(1)합의 법칙과 곱의 법칙

01 합의 법칙과 곱의 법칙

반복할 수 있는 어떤 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과를 사건이라 하며 어떤 사건이 일어날 수 있는 모든 경우의 가짓수를 경우의 수라 한다.

(1) 합의 법칙: 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n일 때, (사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수)

⇨ $m+n$.

(2) 곱의 법칙: 두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, (두 사건 A, B가 연이어 일어나는 경우의 수)

⇨ $m\times n$

◪ 다음 각 경우의 수를 구하여라.

1. 주사위 한 개를 던졌을 때, 2의 배수가 나오는 경우의 수

2. 사과 4개, 배 3개, 감 2개에서 1개를 골라 먹는 경우의 수

3. 강아지 2마리, 고양이 4마리 중에서 한 마리를 분양받는 경우의 수

4. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 2 또는 3인 경우의 수

5. 3개의 버스 노선과 2개의 지하철 노선 중 하나를 골라 탑승하는 방법의 수

6. 빨강색, 노랑색, 파랑색 치마 각각 1벌과 검정색, 흰색 바지 각각 1벌 중에서 하나를 골라 입는 경우의 수

7. 사과 3개, 감 2개, 배 2개 중에서 1개를 골라 먹는 경우의 수

8. 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색, 파란색, 남색, 보라색의 색깔 치마 각각 1벌과 검정색, 회색, 하얀색 바지 각각 1벌 중에서 하나를 골라 입는 경우의 수

9. 1부터 10까지의 자연수가 적힌 10개의 공에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 8의 약수가 적힌 공이 나오는 경우의 수

10. 1부터 20까지의 자연수가 적힌 20장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때 뽑힌 카드의 숫자가 5의 배수 또는 7의 배수인 경우의 수

11. 1부터 20까지의 자연수가 적힌 20장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때 뽑힌 카드의 숫자가 3의 배수 또는 8의 약수인 경우의 수

12. 1부터 20까지의 자연수가 하나씩 적힌 20개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때, 5의 배수 또는 8의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

13. 1부터 20까지의 자연수가 적힌 20장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때 뽑힌 카드의 숫자가 소수 또는 4의 배수인 경우의 수

14. 1에서 30까지의 자연수가 적힌 30개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 나온 공에 적힌 수가 소수 또는 4의 배수인 경우의 수

15. 1에서 30까지의 자연수가 적힌 30개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 나온 공에 적힌 수가 36과 서로소인 수인 경우의 수

16. 1에서 30까지의 자연수가 적힌 30개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 나온 공에 적힌 수가 3의 배수 또는 5의 배수인 경우의 수

17. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개씩 두 번 공을 뽑을 때 공에 적힌 두 수의 합이 5 또는 6인 경우의 수 (단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.)

18. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개씩 두 번 공을 뽑을 때 공에 적힌 두 수의 곱이 15 또는 24인 경우의 수 (단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.)

19. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개씩 두 번 공을 뽑을 때 공에 적힌 두 수의 차가 7 또는 8인 경우의 수 (단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.)

20. 1부터 50까지의 자연수가 적힌 50개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 뽑힌 공의 숫자가 2의 배수 또는 3의 배수인 경우의 수

21. 1부터 50까지의 자연수가 적힌 50개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 뽑힌 공의 숫자가 5의 배수 또는 7의 배수인 경우의 수

22. 1부터 50까지의 자연수가 적힌 50개의 공에서 한 개의 공을 뽑을 때 뽑힌 공의 숫자가 24의 약수 또는 30의 약수인 경우의 수

23. 1부터 50까지의 자연수 중에서 7의 배수 또는 9의 배수인 경우의 수

24. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 7이 되는 경우의 수

25. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 합이 4 또는 5가 되는 경우의 수

26. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 10 이상인 경우의 수

27. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 수의 곱이 6 또는 8인 경우의 수

28. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 수의 합이 5의 배수인 경우의 수

29. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 수의 합이 5 또는 7인 경우의 수

30. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때 세 눈의 수의 곱이 3 또는 6인 경우의 수

31. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때 세 눈의 수의 합이 4 또는 5인 경우의 수

32. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 수의 합이 3 또는 4로 나누어떨어지는 경우의 수

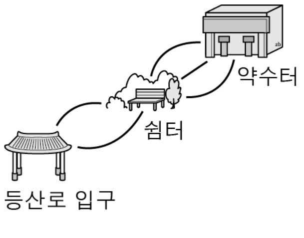
33. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 수의 곱이 20 이상 또는 홀수인 경우의 수

◪ 다음 각 경우의 수를 구하여라.

