01 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=f(t)$일 때, 시각 t에서의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

(1) $v=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) $a=\dfrac{dv}{dt}=v'(t)$

◪ 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=3t^2-9t+6$일 때, 다음을 구하여라.

1. $t=1$일 때, 속도를 구하여라.

2. $t=3$일 때, 가속도를 구하여라.

3. 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=-t^3+12t$일 때, 다음 물음에 답하여라.

4. $t=1$일 때의 속도를 구하여라.

5. $t=1$일 때의 가속도를 구하여라.

6. 점 P가 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-3t^2+2$일 때, 다음 물음에 답하여라.

7. $t=3$일 때의 속도를 구하여라.

8. $t=3$일 때의 가속도를 구하여라.

9. 점 P가 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-3t+10$일 때, 다음 물음에 답하여라.

10. $t=3$일 때의 속도를 구하여라.

11. $t=3$일 때의 가속도를 구하여라.

12. 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-6t^2+5$일 때, 다음 물음에 답하여라.

13. $t=3$일 때의 속도를 구하여라.

14. $t=3$일 때의 가속도를 구하여라.

15. 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-2t^2+t$일 때, 다음 물음에 답하여라.

16. $t=1$일 때의 속도를 구하여라.

17. $t=1$일 때의 가속도를 구하여라.

18. 처음으로 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-9t^2+15t$일 때, 다음 물음에 답하여라.

19. $t=3$일 때의 속도를 구하여라.

20. $t=3$일 때의 가속도를 구하여라.

21. 처음으로 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

22. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=4t^3-6t^2+1$이라고 한다. 속도가 9일 때, 가속도를 구하여라.

23. x축 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=t^3-2t$이다. 점 P의 속도가 10이 되는 시각에서의 가속도를 구하여라.

24. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=2t^3-3t^2-12t$라고 한다. 속도가 24일 때, 가속도를 구하여라.

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=t^3-3t^2$이다. 점 P의 속도가 45가 되는 시각에서의 가속도를 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치가 각각

$$x_{\mathrm{P}}(t)=2t^3-t^2,\ x_{\mathrm{Q}}(t)=t^3+3t^2-3t$$

일 때, 다음 물음에 답하여라.

26. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 처음으로 만나는 시각을 구하여라.

27. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 처음으로 만나는 시각에서의 두 점 P, Q의 속도를 각각 구하여라.

28. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 처음으로 만나는 시각에서의 두 점 P, Q의 가속도를 각각 구하여라.

◪ 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치가 각각

$$x_{\mathrm{P}}(t)=t^2+4t,\ x_{\mathrm{Q}}(t)=t^3-t+5$$

일 때, 다음 물음에 답하여라.

29. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 처음으로 만나는 시각을 구하여라.

30. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 처음으로 만나는 시각에서의 두 점 P, Q의 가속도를 각각 구하여라.

◪ 지면에서 지면과 수직으로 던져 올린 공의 t초 후의 높이를 x m라 하면 $x=30t-5t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

31. $t=1$일 때의 공의 속도와 가속도를 각각 구하여라.

32. 공이 도달할 수 있는 최고 높이를 구하여라.

◪ 지면에서 지면과 수직으로 던져 올린 물체의 t초 후의 높이를 x m라 하면 $x=20t-5t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

33. 물체가 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간과 그때의 높이를 각각 구하여라.

34. 물체가 지면에 떨어지는 순간의 속도를 구하여라.

◪ 지면에서 지면과 수직으로 던져 올린 물체의 t초 후의 높이를 y m라 하면 $y=9.8t-4.9t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

35. 이 물체가 도달할 수 있는 최고 높이를 구하여라.

36. 물체가 지면에 떨어지는 순간의 속도를 구하여라.

◪ 운동장의 지면에서 지면에 수직인 방향으로 쏘아 올린 물 로켓의 t초 후의 높이를 h m라 하면 $h=40t-5t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

37. 물 로켓이 도달할 수 있는 최고 높이를 구하여라.

38. 물 로켓이 최고 높이에 올라갔다가 떨어지면서 높이가 35 m가 되는 순간의 속도를 구하여라.

