



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-02-19

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 완전제곱식을 이용한 이차식의 최대, 최소'실수 x, y '의 조건이 있는 x, y 에 대한 이차식 $ax^2 + by^2 + cx + dy + e$ 의 최댓값과 최솟값은 $\Rightarrow x, y$ 에 대한 완전제곱꼴 $a(x-l)^2 + b(y-m)^2 + k(a, b, l, m, k$ 는 상수)꼴로 변형한 후 (실수) $^2 \geq 0$ 임을 이용한다.① $a > 0, b > 0$ 이면 최솟값 k 를 갖는다.② $a < 0, b < 0$ 이면 최댓값 k 를 갖는다.■ 실수 x, y 에 대하여 다음 이차식의 최솟값을 구하여라.

1. $x^2 - 12x + y^2 + 4y + 16$

2. $x^2 + y^2 - 10x + 10$

3. $2x^2 + 4x + y^2 - 6y + 15$

4. $3x^2 - 6x + 2y^2 + 16y + 5$

02 치환을 이용한 최대, 최소공통부분이 있으면 공통부분을 t 로 치환하여 t 에 대한 함수의 최댓값과 최솟값을 구한다.**주의** 이때 t 의 값의 범위에 주의한다.

■ 다음 함수의 최댓값을 구하여라.

5. $y = -(x^2 + 2x - 1)^2 - 2(x^2 + 2x) + 5$

6. $y = -(x^2 + 2x + 2)^2 - 4(x^2 + 2x) + 1$

7. $y = -(x^2 - 4x + 5)^2 + 4(x^2 - 4x) + 20$

8. $y = -(x^2 - 2x + 3)^2 + 6(x^2 - 2x) - 5$

■ 다음 함수의 최솟값을 구하여라.

9. $y = (x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$

10. $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 6(x^2 - 2x + 3) - 1$

11. $y = (x^2 - 6x + 3)^2 - 4(x^2 - 6x) + 10$

12. $y = (x^2 - 6x + 7)^2 + 2(x^2 - 6x + 1) + 1$

■ 주어진 x 의 값의 범위에서 다음 함수의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

13. $-2 \leq x \leq 2$ 에서

$$y = (x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 - 2x) + 1$$

14. $2 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = (x^2 - 2x - 1)^2 + 4(x^2 - 2x - 1) + 3$$

15. $0 \leq x \leq 3$ 에서

$$y = (x^2 - 4x + 3)^2 - 2(x^2 - 4x + 3) + 5$$

16. $-1 \leq x \leq 2$ 에서

$$y = -(x^2 - 2x + 2)^2 + 4(x^2 - 2x + 2) + 1$$

17. $-3 \leq x \leq 0$ 에서

$$y = (x^2 + 4x + 1)^2 - 2(x^2 + 4x + 1) + 3$$

03 / 조건을 만족하는 이차식의 최대, 최소

- ① 조건식을 결과식에 대입하여 하나의 문자로 정리한다.
- ② 정리한 식에 대한 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

■ 두 실수 x, y 에 대하여 주어진 식을 이용하여 []안의 식의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

18. $2x + y = 2$ [$x^2 + y^2$]

19. $2x - y = 10$ [$x^2 + y^2$]

■ 두 실수 x, y 에 대하여 주어진 식을 이용하여 []안의 식의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

20. $2x^2 + y^2 = 8$ [$4x - y^2$]

21. $x^2 + y^2 = 16$ [$2x + y^2$]

04 이차함수의 최대, 최소의 활용

이차함수의 최대, 최소의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 풀이한다.

- ① 문제의 상황에 맞게 미지수를 정한다.
- ② 함수의 식을 세우고, 미지수의 값의 범위를 정한다.
- ③ 제한된 범위에서 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

■ 가로, 세로의 길이가 각각 10cm , 8cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 $x\text{cm}$ 만큼 줄이고, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 만큼 늘여서 새로운 직사각형을 만들었다. 다음 물음에 답하여라.

22. 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 x 로 나타내어라.

23. 새로운 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 할 때, y 를 x 에 대한 함수로 나타내어라.

24. 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라..

■ 둘레의 길이가 $12m$ 인 직사각형을 만들 때, 다음 물음에 답하여라.

25. 직사각형의 가로의 길이를 xm 라 할 때, 세로의 길이를 x 로 나타내고 x 의 범위를 구하여라.

26. 직사각형의 넓이를 ym^2 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

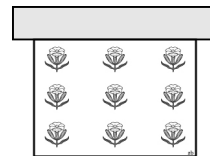
■ 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 직사각형을 만들 때, 다음 물음에 답하여라.

27. 가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 할 때, 세로의 길이를 x 로 나타내고 x 의 범위를 구하여라.

28. 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

29. 직사각형의 넓이가 최대가 될 때, 이 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 구하여라.

■ 다음 그림과 같이 한 면이 벽면인 꽃밭에 길이가 $16m$ 인 밧줄을 이용하여 직사각형 모양의 경계를 표시하려고 한다. 물음에 답하여라.



30. 꽃밭의 세로의 길이를 xm 라 할 때, 가로의 길이를 x 로 나타내고 x 의 범위를 구하여라.

31. 꽃밭의 넓이를 ym^2 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

■ 길이가 $60m$ 인 철망으로 직사각형 모양의 울타리를 만들 때, 다음 물음에 답하여라.

