01 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 함수의 최댓값과 최솟값은 다음과 같은 순서로 구한다.
① 주어진 구간에서 $f(x)$의 극댓값과 극솟값을 모두 구한다.
② 주어진 구간의 양 끝에서의 함숫값 $f(a)$, $f(b)$를 구한다.
③ ①, ②에서 구한 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

◪ 다음 함수에 대하여 주어진 구간에서의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

1. $f(x)=x^2-2x+3$ $\quad[0,\ 3]$

2. $f(x)=x^2-4x+1$ $\quad[1,\ 3]$

3. $f(x)=x^3-3x+2$ $\quad[-2,\ 1]$

4. $f(x)=-x^3+3x+2$ $\quad[-\sqrt{3},\ \sqrt{3}]$

5. $f(x)=x^3-3x^2+1$ $\quad[-2,\ 3]$

6. $f(x)=-x^3+3x^2$ $\quad[-1,\ 1]$

7. $y=x^3+3x^2+10$ $\quad[-1,\ 1]$

8. $y=x^3-3x^2-9x+8$ $\quad[-2,\ 0]$

9. $f(x)=x^3-6x^2+9x$ $\quad[0,\ 5]$

10. $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ $\quad[-1,\ 3]$

11. $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$ $\quad[0,\ 2]$

12. $f(x)=x^3-6x^2+9x+6$ $\quad[0,\ 3]$

13. $f(x)=2x^3-3x^2+1$ $\quad[-1,\ 1]$

14. $f(x)=2x^3-9x^2+12x$ $\quad[1,\ 3]$

15. $f(x)=2x^3-9x^2+12x$ $\quad[0,\ 2]$

16. $f(x)=2x^3-9x^2+12x-2$ $\quad[0,\ 2]$

17. $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$ $\quad[1,\ 3]$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

18. $f(x)=2x^3-9x^2+12x-6 \quad [1,\ 3]$

19. $f(x)=2x^3-12x^2+18x+3 \quad [-2,\ 2]$

20. $f(x)=-x^3+3x^2+9x-3 \quad [1,\ 4]$

21. $f(x)=-x^3+3x^2+9x+3 \quad [-2,\ 4]$

22. $f(x)=x^4-4x^3-2x^2+12x-3 \quad [-2,\ 4]$

23. $f(x)=3x^4-4x^3-1 \quad [0,\ 2]$

24. $f(x)=-3x^4+4x^3+1 \quad [0,\ 2]$

25. $f(x)=3x^4+4x^3-6x^2-12x-2 \quad [-2,\ 2]$

26. $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+2 \quad [-1,\ 1]$

27. $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x \quad [-2,\ 0]$

28. $f(x)=-3x^4+8x^3-6x^2-1 \quad [0,\ 2]$

◪ 다음 물음에 답하여라.

29. 구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)=2x^3-3x^2+a$의 최댓값이 5일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

30. 구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)=ax^3-3ax^2+b$가 최댓값 2, 최솟값 -10을 가질 때 상수 a, b의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

31. 구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)=ax^3-6ax^2+b$가 최댓값 2, 최솟값 -14를 가질 때 상수 a, b의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

32. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=ax^3-\frac{9}{2}ax^2+b$가 최댓값 29, 최솟값 3을 가질 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라. (단, $a<0$)

33. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=ax^3+3ax^2-b$가 최댓값 35, 최솟값 -5를 가질 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라. (단, $a>0$)

34. 닫힌구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)=ax^4+2ax^2+b$가 최댓값 5, 최솟값 -3을 가질 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라. (단, $a>0$)

35. 구간 $[1, 4]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=20$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

36. 구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=-2x^3+6x+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=20$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

37. 구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=x^4-2x^2+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=5$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

38. 닫힌구간 $[-2,\ 0]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x+a$의 최댓값이 2일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수)

39. 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)=x^3+3x^2+a$의 최댓값이 5일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수)

40. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=2x^3-6x^2+a$의 최댓값이 3일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수)

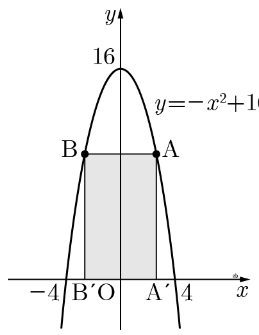
41. 닫힌구간 $[-1,\ 4]$에서 함수 $f(x)=2x^3-6x^2+a$의 최솟값이 -7일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 구하여라. (단, a는 상수)

42. 구간 $[-2, 1]$에서 함수 $f(x)=-x^3+12x^2+a$의 최댓값이 50일 때, 이 구간에서 최솟값을 구하여라.

