



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-07
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 이산확률변수의 기댓값과 표준편차를 구하는 문제, 이항분포의 평균, 분산, 표준편차를 구하는 문제, 정규분포의 활용 문제 등이 자주 출제됩니다. 평균, 분산, 표준편차를 구하는 등 계산문제가 많이 출제되므로 실수가 생기지 않도록 주의합니다.

평가문제

[중단원 연습 문제]

1. 이산확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같을 때, 확률 $P(X \leq 2)$ 은?

(단, a 는 상수)

X	1	2	4	8	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$2a$	a	$\frac{3}{8}$	1

- ① $\frac{11}{24}$
② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{13}{24}$
④ $\frac{7}{12}$
⑤ $\frac{15}{24}$

[중단원 연습 문제]

2. 이산확률변수 X 의 확률분포가

$P(X=x) = k(x-a)$ ($x=2, 4, 6$) 일 때, 확률

$P(X \geq 3) = \frac{8}{9}$ 일 때, a 의 값은? (단, k 는 상수)

- ① 0
② 0.5
③ 1
④ 1.5
⑤ 2

[소단원 확인 문제]

3. 모양과 크기가 같은 HB 연필 4개, B 연필 3개, 4B 연필 3개가 들어 있는 상자에서 임의로 3개의 연필을 동시에 꺼낼 때, 나오는 HB 연필의 개수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{3}{5}$
③ $\frac{7}{10}$
④ $\frac{4}{5}$
⑤ $\frac{9}{10}$

[대단원 종합 문제]

4. 이산확률변수 X 의 확률분포가

$P(X=x) = \begin{cases} \frac{x}{15} + k & (x=1, 2, 3) \\ kx & (x=4, 5, 6) \end{cases}$ 일 때, 확률

$P(|X-\alpha| \leq 0.5) = \frac{2}{15}$ 를 만족시키는 자연수 α 의 값은? (단, k 는 상수)

- ① 2
② 3
③ 4
④ 5
⑤ 6

[소단원 확인 문제]

5. 팔, 고구마, 슈크림이 들어 있는 봉어빵이 각각 3개, 2개, 2개 놓여 있는 접시에서 임의로 3개의 봉어빵을 동시에 택할 때, 고구마가 들어 있는 봉어빵의 개수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 X 의 표준편차는?

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{7}$
② $\frac{\sqrt{5}}{7}$
③ $\frac{\sqrt{14}}{7}$
④ $\frac{2\sqrt{5}}{7}$
⑤ $\frac{2\sqrt{14}}{7}$

[소단원 확인 문제]

6. 이산확률변수 X 의 평균이 6이고, 확률변수 $Y = -\frac{1}{2}X + 4$ 의 평균과 표준편차의 합이 2이다. 이때, $\sigma(X)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[소단원 확인 문제]

7. 이산확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같을 때, $20p + E\left(\frac{1}{3}X + 2\right) + V(2\sqrt{5}X - 10)$ 의 값은? (단, p 는 상수)

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	p	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1

- ① 29 ② 30
 ③ 31 ④ 32
 ⑤ 33

[중단원 연습 문제]

8. 남학생 6명, 여학생 4명으로 구성된 봉사 동아리에서 임의로 5명의 자원 봉사 인원을 선발할 때, 선발되는 여학생의 수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 X 의 평균은?

- ① 1 ② $\frac{9}{7}$
 ③ $\frac{11}{7}$ ④ 2
 ⑤ $\frac{16}{7}$

[대단원 종합 문제]

9. 다음 표는 어느 토론 동아리의 학년별 학생수를 나타낸 것이다. 이 동아리 학생 중에서 임의로 4명의 학생을 뽑을 때, 뽑힌 2학년 학생의 수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 X 의 표준편차는?

학년	1학년	2학년	3학년	합계
학생 수	4	4	2	10

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$
 ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1
 ⑤ $\frac{6}{5}$

[중단원 연습 문제]

10. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 정사면체 주사위 두 개를 동시에 던졌을 때, 바닥에 놓인 면에 적힌 숫자의 곱을 확률변수 X 라고 하자. 이때 X 의 분산은?

- ① $\frac{135}{8}$ ② $\frac{275}{16}$
 ③ $\frac{35}{2}$ ④ $\frac{285}{16}$
 ⑤ $\frac{145}{8}$

[중단원 연습 문제]

11. 이산확률변수 X 의 평균과 분산이 각각 2, 3이고 확률변수 $Y = -4X + a$ 의 평균과 분산의 차가 53일 때, 실수 a 의 값의 합은?

- ① 0 ② 3
 ③ 106 ④ 109
 ⑤ 112

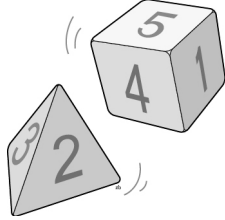
[소단원 확인 문제]

12. 확률변수 $Y = 5X - 2$ 의 평균이 1이고 분산이 2일 때, $E(X^2) + \sigma(\sqrt{2}X + \sqrt{2})$ 의 값은?

