



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[지수함수 $y=a^x$ 의 최대·최소]• 지수함수 $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$)은 정의역이 $\{x|m\leq x\leq n\}$ 일 때,(1) $a>1$ 인 경우 $x=m$ 일 때 최솟값 a^m , $x=n$ 일 때 최댓값 a^n 을 갖는다.(2) $0<a<1$ 인 경우 $x=m$ 일 때 최댓값 a^m , $x=n$ 일 때 최솟값 a^n 을 갖는다.[함수 $y=a^{f(x)}$ 의 최대·최소]• 함수 $y=a^{f(x)}$ 의 최대·최소 구하는 방법① 주어진 범위에서 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구한다.② ①에서 구한 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값에서 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구한다.

기본문제

[예제]

1. 정의역이 $\{x|-3\leq x\leq 3\}$ 인 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할때, $2\sqrt{M+m}$ 을 구한 것은?

- ① 5 ② 6
 ③ 7 ④ 8
 ⑤ 9

[문제]

2. 정의역이 $\{x|5\leq x\leq 7\}$ 인 함수 $y=\frac{1}{2}\times 5^{x-5}-\frac{1}{2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라할 때, $M+m$ 을 구한 것은?

- ① 9 ② 10
 ③ 11 ④ 12
 ⑤ 13

평가문제

[중단원 마무리하기]

3. 정의역이 $\{x|-5\leq x\leq -3\}$ 인 함수 $y=0.25^{\frac{1}{2}(x+2)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, Mm 은?

- ① 2 ② 4
 ③ 8 ④ 16
 ⑤ 32

[중단원 마무리하기]

4. 정의역이 $\{x|-2\leq x\leq 5\}$ 인 $y=2^{x^2-4x+8}$ 의 최댓값을 M , 최솟값 m 이라고 할 때, $\log_2 M - \log_2 m$ 의 값은?

- ① 4 ② 8
 ③ 16 ④ 32
 ⑤ 64

[대단원 평가하기]

5. 함수 $y=3^{-x^2+4x+a}$ 의 최댓값이 81일 때, 상수 a 의 값을 구한 것은?

- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

유사문제

6. $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $y = 2^{x+1} - 3$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 7 ② 8
 ③ 9 ④ 10
 ⑤ 11

7. $1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = 3^{x-1} + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 11 ② 12
 ③ 13 ④ 14
 ⑤ 15

8. 닫힌구간 $[-3, 1]$ 에서 두 함수

$$f(x) = 2^{2x}, \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

의 최댓값을 각각 M_1, M_2 라 하자. $M_1 M_2$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
 ③ 8 ④ 16
 ⑤ 32

9. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$ 일 때, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2x-4}$

의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 31 ② 32
 ③ 33 ④ 34
 ⑤ 35

10. $-3 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때 ab 의 값은?

- ① 4 ② 2
 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$
 ⑤ $\frac{1}{8}$



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2$ 는 감소함수이므로 $x = -3$ 일 때최댓값을, $x = 3$ 일 때 최솟값을 갖는다.따라서 $M = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3-1} + 2 = 18$, $m = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} + 2 = \frac{9}{4}$ 이므로, $M+m = \frac{81}{4}$ 이다.

$$2\sqrt{M+m} = 2 \times \frac{9}{2} = 9$$

2) [정답] ④

[해설] $y = \frac{1}{2} \times 5^{x-5} - \frac{1}{2}$ 는 증가함수이므로 $x = 5$ 일때 최솟값을, $x = 7$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$$\text{최솟값: } m = \frac{1}{2} \times 5^{5-5} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{최댓값: } M = \frac{1}{2} \times 5^{7-5} - \frac{1}{2} = 12$$

$$M+m = 12$$

3) [정답] ④

[해설] $y = 0.25^{\frac{1}{2}(x+2)}$ 는 감소함수이므로 $x = -5$ 일 때 최댓값 M , $x = -3$ 일 때 최솟값 m 을 가진다.

$$M = 0.25^{\frac{1}{2}(-5+2)} = 8, m = 0.25^{\frac{1}{2}(-3+2)} = 2$$

$$\text{따라서 } Mm = 16$$

4) [정답] ③

[해설] $y = 2^x$ 는 증가함수이므로, x 가 증가할수록 y 도 증가한다. 따라서 $y = 2^{x^2-4x+8}$ 에서도 x 가 증가할수록 y 도 증가하게 된다.

$$x^2 - 4x + 8 = (x-2)^2 + 4 \text{의 최대, 최소를 구하면}$$

최대인 경우는 $x = -2$ 일 때, 20최소인 경우는 $x = 2$ 일 때, 4이므로

$$M = 2^{20}, m = 2^4$$

$$\log_2 M - \log_2 m = 20 - 4 = 16$$

5) [정답] ③

[해설] $y = 3^{-x^2+4x+a}$ 는 $-x^2+4x+a$ 가 최대일 때 최댓값을 가진다.

$$-x^2 + 4x + a = -(x-2)^2 + 4 + a \text{이므로}$$

 $x = 2$ 일 때 최댓값을 가진다.

$$x = 2 \text{을 대입하면, } 3^{4+a} = 81 \text{으로}$$

$$4+a=4, a=0$$

6) [정답] ⑤

[해설] $2 > 1$ 이므로 $x = 3$ 일 때,

$$\text{최댓값 } y = 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$x = -1 \text{일 때, 최솟값 } y = 2^{-1+1} - 3 = 1 - 3 = -2$$

를 가진다.

$$\text{따라서 최댓값과 최솟값의 합은 } 13 - 2 = 11$$

7) [정답] ④

[해설] 최댓값은 $x = 3$ 일 때 11, 최솟값은 $x = 1$ 일 때 3이므로 합은 $11 + 3 = 14$ 이다.

8) [정답] ⑤

[해설] $2 > 1$ 이므로, $M_1 = 2^2 = 4$

$$0 < \frac{1}{2} < 1 \text{이므로, } M_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

$$M_1 M_2 = 4 \times 8 = 32$$

9) [정답] ④

$$[해설] y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2x-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{(x+1)^2-5}$$

밑이 1보다 작으므로

 $x = -1$ 일 때, 최댓값 32를 갖고, $x = 1$ 일 때, 최솟값 2를 갖는다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 34이다.

10) [정답] ③

[해설] $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$ 의 밑이 1보다 작으므로 $x = -3$ 일때 최댓값을 갖고, $x = 2$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$\text{따라서 } a = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}, b = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \text{이므로 } ab = \frac{1}{2} \text{이다.}$$