◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-03-11
2) 제작자 : 교육지대㈜
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

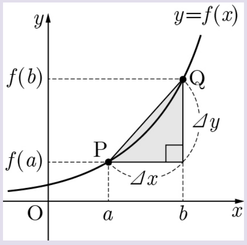
01 평균변화율과 미분계수

(1) 평균변화율

함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$

이고 평균변화율은 두 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$, $\mathrm{Q}(b, f(b))$를 지나는 직선 PQ의 기울기와 같다.



(2) 미분계수

함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

◪ 다음 함수에서 x의 값이 -1에서 1까지 변할 때의 평균변화율을 구하여라.

1. $f(x)=-x+2$

2. $f(x)=2x^2-3$

3. $f(x)=3x^3-1$

◪ x의 값이 [ ]와 같이 변할 때, 다음 함수의 평균변화율을 구하여라.

4. $f(x)=x^2$ [0에서 3까지]

5. $f(x)=x^2$ [1에서 5까지]

6. $f(x)=x^2$ [a에서 $a+h$까지]

7. $f(x)=-x^2+x$ [1에서 3까지]

8. $f(x)=x^2+x$ [a에서 $a+h$까지]

9. $f(x)=x^2-4x$ [-1에서 3까지]

10. $f(x)=3x^2-x$ [1에서 2까지]

11. $f(x)=x^3$ [a에서 $a+\Delta x$까지]

12. 함수 $f(x)=3x+1$에서 x의 값이 2에서 $2+\Delta x$까지 변할 때의 평균변화율을 구하여라.

13. 함수 $f(x)=3x+1$에서 x의 값이 2에서 $2+\Delta x$까지 변할 때의 평균변화율을 구하여라.

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

14. 함수 $f(x)=2x-3$에서 x의 값이 4에서 $4+\Delta x$까지 변할 때의 평균변화율을 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

15. $f(x)=x^2+3x$에서 x의 값이 1에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 6일 때, 상수 a의 값

16. 함수 $f(x)=x^2+2x$에서 x의 값이 1에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 6일 때, 상수 a의 값

17. 함수 $f(x)=x^2+2x-1$에서 x의 값이 1에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 10일 때, 상수 a의 값

18. $f(x)=x^2-3x+4$에서 x의 값이 2에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 7일 때, 상수 a의 값

19. 함수 $f(x)=x^2-ax+2$에서 x의 값이 2에서 4까지 변할 때의 평균변화율이 3일 때, 상수 a의 값

◪ 미분계수의 정의를 이용하여 다음 함수의 $x=1$에서의 미분계수를 구하여라.

20. $f(x)=x+2$

21. $f(x)=2x+3$

22. $f(x)=3x^2$

23. $f(x)=x^2+2x$

24. $f(x)=-3x^3+6x+1$

◪ 미분계수의 정의를 이용하여 다음 함수의 $x=2$에서의 미분계수를 구하여라.

25. $f(x)=3x+2$

26. $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$

27. $f(x)=x^2-3x$

28. $f(x)=-x^2+2x$

◪ 다음 함수의 $x=a$에서의 미분계수가 4일 때, 양수 a의 값을 구하여라.

29. $f(x)=x^2+2$

30. $f(x)=x^3+x+1$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 다음을 만족하는 상수 a의 값을 구하여라.

31. 함수 $f(x)=x^2-2x$에 대하여 x의 값이 1부터 2까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

32. 함수 $f(x)=x^2-x+1$에 대하여 x의 값이 1에서 a까지 변할 때의 평균변화율과 $x=1$에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

33. 함수 $f(x)=3x^2-2x$에 대하여 x의 값이 0에서 a까지 변할 때의 평균변화율과 $x=1$에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

34. 함수 $f(x)=x^3-1$에 대하여 x의 값이 1부터 4까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $1<a<4$)

35. 함수 $f(x)=x^3+x^2$에 대하여 x의 값이 a부터 1까지 변할 때의 평균변화율과 $x=1$에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $a\neq1$)

◪ 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=2$일 때, 다음 극한값을 구하여라.

36. $\lim_{h\to0}\frac{f(a-3h)-f(a)}{h}$

37. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+5h)-f(a)}{h}$

38. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+3h)-f(a-h)}{h}$

39. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+4h)-f(a-2h)}{h}$

◪ 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=1$일 때, 다음 극한값을 구하여라.

40. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+2h)-f(a)}{h}$

41. $\lim_{h\to0}\frac{f(a-2h)-f(a)}{h}$

42. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$

43. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}$

◪ 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)=-1$일 때, 다음 극한값을 구하여라.