- ① $\frac{17}{25}$ ② $\frac{18}{25}$
 ③ $\frac{19}{25}$ ④ $\frac{4}{5}$
 ⑤ $\frac{21}{25}$

[소단원 확인 문제]

13. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 정육면체 주사위 한 개와 1부터 4까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 정사면체 주사위 한 개를 동시에 던졌을 때, 바닥에 놓인 면에 적힌 숫자의 차를 확률변수 X 라고 하자. 이때 X 의 분산은?



- ① $\frac{65}{36}$ ② $\frac{11}{6}$
 ③ $\frac{67}{36}$ ④ $\frac{17}{9}$
 ⑤ $\frac{23}{12}$

[소단원 확인 문제]

14. 타율이 a 할 b 푼 c 리인 야구 선수가 3번 타석에 들어가 안타를 친 횟수를 확률변수 X 라고 할 때, $P(X=1) = 7P(X=2)$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
 ③ 6 ④ 8
 ⑤ 10

[대단원 종합 문제]

15. 갑, 을이 각각 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 나온 두 주사위의 눈의 수의 합이 6의 약수이면 갑이 6점을 얻고, 그렇지 않으면 을이 3점을 얻는다. 이와 같은 시행을 60번 반복할 때, 갑이 얻는 점수의 합의 기댓값과 을이 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는?

- ① 20점 ② 30점
 ③ 40점 ④ 50점
 ⑤ 60점

[소단원 확인 문제]

16. 확률변수 X 의 확률분포가 다음과 같고, X 의 평균이 $\frac{200}{3}$, 분산이 $\frac{200}{9}$ 일 때, n 의 값은?

$$P(X=x) = {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, n)$$

- ① 36 ② 64
 ③ 81 ④ 100
 ⑤ 144

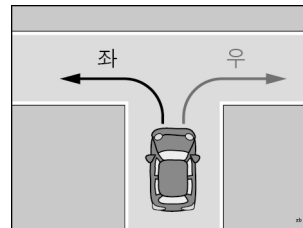
[소단원 확인 문제]

17. A 제약 회사에서 새로 개발한 치료약은 특정 질병의 환자 87.5%가 완치된다고 한다. 특정 질병의 환자 중 임의로 4명을 뽑아 이 치료약을 먹었을 때, 1명 이하가 완치 될 확률은?

- ① $\frac{27}{2^{12}}$ ② $\frac{7}{2^{10}}$
 ③ $\frac{29}{2^{12}}$ ④ $\frac{15}{2^{11}}$
 ⑤ $\frac{31}{2^{12}}$

[소단원 확인 문제]

18. 다음 그림과 같은 교차로에 진입하는 n 대의 차량 중에서 좌회전하는 차량의 수를 확률변수 X 라고 할 때, X 의 평균은 70, 분산은 50이다. 이때 n 의 값은?



- ① 49 ② 98
 ③ 196 ④ 245
 ⑤ 490

[소단원 확인 문제]

19. 탑승 가능한 좌석이 190석인 어느 KTX 노선에
서 전산 오류로 인해 192명이 예약되었다고 한다.
예약된 사람이 사전 통보 없이 탑승하지 않을 확률
이 0.02라고 할 때, 좌석이 부족하지 않을 확률 은?
(단, $0.98^{191} = 0.021$, $0.98^{192} = 0.020$)

- ① 0.89747 ② 0.89936
③ 0.91897 ④ 0.93967
⑤ 0.95823

[중단원 연습 문제]

20. 이항분포 $B(100, p)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대
하여 $E(X) = 20$ 일 때, $E(X^2)$ 은?
(단, $0 < p < \frac{1}{2}$)

- ① 412 ② 413
③ 414 ④ 415
⑤ 416

[대단원 종합 문제]

21. 확률변수 X 가 이항분포 $B(9, p)$ 을 따르고
 $E(X^2) = 2\{E(X)\}^2$ 일 때, $100p$ 의 값은?

- ① 9 ② 10
③ 11 ④ 12
⑤ 13

[대단원 종합 문제]

22. 검은 바둑돌 14개, 흰 바둑돌 4개가 들어 있는
주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인
한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 n 번 반복할
때, 흰 바둑돌이 나온 횟수를 확률변수 X 라 하자.
이때 $E(X) + V(X) = 160$ 일 때, n 의 값은?

- ① 400 ② 405
③ 410 ④ 415
⑤ 420

[중단원 연습 문제]

23. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leq x \leq 2) \\ -\frac{2}{3}a(x-5) & (2 \leq x \leq 5) \end{cases} \quad \text{일 때, 확률}$$

$P(2 \leq X \leq 4)$ 은?