32. 울타리의 가로 길이를 xm 라 할 때, 세로 길이를 x 로 나타내고 x 의 범위를 구하여라.

33. 울타리 안의 넓이를 ym^2 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

■ 휴대폰 부품을 생산하는 어느 회사에서는 판매 가격 x 만 원과 판매 수익 y 만 원 사이에 $y = -30x^2 + 300x$ 인 관계가 성립한다고 한다. 판매 가격을 4만 원 이상, 9만 원 이하로 했을 때, 다음 물음에 답하여라.

34. 판매 수익의 최댓값을 구하여라.

35. 판매 수익의 최솟값을 구하여라.

■ 어느 공원의 현재의 공원 입장료는 1000원이고 하루 입장객 수는 2000명이다. 입장료를 $x\%$ 인상하면 하루 입장객 수가 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, $0 \leq x \leq 100$)

36. 입장료를 $x\%$ 인상했을 때의 입장료와 하루 입장객 수를 x 로 나타내어라.

37. 공원의 하루 입장료 수입을 y 원이라 할 때, y 를 x 에 대한 함수로 나타내어라.

38. 공원의 하루 입장료 수입의 최댓값을 구하여라.

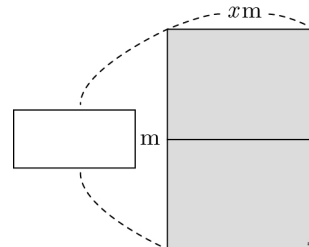
■ 현재 빵 한 개에 2000원에 파는데 하루에 300개의 빵이 팔리는 집이 있다. 이 빵집에서 빵 한 개의 가격을 $x\%$ 인상하면 하루 판매량이 $\frac{x}{3}\%$ 줄어든다고 할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, $0 \leq x \leq 100$)

39. 빵 한 개의 가격을 $x\%$ 인상할 때의 빵 한 개의 가격과 하루 판매량을 x 로 나타내어라.

40. 빵을 판매하여 얻을 수 있는 하루 매출액을 y 원이라 할 때, y 를 x 에 대한 함수로 나타내어라.

41. 하루 매출액의 최댓값과 이때 빵 한 개의 가격을 구하여라.

■ 재훈이네 반 학생들은 체육관에서 테이프를 이용하여 다음 그림과 같은 두 개의 직사각형 모양으로 피구장을 만들려고 한다. 사용할 수 있는 테이프의 전체 길이가 $36m$ 일 때, 물음에 답하여라.

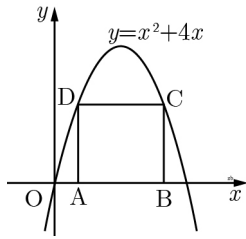


42. 피구장의 가로 길이를 xm 라 할 때, 세로 길이를 x 로 나타내고 x 의 범위를 구하여라.

43. 피구장의 넓이를 ym^2 라 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

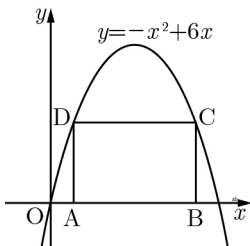
44. 피구장의 넓이가 최대가 될 때, 피구장의 둘레의 길이를 구하여라.

- 다음 그림의 직사각형 $ABCD$ 에서 점 A, B 는 x 축, 점 C, D 는 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프 위의 점이다. 다음 물음에 답하여라.



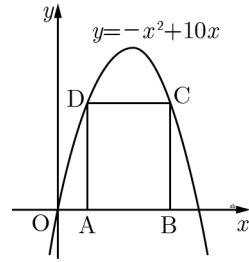
45. 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 구하여라.
46. 점 A 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, $\overline{AB}, \overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내어라.
47. 직사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

- 다음 그림의 직사각형 $ABCD$ 에서 점 A, B 는 x 축, 점 C, D 는 이차함수 $y = -x^2 + 6x$ 의 그래프 위의 점이다. 다음 물음에 답하여라.



48. 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 구하여라.
49. 점 A 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, $\overline{AB}, \overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내어라.
50. 직사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

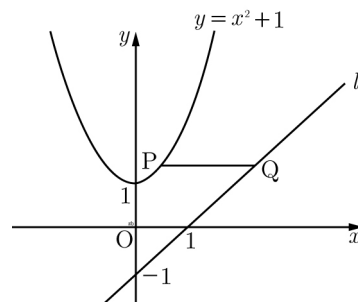
- 다음 그림의 직사각형 $ABCD$ 에서 점 A, B 는 x 축, 점 C, D 는 이차함수 $y = -x^2 + 10x$ 의 그래프 위의 점이다. 다음 물음에 답하여라.



51. 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 구하여라.
52. 점 A 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, $\overline{AB}, \overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내어라.

53. 직사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

- 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축에 평행한 직선을 그어 직선 l 과 만나는 점을 Q 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.



54. 직선 l 의 방정식을 구하여라.

55. 점 P 의 x 좌표를 a 라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 a 로 나타내어라.

56. \overline{PQ} 의 길이의 최솟값을 구하여라.

57. \overline{PQ} 의 길이가 최소일 때, 점 P 의 좌표를 구하여라.