44. $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^2-1}$

45. $\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-f(1)}{x-1}$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

46. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x^3-1}$

◪ 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)=2$, $f'(2)=4$일 때, 다음 극한값을 구하여라.

47. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x^2-4}$

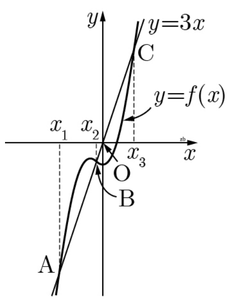
48. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)-2}{x^3-8}$

49. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2f(x)-xf(2)}{x-2}$

02 미분계수의 기하적 의미

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 기울기와 같다.

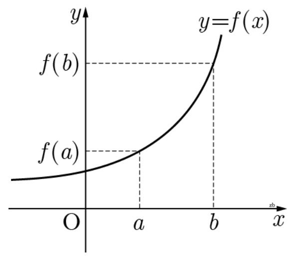
50. 함수 $f(x)=x^3+x^2-1$에 대하여 다음과 같이 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=3x$의 세 교점 A, B, C의 x좌표를 각각 x_1, x_2, x_3이라 할 때, $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}+\dfrac{f(x_3)-f(x_1)}{x_3-x_1}$의 값을 구하여라.



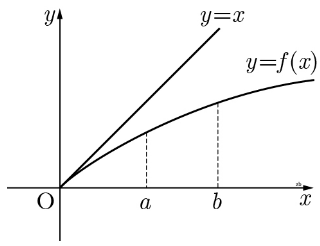
51. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때,

$$A=\frac{f(b)-f(a)}{b-a},\ B=f'(a),\ C=f'(b)$$

의 크기를 비교하여라.



52. 다음은 $x\ge0$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$를 나타낸 것이다. $0<a<b$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.



<보기>

ㄱ. $\dfrac{f(a)}{a}<\dfrac{f(b)}{b}$　　ㄴ. $f(b)-f(a)>b-a$

ㄷ. $f'(a)>f'(b)$

◪ 다음 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 주어진 점에서의 접선의 기울기를 구하여라.

53. $f(x)=x^2$, 점 $(2,4)$

54. $f(x)=2x^2$, 점 $(-1,\ 2)$

55. $f(x)=x^2-2$, 점 $(1,-1)$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

56. $f(x)=2x^2+3$, 점 $(-1, 5)$

57. $f(x)=3x^2-4$, 점 $(1,\ -1)$

58. $f(x)=x^2+2x$, 점 $(1,\ 3)$

59. $f(x)=x^2+4x$, 점 $(1, 5)$

60. $f(x)=x^2-6x$, 점 $(3, -9)$

61. $f(x)=x^2-3x-2$, 점 $(3,\ -2)$

62. $f(x)=2x^2+x-5$, 점 $(2,\ 5)$

63. $f(x)=x^3+4$, 점 $(2,\ 12)$

03 미분가능성과 연속성

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
그러나 그 역은 성립하지 않는다.

64. 다음은 함수 $f(x)=x|x|$의 $x=0$에서의 연속성과 미분가능성을 조사하는 과정이다. 다음 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 구하여라.

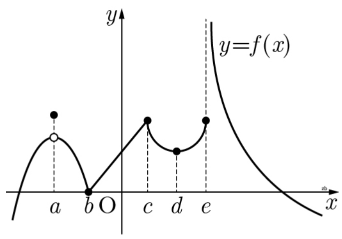
(ⅰ) $\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)=0$이므로 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(ⅱ) $\lim_{x\to 0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0+}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to 0+}x=0$,

$\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0-}\frac{-x^2}{x}=\lim_{x\to 0-}(-x)=0$

이므로 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 하다.

◪ $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 물음에 답하여라.



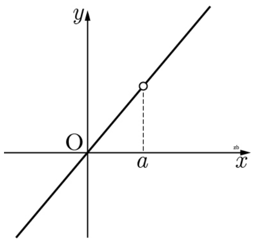
65. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 불연속인 x의 값을 모두 구하여라.

66. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 미분가능하지 않은 x의 값을 모두 구하여라.

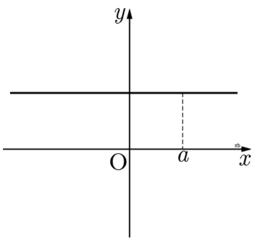
족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

◪ 그래프가 다음과 같은 함수 중 $x=a$에서 미분가능한 것에는 ○표, 미분가능하지 않은 것에는 ×표 하여라.

