건을 B라 하면

$A=\{1\}$, $B=\{9,\ 10\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 A와 B는 서로 배반사건이다.

$P(A)=\frac{1}{10}$, $P(B)=\frac{2}{10}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$

28) $\frac{1}{2}$

⇨ 3의 배수의 카드가 나올 사건을 A, 4의 배수의 카드가 나올 사건을 B라 하면

3의 배수이고 4의 배수인 카드가 나올 사건은 3과 4의 최소공배수인 12의 배수가 나올 사건과 같으므로 $A\cap B$이다.

$A=\{3,6,9,\cdots,99\}$에서 $n(A)=33$

$B=\{4,8,12,\cdots,100\}$에서 $n(B)=25$

$A\cap B=\{12,24,36,\cdots,96\}$에서 $n(A\cap B)=8$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{33}{100}+\frac{25}{100}-\frac{8}{100}=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$

29) $\frac{3}{5}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 소수일 사건을 A, 4의 배수일 사건을 B라 하면

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B=\{4,\ 8\}$이고

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 A와 B는 서로 배반사건이다.

$P(A)=\frac{4}{10}$, $P(B)=\frac{2}{10}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{4}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{5}$

30) $\frac{4}{45}$

⇨ 10개의 김밥 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_{10}C_2$이다.

2개 모두 겨자가 들어간 김밥일 확률은

$P(A)=\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{15}$이고,

2개 모두 모두 청량고추가 들어간 김밥일 확률은

$P(B)=\frac{{}_2C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{45}$이다.

따라서 A, B는 배반사건이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{15}+\frac{1}{45}=\frac{4}{45}$

31) $\frac{1}{2}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수일 사건을A, 5의 배수일 사건을 B라 하면

$A=\{3,\ 6,\ 9\}$, $B=\{5,\ 10\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 A와 B는 서로 배반사건이다.

$P(A)=\frac{3}{10}$, $P(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

32) $\frac{4}{9}$

⇨ 전체 경우의 수는 ${}_9C_1\times{}_8C_1=9\times8=72$이다.

(i) 둘 다 흰 공을 꺼내는 경우

${}_5C_1\times{}_4C_1=5\times4=20$

(ii) 둘 다 검은 공을 꺼내는 경우

${}_4C_1\times{}_3C_1=4\times3=12$

∴ (i), (ii)에 의해서 같은 색의 공일 확률은

$\frac{32}{72}=\frac{4}{9}$

33) 1

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 2와 서로소인 수일 사건을 A, 2의 배수일 사건을 B라 하면

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$이고,

$A\cap B=\varnothing$, 즉 사건 A와 B는 서로 배반사건이다.

$P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

34) $\frac{3}{5}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 2의 배수일 사건을 A, 5의 배수일 사건을 B라 하면 $A\cap B$는 10의 배수일 사건이다.

$P(A)=\frac{10}{20}$, $P(B)=\frac{4}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{20}$

∴ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{10}{20}+\frac{4}{20}-\frac{2}{20}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

35) $\frac{1}{2}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 3의 배수일 사건을 A, 4의 배수일 사건을 B라 하면 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$는 12의 배수일 사건이다.

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{6}{20}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{5}{20}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{20}$

$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$=\frac{6}{20}+\frac{5}{20}-\frac{1}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

36) $\frac{4}{5}$

⇨ 꺼낸 카드에 적힌 수가 5 이하일 사건을 A, 10 이상일 사건을 B라 하면 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\varnothing$이다.

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{5}{20}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{11}{20}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0$

$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$=\frac{5}{20}+\frac{11}{20}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

37) $\frac{7}{15}$

⇨ 카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B라고 하면 $A\cap B$는 15의 배수인 사건이므로

$P(A)=\frac{10}{30}$, $P(B)=\frac{6}{30}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{30}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{10}{30}+\frac{6}{30}-\frac{2}{30}=\frac{7}{15}$

38) $\frac{1}{5}$

⇨ 카드에 적힌 수가 7의 배수인 사건을 A, 13의 배수인 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{4}{30}$, $P(B)=\frac{2}{30}$

A, B는 서로 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{4}{30}+\frac{2}{30}=\frac{1}{5}$

39) $\frac{1}{2}$

⇨ 공에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A, 4의 배수인 사건을 B라 하면 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$는 12의 배수인 사건이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{13}{40}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{10}{40}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{3}{40}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이 아니므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$=\frac{13}{40}+\frac{10}{40}-\frac{3}{40}$

