

2-1.복소수와 이차방정식

2-1-2.이차방정식의 근과 판별식 신사고(고성은)

(1) -1

(3) - 3

(5) - 5

(1) -1

③ 0

(5) 1

5. x에 대한 이차방정식

실수 k의 값은?

가질 때, k의 값은?



[문제]

[문제]

[중단원 마무리]

[중단원 마무리]

내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

4. 이차방정식 $x^2 + (a+7)x + 2a + 10 = 0$ 이 서로 다

른 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값이 아닌 것은?

 $x^2+2(k-1)x+k^2-4k=0$ 이 중근을 갖도록 하는

평가문제

6. 이차방정식 $(k^2-8)x^2+2(k+2)x+1=0$ 이 중근을

 $\bigcirc 2 - 2$

 $\bigcirc 4 - 4$

 $\bigcirc 2 - 2$

 $\bigcirc 4 - 4$

개념check /

[이차방정식의 실근과 허근]

• 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 근:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- (1) 이차방정식의 실근: $b^2 4ac \ge 0$
- (2) 이차방정식의 허근: $b^2 4ac < 0$

[이차방정식의 근의 판별]

- •계수가 실수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 판별식을 $D=b^2-4ac$ 라 할 때
- (1) D > 0: 서로 다른 두 실근
- (2) D=0: 중근 (서로 같은 두 실근)
- (3) *D*<0: 서로 다른 두 허근

기본문제

[문제]

- ${f 1.} \;\; x$ 에 관한 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + 1 = 0$ 실근을 가지기 위한 a의 값이 아닌 것은?
 - $\bigcirc -1$
- ② 1
- 3 3
- **4**) 5
- (5) 7

- **2.** 이차방정식 $(k^2+8)x^2+2(k+4)x+1=0$ 에서 허 근을 가질 때, k값이 될 수 없는 것은?
 - $\bigcirc -5$
- $\bigcirc -4$
- 3 3
- $\bigcirc 4 2$
- (5) -1

[예제]

- **3.** 이차방정식 $x^2 + (k+3)x + (k+6) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값은? (단, k > 0)
 - 1 1
- ② 2
- 3 3
- **4**
- (5) 5

- 7. $x = -1 + \sqrt{3}i$ 를 만족하는 x에 대해서 $2x^4 + 8x^2$ 의 값은?
 - $\bigcirc -28$

 $\bigcirc -1$

3 - 3

(5) - 5

- $\bigcirc -30$
- 3 32
- (4) -34
- (5) 36

[중단원 마무리]

- **8.** 이차방정식 $x^2 2(k+2)x + k^2 + 8k = 0$ 이 중근을 가지기 위한 k의 값은?
 - 1 1
- ② 2
- ③ 3
- 4
- **⑤** 5

- [중단원 마무리]
- 9. x에 대한 이차방정식

 $x^2-2(m+2a)x+(4a^2+2a+n)=0$ 이 실수 a의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 4m+8n의 값은?

- ① 1
- ② 2
- 3 3
- **(4)** 4

(5) 5

- 유사문제
- **10.** 이차방정식 $3x^2+4x-1=0$ 의 근을 판별하면?
 - ① 근이 없다.
 - ② 중근을 갖는다.
 - ③ 근이 무수히 많다.
 - ④ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- **11.** 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근에 대한 설명이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. $c = \frac{b^2}{4}$ 이면 이차방정식은 항상 중간을 갖는다.
- L. ac < 0이면 이차방정식은 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- c. $ax^2 + 2bx + 2c = 0$ 이 허근을 가지면 $ax^2 + bx + c = 0$ 도 허근을 가진다.
- ① 7
- ② L
- ③ ⊏
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ ᄀ, ㄴ, ㄷ

- **12.** 이차방정식 $x^2 + 2x k = 0$ 이 허근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는?
 - ① k < -2
- ② $k \le -1$
- ③ k < -1
- (4) $k \ge 1$
- ⑤ k > 1
- 13. 다음 이차방정식 중 허근을 갖는 것은?
 - ① $x^2 + 4 = 0$
- ② $x^2 4 = 0$
- $3x^2-5=0$
- $4 x^2 + 2x + 1 = 0$
- $(5) 2x^2 4x 2 = 0$
- **14.** 이차방정식 $x^2+2(k+2a)x+k^2+2k+4a^2=0$ 이 실수 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, 상수 a의 값은?
 - ① $-\frac{3}{2}$
- ② -1
- $4\frac{5}{12}$
- **15.** 이차방정식 $4x^2 + (k-1)x + (k-1) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 k값의 합은?
 - ① 18
- ② 19
- ③ 20
- **4** 21
- ⑤ 22
- **16.** x에 대한 이차방정식 $x^2 + 3kx + 2k^2 + k 1 = 0$ 이 중근 α 를 가질 때, $k + \alpha$ 의 값은? (단, k는 상수이다.)
 - $\bigcirc -2$
- ② -1

30

4 1

⑤ 2

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $x^2+(a+1)x+1=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(a+1)^2-4=a^2+2a-3=(a+3)(a-1)\geq 0$ 따라서 $a\geq 1$ 또는 $a\leq -3$ 이때 -1은 범위에 해당되지 않는다.