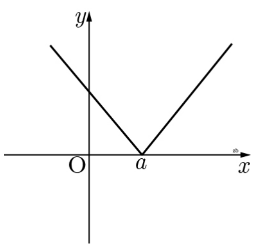
67. (　　)



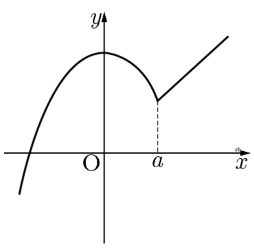
68. (　　)



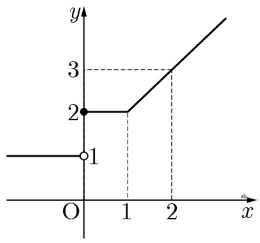
69. (　　)



70. (　　)



◪ 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표 하여라.



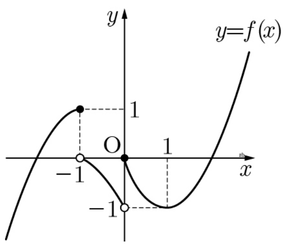
71. $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다. (　　)

72. $xf(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다. (　　)

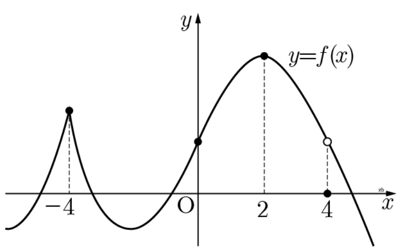
73. $x^2f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다. (　　)

◪ $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 미분가능하지 않은 x의 값을 모두 구하여라.

74.

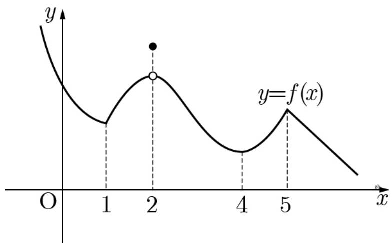


75.



족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

76.



◪ 다음 함수 $f(x)$에 대하여 $x=0$에서의 연속성과 미분가능성을 조사하여라.

77. $f(x)=|x|$

78. $f(x)=x+|x|$

79. $f(x)=x|x|$

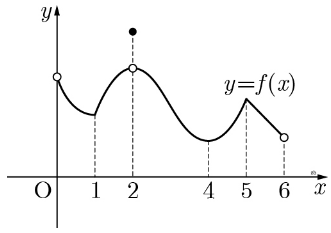
80. $f(x)=3x^2+|x|$

81. $f(x)=\begin{cases} x & (x \geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$

82. $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$

83. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \geq 1) \\ -x^2+2 & (x<1) \end{cases}$의 $x=1$에서의 연속성과 미분가능성을 조사하여라.

84. $0<x<6$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.



<보기>

ㄱ. $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$의 값이 존재한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점은 2개이다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 접선의 기울기가 0인 점은 3개이다.

◪ 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능할 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

85. $f(x)=\begin{cases} x^3 & (x \geq 1) \\ ax+b & (x<1) \end{cases}$

86. $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \geq 1) \\ ax+b & (x<1) \end{cases}$

87. $f(x)=\begin{cases} ax-1 & (x \geq 1) \\ x^2-b & (x<1) \end{cases}$

88. $f(x)=\begin{cases} -x^2+4x-1 & (x \leq 1) \\ ax+b & (x>1) \end{cases}$

89. $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx & (x \leq 1) \\ 2bx+1 & (x>1) \end{cases}$

90. $f(x)=\begin{cases} ax^2+3 & (x \leq 1) \\ x^2+ax+b & (x>1) \end{cases}$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

정답 및 해설

1) -1

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)}=\dfrac{1-3}{2}=-1$

2) 0

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)}=\dfrac{-1-(-1)}{2}=0$

3) 3

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)}=\dfrac{2-(-4)}{2}=3$

4) 3

⇨ 평균변화율은 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$이므로

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(3)-f(0)}{3-0}=\dfrac{9}{3}=3$

5) 6

⇨ 평균변화율은 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$이므로

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(5)-f(1)}{5-1}=\dfrac{24}{4}=6$

6) $2a+h$

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a}=\dfrac{(a+h)^2-a^2}{h}$

$=\dfrac{2ah+h^2}{h}=2a+h$

7) -3

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=\dfrac{(-3^2+3)-(-1^2+1)}{2}$

