



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
 1) 제작연월일 : 2018-07-25  
 2) 제작자 : 교육지대(주)  
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 01 / 충분조건과 필요조건

- (1) **충분조건과 필요조건**: 명제  $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 이것을 기호로  $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타내고,  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이라고 한다.  
 (2) **필요충분조건**:  $p \Rightarrow q$ 이고  $q \Rightarrow p$ 일 때, 이것을 기호로  $p \Leftrightarrow q$ 와 같이 나타내고,  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이라고 한다.

■ 다음 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 무슨 조건인지 말하여라. (단,  $x, y$ 는 실수)

1.  $p : x = -1, q : x^2 - 1 = 0$
2.  $p : x = 3, q : x^2 = 9$
3.  $p : x^2 = y^2, q : x = y$
4.  $p : x = 2, q : 3x = 6$
5.  $p : x = 1$  또는  $x = 2, q : x^2 - 3x + 2 = 0$
6.  $p : xz = yz, q : x = y$
7.  $p : x^2 = 25, q : x - 5 = 0$
8.  $p : x = 2, q : x^2 = 4$
9.  $p : x^2 = 9, q : x = 3$
10.  $p : xy = 0, q : x = 0$  또는  $y = 0$
11.  $p : x^2 = x, q : x = 0$  또는  $x = 1$
12.  $p : x^2 + y^2 = 0, q : xy = 0$
13.  $p : x^2 - 3x + 2 = 0, q : x = 2$
14.  $p : x = 1, q : x^2 = 1$
15.  $p : x^2 + y^2 = 0, q : x = 0, y = 0$
16.  $p : x$ 는 4의 배수,  $q : x$ 는 2의 배수
17.  $p : 2 < x < 5, q : x^2 - 7x + 10 < 0$

18.  $p : -1 < x < 2, q : x < 5$

19.  $p : x - 3 = 0, q : x^2 - x - 6 = 0$

20.  $p : A = B$  (단, A, B는 집합)  
 $q : A - B = \emptyset$

## 02 / 충분조건, 필요조건과 진리집합의 포함 관계

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때

(1)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건  $\Leftrightarrow P \subset Q$

(2)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건  $\Leftrightarrow Q \subset P$

(3)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건  $\Leftrightarrow P = Q$

■ 다음 ☐안에 알맞은 것을 써넣어라.

21.  $p : x = 2, q : x^2 = 4$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

22.  $p : -2 < x < 3, q : x \geq -2$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

23.  $p : x = 3, q : x^2 = 9$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

24.  $p : x$ 는 2의 양의 배수,  $q : x$ 는 4의 양의 배수

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

25.  $p : x^2 + 2x - 3 = 0, q : x = 1$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

26.  $p : x = -1, q : x + 1 = 0$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

27.  $p : x > 1, q : 1 < x \leq 2$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

28.  $p : x = 1, q : x^2 = 1$

$\Rightarrow P = \text{$   
 $Q = \text{$

따라서  $P \text{ ☐ } Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  조건이다.

29.  $p : x$ 는 8의 양의 약수,  $q : x$ 는 4의 양의 약수

$$\Rightarrow P = \boxed{\phantom{0000}} \\ Q = \boxed{\phantom{0000}}$$

따라서  $P \boxed{\phantom{00}} Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  $\boxed{\phantom{0000}}$  조건이다.

30.  $p : x < 1$ ,  $q : x < 2$

$$\Rightarrow P = \boxed{\phantom{0000}} \\ Q = \boxed{\phantom{0000}}$$

따라서  $P \boxed{\phantom{00}} Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  $\boxed{\phantom{0000}}$  조건이다.

31.  $p : -1 < x < 1$ ,  $q : x^2 - 1 < 0$

$$\Rightarrow P = \boxed{\phantom{0000}} \\ Q = \boxed{\phantom{0000}}$$

따라서  $P \boxed{\phantom{00}} Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  $\boxed{\phantom{0000}}$  조건이다.

32.  $p : x$ 는 3의 배수,  $q : x$ 는 6의 배수

$$\Rightarrow P = \boxed{\phantom{0000}} \\ Q = \boxed{\phantom{0000}}$$

따라서  $P \boxed{\phantom{00}} Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  $\boxed{\phantom{0000}}$  조건이다.

33.  $p : x$ 는 6의 양의 약수,  $q : x$ 는 12의 양의 약수

$$\Rightarrow P = \boxed{\phantom{0000}} \\ Q = \boxed{\phantom{0000}}$$

따라서  $P \boxed{\phantom{00}} Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한  $\boxed{\phantom{0000}}$  조건이다.