- ① $\frac{13}{30}$ ② $\frac{7}{15}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{8}{15}$
⑤ $\frac{17}{30}$

[소단원 확인 문제]

24. 다음 <보기>에서의 확률변수 중에서 연속확률변
수인 것을 모두 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 어느 가게에서 계산하기 위해 기다리는 시간
ㄴ. 어느 축구 선수가 승부차기에서 슈트를 성공한 횟수
ㄷ. 어느 해의 태풍 발생 횟수
ㄹ. 어느 공장에서 생산한 형광등의 수명

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄹ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

[소단원 확인 문제]

25. 민서가 약속장소에서 보람이를 기다리고 있다. 보
람이의 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차를 확
률변수 X 라고 할 때, X 의 확률밀도함수는

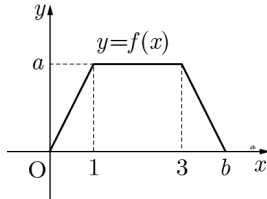
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{600}x & (0 \leq x \leq 20) \\ k - \frac{1}{600}x & (20 \leq x \leq 40) \end{cases} \quad (\text{단위: 분}) \text{ 라고}$$

한다. 보람이의 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의
차가 α 분 이상일 확률이 $\frac{1}{4}$ 일 때, α 의 값은? (단,
 $20 \leq \alpha \leq 40$ 이고, k 는 상수이다.)

- ① 20 ② 25
③ 30 ④ 35
⑤ 40

[대단원 종합 문제]

26. $0 \leq x \leq b$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. $2P(0 \leq X \leq 2) = 3P(3 \leq X \leq b)$ 일 때, $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)



- ① $\frac{30}{7}$ ② $\frac{31}{7}$
 ③ $\frac{32}{7}$ ④ $\frac{33}{7}$
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

27. 확률변수 X 가 정규분포 $N\left(11, \frac{6}{7}a\right)$ 을 따를 때, 확률 $P(a-1 \leq X \leq a+2)$ 가 최대가 되는 실수 a 에 대하여 $\sigma(X)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

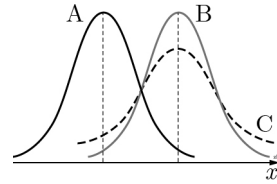
[중단원 연습 문제]

28. 어느 회사에서 신입 사원을 선발하기 위해 입사 시험을 시행하였다. 응시자 2000명의 성적은 평균이 780점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 할 때, 합격자의 최저 점수가 809.5점이다. 이때 합격한 신입사원은 몇 명인가?
 (단, $P(0 \leq Z \leq 1.18) = 0.3810$)

- ① 119 ② 170
 ③ 238 ④ 340
 ⑤ 357

[소단원 확인 문제]

29. 세 개의 TV 프로그램 A, B, C의 시청률은 각각 정규분포를 따르고, 정규분포곡선은 다음 그림과 같다. <보기>의 설명 중 옳은 것의 개수는?



<보기>

- ㄱ. A 프로그램의 평균 시청률과 B 프로그램의 평균 시청률은 같다.
 ㄴ. B 프로그램 시청률의 분산이 C 프로그램 시청률의 분산보다 더 크다.
 ㄷ. B 프로그램 시청률의 표준편차가 A 프로그램 시청률의 표준편차보다 더 크다.
 ㄹ. C 프로그램의 평균 시청률은 A 프로그램의 평균 시청률보다 더 낮다.

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[소단원 확인 문제]

30. 확률변수 X 가 정규분포 $N(85, 10^2)$ 을 따르고 $P(75 \leq X \leq k) = 0.1498$ 일 때, 상수 k 의 값은?
 ($P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$)

- ① 70 ② 75
 ③ 80 ④ 85
 ⑤ 90

[소단원 종합 문제]

31. A 농장에서 고구마 모종을 심은 지 54일이 지났을 때, 고구마 줄기의 길이를 조사한 결과 고구마 줄기의 길이는 평균이 28 cm, 표준편차가 3 cm 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 고구마 모종을 심은 지 54일이 지났을 때, 고구마 줄기 중 임의로 선택한 줄기의 길이가 25 cm 이하이거나 31 cm 이상일 확률은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$)

- ① 0.1587 ② 0.3174
 ③ 0.3413 ④ 0.6826
 ⑤ 0.8413

[대단원 종합 문제]

32. 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포

$N(12, 4^2), N(19, 3^2)$ 을 따르고,

$P(X \leq 10) = P(Y \geq a)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 19 ② 19.5
③ 20.5 ④ 20
⑤ 21

[소단원 확인 문제]

33. 확률변수 X 가 정규분포 $N(16, \sigma^2)$ 을 따르고

$P(X \geq 23) = P(X \leq a)$ 일 때, a 의 값은?