$=\dfrac{-6-0}{2}=-3$

8) $2a+h+1$

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a}$

$=\dfrac{(a+h)^2+(a+h)-(a^2+a)}{h}$

$=\dfrac{a^2+2ah+h^2+a+h-a^2-a}{h}=\dfrac{2ah+h^2+h}{h}$

$=2a+h+1$

9) -2

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}$

$=\dfrac{(3^2-4\times 3)-\{(-1)^2-4\times(-1)\}}{4}=-2$

10) 8

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{(3\times 2^2-2)-(3\times 1^2-1)}{1}=8$

11) $3a^2+3a\Delta x+(\Delta x)^2$

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{(a+\Delta x)-a}=\dfrac{(a+\Delta x)^3-a^3}{\Delta x}$

$=\dfrac{3a^2\Delta x+3a(\Delta x)^2+(\Delta x)^3}{\Delta x}$

$=3a^2+3a\Delta x+(\Delta x)^2$

12) 3

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\dfrac{\{3(2+\Delta x)+1\}-7}{\Delta x}=\dfrac{3\Delta x}{\Delta x}=3$

13) 3

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{(2+\Delta x)-2}=\dfrac{\{3(2+\Delta x)+1\}-7}{\Delta x}$

$=\dfrac{3\Delta x}{\Delta x}=3$

14) 2

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(4+\Delta x)-f(4)}{\Delta x}=\dfrac{\{2(4+\Delta x)-3\}-5}{\Delta x}$

$=\dfrac{2\Delta x}{\Delta x}=2$

15) 2

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a)-f(1)}{a-1}=\dfrac{(a^2+3a)-4}{a-1}$

$=\dfrac{(a+4)(a-1)}{a-1}=a+4$

즉, $a+4=6$이므로 $a=2$

16) 3

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a)-f(1)}{a-1}=\dfrac{(a^2+2a)-(1^2+2\times 1)}{a-1}$

$=\dfrac{a^2+2a-3}{a-1}=\dfrac{(a+3)(a-1)}{a-1}=a+3$

즉, $a+3=6$에서 $a=3$

17) 7

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a)-f(1)}{a-1}$

$=\dfrac{(a^2+2a-1)-(1^2+2\times 1-1)}{a-1}$

$=\dfrac{a^2+2a-3}{a-1}=\dfrac{(a+3)(a-1)}{a-1}=a+3$

즉, $a+3=10$에서 $a=7$

18) 8

⇨ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a)-f(2)}{a-2}=\dfrac{(a^2-3a+4)-2}{a-2}$

$=\dfrac{a^2-3a+2}{a-2}=\dfrac{(a-2)(a-1)}{a-2}=a-1$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

즉, $a-1=7$이므로 $a=8$

19) 3

⇨ $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=3$이므로

$\dfrac{16-4a+2-(4-2a+2)}{2}=-a+6=3 \quad \therefore a=3$

20) 1

⇨ $f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{(1+\Delta x)+2\}-3}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta x}=1$

21) 2

⇨ $f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{2(1+\Delta x)+3\}-(2\cdot 1+3)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{2\Delta x}{\Delta x}=2$

22) 6

⇨ $f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{3(1+\Delta x)^2-3}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(6+3\Delta x)=6$

23) 4

⇨ $f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{(1+\Delta x)^2+2(1+\Delta x)\}-(1^2+2\cdot 1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4$

24) -3

⇨ $f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{-3(1+\Delta x)^3+6(1+\Delta x)+1\}-4}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-3\Delta x-9(\Delta x)^2-3(\Delta x)^3}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\{-3-9\Delta x-3(\Delta x)^2\}=-3$

25) 3

⇨ $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{3(2+\Delta x)+2\}-(3\times 2+2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{3\Delta x}{\Delta x}=3$

26) -2

⇨ $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-\frac{1}{2}(2+\Delta x)^2-\left(-\frac{1}{2}\times 2^2\right)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left(-\dfrac{1}{2}\Delta x-2\right)=-2$

27) 1

⇨ $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{(2+\Delta x)^2-3(2+\Delta x)\}-(2^2-3\times 2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(1+\Delta x)=1$

28) -2

⇨ $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\{-(2+\Delta x)^2+2(2+\Delta x)\}-(-2^2+2\times 2)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(-2-\Delta x)=-2$

29) 2

⇨ $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x^2+2)-(a^2+2)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x+a)(x-a)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}(x+a)=2a$

$2a=4$에서 $\quad a=2$

30) 1

⇨ $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x^3+x+1)-(a^3+a+1)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x-a)(x^2+ax+a^2+1)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}(x^2+ax+a^2+1)=3a^2+1$

$3a^2+1=4$에서 $\quad a=1$ ($\because$ $a>0$)

