

2019년 태성고 수학(하) 기말고사

1. 8명의 학생이 모든 사람과 한 번씩 악수를 할 때, 악수의 총 횟수는?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

2. 함수 f 에 대하여 $f(1)=2$ 일 때, $f^{-1}(2)$ 의 값은?
(단, 함수 f^{-1} 는 함수 f 의 역함수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

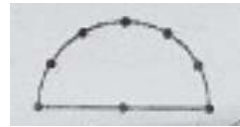
3. 함수 $f(x)=\frac{1}{x}$ 를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼
평행이동하면 함수 $g(x)=\frac{3x+a}{x-3}$ 와 겹쳐진다. 이때, $a+p+q$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

4. $x=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, x^2-6x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 그림과 같이 반원 위에 있는 8개의 점 중에서 4개의 점을
꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?



① 62 ② 63 ③ 64 ④ 65 ⑤ 66

6. 어느 체육대회에서 남학생 3명과 여학생 3명이 일렬로 서서
줄다리를 하려고 한다. 남학생끼리 이웃하지 않게 서는 경우의
수는?

① 142 ② 144 ③ 146 ④ 148 ⑤ 150

7. $x > 2$ 인 실수 전체의 집합을 정의역과 치역으로 하는 두 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$, $g(x) = \sqrt{x-2} + 2$ 에 대하여 $(g^{-1} \circ f)(3)$ 의 값은?
- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f = f^1$, $f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3$, ..., $f \circ f^n = f^{n+1}$ 로 정의할 때, $f^{2019}(2) + f^{2020} + f^{2021}(2)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)
- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

9. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 으로의 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다.
- (가) $a \in X$, $b \in X$
 (나) $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 이다.
- 함수 f 의 개수는?
- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

10. 5쌍의 부부 10명 중에서 4명을 뽑아서 여행상품권을 주고자 한다. 여행상품권을 받은 4명 중, 부부가 한 쌍인 경우의 수는?
- ① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

11. 다음은 점 $A(-2, -1)$ 과 함수 $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프 위의 점 P 에 대하여 점 A 를 중심으로 하고 점 P 를 지나는 원의 넓이의 최솟값을 구하는 과정이다.

$y = \frac{-x+1}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 1$ 에서 점 A 는 이 그래프의 두 점근선의 교점이다. 원의 반지름인 \overline{AP} 의 길이가 최소일 때 원의 넓이가 최소이고, 이때의 점 P 는 P_1, P_2 의 두 개가 존재한다.

한편 $y = \frac{-x+1}{x+2}$ 의 그래프는 점 A 에 대하여 대칭이므로 기울기가 양수인 직선 $y = (가)$ 에 대하여 대칭이다.

그러므로 $\frac{-x+1}{x+2} = (가)$ 에서 $x^2 + 4x + 1 = 0$

따라서 $x = -2 \pm \sqrt{3}$ 이다.

즉, 두 점 P_1, P_2 의 좌표는 각각 $(-2 - \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3})$, $(-2 + \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3})$ 이므로 $\overline{AP_1} = \overline{AP_2} = (나)$

따라서 구하는 원의 넓이의 최솟값은 $\pi \times (나)^2$ 이다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(x)$, (나)에 알맞은 값을 k 라 할 때, $f(3) + k^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 함수 $f(x) = \sqrt{4-2x} + 4$ 의 역함수의 그래프 $g(x)$ 와 직선 $h(x) = -x + k$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은?

ㄱ. $g(4) = 2$ 이다.
 ㄴ. $g(x)$ 와 $h(x)$ 의 그래프는 $k < 6$ 일 때만 한점에서 만난다.
 ㄷ. $g(x)$ 와 $h(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값은 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[서답형1] 어느 고교의 탁구 동아리에서 남자 4명, 여자 4명이 동아리 대표로 시합에 출전하기로 하였다. 이 8명의 학생중에서 남녀혼합 복식에 출전할 학생 2명, 남자 복식과 여자복식에 출전할 학생을 각각 2명, 남자 단식과 여자 단식에 출전할 학생을 각각 1명씩 정하는 경우의 수를 구하시오.(단, 시합에 출전하지 않는 학생은 없다.)

[서답형2] 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킨 경우의 수를 구하시오.

- (가) 앞면이 3번 나온다.
(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

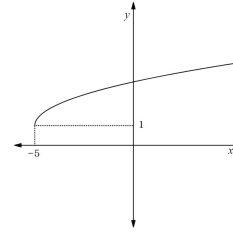
[서답형3] 실수전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+5}{x-2} & (x > 3) \\ \sqrt{3-x} + 11 & (x \leq 3) \end{cases} \text{ 일 때, 함수 } f \text{는 다음 조건을 만족시킨다.}$$

- (가) 함수 f 의 치역은 $\{y \mid y > 2\}$ 이다.
(나) 함수 f 는 함수 g 의 역함수이다.

방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 해의 범위를 구하시오.

[서술형1] 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+a}+b$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하시오.(단, a, b 는 상수이다.)

[서술형2] $x > 0$ 에서 정의된 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, 직사각형 $ROQP$ 의 넓이의 최솟값을 구하시오.(단, O 는 원점이다)

[서술형3] 함수 $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{2x-3} \right\rfloor$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = 2$ 를 만족하는 모든 x 값들의 합을 구하시오.

-
- 1) ④
 - 2) ①
 - 3) ③
 - 4) ②
 - 5) ④
 - 6) ②
 - 7) ②
 - 8) ⑤
 - 9) ⑤
 - 10) ①
 - 11) ⑤
 - 12) ④
 - 13) [서답형1] 144
 - 14) [서답형2] 25
 - 15) [서답형3] $3 \leq x \leq 11$
 - 16) [서술형1] $(4, 4)$
 - 17) [서술형2] $7+2\sqrt{6}$
 - 18) [서술형3] 6