34. 티셔츠 2벌과 바지 4벌을 짝지어 입는 경우의 수

35. 남학생 4명, 여학생 6명인 동아리에서 남녀 한 명씩 대표를 뽑는 경우의 수

36. 다음과 같은 등산로 입구에서 쉼터를 거쳐 약수터로 가는 경우의 수



37. 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때 두 주사위의 눈의 곱이 짝수인 경우의 수

38. 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때 주사위 A에서 홀수의 눈이 나올 경우의 수

39. 초등학교 교사 3명, 중학교 교사 2명, 고등학교 교사 5명의 모임에서 초등학교, 중등학교, 고등학교 교사 한 명씩 대표를 뽑는 경우의 수

40. A, B 두 사람이 가위바위보를 하려고 할 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수

41. 남학생 5명, 여학생 3명인 동아리에서 남녀 한 명씩 대표를 뽑는 경우의 수

42. A, B 두 지점 사이에 4개의 버스 노선과 3개의 지하철 노선이 있을 때, 갈 때는 버스를, 올 때는 지하철을 이용하는 경우의 수

43. 햄버거 5종류, 샐러드 2종류, 음료 4종류 중에서 햄버거, 샐러드, 음료를 각각 한 종류씩 주문하는 방법의 수

44. 초등학생 3명, 중학생 5명, 고등학생 6명인 모임에서 초등, 중등, 고등 한 명씩 대표를 뽑는 방법의 수

45. 20 이상 70 미만인 두 자리 자연수 중에서 5의 배수의 개수

46. 30 이상의 두 자리 자연수 중에서 짝수의 개수

47. 백의 자리의 숫자는 소수, 십의 자리의 수와 일의 자리의 수의 곱이 홀수인 세 자리 자연수의 개수

48. 백의 자리의 숫자는 3의 배수이고, 십의 자리와 일의 자리의 숫자는 4의 약수인 세 자리 자연수의 개수

49. 백의 자리의 숫자가 짝수인 5의 배수인 세 자리 자연수의 개수

02 약수의 개수와 항의 개수

(1) 약수의 개수: $N=p^{\alpha}q^{\beta}\cdots r^{\gamma}$ ($p, q, \cdots r$는 서로 다른 소수)일 때

① (N의 양의 약수의 개수)$=(\alpha+1)(\beta+1)\cdots(\gamma+1)$

② (N의 양의 약수의 총합)

$=(p^0+p^1+\cdots+p^{\alpha})(q^0+q^1+\cdots+q^{\beta})\cdots(r^0+r^1+\cdots+r^{\gamma})$

(2) 항의 개수: 곱해지는 각 항이 모두 서로 다른 문자이므로 동류항이 생기지 않는다. 항의 개수는 각 다항식을 전개한 항의 개수의 합과 같고 곱의 법칙을 이용하여 항의 개수를 구한다.

예 $(a+b)(c+d)$를 전개하면 a, b에 c, d를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 항의 개수 ⇨ $2\times2=4$

$(x+y+z)(p-q)$를 전개하면 x, y, z에 p, q를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 항의 개수 ⇨ $3\times2=6$

◪ 다음을 구하여라.

