



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-06-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

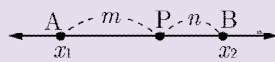
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 01 수직선 위의 선분의 내분점

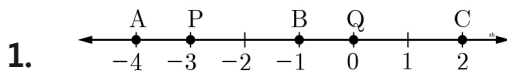
### (1) 수직선 위의 선분의 내분점

수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표는

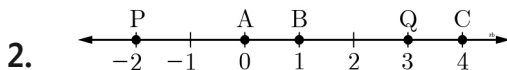
$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$$



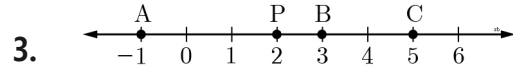
■ 다음 수직선 위의 점들에 대하여 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



- (1) 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 □:2로 내분한다.
- (2) 점  $Q$ 는 선분  $BC$ 를 1:□로 내분한다.
- (3) 점  $B$ 는 선분  $PQ$ 를 □:1로 내분한다.
- (4) 점  $B$ 는 선분 □를 1:1로 내분한다.

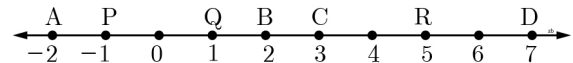


- (1) 점  $A$ 는 선분  $PB$ 를 □:1로 내분한다.
- (2) 점  $Q$ 는 선분  $AC$ 를 3:1로 □한다.
- (3) 점  $B$ 는 선분 □를 1:2로 내분한다.
- (4) 점  $Q$ 는 선분  $PC$ 를 □:1로 내분한다.



- (1) 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 □:1로 내분한다.
- (2) 점  $B$ 는 선분  $AC$ 를 2:1로 □한다.

■ 다음 수직선 위의 점들에 대하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



4. 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 1:□으로 내분한다.
5. 점  $R$ 는 선분  $CD$ 를 1:□로 내분한다.
6. 점  $Q$ 는 선분  $AC$ 를 □:2로 내분한다.

■ 다음 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표를 구하여라.

7.  $A(2), B(8), m:n=1:2$

8.  $A(-3), B(5), m:n=3:1$

9.  $A(8), B(-2), m:n=3:2$

## 02 / 좌표평면 위의 선분의 내분점

## (1) 좌표평면 위의 선분의 내분점

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여선분  $AB$ 를  $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는점  $P$ 의 좌표는  $P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$ 

▣ 다음 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표를 구하여라.

10.  $A(-1, -4), B(5, 8), m:n=1:2$

11.  $A(1, 3), B(4, 9), m:n=2:1$

12.  $A(-2, -3), B(6, 1), m:n=3:1$

13.  $A(2, -6), B(12, 4), m:n=3:2$

14.  $A(-5, 4), B(2, -10), m:n=3:4$

15.  $A(-5, -4), B(1, 4), m:n=1:3$

16.  $A(3, -2), B(10, 5), m:n=4:3$

17.  $A(3, -4), B(-2, 11), m:n=2:3$

▣ 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 가  $y$ 축에 의하여  $m:n$ 으로 내분될 때,  $m, n$ 의 값을 각각 구하여라. (단,  $m:n$ 은 서로소인 자연수이다.)

18.  $A(3, 2), B(-4, -6)$

19.  $A(-5, -1), B(2, 8)$

20.  $A(-2, -6), B(5, 3)$

21. 두 점  $A(-1, 2), B(4, a)$ 를 이은 선분  $AB$ 를  $4:3$ 으로 내분하는 점  $P$ 의  $y$ 좌표가 0일 때, 실수  $a$ 의 값을 구하여라.

**03** 선분의 중점

두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점은  
선분  $AB$ 를 1:1로 내분하는 점과 같다.

(1) 수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분  $AB$ 의 중점  $M$ 의 좌표는  $\Rightarrow M\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

(2) 좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에

대하여 선분  $AB$ 의 중점  $M$ 의 좌표는

$\Rightarrow M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

■ 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 에 대하여 다음 점의 좌표를 구하여라.

22.  $A(-2), B(6)$

- (1) 3:1로 내분하는 점  $P$
- (2) 1:3로 내분하는 점  $Q$
- (3)  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$

23.  $A(1), B(4)$

- (1) 2:1로 내분하는 점  $P$
- (2) 1:2로 내분하는 점  $Q$
- (3)  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$

24.  $A(-1), B(9)$

- (1) 2:1로 내분하는 점  $P$
- (2) 1:2로 내분하는 점  $Q$
- (3)  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$

■ 수직선 위의 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점  $M$ 의 좌표를 구하여라.

