85.3

2021학년도 2학기 2차 지필평가 (수학 II)과

2021년 12월 15일 1교시 2학년 (1~8)반 (8)학급	과목코드 (02)

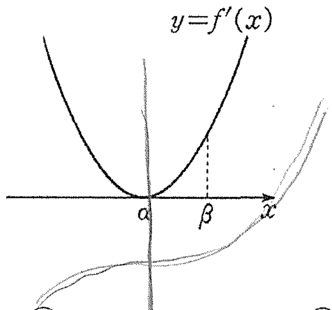
○ 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하시오.

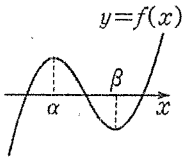
○ [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ⬮와 같이 표기하시오.

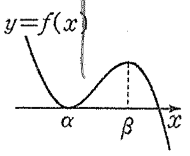
○ [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).

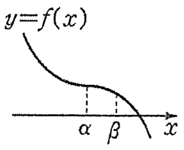
○ **선택형: 20문항(90점), 논술형: 2문항(10점), • 총점: 100점**

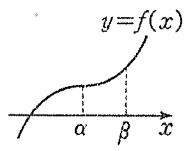
1. 삼차함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형으로 가장 적절한 것은? [4.2점]

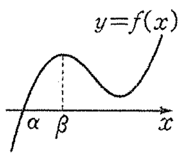


①


②


③


④


⑤


2. 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+5$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, $M-m$의 값은? [4.4점]

M=5

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 25

$f'(x)=3x^2-6x$

$=3x(x-2)$

$x=0$ or 2

(0,5) (-2,-15) (3,5) (2,1)

3. $a>0$인 실수 a에 대하여 닫힌구간 $[0, a]$에서 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x$의 최댓값을 $g(a)$라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=1$이면 $g(a)=4$이다.

ㄴ. $1<a<4$이면 $g(a)>f(a)$이다.

ㄷ. $a>4$는 $g(a)=f(a)$이기 위한 필요충분조건이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$f'(x)=3x^2-12x+9$

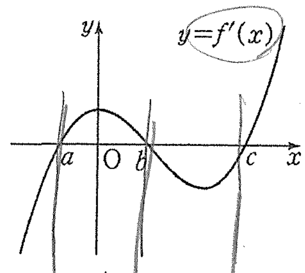
$3(x^2-4x+3)$

$(x-3)(x-1)$

$x=1$ or 3

(1,4) (3,0) (5,20)

4. 다항함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. $f(a)=0$, $f(b)>2$, $f(c)<-1$일 때, 방정식 $f(x)+1=0$의 서로 다른 실근의 개수는? [4.5점]



$f(x)=(x-a)(x-b)$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$-27+27$

5. 방정식 $x^3+3x^2-9x-a=0$이 서로 다른 두 개의 음의 근과 한 개의 양의 근을 갖기 위한 자연수 a의 개수는? [4.6점]

① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

$x^3+3x^2-9x=a$

$3x^2+6x-9$

$3(x^2+2x-3)$

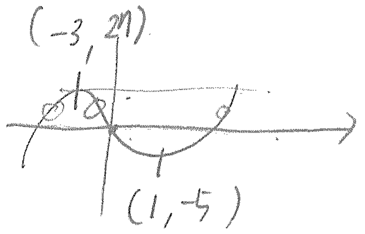
3, -1

$x=1$ or -3

$1+3-9$

$4-9$

$0<a<27$



$0<a<3$

(12)

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x)=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$를 갖고, $\beta-\alpha=\gamma-\beta$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.9점]

< 보 기 >

ㄱ. 방정식 $f(x)=f(\alpha)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄴ. $f(\beta)=0$이면 방정식 $|f(x)|=k$가 서로 다른 네 실근을 가지는 실수 k가 존재한다.

ㄷ. 방정식 $|f(x)|=f(\beta)$가 서로 다른 다섯 개의 실근을 가지면 $f(\alpha)+f(\beta)=0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-12t$일 때, 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때의 시각 t는? [4.1점]

$V=0$

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

$x'=3t^2-12$

$3(t^2-4)$

$t=\pm 2$

$t=2$

8. 등식 $\int f(x)dx=-x^3+2x^2+C$를 만족하는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값은? (단, C는 적분상수) [4.1점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{11}{12}$ ⑤ 1

$f(x)=-3x^2+4x$

$f(1)=1$

$\int f(x) = -x^3+1^2+C$

9. 함수 $f(x)=\int 3(x-1)(x+1)\,dx$에 대하여 $f(1)=2$일 때, $f(0)$의 값은? [4.3점]