43. 구간 $[0,\ 4]$에서 함수 $f(x)=ax^3-3ax^2+2$의 최댓값이 14일 때, 이 구간에서 최솟값을 구하여라. (단, $a<0$)

44. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)=x^4-2x^2-a$의 최댓값이 4일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수)

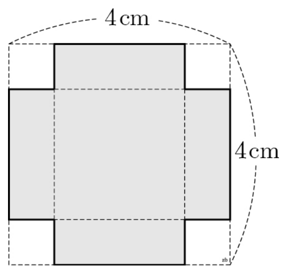
◪ 다음 그림과 같이 곡선 $y=-x^2+16$ 위의 제1사분면 위의 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=-x^2+16$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 A', B'이라 할 때, 다음 물음에 답하여라.



45. 직사각형 $\mathrm{ABB'A'}$의 넓이의 최댓값을 구하여라.

46. 직사각형 $\mathrm{ABB'A'}$의 넓이가 최대가 될 때의 점 A의 x좌표를 구하여라.

◪ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4cm$인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



47. 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 $x cm$라 할 때, x의 값의 범위를 구하여라.

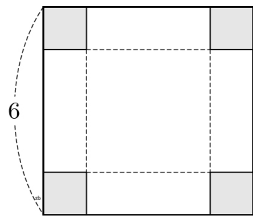
48. 상자의 부피가 최대일 때, x의 값을 구하여라.

◪ 한 변의 길이가 $12cm$인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

49. 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 xcm라 할 때, x의 값의 범위를 구하여라.

50. 상자의 부피가 최대일 때, x의 값을 구하여라.

◪ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

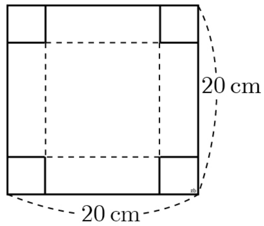


51. 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x라 할 때, x의 값의 범위를 구하여라.

52. 상자의 부피가 최대일 때, x의 값을 구하여라.

53. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

◪ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $20cm$인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

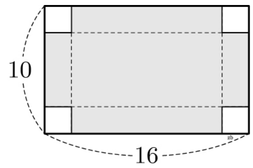


54. 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x라 할 때, x의 값의 범위를 구하여라.

55. 상자의 부피가 최대일 때, x의 값을 구하여라.

56. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

◪ 다음 그림과 같이 가로의 길이가 16, 세로의 길이가 10인 직사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 크기가 같은 정사각형을 잘라내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



57. 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x라 할 때, x의 값의 범위를 구하여라.

58. 상자의 부피가 최대일 때, x의 값을 구하여라.

59. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

60. 밑면의 반지름의 길이가 $6cm$이고 높이가 $18cm$인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피의 최댓값을 구하여라.

61. 밑면의 반지름의 길이가 $3cm$이고 높이가 $12cm$인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥 중에서 부피가 최대인 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.

정답 및 해설

1) 최댓값 6, 최솟값 2

⇨ $f(x)=x^2-2x+3$에서 $f'(x)=2x-2$

$f'(x)=0$에서 $x=1$

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	↘	2	↗	6

따라서 함수 $f(x)$는 $x=3$일 때 최댓값 6, $x=1$일 때 최솟값 2를 갖는다.

2) 최댓값 -2, 최솟값 -3

⇨ $f(x)=x^2-4x+1$에서 $f'(x)=2x-4$

$f'(x)=0$에서 $x=2$

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	↘	-3	↗	-2

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$, $x=3$일 때 최댓값 -2, $x=2$일 때 최솟값 -3를 갖는다.