◪ 지면으로부터 높이가 6 m인 지점에서 지면과 수직으로 던져 올린 물체의 t초 후의 높이를 h m라 하면 $h=-2t^2+4t+6$이다. 다음 물음에 답하여라.

39. 물체를 던져 올린 후 지면에 떨어질 때의 t의 값을 구하여라.

40. 물체를 던져 올린 후 지면에 떨어질 때의 물체의 속도와 가속도를 각각 구하여라.

◪ 어느 다이빙 선수가 수면으로부터의 높이가 $15\,\mathrm{m}$인 다이빙대에서 뛰어오른 지 t초 후의 수면으로부터 높이 $x\,\mathrm{m}$는 $x=-5t^2+10t+15$이다. 다음 물음에 답하여라.

41. 뛰어오른 지 2초 후의 속도를 구하여라.

42. 이 선수가 가장 높은 곳에 도달할 때가지 걸린 시간과 그 때의 높이를 각각 구하여라.

43. 이 선수가 수면에 닿는 순간의 속도를 구하여라.

◪ 지면으로부터 $15\,\mathrm{m}$의 높이에서 $20\,\mathrm{m}/\text{초}$의 속도로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 지면으로부터의 높이를 $h\,\mathrm{m}$라 하면 $h=15+20t-5t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

44. 물체를 쏘아 올린 지 1초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

45. 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

◪ 직선 철로를 달리는 기차에서 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리를 $x\,\mathrm{m}$라 하면 $x=26t-0.65t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

46. 제동을 건 지 2초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

47. 제동을 건 후 정지할 때까지 걸린 시간과 움직인 거리를 구하여라.

◪ 직선 도로를 달리는 자동차가 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리를 $x\,\mathrm{m}$라 하면 $x=27t-0.9t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

48. 제동을 건 지 10초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

49. 제동을 건 후 정지할 때까지 걸린 시간과 움직인 거리를 구하여라.

◪ 달리는 열차가 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리를 $x\,\mathrm{m}$라 하면 $x=27t-0.45t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

50. 제동을 건 지 10초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

51. 제동을 건 후 정지할 때까지 걸린 시간과 움직인 거리를 구하여라.

◪ 달리는 열차가 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리를 $x\,\mathrm{m}$라 하면 $x=18t-3t^2$이다. 다음 물음에 답하여라.

52. 제동을 건지 2초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

53. 제동을 건 후 정지할 때까지 걸린 시간과 움직인 거리를 구하여라.

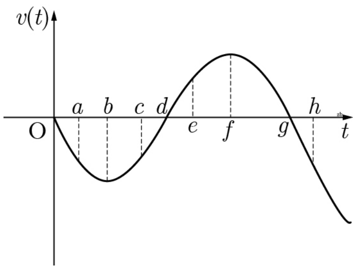
◪ 달리는 열차가 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리를 xm라 하면 $x=-5t^2+30t$이다. 다음 물음에 답하여라.

54. 제동을 건지 1초 후의 속도와 가속도를 구하여라.

55. 제동을 건 후 정지할 때까지 걸린 시간과 움직인 거리를 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

56. 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.



<보기>

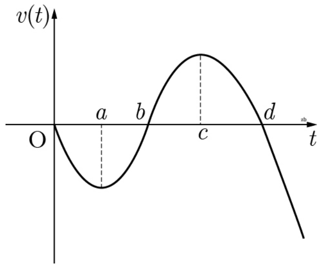
ㄱ. $t=b$일 때, 가속도는 양의 값이다.

ㄴ. $d<t<e$일 때, 속도가 증가한다.

ㄷ. $t=f$일 때, 운동 방향을 바꾼다.

ㄹ. $0<t<h$에서 운동방향을 2번 바꾼다.

57. 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.



<보기>

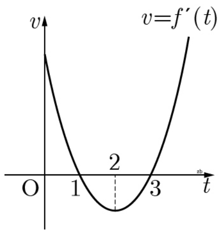
ㄱ. $t=a$일 때와 $t=c$일 때 가속도는 0이다.

ㄴ. $t=a$일 때와 $t=c$일 때 점 P의 운동 방향은 같다.

ㄷ. $t=c$일 때, 점 P는 운동 방향을 바꾸지 않는다.

