

1 학년 (수학)

일시 : 2020년 7월 29일(수) 1교시

객관식 : 12 문항 × (5.0 ~ 5.3) 점 = 62 점
 서답형 : 3 문항 × (6) 점 = 18 점
 서술형 : 3 문항 × (6 ~ 7) 점 = 20 점
 총면수 : 5 면 총 점수 : 100 점

1. 두 점 A(4, -1), B(2, 1) 사이의 거리를 구하면? [5점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

$$\sqrt{(2-4)^2 + (1+1)^2}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

2. 세 점 A(6, -3), B(1, 7), C(a, b)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 G(1, 3)일 때, a+b의 값을 구하면? [5점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$$\frac{6+a}{3} = 1 \quad \left| \quad \frac{4+b}{3} = 3 \right.$$

$$6+a=3 \quad \left| \quad 4+b=9 \right.$$

$$\therefore a=-3 \quad \left| \quad \therefore b=5 \right.$$

3. $|2x-7| \leq 1$ 를 만족하도록 하는 모든 정수 x의 값들의 합을 구하면? [5.1점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$2x-7 < 0 \quad \left| \quad x \geq \frac{7}{2}$$

$$2x < 7 \quad \left| \quad 2x-7 \leq 1 \right.$$

$$x < \frac{7}{2} \text{ 이면} \quad \left| \quad 2x \leq 8 \right.$$

$$-2x+7 < 1 \quad \left| \quad x \leq 4 \right.$$

$$-2x \leq -6 \quad \left| \quad 3.5 \leq x \leq 4 \right.$$

$$x \geq 3 \quad \left| \quad \textcircled{4} \right.$$

$$3 \leq x < 3.5 \quad \left| \quad \textcircled{3} \right.$$

4. 원 $x^2+y^2=8$ 위의 점(-2, 2)에서의 접선의 y절편을 구하면? [5.1점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$$-2x+2y-6=0$$

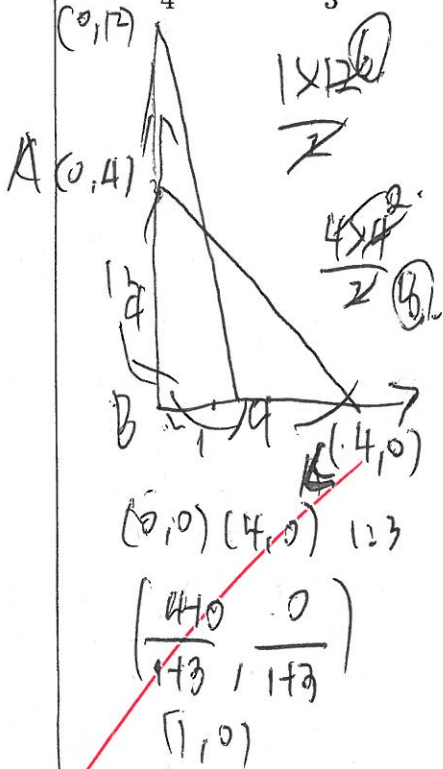
$$2y=2x+6$$

$$y=x+3$$

b:

5. 삼각형 ABC에서 선분 BC를 2:3으로 외분하는 점을 E, 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점을 F라 하자. 삼각형 EBF의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 k 이다. 이때, 상수 k 의 값을 구하면? [5.1점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



$$\begin{aligned} & \text{Area of } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \\ & \text{Area of } \triangle EBF = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2 \\ & k = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

6. 이차부등식 $4x^2 + 2(a-1)x + a+2 \geq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 모든 정수 a 의 값들의 합을 구하면? [5.2점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29



$$(a-1)^2 - 4(a+2) \leq 0$$

$$a^2 - 2a + 1 - 4a - 8 \leq 0$$

$$a^2 - 6a - 7 \leq 0$$

$$(a-7)(a+1) \leq 0$$

$$a=7, a=-1$$

$$\begin{aligned} & -1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ & \text{Sum} = 26 \end{aligned}$$

26.

$$\begin{aligned} & 1+2+3+4+5+6+7 \\ & = 28 \end{aligned}$$

7. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$-x^2 + 1 \leq x^2 + k \leq 3x^2 + 5$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 값들의 합을 구하면? [5.2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$$-x^2 + 1 \leq x^2 + k$$

$$-2x^2 + 1 \leq k$$

$$x^2 + k \leq 3x^2 + 5$$

$$-2x^2 \leq 5 - k$$

$$-2x^2 - 5 \leq -k$$

$$2x^2 + 5 \geq k$$

8. 세 점 $A(1,0)$, $B(3,-2)$, $C(-1,0)$ 을 지나는 원의 방정식에서 원의 중심의 좌표를 (a,b) 이라 하고 원의 넓이를 $S\pi$ 이라 할 때, $a+b+S$ 의 값을 구하면? (단, a, b, S 는 상수이다.) [5.2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$P(a,b) \quad A(1,0)$$

$$\sqrt{(1-a)^2 + b^2}$$

$$P(a,b) \quad C(-1,0)$$

$$\sqrt{(1+a)^2 + b^2}$$

$$(1-a)^2 = (1+a)^2$$

$$a^2 - 2a + 1 = a^2 + 2a + 1$$

※ 여기서부터 서답형 문제입니다.