3) 최댓값 4, 최솟값 0

⇨ $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$에서

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	0	↗	4	↘	0

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값 4, $x=-2$, $x=1$에서 최솟값 0을 갖는다.

4) 최댓값 4, 최솟값 0

⇨ $f'(x)=-3x^2+3=-3(x+1)(x-1)$에서

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

x	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	$\sqrt{3}$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↘	2

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 4, $x=-1$에서 최솟값 0을 갖는다.

5) 최댓값 1, 최솟값 -19

⇨ $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$에서

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-19	↗	1	↘	-3	↗	1

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$, $x=3$에서 최댓값 1, $x=-2$에서 최솟값 -19를 갖는다.

6) 최댓값 4, 최솟값 0

⇨ $f(x)=-x^3+3x^2$에서

$f'(x)=-3x^2+6x=-3x(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ ($\because$ $-1\le x\le 1$)

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	4	↘	0	↗	2

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$일 때 최댓값 4, $x=0$일 때 최솟값 0을 갖는다.

7) 최댓값 14 최솟값 10

⇨ $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ ($\because -1\le x\le 1$)

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	12	↘	10	↗	14

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 14, $x=0$에서 최솟값 10을 갖는다.

8) 최댓값 13 최솟값 6

⇨ $f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ ($\because -2\le x\le 0$)

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	6	↗	13	↘	8

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값 13, $x=-2$에서 최솟값 6을 갖는다.

9) 최댓값 20, 최솟값 0

⇨ $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[0,\ 5]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	4	↘	0	↗	20

따라서 닫힌구간 $[0,\ 5]$에서 함수 $f(x)$는 $x=5$에서 최댓값 20을, $x=0$, $x=3$에서 최솟값 0을 갖는다.

10) 최댓값 3, 최솟값 -17

⇨ $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[-1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-17	↗	3	↘	-1

따라서 닫힌구간 $[-1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 3을, $x=-1$에서 최솟값 -17을 갖는다.

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

11) 최댓값 6, 최솟값 2

⇨ $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	↗	6	↘	4

따라서 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 6을, $x=0$에서 최솟값 2를 갖는다.

12) 최댓값 10, 최솟값 6

⇨ $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[0,\ 3]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	6	↗	10	↘	6

따라서 닫힌구간 $[0,\ 3]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 10을, $x=0$, $x=3$에서 최솟값 6을 갖는다.

13) 최댓값 1, 최솟값 -4

⇨ $f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=1$이므로 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0

따라서 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 최댓값 1을, $x=-1$에서 최솟값 -4를 갖는다.

14) 최댓값 9, 최솟값 4

⇨ $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$이므로 닫힌구간 $[1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	↘	4	↗	9

따라서 닫힌구간 $[1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 최댓값 9를, $x=2$에서 최솟값 4를 갖는다.

15) 최댓값 5, 최솟값 0

⇨ $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$이므로 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	0	↗	5	↘	4

따라서 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 5를, $x=0$에서 최솟값 0을 갖는다.

16) 최댓값 3, 최솟값 -2

⇨ $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$이므로 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-2	↗	3	↘	2

따라서 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 3을, $x=0$에서 최솟값 -2를 갖는다.

17) 최댓값 4, 최솟값 -1

⇨ $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$에서

$f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-1	↗	4

따라서 함수 $f(x)$는 $x=3$일 때 최댓값 4, $x=2$일 때, 최솟값 -1을 갖는다.

18) 최댓값 3, 최솟값 -2

⇨ $f(x)=2x^3-9x^2+12x-6$에서

$f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	3

따라서 함수 $f(x)$는 $x=3$일 때 최댓값 3, $x=2$일 때 최솟값 -2를 갖는다.

19) 최댓값 11, 최솟값 -97

⇨ $f(x)=2x^3-12x^2+18x+3$에서

$f'(x)=6x^2-24x+18=6(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$

x	-2	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-97	↗	11	↘	7

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$일 때 최댓값 11, $x=-2$일 때 최솟값 -97을 갖는다.