■ 지면에서 수직 방향으로 폭죽을 터뜨렸을 때, t 초 후 지면으로부터의 폭죽의 높이를 ym 라 하면 y 와 t 사이에는 $y = -20t^2 + 60t$ 인 관계식이 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라. (단, 폭죽은 발사 후 2초가 지나면 터진다.)

58. 폭죽이 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때의 높이를 구하여라.

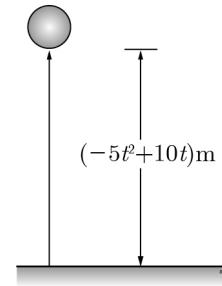
59. 폭죽이 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때, 폭죽을 터뜨린 지 몇 초 후인지 구하여라.

■ 형철이는 놀이공원의 지면으로부터 폭죽을 쏘아 올리는 데, 폭죽을 쏘고 나서 t 초 후의 폭죽의 높이가 $-20t^2 + 80t(m)$ 라고 한다. 쏘고 난 후 3초가 지나면 폭죽이 터진다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

60. 폭죽이 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때의 높이를 구하여라.

61. 폭죽이 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때, 폭죽을 터뜨린 지 몇 초 후인지 구하여라.

■ 초속 $10m$ 로 지면에서 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $-5t^2 + 10t(m)$ 라고 한다. 다음 물음에 답하여라.



62. 공이 최고 높이에 도달 하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

63. 공이 최고 높이에 도달할 때, 그 높이를 구하여라.

■ 지면으로부터 $18m$ 의 높이에서 포물선의 모양으로 공을 던질 때, t 초 후의 공의 높이 h 는 지면으로부터 $h = -2t^2 + 16t + 18(m)$ 라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

64. 공이 지면에 떨어질 때의 시간을 구하여라.

65. 공이 최고 높이에 도달 하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

66. 공이 최고 높이에 도달할 때, 그 높이를 구하여라.

■ 지면으로부터 $9.8m$ 의 높이에서 처음 속도 $19.6m/초$ 로 수직으로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 4.9(2 + 4t - t^2)m$ 라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

67. 공이 지면에 떨어질 때의 시간을 구하여라.

68. 공이 최고 높이에 도달 하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

69. 공이 최고 높이에 도달할 때, 그 높이를 구하여라.

■ 지면으로부터 $1m$ 의 높이에서 수직 방향으로 공을 던졌을 때, t 초 후 지면으로부터의 공의 높이를 ym 라 하면 y 와 t 사이에는 $y = -3t^2 + 9t + 1$ 인 관계식이 성립한다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

70. 공이 지면으로부터 가장 높은 곳에 있을 때의 높이를 구하여라.

71. 공을 던진 후 1초부터 2.5초까지에서 공이 가장 낮은 곳에 있을 때의 높이를 구하여라.



정답 및 해설

1) -24

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 - 12x + y^2 + 4y + 16 \\ = (x^2 - 12x + 36) + (y^2 + 4y + 4) - 24 \\ = (x-6)^2 + (y+2)^2 - 24 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x-6)^2 \geq 0, (y+2)^2 \geq 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + y^2 + 4y + 16 \geq -24$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 -24이다.

2) -15

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 + y^2 - 10x + 10 \\ = (x^2 - 10x + 25) + y^2 - 15 = (x-5)^2 + y^2 - 15 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x-5)^2 \geq 0, y^2 \geq 0$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 -15이다.

3) 4

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x^2 + 4x + y^2 - 6y + 15 \\ = 2(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) + 4 \\ = 2(x+1)^2 + (y-3)^2 + 4 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x+1)^2 \geq 0, (y-3)^2 \geq 0$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 4이다.

4) -30

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x^2 - 6x + 2y^2 + 16y + 5 \\ = 3(x^2 - 2x + 1) + 2(y^2 + 8y + 16) - 30 \\ = 3(x-1)^2 + 2(y+4)^2 - 30 \end{aligned}$$

이때, x, y 는 실수이므로

$$(x-1)^2 \geq 0, (y+4)^2 \geq 0$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 -30이다.

5) 4

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = t \text{로 놓으면} \\ t = (x+1)^2 - 2 \text{이므로 } t \geq -2 \dots \text{㉠} \end{aligned}$$

이때, 주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = -t^2 - 2(t+1) + 5 = -t^2 - 2t + 3 \\ = -(t+1)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최댓값은 4이다.

6) 4

$$\begin{aligned} \Rightarrow y = -(x^2 + 2x + 2)^2 - 4(x^2 + 2x) + 1 \\ x^2 + 2x = t \text{로 놓으면} \\ t = x^2 + 2x = (x^2 + 2x + 1) - 1 = (x+1)^2 - 1 \text{이므로} \\ t \geq -1 \end{aligned}$$

주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = -(x^2 + 2x + 2)^2 - 4(x^2 + 2x) + 1 \\ = -(t+2)^2 - 4t + 1 = -t^2 - 8t - 3 \\ = -(t+4)^2 + 13 (t \geq -1) \end{aligned}$$

따라서 $t = -1$ 일 때 최댓값은 4이다.

7) 4

$$\Rightarrow y = -(x^2 - 4x + 5)^2 + 4(x^2 - 4x) + 20 \text{에서}$$

$$x^2 - 4x + 5 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-2)^2 + 1 \text{이므로 } t \geq 1 \dots \text{㉠}$$

이때, 주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = -t^2 + 4(t-5) + 20 = -t^2 + 4t \\ = -(t-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최댓값은 4이다.