25.  $A(-3), B(-2)$

26.  $A(-4), B(5)$

27.  $A(2), B(8)$

■ 좌표평면 위의 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점  $M$ 의 좌표를 구하여라.

28.  $A(-4, -7), B(9, -2)$

29.  $A(2, -3), B(-7, 4)$

30.  $A(2, 5), B(1, 8)$

■ 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 에 대하여 다음 점의 좌표를 구하여라.

31.  $A(-3, 5), B(2, -5)$

- (1) 선분  $AB$ 를 1:3으로 내분하는 점  $P$
- (2) 선분  $AB$ 를 3:1로 내분하는 점  $Q$
- (3) 선분  $AB$ 의 중점  $M$

32.  $A(1, 2), B(-1, 3)$

- (1) 선분  $AB$ 를 1:2으로 내분하는 점  $P$
- (2) 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점  $Q$
- (3) 선분  $AB$ 의 중점  $M$

33.  $A(-1, 2), B(4, 3)$ 

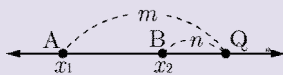
- (1) 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점  $P$   
 (2) 선분  $AB$ 를 1:2로 내분하는 점  $Q$   
 (3) 선분  $AB$ 의 중점  $M$

34.  $A(4, 8), B(10, 14)$ 

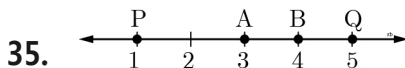
- (1) 선분  $AB$ 를 2:3으로 내분하는 점  $P$   
 (2) 선분  $AB$ 를 3:2로 내분하는 점  $Q$   
 (3) 선분  $AB$ 의 중점  $M$

## 04 수직선 위의 선분의 외분점

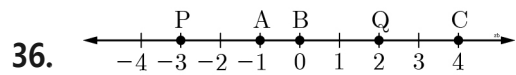
## (1) 수직선 위의 선분의 외분점

수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여선분  $AB$ 를  $m:n (m > 0, n > 0)$ 으로 외분하는점  $Q$ 의 좌표는  $Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m - n}\right)$  (단,  $m \neq n$ )

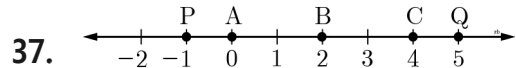
■ 다음 수직선 위의 점들에 대하여 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



35. (1) 점  $Q$ 는 선분  $AB$ 를 □:1로 외분한다.  
 (2) 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 2:3으로 □한다.

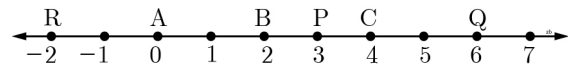


36. (1) 점  $C$ 는 선분  $AQ$ 를 □:2로 외분한다.  
 (2) 점 □는 선분  $PA$ 를 7:5로 외분한다.  
 (3) 점  $B$ 는 선분 □를 3:1로 외분한다.  
 (4) 점 □는 선분  $BQ$ 를 1:3으로 외분한다.



37. (1) 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 1:□으로 외분한다.  
 (2) 점  $Q$ 는 선분  $AB$ 를 □:3으로 외분한다.  
 (3) 점 □는 선분  $PA$ 를 5:4로 외분한다.  
 (4) 점  $Q$ 는 선분 □를 3:1로 외분한다.

■ 다음 수직선 위의 점들에 대하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



38. 점  $R$ 는 선분  $AC$ 를 1:□으로 외분한다.

39. 점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 □:1로 외분한다.

40. 점  $Q$ 는 선분  $AB$ 를 3:□로 외분한다.

■ 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 에 대하여 다음 점의 좌표를 구하여라.

41.  $A(-5), B(2)$

- (1) 1:2로 외분하는 점  $P$   
(2) 2:1로 외분하는 점  $Q$

42.  $A(3), B(7)$

- (1) 1:3로 외분하는 점  $P$   
(2) 3:1로 외분하는 점  $Q$

43.  $A(3), B(5)$

- (1) 1:2로 외분하는 점  $P$   
(2) 2:1로 외분하는 점  $Q$

44.  $A(-1), B(-4)$

- (1) 1:2로 외분하는 점  $P$   
(2) 2:1로 외분하는 점  $Q$

■ 다음 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 외분하는 점  $Q$ 의 좌표를 구하여라.