서술형 답안지에 풀이 과정 없이 정답만 쓰시오.

[서답형 1]

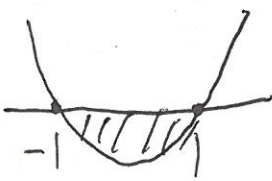
이차부등식 $x^2 - 1 \leq 0$ 을 만족하는 모든 x 에 대해서 다음 조건을 항상 만족하는 k 값의 범위를 구하시오. (단, $k > 0$ 이다.)

[6점]

(가) $-x^2 + 2x + k > 0$

(나) $|kx^2 - k| < 5$

$(x+1)(x-1) \leq 0$



$-1 \leq x \leq 1$

$-2 \leq (x-1) \leq 0$

$4 \leq (x-1)^2 \leq 0$

$-(x^2 - 2x + 1) + 1 + k > 0$

$-(x-1)^2 + k + 1 > 0$

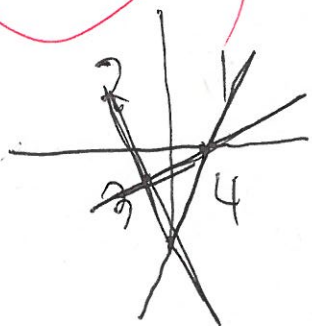
$k + 1 > (x-1)^2$

$(x-1)^2 \leq 0$

$(x-1)^2 \leq k+1$

[서답형 2]

두 직선 $2x - y - 4 = 0$, $kx - y + k - 1 = 0$ 이 제4사분면에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오. [6점]



$(a, b) \quad a > 0, b < 0$

$y = 2x - 4$

$(2, 0) (0, -4)$

$y = k(x+1) - 1$

$(-1, -1)$

$y = k(x+1) - 1$

$y = k(x+1) - 1$

$k - 1 = -4$

$k = -3$

$3k - 1 = 0$

$k = \frac{1}{3}$

$-3 < k < \frac{1}{3}$

[서답형 3]

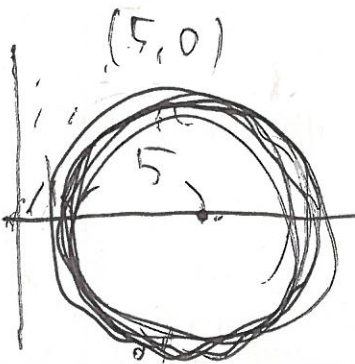
원 $C: x^2 + y^2 - 10x = 0$ 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다고 할 때, 원 C 위의 점 P 에서의 접선의 기울기 $\frac{q}{p}$ 를 구하시오. (단 0 는 원점이고 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [6점]

(가) $\overline{OP} = 6$

(나) 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.

$(x^2 - 10x + 25) + y^2 = 25$

$(x-5)^2 + y^2 = 25$



※ 여기서부터 서술형 문제입니다. 서술형 답안지에 반드시 풀이 과정을 포함하여 답안을 작성하시기 바랍니다. 답안만 작성 시 '0'점 처리됩니다.

[서술형 1]

점 $(0, a)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 16$ 에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [6점]

$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$

9. 직선 $2mx - y - 7 = 0$ 이 직선 $nx - 4y - 5 = 0$ 과는 수직이고, 직선 $(4-2n)x - y + 6 = 0$ 과는 평행할 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하면? (단, m, n 은 상수이다.) [5.2점]

- ① 8 ② 13 ③ 18 ④ 25 ⑤ 32

~~$y = 2mx - 7$~~

$$\begin{aligned} y &= 2mx - 7 \\ 4y &= nx - 5 \\ y &= \frac{n}{4}x + \frac{5}{4} \\ 2mx + \frac{n}{4} &= -1 \\ \frac{nm}{2} &= -1 \\ mn &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2mx - 7 \\ y &= (4-2n)x + 6 \\ 2m &= 4-2n \\ 2(m+n) &= 4 \\ m+n &= 2 \\ m^2 + 2mn + n^2 &= 4 \\ m^2 + n^2 &= 8 \end{aligned}$$

