



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[무리식]

근호 안에 문자가 포함된 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식

[무리함수와 정의역]

정의역이 주어지지 않은 경우에는 (근호 안에 있는 식의 값) ≥ 0 인
실수 전체의 집합을 정의역으로 한다.

[무리함수와 그래프]

• 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ ($a \neq 0$)의 그래프:

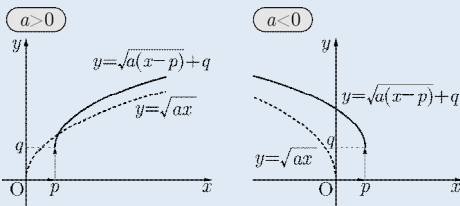
함수 $y = \frac{x^2}{a}$ ($x \geq 0$)의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

• 무리함수 $y = \sqrt{a(x-p)} + q$ ($a \neq 0$)의 그래프

① 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향
으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $a > 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \geq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$

$a < 0$ 일 때, 정의역: $\{x | x \leq p\}$, 치역: $\{y | y \geq q\}$



기본문제

[문제]

1. 다음 x 의 값 중 무리식 $\sqrt{7-2x}$ 의 값이 실수가
아닌 것은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[문제]

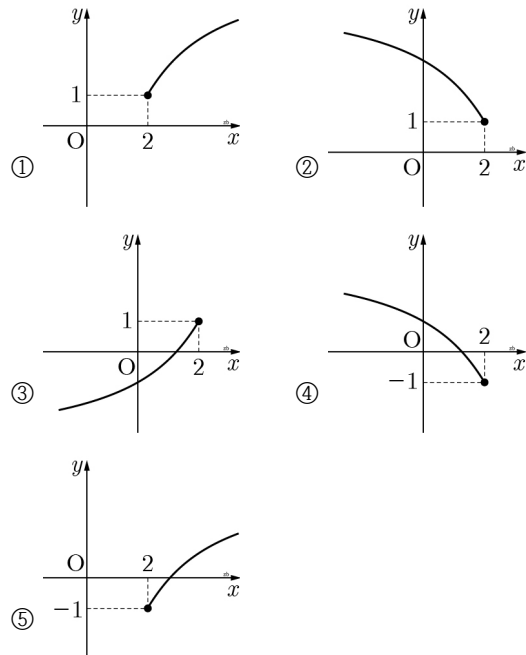
2. 다음 중에서 무리함수인 것만을 있는 대로 고른
것은?

- ㄱ. $y = \sqrt{1-x}$
ㄴ. $y = \sqrt{3}+x$
ㄷ. $y = 1+x^2$

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[예제]

3. 다음 중 함수 $y = \sqrt{-x+2}+1$ 의 그래프의 개형
으로 옳은 것은?



[문제]

4. 다음 중 함수 $y = -\sqrt{3-x}+1$ 의 정의역을 올바
르게 나타낸 것은?

- ① $\{x | x \geq 3\}$
② $\{x | x \geq 1\}$
③ $\{x | x \geq -1\}$
④ $\{x | x \leq 1\}$
⑤ $\{x | x \leq 3\}$

[문제]

5. 다음 함수의 그래프 중 치역이 다른 하나는?

- ① $y = \sqrt{2x}$
② $y = \sqrt{-7x}$
③ $y = 2x^2$
④ $y = -\sqrt{x}$
⑤ $y = |x|$

[스스로 확인하기]

14. 줄에 의지해 높은 곳에서 떨어지는 번지점프 시설이 있다. 처음 위치에서 떨어져 제일 낮은 곳에 도달했다가 반동으로 처음 자리로 되돌아오는 데 걸리는 시간 y 초와 줄의 길이 x m 사이에는

$$y = k\sqrt{\frac{x}{9.8}}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 되돌아오는데 걸리는 시간을 세 배로 늘리기 위해서는 줄의 길이를 a 배로 늘려야 할 때, 실수 a 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① 4 ② 6
③ 9 ④ 13
⑤ 16

[스스로 마무리 하기]

15. 함수 $y = \sqrt{3x-6} - 2$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
ㄴ. 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$ 이다.
ㄷ. 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

[스스로 마무리 하기]

16. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4} + k$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 정수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리 하기]

17. 함수 $f(x) = \frac{1}{6}x^2 + a (x > 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리는 $2\sqrt{2}$ 이다. $g(3a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 무리식의 값이 실수하려면 근호 안의 값이 0 이상이어야 한다.

보기의 값 중에서 $x=4$ 일 때 근호 안의 값이 음수이므로 실수가 아니다.

2) [정답] ①

[해설] 무리함수이기 위해서는 근호 안에 x 가 있어야 한다. 따라서 ①만이 무리함수이다.

3) [정답] ②

[해설] $y = \sqrt{-x+2}+1$ 에서

x 값의 범위는 $x \leq 2$ 이고

y 값의 범위는 $y \geq 1$ 이므로

주어진 범위에서 무리함수의 그래프의 개형은 ②처럼 그려진다.

4) [정답] ⑤

[해설] $y = -\sqrt{3-x}+1$ 에서 정의역은 근호 안의 값이 0 이상이 되는 범위이므로 $3-x \geq 0$

즉, $x \leq 3$ 이 정의역에 해당하는 x 의 범위이다.

5) [정답] ④

[해설] ①, ②, ③, ⑤는 모두 y 값의 범위가 0 이상이나, ④에서의 치역의 범위는 0 이하인 실수의 집합이므로 다르다.