50. 36의 양의 약수의 개수

51. 48의 양의 약수의 개수

52. 72의 양의 약수의 개수

53. 180의 양의 약수의 개수

54. 216의 양의 약수의 개수

55. 504의 양의 약수의 개수

56. 540의 양의 약수의 개수

57. 105의 양의 약수 중 5의 배수의 개수

58. 60의 양의 약수 중 3의 배수의 개수

59. 96의 양의 약수 중 3의 배수의 개수

60. 140의 양의 약수 중 5의 배수의 개수

61. 180의 양의 약수 중 5의 배수의 개수

62. 168의 양의 약수 중 3의 배수의 개수

63. 216의 양의 약수 중 3의 배수의 개수

64. 70의 양의 약수의 총합

65. 40의 양의 약수의 총합

66. 120의 양의 약수의 개수와 양의 약수의 총합

67. 48의 약수 또는 120의 약수 중 3의 배수의 개수

68. 540의 양의 약수 중 홀수의 개수

69. 120, 180의 공약수의 개수

70. 60, 168의 공약수 중 홀수의 개수

71. 108, 180의 공약수 중 홀수의 개수

72. 280, 420의 공약수의 개수

73. 360, 480의 공약수의 개수

74. 108, 120의 공약수의 개수

75. 105, 525의 공약수 중 홀수의 개수

76. 36의 약수 또는 48의 약수인 자연수의 개수

77. 72의 약수 또는 120의 약수인 자연수의 개수

78. 45의 약수 또는 75의 약수인 자연수의 개수

◪ 다음 식을 전개하였을 때, 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

79. $(a+b)(x+y+z)$

80. $(a+b+c)(x+y+z)$

81. $(x+y)(a+b)(p+q)$

82. $(x+y)(p+q+r+s)$

83. $(a+b)(x+y+z+w)$

84. $(a+b+c)(p+q)(x+y)$

85. $(a+b)^2(p+q+r)$

86. $(a+b)(x+y+z+w)$

87. $(x+y)(a+b+c)(p+q+r)$

88. $(a+b)^2(x+y)$

89. $(a+b+c)^2(p+q)$

90. $(a+b)(x+y+z)(p+q+r+s)$

91. $(a+b+c)(d+e)-(x+y)(z+w)$

정답 및 해설

1) 3
⇨ 2의 배수는 2, 4, 6이므로 경우의 수는 3

2) 9
⇨ $4+3+2=9$

3) 6
⇨ $2+4=6$(가지)

4) 14
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 차가 2인 경우
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)의 8가지
(ⅱ) 눈의 수의 차가 3인 경우
(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)의 6가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $8+6=14$

5) 5
⇨ $3+2=5$

6) 5
⇨ $3+2=5$

7) 7
⇨ $3+2+2=7$(가지)

8) 10
⇨ 치마의 종류는 7가지, 바지의 종류는 3가지이므로 $7+3=10$(가지)

9) 4
⇨ 8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 경우의 수는 4

10) 6
⇨ 5의 배수가 적힌 카드의 집합을 A, 7의 배수가 적힌 카드의 집합을 B라 하면
$n(\mathrm{A})=4,\ n(\mathrm{B})=2$
이때, $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\phi$이므로 구하는 경우의 수는
$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})=4+2=6$

11) 10
⇨ 3의 배수가 적힌 카드의 집합을 A, 8의 약수가 적힌 카드의 집합을 B라 하면
$\mathrm{A}=\{3,\ 5,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$ ⇨ $n(\mathrm{A})=6$
$\mathrm{B}=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ ⇨ $n(\mathrm{B})=4$
이때, $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\phi$이므로 구하는 경우의 수는
$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})=6+4=10$

12) 6
⇨ 5의 배수가 적힌 공은 5, 10, 15, 20으로 4가지
8의 배수가 적힌 공은 8, 16으로 2가지
1부터 20까지의 자연수 중 5와 8의 공배수가 없으므로 합의 법칙에 의하여 $4+2=6$(가지)

13) 13
⇨ 소수가 적힌 카드의 집합을 A, 4의 배수가 적힌 카드의 집합을 B라 하면
$\mathrm{A}=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$ ⇨ $n(\mathrm{A})=8$
$\mathrm{B}=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20\}$ ⇨ $n(\mathrm{B})=5$
이때, $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\phi$이므로 구하는 경우의 수는
$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})=8+5=13$

14) 17
⇨ 소수의 집합을 A, 4의 배수의 집합을 B라 하면
$\mathrm{A}=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29\}$
$\therefore n(\mathrm{A})=10$
$\mathrm{B}=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28\}$
$\therefore n(\mathrm{B})=7$
이때, $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\phi$이므로 구하는 경우의 수는
$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})=10+7=17$

15) 10
⇨ $36=2^2\times3^2$이므로 36과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 자연수이다.
2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B라 하면
$\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$는 6의 배수의 집합이고
$n(\mathrm{A})=15,\ n(\mathrm{B})=10,\ n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=5$
$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$
$=15+10-5=20$
따라서 구하는 자연수의 개수는 $30-20=10$이다.