- ① 7 ② 9
③ 16 ④ 18
⑤ 30

[소단원 확인 문제]

34. 다음 정규분포에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 정규분포 $N(3, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 그래프는 $y=3$ 에서 대칭인 종 모양의 곡선이다.
ㄴ. 정규분포 $N(21, 3^2)$ 의 확률밀도함수의 그래프는 정규분포 $N(21, 2^2)$ 의 확률밀도함수의 그래프보다 낮으면서 양쪽으로 더 퍼져 있다.
ㄷ. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ 를 따를 때, X 는 근사적으로 정규분포 $N\left(5, \frac{5}{2}\right)$ 을 따른다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
⑤ ㄴ, ㄷ

[중단원 연습 문제]

35. 확률변수 X 가 정규분포 $N(17, 4^2)$ 을 따를 때,

$P(13 \leq X \leq 17) + P(X \geq 22.04)$ 의 값은?

($P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413, P(0 \leq Z \leq 1.26) = 0.3962$)

- ① 0.2625 ② 0.3174
③ 0.4451 ④ 0.5549
⑤ 0.7375

[대단원 종합 문제]

36. 확률변수 X 가 정규분포 $N\left(11, \frac{1}{4}\right)$ 을 따를 때,

다음 조건을 만족시키는 양수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

(가) $P(X \geq 7) = P(X \leq a)$

(나) $V(bX - 7) = 2$

- ① 15 ② $15\sqrt{2}$
③ 30 ④ $30\sqrt{2}$
⑤ 45

[중단원 연습 문제]

37. 어느 지역의 대중교통을 이용하는 사람 중에서 현금으로 결제하는 사람의 비율은 전체의 30%라고 한다. 이 지역의 사람 중에서 임의로 2100명을 조사할 때, 현금으로 결제하는 사람이 609명 이상 k 명 이하일 확률이 0.8185이다. 이때 k 의 값은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413, P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$)

- ① 630 ② 644
③ 651 ④ 672
⑤ 693



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{8} + 2a + a + \frac{3}{8} = 1, \quad 3a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24}$$

2) [정답] ③

[해설] 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=2) + P(X=4) + P(X=6) = 1$$

$$(2-a)k + (4-a)k + (6-a)k = 1,$$

$$\therefore (12-3a)k = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$P(X \geq 3) = \frac{8}{9} \text{ 이므로}$$

$$P(X=4) + P(X=6) = (4-a)k + (6-a)k = \frac{8}{9}$$

$$\therefore (10-2a)k = \frac{8}{9} \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①, ②를 연립하면

$$k = \frac{1}{9}, \quad a = 1$$

3) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은

0, 1, 2, 3 이므로

$$P(X=0) = \frac{{}^6C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_2}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{2}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^4C_2 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_3} = \frac{3}{10}$$

$$P(X=3) = \frac{{}^4C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{1}{30}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

$$\therefore P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$$

4) [정답] ③

[해설] 확률의 총합은 1이므로

$$\left(\frac{1}{15} + k\right) + \left(\frac{2}{15} + k\right) + \left(\frac{3}{15} + k\right) + 4k + 5k + 6k = 1,$$

$$\frac{2}{5} + 18k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{30}$$

확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{6}{30}$	1

이때

$$P(|X-\alpha| \leq 0.5) = P(\alpha-0.5 \leq X \leq \alpha+0.5) \text{ 이므로}$$

$$P(X=\alpha) = \frac{2}{15} \text{ 를 만족시키는 자연수 } \alpha \text{의 값은}$$

4이다.

5) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, X 의 각 값에 대한 확률은

$$P(X=0) = \frac{{}^2C_0 \times {}^5C_3}{{}^7C_3} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^2C_1 \times {}^5C_2}{{}^7C_3} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^2C_2 \times {}^5C_1}{{}^7C_3} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

따라서 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$	1

$$E(X) = 0 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$V(X) = 0^2 \times \frac{2}{7} + 1^2 \times \frac{4}{7} + 2^2 \times \frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{20}{49}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{20}{49}} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$$

6) [정답] ②

[해설] $E(X) = 6$ 이므로

$$E\left(-\frac{1}{2}X+4\right) = -\frac{1}{2}E(X)+4=1$$

확률변수 $Y = -\frac{1}{2}X+4$ 의 평균과 표준편차의 합이

$$2 \text{ 이므로 } \sigma\left(-\frac{1}{2}X+4\right) = 1 \text{ 이다.}$$

$$\sigma\left(-\frac{1}{2}X+4\right) = \left|-\frac{1}{2}\right| \sigma(X) = 1$$

$$\therefore \sigma(X) = 2$$

7) [정답] ⑤

[해설] 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{5} + p + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = 1 \quad \therefore p = \frac{1}{10}$$

