



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 이차방정식과 이차함수 및 이차함수의 최대, 최소
를 묻는 문제가 자주 출제됩니다. 주어진 이차함수를 그래프로 그
리는 방법을 이해하도록 하며 복합적인 내용이 자주 출제되니 여
러 유형을 반복적으로 학습하도록 합니다.

평가문제

[중단원 연습 문제]

1. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 3$ 의 그래프가 실수
 k 의 값에 관계없이 항상 직선 $y = mx + n$ 에 접한
다. 두 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은?

- ① 3 ② 0
③ -3 ④ -6
⑤ -9

[중단원 연습 문제]

2. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프는 x 축과 만나
고, 이차함수 $y = -x^2 - 2kx - k^2 - k + 2$ 의 그래프는
 x 축과 만나지 않도록 하는 정수 k 의 개수를 구하
면?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 연습 문제]

3. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - 2m + 8$ 의
그래프가 x 축과 서로 다른 두 점 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 에서
만날 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 최솟값을 구하면? (단,
 m 은 실수이다.)

- ① 5 ② 8
③ 13 ④ 15
⑤ 20

[소단원 확인 문제]

4. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프가 x 축과 두
점 A, B에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의
값의 합을 구하면?

- ① 5 ② 8
③ 13 ④ 15
⑤ 20

[대단원 종합 문제]

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 의 그래프가 x 축과 접
하고, 직선 $y = 3x$ 와 만나지 않을 때, 실수 b 의 값
의 범위는?

- ① $-\frac{3}{4} < b < \frac{9}{16}$ ② $b < -\frac{3}{4}$
③ $b > -\frac{3}{4}$ ④ $b < \frac{9}{16}$
⑤ $b > \frac{9}{16}$

[대단원 종합 문제]

6. 직선 $y = mx + 1$ 이 두 이차함수 $y = x^2 + 8x + 10$,
 $y = 2x^2 - 2x + n$ 의 그래프와 모두 접할 때, 두 상수
 m, n 의 곱 mn 의 값을 구하면? (단, $m < 10$ 이다.)

- ① 1 ② 2
③ 4 ④ 6
⑤ 8

[소단원 확인 문제]

7. 직선 $y = x + n$ 은 이차함수 $y = x^2 - x + 2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고, 이차함수 $y = -2x^2 + 3x$ 의 그래프와는 만나지 않는다. 이때 실수 n 의 값의 범위를 구하면?

- ① $n > 0$ ② $0 < n < \frac{1}{2}$
 ③ $n > \frac{1}{2}$ ④ $n > 1$
 ⑤ $\frac{1}{2} < n < 1$

[소단원 확인 문제]

8. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + ak + 4k - 2b$ 의 그래프가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 x 축과 접할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 36 ② 32
 ③ 28 ④ 24
 ⑤ 20

[소단원 확인 문제]

9. 이차함수 $y = 3x^2 - 3x - k$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하면?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[소단원 확인 문제]

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + 10$ 의 그래프와 직선 $y = -ax + b^2$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2
 ③ 4 ④ 6
 ⑤ 8

[중단원 연습 문제]

11. 이차함수 $y = x^2 - ax - a$ 의 그래프가 x 축에 접하도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

- ① -5 ② -4
 ③ -3 ④ -2
 ⑤ -1

[중단원 연습 문제]

12. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에 접하고 직선 $y = -2x + 1$ 에 평행한 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -13 ② -11
 ③ -9 ④ -7
 ⑤ -5

[중단원 연습 문제]

13. 직선 $y = -x + k$ 가 이차함수 $y = -x^2 - x - 5$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고, 이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$ 의 그래프와 서로 만나지 않는다. 정수 k 의 최댓값을 구하면?

- ① -6 ② -5
 ③ -4 ④ -3
 ⑤ -2

[중단원 연습 문제]

14. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k$ 의 그래프와 직선 $y = 2x - 1$ 이 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하면?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 연습 문제]

15. 이차함수 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 6$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 에서 만날 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하면? (단, m 은 상수이다.)

