	2020년 삼계고 수학1 1학기 기말		DATE	
			NAME	
			GRADE	

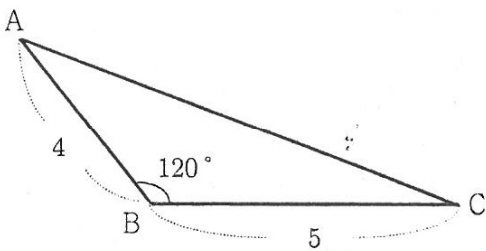
1. 삼각형 ABC 에서 $\frac{a}{\sin A}=6$ 일 때, 이 삼각형의 외접원의 반지름은?
[3.7점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

2. 삼각형의 두 변의 길이가 6,4이고 넓이가 6일 때, 이 두 변 사이의 끼인각의 크기가 될 수 있는 것은? [3.9점]

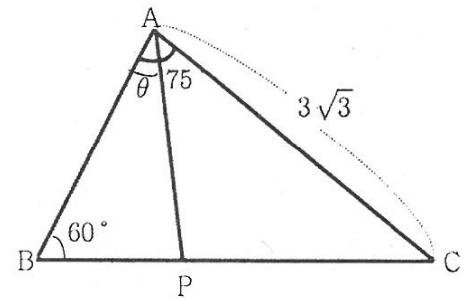
① 30° ② 45° ③ 60° ④ 90° ⑤ 120°

3. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$, $\angle B=120^\circ$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?
[4.3점]



① $4\sqrt{15}$ ② $\sqrt{61}$ ③ $\sqrt{62}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ 8

4. 그림과 같이 $\angle ABC=60^\circ$, $\angle BAC=75^\circ$, $\overline{AC}=3\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 BC 위의 점 P 에 대하여 $\angle BAP$ 의 크기를 θ 라 할 때, $\frac{\overline{BP}}{\sin \theta}$ 의 최솟값은? [5.1점]



① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 6 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

5. 세 개의 수 $-1, a, 9$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, a 의 값은?
[3.8점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2=3$, $a_5=30$ 일 때, a_9 의 값은? [3.9점]

① 62 ② 64 ③ 66 ④ 68 ⑤ 70

7. 2와 20 사이에 8개의 수를 넣어 만든 등차수열 $2, x_1, x_2, \dots, x_8, 20$ 의 합은? [4.1점]

- ① 88 ② 96 ③ 102 ④ 110 ⑤ 132

8. 제 2항이 -6 이고, 제 5항이 48인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 768은 제 몇 항인가? (단, 공비는 실수이다.) [4.3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

9. 네 개의 수 $\frac{3}{4}, a, 3b, -6$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 - b^2$ 의 값은? [4.5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

10. 각 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{1}{3}$, $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 27$ 이 성립할 때, a_3 의 값은? [4.7점]

- ① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{3}{40}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

11. 자연수 n 에 대하여 $5^n + 7^n$ 의 일의 자리의 수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{k=1}^n a_k \geq 150$ 을 만족시키는 n 의 최솟값은? [5.0점]

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

12. 계산 값이 다른 하나는? [4.1점]

- ① $\sum_{k=1}^{10} k$ ② $\sum_{k=1}^{10} (11 - k)$ ③ $\sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=6}^{10} k$
④ $\sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=11}^{15} (k - 5)$ ⑤ $\sum_{k=1}^{10} (2k + 1) - \sum_{k=1}^{10} 2k$