45.  $A(-3), B(-1), m:n=1:3$

46.  $A(-1), B(5), m:n=3:1$

47.  $A(3), B(7), m:n=2:1$

## 05 좌표평면 위의 선분의 외분점

### (1) 좌표평면 위의 선분의 외분점

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n (m>0, n>0)$ 으로 외분하는

점  $Q$ 의 좌표는  $Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$

(단,  $m \neq n$ )

■ 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 에 대하여 다음 점의 좌표를 구하여라.

48.  $A(-2, 1), B(3, -2)$

- (1) 선분  $AB$ 를 1:3으로 외분하는 점  $Q$   
(2) 선분  $AB$ 를 3:1로 외분하는 점  $R$

49.  $A(-1, 2), B(4, 3)$

- (1) 선분  $AB$ 를 1:2로 외분하는 점  $Q$   
(2) 선분  $AB$ 를 2:1로 외분하는 점  $R$

■ 다음 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 외분하는 점  $Q$ 의 좌표를 구하여라.

50.  $A(-1, -4), B(5, 8), m:n=1:2$

51.  $A(-2, -3), B(6, 1), m:n=3:1$

52.  $A(-5, -4), B(1, 4), m:n=1:3$

53.  $A(1, 3), B(4, 10), m:n=2:1$

54.  $A(2, -6), B(12, 4), m:n=3:2$

55.  $A(3, -2), B(10, 5), m:n=4:3$

56.  $A(-5, 4), B(2, -10), m:n=3:4$

57.  $A(3, -4), B(-2, 11), m:n=2:3$

## 06 선분의 내분점과 외분점

(1) 수직선 위의 선분의 내분점과 외분점

$$P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right), Q\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}\right)$$

(2) 좌표평면 위의 선분의 내분점과 외분점

$$P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right),$$

$$Q\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$$

■ 수직선 위의 두 점  $A(6), B(-2)$ 에 대하여 다음을 구하여라.

58.  $\overline{AB}$ 를 2:3으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표

59.  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$ 의 좌표

60.  $\overline{AB}$ 를 1:2로 외분하는 점  $Q$ 의 좌표

■ 다음 두 점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표와 외분하는 점  $Q$ 의 좌표를 구하여라.

61.  $A(-2, -4), B(6, 2), m:n=3:5$

62.  $A(2, 3), B(-1, 6), m:n=1:3$

63.  $A(-1, 2), B(2, 5), m:n=2:1$

■ 두 점  $A(5, 2), B(3, -6)$ 에 대하여 다음을 구하여라.

64.  $\overline{AB}$ 를 5:3으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표

65.  $\overline{AB}$ 의 중점  $M$ 의 좌표

66.  $\overline{AB}$ 를 2:1로 외분하는 점  $Q$ 의 좌표

■ 길이가 다음과 같은 선분  $AB$ 를 ( ) 안의 비로 내분하는 점  $P$ 와 외분하는 점  $Q$ 가 있다. 이때, 선분  $PQ$ 의 길이를 구하여라.

67.  $\overline{AB}=21$  [5:2]

68.  $\overline{AB}=15$  [4:1]

■ 다음의 두 점  $A, B$ 를 이은 선분  $AB$ 를 ( ) 안의 비로 내분하는 점을  $P$ , 외분하는 점을  $Q$ 라고 할 때, 선분  $PQ$ 의 중점의 좌표를 구하여라.

69.  $A(-4, 7), B(1, -3)$   $[3:2]$

70.  $A(5, -2), B(-1, 1)$   $[1:2]$

71. 두 점  $A(-5, -2), B(5, 3)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $2:3$ 으로 내분하는 점을  $P$ , 외분하는 점을  $Q$ 라 할 때, 선분  $PQ$ 의 중점의 좌표를 구하여라.

72. 두 점  $A(0, 1), B(3, 4)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점을  $P$ , 외분하는 점을  $Q$ 라 할 때, 두 점  $P, Q$  사이의 거리를 구하여라.

73. 두 점  $A(2, 3), B(5, -3)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $2:1$ 로 내분하는 점을  $P$ ,  $3:2$ 로 외분하는 점을  $Q$ 라 할 때, 선분  $PQ$ 의 길이를 구하여라.

74. 두 점  $A(-1, -2), B(3, 2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $3:1$ 로 내분하는 점을  $P$ , 외분하는 점을  $Q$ 라 할 때, 선분  $PQ$ 의 길이를 구하여라.



## 정답 및 해설

1) (1)1 (2)2 (3)2 (4)AC

⇒ (1)점 P는 선분 AB를 [1]:2로 내분한다.

(2)점 Q는 선분 BC를 1:[2]로 내분한다.