20) 최댓값 24, 최솟값 8

⇨ $f'(x)=-3x^2+6x+9=-3(x+1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[1,\ 4]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나

타내면 다음과 같다.

x	1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	8	↗	24	↘	17

따라서 닫힌구간 $[1,\ 4]$에서 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 최댓값 24를, $x=1$에서 최솟값 8을 갖는다.

21) 최댓값 30, 최솟값 -2

⇨ $f'(x)=-3x^2+6x+9=-3(x+1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 4]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
$f(x)$	5	↘	-2	↗	30	↘	23

따라서 닫힌구간 $[-2,\ 4]$에서 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 최댓값 30을, $x=-1$에서 최솟값 -2를 갖는다.

22) 최댓값 13, 최솟값 -12

⇨ $f(x)=x^4-4x^3-2x^2+12x-3$에서

$f'(x)=4x^3-12x^2-4x+12=4(x+1)(x-1)(x-3)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=3$

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	13	↘	-12	↗	4	↘	-12	↗	13

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-2$ 또는 $x=4$일 때 최댓값 13, $x=-1$ 또는 $x=3$일 때 최솟값 -12를 갖는다.

23) 최댓값 15, 최솟값 -2

⇨ $f'(x)=12x^3-12x^2=12x^2(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=1$이므로 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$	0	−	0	+	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	15

따라서 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값 15를, $x=1$에서 최솟값 -2를 갖는다.

24) 최댓값 2, 최솟값 -15

⇨ $f'(x)=-12x^3+12x^2=-12x^2(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=1$

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$	0	+	0	−	
$f(x)$	1	↗	2	↘	-15

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 2,
$x=2$에서 최솟값 -15를 갖는다.

25) 최댓값 30, 최솟값 -13

⇨ $f'(x)=12x^3+12x^2-12x-12=12(x+1)^2(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		−	0	−	0	+	
$f(x)$	14	↘	3	↘	-13	↗	30

따라서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값 30, $x=1$에서 최솟값 -13을 갖는다.

26) 최댓값 2, 최솟값 -11

⇨ $f'(x)=12x^3+12x^2-24x=12x(x+1)(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$	0	+	0	−	
$f(x)$	-3	↗	2	↘	-11

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 최댓값 2, $x=1$에서 최솟값 -11을 갖는다.

27) 최댓값 $\dfrac{13}{12}$, 최솟값 0

⇨ $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-2x$에서

$f'(x)=x^3+2x^2-x-2=(x+2)(x+1)(x-1)$

$f'(x)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=-1$ $(\because\ -2\le x\le 0)$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$일 때 최댓값 $\dfrac{13}{12}$, $x=0$일 때, 최솟값 0을 갖는다.

28) 최댓값 -1, 최솟값 -9

⇨ $f(x)=-3x^4+8x^3-6x^2-1$에서

$f'(x)=-12x^3+24x^2-12x=-12x(x-1)^2$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=1$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$일 때 최댓값 -1, $x=2$일 때, 최솟값 -9를 갖는다.

29) 1

⇨ $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$

구간 $[-1,2]$에서 $f(x)$의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$		+	0	−	0
$f(x)$	$a-5$	↗	a	↘	$a+4$

이때 함수 $f(x)$의 최댓값은 $a+4$이므로

$a+4=5$　　$\therefore\ a=1$

30) $a=3$, $b=2$

⇨ $f'(x)=3ax^2-6ax=3ax(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ $(\because\ -1\le x\le 1)$

구간 $[-1,1]$에서 $f(x)$의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-4a+b$	↗	b	↘	$-2a+b$

이때, $a>0$이므로 $-4a+b<-2a+b<b$
따라서 함수 $f(x)$는
$x=0$일 때 최댓값 b,
$x=-1$일 때 최솟값 $-4a+b$
를 가지므로 $b=2$, $-4a+b=-10$
$\therefore a=3, b=2$