8) -14

$$\Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 3)^2 + 6(x^2 - 2x) - 5$$

$$x^2 - 2x + 3 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \text{이므로}$$

$$t \geq 2$$

주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = -(x^2 - 2x + 3)^2 + 6(x^2 - 2x) - 5 \\ = -t^2 + 6(t-3) - 5 = -t^2 + 6t - 23 \\ = -(t-3)^2 - 14 (t \geq 2) \end{aligned}$$

따라서 $t = 3$ 일 때 최댓값은 -14이다.

9) -7

$$\Rightarrow x^2 + 4x = t \text{로 놓으면}$$

$$t = x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4 \text{이므로}$$

$$t \geq -4$$

주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = (x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6 \\ = t^2 - 2t - 6 \\ = (t-1)^2 - 7 (t \geq -4) \end{aligned}$$

따라서 $t = 1$ 일 때 최솟값은 -7이다.

10) -10

$$\Rightarrow y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 6(x^2 - 2x + 3) - 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x + 3 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-1)^2 + 2 \text{이므로 } t \geq 2 \dots \text{㉠}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = t^2 - 6t - 1 = (t-3)^2 - 10$$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최솟값은 -10이다.

11) 18

$$\Rightarrow y = (x^2 - 6x + 3)^2 - 4(x^2 - 6x) + 10$$

$$x^2 - 6x + 3 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = x^2 - 6x + 3 = (x-3)^2 - 6 \text{이므로}$$

$$t \geq -6$$

주어진 함수는

$$\begin{aligned} y = (x^2 - 6x + 3)^2 - 4(x^2 - 6x) + 10 \\ = t^2 - 4(t-3) + 10 \\ = t^2 - 4t + 22 \\ = (t-2)^2 + 18 (t \geq -6) \end{aligned}$$

따라서 $t = 2$ 일 때 최솟값은 18이다.

12) -12

$$\Rightarrow y = (x^2 - 6x + 7)^2 + 2(x^2 - 6x + 1) + 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 6x + 7 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-3)^2 - 2 \text{이므로 } t \geq -2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = t^2 + 2(t-6) + 1 = t^2 + 2t - 11 \\ = (t+1)^2 - 12$$

따라서 ①의 범위에서 주어진 함수의 최솟값은 -12이다.

13) 최댓값: 33, 최솟값: -3

$$\Rightarrow y = (x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 - 2x) + 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-1)^2 - 1 \text{이므로}$$

$$-2 \leq x \leq 2 \text{에서 } -1 \leq t \leq 8 \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = t^2 - 4t + 1 = (t-2)^2 - 3 \text{이므로}$$

①의 범위에서 $-3 \leq y \leq 33$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 33, 최솟값은 -3이다.

14) 최댓값: 80, 최솟값: 0

$$\Rightarrow y = (x^2 - 2x - 1)^2 + 4(x^2 - 2x - 1) + 3 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x - 1 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-1)^2 - 2 \text{이므로}$$

$$2 \leq x \leq 4 \text{에서 } -1 \leq t \leq 7 \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = t^2 + 4t + 3 = (t+2)^2 - 1 \text{이므로}$$

①의 범위에서 $0 \leq y \leq 80$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 80, 최솟값은 0이다.

15) 최댓값: 8, 최솟값: 4

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-2)^2 - 1 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \text{에서 } -1 \leq t \leq 3 \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = t^2 - 2t + 5 = (t-1)^2 + 4 \text{이므로}$$

①의 범위에서 $4 \leq y \leq 8$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 8, 최솟값은 4이다.

16) 최댓값: 5, 최솟값: -4

$$\Rightarrow y = -(x^2 - 2x + 2)^2 + 4(x^2 - 2x + 2) + 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x + 2 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x-1)^2 + 1 \text{이므로}$$

$$-1 \leq x \leq 2 \text{에서 } 1 \leq t \leq 5 \dots \textcircled{1}$$

이때, 주어진 함수는

$$y = -t^2 + 4t + 1 = -(t-2)^2 + 5 \text{이므로}$$

①의 범위에서 $-4 \leq y \leq 5$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 5, 최솟값은 -4이다.

17) 최댓값: 18, 최솟값: 2

$$\Rightarrow y = (x^2 + 4x + 1)^2 - 2(x^2 + 4x + 1) + 3 \text{에서}$$

$$x^2 + 4x + 1 = t \text{로 놓으면}$$

$$t = (x+2)^2 - 3 \text{이므로}$$

$$-3 \leq x \leq 0 \text{에서 } -3 \leq t \leq 1 \dots \textcircled{1}$$

이때 주어진 함수는

$$y = t^2 - 2t + 3 = (t-1)^2 + 2 \text{이므로}$$

①의 범위에서 $2 \leq y \leq 18$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 18, 최솟값은 2이다.

18) $\frac{4}{5}$

$$\Rightarrow 2x + y = 2 \text{에서 } y = 2 - 2x$$

 $y = 2 - 2x$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면

$$x^2 + y^2 = x^2 + (2 - 2x)^2 \\ = 5x^2 - 8x + 4 \\ = 5\left(x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{16}{25}\right) + 4 - \frac{16}{5} \\ = 5\left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}$$

따라서 $x = \frac{4}{5}$ 일 때 최솟값은 $\frac{4}{5}$ 이다.