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{5} + 2 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{5} + 4 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$V(X)$$

$$= 1^2 \times \frac{1}{5} + 2^2 \times \frac{1}{10} + 3^2 \times \frac{1}{5} + 4^2 \times \frac{1}{2} - 3^2 = \frac{7}{5}$$

$$E\left(\frac{1}{3}X+2\right) = \frac{1}{3}E(X)+2=3$$

$$V(2\sqrt{5}X-10) = 20V(X) = 28$$

$$\therefore 20p + E\left(\frac{1}{3}X+2\right) + V(2\sqrt{5}X-10)$$

$$= 2+3+28=33$$

8) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은0, 1, 2, 3, 4이고, X 의 각 값에 대한 확률은

$$P(X=0) = \frac{{}^4C_0 \times {}^6C_5}{{}^{10}C_5} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_4}{{}^{10}C_5} = \frac{60}{252} = \frac{5}{21}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^4C_2 \times {}^6C_3}{{}^{10}C_5} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21}$$

$$P(X=3) = \frac{{}^4C_3 \times {}^6C_2}{{}^{10}C_5} = \frac{60}{252} = \frac{5}{21}$$

$$P(X=4) = \frac{{}^4C_4 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_5} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$$

따라서 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{42}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{42}$	1

 $E(X)$

$$= 0 \times \frac{1}{42} + 1 \times \frac{5}{21} + 2 \times \frac{10}{21} + 3 \times \frac{5}{21} + 4 \times \frac{1}{42}$$

$$= 2$$

9) [정답] ③

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은0, 1, 2, 3, 4이고, X 의 각 값에 대한 확률은

$$P(X=0) = \frac{{}^4C_0 \times {}^6C_4}{{}^{10}C_4} = \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$$

$$P(X=1) = \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_3}{{}^{10}C_4} = \frac{80}{210} = \frac{8}{21}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^4C_2 \times {}^6C_2}{{}^{10}C_4} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$$

$$P(X=3) = \frac{{}^4C_3 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_4} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

$$P(X=4) = \frac{{}^4C_4 \times {}^6C_0}{{}^{10}C_4} = \frac{1}{210}$$

따라서 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{210}$	1

 $E(X)$

$$= 0 \times \frac{1}{14} + 1 \times \frac{8}{21} + 2 \times \frac{3}{7} + 3 \times \frac{4}{35} + 4 \times \frac{1}{210}$$

$$= \frac{8}{5}$$

$$V(X) = 0^2 \times \frac{1}{14} + 1^2 \times \frac{8}{21} + 2^2 \times \frac{3}{7} + 3^2 \times \frac{4}{35}$$

$$+ 4^2 \times \frac{1}{210} - \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

10) [정답] ②

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16이고,

확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	6	8	9	12	16	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

 $E(X)$

$$= 1 \times \frac{1}{16} + 2 \times \frac{2}{16} + 3 \times \frac{2}{16} + 4 \times \frac{3}{16} + 6 \times \frac{2}{16}$$

$$+ 8 \times \frac{2}{16} + 9 \times \frac{1}{16} + 12 \times \frac{2}{16} + 16 \times \frac{1}{16} = \frac{25}{4}$$

$$V(X) = 1^2 \times \frac{1}{16} + 2^2 \times \frac{2}{16} + 3^2 \times \frac{2}{16} + 4^2 \times \frac{3}{16}$$

$$+ 6^2 \times \frac{2}{16} + 8^2 \times \frac{2}{16} + 9^2 \times \frac{1}{16} + 12^2 \times \frac{2}{16}$$

$$+ 16^2 \times \frac{1}{16} - \left(\frac{25}{4}\right)^2 = \frac{225}{4} - \frac{625}{16} = \frac{275}{16}$$

11) [정답] ⑤

[해설] $E(X) = 2$, $V(X) = 3$ 이므로

$$E(-4X+a) = -4E(X) + a = a - 8$$

$$V(-4X+a) = 16V(X) = 48$$

이때 $|E(Y) - V(Y)| = 53$ 이므로

$$|a - 56| = 53$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 109$$

따라서 구하는 값은 112이다.

12) [정답] ⑤

[해설] $E(Y) = 1$, $V(Y) = 2$ 이므로

$$E(5X-2) = 5E(X) - 2 = 1 \text{ 에서 } E(X) = \frac{3}{5}$$

$$V(5X-2) = 25V(X) = 2 \text{ 에서 } V(X) = \frac{2}{25}$$

$$\therefore \sigma(\sqrt{2}X + \sqrt{2}) = \sqrt{2} \times \left(\sqrt{\frac{2}{25}}\right) = \frac{2}{5}$$

한편 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에서

$$\frac{2}{25} = E(X^2) - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\therefore E(X^2) = \frac{11}{25}$$

$$\therefore E(X^2) + \sigma(\sqrt{2}X + \sqrt{2}) = \frac{21}{25}$$

13) [정답] ①

[해설] 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고,
 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{24} + 1 \times \frac{7}{24} + 2 \times \frac{6}{24} + 3 \times \frac{4}{24} + 4 \times \frac{2}{24} + 5 \times \frac{1}{24} = \frac{11}{6}$$

$$V(X) = 0^2 \times \frac{4}{24} + 1^2 \times \frac{7}{24} + 2^2 \times \frac{6}{24} + 3^2 \times \frac{4}{24} + 4^2 \times \frac{2}{24} + 5^2 \times \frac{1}{24} - \left(\frac{11}{6}\right)^2 = \frac{65}{36}$$