- ① 6 ② 8
③ 10 ④ 12
⑤ 13

[소단원 확인 문제]

16. $-1 \leq x \leq a$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + k$ 의 최댓값은 7이고, 최솟값은 -2일 때, 두 상수 a, k 의 합 $a+k$ 의 값을 구하면? (단, $a > 1$ 이다.)

- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

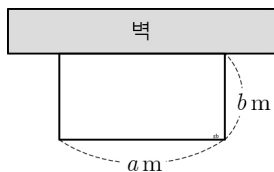
[소단원 확인 문제]

17. 길이가 16인 철사를 두 개로 나누어 각각 정사각형을 만들 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하면?

- ① 5 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 11

[소단원 확인 문제]

18. 길이가 36 m 인 철망을 이용하여 그림과 같이 직사각형 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 가축우리의 넓이가 최대가 될 때의 직사각형의 가로 길이는 a m, 세로의 길이는 b m 이고 그때의 최대 넓이는 S m² 이다. 이때 $S+a$ 의 값을 구하면? (단, 벽면에는 철망을 치지 않는다.)



- ① 112 ② 150
③ 171 ④ 180
⑤ 210

[중단원 연습 문제]

19. $-3 \leq x \leq 3$ 에서

이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최댓값과 최솟값의 차는? (단, k 는 상수이다.)

- ① 26 ② 29
③ 32 ④ 35
⑤ 38

[중단원 연습 문제]

20. $-3 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 최솟값이 -1일 때, 이차함수의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① 17 ② 15
③ 13 ④ 11
⑤ 9

[소단원 확인 문제]

21. 모든 실수 x 에 대하여 정의되는 함수 $f(x)$ 가 $f(x) + 2f(1-x) = x^2$ 을 만족할 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{4}$
③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{2}$
⑤ 0

[중단원 연습 문제]

22. $0 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y = a(x-2)^2 + 4$ 의 최댓값이 8이 되도록 하는 상수 a 의 값을 α , 최솟값이 -4가 되도록 하는 상수 a 의 값을 β 라 하자. 이때 $\alpha - \beta$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[중단원 연습 문제]

23. 밑변의 길이가 12, 높이가 10인 이등변삼각형 ABC에 내접하는 직사각형을 DEFG라 할 때, □DEFG의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① 25 ② 30
 ③ 35 ④ 40
 ⑤ 45

[대단원 종합 문제]

24. $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 6(x^2 - 2x + 3) + 3$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[대단원 종합 문제]

25. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = ax^2 + 2ax + a^2 + 2a$ 의 최댓값이 6일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① -3 또는 1 ② 2 또는 -6
 ③ 2 ④ -6
 ⑤ -3

[소단원 확인 문제]

26. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 2$ 의 최댓값이 6일 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a \leq 1$)

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$
 ③ -2 ④ $-\frac{3}{2}$
 ⑤ 1



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k - 3$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 이 접하므로

$$\text{이차방정식 } x^2 - 6kx + 9k^2 - 3 = mx + n$$

즉, $x^2 - (6k+m)x + 9k^2 - 3 - n = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(6k+m)\}^2 - 4(9k^2 - 3 - n) = 0$$

$$(36k^2 + 12mk + m^2) - 36k^2 + 12 + 4n = 0$$

$$12mk + m^2 + 4n + 12 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

①이 실수 k 의 값에 관계없이 성립하므로

$$12m = 0, m^2 + 4n + 12 = 0$$

$$m = 0, n = -3 \text{이다.}$$

따라서 두 상수 m, n 의 합은 $m + n = -3$ 이다.