31) $\dfrac{3}{2}$

⇨ x의 값이 1부터 2까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율은

$\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{0-(-1)}{1}=1$

$x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-2x-a^2+2a}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x-a)(x+a-2)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}(x+a-2)=2a-2$

따라서 $2a-2=1$이므로 $a=\dfrac{3}{2}$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

32) 1

⇨ x의 값이 1부터 a까지 변할 때의 $f(x)$의 평균변화율은 $\dfrac{f(a)-f(1)}{a-1}=\dfrac{a^2-a}{a-1}=a$

$x=1$에서의 미분계수는 $f'(1)$은

$f'(1)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-x+1-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x(x-1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}x=1$

$\therefore a=1$

33) 2

⇨ x의 값이 0부터 a까지 변할 때의 $f(x)$의 평균변화율은 $\dfrac{f(a)-f(0)}{a-0}=\dfrac{3a^2-2a}{a}=3a-2$

$x=1$에서의 미분계수 $f'(1)$은

$f'(1)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-2x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}(3x+1)=4$

따라서 $3a-2=4$이므로 $a=2$

34) $\sqrt{7}$

⇨ x의 값이 1부터 4까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율은

$\dfrac{f(4)-f(1)}{4-1}=\dfrac{63}{3}=21$

또, $x=a$에서의 미분계수는

$f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^3-a^3}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x-a)(x^2+ax+a^2)}{x-a}$

$=\lim\limits_{x\to a}(x^2+ax+a^2)=3a^2$

따라서 $3a^2=21$에서 $a^2=7$

$\therefore\ a=\sqrt{7}\ (\because\ 1<a<4)$

35) -3

⇨ x의 값이 a부터 1까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율은

$\dfrac{f(1)-f(a)}{1-a}=\dfrac{2-a^3-a^2}{1-a}=a^2+2a+2$

또, $x=1$에서 미분계수는

$f'(1)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3+x^2-2}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}(x^2+2x+2)=5$

따라서 $a^2+2a+2=5$에서

$a^2+2a-3=0,\ (a-1)(a+3)=0$

$\therefore\ a=-3\ (\because\ a\neq1)$

36) -6

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-3h)-f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-3h)-f(a)}{-3h}\times(-3)$

$=f'(a)\times(-3)=-6$

37) 10

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+5h)-f(a)}{h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+5h)-f(a)}{5h}\times5$

$=5f'(a)=5\cdot2=10$

38) 8

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+3h)-f(a-h)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+3h)-f(a)-f(a-h)+f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+3h)-f(a)}{h}-\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-h)-f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+3h)-f(a)}{3h}\times3$

$-\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-h)-f(a)}{-h}\times(-1)$

$=3f'(a)+f'(a)=4f'(a)=4\cdot2=8$

39) 12

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+4h)-f(a-2h)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+4h)-f(a)-f(a-2h)+f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+4h)-f(a)}{h}-\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+4h)-f(a)}{4h}\times4$

$-\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{-2h}\times(-2)$

$=4f'(a)+2f'(a)$

$=6f'(a)=6\cdot2=12$

40) 2

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)}{2h}\times2$

$=f'(a)\times2=2$

41) -2

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{-2h}\times(-2)$

$=f'(a)\times(-2)=-2$

42) 3

⇨ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(a+2h)-f(a)-f(a-h)+f(a)}{h}$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{f(a+2h)-f(a)}{h}-\frac{f(a-h)-f(a)}{h}\right\}$

$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{f(a+2h)-f(a)}{2h}\times2+\frac{f(a-h)-f(a)}{-h}\right\}$

$=2f'(a)+f'(a)=3f'(a)=3\times1=3$

43) 2

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}$

$=\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)+f(a)-f(a-h)}{h}$

$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f(a-h)-f(a)}{h}\right\}$

$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{f(a+h)-f(a)}{h}+\frac{f(a-h)-f(a)}{-h}\right\}$

$=f'(a)+f'(a)$

$=2f'(a)=2\times1=2$

44) $-\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^2-1}=\lim_{x\to1}\left\{\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\times\frac{1}{x+1}\right\}$

$=f'(1)\times\frac{1}{2}=-1\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

45) -2

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\left\{\frac{f(x^2)-f(1)}{x^2-1}\times(x+1)\right\}$

$=f'(1)\times2=(-1)\times2=-2$

46) $-\frac{1}{3}$

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^3-1}=\lim_{x\to1}\left\{\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\times\frac{1}{x^2+x+1}\right\}$

$=f'(1)\times\frac{1}{3}=(-1)\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$