14) [정답] ④

[해설] 3번 타석에 들어서므로 $n=3$

이 선수가 타석에 들어가 안타를 칠 확률을 $p=0.abc$ 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(3, p)$ 을 따른다.

$$P(X=1) = 7P(X=2) \text{ 이므로}$$

$${}_3C_1 p(1-p)^2 = 7 \times {}_3C_2 p^2(1-p)^1$$

$$1-p = 7p \quad \therefore p = \frac{1}{8}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{8} = 0.125 \text{ 이므로}$$

$$a+b+c = 1+2+5 = 8$$

15) [정답] ⑤

[해설] 60번의 시행에서 6의 약수가 나오는 횟수를 X 라

하면 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(60, \frac{2}{9}\right)$ 를 따른다.
 므로

$$E(X) = np = 60 \times \frac{2}{9} = \frac{40}{3}$$

이때 값이 얻는 점수의 합은 $6X$ 이고,

을이 얻는 점수의 합은 $3(60-X) = 180-3X$ 이므로

$$E(6X) = 6E(X) = 80$$

$$E(180-3X) = 180-3E(X) = 140$$

따라서 구하는 기댓값의 차는 60점이다.

16) [정답] ④

[해설] 확률변수 X 는 이항분포 $B(n, p)$ 을 따른다.

$$E(X) = np = \frac{200}{3}$$

$$V(X) = np(1-p) = \frac{200}{9}$$

$$\text{에서 } 1-p = \frac{1}{3} \quad \therefore p = \frac{2}{3}, \quad n = 100$$

17) [정답] ③

[해설] 치료약을 먹은 특정 질병의 환자 한 명이

완치 될 확률은 $87.5 \times \frac{1}{100} = \frac{7}{8}$ 이고, 매회 시행은

독립시행이다. 따라서 확률변수 X 는 이항분포

$$B\left(4, \frac{7}{8}\right) \text{을 따른다.}$$

확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3, 4이고,

구하는 확률질량함수는 독립시행의 확률에 의하여

$$P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{7}{8}\right)^x \left(\frac{1}{8}\right)^{4-x} \quad (\text{단, } x=0,1,2,3,4)$$

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= {}_4C_0 \left(\frac{1}{8}\right)^4 + {}_4C_1 \left(\frac{7}{8}\right)^1 \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{29}{8^4} = \frac{29}{2^{12}}$$

18) [정답] ④

[해설] 교차로에 진입하는 차량이 좌회전을 할 확률을 p 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(n, p)$ 을 따른다.

$$E(X) = np = 70$$

$$V(X) = np(1-p) = 50$$

$$\text{에서 } 1-p = \frac{5}{7} \quad \therefore p = \frac{2}{7}, \quad n = 245$$

19) [정답] ②

[해설] 탑승하는 사람의 수를 확률변수 X 라고 하자.

확률변수 X 의 확률분포는

$$P(X=x) = {}_{192}C_x 0.98^x 0.02^{192-x} \quad (x=0,1,2,\dots, 192)$$

이므로 구하는 확률은

$$P(X \leq 190)$$

$$= P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=190)$$

$$= 1 - \{P(X=191) + P(X=192)\}$$

$$= 1 - ({}_{192}C_{191} \times 0.98^{191} \times 0.02 + {}_{192}C_{192} \times 0.98^{192})$$

$$= 1 - (192 \times 0.021 \times 0.02 + 0.020)$$

$$= 0.89936$$

20) [정답] ⑤

[해설] X 가 이항분포 $B(100, p)$ 를 따르므로

$$E(X) = 100p = 20 \quad \text{에서 } p = \frac{1}{5},$$

$$V(X) = 100 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 16 \quad \text{이다.}$$

한편 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에서

$$16 = E(X^2) - 20^2$$

$$\therefore E(X^2) = 416$$

21) [정답] ②

[해설] $E(X) = 9p, V(X) = 9p(1-p)$

$$E(X^2) = 2\{E(X)\}^2 \quad \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}
 9p(1-p) &= 2(9p)^2 - (9p)^2 \\
 90p^2 - 9p &= 0, \quad 9p(10p-1) = 0 \\
 \therefore p &= \frac{1}{10}, \quad 100p = 10
 \end{aligned}$$

22) [정답] ②

[해설] 주머니에서 한 개의 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{14+4} = \frac{2}{9}$$

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{2}{9}\right)$ 을 따른다.

$$E(X) = \frac{2}{9}n$$

$$V(X) = n \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{9} = \frac{14}{81}n$$

$$E(X) + V(X) = 160 \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{9}n + \frac{14}{81}n = 160, \quad 32n = 160 \times 81$$

$$\therefore n = 405$$

23) [정답] ④

[해설] 함수 $y=f(x)$ 가 X 의 확률밀도함수이므로

$$f(0)=0, \quad f(2)=2a, \quad f(5)=0$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 2a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}$$

$$\therefore P(2 \leq X \leq 4) = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{15}\right) = \frac{8}{15}$$

24) [정답] ③

[해설] ㄱ. 기다리는 시간은 어떤 범위에 속하는 임의의

실수의 값을 가지는 확률변수이므로 연속확률변수이다

ㄴ. 슛을 성공한 횟수는 셀 수 있는 확률변수이므로

이산확률변수이다.