19) 20

$$\Rightarrow 2x - y = 10 \text{에서 } y = 2x - 10$$

 $y = 2x - 10$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면

$$x^2 + y^2 = x^2 + (2x - 10)^2 \\ = 5x^2 - 40x + 100 \\ = 5(x^2 - 8x + 16) + 100 - 80 \\ = 5(x - 4)^2 + 20$$

따라서 $x = 4$ 일 때 최솟값은 20이다.

20) 최댓값: 8, 최솟값: -10

$$\Rightarrow 2x^2 + y^2 = 8 \quad [4x - y^2]$$

$$2x^2 + y^2 = 8 \text{에서 } y^2 = -2x^2 + 8$$

 y 가 실수이므로

$$-2x^2 + 8 \geq 0, \quad x^2 \leq 4$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

 $y^2 = -2x^2 + 8$ 을 $4x - y^2$ 에 대입하면

$$4x - y^2 = 4x - (-2x^2 + 8) \\ = 2x^2 + 4x - 8 \\ = 2(x^2 + 2x + 1) - 8 - 2 \\ = 2(x+1)^2 - 10 \quad (-2 \leq x \leq 2)$$

따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값은 -10, $x = 2$ 일 때 최댓값은 8이다.

21) 최댓값: 17, 최솟값: -8

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 16 \quad [2x + y^2]$$

$$x^2 + y^2 = 16 \text{에서 } y^2 = 16 - x^2$$

 y 가 실수이므로

$$16 - x^2 \geq 0, \quad x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

 $y^2 = 16 - x^2$ 을 $2x + y^2$ 에 대입하면

$$\begin{aligned}
 2x + y^2 &= 2x + (16 - x^2) \\
 &= -x^2 + 2x + 16 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1) + 16 + 1 \\
 &= -(x - 1)^2 + 17 \quad (-4 \leq x \leq 4)
 \end{aligned}$$

따라서 $x=1$ 일 때 최댓값은 17, $x=-4$ 일 때 최솟값은 -8이다.

22) 가로 길이: $(10-x)cm$, 세로 길이: $(8+2x)cm$

⇒ 새로운 직사각형의 가로 길이는 $(10-x)cm$, 세로 길이는 $(8+2x)cm$ 이다.

23) $y = -2x^2 + 12x + 80$

⇒ 새로운 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 하면
 $y = (10-x)(8+2x)$
 $= -2x^2 + 12x + 80$

24) $98cm^2$

⇒ $y = -2x^2 + 12x + 80$
 $= -2(x^2 - 6x + 9) + 80 + 18$
 $= -2(x-3)^2 + 98$
 즉, $x=3$ 일 때 최댓값은 98이다.
 따라서 구하는 넓이의 최댓값은 $98cm^2$ 이다.

25) 세로 길이: $(6-x)m$, $0 < x < 6$

⇒ 직사각형의 가로 길이를 xm 라고 하면 세로 길이는 $(6-x)m$ 이다.
 이때, 길이는 양수이므로
 $x > 0, 6-x > 0 \quad \therefore 0 < x < 6$

26) $9m^2$

⇒ 직사각형의 넓이를 ym^2 라 하면
 $y = x(6-x) = -x^2 + 6x$
 $= -(x^2 - 6x + 9) + 9$
 $= -(x-3)^2 + 9 \quad (0 < x < 6)$
 즉, $x=3$ 일 때 최댓값은 9이다.
 따라서 구하는 넓이의 최댓값은 $9m^2$ 이다.

27) 세로 길이: $(8-x)cm$, $0 < x < 8$

⇒ 직사각형의 가로 길이를 xcm 라고 하면 세로 길이는 $(8-x)cm$ 이다.
 x 와 $8-x$ 는 길이이므로
 $x > 0, 8-x > 0$
 $\therefore 0 < x < 8$

28) $16cm^2$

⇒ 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 할 때
 $y = x(8-x) = -x^2 + 8x$
 $= -(x^2 - 8x + 16) + 16$
 $= -(x-4)^2 + 16 \quad (0 < x < 8)$
 즉, $x=4$ 일 때 y 의 최댓값은 16이다.

29) 가로 길이: $4cm$, 세로 길이: $4cm$

⇒ 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 할 때

$$\begin{aligned}
 y &= x(8-x) = -x^2 + 8x \\
 &= -(x^2 - 8x + 16) + 16 \\
 &= -(x-4)^2 + 16 \quad (0 < x < 8)
 \end{aligned}$$

즉, $x=4$ 일 때 y 의 최댓값은 16이다.

이때 구하는 가로의 길이는 $4cm$, 세로의 길이는 $4cm$ 이다.

30) 세로 길이: $(16-2x)m$, $0 < x < 8$

⇒ 세로의 길이를 xm 라 하면 가로의 길이는 $(16-2x)m$ 이다.

이때, 길이는 양수이므로
 $x > 0, 16-2x > 0 \quad \therefore 0 < x < 8$

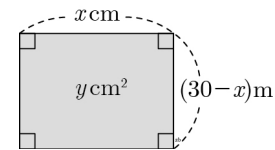
31) $32m^2$

⇒ 꽃밭의 넓이를 ym^2 라 하면
 $y = x(16-2x) = -2x^2 + 16x$
 $= -2(x-4)^2 + 32 \quad (0 < x < 8)$

따라서 $x=4$ 일 때 꽃밭의 넓이의 최댓값은 $32m^2$ 이다.