2) [정답] ④

[해설] 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나므로 이차방정식 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 판별식을 D_1 이라고 하면 $D_1 = (-5)^2 - 4k \geq 0$ 이고

$$k \leq \frac{25}{4} \text{이다. 이차함수 } y = -x^2 - 2kx - k^2 - k + 2$$

의 그래프가 x 축과 만나지 않으므로 이차방정식 $-x^2 - 2kx - k^2 - k + 2 = 0$ 의 판별식을 D_2 라고 하면

$$\frac{D_2}{4} = (-k)^2 - (-1)(-k^2 - k + 2) < 0 \text{이고}$$

$k > 2$ 이다. 따라서 $2 < k \leq \frac{25}{4}$ 이고 만족하는 정수 k 의 개수는 3, 4, 5, 6의 4개이다.

3) [정답] ④

[해설] 이차함수 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - 2m + 8$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 8 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라고 하면 } \frac{D}{4} = (-m)^2 - (m^2 + 2m - 8) > 0$$

$$-2m + 8 > 0, m < 4 \text{이다.}$$

또한 x 축과 두 점 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 에서 만나므로 이차방정식 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2m, \alpha\beta = m^2 + 2m - 8$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta$$

$$= (2m)^2 - 3(m^2 + 2m - 8) = m^2 - 6m + 24$$

$$= (m - 3)^2 + 15$$

이때 $m < 4$ 이므로 $m = 3$ 일 때, 최솟값은 15이다. 따라서 $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 최솟값은 15이다.

4) [정답] ②

[해설] $A(\alpha, 0), B(\beta, 0) (\alpha < \beta)$ 이라 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 2a$ 이다. 이때 $\overline{AB} = 2$ 이므로 $\beta - \alpha = 2$ 이다.

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{에 대입하면}$$

$$2^2 = (-a)^2 - 4 \cdot 2a \text{이고 } a^2 - 8a - 4 = 0 \text{이다.}$$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 실수 a 의 값의 합은 8이다.

5) [정답] ⑤

[해설] 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 의 그래프가 x 축의 접하려면 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 판별식을

$$D_1 \text{이라고 할 때, } \frac{D_1}{4} = (-a)^2 - b = 0, b = a^2 \text{이다.}$$

다. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2$ 의 그래프와 직선 $y = 3x$ 가 만나지 않으려면 이차방정식

$$x^2 - 2ax + a^2 = 3x \text{ 즉, } x^2 - (3 + 2a)x + a^2 = 0 \text{의 판별식을 } D_2 \text{라고 할 때,}$$

$$D_2 = (3 + 2a)^2 - 4a^2 < 0, 9 + 12a + 4a^2 - 4a^2 < 0$$

$$12a < -9, a < -\frac{3}{4} \text{이다.}$$

$$b = a^2 \text{이므로 } b > \frac{9}{16} \text{이다.}$$

6) [정답] ④

[해설] 이차함수 $y = x^2 + 8x + 10$ 의 그래프와 직선 $y = mx + 1$ 이 접하므로 이차방정식

$$x^2 + 8x + 10 = mx + 1$$

즉, $x^2 + (8 - m)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라고

$$\text{하면 } D_1 = (8 - m)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$

$$m^2 - 16m + 28 = 0, (m - 2)(m - 14) = 0$$

$$m < 10 \text{이므로 } m = 2 \text{이다.}$$

이차함수 $y = 2x^2 - 2x + n$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 1$ 이 접하므로 이차방정식

$$2x^2 - 2x + n = 2x + 1$$

즉, $2x^2 - 4x + (n - 1) = 0$ 의 판별식을 D_2 라고 하

$$\text{면 } \frac{D_2}{4} = (-2)^2 - 2 \times (n - 1) = 0, n = 3 \text{이다.}$$

따라서 두 상수 m, n 의 곱은 $mn = 6$ 이다.

7) [정답] ④

[해설] 직선 $y = x + n$ 이 이차함수 $y = x^2 - x + 2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식 $x + n = x^2 - x + 2$, 즉 $x^2 - 2x + 2 - n = 0$ 의 판별

$$\text{식을 } D_1 \text{이라 하면 } \frac{D_1}{4} = (-1)^2 - (2 - n) > 0,$$

$$-1 + n > 0 \text{이므로 } n > 1 \text{이다. } \cdots \textcircled{1}$$

또 직선 $y = x + n$ 이 이차함수 $y = -2x^2 + 3x$ 의 그래프와 만나지 않으므로

$$\text{방정식 } x + n = -2x^2 + 3x, \text{ 즉 } 2x^2 - 2x + n = 0 \text{의}$$

$$\text{판별식을 } D_2 \text{라 하면 } \frac{D_2}{4} = (-1)^2 - 2n < 0,$$

$$2n > 1 \text{이므로 } n > \frac{1}{2} \text{이다. } \cdots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②에서 $n > 1$ 이다.