ㄷ. 태풍 발생 횟수는 셀 수 있는 확률변수이므로

이산확률변수이다.

ㄹ. 형광등의 수명은 어떤 범위에 속하는 임의의 실수의 값을 가지는 확률변수이므로 연속확률변수이다.

25) [정답] ③

[해설] $P(0 \leq X \leq 40) = 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 20 \times \frac{1}{30} + \frac{1}{2} \times 20 \times \left\{ \left(k - \frac{1}{30}\right) + \left(k - \frac{1}{15}\right) \right\} = 1$$

$$\frac{1}{3} + 10 \left(2k - \frac{1}{10}\right) = 1$$

$$2k - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore k = \frac{1}{12}$$

$$P(X \geq \alpha) = \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times (40 - \alpha) \times \left\{ \left(\frac{1}{12} - \frac{\alpha}{600}\right) + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{15}\right) \right\} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times (40 - \alpha) \times \frac{60 - \alpha}{600} = \frac{1}{4}$$

$$(40 - \alpha)(60 - \alpha) = 300$$

$$\alpha^2 - 100\alpha + 2100 = (\alpha - 30)(\alpha - 70) = 0$$

$$20 \leq \alpha \leq 40 \text{ 이므로 } \alpha = 30 \text{ 이다.}$$

26) [정답] ④

[해설] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로

$$\frac{1}{2} \times a \times (b+2) = 1, \quad a(b+2) = 2$$

$$2P(0 \leq X \leq 2) = 3P(3 \leq X \leq b) \text{ 에 } \quad \text{서}$$

$$2 \left\{ \frac{1}{2} \times a \times (1+2) \right\} = 3 \left\{ \frac{1}{2} \times a \times (b-3) \right\}$$

$$2 = b - 3 \quad \therefore b = 5, \quad a = \frac{2}{7}$$

$$\therefore b - a = \frac{33}{7}$$

27) [정답] ③

[해설] 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 $x=m$ 에서 최댓값을 갖는다.따라서 확률 $P(a-1 \leq X \leq a+2)$ 가 최대가 되려면 $x=a-1$ 과 $x=a+2$ 의 중점이 $x=11$ 이어야 하므로

$$\frac{a-1+a+2}{2} = 11 \text{ 에서 } a = 10.5$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{\frac{6}{7}a} = 3$$

28) [정답] ③

[해설] 점수를 확률변수 X 라고 하면 X 는정규분포 $N(780, 25^2)$ 을 따르므로 확률변수

$$Z = \frac{X-780}{25} \text{ 은 표준정규분포 } N(0, 1) \text{ 을 따른다.}$$

점수가 809.5점 이상일 확률을 구하면

$$P(X \geq 809.5)$$

$$= P\left(Z \geq \frac{809.5-780}{25}\right)$$

$$= P(Z \geq 1.18) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.18)$$

$$= 0.5 - 0.3810$$

$$= 0.1190$$

즉, 2000명에 대하여 점수가 809.5점 이상인 응시자가

합격한 인원이므로 신입사원은 238명이다.

29) [정답] ①

[해설] ㄱ. A 프로그램 곡선이 더 왼쪽에 있으므로

A 프로그램의 평균 시청률은 B 프로그램의 평균 시청률보다 작다. (거짓)

ㄴ. B 프로그램 곡선이 더 높으므로 B 프로그램 시청률의 분산이 C 프로그램 시청률의 분산보다 더 작다. (거짓)

ㄷ. B 프로그램 시청률의 표준편차와 A 프로그램 시청률의 표준편차는 같다. (거짓)

ㄹ. A 프로그램 곡선이 더 왼쪽에 있으므로 C 프로그램의 평균 시청률은 A 프로그램의 평균 시청률 보다 더 크다. (거짓)

30) [정답] ③

[해설] 확률변수 $Z = \frac{X-85}{10}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$

을

따른다.