(3)점 B는 선분 PQ를 [2]:1로 내분한다.

(4)점 B는 선분 AC를 1:1로 내분한다.

2) (1)2 (2)내분 (3)AQ (4)5

⇒ (1)점 A는 선분 PB를 [2]:1로 내분한다.

(2)점 Q는 선분 AC를 3:1로 [내분]한다.

(3)점 B는 선분 AQ를 1:2로 내분한다.

(4)점 Q는 선분 PC를 [5]:1로 내분한다.

3) (1)3 (2)내분

⇒ (1)점 P는 선분 AB를 [3]:1로 내분한다.

(2)점 B는 선분 AC를 2:1로 [내분]한다.

4) 3

5) 1

6) 3

7) 4

⇒  $P\left(\frac{1 \times 8 + 2 \times 2}{1+2}\right)$ , 즉 P(4)

8) 3

⇒  $P\left(\frac{3 \times 5 + 1 \times (-3)}{3+1}\right)$ , 즉 P(3)

9) 2

⇒  $P\left(\frac{3 \times (-2) + 2 \times 8}{3+2}\right)$ , 즉 P(2)

10) (1,0)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{1 \times 5 + 2 \times (-1)}{1+2} = 1$$

$$y = \frac{1 \times 8 + 2 \times (-4)}{1+2} = 0$$

따라서 점 P의 좌표는 (1,0)이다.

11) (3,7)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2+1} = 3$$

$$y = \frac{2 \times 9 + 1 \times 3}{2+1} = 7$$

따라서 점 P의 좌표는 (3,7)이다.

12) (4,0)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 1 \times (-2)}{3+1} = 4$$

$$y = \frac{3 \times 1 + 1 \times (-3)}{3+1} = 0$$

따라서 점 P의 좌표는 (4,0)이다.

13) (8,0)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 12 + 2 \times 2}{3+2} = 8$$

$$y = \frac{3 \times 4 + 2 \times (-6)}{3+2} = 0$$

따라서 점 P의 좌표는 (8,0)이다.

14) (-2, -2)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 2 + 4 \times (-5)}{3+4} = -2$$

$$y = \frac{3 \times (-10) + 4 \times 4}{3+4} = -2$$

따라서 점 P의 좌표는 (-2, -2)이다.

15)  $\left(-\frac{7}{2}, -2\right)$ 

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{1 \times 1 + 3 \times (-5)}{1+3} = -\frac{7}{2}$$

$$y = \frac{1 \times 4 + 3 \times (-4)}{1+3} = -2$$

따라서 점 P의 좌표는  $\left(-\frac{7}{2}, -2\right)$ 이다.

16) (7,2)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{4 \times 10 + 3 \times 3}{4+3} = 7$$

$$y = \frac{4 \times 5 + 3 \times (-2)}{4+3} = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 (7,2)이다.

17) (1,2)

⇒ 점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$$x = \frac{2 \times (-2) + 3 \times 3}{2+3} = 1$$

$$y = \frac{2 \times 11 + 3 \times (-4)}{2+3} = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 (1,2)이다.

18)  $m=3, n=4$ 

⇒ 선분 AB가 y축에 의하여 m:n으로 내분되는 점의 좌표를 (x,y)라고 하면

$$x = \frac{-4m + 3n}{m+n} = 0 \text{ 이므로}$$

$$4m = 3n$$

$$\therefore m:n = 3:4$$

이때, m,n은 서로소인 자연수이므로



$$m=3, n=4$$

$$19) m=5, n=2$$

⇒ 선분 AB가 y축에 의하여 m:n으로 내분되는 점의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$x = \frac{2m + (-5)n}{m+n} = 0 \text{ 이므로}$$

$$2m = 5n$$

$$\therefore m:n = 5:2$$

이때, m, n은 서로소인 자연수이므로

$$\therefore m=5, n=2$$

$$20) m=2, n=5$$

⇒ 선분 AB가 y축에 의하여 m:n으로 내분되는 점의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$x = \frac{5m + (-2)n}{m+n} = 0 \text{ 이므로}$$

$$5m = 2n$$

$$\therefore m:n = 2:5$$

이때, m, n은 서로소인 자연수이므로

$$m=2, n=5$$

$$21) -\frac{3}{2}$$

⇒ 선분 AB를 4:3으로 내분하는 점 P의 y좌표가 0이므로

$$\frac{4 \times a + 3 \times 2}{4+3} = 0, 4a+6=0 \quad \therefore a = -\frac{3}{2}$$