8) [정답] ②

[해설] 주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 접하므로 이차방정식 $x^2+2ax+ak+4k-2b=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-(ak+4k-2b)=0$$

$$a^2-ak-4k+2b=0$$

$$-(a+4)k+a^2+2b=0$$

이 등식이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 $a+4=0$, $a^2+2b=0$ 이다.

따라서 $a=-4$, $b=-8$ 이고 두 상수 a, b 의 곱은 $ab=(-4) \times (-8)=32$ 이다.

9) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=3x^2-3x-k$ 의 그래프와 직선 $y=2x+k$ 가 이차방정식 $3x^2-3x-k=2x+k$

즉, $3x^2-5x-2k=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$D=(-5)^2-4 \times 3 \times (-2k) \geq 0$$

$$24k \geq -25 \quad \therefore k \geq -\frac{25}{24}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

10) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y=x^2+ax+10$ 의 그래프와 직선 $y=-ax+b^2$ 이 만나지 않아야 하므로 이차방정식 $x^2+ax+10=-ax+b^2$,

즉 $x^2+2ax-b^2+10=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-(-b^2+10) < 0 \text{이므로 } a^2+b^2 < 10 \text{이다.}$$

따라서 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ 의 4개이다.

11) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=x^2-ax-a$ 의 그래프가 x 축에 접하므로 이차방정식 $x^2-ax-a=0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D=(-a)^2+4a=0$, $a(a+4)=0$ 이다.

따라서 $a=0$ 또는 $a=-4$ 이고 모든 실수 a 의 값의 합은 -4 이다.

12) [정답] ③

[해설] 직선 $y=ax+b$ 의 기울기가 -2 이므로 $a=-2$ 이다. 직선 $y=-2x+b$ 가

이차함수 $y=x^2+2x-3$ 의 그래프와 접하므로

방정식 $x^2+2x-3=-2x+b$,

즉 $x^2+4x-3-b=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=2^2+3+b=0 \text{이므로 } b=-7 \text{이다.}$$

따라서 $a+b=-9$ 이다.

13) [정답] ①

[해설] 이차함수 $y=-x^2-x-5$ 의 그래프와 직선

$y=-x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나려면

이차방정식 $-x^2-x-5=-x+k$

즉, $x^2+k+5=0$ 의 판별식을 D_1 이라고 하면

$$D_1=0^2-4 \times 1 \times (k+5) > 0$$

$$k+5 < 0, \quad k < -5 \text{이다.} \quad \cdots \textcircled{\text{A}}$$

이차함수 $y=x^2-3x+2$ 의 그래프와 직선

$y=-x+k$ 가 서로 만나지 않기 위해서는 이차방

정식 $x^2-3x+2=-x+k$

즉, $x^2-2x+2-k=0$ 의 판별식을 D_2 라고 하면

$$\frac{D_2}{4}=(-1)^2-1 \times (2-k) < 0$$

$$1-2+k < 0, \quad k < 1 \text{이다.} \quad \cdots \textcircled{\text{B}}$$

따라서 ①, ②를 동시에 만족시키는 k 의 값의 범위는 $k < -5$ 이고 정수 k 의 최댓값은 -6 이다.

14) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=x^2-2x+k$ 의 그래프와 직선 $y=2x-1$ 이 만나야 하므로 방정식

$x^2-2x+k=2x-1$, 즉 $x^2-4x+k+1=0$ 의 판별

식 D 라 하면 $\frac{D}{4}=(-2)^2-(k+1) \geq 0$, $3-k \geq 0$

이므로 $k \leq 3$ 이다.