32) 세로 길이: $(30-x)m$, $0 < x < 30$

⇒ 다음 그림에서 가로의 길이를 xm 라 하면 세로의 길이는 $(30-x)m$ 이다. 이때, 길이는 양수이므로
 $x > 0, 30-x > 0$
 $\therefore 0 < x < 30$



33) $225m^2$

⇒ 울타리 안의 넓이를 ym^2 이라 하면
 $y = x(30-x) = -x^2 + 30x$
 $= -(x-15)^2 + 225 \quad (0 < x < 30)$
 $x=15$ 일 때 y 의 최댓값은 225이다.
 즉, 울타리 안의 넓이의 최댓값은 $225m^2$ 이다.

34) 750만 원

⇒ 판매 가격이 4만 원 이상, 9만 원 이하이므로
 $4 \leq x \leq 9$
 $y = -30x^2 + 300x$
 $= -30(x-5)^2 + 750$

이때, $4 \leq x \leq 9$ 이므로 $x=5$ 일 때 최댓값 750이다.
 따라서 판매 수익의 최댓값은 750만 원이다.

35) 270만 원

⇒ 판매 가격이 4만 원 이상, 9만 원 이하이므로
 $4 \leq x \leq 9$
 $y = -30x^2 + 300x$
 $= -30(x-5)^2 + 750$

이때, $4 \leq x \leq 9$ 이므로 $x=9$ 일 때 최솟값 270을 갖는다.

따라서 판매 수익의 최솟값은 270만 원이다.

36) 입장료: $10(100+x)$, 하루 입장객 수: $10(200-x)$

⇒ 현재 입장료가 1000원이므로 $x\%$ 인상한 입장료는 $1000\left(1+\frac{x}{100}\right)=10(100+x)$

입장료를 $x\%$ 인상했을 때 $\frac{x}{2}\%$ 감소한 하루 입장객 수는

$$2000\left(1-\frac{x}{200}\right)=10(200-x)$$

37) $y=-100x^2+10000x+2000000$

⇒ 이 공원의 하루 입장료 수입을 y 원이라 하면

$$\begin{aligned} y &= 100(100+x)(200-x) \\ &= 100(-x^2+100x+20000) \\ &= -100x^2+10000x+2000000 \end{aligned}$$

38) 225만 원

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= -100x^2+10000x+2000000 \\ &= -100(x^2-100x+2500)+2000000+250000 \\ &= -100(x-50)^2+2250000 \end{aligned}$$

이때, $0 \leq x \leq 100$ 이므로 $x=50$ 일 때 최댓값은 2250000이다. 따라서 이 공원의 하루 입장료 수입의 최댓값은 2,250,000원, 즉 225만 원이다.

39) 빵 한 개의 가격: $20(100+x)$ 원, 하루 판매량: $(300-x)$ 개

⇒ 현재 빵 한 개의 가격이 2000원이므로 $x\%$ 인상한 가격은

$$2000\left(1+\frac{x}{100}\right)=20(100+x)$$

빵 한 개의 가격을 $x\%$ 인상했을 때 $\frac{x}{3}\%$ 감소한 하

$$\text{루 판매량은 } 300\left(1-\frac{x}{300}\right)=300-x$$

40) $y=-20x^2+4000x+600000$

⇒ 이 빵집의 하루 매출액을 y 원이라 하면

$$\begin{aligned} y &= 20(100+x)(300-x) \\ &= 20(-x^2+200x+30000) \\ &= -20x^2+4000x+600000 \end{aligned}$$

41) 하루 매출액의 최댓값: 800000원, 빵 한 개의 가격: 4000원

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= -20x^2+4000x+600000 \\ &= -20(x^2-200x+10000)+600000+200000 \\ &= -20(x-100)^2+800000 \end{aligned}$$

이때, $0 \leq x \leq 100$ 이므로 $x=100$ 일 때 최댓값은 800000이다.

따라서 이 빵집의 하루 매출액의 최댓값은 800000원이고, 이때 빵 한 개의 가격은 $20(100+100)=4000$ (원)이다.

42) 세로의 길이: $\frac{1}{2}(36-3x)m$, $0 < x < 12$

⇒ 피구장의 가로 길이를 xm 라고 하면 세로의 길이는 $\frac{1}{2}(36-3x)m$ 이다.

x 와 $\frac{1}{2}(36-3x)$ 는 길이이므로

$$x > 0, \frac{1}{2}(36-3x) > 0$$

$$\therefore 0 < x < 12$$

43) $54m^2$

⇒ 피구장의 넓이를 ym^2 라 하면

$$y = x \times \frac{1}{2}(36-3x)$$

$$= \frac{1}{2}(-3x^2+36x)$$

$$= -\frac{3}{2}(x^2-12x+36)+54$$

$$= -\frac{3}{2}(x-6)^2+54(0 < x < 12)$$

즉, $x=6$ 일 때 y 의 최댓값은 54이다.

따라서 구하는 넓이의 최댓값은 $54m^2$ 이다.