47) 1

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}\times\frac{1}{x+2}$

$=f'(2)\times\frac{1}{4}=4\times\frac{1}{4}=1$

48) $\frac{1}{3}$

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-2}{x^3-8}=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}\times\frac{1}{x^2+2x+4}$

$=f'(2)\times\frac{1}{12}=4\times\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$

49) 6

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{2f(x)-xf(2)}{x-2}$

$=\lim_{x\to2}\frac{2f(x)-2f(2)+2f(2)-xf(2)}{x-2}$

$=2\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}-\lim_{x\to2}\frac{(x-2)f(2)}{x-2}$

$=2f'(2)-f(2)=2\cdot4-2=6$

50) 6

⇨ $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$의 값은 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기와 같고, $\frac{f(x_3)-f(x_1)}{x_3-x_1}$의 값은 두 점 A, C를 지나는 직선의 기울기와 같으므로

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}+\frac{f(x_3)-f(x_1)}{x_3-x_1}=3+3=6$

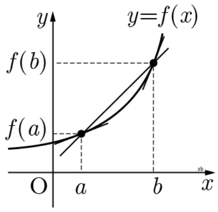
51) $B<A<C$

⇨ A는 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$를 지나는 직선의 기울기를 의미한다.

B는 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기를 의미한다.

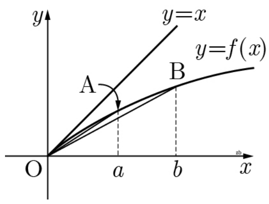
C는 점 $(b,\ f(b))$에서의 접선의 기울기를 의미한다.

따라서 그림에 의하여 $B<A<C$이다.



52) ㄷ

⇨ 두 점 A, B의 좌표를 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$라 하면



ㄱ. $\frac{f(a)}{a}$는 원점과 점 A를 지나는 직선의 기울기이고, $\frac{f(b)}{b}$는 원점과 점 B를 지나는 직선의 기울기이므로 $\frac{f(a)}{a}>\frac{f(b)}{b}$ (거짓)

ㄴ. 직선 AB의 기울기는 1보다 작으므로

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}<1$

이때, $b-a>0$이므로 $f(b)-f(a)<b-a$ (거짓)

ㄷ. $f'(a)$는 점 A에서의 접선의 기울기이고, $f'(b)$는 점 B에서의 접선의 기울기이므로 $f'(a)>f'(b)$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

53) 4

⇨ 점 $(2,4)$에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$와 같으므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

$f'(2)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(2+\Delta x)^2-4}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4$

54) -4

⇨ 점 $(-1,\ 2)$에서의 접선의 기울기는 $f'(-1)$과 같으므로

$f'(-1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(-1+\Delta x)-f(-1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2(-1+\Delta x)^2-2}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(-4+2\Delta x)=-4$

55) 2

⇨ 점 $(1,-1)$에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$과 같으므로

$f'(1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(1+\Delta x)^2-2\}-(1^2-2)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(2+\Delta x)=2$

56) -4

⇨ 점 $(-1,5)$에서의 접선의 기울기는 $f'(-1)$과 같으므로

$f'(-1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(-1+\Delta x)-f(-1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{2(-1+\Delta x)^2+3\}-\{2\cdot(-1)^2+3\}}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(-4+2\Delta x)=-4$

57) 6

⇨ 점 $(1,\ -1)$에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$과 같으므로

$f'(1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{3(1+\Delta x)^2-4\}-(-1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(6+3\Delta x)=6$

58) 4

⇨ 점 $(1,\ 3)$에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$과 같으므로

$f'(1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(1+\Delta x)^2+2(1+\Delta x)\}-3}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4$

59) 6

⇨ 점 $(1,5)$에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$과 같으므로

$f'(1)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(1+\Delta x)^2+4(1+\Delta x)\}-(1^2+4\cdot 1)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(6+\Delta x)=6$

60) 0

⇨ 점 $(3,-9)$에서의 접선의 기울기는 $f'(3)$과 같으므로

$f'(3)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(3+\Delta x)-f(3)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(3+\Delta x)^2-6(3+\Delta x)\}-(3^2-6\cdot 3)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\Delta x=0$

61) 3

⇨ 점 $(3,\ -2)$에서의 접선의 기울기는 $f'(3)$과 같으므로

$f'(3)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(3+\Delta x)-f(3)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(3+\Delta x)^2-3(3+\Delta x)-2\}-(-2)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(3+\Delta x)=3$

62) 9

⇨ 점 $(2,\ 5)$에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$와 같으므로

$f'(2)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{2(2+\Delta x)^2+(2+\Delta x)-5\}-5}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}(9+2\Delta x)=9$

63) 12

⇨ 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 12)$에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$와 같으므로

$f'(2)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(2+\Delta x)^3+4\}-12}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{12\Delta x+6(\Delta x)^2+(\Delta x)^3}{\Delta x}$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\{12+6\Delta x+(\Delta x)^2\}=12$

64) (가) 연속 (나) 미분가능

65) $x=a,\ x=e$

⇨ 함수 $y=f(x)$가 $x=t$에서 연속이면

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

$f(t)=\lim_{x\to t}f(x)$를 만족한다.