ㄹ. $b<t<d$일 때, 속도가 증가한다.

58. 다음은 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v=f'(t)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라. (단, $f(t)$는 삼차함수이다.)



<보기>

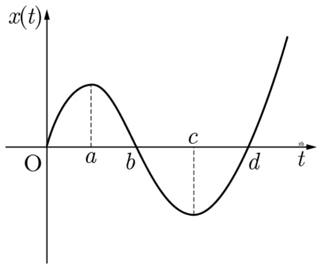
ㄱ. $0<t<1$에서 점 P는 양의 방향으로 움직인다.

ㄴ. $1<t<2$에서 점 P의 속력은 감소한다.

ㄷ. $t=3$에서 운동 방향을 바꾼다.

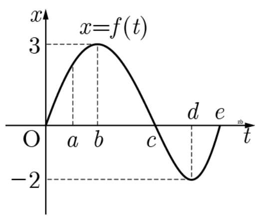
ㄹ. 가속도가 0인 순간이 꼭 한 번 있다.

59. **다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라.**



<보기>
ㄱ. $0<t<d$에서 $t=c$일 때, 점 P는 원점에서 가장 멀리 떨어져 있다.
ㄴ. $t=b$일 때 점 P는 운동 방향을 바꾼다.
ㄷ. $t=c$일 때 점 P의 속도는 0이다.
ㄹ. $t=b$일 때 점 P의 속도는 양의 값이다.

60. **다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x=f(t)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 골라라. (단, $0\le t\le e$)**

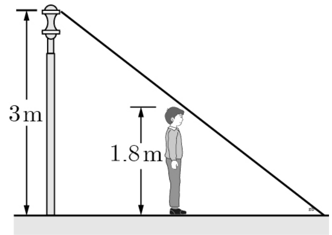


<보기>
ㄱ. $t=c$일 때, 점 P의 속력이 가장 느리다.
ㄴ. $t=b$일 때, 점 P는 원점에서 가장 멀리 떨어져 있다.
ㄷ. $t=d$일 때, 점 P는 운동 방향을 바꾼다.

◪ 다음 물음에 답하여라.

61. **시각 t에서의 길이 l이 $l=t^3+t^2$인 고무줄이 있다. $t=3$일 때 고무줄의 길이의 변화율을 구하여라.**

62. **키가 $1.8m$인 학생이 높이가 $3m$인 가로등 밑에서 출발하여 매초 $2m$의 속도로 일직선으로 걸어갈 때, 그림자의 길이의 변화율을 구하여라.**



63. **한 변의 길이가 $3cm$인 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $0.5cm$씩 길어질 때, 6초 후의 정삼각형의 넓이의 변화율을 구하여라.**

64. **시각 t에서의 반지름의 길이가 $0.1t$인 구가 있다. 다음을 구하여라.**

(1) $t=10$일 때 구의 겉넓이의 변화율
(2) $t=10$일 때 구의 부피의 변화율

65. **한 모서리의 길이가 $2cm$인 정육면체의 각 모서리의 길이가 매초 $1cm$씩 길어질 때, 1초 후의 부피의 변화율을 구하여라.**

정답 및 해설

1) -3

⇨ 점 P의 속도를 v라 하면 $v=\frac{dx}{dt}=6t-9$

따라서 $t=1$에서의 점 P의 속도는 $v=6-9=-3$

2) 6

⇨ 점 P의 가속도를 a라 하면 $a=\frac{dv}{dt}=6$

따라서 $t=3$에서의 점 P의 가속도는 $a=6$

3) $\frac{3}{2}$초 후

⇨ 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$v=0$에서 $6t-9=0$ $\therefore t=\frac{3}{2}$

4) 9

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면 $v=\frac{dx}{dt}=-3t^2+12$

따라서 $t=1$일 때의 속도는

$v=-3\times1^2+12=9$

5) -6

⇨ t초 후의 가속도를 a라 하면 $a=\frac{dv}{dt}=-6t$

따라서 $t=1$일 때의 가속도는

$a=-6\times1=-6$

6) 2초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=-3t^2+12=0$에서 $-3(t+2)(t-2)=0$

$\therefore t=2$ ($\because t>0$)

$0<t<2$일 때 $v>0$이고, $t>2$일 때 $v<0$이므로 점 P가 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 2초 후이다.