31) $a=1$, $b=2$
⇨ $f'(x)=3ax^2-12ax=3ax(x-4)$
$f'(x)=0$에서 $x=0$ $(\because -1\le x\le 2)$
구간 $[-1,2]$에서 $f(x)$의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-7a+b$	↗	b	↘	$-16a+b$

이때 $a>0$이므로 $-16a+b<-7a+b<b$
따라서 함수 $f(x)$는
$x=0$일 때 최댓값 b,
$x=2$일 때 최솟값 $-16a+b$
를 가지므로 $b=2$, $-16a+b=-14$
$\therefore a=1, b=2$

32) $a=-1$, $b=3$
⇨ $f'(x)=3ax^2-9ax=3ax(x-3)$
$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=3$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$b-26a$	↘	b	↗	$b-10a$

이때, $a<0$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 최댓값 $b-26a$를, $x=0$에서 최솟값 b를 갖는다.
즉, $b-26a=29$, $b=3$이므로
$a=-1$, $b=3$

33) $a=2$, $b=5$
⇨ $f'(x)=3ax^2+6ax=3ax(x+2)$
$f'(x)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=0$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$4a-b$	↘	$-b$	↗	$20a-b$

이때, $a>0$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값 $20a-b$를, $x=0$에서 최솟값 $-b$를 갖는다. 즉, $20a-b=35$, $-b=-5$이므로
$a=2$, $b=5$

34) $a=\dfrac{1}{3}$, $b=-3$
⇨ $f'(x)=4ax^3+4ax=4ax(x^2+1)$
$f'(x)=0$에서 $x=0$이므로 닫힌구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$3a+b$	↘	b	↗	$24a+b$

이때, $a>0$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값 $24a+b$를, $x=0$에서 최솟값 b를 갖는다.
즉 $24a+b=5$, $b=-3$이므로
$a=\dfrac{1}{3}$, $b=-3$

35) 4
⇨ $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$
$f'(x)=0$에서 $x=2$ $(\because 1\le x\le 4)$

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$a-2$	↘	$a-4$	↗	$a+16$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=4$에서 최댓값 $a+16$,
$x=2$에서 최솟값 $a-4$를 가지므로
$M=a+16$, $m=a-4$
$M+m=20$이므로 $(a+16)+(a-4)=20$
$2a=8$ $\therefore a=4$

36) 10
⇨ $f'(x)=-6x^2+6=-6(x+1)(x-1)$
$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$a+4$	↘	$a-4$	↗	$a+4$	↘	$a-4$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-2$, $x=1$에서 최댓값 $a+4$,
$x=-1$, $x=2$에서 최솟값 $a-4$를 가지므로
$M=a+4$, $m=a-4$
$M+m=20$이므로 $(a+4)+(a-4)=20$
$2a=20$ $\therefore a=10$

37) -1
⇨ $f'(x)=4x^3-4x=4x(x+1)(x-1)$
$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=1$
$f(-2)=16-8+a=a+8$, $f(-1)=1-2+a=a-1$,
$f(0)=a$, $f(1)=1-2+a=a-1$,
$f(2)=16-8+a=a+8$
따라서 함수 $f(x)$는 $x=-2$, $x=2$에서 최댓값 $a+8$, $x=-1$, $x=1$에서 최솟값 $a-1$을 가지므로
$M=a+8$, $m=a-1$
$M+m=5$이므로 $(a+8)+(a-1)=5$
$2a=-2$ $\therefore a=-1$

38) -2
⇨ $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$
$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=1$이므로 닫힌구간

$[-2,\ 0]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$a-2$	$\nearrow$	$a+2$	$\searrow$	a

즉, 닫힌구간 $[-2,\ 0]$에서 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값 $a+2$를, $x=-2$에서 최솟값 $a-2$을 갖는다.

즉 $a+2=2$이므로 $a=0$

따라서 함수 $f(x)$의 최솟값은 -2이다.

39) 1

⇨ $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=0$이므로 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$a+2$	$\searrow$	a	$\nearrow$	$a+4$

즉, 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 $a+4$를, $x=0$에서 최솟값 a을 갖는다.