$=\frac{1}{2}$

40) $\frac{3}{10}$

⇨ 공에 적힌 수가 5의 배수인 사건을 A, 9의 배수인 사건을 B라 하면 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$는 45의 배수인 사건이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{8}{40}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{4}{40}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$=\frac{8}{40}+\frac{4}{40}=\frac{3}{10}$

41) $\frac{29}{90}$

⇨ 먼저 서로 다른 과일 3개와 서로 다른 채소 3개를 모두 같이 배열하는 경우의 수는 $6!=720$가지다. 첫 번째로 사과의 양쪽 옆에 채소를 배열하는 경우는 사과의 양쪽 옆 채소와 사과를 포함한 3개를 하나로 묶어 총 4개를 나열하는 경우와 같다. 이 때 3개의 채소 중 사과의 양옆에 올 채소를 골라 나열해야 하므로 이 경우 ${}_3P_2\times4!=144$가지의 경우의 수가 존재한다. 두 번째로 양배추의 양옆에 과일을 배열할 경우의 수는 사과의 양옆에 채소를 배열할 경우의 수와 동일하다. 따라서 이 또한 마찬가지로 144가지이다. 이 두 가지 경우 중 겹치는 경우를 빼주자.

(i) 사과와 양배추가 서로의 양옆에 오지 않는 경우
이는 과일, 양배추, 과일, 채소, 사과, 채소 또는 채소, 사과, 채소, 과일, 양배추, 과일의 두 가지가 존재한다. 각각 과일 두 개와 채소 두 개의 순서만 결정해주면 되므로 총 $(2!\times2!)\times2=8$가지의 경우가 나온다.

(ii) 사과와 양배추가 이웃한 경우
이 경우 (과일, 양배추, 사과, 채소) 또는 (채소, 사과, 양배추, 과일)이 묶인다. 먼저 묶음 안에 들어갈 과일과 채소를 고르고, 묶음을 하나로 보고 3개를 나열하는 경우이므로
$({}_2C_1\times{}_2C_1\times3!)\times2=48$가지의 경우가 나온다.

$\therefore$ 겹치는 경우는 $8+48=56$가지이므로
사과의 양쪽 옆에 채소를 배열하거나
양배추의 양쪽 옆에 과일을 배열할 확률은
$\frac{144\times2-56}{720}=\frac{232}{720}=\frac{29}{90}$이다.

42) $\frac{1}{10}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

$=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

$=\frac{11}{10}-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

따라서 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$가 최소일 때는 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$가 최대일 때이다.

$P(A\cup B) \le P(A)+P(B)=\frac{11}{10}$

$P(A\cup B) \le 1$이므로

$P(A\cup B)$의 최댓값은 1이다.

따라서 $P(A\cup B)=1$일 때 $P(A\cap B)$는 최솟값 $\frac{1}{10}$을 가진다.

43) $\frac{9}{28}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$이므로

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$=\frac{4}{7}+\frac{3}{4}-P(A\cup B)$

$=\frac{37}{28}-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)$가 최소일 때는 $P(A\cup B)$가 최대일 때이다.

$P(A\cup B) \le 1$이므로 $P(A\cup B)$의 최댓값은 1이다.

따라서 $P(A\cup B)=1$일 때 $P(A\cap B)$는 최솟값 $\frac{9}{28}$를 가진다.

44) $\frac{1}{2}$

⇨ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$이므로

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-P(A\cup B)$

$=\frac{3}{2}-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)$가 최소일 때는 $P(A\cup B)$가 최대일 때이다.

$P(A\cup B) \le 1$이므로 $P(A\cup B)$의 최댓값은 1이다.

따라서 $P(A\cup B)=1$일 때 $P(A\cap B)$는 최솟값 $\frac{1}{2}$을 가진다.

45) $\frac{5}{6}$

⇨ $P(A\cap B) \le P(A)=\frac{7}{8}$,

$P(A\cap B) \le P(B)=\frac{5}{6}$에서

$P(A\cap B) \le \frac{5}{6}<\frac{7}{8}$이므로

$P(A\cap B)$의 최댓값은 $\frac{5}{6}$이다.

46) $\frac{3}{10}$

⇨ $P(A\cap B) \le P(A)=\frac{8}{11}$,

$P(A\cap B) \le P(B)=\frac{3}{10}$에서

$P(A\cap B) \le \frac{3}{10}<\frac{8}{11}$이므로

$P(A\cap B)$의 최댓값은 $\frac{3}{10}$이다.