$$P(75 \leq X \leq k)$$

$$= P\left(\frac{75-85}{10} \leq Z \leq \frac{k-85}{10}\right)$$

$$= P\left(-1 \leq Z \leq \frac{k-85}{10}\right) = 0.1498 \text{ 이므로}$$

$$\frac{k-85}{10} < 0, \text{ 즉 } k < 85 \text{ 이고,}$$

$$P(0 \leq Z \leq 1) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{85-k}{10}\right) = 0.1498$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{85-k}{10}\right) = 0.3413 - 0.1498 = 0.1915$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$ 이므로

$$\frac{85-k}{10} = 0.5 \therefore k = 80$$

31) [정답] ②

[해설] 고무마 줄기의 길이를 확률변수 X 라고 하면

X 는 정규분포 $N(28, 3^2)$ 을 따르므로 확률변수

$$Z = \frac{X-28}{3} \text{ 은 표준정규분포를 따른다.}$$

이때 임의로 선택한 줄기의 길이가

25 cm 이하이거나 31 cm 이상일 확률은

$$P(X \leq 25) + P(X \geq 31)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{25-28}{3}\right) + P\left(Z \geq \frac{31-28}{3}\right)$$

$$= P(Z \leq -1) + P(Z \geq 1)$$

$$= 2 \times \{0.5 - P(0 \leq Z \leq 1)\}$$

$$= 2 \times (0.5 - 0.3413)$$

$$= 0.3174$$

32) [정답] ③

[해설] $P(X \leq 10) = P\left(Z \leq \frac{10-12}{4}\right) = P(Z \leq -0.5)$

$$P(Y \geq a) = P\left(Z \geq \frac{a-19}{3}\right)$$

두 확률이 같으려면 $\frac{a-19}{3} = 0.5$ 이어야 하므로

$$a = 19 + 1.5 = 20.5$$

33) [정답] ②

[해설] $P(X \geq 23) = P\left(Z \geq \frac{23-16}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{7}{\sigma}\right)$

$$P(X \leq a) = P\left(Z \leq \frac{a-16}{\sigma}\right)$$

두 확률이 같으려면 $\frac{a-16}{\sigma} = -\frac{7}{\sigma}$ 이어야 하므로

$$a = -7 + 16 = 9$$

34) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. 정규분포 $N(3, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의

그래프는 $x=3$ 에서 대칭인 종 모양의 곡선이다. (거짓)

ㄴ. 정규분포 $N(21, 3^2)$ 의 분산이 더 크므로 정규분포

$N(21, 3^2)$ 의 확률밀도함수의 그래프는 정규분포 $N(21, 2^2)$ 의 확률밀도함수의 그래프보다 낮으면서

양쪽으로 더 퍼져 있다. (참)

ㄷ. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고

n 이 충분히 클 때, X 는 근사적으로 정규분포 $N(np, npq)$ 를 따른다. n 이 충분히 크다는 것은

$$np \geq 5, \quad n(1-p) \geq 5 \text{ 를 만족하는 것인데}$$

$$10 \times \frac{1}{2} = 5 \geq 5 \text{ 이므로 확률변수 } X \text{ 는 근사적으로}$$

정규분포를 따른다. (참)

35) [정답] ③

[해설] $P(13 \leq X \leq 17) = P\left(\frac{13-17}{4} \leq Z \leq \frac{17-17}{4}\right)$

$$= P(-1 \leq Z \leq 0) = 0.3413$$

$$P(X \geq 22.04) = P\left(Z \geq \frac{22.04-17}{4}\right) = P(Z \geq 1.26)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.26) = 0.1038$$

$$\therefore P(13 \leq X \leq 17) + P(X \geq 22.04) = 0.4451$$

36) [정답] ④

[해설] 조건 (가)에서

$$P(X \geq 7) = P\left(Z \geq \frac{7-11}{\frac{1}{2}}\right) = P\left(Z \geq -\frac{4}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$P(X \leq a) = P\left(Z \leq \frac{a-11}{\frac{1}{2}}\right)$$

두 확률이 같으려면 $\frac{a-11}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}}$ 이어야 하므로

$$a = 4 + 11 = 15, \text{ 조건 (나)에서}$$

$$V(bX-7) = b^2 V(X) = \frac{1}{4} b^2 = 2,$$

$$b^2 = 8 \therefore b = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore ab = 30\sqrt{2}$$

37) [정답] ④

[해설] 현금으로 결제하는 사람 수를 확률변수 X 라고 하자.

$$m = 2100 \times \frac{3}{10} = 630,$$

$$\sigma = \sqrt{2100 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = 21$$

이므로 확률변수 X 는 근사적으로 정규분포 $N(630, 21^2)$ 을 따른다.

$$P(609 \leq X \leq k)$$

$$= P\left(\frac{609-630}{21} \leq Z \leq \frac{k-630}{21}\right)$$

$$= P\left(-1 \leq Z \leq \frac{k-630}{21}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 0) + P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-630}{21}\right)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-630}{21}\right)$$

$$= 0.3413 + P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-600}{20}\right) = 0.8185$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-630}{21}\right) = 0.4772$$

그런데 $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이므로

$$\frac{k-630}{21} = 2 \quad \therefore k = 672$$