따라서 자연수 k 는 1, 2, 3의 3개이다.

15) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y=x^2-2mx+m^2-2m-6$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식 $x^2-2mx+m^2-2m-6=0$ 의 판별식을 D 라 하

면 $\frac{D}{4}=(-m)^2-(m^2-2m-6) > 0$, $2m+6 > 0$ 이

므로 $m > -3$ 이다. 또 근과 계수의 관계에 의하

여 $\alpha+\beta=2m$, $\alpha\beta=m^2-2m-6$ 이므로

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(2m)^2-2(m^2-2m-6)=2m^2+4m+12=2(m+1)^2+10 \text{이다.}$$

이때 $m > -3$ 이므로 $m=-1$ 에서 최솟값 10을 갖는다. 따라서 $\alpha^2+\beta^2$ 의 최솟값은 10이다.

16) [정답] ⑤

[해설] $f(x)=x^2-2x+k=(x-1)^2+k-1$ 이라 하면 $a > 1$ 이고, $f(x)$ 의 최솟값이 -2 이므로

$$f(1)=k-1=-2, \quad \text{즉 } k=-1$$

따라서 $f(x)=(x-1)^2-2$ 이다.

또한 $f(x)$ 의 최댓값은 7이고 $f(-1)=2$ 이므로

$$f(a)=a^2-2a-1=7$$

$$a^2-2a-8=0, \quad (a+2)(a-4)=0 \text{이므로 } a=-2$$

또는 $a=4$ 이다. 이때 $a > 1$ 이므로 $a=4$ 이다.

따라서 두 상수 a, k 의 합은 $a+k=3$ 이다.

17) [정답] ③

[해설] 두 개로 나눈 철사의 길이를 각각 x, y 라 하면 $x+y=6$ 이고 $y=16-x$ 이다.

이때 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\frac{x}{4}, \frac{y}{4}$

이므로 두 정사각형의 넓이의 합은

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16} + \frac{(16-x)^2}{16}$$

$$= \frac{1}{16}(2x^2 - 32x + 256) = \frac{1}{8}(x-8)^2 + 8 \text{이다.}$$

이때 $0 < x < 16$ 이므로 $x=8$ 일 때 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 8이다.

18) [정답] ④

[해설] $a+2b=36$ 에서 $a=36-2b$

$a > 0, b > 0$ 이므로

$a=36-2b > 0$ 에서 $0 < b < 18$ 이다.

가축우리의 넓이는

$$ab = b(36-2b) = -2b^2 + 36b = -2(b-9)^2 + 162$$

따라서 $0 < b < 18$ 이므로 넓이의 최댓값은 $b=9$ 일 때, $162m^2$ 이다.

즉 $a=18, b=9, S=162$ 이므로 $S+a=180$ 이다.

19) [정답] ③

[해설] $y=-2x^2+4x+k=-2(x^2-2x+1)+k+2$

$=-2(x-1)^2+k+2$ 이므로

$x=1$ 일 때, 최댓값은 $k+2$ 이고,

$x=-3$ 일 때, 최솟값은 $k-30$ 을 갖는다.

따라서 이차함수의 최댓값과 최솟값의 차는 $(k+2)-(k-30)=32$ 이다.

20) [정답] ①

[해설] $y=\frac{1}{2}x^2+2x-k=\frac{1}{2}(x^2+4x+4)-k-2$

$$= \frac{1}{2}(x+2)^2 - k - 2 \text{이다.}$$

$-3 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수는 $x=-2$ 일 때, 최솟값은 $-k-2$ 이다. 즉 $-k-2=-1, k=-1$ 이다.

따라서 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$ 이다.

$$x=-3 \text{일 때, } y=\frac{1}{2} \times (-3+2)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$$

$x=4$ 일 때, $y=\frac{1}{2} \times (4+2)^2 - 1 = 17$ 이므로 주어진 이차함수의 최댓값은 17이다.