$$22) (1)P(4) (2)Q(0) (3)M(2)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{3 \times 6 + 1 \times (-2)}{3+1}\right) \quad \therefore P(4)$$

$$(2)Q\left(\frac{1 \times 6 + 3 \times (-2)}{1+3}\right) \quad \therefore Q(0)$$

$$(3)M\left(\frac{-2+6}{2}\right) \quad \therefore M(2)$$

$$23) (1)P(3) (2)Q(2) (3)M\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2+1}\right) \quad \therefore P(3)$$

$$(2)Q\left(\frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{1+2}\right) \quad \therefore Q(2)$$

$$(3)M\left(\frac{1+4}{2}\right) \quad \therefore M\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$24) (1)P\left(\frac{17}{3}\right) (2)Q\left(\frac{7}{3}\right) (3)M(4)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{2 \times 9 + 1 \times (-1)}{2+1}\right) \quad \therefore P\left(\frac{17}{3}\right)$$

$$(2)Q\left(\frac{1 \times 9 + 2 \times (-1)}{1+2}\right) \quad \therefore Q\left(\frac{7}{3}\right)$$

$$(3)M\left(\frac{-1+9}{2}\right) \quad \therefore M(4)$$

$$25) M\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-3-2}{2}\right), \text{ 즉 } M\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$26) M\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-4+5}{2}\right), \text{ 즉 } M\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$27) M(5)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{2+8}{2}\right), \text{ 즉 } M(5)$$

$$28) \left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-4+9}{2}, \frac{-7-2}{2}\right), \text{ 즉 } M\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$$

$$29) \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{2-7}{2}, \frac{-3+4}{2}\right), \text{ 즉 } M\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$30) \left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{2+1}{2}, \frac{5+8}{2}\right), \text{ 즉 } M\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

$$31) (1)P\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{2}\right) (2)Q\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}\right) (3)M\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\Rightarrow (1)x = \frac{1 \times 2 + 3 \times (-3)}{1+3} = -\frac{7}{4}$$

$$y = \frac{1 \times (-5) + 3 \times 5}{1+3} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad \therefore P\left(-\frac{7}{4}, \frac{5}{2}\right)$$

$$(2)x = \frac{3 \times 2 + 1 \times (-3)}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3 \times (-5) + 1 \times 5}{3+1} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \quad \therefore Q\left(\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}\right)$$

$$(3)M\left(\frac{-3+2}{2}, \frac{5-5}{2}\right) \quad \therefore M\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$32) (1)P\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right) (2)Q\left(-\frac{1}{3}, \frac{8}{3}\right) (3)M\left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (1)x = \frac{1 \times (-1) + 2 \times 1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1+2} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

$$(2)x = \frac{2 \times (-1) + 1 \times 1}{2+1} = -\frac{1}{3}$$

$$y = \frac{2 \times 3 + 1 \times 2}{2+1} = \frac{8}{3}$$

$$\therefore Q\left(-\frac{1}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

$$(3)M\left(\frac{1-1}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \quad \therefore M\left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$$33) (1)P\left(\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right) (2)Q\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right) (3)M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

⇒ (1)선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 좌표는

$$x = \frac{2 \times 4 + 1 \times (-1)}{2+1} = \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{2 \times 3 + 1 \times 2}{2+1} = \frac{8}{3}$$

따라서 선분 AB를 2:1로 내분하는 점 P의 좌표는  $\left(\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$ 이다.

(2)점 Q의 좌표를 (x,y)라고 하면

$$x = \frac{1 \times 4 + 2 \times (-1)}{1+2} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1+2} = \frac{7}{3}$$

따라서 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 Q의 좌표는  $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 이다.

$$(3)M\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \therefore M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$34) (1)P\left(\frac{32}{5}, \frac{52}{5}\right) (2)Q\left(\frac{38}{5}, \frac{58}{5}\right) (3)M(7, 11)$$

$$\Rightarrow (1)x = \frac{2 \times 10 + 3 \times 4}{2+3} = \frac{20+12}{5} = \frac{32}{5}$$

$$y = \frac{2 \times 14 + 3 \times 8}{2+3} = \frac{28+24}{5} = \frac{52}{5} \therefore P\left(\frac{32}{5}, \frac{52}{5}\right)$$

$$(2)x = \frac{3 \times 10 + 2 \times 4}{3+2} = \frac{30+8}{5} = \frac{38}{5}$$

$$y = \frac{3 \times 14 + 2 \times 8}{3+2} = \frac{42+16}{5} = \frac{58}{5} \therefore Q\left(\frac{38}{5}, \frac{58}{5}\right)$$

$$(3)\left(\frac{4+10}{2}, \frac{8+14}{2}\right) \therefore M(7, 11)$$

35) (1)2 (2)외분

⇒ (1)점 Q는 선분 AB를  $\boxed{2}$ :1로 외분한다.