7) 9

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면 $v=\frac{dx}{dt}=3t^2-6t$

따라서 $t=3$일 때의 속도는

$v=3\times3^2-6\times3=9$

8) 12

⇨ t초 후의 가속도를 a라 하면 $a=\frac{dv}{dt}=6t-6$

따라서 $t=3$일 때의 가속도는

$a=6\times3-6=12$

9) 2초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=3t^2-6t=3t(t-2)=0$

$\therefore t=2$ ($\because t>0$)

$0<t<2$일 때 $v<0$, $t>2$일 때 $v>0$이므로 점 P가 움직이는 방향을 바꾸는 시각은 출발한 지 2초 후이다.

10) 24

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-3$

따라서 $t=3$일 때의 속도는

$v=3\cdot3^2-3=24$

11) 18

⇨ t초 후의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-3$, $a=\frac{dv}{dt}=6t$

따라서 $t=3$일 때의 가속도는

$a=6\cdot3=18$

12) 1초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=3t^2-3=3(t+1)(t-1)=0$ $\therefore t=1\,(\because t>0)$

13) -9

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-12t$

따라서 $t=3$일 때의 속도는

$v=3\cdot3^2-12\cdot3=-9$

14) 6

⇨ t초 후의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-12t$, $a=\frac{dv}{dt}=6t-12$

따라서 $t=3$일 때의 가속도는

$a=6\cdot3-12=6$

15) 4초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=3t^2-12t=3t(t-4)=0$ $\therefore t=4\,(\because t>0)$

16) 0

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-4t+1$

따라서 $t=1$일 때의 속도는

$v=3\cdot1^2-4\cdot1+1=0$

17) 2

⇨ t초 후의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-4t+1$, $a=\frac{dv}{dt}=6t-4$

따라서 $t=1$일 때의 가속도는

$a=6\cdot1-4=2$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

18) $\frac{1}{3}$초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=3t^2-4t+1=(3t-1)(t-1)=0$

$\therefore t=\frac{1}{3}$ 또는 $t=1$

따라서 점 P가 처음으로 움직이는 방향을 바꿀 때, $t=\frac{1}{3}$이다.

19) -12

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-18t+15$

따라서 $t=3$일 때의 속도는

$v=3\cdot 3^2-18\cdot 3+15=-12$

20) 0

⇨ t초 후의 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-18t+15$, $a=\frac{dv}{dt}=6t-18$

따라서 $t=3$일 때의 가속도는

$a=6\cdot 3-18=0$

21) 1초 후

⇨ 점 P가 움직이는 방향을 바꿀 때, $v=0$이므로

$v=3t^2-18t+15=3(t-1)(t-5)$

$\therefore t=1$ 또는 $t=5$

따라서 점 P가 처음으로 움직이는 방향을 바꿀 때, $t=1$이다.

22) 24

⇨ 속도를 v, 가속도를 a라고 하면

$v=\frac{dx}{dt}=12t^2-12t$, $a=\frac{dv}{dt}=24t-12$

$v=9$이므로 $12t^2-12t=9$

$3(4t^2-4t-3)=0$, $3(2t-3)(2t+1)=0$

$\therefore t=\frac{3}{2}$ $(\because t>0)$

따라서 $t=\frac{3}{2}$일 때의 가속도는 $a=24\cdot\frac{3}{2}-12=24$

23) 12

⇨ 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-2$, $a=\frac{dv}{dt}=6t$

$v=10$에서 $3t^2-2=10$, $t^2=4$ $\quad\therefore t=2$ $(\because t>0)$

즉, 속도가 10이 되는 시각은 $t=2$이므로 구하는 가속도는 $a=6\times 2=12$

24) 30

⇨ 속도를 v, 가속도를 a라고 하면

$v=\frac{dx}{dt}=6t^2-6t-12$, $a=\frac{dv}{dt}=12t-6$

$v=24$이므로 $6t^2-6t-12=24$

$6(t^2-t-6)=0$, $6(t-3)(t+2)=0$

$\therefore t=3$ $(\because t>0)$

따라서 $t=3$일 때의 가속도는 $a=12\cdot 3-6=30$

25) 24

⇨ 속도를 v, 가속도를 a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-6t$, $a=\frac{dv}{dt}=6t-6$