47) $\frac{9}{10}$

⇨ (적어도 한쪽 끝에는 남학생을 세울 확률)

$=1-$(양 끝에 모두 여학생을 세울 확률)

여학생 2명을 양 끝에 세우는 방법의 수는 2가지, 그 사이에 남학생 3명을 세우는 방법의 수는 3!가지다.

∴ (구하는 확률)$=1-\frac{2\times 3!}{5!}=\frac{9}{10}$

48) $\frac{7}{10}$

⇨ (적어도 한 쪽 끝에는 여학생을 세울 확률)

$=1-$(양 끝에 모두 남학생을 세울 확률)

남학생 2명을 양 끝에 세우는 방법의 수는 3명 중 2명을 뽑아 나열하는 것이므로 ${}_3P_2$가지, 그 사이에 나머지 3명을 세우는 방법의 수는 3!가지다.

∴ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_3P_2\times 3!}{5!}=1-\frac{3\times 2}{5\times 4}=\frac{7}{10}$

49) $\frac{7}{10}$

⇨ 적어도 한쪽 끝에 남자를 앉히는 사건을 A라고 하면 A^C는 양쪽 끝에 모두 여자를 앉히는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_3P_2\times 3!}{5!}=\frac{3}{10}$

$\therefore P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

50) $\frac{7}{8}$

⇨ 뒷면이 적어도 한 번 나오는 사건을 A라고 하면 A^C는 모두 앞면이 나오는 사건이므로 동전의 앞면을 H라고 하면 $A^C=\{HHH\}$

따라서 $P(A^C)=\frac{1}{8}$이므로

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

51) $\frac{31}{35}$

⇨ 적어도 1켤레가 흰 양말인 사건을 A라고 하면 A^C는 3켤레 모두 분홍 양말인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_4C_3}{{}_7C_3}=\frac{4}{35}$

$\therefore P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$

52) $\frac{37}{42}$

⇨ $1-\frac{5}{42}=\frac{37}{42}$

53) $\frac{13}{14}$

⇨ (적어도 1개가 당첨제비일 확률)
$=1-$(모두 당첨제비가 아닐 확률)
모두 당첨제비가 아닌 경우는 6개 중 4개를 뽑는 경우이므로 ${}_6C_4$가지다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}=1-\frac{15}{210}=\frac{13}{14}$

54) $\frac{23}{42}$

⇨ (적어도 2개가 당첨제비일 확률)
$=1-${(모두 당첨제비가 아닐 확률)+(1개만 당첨제비일 확률)}
먼저 모두 당첨제비가 아닌 경우는 6개 중 4개를 뽑는 경우이므로 그 확률은 $\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}$이다.
또, 1개만 당첨제비일 확률은 $\frac{{}_4C_1\times{}_6C_3}{{}_{10}C_4}$이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{{}_6C_4+{}_4C_1\times{}_6C_3}{{}_{10}C_4}$

$=1-\frac{15+4\times20}{210}=\frac{23}{42}$

55) $\frac{5}{7}$

⇨ $1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

56) $\frac{20}{21}$

⇨ (적어도 한 개가 흰 공이 나올 확률)
$=1-$(모두 파란 공이 나올 확률)
$=1-\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}=1-\frac{4}{84}=\frac{20}{21}$

57) $\frac{121}{126}$

⇨ (적어도 한 개가 검은 공이 나올 확률)
$=1-$(모두 흰 공이 나올 확률)
$=1-\frac{{}_5C_4}{{}_9C_4}=1-\frac{5}{126}=\frac{121}{126}$

58) $\frac{8}{15}$

⇨ (적어도 한 개의 불량품이 나올 확률)
$=1-$(3개 모두 불량품이 아닐 확률)
$=1-\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=1-\frac{56}{120}=\frac{8}{15}$

59) $\frac{5}{6}$

⇨ 두 눈의 수의 곱이 소수가 아닌 사건을 A라고 하면 A^C는 두 눈의 수의 곱이 소수인 사건이므로
$A=\{(1,2),(1,3),(1,5),(2,1),(3,1),(5,1)\}$
따라서 $P(A^C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이므로
$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

60) $\frac{1}{2}$

⇨ 5명이 원탁에 앉는 경우는 $(5-1)!=4!$가지다.
(영희와 철수가 이웃하여 앉지 않을 확률)
$=1-$(영희와 철수가 이웃할 확률)
이므로 영희와 철수를 하나로 생각하면 4명을 원탁에 앉히는 것과 같고, 이때, 둘이 자리를 바꿀 수 있으므로 영희와 철수가 이웃할 경우의 수는 $(4-1)!\times2$가지다