(2)점 P는 선분 AB를 2:3으로  $\boxed{\text{외분}}$ 한다.

36) (1)5 (2)C (3)PA (4)A

⇒ (1)점 C는 선분 AQ를  $\boxed{5}$ :2로 외분한다.

(2)점  $\boxed{C}$ 는 선분 PA를 7:5로 외분한다.

(3)점 B는 선분  $\boxed{PA}$ 를 3:1로 외분한다.

(4)점  $\boxed{A}$ 는 선분 BQ를 1:3으로 외분한다.

37) (1)3 (2)5 (3)C (4)BC

⇒ (1)점 P는 선분 AB를 1: $\boxed{3}$ 으로 외분한다.

(2)점 Q는 선분 AB를  $\boxed{5}$ :3으로 외분한다.

(3)점  $\boxed{C}$ 는 선분 PA를 5:4로 외분한다.

(4)점 Q는 선분  $\boxed{BC}$ 를 3:1로 외분한다.

38) 3

39) 3

40) 2

$$41) (1)P(-12) (2)Q(9)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-5)}{1-2}\right) \therefore P(-12)$$

$$(2)Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times (-5)}{2-1}\right) \therefore Q(9)$$

$$42) (1)P(1) (2)Q(9)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{1 \times 7 - 3 \times 3}{1-3}\right) \therefore P(1)$$

$$(2)Q\left(\frac{3 \times 7 - 1 \times 3}{3-1}\right) \therefore Q(9)$$

$$43) (1)P(1) (2)Q(7)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{1 \times 5 - 2 \times 3}{1-2}\right) \therefore P(1)$$

$$(2)Q\left(\frac{2 \times 5 - 1 \times 3}{2-1}\right) \therefore Q(7)$$

$$44) (1)P(2) (2)Q(-7)$$

$$\Rightarrow (1)P\left(\frac{1 \times (-4) - 2 \times (-1)}{1-2}\right) \therefore P(2)$$

$$(2)Q\left(\frac{2 \times (-4) - 1 \times (-1)}{2-1}\right) \therefore Q(-7)$$

$$45) Q(-4)$$

$$\Rightarrow Q\left(\frac{1 \times (-1) - 3 \times (-3)}{1-3}\right), \text{ 즉 } Q(-4)$$

$$46) Q(8)$$

$$\Rightarrow Q\left(\frac{3 \times 5 - 1 \times (-1)}{3-1}\right), \text{ 즉 } Q(8)$$

$$47) Q(11)$$

$$\Rightarrow Q\left(\frac{2 \times 7 - 1 \times 3}{2-1}\right), \text{ 즉 } Q(11)$$

$$48) (1)Q\left(-\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right) (2)R\left(\frac{11}{2}, -\frac{7}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (1)x = \frac{1 \times 3 - 3 \times (-2)}{1-3} = -\frac{9}{2}$$

$$y = \frac{1 \times (-2) - 3 \times 1}{1-3} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} \therefore Q\left(-\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$(2)x = \frac{3 \times 3 - 1 \times (-2)}{3-1} = \frac{11}{2}$$

$$y = \frac{3 \times (-2) - 1 \times 1}{3-1} = -\frac{7}{2} \therefore R\left(\frac{11}{2}, -\frac{7}{2}\right)$$

$$49) (1)(-6, 1) (2)(9, 4)$$

⇒ (1)점 Q의 좌표를 (x,y)라고 하면

$$x = \frac{1 \times 4 - 2 \times (-1)}{1-2} = -6$$

$$y = \frac{1 \times 3 - 2 \times 2}{1-2} = 1$$

따라서 점 Q의 좌표는 (-6, 1)이다.

(2)점 R의 좌표를 (x,y)라고 하면

$$x = \frac{2 \times 4 - 1 \times (-1)}{2-1} = 9$$

$$y = \frac{2 \times 3 - 1 \times 2}{2 - 1} = 4$$

따라서 점 R의 좌표는 (9, 4)이다.

50) (-7, -16)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{1 \times 5 - 2 \times (-1)}{1 - 2} = -7$$

$$y = \frac{1 \times 8 - 2 \times (-4)}{1 - 2} = -16$$

따라서 점 Q의 좌표는 (-7, -16)이다.