$v=45$에서 $3t^2-6t=45$, $3t^2-6t-45=0$

$3(t-5)(t+3)=0$ $\quad\therefore t=5$ $(\because t>0)$

즉, 점 P의 속도가 45가 되는 시각은 $t=5$이므로 가속도는 $a=6\times 5-6=24$

26) 1

⇨ 두 점 P, Q가 만나면 두 점의 위치 $x_{\mathrm{P}}(t)$, $x_{\mathrm{Q}}(t)$는 같으므로 $x_{\mathrm{P}}(t)=x_{\mathrm{Q}}(t)$에서

$2t^3-t^2=t^3+3t^2-3t$, $t^3-4t^2+3t=t(t-1)(t-3)=0$

$\therefore t=0$ 또는 $t=1$ 또는 $t=3$

27) 점 P의 속도: 4, 점 Q의 속도: 6

⇨ 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 $v_{\mathrm{P}}(t)$, $v_{\mathrm{Q}}(t)$라 하면

$v_{\mathrm{P}}(t)=6t^2-2t$, $v_{\mathrm{Q}}(t)=3t^2+6t-3$

따라서 두 점 P, Q가 처음으로 만나는 시각 $t=1$에서의 두 점의 속도는 각각

$v_{\mathrm{P}}(1)=6\times 1^2-2\times 1=4$,

$v_{\mathrm{Q}}(1)=3\times 1^2+6\times 1-3=6$

28) 점 P의 가속도: 10, 점 Q의 가속도: 12

⇨ 두 점 P, Q의 시각 t에서의 가속도를 각각 $a_{\mathrm{P}}(t)$, $a_{\mathrm{Q}}(t)$라 하면

$a_{\mathrm{P}}(t)=12t-2$, $a_{\mathrm{Q}}(t)=6t+6$

따라서 두 점 P, Q가 처음으로 만나는 시각 $t=1$에서의 두 점의 가속도는 각각

$a_{\mathrm{P}}(1)=12\times 1-2=10$, $a_{\mathrm{Q}}(1)=6\times 1+6=12$

29) 1

⇨ 점 P, Q가 만나면 두 점의 위치 $x_P(t)$, $x_Q(t)$는 같으므로 $x_P(t)=x_Q(t)$에서

$t^2+4t=t^3-t+5$

$t^3-t^2-5t+5=0$, $(t^2-5)(t-1)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=\sqrt{5}$ $(\because t>0)$

30) 점 P의 가속도: 2, 점 Q의 가속도: 6

⇨ 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 $v_P(t)$, $v_Q(t)$, 가속도를 $a_P(t)$, $a_Q(t)$라 하자.

$v_P(t)=2t+4$, $v_Q(t)=3t^2-1$

$a_P(t)=2$, $a_Q(t)=6t$

따라서 두 점 P, Q가 처음으로 만나는 시각 $t=1$에서의 두 점의 가속도는 각각

$a_P(1)=2$, $a_Q(1)=6$

31) 속도: 20, 가속도: -10

⇨ 공의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=30-10t$, $a(t)=\frac{dv}{dt}=-10$

따라서 $t=1$일 때의 공의 속도와 가속도는 각각

$30-10\times1=20$, -10

32) 45 m

⇨ 공이 최고 높이에 도달할 때 $v=0$이므로

$30-10t=0$에서 $t=3$

따라서 공이 도달할 수 있는 최고 높이는

$30\times3-5\times3^2=45(\mathrm{m})$

33) 2초, 20 m

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=20-10t$

최고 높이에 도달하는 순간의 속도는 $v=0$이므로

$20-10t=0$

$\therefore\ t=2$(초)

따라서 물체가 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 2초이고 그때의 높이는

$x=20\times2-5\times2^2=20\ (\mathrm{m})$

34) -20

⇨ 물체가 지면에 떨어지면 $x=0$이므로

$20t-5t^2=0$에서 $-5t(t-4)=0$

$\therefore\ t=4\ (\because\ t>0)$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 순간의 속도는