$\therefore$ (구하는 확률)$=1-\frac{3!\times2}{4!}=1-\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

61) $\frac{19}{25}$

⇨ 카드에 적힌 수가 4의 배수가 아닐 사건을 A라고 하면 A^C는 카드에 적힌 수가 4의 배수일 사건이므로
$P(A^C)=\frac{12}{50}=\frac{6}{25}$
따라서 구하는 확률은
$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{6}{25}=\frac{19}{25}$

62) $\frac{11}{16}$

⇨ 뒷면이 2개 이상인 사건을 A라고 하면 A^C는 뒷면이 1개이거나 모두 앞면인 사건이므로
(ⅰ) 뒷면이 1개일 확률은 $\frac{{}_4C_1}{16}=\frac{1}{4}$
(ⅱ) 모두 앞면일 확률은 $\frac{{}_4C_0}{16}=\frac{1}{16}$
(ⅰ),(ⅱ)에서 $P(A^C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$
따라서 구하는 확률은
$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{5}{16}=\frac{11}{16}$

63) $\frac{31}{32}$

⇨ (앞면이 1개 이상 나올 확률)
$=1-$(앞면이 0개 나올 확률)$=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$

64) $\frac{13}{16}$

⇨ (뒷면이 2개 이상 나올 확률)
$=1-$(뒷면이 0개 또는 1개 나올 확률)

$=1-\left(\frac{1}{32}+\frac{5}{32}\right)=\frac{13}{16}$

65) $\frac{11}{12}$

⇨ 두 눈의 수의 합이 10 이하일 사건을 A라고 하면 A^C는 두 눈의 수의 합이 11 이상일 사건이므로
$A=\{(5,6),(6,5),(6,6)\}$

따라서 $P(A^C)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$이므로

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

66) $\frac{29}{30}$

⇨ 먼저 전체 경우의 수는 10명 중 대표 3명을 뽑는 것이므로 ${}_{10}\mathrm{C}_3$가지다.
이때, 여학생이 한 명 이상 포함되는 것은 남학생만 3명 뽑히는 사건의 여사건이므로

(구하는 확률)$=1-\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}$

$=1-\frac{4}{120}=\frac{29}{30}$

67) $\frac{9}{50}$

68) $\frac{5}{12}$

⇨ 두 번째 나온 눈의 수가 선택된 사건을 A,
선택된 수가 4이상인 사건을 B라고 하자.

$P(A\cap B)=\frac{4}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{6}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{4+5+6}{36}$

$=\frac{5}{12}$

69) $\frac{13}{14}$

⇨ 먼저 전체 경우의 수는 10명 중 대표 4명을 뽑는 것이므로 ${}_{10}\mathrm{C}_4$이다.
이때, 남학생이 한 명 이상 포함되는 것은 여학생만 4명 뽑히는 사건의 여사건이므로

(구하는 확률)$=1-\frac{{}_6\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=1-\frac{15}{210}=\frac{13}{14}$

70) $\frac{37}{42}$

⇨ 9개의 구슬 중에서 3개를 꺼낼 때,
검은 구슬이 2개 이하인 사건을 A라고 하면
A^C는 검은 구슬이 3개인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{5}{42}=\frac{37}{42}$

71) $\frac{41}{44}$

⇨ 12개의 공에서 3개를 꺼낼 때,
공의 색이 두 종류 이상인 사건을 A라고 하면
A^C는 3개의공이 모두 같은 색인 사건이다.

(ⅰ) 3개의 공 모두 파란 공일 확률은 $\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{55}$

(ⅱ) 3개의 공 모두 빨간 공일 확률은 $\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{220}$

(ⅲ) 3개의 공 모두 노란 공일 확률은 $\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{22}$

(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)에서 $P(A^C)=\frac{1}{55}+\frac{1}{220}+\frac{1}{22}=\frac{3}{44}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{3}{44}=\frac{41}{44}$

72) $\frac{3}{4}$

⇨ 다섯 개의 숫자로 세 자리의 정수를 만들 때,
230 이상인 사건을 A라고 하면 A^C는 215 이하인 사건이다. 이때 215 이하인 정수는 21○꼴 또는 1○○꼴이다.

(ⅰ) 21○꼴일 확률은 $\frac{3}{{}_5\mathrm{P}_3}=\frac{1}{20}$

(ⅱ) 1○○꼴일 확률은 $\frac{{}_4\mathrm{P}_2}{{}_5\mathrm{P}_3}=\frac{1}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $P(A^C)=\frac{1}{20}+\frac{1}{5}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$