51) (10, 3)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 - 1 \times (-2)}{3 - 1} = 10$$

$$y = \frac{3 \times 1 - 1 \times (-3)}{3 - 1} = 3$$

따라서 점 Q의 좌표는 (10, 3)이다.

52) (-8, -8)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{1 \times 1 - 3 \times (-5)}{1 - 3} = -8$$

$$y = \frac{1 \times 4 - 3 \times (-4)}{1 - 3} = -8$$

따라서 점 Q의 좌표는 (-8, -8)이다.

53) (7, 17)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1} = 7$$

$$y = \frac{2 \times 10 - 1 \times 3}{2 - 1} = 17$$

따라서 점 Q의 좌표는 (7, 17)이다.

54) (32, 24)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 12 - 2 \times 2}{3 - 2} = 32$$

$$y = \frac{3 \times 4 - 2 \times (-6)}{3 - 2} = 24$$

55) (31, 26)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{4 \times 10 - 3 \times 3}{4 - 3} = 31$$

$$y = \frac{4 \times 5 - 3 \times (-2)}{4 - 3} = 26$$

따라서 Q의 좌표는 (31, 26)이다.

56) (-26, 46)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{3 \times 2 - 4 \times (-5)}{3 - 4} = -26$$

$$y = \frac{3 \times (-10) - 4 \times 4}{3 - 4} = 46$$

따라서 Q의 좌표는 (-26, 46)이다.

57) (13, -34)

⇒ 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{2 \times (-2) - 3 \times 3}{2 - 3} = 13$$

$$y = \frac{2 \times 11 - 3 \times (-4)}{2 - 3} = -34$$

따라서 Q의 좌표는 (13, -34)이다.

58)  $P\left(\frac{14}{5}\right)$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot (-2) + 3 \cdot 6}{2 + 3} = \frac{14}{5} \quad \therefore P\left(\frac{14}{5}\right)$$

59) M(2)

$$\Rightarrow \frac{6 - 2}{2} = 2$$

60) Q(14)

$$\Rightarrow \frac{1 \cdot (-2) - 2 \cdot 6}{1 - 2} = 14 \quad \therefore Q(14)$$

61)  $P\left(1, -\frac{7}{4}\right), Q(-14, -13)$

⇒ 선분 AB를 3:5로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{3 \times 6 + 5 \times (-2)}{3 + 5}, \frac{3 \times 2 + 5 \times (-4)}{3 + 5}\right)$$

$$\therefore P\left(1, -\frac{7}{4}\right)$$

선분 AB를 3:5로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{3 \times 6 - 5 \times (-2)}{3 - 5}, \frac{3 \times 2 - 5 \times (-4)}{3 - 5}\right)$$

$$\therefore Q(-14, -13)$$

62)  $P\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right), Q\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

⇒ 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{1 \times (-1) + 3 \times 2}{1 + 3}, \frac{1 \times 6 + 3 \times 3}{1 + 3}\right)$$

$$\therefore P\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right)$$

선분 AB를 1:3으로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{1 \times (-1) - 3 \times 2}{1 - 3}, \frac{1 \times 6 - 3 \times 3}{1 - 3}\right)$$

$$\therefore Q\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

63) P(1, 4), Q(5, 8)

⇒ 선분 AB를 2:1로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{2 \times 2 + 1 \times (-1)}{2 + 1}, \frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{2 + 1}\right)$$

$$\therefore P(1, 4)$$

선분 AB를 2:1로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times (-1)}{2 - 1}, \frac{2 \times 5 - 1 \times 2}{2 - 1}\right)$$

$$\therefore Q(5, 8)$$

$$64) P\left(\frac{15}{4}, -3\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5 \cdot 3 + 3 \cdot 5}{5+3} = \frac{15}{4}, \quad \frac{5 \cdot (-6) + 3 \cdot 2}{5+3} = -3$$

$$\therefore P\left(\frac{15}{4}, -3\right)$$

$$65) M(4, -2)$$

$$\Rightarrow \frac{5+3}{2} = 4, \quad \frac{2-6}{2} = -2 \quad \therefore M(4, -2)$$

$$66) Q(1, -14)$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot 5}{2-1} = 1, \quad \frac{2 \cdot (-6) - 1 \cdot 2}{2-1} = -14$$

$$\therefore Q(1, -14)$$

$$67) 20$$

$\Rightarrow$  점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 5:2로 내분하는 점이므로