16) 14
⇨ 3의 배수의 집합을 A, 5의 배수의 집합을 B라 하면
$\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$는 15의 배수의 집합이고
$n(\mathrm{A})=10,\ n(\mathrm{B})=6,\ n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=2$
$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$
$=10+6-2=14$

17) 9
⇨ 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 두 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ⅱ) 두 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+5=9$

18) 6
⇨ 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 두 수의 합이 15인 경우
(3, 5), (5, 3)의 2가지
(ⅱ) 두 수의 합이 24인 경우

(3, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 3)의 4가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $2+4=6$

19) 6
⇨ 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 두 수의 합이 7인 경우
(1, 8), (2, 9), (8, 1), (9, 2)의 4가지
(ⅱ) 두 수의 합이 8인 경우
(1, 9), (9, 1)의 2가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+2=6$

20) 33
⇨ 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B라 하면
$n(\mathrm{A})=25,\ n(\mathrm{B})=16,\ n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})=8$
$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})$
$=25+16-8=33$

21) 16
⇨ 5의 배수의 집합을 A, 7의 배수의 집합을 B라 하면
$n(\mathrm{A})=10,\ n(\mathrm{B})=7,\ n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})=1$
$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})$
$=10+7-1=16$

22) 12
⇨ 24의 약수의 집합을 A, 30의 약수의 집합을 B라 하면
$n(\mathrm{A})=8,\ n(\mathrm{B})=8,\ n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})=4$
$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap \mathrm{B})$
$=8+8-4=12$

23) 12
⇨ 1부터 50까지의 자연수 중에서 7의 배수의 집합을 A, 9의 배수의 집합을 B라 하면
$n(\mathrm{A})=7,\ n(\mathrm{B})=5$
그런데 $\mathrm{A}\cap \mathrm{B}=\phi$이므로
$n(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})$
$=7+5=12$

24) 6
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 각각 a, b라 하면 $a+b=7$일 때 순서쌍 $(a,\ b)$는
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6개

25) 7
⇨ 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $3+4=7$(가지)

26) 6
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 각각 a, b라 하면
$a+b\geq 10$이므로 $a+b=10$ 또는 $a+b=11$ 또는 $a+b=12$
(ⅰ) $a+b=10$일 때 순서쌍 $(a,\ b)$는
(4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3개
(ⅱ) $a+b=11$일 때 순서쌍 $(a,\ b)$는
(5, 6), (6, 5)의 2개
(ⅲ) $a+b=12$일 때 순서쌍$(a,\ b)$는
(6, 6)의 1개
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $3+2+1=6$

27) 6
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 6인 경우
(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 4가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 8인 경우
(2, 4), (4, 2)의 2가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+2=6$

28) 7
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 10인 경우
(4, 6), (5, 5), (6, 4)의 4가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+3=7$

29) 10
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 7인 경우
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+6=10$

30) 12
⇨ 세 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 곱이 3인 경우
(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1)의 3가지
(ⅱ) 눈의 수의 곱이 6인 경우
(1, 1, 6), (1, 6, 1), (6, 1, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)의 9가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $3+9=12$

31) 9
⇨ 세 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)의 3가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2),
(2, 2, 1), (2, 1, 2)의 6가지
(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $3+6=9$

32) 20
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 3으로 나누어떨어지는 경우
눈의 수의 합이 3인 경우
(1, 2), (2, 1)의 2가지
눈의 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
눈의 수의 합이 9인 경우
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지
눈의 수의 합이 12인 경우
(6, 6)의 1가지
따라서 눈의 수의 합이 3으로 나누어떨어지는 경우의 수는 $2+5+4+1=12$
(ⅱ) 눈의 수의 합이 4로 나누어떨어지는 경우
눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
눈의 수의 합이 8인 경우
(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지
눈의 수의 합이 12인 경우
(6, 6)의 1가지
따라서 눈의 수의 합이 4로 나누어떨어지는 경우의 수는 $3+5=1=9$
(ⅲ) 눈의 수의 합이 3과 4로 나누어떨어지는 경우 눈의 수의 합이 12인 경우로 (6, 6)의 1가지
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 눈의 수의 합이 3 또는 4로 나누어떨어지는 경우의 수는
$12+9-1=20$