■ 다음 두 조건  $p$ ,  $q$ 의 진리집합을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 할 때,  $P$ ,  $Q$ 의 포함 관계를 이용하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 어떤 조건인지 말하여라. (단,  $x$ 는 실수)

34.  $p : x > 3$ ,  $q : x > 6$

35.  $p : x^2 - 3x + 2 < 0$ ,  $q : 1 < x < 2$

36.  $p : a$ 는 정수,  $q : a$ 는 유리수

37.  $p : x^3 - 1 > 0$ ,  $q : x^2 + 6x + 8 > 0$

38.  $p : x^2 + 9x + 14 = 0$ ,  $q : x^2 + 4x + 4 = 0$

■ 주어진 두 조건  $p$ ,  $q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분 조건일 때, 정수  $a$ 의 최댓값을 구하여라.

39.  $p : -2 < x < a$ ,  $q : -2 \leq x \leq 3$

40.  $p : 0 \leq x \leq a$ ,  $q : -2 \leq x \leq 3$

41.  $p : -3 \leq x < 0$ ,  $q : a < x < 1$

42.  $p : 1 \leq x \leq a$ ,  $q : -3 \leq x \leq 2$

43.  $p : -2 \leq x < 4$ ,  $q : a < x < 5$

■ 주어진 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분 조건일 때, 정수  $a$ 의 최솟값을 구하여라.

44.  $p : -2 \leq x < 1, q : -a < x < a$

45.  $p : 1 \leq x \leq 3, q : -1 < x < a$

46.  $p : -1 \leq x \leq 2, q : -2 < x < a$

47.  $p : 0 \leq x \leq 4, q : -2 < x < a$

48.  $p : a \leq x \leq 2, q : -3 < x \leq 4$

49.  $p : a \leq x \leq 8, q : -15 < x < 9$

50.  $p : -1 \leq x \leq 2, q : -2 \leq x \leq a$

51.  $p : a \leq x \leq 4, q : 1 < x \leq 6$

52.  $p : a+2 \leq x < a+6, q : -5 < x \leq 7$

■ 주어진 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요 조건일 때, 정수  $a$ 의 최댓값을 구하여라

53.  $p : a \leq x < 5, q : -1 \leq x < 3$

54.  $p : -2 < x < 2, q : 0 \leq x \leq a$

55.  $p : a \leq x < 3, q : 1 \leq x < 2$

56.  $p : 1 < x < 5, q : 2 \leq x \leq a$

57.  $p : a \leq x < 5, q : -1 < x \leq 4$

58.  $p : x-a \geq 0, q : -2 \leq x \leq 5$

■ 주어진 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요 조건일 때, 정수  $a$ 의 최솟값을 구하여라

59.  $p : -2 < x \leq a, q : 2 < x < 5$

60.  $p : -3 < x < 2, q : a \leq x \leq 0$

61.  $p : -1 < x < 4, q : a \leq x \leq 3$

62.  $p : 1 < x \leq a, q : 3 < x < 4$

63.  $p : 0 \leq x \leq 2$  또는  $x \geq 5, q : x \geq a$

64.  $p : -5 < x \leq 1, q : a \leq x \leq -1$

▣ 다음 물음에 답하여라. (단  $x$ 는 실수)

65. 두 조건  $p : -2 \leq x \leq 1, q : k < x < k+8$   
에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는  
정수  $k$ 의 개수를 구하여라.

66. 두 조건 ' $p : |x+1| \leq 2$ ', ' $q : |x-a| < 3$ '에 대하여  
 $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건일 때, 상수  $a$ 의 값의  
범위를 구하여라.

67. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가 각각  
 $p : x^2 + ax - 2a^2 > 0, q : x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \neq 0$ 일 때,  
 $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 상수  $a$ 의 값의  
범위를 구하여라.

68. 두 조건  $p : x+1 \neq 0, q : x^2 + ax - 2 \neq 0$ 에 대하여  
 $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 실수  $a$ 의 값을 구하  
여라.

69. 두 조건 ' $p : |x-1| \leq 5$ ', ' $q : |x-a| \leq 3$ '에 대하여  
 $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수  $a$  값의 범  
위를 구하여라.

70. 두 조건  $p : -3 \leq x \leq 3, q : a-5 < x < a-2$   
에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 정수  $a$ 의  
최댓값  $M$ , 최솟값  $m$ 에 대하여  $M+m$ 의 값을 구하  
여라.

71.  $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ 이기 위한 필요조건이  $a \leq x \leq 6$   
이고, 충분조건이  $b \leq x \leq 4$ 일 때,  $a$ 의 최댓값과  $b$   
의 최솟값을 차례로 구하여라.



## 정답 및 해설

## 1) 충분조건

$$\Rightarrow q : x^2 - 1 = 0 \text{을 풀면 } x = \pm 1$$

즉,  $p \Rightarrow q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 2) 충분

$$\Rightarrow x = 3 \overset{\circ}{\rightleftharpoons} x^2 = 9$$

( $\leftarrow$ 의 반례)  $x = -3$ 이면  $x^2 = 9$ 이지만  $x \neq 3$ 이다.