2) [정답] ⑤

[해설] $(k^2+8)x^2+2(k+4)x+1=0$ 의 판별식을 D라 고 하면 $(k+4)^2-(k^2+8)=8k+8<0$ 따라서 k<-1 이때 -1은 범위에 해당되지 않는다.

3) [정답] ③

[해설] $x^2+(k+3)x+(k+6)=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(k+3)^2-4(k+6)$ $=k^2+2k-15=(k+5)(k-3)=0$ 따라서 k>0이므로 k=3

4) [정답] ③

[해설] $x^2+(a+7)x+2a+10=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(a+7)^2-4(2a+10)$ $=a^2+6a+9=(a+3)^2>0$ 따라서 $a\neq -3$ 인 모든 실수 이때 a=-3은 범위에 해당되지 않는다.

5) [정답] ②

[해설] $x^2+2(k-1)x+k^2-4k=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(k-1)^2-(k^2-4k)$ $=(k^2-2k+1)-(k^2-4k)=2k+1=0$ 따라서 $k=-\frac{1}{2}$

6) [정답] ③

[해설] $(k^2-8)x^2+2(k+2)x+1=0$ 의 판별식을 D라 고 하면 $D=(k+2)^2-(k^2-8)=4k+12=0$ 따라서 k=-3

7) [정답] ③

[해설]
$$x=-1+\sqrt{3}i$$
에서 $(x+1)^2=-3$ 이므로
$$x^2+2x+4=0$$
 한편
$$(x-2)(x^2+2x+4)=x^3-8=0$$
이므로
$$x^3=8$$

$$2x^4+8x^2=2x\times x^3+8x^2=8x^2+16x$$

$$=8(x^2+2x)=8\times (-4)=-32$$

8) [정답] ①

[해설] $x^2-2(k+2)x+k^2+8k=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(k+2)^2-(k^2+8k)=-4k+4=0$ 따라서 k=1

9) [정답] ④

[해설] $x^2-2(m+2a)x+(4a^2+2a+n)=0$ 의 판별식을 D라고 하면 $D=(m+2a)^2-4a^2-2a-n$ $=m^2+4ma-2a-n=a(4m-2)+m^2-n=0$ 실수 a의 값에 관계없이 위의 등식이 성립해야하므로 $4m-2=0,\ m^2-n=0$ 따라서 $m=\frac{1}{2},\ n=\frac{1}{4}$ 이고 4m+8n=2+2=4

10) [정답] ④

[해설] *D*/4=4+3=7>0 ∴서로 다른 두 실근을 갖는다.

11) [정답] ④

- [해설] ㄱ. $c=\frac{b^2}{4}$ 이면 이차방정식 $ax^2+bx+\frac{b^2}{4}=0$ 의 판별식은 $b^2-4a\times\frac{b^2}{4}=(1-a)b^2$ 이므로 a=1 또는 b=0일 때 중근을 갖는다.
- ㄴ. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $b^2 4ac$ 에서 ac < 0이면 -4ac > 0이므로 $b^2 4ac > 0$ 이다. 따라서 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- 다. $ax^2+2bx+2c=0$ 이 허근을 가지면 $b^2-2ac<0$, $b^2<2ac$ 이다. a, b, c가 모두 실수이므로 $0 \le b^2<2ac$ 즉, ac>0이므로 $b^2<2ac<4ac$, $b^2-4ac<0$ 따라서 방정식 $ax^2+bx+c=0$ 도 허근을 갖는다. 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

12) [정답] ③

[해설] 주어진 이차방정식이 허근을 가질 때 판별식 D가 D/4 < 0이므로 1+k < 0이다. 즉. k < -1이다.

13) [정답] ①

[해설] ① $x^2+4=0$ 에서 D=0-16=-16<0서로 다른 두 허근을 갖는다.

14) [정답] ⑤

[해설] $x^2+2(k+2a)x+k^2+2k+4a^2=0$ 판별식을 이용하면 $D/4=(k+2a)^2-(k^2+2k+4a^2)=0$ (4a-2)k=0

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

15) [정답] ①

[해설] 중근을 가질 조건은 D=0이므로

$$D = (k-1)^2 - 16(k-1) = 0$$

$$(k-1)(k-17)=0$$

$$\therefore k = 1, 17$$

따라서 모든 실수 k의 값의 합은 18이다.

16) [정답] ②

[해설]
$$x^2 + 3kx + 2k^2 + k - 1 = 0$$
에서

중근을 가질 조건은
$$D=0$$
이므로

$$D = 9k^2 - 4(2k^2 + k - 1) = 0$$

$$k^2 - 4k + 4 = 0$$
, $(k-2)^2 = 0$

$$l - 2$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 = 0$$

$$\alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = 2 - 3 = -1$$