$3(x^2-1)$ $3x^2-3$ $3x^2-1$ $3x^2-3$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$f(x)=$ ~~x^3-x+c~~

x^3-3x+4

$f(1)=1-3+c=2$

$c=4$

f'

10. 정적분 $\int_0^3 x^2\,dx$의 값은? [4.0점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$\frac{27}{3}$

11. 정적분 $f(x)=\int_0^x (t^2+2t)\,dt$에서 $f'(1)$의 값은? [4.3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x)=x^2+2x$

$f'(1)=1+2$

12. $\int_1^x (t+1)f(t)\,dt=x^3+x^2-x+a$를 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여 $a+f(1)$의 값은? [4.6점]

$-1+2$

$1+1-1+a=0$

$a=-1$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\int_1^x tf(t)\,dt+\int_1^x f(t)\,dt=x^3+x^2-x+a$

$xf(x)+f(x)=3x^2+2x-1$

$(x+1)f(x)=(3x-1)(x+1)$

$f(x)=3x-1$

$3x^2+2x-1$

$3 \quad -1 \quad -1$

$1 \quad +1 \quad 3$

$f(1)=2$

$1+1-1+a=0$

$a=-1$

13. 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=\int_0^x |t-a|\,dt$라 하자. 함수 $f(x)=5$가 되는 x의 값을 $g(a)$라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.0점]

< 보 기 >

ㄱ. $g(0)=\sqrt{10}$이다.

ㄴ. $g(k)<0$인 실수 k가 존재한다.

ㄷ. $0<a<\sqrt{10}$일 때, $g(a)-a=\sqrt{10-a^2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. $\int_1^2 (4x^2+2x)dx - \int_1^2 (x^2+2x)dx$ 의 값은? [4.2점]

$(-x^2-2x)dx$

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$\int_1^2 3x^2\,dx$

$[x^3]_1^2$

$8-1$

15. 실수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=(x-1)(x-a)$라 하자. 함수 $g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$가 두 개의 극값을 갖도록 하는 정수 a의 최솟값은? [4.9점]

$x^2-(a+1)x+a$

$g(0)=0$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt+\cancel{x^2f(x)-x^2f(x)}$

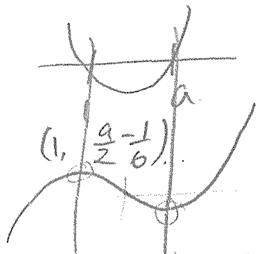
$=2x\int_0^x (x^2-(a+1)x+a)\,dx$

$F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{(a+1)}{2}x^2+ax$

$a>3$

$a>\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}-\frac{a+1}{2}+a$



$(1, \frac{a}{2}-\frac{1}{6})$

$(a, -\frac{1}{6}a^3+\frac{a^2}{2})$

$-(\frac{a}{2}-\frac{1}{6})(-\frac{1}{6}a^3+\frac{a^2}{2})<0$

$(3a-1)(-a^3+3a^2)<0$

16. 정적분 $\int_{-2}^0 |x^2-1|dx-\int_2^0 |1-x^2|dx$ 의 값은? [4.7점]

$|x^2-1|$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$-\frac{1}{3}+1-\frac{1}{3}+1$

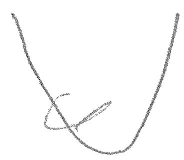
$\int_{-2}^0 |x^2-1|dx+\int_0^2 |x^2-1|dx$

$2-\frac{2}{3}$

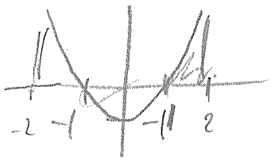
$\int_{-2}^2 |x^2-1|\,dx$

$[-\frac{1}{3}x^3+x]_{-1}^1$

$-\frac{1}{3}+1-(\frac{1}{3}-1)$



$\int_{-2}^{-1} x^2-1\,dx+\int_{-1}^1 -x^2+1\,dx$



$+2\int_1^2 x^2-1\,dx$

$2\int_1^2 x^2-1\,dx$

$[\frac{1}{3}x^3-x]_1^2$

$\frac{8}{3}-2-\frac{1}{3}+1$

$\frac{8}{3}$

$\frac{7}{3}-\frac{3}{3}$

17. 곡선 $y=-x^2+x$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.4점]

$-x(x-1)$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\int_0^1(-x^2+x)dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right]_0$