즉 $a+4=5$이므로 $a=1$

따라서 함수 $f(x)$의 최솟값은 1이다.

40) -37

⇨ $f'(x)=6x^2-12x=6x(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$a-40$	$\nearrow$	a	$\searrow$	$a-8$

즉, 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 최댓값 a를, $x=-2$에서 최솟값 $a-40$을 갖는다.

따라서 $a=3$이므로 최솟값은 $a-40=3-40=-37$이다.

41) 33

⇨ $f'(x)=6x^2-12x=6x(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$이므로 닫힌구간 $[-1,\ 4]$에서

$f(-1)=-2-6+a=a-8$, $f(0)=a$,

$f(2)=16-24+a=a-8$, $f(4)=128-96+a=a+32$

함수 $f(x)$는 $x=4$에서 최댓값 $a+32$, $x=-1$, $x=2$에서 최솟값 $a-8$을 가지므로

$a-8=-7 \qquad \therefore a=1$

따라서 함수 $f(x)$의 최댓값은

$1+32=33$

42) -6

⇨ $f'(x)=-3x^2+24x=-3x(x-8)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ $(\because -2\le x\le 1)$

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$56+a$	$\searrow$	a	$\nearrow$	$11+a$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 최댓값 $56+a$, $x=0$에서 최솟값 a를 가지므로

$56+a=50 \qquad \therefore a=-6$

따라서 구하는 최솟값은 $x=0$일 때 -6이다.

43) -46

⇨ $f'(x)=3ax^2-6ax=3ax(x-2)$

$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$

x	0	$\cdots$	2	$\cdots$	4
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$-4a+2$	$\searrow$	$16a+2$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 최댓값 $-4a+2$, $x=4$에서 최솟값 $16a+2$를 가지므로

$-4a+2=14 \qquad \therefore a=-3$

따라서 구하는 최솟값은 $x=4$일 때, -46이다.

44) -5

⇨ $f'(x)=4x^3-4x=4x(x+1)(x-1)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=1$이므로 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서

$f(-2)=8-a$, $f(-1)=-1-a$, $f(0)=-a$,

$f(1)=-1-a$, $f(2)=8-a$

함수 $f(x)$는 $x=-2$, $x=2$에서 최댓값 $8-a$, $x=-1$, $x=1$에서 최솟값 $-1-a$를 가지므로

$8-a=4 \qquad \therefore a=4$

따라서 함수 $f(x)$의 최솟값은

$-1-4=-5$

45) $\dfrac{256\sqrt{3}}{9}$

⇨ 점 A의 x좌표를 $a(0<a<4)$라 하면 점 A의 좌표는 $(a,\ -a^2+16)$이다.

한편, 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=-x^2+16$과 만나는 점 중 A가 아닌 점 B의 좌표는 $(-a,\ -a^2+16)$이고 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발 A′, B′의 좌표는 각각 $(a,\ 0)$, $(-a,\ 0)$이다.

즉, 직사각형 ABB′A′의 가로의 길이는

$\overline{AB}=a-(-a)=2a$이고 세로의 길이는

$\overline{AA'}=(-a^2+16)-0=-a^2+16$이므로 직사각형 ABB′A′의 넓이를 $S(a)$라 하면

$S(a)=\overline{AB}\times\overline{AA'}=2a\times(-a^2+16)=-2a^3+32a$이고

$S'(a)=-6a^2+32$

$S'(a)=0$에서 $-6a^2+32=0$, $a^2=\dfrac{16}{3}$

$\therefore a=-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 또는 $a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

따라서 구간 $(0,\ 4)$에서 $S(a)$의 증가와 감소를 표로

나타내면 다음과 같다.

x	(0)	$\cdots$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	$\cdots$	(4)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{256\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	

즉, $S(a)$는 $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$일 때 극대이면서 최대이므로 직사각형 $\mathrm{ABB'A'}$의 넓이의 최댓값은

$S\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)=-2\times\frac{64\sqrt{3}}{9}+32\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{256\sqrt{3}}{9}$

46) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

⇨ 점 A의 x좌표를 $a(0<a<4)$라 하고, 직사각형 $\mathrm{ABB'A'}$의 넓이를 $S(a)$라 하면

$S(a)=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AA'}}=2a\times(-a^2+16)=-2a^3+32a$

$S'(a)=-6a^2+32$

$S'(a)=0$에서 $-6a^2+32=0,\ a^2=\frac{16}{3}$

$\therefore\ a=-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 또는 $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

따라서 구간 $(0,\ 4)$에서 $S(a)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	$\cdots$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	$\cdots$	(4)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	극대	$\searrow$	

즉, $S(a)$는 $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$일 때 극대이면서 최대이므로 직사각형 $\mathrm{ABB'A'}$의 넓이가 최대일 때의 점 A의 x좌표는 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$이다.

47) $0<x<2$

⇨ 잘라낼 정사각형의 한 변의 길이를 $x cm$라고 하면 상자의 가로와 세로의 길이는 $(4-2x)$이므로 x의 값의 범위는 $0<x<2$이다.

48) $\frac{2}{3}cm$

⇨ 상자의 부피를 $V(x)cm^3$라 하면

$V(x)=x(4-2x)^2=4x^3-16x^2+16x$

$V'(x)=12x^2-32x+16=4(x-2)(3x-2)$

$V'(x)=0$에서 $x=\frac{2}{3}$ $(\because 0<x<2)$

a	(0)	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	(2)
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$	극대	$\searrow$	

따라서 $V(x)$는 $x=\frac{2}{3}$일 때 극대이면서 최대이므로 잘라낼 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{2}{3}cm$이다.

49) $0<x<6$

⇨ 잘라낼 정사각형의 한 변의 길이를 $x cm$라고 하면 상자의 가로와 세로의 길이는 $(12-2x)$이므로 x의 값의 범위는 $0<x<6$이다.

50) $2cm$

⇨ 상자의 부피를 $V(x)cm^3$라고 하면

$V(x)=x(12-2x)^2=4x^3-48x^2+144x$

$V'(x)=12x^2-96x+144=12(x-6)(x-2)$

$V'(x)=0$에서 $x=2$ $(\because 0<x<6)$

x	(0)	$\cdots$	2	$\cdots$	(6)
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$	극대	$\searrow$	

따라서 $V(x)$는 $x=2$일 때 극대이면서 최대이므로 잘라낼 정사각형의 한 변의 길이는 $2cm$이다.

51) $0<x<3$

⇨ 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$6-2x>0 \qquad \therefore x<3$

이때 $x>0$이므로 $0<x<3$

52) 1

⇨ 상자의 부피를 $V(x)$라 하면

$V(x)=x(6-2x)^2=4x^3-24x^2+36x$이고

$V'(x)=12x^2-48x+36=12(x-1)(x-3)$

$V'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 구간 $(0,\ 3)$에서 $V(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	(3)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	극대	$\searrow$	

따라서 $V(x)$는 $x=1$일 때 극대이면서 최대이므로 상자의 부피가 최대일 때, x의 값은 1이다.

53) 16

⇨ $V(x)=x(6-2x)^2=4x^3-24x^2+36x$

$V'(x)=12x^2-48x+36=12(x-1)(x-3)$

$V'(x)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$이므로 구간 $(1,\ 3)$에서 $V(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	(3)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	16	$\searrow$	

따라서 $V(x)$는 $x=1$일 때 극대이면서 최대이므로 구하는 상자의 부피의 최댓값은 $V(1)=16$이다.

54) $0<x<10$

⇨ 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$20-2x>0 \qquad \therefore x<10$

이때 $x>0$이므로 $0<x<10$

55) $\frac{10}{3}$

⇨ 상자의 부피를 $V(x)$라 하면

$V(x)=x(20-2x)^2=4x^3-80x^2+400x$이고

$V'(x)=12x^2-160x+400=4(3x-10)(x-10)$

$V'(x)=0$에서 $x=\frac{10}{3}$ 또는 $x=10$이므로 구간 $(0,\ 10)$에서 $V(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	$\cdots$	$\frac{10}{3}$	$\cdots$	(10)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$는 $x=\frac{10}{3}$일 때 극대이면서 최대이므로 상자의 부피가 최대일 때, x의 값은 $\frac{10}{3}$이다.