따라서 함수 $y=f(x)$는 $x=a$와 $x=e$에서 불연속이다.

66) $x=a,\ x=b,\ x=c,\ x=e$

⇨ 함수 $y=f(x)$가 $x=t$에서 미분가능하면 함수 $y=f(x)$는 $x=t$에서 연속이고 $f'(t)$가 존재한다.

따라서 함수 $y=f(x)$는 $x=a,\ x=b,\ x=c,\ x=e$에서 미분가능하지 않다.

67) ×

⇨ $x=a$에서 연속이 아니므로 미분가능하지 않다.

68) ○

⇨ $x=a$에서 연속이고, $f'(a)=0$이므로 미분가능하다.

69) ×

⇨ $f'(a)$가 존재하지 않으므로 $x=a$에서 미분가능하지 않다.

70) ×

⇨ $f'(a)$가 존재하지 않으므로 $x=a$에서 미분가능하지 않다.

71) ×

⇨ $\lim_{h\to 0+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{h}{h}=1$

$\lim_{h\to 0-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0-}\frac{0}{h}=0$

이므로 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하지 않다.

72) ×

⇨ $xf(x)=g(x)$라고 할 때,

$\lim_{h\to 0}\frac{g(0+h)-g(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{hf(h)}{h}=\lim_{h\to 0}f(h)$

또, $\lim_{h\to 0+}f(h)=2\neq\lim_{h\to 0-}f(h)=1$

이므로 $\lim_{h\to 0}f(h)$는 존재하지 않는다.

즉, $xf(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다.

73) ○

⇨ $x^2f(x)=k(x)$라고 할 때,

$\lim_{h\to 0}\frac{k(0+h)-k(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^2f(h)}{h}=\lim_{h\to 0}hf(h)=0$

따라서 $x^2f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

74) $-1,\ 0$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=-1,\ x=0$에서 미분가능하지 않다.

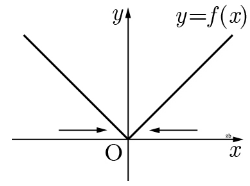
75) $-4,\ 4$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=-4,\ x=4$에서 미분가능하지 않다.

76) $1,\ 2,\ 5$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1,\ x=2,\ x=5$에서 미분가능하지 않다.

77) 연속이지만 미분가능하지 않다.

⇨ 

$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}|x|=0,\ f(x)=0$이므로

$\lim_{x\to 0}f(x)=f(0)$

따라서 함수 $f(x)=|x|$는 $x=0$에서 연속이다.

그런데

$\lim_{x\to 0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0+}\frac{x}{x}=1$

$\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0-}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0-}\frac{-x}{x}=-1$

이므로 $f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)=|x|$는 $x=0$에서 연속이지만 미분 가능하지 않다.

78) 연속이지만 미분가능하지 않다.

⇨ $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}(x+|x|)=0,\ f(0)=0$이므로

$\lim_{x\to 0}f(x)=f(0)$

따라서 함수 $f(x)=x+|x|$는 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{x\to 0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0+}\frac{x+|x|}{x}$

$=\lim_{x\to 0+}\frac{x+x}{x}=2$

$\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0-}\frac{x+|x|}{x}$

$=\lim_{x\to 0-}\frac{x-x}{x}=0$

이므로 $f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)=x+|x|$는 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

79) 연속이고 미분가능하다.

⇨ $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}x|x|=0,\ f(0)=0$이므로

$\lim_{x\to 0}f(x)=f(0)$

따라서 함수 $f(x)=x|x|$는 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{x\to 0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0+}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to 0+}x=0$

$\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0-}\frac{-x^2}{x}=\lim_{x\to 0-}(-x)=0$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

이므로 $f'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$이 존재한다.

따라서 함수 $f(x)=x|x|$는 $x=0$에서 연속이고 미분가능하다.

80) 연속이지만 미분가능하지 않다.