$\therefore$  충분조건

## 3) 필요조건

$$\Rightarrow p : x^2 = y^2 \text{을 풀면 } x = \pm y \text{이므로 } q \Rightarrow p$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

## 4) 필요충분조건

$$\Rightarrow q : 3x = 6 \text{을 풀면 } x = 2 \text{이므로 } p \Leftrightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

## 5) 필요충분

$$\Rightarrow x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \overset{\circ}{\rightleftharpoons} x^2 - 3x + 2 = 0$$

$\therefore$  필요충분조건

## 6) 필요

$$\Rightarrow xz = yz \overset{\times}{\rightleftharpoons} x = y$$

( $\rightarrow$ 의 반례)  $x = 1, y = 2, z = 0$ 이면  $xz = yz$ 이지만  $x \neq y$ 이다.

$\therefore$  필요조건

## 7) 필요조건

$$\Rightarrow p : x^2 = 25 \text{를 풀면 } x = \pm 5$$

$$q : x - 5 = 0 \text{을 풀면 } x = 5$$

$$\therefore q \Rightarrow p$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

## 8) 충분조건

$$\Rightarrow q : x^2 = 4 \text{를 풀면 } x = \pm 2 \text{이므로 } p \Rightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 9) 필요조건

$$\Rightarrow p : x^2 = 9 \text{를 풀면 } x = \pm 3 \text{이므로 } q \Rightarrow p$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

## 10) 필요충분조건

$$\Rightarrow p : xy = 0 \text{을 풀면 } x = 0 \text{ 또는 } y = 0$$

$$\therefore p \Leftrightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

## 11) 필요충분조건

$$\Rightarrow p : x^2 - x = 0 \text{을 풀면}$$

$$x(x-1) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore p \Leftrightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

## 12) 충분조건

$$\Rightarrow p : x^2 + y^2 = 0 \text{을 풀면 } x = y = 0$$

$$q : x = 0 \text{ 또는 } y = 0$$

$$\therefore p \Rightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 13) 필요

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{거짓 } (p \rightarrow q \text{의 반례} : x = 1)$$

$$q \rightarrow p : \text{참}$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

## 14) 충분

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{참}$$

$$q \rightarrow p : \text{거짓 } (q \rightarrow p \text{의 반례} : x = -1)$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 15) 필요충분

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{참}$$

$$q \rightarrow p : \text{참}$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

## 16) 충분

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{참}$$

$$q \rightarrow p : \text{거짓 } (q \rightarrow p \text{의 반례} : x = 2)$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 17) 필요충분

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{참}$$

$$q \rightarrow p : \text{참}$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

## 18) 충분

$$\Rightarrow p \rightarrow q : \text{참}$$

$$q \rightarrow p : \text{거짓 } (q \rightarrow p \text{의 반례} : x = 3)$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 19) 충분조건

$$\Rightarrow p : x - 3 = 0, q : x^2 - x - 6 = 0 \text{의 진리집합을 각각 } P, Q \text{라 하면 } P = \{3\}$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) = 0 \text{이므로}$$

$$Q = \{-2, 3\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 20) 충분조건

$$\Rightarrow q : A - B = \emptyset \text{이면 } A \subset B \text{이므로 } p \Rightarrow q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

21)  $\{2\}, \{-2, 2\}, \subset$ , 충분

$$\Rightarrow p : x = 2, q : x^2 = 4 \text{의 진리집합을 각각 } P, Q \text{라 하고 하면}$$

$$P = \{2\}, Q = \{-2, 2\},$$

$$\therefore P \subset Q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이고  $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이다.

22)  $\{x|-2 < x < 3\}, \{x|x \geq -2\} \subset$ , 충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: -2 < x < 3, q: x \geq -2$ 의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면

$$P = \{x|-2 < x < 3\}, Q = \{x|x \geq -2\}$$

$$\therefore P \subset Q$$

따라서  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이고  $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이다.