56) $\frac{16000}{27}$

⇨ $V(x)=x(20-2x)^2=4x^3-80x^2+400x$이고

$V'(x)=12x^2-160x+400=4(3x-10)(x-10)$

$V'(x)=0$에서 $x=\frac{10}{3}$ 또는 $x=10$이므로 구간 $(0,\ 10)$에서 $V(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	$\cdots$	$\frac{10}{3}$	$\cdots$	(10)
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$는 $x=\frac{10}{3}$일 때 극대이면서 최대이므로 구하는 상자의 부피의 최댓값은

$V\left(\frac{10}{3}\right)=\frac{10}{3}\times\left(\frac{40}{3}\right)^2=\frac{16000}{27}$이다.

57) $0<x<5$

⇨ 잘라내고 남은 부분을 접어서 만든 상자의 밑면은 가로의 길이가 $16-2x$, 세로의 길이가 $10-2x$인 직사각형이므로

$16-2x>0,\ 10-2x>0$

$\therefore\ x<5$

그런데 $x>0$이므로 $0<x<5$

58) 2

⇨ 상자의 부피를 $V(x)$라 하면

$V(x)=x(16-2x)(10-2x)$

$=4x^3-52x^2+160x$

$\therefore\ V'(x)=12x^2-104x+160=4(x-2)(3x-20)$

$V'(x)=0$에서 $x=2$ ($\because\ 0<x<5$)

따라서 $V(x)$는 $x=2$일 때 극대이자, 최대이므로 상자의 부피가 최대일 때, x의 값은 2이다.

59) 144

⇨ $V(x)=4x^3-52x^2+160x$에서

$V'(x)=12x^2-104x+160=4(x-2)(3x-20)$

$V'(x)=0$에서 $x=2$ ($\because\ 0<x<5$)

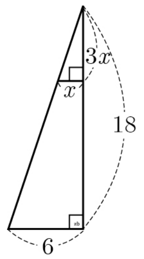
x	0	$\cdots$	2	$\cdots$	5
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		↗	144	↘	

따라서 $V(x)$는 $x=2$일 때 극대이자, 최대이므로 그 값은

$V(2)=2\cdot12\cdot6=144$

60) $96\pi cm^3$

⇨ 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $xcm\,(0<x<6)$라고 하면 원기둥의 높이는 $(18-3x)cm$이다.



원기둥의 부피를 $V(x)cm^3$라고 하면

$V(x)=\pi x^2(18-3x)=-3\pi x^3+18\pi x^2$

$V'(x)=-9\pi x^2+36\pi x=-9\pi x(x-4)$

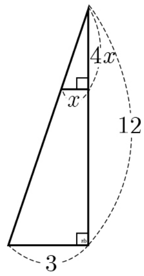
$V'(x)=0$에서 $x=4$ ($\because 0<x<6$)

x	(0)	$\cdots$	4	$\cdots$	(6)
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$는 $x=4$일 때 극대이면서 최대이므로 원기둥의 부피의 최댓값은 $V(4)=96\pi(cm^3)$이다.

61) $2cm$

⇨ 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $xcm\,(0<x<3)$라고 하면 원기둥의 높이는 $(12-4x)cm$이다.



원기둥의 부피를 $V(x)cm^3$라고 하면

$V(x)=\pi x^2(12-4x)=-4\pi x^3+12\pi x^2$

$V'(x)=-12\pi x^2+24\pi x=-12\pi x(x-2)$

$V'(x)=0$에서 $x=2$ ($\because 0<x<3$)

x	(0)	$\cdots$	2	$\cdots$	(3)
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$	극대	$\searrow$	

따라서 $V(x)$는 $x=2$일 때 극대이면서 최대이므로 이때 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 $2cm$이다.