33) 16
⇨ 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 곱이 20이상인 경우
(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4)
(6, 5), (6, 6)의 8가지
(ⅱ) 눈의 수의 곱이 홀수인 경우
(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5),
(5, 1), (5, 3), (5, 5)의 9가지
(ⅲ) 눈의 수의 곱이 20 이상의 홀수인 경우
(5, 5)의 1가지
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는
$8+9-1=16$

34) 8
⇨ 곱의 법칙에 의하여 $2\times4=8$(가지)

35) 24
⇨ 남학생 대표를 뽑는 방법은 4가지,
여학생 대표를 뽑는 방법의 수는 6가지,
따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$4\times6=24$(가지)

36) 6
⇨ 등산로 입구에서 쉼터까지 가는 방법은 2가지,
쉼터에서 약수터까지 가는 방법은 3가지
따라서 구하는 방법의 수는 $2\times3=6$(가지)이다.

37) 27
⇨ 주사위 2개를 던질 때 나오는 전체 경우의 수는 $6\times6=36$
두 주사위의 눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수는 전체 경우의 수에서 두 눈의 수의 곱이 홀수인 경우의 수를 빼는 것과 같다.
이때, 두 주사위의 눈의 수의 곱이 홀수이려면 (홀수)×(홀수)이어야 하므로 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는 $36-9=27$

38) 18
⇨ 주사위 A에서 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이고, 주사위 B에서 나오는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.
따라서 구하는 경우는 $3\times6=18$

39) 30
⇨ 초등학교 교사 대표를 뽑는 경우는 3가지,
중학교 교사 대표를 뽑는 경우는 2가지,
고등학교 교사 대표를 뽑는 경우는 5가지
따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$3\times2\times5=30$(가지)

40) 9
⇨ A가 낼 수 있는 방법은 가위, 바위, 보의 3가지이고 그 각각에 대하여 B가 낼 수 있는 방법도 가위, 바위, 보의 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$

41) 15
⇨ 남학생 한명을 뽑는 경우의 수는 5가지이고 그 각각에 대하여 여학생 한 명을 뽑는 경우의 수는 3이므로 구하는 경우의 수는 $5\times3=15$

42) 12
⇨ 버스를 타고 가는 방법의 수는 4가지이고 그 각각에 대하여 지하철을 타고 돌아오는 방법의 수는 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3=12$

43) 40
⇨ $5\times2\times4=40$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

44) 90
⇨ $3\times5\times6=90$

45) 10
⇨ 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0, 5인 수이므로 2가지,
십의 자리의 숫자는 2, 3, 4, 5, 6인 수이므로 5가지
따라서 20이상 70 미만인 두 자리 자연수 중에서 5의 배수의 개수는 $2\times5=10$(개)

46) 35
⇨ 짝수는 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수이므로 5가지,
십의 자리의 숫자는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9인 수이므로 7가지
따라서 30 이상의 두 자리 자연수 중에서 짝수의 개수는 $5\times7=35$(개)

47) 100
⇨ 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 3, 5, 7의 4개
두 수의 곱이 홀수이려면 (홀수)×(홀수)이어야 하므로 십의 자리와 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times5\times5=100$

48) 27
⇨ 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 3, 6, 9의 3개
십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 2, 4의 3개
따라서 구하는 자연수의 개수는
$3\times3\times3=27$

49) 80
⇨ 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8의 4개
십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 10개
일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 0, 5의 2개
따라서 구하는 자연수의 개수는
$4\times10\times2=80$

50) 9
⇨ 36을 소인수분해하면 $36=2^2\times3^2$
2^2의 양의 약수 1, 2, 2^2의 3개
3^2의 양의 약수는 1, 3, 3^2의 3개
즉, 각각의 양의 약수에서 하나씩 택하여 곱하면 이들은 모두 36의 양의 약수가 된다.
따라서 36의 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여 $3\times3=9$(개)이다.

51) 10
⇨ 48을 소인수분해하면 $48=2^4\times3$
2^4의 양의 약수는 1, 2, 2^2, 2^3, 2^4의 5개
3의 양의 약수는 1, 3의 2개
따라서 48개의 양의 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여 $5\times2=10$(개)이다.