6) [정답] ④

[해설] $y = -\sqrt{2x+4}+3$ 에서

$\sqrt{2x+4} \geq 0$ 이므로

$y = -\sqrt{2x+4}+3 \leq 3$

즉, 치역은 $\{y | y \leq 3\}$ 이다.

7) [정답] ⑤

[해설] $y = \sqrt{2x-a}+3$ 에서의 정의역은

$\left\{x \mid x \geq \frac{a}{2}\right\}$, 치역은 $\{y | y \geq 3\}$ 이므로

이를 비교하면 $a=2$, $b=3$ 이다.

따라서 $a+b=5$ 이다.

8) [정답] ⑤

[해설] $y = \sqrt{-2x+6}+7$ 의 정의역은

$-2x+6 \geq 0$ 을 만족하는 $x \leq 3$ 인 $\{x | x \leq 3\}$

치역은 $\sqrt{-2x+6} \geq 0$ 이므로 $y \geq 7$ 인 $\{y | y \geq 7\}$

따라서 $a+b=10$

9) [정답] ①

[해설] 무리함수 $y = \sqrt{ax} (a \neq 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하고, y 축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수는

$y = \sqrt{-a(x+p)}$ 이다.

따라서 (㉠): $-a$, (㉡): $-p$ 이다.

10) [정답] ③

[해설] 함수 $y = -\sqrt{2x-8}+12$ 의

정의역이 $\{x | x \geq 4\}$, 치역이 $\{y | y \leq 12\}$ 이므로

$\frac{b}{a}=3$ 이다.

11) [정답] ③

[해설] 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = \sqrt{a(x-2)}+1$ 이다.

이 그래프가 점 (0, 5)를 지나므로

$5 = \sqrt{-2a}+1$, $a=-8$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] 무리함수의 그래프에서 시작점이 (1, 1)이므로

$y = \sqrt{a(x-1)}+1$ 이고 점 (0, 2)를 지나므로

$2 = \sqrt{-a}+1$, $a=-1$ 이다.

따라서 $y = \sqrt{-x+1}+1$ 이 되어 $b=1$, $c=1$ 이다.

따라서 $abc=-1$ 이다.

13) [정답] ②

[해설] $-6 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = -\sqrt{3-x}+4$ 의

최댓값은 $x=2$ 에서 $f(2)=3$ 이고

최솟값은 $x=-6$ 에서 $f(-6)=1$ 이므로

두 차는 2이다.

14) [정답] ③

[해설] $y = k\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ 인 관계에 의해

줄의 길이가 x_1 일 때 시간이 y_1 이라 하면

$y_1 = k\sqrt{\frac{x_1}{9.8}}$

이 성립한다.

줄의 길이가 x_2 일 때 시간이 $3y_1$ 이라 하면

$3y_1 = 3k\sqrt{\frac{x_1}{9.8}} = k\sqrt{\frac{9x_1}{9.8}} = k\sqrt{\frac{x_2}{9.8}}$

정리하면 $x_2=9x_1$ 이 되어

줄의 길이는 9배로 늘려야 한다.

따라서 $a=9$ 이다.

15) [정답] ⑤

[해설] ㉠. 정의역은 $\{x | x \geq 2\}$ 이다. (거짓)

㉡. $y = \sqrt{3x-6}-2$ 에서 치역은 $\{y | y \geq -2\}$ 이다. (참)

㉢. 함수의 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.

(참)

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

16) [정답] ②

[해설] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수의 그래프의

교점은 $y=x$ 위에 있다. 즉, $x = \sqrt{2x-4}+k$ 를

만족하는 2 이상의 x 의 값이 2개 존재한다.

$$x^2 - 2kx + k^2 = 2x - 4$$

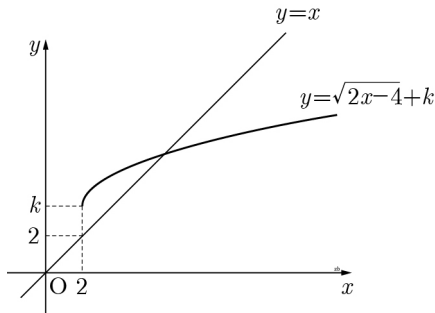
$$x^2 - 2(k+1)x + k^2 + 4 = 0$$

$$D/4 = (k+1)^2 - k^2 - 4 > 0$$

$$2k - 3 > 0$$

$$k > \frac{3}{2}$$

따라서 $k > \frac{3}{2}$ 에서 x 의 값이 2개 존재한다.



그런데 그림에서와 같이 $k > 2$ 에서

$y = \sqrt{2x-4} + k$ 의 그래프와 $y = x$ 의 그래프는

단 하나의 교점을 가진다. 따라서 $y = f(x)$ 의

그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른

두 점에서 만나려면 $\frac{3}{2} < k \leq 2$ 를 만족해야한다.

따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은 2이다.

17) [정답] ④

[해설] 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = x$ 위에 존재한다. 따라서 두 교점을 (α, α) , (β, β) (단, $\alpha < \beta$)라 하면 $(\beta - \alpha)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 2$ 가 성립한다.

$$\frac{1}{6}x^2 + a = x$$

$x^2 - 6x + 6a = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha + \beta = 6$ 이 되어 $\beta = 4, \alpha = 2$ 이다.

따라서 $\alpha\beta = 8 = 6a$

$a = \frac{4}{3}$ 가 되어 $f(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}$ ($x > 0$)

$g(x) = \sqrt{6x-8}$ 이 된다. 따라서

$g(3a) = g(4) = \sqrt{24-8} = 4$ 이다.