⇨ $\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0}(3x^2+|x|)=0$, $f(0)=0$이므로

$\lim_{x\to0}f(x)=f(0)$

따라서 함수 $f(x)=3x^2+|x|$는 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{x\to0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to0+}\frac{3x^2+x}{x}=\lim_{x\to0+}(3x+1)=1$

$\lim_{x\to0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to0-}\frac{3x^2-x}{x}=\lim_{x\to0-}(3x-1)=-1$

이므로 $f'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)=3x^2+|x|$는 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

81) 연속이고, 미분가능하지 않다.

⇨ $\lim_{x\to0}f(x)=f(0)$이므로

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{h\to0+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0+}\frac{h}{h}=1$

$\lim_{h\to0-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=0$

이므로 $f'(0)$이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다.

82) 연속이고, 미분가능하다.

⇨ $\lim_{x\to0}f(x)=f(0)$이므로 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{h\to0+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0+}\frac{h^2}{h}=0$

$\lim_{h\to0-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=0$이므로 $f'(0)=0$이다.

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

83) 연속이고 미분가능하지 않다.

⇨ (ⅰ) $f(1)=1$이고,

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}x^2=1$,

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(-x^2+2)=1$

이므로 $\lim_{x\to1}f(x)=1$

$\therefore\ \lim_{x\to1}f(x)=f(1)$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

(ⅱ) $\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1+}(x+1)=2$,

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{(-x^2+2)-1}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{-(x^2-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\{-(x+1)\}=-2$

이므로 $f'(1)$의 값이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하지 않다.

84) ㄱ

⇨ ㄱ. $\lim_{x\to2-}f(x)=\lim_{x\to2+}f(x)$이므로 $\lim_{x\to2}f(x)$의 값이 존재한다. (참)

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=1$, $x=2$, $x=5$에서 미분가능하지 않으므로 미분가능하지 않은 점은 3개이다. (거짓)

ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 접선의 기울기가 0인 점은 $x=4$인 점 1개이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

85) $a=3$, $b=-2$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1+}f(x)$에서 $\lim_{x\to1-}(ax+b)=\lim_{x\to1+}x^3$

$\therefore\ a+b=1$ … ㉠

또, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$에서

$\lim_{x\to1-}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{x^3-1}{x-1}$

$\lim_{x\to1-}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}$

$\therefore\ a=3$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=3$, $b=-2$

86) $a=2$, $b=-1$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1-}f(x)$는 $\lim_{x\to1+}x^2=\lim_{x\to1-}(ax+b)$

$\therefore\ a+b=1$ … ㉠

또, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}(x+1)=2$,

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{a(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}a=a$

에서 $a=2$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=2$, $b=-1$

87) $a=2$, $b=0$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-ECN-0199-2019-001-000244110

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(ax-1)=a-1$,

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(x^2-b)=1-b$

에서 $a-1=1-b$ $\therefore a+b=2$ … ㉠

또, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{ax-1-(a-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}\frac{a(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}a=a$

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{x^2-b-(1-b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}(x+1)=2$

에서 $a=2$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=2$, $b=0$

88) $a=2$, $b=0$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(-x^2+4x-1)=2$,

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(ax+b)=a+b$

에서 $a+b=2$ … ㉠

또, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{-x^2+4x-1-2}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{-(x-1)(x-3)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\{-(x-3)\}=2$

$\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}a=a$

에서 $a=2$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=2$, $b=0$

89) $a=-1$, $b=-2$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(ax^2+bx)=a+b$,

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(2bx+1)=2b+1$

에서 $a+b=2b+1$ $\therefore a-b=1$ … ㉠

또, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{ax^2+bx-(a+b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{(x-1)(ax+a+b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}(ax+a+b)=2a+b$

$\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{2bx+1-(2b+1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}\frac{2b(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}2b=2b$

에서 $2a+b=2b$ $\therefore 2a-b=0$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $a=-1$, $b=-2$

90) $a=2$, $b=2$

⇨ 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이므로

$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(ax^2+3)=a+3$,

$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(x^2+ax+b)=1+a+b$

에서 $a+3=1+a+b$ $\therefore b=2$ … ㉠

또 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-}\frac{ax^2+3-(a+3)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}\frac{a(x-1)(x+1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1-}a(x+1)=2a$

$\lim_{x\to1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1+}\frac{x^2+ax+b-(1+a+b)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}\frac{(x-1)(x+a+1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1+}(x+a+1)=a+2$

에서 $2a=a+2$ $\therefore a=2$ …㉡

㉠, ㉡에서 $a=2$, $b=2$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331