21) [정답] ③

[해설] $f(x)+2f(1-x)=x^2 \cdots \textcircled{1}$ 에

x 에 대신 $1-x$ 를 대입하면

$$f(1-x)+2f(x)=(1-x)^2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 2$ 를 하면

$$-3f(x)=x^2-2(1-x)^2$$

$$f(x)=\frac{1}{3}(x^2-4x+2)=\frac{1}{3}(x-2)^2-\frac{2}{3}$$

따라서 최솟값은 $-\frac{2}{3}$ 이다.

22) [정답] ②

[해설] (i) $a > 0$ 일 때,

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y=a(x-2)^2+4$ 는 $x=2$ 일 때 최솟값 4를 갖고, $x=0$ 일 때 최댓값 $4a+4$ 를 가지므로 $4a+4=8, a=1$ 이다.

(ii) $a < 0$ 일 때,

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y=a(x-2)^2+4$ 는 $x=2$ 일 때 최댓값 4를 갖고, $x=0$ 일 때 최솟값 $4a+4$ 를 가지므로 $4a+4=-4, a=-2$ 이다.

(i), (ii)에서 $\alpha=1, \beta=-2$ 이므로 $\alpha-\beta=3$ 이다.

23) [정답] ②

[해설] $\overline{DG}=a, \overline{DE}=b$ 라 하면 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로

$$12:10=a:(10-b) \text{이고 } b=-\frac{5}{6}a+10 \text{이다.}$$

따라서

$$\square DEFG = ab = a\left(-\frac{5}{6}a+10\right) = -\frac{5}{6}a^2+10a$$

$$= -\frac{5}{6}(a-6)^2+30 \text{이고,}$$

$0 < a < 12$ 이므로 $a=6$ 일 때 $\square DEFG$ 의 넓이의 최댓값은 30이다.

24) [정답] ①

[해설] $x^2-2x+3=t$ 로 놓으면 $t=(x-1)^2+2$ 이므로 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때 $2 \leq t \leq 6$ 이다.

이때 주어진 함수는 $y=t^2-6t+3=(t-3)^2-6$ 이고 $2 \leq t \leq 6$ 이므로

$t=2$ 일 때, $y=-5, t=6$ 일 때, $y=3, t=3$ 일 때, $y=-6$ 이다.

따라서 $t=6$ 일 때, 최댓값은 3이다.

25) [정답] ①

[해설] $f(x)=ax^2+2ax+a^2+2a$

$=a(x+1)^2+a^2+a$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, a^2+a)$ 이다.

(i) $a < 0$ 일 때, 그래프는 꼭짓점에서 최댓값을 가진다.

$$a^2+a=6, a^2+a-6=0, (a+3)(a-2)=0$$

$a=-3$ 또는 $a=2$ 이다.

그런데 $a < 0$ 이므로 $a=-3$ 이다.

(ii) $a > 0$ 일 때 그래프는 $x=1$ 에서 최댓값을 가진다.

$$f(1)=a^2+5a=6, a^2+5a-6=0,$$

$$(a+6)(a-1)=0$$

$a=-6$ 또는 $a=1$ 이다.

그런데 $a > 0$ 이므로 $a=1$ 이다.

(i), (ii)에서 $a=-3$ 또는 $a=1$ 이다.

26) [정답] ②

[해설] $y = -x^2 + 2ax + 2 = -(x-a)^2 + a^2 + 2$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(a, a^2 + 2)$ 이다.

(i) $-1 \leq a \leq 1$ 일 때, $x=a$ 에서 최댓값 6을 가지므로 $a^2 + 2 = 6$ 이고 $a = \pm 2$ 이다. 그런데 이 값은 $-1 \leq a \leq 1$ 에 포함되지 않는다.

(ii) $a < -1$ 일 때, $x=-1$ 에서 최댓값 6을 가지므로 $-1 - 2a + 2 = 6$ 이고 $a = -\frac{5}{2}$ 이다.

(i), (ii)에서 $a = -\frac{5}{2}$ 이다.