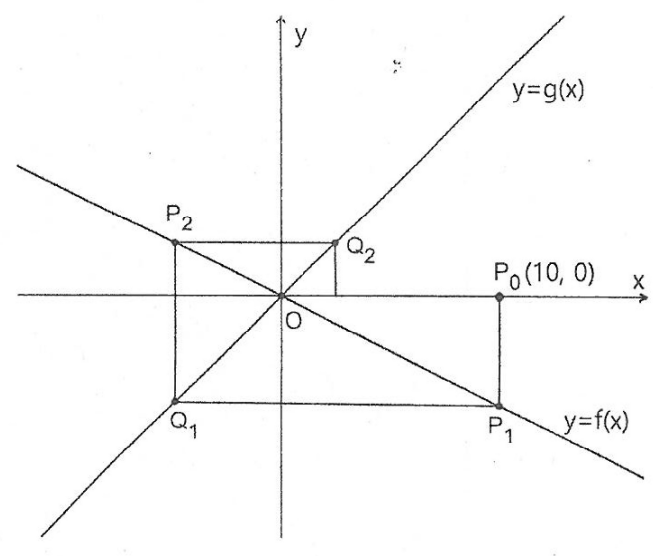
13. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 4$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - 2)^2$ 의 값은? [4.2점]
- ① 24 ② 32 ③ 46 ④ 52 ⑤ 88

14. $\sum_{k=1}^n k(3-k)$ 의 값은? [4.5점]
- ① $\frac{n(n+1)(5-2n)}{6}$ ② $\frac{n(n+1)(3-n)}{3}$ ③ $\frac{n(n+1)(7-2n)}{6}$
 ④ $\frac{n(n+1)(4-n)}{3}$ ⑤ $\frac{n(n+1)(9-2n)}{6}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+1} = a_n + 3n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족하고 $a_5 = 38$ 일 때, a_1 의 값은? [4.8점]
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

16. 어느 공기청정기의 필터에 공기가 한 번 통과될 때마다 공기 속에 들어 있는 미세먼지를 25%씩 걸러낸다고 한다. 미세먼지 20g이 포함된 공기를 이 공기청정기의 필터에 4번 통과시킬 때, 걸러지는 미세먼지의 양은 모두 몇 g인가? (단, $0.75^4 = 0.32$ 로 계산한다.) [4.9점]
- ① 6.4g ② 7.2g ③ 9.8g ④ 12.4g ⑤ 13.6g

17. 그림과 같이 $P_0(10, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x$ 와 만나는 점을 P_1 , 점 P_1 을 지나고 y 축에 수직인 직선이 함수 $g(x) = x$ 와 만나는 점을 Q_1 , 점 Q_1 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 $f(x)$ 와 만나는 점을 P_2 , 점 P_2 를 지나고 y 축에 수직인 직선이 $g(x)$ 와 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이 때, P_5 의 x 좌표를 a , 점 Q_8 의 y 좌표를 b 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [5.2점]



- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

[논술형1] 다음 등차수열의 일반항과 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하시오. [총 7점]

(1) 첫째항이 100, 공차가 -4 (3점)

(2) -2, 8, 18, 28, 38, ... (4점)

[논술형2] 모든 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하시오. [8점]

$$1+3+3^2+\cdots+3^{n-1}=\frac{3^n-1}{2}$$

[논술형3] 자연수 n 과 음이 아닌 정수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, 다음을 만족시킨다.

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n & (n\neq 2^k) \\ (2^n+1)a_n & (n=2^k) \end{cases}$$

이 때, $a_{2020}=2^p-q$ 일 때, $\frac{p+q}{3}$ 의 값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [10.0점]

-
- 1) ③
- 2) ①
- 3) ②
- 4) ①
- 5) ②
- 6) ③
- 7) ④
- 8) ②
- 9) ⑤
- 10) ④
- 11) ④
- 12) ⑤
- 13) ②
- 14) ④
- 15) ③
- 16) ⑤
- 17) ①
- 18) [논술형1] (1) $a_n = -4n + 104$, $S_{10} = 820$ (2) $a_n = 10n - 12$, $S_{10} = 430$
- 19) [논술형2] 귀납법으로 $n=1$ 에서 성립하고, $n=k$ 에서 성립한다고 가정하고 양변에 3^k 을 더해서 증명하면 됨.
- 20) [논술형3] 683