$v=20-10\times4=-20$

35) 4.9m

⇨ 물체의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dy}{dt}=9.8-9.8t$

물체가 최고 높이에 도달할 때 $v=0$이므로

$9.8-9.8t=0$에서 $t=1$

따라서 물체가 도달할 수 있는 최고 높이는

$9.8\times1-4.9\times1^2=4.9(\mathrm{m})$

36) $-9.8\mathrm{m}/$초

⇨ 지면에 떨어지는 순간 $y=0$이므로

$9.8t-4.9t^2=0$에서 $-4.9t(t-2)=0$

$\therefore\ t=2\ (\because\ t>0)$

즉, $t=2$일 때 물체가 지면에 떨어진다.

따라서 $t=2$일 때의 물체의 속도는

$9.8-9.8\times2=-9.8(\mathrm{m}/$초$)$

37) 80 m

⇨ 물 로켓의 속도를 v라 하면 $v=\frac{dh}{dt}=40-10t$

물 로켓이 최고 높이에 도달했을 때의 속도는 $v=0$이므로

$40-10t=0$에서 $t=4$

따라서 물 로켓이 도달할 수 있는 최고 높이는

$h=40\times4-5\times4^2=80\ (\mathrm{m})$

38) $-30\ \mathrm{m}/$초

⇨ 높이가 35 m이면 $40t-5t^2=35$에서 $t^2-8t+7=0$

$(t-1)(t-7)=0$ $\quad\therefore\ t=1$ 또는 $t=7$

즉, 물 로켓이 최고 높이에 올라갔다가 떨어지면서 높이가 35 m가 되는 시각은 $t=7$이므로 이때의 물 로켓의 속도는 $v=40-10\times7=-30\ (\mathrm{m}/$초$)$

39) 3

⇨ 지면에 떨어질 때의 높이는 0이므로 $h=0$에서

$-2t^2+4t+6=0$, $t^2-2t-3=0$, $(t+1)(t-3)=0$

$\therefore\ t=3\ (\because\ t>0)$

40) 속도: -8, 가속도: -4

⇨ t초 후의 물체의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\frac{dh}{dt}=-4t+4$, $a(t)=\frac{dv}{dt}=-4$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 시각 $t=3$에서의 속도와 가속도는 각각

$-4\times3+4=-8$, -4

41) $-10\ \mathrm{m}/$초

⇨ t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\frac{dx}{dt}=-10t+10$

따라서 뛰어오른 지 2초 후의 속도는

$v=-10\times2+10=-10\ (\mathrm{m}/$초$)$

42) 시간: 1초, 높이: 20 m

⇨ 가장 높은 곳에서의 속도는 $v=0$이므로

$-10t+10=0$에서 $t=1$

따라서 가장 높은 곳에 도달할 때가지 걸린 시간은 1초이고 그때의 높이는

$x=-5\times1^2+10\times1+15=20\ (\mathrm{m})$

43) $-20\ \mathrm{m}/$초

⇨ 수면에 닿을 때, $x=0$이므로

$-5t^2+10t+15=-5(t+1)(t-3)=0$에서

$t=3\ (\because\ t>0)$

따라서 수면에 닿는 순간의 속도는

$v=-10\times3+10=-20\ (\mathrm{m}/$초$)$

44) 속도: $10m/$초, 가속도: $-10m/$초^2

⇨ t초 후의 물체의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=20-10t$, $a=-10$

따라서 $t=1$일 때 속도는 $10m/$초, 가속도는 $-10m/$초^{2}이다.

45) 2초, $35m$

⇨ 물체가 최고 높이에 도달했을 때의 속도는 0이므로

$20-10t=0 \qquad \therefore t=2$

따라서 최고 높이는

$15+20\times2-5\times2^2=35$

46) 속도: $23.4m/$초, 가속도: $-1.3m/$초^2

⇨ t초 후의 물체의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=26-1.3t$, $a=\dfrac{dv}{dt}=-1.3$