52) 12
⇨ 72를 소인수분해하면 $2^3\times3^2$
이때, 2^3의 양의 약수의 집합을 A, 3^2의 양의 약수의 집합을 B라 하면
$A=\{2^0,\ 2^1,\ 2^2,\ 2^3\}$, $B=\{3^0,\ 3^1,\ 3^2\}$
이때 집합 A의 한 원소에 집합 B의 한 원소를 곱하면 72의 약수가 되므로 구하는 72의 양의 약수의 개수는
$4\times3=12$

53) 18
⇨ 180을 소인수분해하면 $2^2\times3^2\times5$
따라서 180의 양의 약수의 개수는 $3\times3\times2=18$

54) 16
⇨ 216을 소인수분해하면 $2^3\times3^2$이므로
216의 양의 약수의 개수는 $4\times4=16$

55) 24
⇨ 504를 소인수분해하면 $2^3\times3^2\times7$이므로
504의 양의 약수의 개수는 $4\times3\times2=24$

56) 24
⇨ 540을 소인수분해하면 $2^2\times3^2\times5$이므로
540의 양의 약수의 개수는 $3\times4\times2=24$

57) 4
⇨ 105를 소인수분해하면 $3\times5\times7$
이때, 5의 배수는 5를 소인수로 가지므로 105의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 3×7의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 105의 약수 중 5의 배수의 개수는 $2\times2=4$

58) 6
⇨ 60을 소인수분해하면 $x^2\times3\times5$
이때, 3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 0의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^2\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 60의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $3\times2=6$

59) 6
⇨ 96을 소인수분해하면 $2^5\times3$
96의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 2^5의 양의 약수의 개수와 같으므로 6

60) 6
⇨ 140을 소인수분해하면 $2^2\times5\times7$
140의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 $2^2\times7$의 양의 약수의 개수와 같으므로 $3\times2=6$

61) 9

⇨ 180을 소인수분해하면 $2^2\times3^2\times5$

180의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 $2^2\times3^2$의 양의 약수의 개수와 같으므로 $3\times3=9$

62) 8

⇨ 168을 소인수분해하면 $2^3\times3\times7$

168의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^3\times7$의 양의 약수의 개수와 같으므로 $4\times2=8$

63) 12

⇨ 216을 소인수분해하면 $2^3\times3^3$

이때 3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 216의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^3\times3^2$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times3=12$

64) 144

⇨ 70을 소인수분해하면 $70=2\times5\times7$

2의 양의 약수는 1, 2 / 5의 양의 약수는 1, 5 /

7의 양의 약수는 1, 7

70의 양의 약수의 총합은 2의 양의 약수, 5의 양의 약수, 7의 양의 약수의 곱의 합이므로

(약수의 총합)$=(1+2)(1+5)(1+7)=144$

65) 90

⇨ 40을 소인수분해하면 $40=2^3\times5$

2^3의 양의 약수는 1. 2, 2^2, 2^3

5의 양의 약수는 1, 5

40의 양의 약수의 총합은 2^3의 양의 약수와 5의 양의 약수의 곱의 합이므로

(약수의 총합)$=(1+2+2^2+2^3)(1+5)=90$

66) 개수 : 16 총합 : 360

⇨ 120을 소인수분해하면 $120=2^3\times3\times5$

따라서 120의 양의 약수의 개수는

$(3+1)(1+1)(1+1)=16$

120의 양의 약수의 총합은

$(1+2+2^2+2^3)(1+3)(1+5)=360$

67) 9

⇨ 48을 소인수분해하면 $48=2^4\times3$이므로 48의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 5

120을 소인수분해하면 $120=2^3\times3\times5$이므로 120의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $4\times2=8$

48과 120의 최대공약수는 $2^3\times3$이므로 공약수 중 3의 배수의 개수는 4

따라서 구하는 3의 배수의 개수는 $5+8-4=9$

68) 8

⇨ 540을 소인수분해하면 $2^2\times3^3\times5$

540의 양의 약수 중 홀수의 개수는 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 $3^3\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times2=8$

69) 12

⇨ 120을 소인수분해하면 $2^3\times3\times5$

180을 소인수분해하면 $2^2\times3^2\times5$

120과 180의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2\times3\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 $3\times2\times2=12$

70) 2

⇨ 60을 소인수분해하면 $2^2\times3\times5$

168을 소인수분해하면 $2^3\times3\times7$

60과 168의 최대공약수 $2^2\times3$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 3의 약수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 2