44) $30m$

$$\Rightarrow y = x \times \frac{1}{2}(36-3x)$$

$$= \frac{1}{2}(-3x^2+36x)$$

$$= -\frac{3}{2}(x^2-12x+36)+54$$

$$= -\frac{3}{2}(x-6)^2+54(0 < x < 12)$$

즉, $x=6$ 일 때 y 의 최댓값은 54이다.

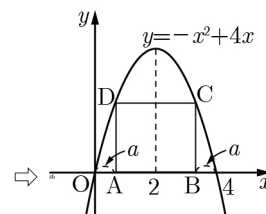
따라서 피구장의 가로 길이는 $6m$, 세로의 길이는

$$\frac{1}{2}(36-3 \times 6)=9(m) \text{이므로 피구장의 둘레의 길}$$

이는

$$2(6+9)=30(m)$$

45) 0, 4



이차함수 $y=-x^2+4x$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌

$$\text{표는 } -x^2+4x=0 \text{에서 } -x(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=4$$

46) $\overline{AB}=4-2a$, $\overline{AD}=-a^2+4a$

⇒ 점 $A(a, 0)$ ($0 < a < 2$)이라 하면

$B(4-a, 0)$, $D(a, -a^2+4a)$ 이므로

$$\overline{AB}=4-2a, \overline{AD}=-a^2+4a$$

47) 10

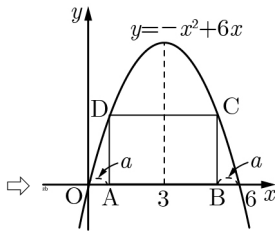
⇒ 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$2\{(4-2a)+(-a^2+4a)\}=-2a^2+4a+8 \\ =-2(a-1)^2+10$$

이때, $0 < a < 2$ 이므로 $a=1$ 일 때 최댓값 10을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.

48) 0, 6



이차함수 $y=-x^2+6x$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표는 $-x^2+6x=0$ 에서 $-x(x-6)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=6$

49) $\overline{AB}=6-2a, \overline{AD}=-a^2+6a$

⇒ 점 $A(a, 0) (0 < a < 3)$ 이라 하면

$B(6-a, 0), D(a, -a^2+6a)$ 이므로

$$\overline{AB}=6-2a, \overline{AD}=-a^2+6a$$

50) 20

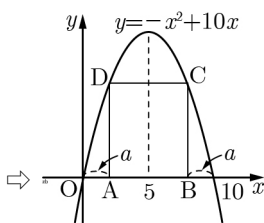
⇒ 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$2\{(6-2a)+(-a^2+6a)\}=-2a^2+8a+12 \\ =-2(a-2)^2+20$$

이때, $0 < a < 3$ 이므로 $a=2$ 일 때 최댓값 20을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.

51) 0, 10



이차함수 $y=-x^2+10x$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+10x=0 \text{에서 } -x(x-10)=0 \\ \therefore x=0 \text{ 또는 } x=10$$

52) $\overline{AB}=10-2a, \overline{AD}=-a^2+10a$

⇒ 점 $A(a, 0) (0 < a < 5)$ 이라 하면

$B(10-a, 0), D(a, -a^2+10a)$ 이므로

$$\overline{AB}=10-2a, \overline{AD}=-a^2+10a$$

53) 52

⇒ 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$2\{(10-2a)+(-a^2+10a)\}=-2a^2+16a+20 \\ =-2(a-4)^2+52$$

이때, $0 < a < 5$ 이므로 $a=4$ 일 때 최댓값 52를 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 52이다.

54) $y=x-1$

⇒ 직선 l 의 방정식을 $y=ax+b$ 라 하면 직선이 두 점 $(1, 0), (0, -1)$ 을 지나므로

$$a+b=0, b=-1 \therefore a=1$$

따라서 직선의 방정식은 $y=x-1$

55) $\overline{PQ}=a^2-a+2$

⇒ 점 P 의 좌표를 (a, a^2+1) 이라 하면 점 Q 의 y 좌표는 a^2+1 이므로

$$x-1=a^2+1 \therefore x=a^2+2$$

$$\therefore \overline{PQ}=(a^2+2)-a=a^2-a+2$$

56) $\frac{7}{4}$

$$\Rightarrow a^2-a+2=\left(a^2-a+\frac{1}{4}\right)+2-\frac{1}{4}$$

$$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

즉, $a=\frac{1}{2}$ 일 때 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.

따라서 \overline{PQ} 의 길이의 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.

57) $P\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$

$$\Rightarrow a^2-a+2=\left(a^2-a+\frac{1}{4}\right)+2-\frac{1}{4}$$

$$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

즉, $a=\frac{1}{2}$ 일 때 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.

따라서 \overline{PQ} 의 길이가 최소일 때, 점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2+1\right)=\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$$

58) 45m

⇒ 폭죽은 발사 후 2초가 지나면 터지므로 $0 \leq t \leq 2$

$$y=-20t^2+60t$$

$$=-20\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+45$$

$0 \leq t \leq 2$ 의 범위에서 $t=\frac{3}{2}$ 일 때 y 의 최댓값은 45

이므로 폭죽은 최대 45m까지 올라간다.

59) $\frac{3}{2}$ 초 후⇒ 폭죽은 발사 후 2초가 지나면 터지므로 $0 \leq t \leq 2$

$$y = -20t^2 + 60t$$

$$= -20\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + 45$$

 $0 \leq t \leq 2$ 의 범위에서 $t = \frac{3}{2}$ 일 때 y 의 최댓값은 45

이므로 폭죽이 가장 높은 곳에 있을 때는 폭죽을
터뜨린 지 $\frac{3}{2}$ 초 후 이다.