$t=2$일 때 $v=26-1.3\times2=23.4$

$a=-1.3$

47) 20초, $260m$

⇨ 기차가 정지할 때의 속도는 $v=0$이므로

$26-1.3t=0 \quad \therefore t=20$

20초 동안 움직인 거리는

$x=26\times20-0.65\times20^2=260$

48) 속도: $9m/$초, 가속도: $-1.8m/$초^2

⇨ t초 후의 물체의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=27-1.8t$, $a=\dfrac{dv}{dt}=-1.8$

$t=10$일 때 $v=27-1.8\times10=9$

$a=-1.8$

49) 15초, $202.5m$

⇨ 자동차가 정지할 때의 속도는 $v=0$이므로

$27-1.8t=0 \quad \therefore t=15$

15초 동안 움직인 거리는

$x=27\times15-0.9\times15^2=202.5$

50) 속도: $18\,\mathrm{m}/$초, 가속도: $-0.9\,\mathrm{m}/$초^2

⇨ t초 후의 물체의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=27-0.9t$, $a=\dfrac{dv}{dt}=-0.9$

$t=10$일 때, $v=27-9=18$, $a=-0.9$

51) 30초, $405\,\mathrm{m}$

⇨ 열차가 제동을 건 후 t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=27-0.9t$

열차가 정지할 때의 속도는 $v=0$이므로

$27-0.9t=0$에서 $t=30$

따라서 30초 동안 열차가 움직인 거리는

$27\times30-0.45\times30^2=405\,\mathrm{m}$

52) 속도: $6\,\mathrm{m}/$초, 가속도: $-6\,\mathrm{m}/$초^2

⇨ 열차가 제동을 건 후 t초 후의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=18-6t$, $a=\dfrac{dv}{dt}=-6$

$t=2$일 때, $v=18-12=6$, $a=-6$

53) 3초, $27\,\mathrm{m}$

⇨ 열차가 제동을 건 후 t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=18-6t$

열차가 정지할 때의 속력은 $v=0$이므로

$18-6t=0$에서 $t=3$

따라서 열차가 정지할 때까지 움직인 거리는

$18\times3-3\times3^2=27\,(\mathrm{m})$

54) 속도: $20\,\mathrm{m}/$초, 가속도: $-10\,\mathrm{m}/$초^2

⇨ 열차가 제동을 건 후 t초 후의 속도와 가속도를 각각 v, a라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=-10t+30$, $a=\dfrac{dv}{dt}=-10$

$t=1$일 때, $v=-10+30=20$, $a=-10$

55) 3초, $45\,\mathrm{m}$

⇨ 열차가 제동을 건 후 t초 후의 속도를 v라 하면

$v=\dfrac{dx}{dt}=-10t+30$

열차가 정지할 때의 속력은 $v=0$이므로

$-10t+30=0$에서 $t=3$

따라서 열차가 정지할 때까지 움직인 거리는

$-5\times3^2+30\times3=45\,(\mathrm{m})$

56) ㄴ, ㄹ

⇨ ㄱ. $v'(b)=0$이므로 $t=b$일 때 점 P의 가속도는 0이다.

ㄴ. $d<t<e$일 때 점 P의 속도는 증가한다.

ㄷ. $t=f$의 좌우에서 $v(t)$의 부호가 바뀌지 않으므로 $t=f$일 때 점 P는 운동방향을 바꾸지 않는다.

ㄹ. $t=d$와 $t=g$의 좌우에서 $v(t)$의 부호가 바뀌므로 점 P의 운동 방향은 2번 바뀐다.

57) ㄱ, ㄷ

⇨ ㄱ. $v'(a)=v'(c)=0$이므로 $t=a, t=c$일 때 점 P의 가속도는 0이다.

ㄴ. $v(a)<0$, $v(c)>0$이므로 $t=a$일 때와 $t=c$일 때 점 P의 운동 방향은 서로 반대이다.

ㄷ. $t=c$의 좌우에서 $v(t)$의 부호가 바뀌지 않으므로 $t=c$일 때 점 P는 운동 방향을 바꾸지 않는다.

ㄹ. $b<t<d$일 때, 속도가 증가하다가 감소한다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

58) ㄱ, ㄷ, ㄹ

⇨ ㄱ. $0<t<1$에서 $f'(t)>0$이므로 점 P는 양의 방향으로 움직인다.