71) 3

⇨ 108을 소인수분해하면 $2^2\times3^3$

180을 소인수분해하면 $2^2\times3^2\times5$

108과 180의 최대공약수 $2^2\times3^2$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 3^2의 약수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 3

72) 12

⇨ 280을 소인수분해하면 $2^3\times5\times7$

420을 소인수분해하면 $2^2\times3\times5\times7$

280과 420의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2\times5\times7$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 $3\times2\times2=12$

73) 16

⇨ 360을 소인수분해하면 $2^3\times3^2\times5$

480을 소인수분해하면 $2^5\times3\times5$

360과 480의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^3\times3\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 $4\times2\times2=16$

74) 6

⇨ 108을 소인수분해하면 $2^2\times3^2$

120을 소인수분해하면 $2^2\times3\times5$

108과 120의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2\times3$의 양의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 $3\times2=6$

75) 8

⇨ 105를 소인수분해하면 $3\times5\times7$

525를 소인수분해하면 $3\times5^2\times7$

105와 525의 최대공약수 $3\times5\times7$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 $3\times5\times7$의 약수와 같다.

따라서 구하는 공약수의 개수는 $2\times2\times2=8$

76) 13
⇨ $36=2^2\times3^2$이므로 약수의 개수는 $3\times3=9$
$48=2^4\times3$이므로 약수의 개수는 $5\times2=10$이
36과 48의 최대공약수는 $2^2\times3$이므로 공약수의 개수는
$3\times2=6$
따라서 36의 약수 또는 48의 약수의 개수는
$9+10-6=13$

77) 20
⇨ $72=2^3\times3^2$이므로 약수의 개수는 $4\times3=12$
$120=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는 $4\times2\times2=16$
72와 120의 최대공약수는 $2^3\times3$이므로 공약수의 개수는 $4\times2=8$
따라서 72의 약수 또는 120의 약수의 개수는
$12+16-8=20$

78) 8
⇨ $45=3^2\times5$이므로 약수의 개수는 $3\times2=6$
$75=3\times5^2$이므로 약수의 개수는 $2\times3=6$
45와 75의 최대공약수는 3×5이므로 공약수의 개수는 $2\times2=4$
따라서 45의 약수 또는 75의 약수의 개수는
$6+6-4=8$

79) 6
⇨ $a+b$, $x+y+z$의 항의 개수는 각각 2, 3이고
a, b 각각에 곱해지는 항이 x, y, z의 3개다.
각 항이 모두 다른 문자이므로 서로 다른 항의 개수는 6

80) 9
⇨ $3\times3=9$

81) 8
⇨ x, y 각각에 곱해지는 항이 a, b이고 그것에 다시 p, q를 곱하여 항이 만들어지므로 서로 다른 항의 개수는 $2\times2\times2=8$

82) 8
⇨ $2\times4=8$

83) 8
⇨ $(a+b)(x+y+z+w)$를 전개하면 a, b에 x, y, z, w를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개수는 $2\times4=8$

84) 12
⇨ $(a+b+c)(p+q)(x+y)$를 전개하면 a, b, c에서 p, q를 각각 곱하여 항이 만들어지고, 그것에 다시 x, y를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개수는 $3\times2\times2=12$

85) 9
⇨ $(a+b)^2(p+q+r)=(a^2+2ab+b^2)(p+q+r)$이므로 서로 다른 항의 개수는 $3\times3=9$

86) 8
⇨ $2\times4=8$

87) 18
⇨ $2\times3\times3=18$

88) 6
⇨ $(a+b)^2(x+y)=(a^2+2ab+b^2)(x+y)$이므로 서로 다른 항의 개수는 $3\times2=6$

89) 12
⇨ $(a+b+c)^2(p+q)$
$=(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca)(p+q)$
이므로 서로 다른 항의 개수는 $6\times2=12$

90) 24
⇨ $2\times3\times4=24$

91) 10
⇨ $(a+b+c)(d+e)$를 전개할 때 서로 다른 항의 개수는 $3\times2=6$
$(x+y)(z+w)$를 전개할 때 서로 다른 항의 개수는 $2\times2=4$
이때 $(a+b+c)(d+e)$를 전개한 결과와 $(x+y)(z+w)$를 전개한 결과에서 같은 항이 없으므로 구하는 항의 개수는 $6+4=10$