$$\overline{AP} = \frac{5}{7} \overline{AB} = \frac{5}{7} \times 21 = 15$$

점  $Q$ 는 선분  $AB$ 를 5:2로 외분하는 점이므로

$$\overline{AQ} = \frac{5}{3} \overline{AB} = \frac{5}{3} \times 21 = 35$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 20$$

$$68) 8$$

$\Rightarrow$  점  $P$ 는 선분  $AB$ 를 4:1로 내분하는 점이므로

$$\overline{AP} = \frac{4}{5} \overline{AB} = \frac{4}{5} \times 15 = 12$$

점  $Q$ 는 선분  $AB$ 를 4:1로 외분하는 점이므로

$$\overline{AQ} = \frac{4}{3} \overline{AB} = \frac{4}{3} \times 15 = 20$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 8$$

$$69) (5, -11)$$

$\Rightarrow$  점  $P$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라고 하면

$$a = \frac{3 \times 1 + 2 \times (-4)}{3+2} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$b = \frac{3 \times (-3) + 2 \times 7}{3+2} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore P(-1, 1)$$

점  $Q$ 의 좌표를  $(c, d)$ 라고 하면

$$c = \frac{3 \times 1 - 2 \times (-4)}{3-2} = 11$$

$$d = \frac{3 \times (-3) - 2 \times 7}{3-2} = -23$$

$$\therefore Q(11, -23)$$

따라서 선분  $PQ$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+11}{2}, \frac{1-23}{2}\right) = (5, -11)$$

$$70) (7, -3)$$

$\Rightarrow$  점  $P$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라고 하면

$$a = \frac{1 \times (-1) + 2 \times 5}{1+2} = 3$$

$$b = \frac{1 \times 1 + 2 \times (-2)}{1+2} = -1$$

$$\therefore P(3, -1)$$

점  $Q$ 의 좌표를  $(c, d)$ 라고 하면

$$c = \frac{1 \times (-1) - 2 \times 5}{1-2} = 11$$

$$d = \frac{1 \times 1 - 2 \times (-2)}{1-2} = -5$$

$$\therefore Q(11, -5)$$

따라서 선분  $PQ$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{3+11}{2}, \frac{-1+(-5)}{2}\right) = (7, -3)$$

$$71) (-13, -6)$$

$\Rightarrow$  선분  $AB$ 를 2:3으로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2+3}, \frac{2 \times 3 + 3 \times (-2)}{2+3}\right),$$

$$\text{즉 } P(-1, 0)$$

선분  $AB$ 를 2:3으로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{2 \times 5 - 3 \times (-5)}{2-3}, \frac{2 \times 3 - 3 \times (-2)}{2-3}\right),$$

$$\text{즉 } Q(-25, -12)$$

따라서 선분  $PQ$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1-25}{2}, \frac{0-12}{2}\right), \text{ 즉 } (-13, -6)$$

$$72) 4\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$  선분  $AB$ 를 1:2로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{1 \times 3 + 2 \times 0}{1+2}, \frac{1 \times 4 + 2 \times 1}{1+2}\right), \text{ 즉 } P(1, 2)$$

선분  $AB$ 를 1:2로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{1 \times 3 - 2 \times 0}{1-2}, \frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1-2}\right), \text{ 즉 } Q(-3, -2)$$

따라서 두 점  $P, Q$  사이의 거리는

$$\sqrt{(-3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$73) 7\sqrt{5}$$

$\Rightarrow$  선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{2+1}, \frac{2 \times (-3) + 1 \times 3}{2+1}\right), \text{ 즉 } P(4, -1)$$

선분  $AB$ 를 3:2로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{3 \times 5 - 2 \times 2}{3-2}, \frac{3 \times (-3) - 2 \times 3}{3-2}\right), \text{ 즉 } Q(11, -15)$$

따라서 선분  $PQ$ 의 길이는

$$\sqrt{(11-4)^2 + (-15+1)^2} = \sqrt{245} = 7\sqrt{5}$$

$$74) 3\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$  선분  $AB$ 를 3:1로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{3 \times 3 + 1 \times (-1)}{3+1}, \frac{3 \times 2 + 1 \times (-2)}{3+1}\right), \text{ 즉 } P(2, 1)$$

선분  $AB$ 를 3:1로 외분하는 점은

$$Q\left(\frac{3 \times 3 - 1 \times (-1)}{3-1}, \frac{3 \times 2 - 1 \times (-2)}{3-1}\right), \text{ 즉 } Q(5, 4)$$

따라서 선분  $PQ$ 의 길이는

$$\sqrt{(5-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