10. 직선 $y = mx + 4m + 3$ 이 m 의 값에 관계없이 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분 한다. 꼭짓점 A의 좌표가 $(-1, 5)$ 일 때, 점 C의 좌표는 (a, b) 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하면? [5.3점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

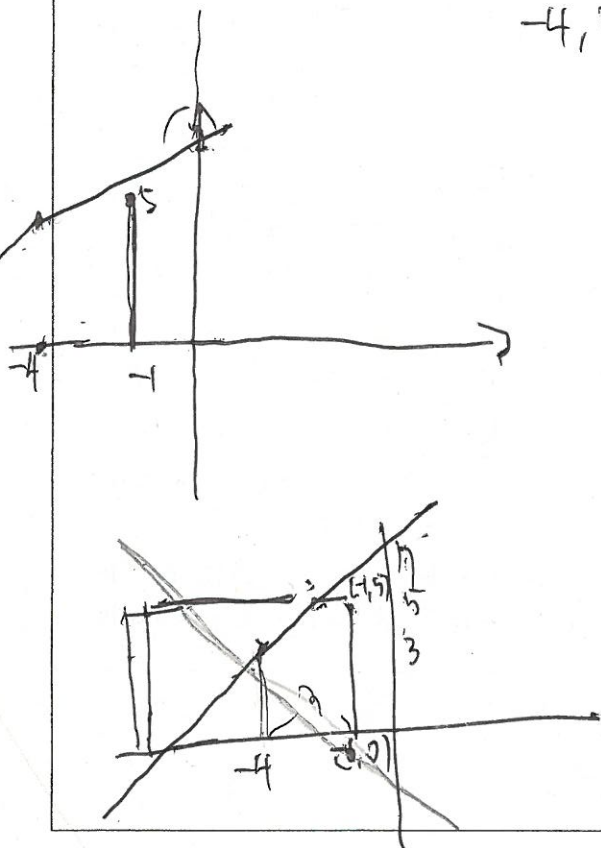
$y = m(x+4) + 3$

~~$m = 0$~~

$-4, 3$

$m = 10/12$

$y = x + 11$



11. 좌표평면에서 두 점 $A(m-1, m+1)$, $B(1-m, m-1)$ 을 지나는 직선의 기울기가 m 일 때, $m^2 + \frac{1}{m^2}$ 의 값을 구하면? (단, $m \neq 0, 1$) [5.3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

~~$1 - m - m + 1$~~

$m(m+1) = 1$

~~$-2m : x$~~

$m^2 + m - 1 = 0$

$(m - \frac{1}{m})^2 + 1$

$-m + 1 + 1 - m$

$m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = 1$

$-2m + 2$

~~$m+1-m-1$~~

-2

$\frac{-m-1+m-1}{-2} = \frac{1}{m+1} = m$

12. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 위의 점과 직선 $4x + 3y + 30 = 0$ 사이의 거리와 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하면? [5.3점]

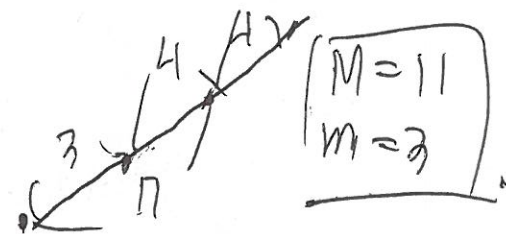
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 - 1 - 9 - 6 = 0$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$

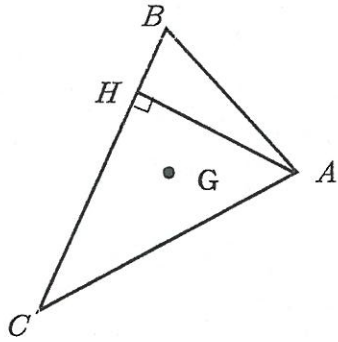
$(-1, 3) \mid 4x + 3y + 30 = 0$

$\frac{|-4 + 9 + 30|}{\sqrt{16+9}} = \frac{35}{5} = 7$



[서술형 2]

오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 무게중심 G 의 좌표는 $G(1, \frac{4}{3})$ 이고, 직선 BC 의 방정식은 $y=2x+1$ 이다. 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 의 길이를 구하시오. [7점]



[서술형 3]

이차방정식 $x^2+2mx+4m+5=0$ 실근을 갖고, 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2-2(m+1)x+7m+15>0$ 이 성립하도록 하는 m 의 범위를 구하시오. [7점]

~~$x^2+2mx+4m+5=0$~~

$$m^2-4m-5 \geq 0$$

$$(m-5)(m+1) \geq 0$$

$$m \leq -1, m \geq 5$$

▶ 확인사항 :

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.