60) 80m

⇒ 폭죽을 쏘고 나서 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면

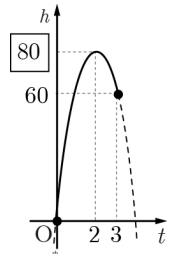
$$h = -20t^2 + 80t = -20(t^2 - 4t + 4) + 80$$

$$= -20(t - 2)^2 + 80$$

 t 는 시간, h 는 높이이므로

$$0 \leq t \leq 3, h \geq 0$$

이 범위에서 함수 $h = -20t^2 + 80t$ 의 그래프는 다음
그림과 같으므로

 $t = 2$ 일 때 h 의 최댓값은 80이다.

따라서 폭죽은 최대 80m까지 올라간다.

61) 2초 후

⇒ 폭죽을 쏘고 나서 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면

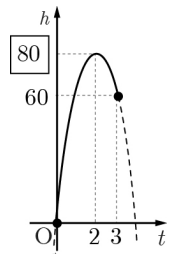
$$h = -20t^2 + 80t = -20(t^2 - 4t + 4) + 80$$

$$= -20(t - 2)^2 + 80$$

 t 는 시간, h 는 높이이므로

$$0 \leq t \leq 3, h \geq 0$$

이 범위에서 함수 $h = -20t^2 + 80t$ 의 그래프는 다음
그림과 같으므로

 $t = 2$ 일 때 h 의 최댓값은 80이다.

따라서 폭죽이 가장 높은 곳에 있을 때, 터뜨린 지 2
초 후이다.

62) 1초

⇒ 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면

$$h = -5t^2 + 10t$$

$$= -5(t^2 - 2t + 1) + 5$$

$$= -5(t - 1)^2 + 5$$

이므로 $t = 1$ 일 때 h 의 최댓값은 5이다.

따라서 걸리는 시간은 1초이다.

63) 5m

⇒ 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면

$$h = -5t^2 + 10t$$

$$= -5(t^2 - 2t + 1) + 5$$

$$= -5(t - 1)^2 + 5$$

이므로 $t = 1$ 일 때 h 의 최댓값은 5이다.

따라서 공의 최고 높이는 5m이다.

64) 9초

$$\Rightarrow h = -2t^2 + 16t + 18 = 0$$

$$t^2 - 8t - 9 = 0, (t + 1)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 9$$

그런데 $t > 0$ 이므로 $t = 9$

따라서 공은 9초 후에 지면에 떨어진다.

65) 4초

$$\Rightarrow h = -2t^2 + 16t + 18$$

$$= -2(t^2 - 8t + 16) + 50$$

$$= -2(t - 4)^2 + 50$$

이므로 $t = 4$ 일 때 h 의 최댓값은 50이다.

따라서 공은 4초 후에 최고 높이에 도달한다.

66) 50m

$$\Rightarrow h = -2t^2 + 16t + 18$$

$$= -2(t^2 - 8t + 16) + 50$$

$$= -2(t - 4)^2 + 50$$

이므로 $t = 4$ 일 때 h 의 최댓값은 50이다.

따라서 공은 4초 후에 최고 높이 50m에 도달한다.

67) $(2 + \sqrt{6})$ 초

⇒ 공이 지면에 떨어지는 경우는 높이 h 가 0m일 때
이므로

$$4.9(2 + 4t - t^2) = 0$$

$$t^2 - 4t - 2 = 0$$

$$\therefore t = 2 + \sqrt{6} (\because t > 0)$$

따라서 공은 $2 + \sqrt{6}$ 초 후에 지면에 떨어진다.

68) 2초

$$\Rightarrow h = 4.9(2 + 4t - t^2)$$

$$= -4.9(t^2 - 4t + 4) + 29.4$$

$$= -4.9(t - 2)^2 + 29.4$$

이므로 $t = 2$ 일 때 h 의 최댓값은 29.4이다.

따라서 공은 2초 후에 최고 높이에 도달한다.

69) 29.4m

$$\Rightarrow h = 4.9(2 + 4t - t^2)$$

$$= -4.9(t^2 - 4t + 4) + 29.4$$

$$= -4.9(t - 2)^2 + 29.4$$

이므로 $t = 2$ 일 때 h 의 최댓값은 29.4이다.

따라서 공은 2초 후에 최고 높이 $29.4m$ 에 도달한다.

$$70) \frac{31}{4}m$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= -3t^2 + 9t + 1 \\ &= -3\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4}\end{aligned}$$

$t = \frac{3}{2}$ 일 때 y 의 최댓값은 $\frac{31}{4}$ 이므로

공이 가장 높은 곳에 있을 때의 높이는 $\frac{31}{4}m$ 이다.

$$71) \frac{19}{4}m$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= -3t^2 + 9t + 1 \\ &= -3\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4}\end{aligned}$$

$1 \leq t \leq 2.5$ 의 범위에서 $t = 2.5$ 일 때 최솟값이 $\frac{19}{4}$ 이

므로 공을 던진 후 1초부터 2.5초까지 공이 가장

낮은 곳에 있을 때의 높이는 $\frac{19}{4}m$ 이다.