$=-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ $\frac{-2+3}{6}=\frac{1}{6}$

18. $x\geq0$일 때, 함수 $f(x)=x^3$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.7점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

$x^3=x$

$x^3-x=0$

$x(x^2-1)=0$

$x=1$

$\frac{1}{4}$

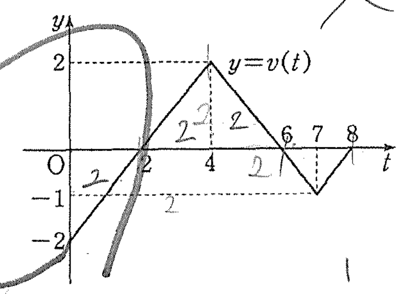
$\int_0^1(x-x^3)dx$

$\left[\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x^4\right]_0^1$

$\frac{2}{4}-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$

19. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 t초 후의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳지 않은 것은? [4.5점]



6+1

① $t=2$에서 점 P가 움직이는 방향이 바뀐다. O

② $t=4$에서 점 P는 원점을 지난다. O

③ $t=6$에서 점 P의 위치는 2이다. O

④ $t=8$에서 점 P는 다시 원점을 지난다. X

⑤ 출발 후 8초 동안 점 P가 움직인 거리는 7이다. O

$3(t^2-6t+5)$ $t=5$에서

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가 $a(t)=3t^2-18t+15\ (t\geq0)$이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

$t^3-9t^2+15t+k$

< 보 기 >

ㄱ. $k=0$이면 구간 $(0, 2)$에서 점 P의 속도는 증가한다.

ㄴ. $k=-7$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다. $t^3-9t^2+15t-7$

ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 25이다. 9.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1 | 1 -9 +15 -7

1 -8 7

1 -8 7 0

$(x-1)(x^2-8x+7)$

$(x-1)^2(x-7)$

$125-225+75+k$

125

-100

75

$-25+k\geq0$

$k\geq25$

425 9 225

215 5 75

논 술 형

[논술형 1] 수직선 위에서 원점을 동시에 출발하여 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도는 각각 $v(t)=t^2-2t$, $u(t)=-t^2+10t$ 이다. 시각 $0 \le t \le 9$에서 두 점 P, Q사이의 거리의 최댓값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

$V(t) = t(t-2)$

$t = 0$ or 2

$U(t) = -t(t-10)$ $t = 0$ or 10

$t^2-2t = -t^2+10t$

$2t^2-12t=0$

$2t(t-6)=0$

$t = 0$ 와 6 $t=6$일때.

$\int_0^6 (t^2-2t)\,dt$

$= [\frac{1}{3}t^3 - t^2]_0^6$

$72-36=36$

$\int_0^6 (-t^2+10t)\,dt$

$=[-\frac{1}{3}t^3+5t^2]_0^6$

$-72+180$

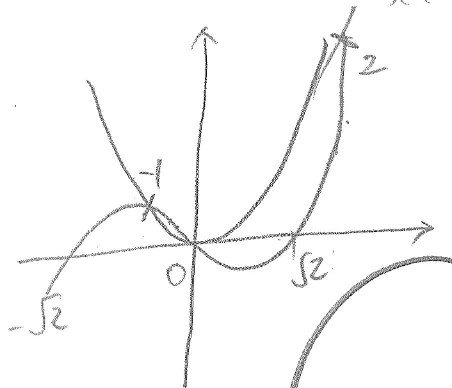
108

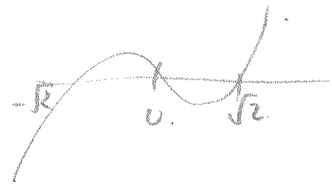
$108 - 36 = 72$

[논술형 2] 두 곡선 $y=x^3-2x$와 $y=x^2$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 과정을 논술하시오. [5.0점]

x^2-x^3+2x

$x(x^2-2)$





$x^3-2x = x^2$

$x^3-x^2-2x=0$

$x^2-x-2=0$

$x = 2$ or -1

$\int_{-1}^0 (x^3-x^2-2x)\,dx + \int_0^2 (-x^3+x^2+2x)\,dx$

$[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2]_{-1}^0 + [-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+x^2]_0^2$

$-(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1)$ $+$ $-4+\frac{8}{3}+4$

$\frac{7}{12}-\frac{12}{12}$

$\frac{5}{12}+\frac{8}{3}$ $\frac{5}{12}+\frac{32}{12}$

$\frac{37}{12}$

※ 확인사항 : 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.