ㄴ. $1<t<2$에서 $|f'(t)|$의 값은 증가하므로 속력은 증가한다. (거짓)

ㄷ. $f'(3)=0$이고 $t=3$의 좌우에서 $f'(t)$의 부호가

바뀌므로 $t=3$에서 운동 방향을 바꾼다. (참)

ㄹ. $t=2$일 때, $\frac{d}{dt}f'(t)=0$이므로 가속도는 0이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

59) ㄱ, ㄷ

⇨ ㄱ. $t=c$일 때 $|x(t)|$의 값이 가장 크므로 점 P가 원점에서 가장 멀리 떨어져 있다.

ㄴ. $a<t<c$에서 $v(t)=x'(t)<0$이므로 $a<t<c$일 때 점 P의 운동 방향은 일정하다.

ㄷ. $t=c$일 때 $x'(t)=0$이므로 점 P의 속도는 0이다.

ㄹ. $t=b$일 때 $x'(t)<0$이므로 점 P의 속도는 음의 값이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

60) ㄴ, ㄷ

⇨ ㄱ. 속력은 속도의 절댓값이고 속도는 접선의 기울기이므로 $t=b$, $t=d$일 때, 점 P의 속력이 가장 느리다. (거짓)

ㄴ. $t=b$일 때, $|f(t)|$의 값이 가장 크므로 점 P가 원점에서 가장 멀리 떨어져 있다. (참)

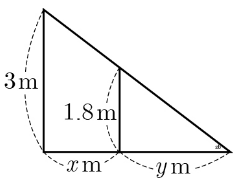
ㄷ. $t=b$, $t=d$일 때, 접선의 기울기가 0이고, 그 좌우에서 접선의 기울기, 즉 $f'(t)$의 부호가 바뀐다. 따라서 $t=b$, $t=d$일 때 점 P는 운동 방향을 바꾼다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

61) 33

⇨ $\frac{dl}{dt}=3t^2+2t$이므로 $t=3$일 때 고무줄의 길이의 변화율은 $3\cdot 3^2+2\cdot 3=33$

62) $3.0m/초$

⇨ 

t분 동안 사람이 움직인 거리를 xm, 사람의 그림자의 길이를 ym라고 하면 $3:1.8=(x+y):y$

$\therefore y=\frac{3}{2}x$

그런데 $x=2t$이므로 $y=3t$

$\therefore \frac{dy}{dt}=3$

따라서 그림자 길이의 변화율은 $3.0m/초$이다.

63) $\frac{3\sqrt{3}}{2}cm^2/초$

⇨ t초 후의 정삼각형의 한 변의 길이는 $(3+0.5t)cm$이므로 정삼각형의 넓이를 Scm^2라고 하면

$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(3+0.5t)^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(9+3t+0.25t^2)$

$\therefore \frac{dS}{dt}=\frac{\sqrt{3}}{4}(3+0.5t)$

따라서 $t=6$일 때의 넓이의 변화율은

$\frac{\sqrt{3}}{4}(3+3)=\frac{3\sqrt{3}}{2}(cm^2/초)$

64) (1) 0.8π (2) 0.4π

⇨ (1) 구의 겉넓이를 S라 하면

$S=4\pi\times(0.1t)^2=0.04\pi t^2$

$\therefore \frac{dS}{dt}=0.08\pi t$

따라서 $t=10$일 때 구의 겉넓이의 변화율은

$0.08\pi\times 10=0.8\pi$

(2) 구의 부피를 V라 하면

$V=\frac{4}{3}\pi\times(0.1t)^3=\frac{0.004}{3}\pi t^3$

$\therefore \frac{dV}{dt}=0.004\pi t^2$

따라서 $t=10$일 때 구의 부피의 변화율은

$0.004\pi\times 10^2=0.4\pi$

65) $27cm^3/초$

⇨ t초 후의 정육면체의 한 모서리의 길이는 $(2+t)cm$이므로 정육면체의 부피를 Vcm^3라고 하면

$V=(2+t)^3=t^3+6t^2+12t+8$

$\therefore \frac{dV}{dt}=3t^2+12t+12$

따라서 $t=1$일 때 정육면체의 부피의 변화율은

$3+12+12=27(cm^3/초)$