23)  $\{3\}, \{-3, 3\}, \subset$ , 충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x=3, q: x^2=9$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{3\}, Q = \{-3, 3\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

24)  $\{2, 4, 6, 8, \dots\}, \{4, 8, 12, 16, \dots\}, \supset$ , 필요

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x$ 는 2의 양의 배수,  $q: x$ 는 4의 양의 배수의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면

$$P = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, Q = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

따라서  $P \supset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

25)  $\{-3, 1\}, \{1\}, \supset$ , 필요

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x^2+2x-3=0, q: x=1$ 의 진리집합을 P, Q라 하면

$$P = \{-3, 1\}, Q = \{1\}$$

따라서  $P \supset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

26)  $\{-1\}, \{-1\}, =$ , 필요충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x=-1, q: x+1=0$ 의 진리집합을 P, Q라 하면

$$P = \{-1\}, Q = \{-1\}$$

따라서  $P = Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

27)  $\{x|x > 1\}, \{x|1 < x \leq 2\}, \supset$ , 필요

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x > 1, q: 1 < x \leq 2$ 의 진리집합을 P, Q라 하면

$$P = \{x|x > 1\}, Q = \{x|1 < x \leq 2\}$$

따라서  $P \supset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

28)  $\{1\}, \{-1, 1\}, \subset$ , 충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x=1, q: x^2=1$ 의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면

$$P = \{1\}, Q = \{-1, 1\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

29)  $\{1, 2, 4, 8\}, \{1, 2, 4\}, \supset$ , 필요

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x$ 는 8의 양의 약수,  $q: x$ 는 4의 양의 약수의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면

$$P = \{1, 2, 4, 8\}, Q = \{1, 2, 4\}$$

따라서  $P \supset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

30)  $\{x|x < 1\}, \{x|x < 2\}, \subset$ , 충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x < 1, q: x < 2$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{x|x < 1\}, Q = \{x|x < 2\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

31)  $\{x|-1 < x < 1\}, \{x|-1 < x < 1\}, =$ , 필요충분

$\Rightarrow$  두 조건  $p: -1 < x < 1, q: x^2-1 < 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{x|-1 < x < 1\}, Q = \{x|-1 < x < 1\}$$

따라서  $P = Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

32)  $\{3, 6, 9, 12, \dots\}, \{6, 12, 18, 24, \dots\}, \supset$ , 필요

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x$ 는 3의 배수,  $q: x$ 는 6의 배수의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{3, 6, 9, 12, \dots\}, Q = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$$

따라서  $P \supset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

33)  $\{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \subset$ , 충분

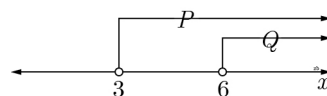
$\Rightarrow$  두 조건  $p: x$ 는 6의 양의 약수,  $q: x$ 는 12의 양의 약수의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

34) 필요조건

$\Rightarrow$  두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면



따라서  $Q \subset P$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

35) 필요충분조건

$\Rightarrow$  두 조건  $p: x^2-3x+2 < 0, q: 1 < x < 2$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$x^2-3x+2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0 \text{이므로}$$

$$P = \{x|1 < x < 2\}$$

$$\text{이때, } Q = \{x|1 < x < 2\}$$

따라서  $P = Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

36) 충분조건

$\Rightarrow$  조건  $p, q$ 의 진리집합을 P, Q라고 하면  $P \subset Q$ 이

므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

### 37) 충분조건

⇒ 조건  $p : x^3 - 1 > 0$ ,  $q : x^2 + 6x + 8 > 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$x^3 - 1 > 0 \text{에서 } (x-1)(x^2+x+1) > 0 \text{이므로}$$

$$P = \{x \mid x > 1\} \quad (\because x^2+x+1 > 0)$$

$$x^2 + 6x + 8 > 0 \text{에서 } (x+2)(x+4) > 0 \text{이므로}$$

$$Q = \{x \mid x < -4 \text{ 또는 } x > -2\}$$

따라서  $P \subset Q$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

### 38) 필요조건

⇒ 두 조건  $p : x^2 + 9x + 14 = 0$ ,  $q : x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$x^2 + 9x + 14 = 0 \text{에서 } (x+2)(x+7) = 0 \text{이므로}$$

$$P = \{-7, -2\}$$

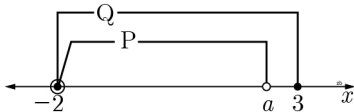
$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{에서 } (x+2)^2 = 0 \text{이므로}$$

$$Q = \{-2\}$$

따라서  $Q \subset P$ 이므로  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

### 39) 3

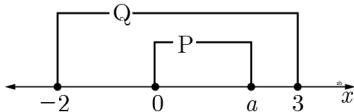
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $-2 < a \leq 3$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 3이다.

### 40) 3

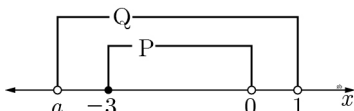
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $0 \leq a \leq 3$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 3이다.

### 41) -4

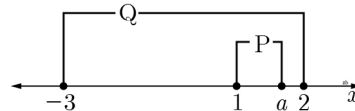
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a < -3$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 -4이다.

### 42) 2

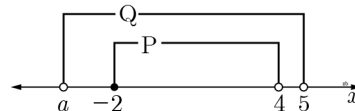
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $1 \leq a < 2$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 1이다.

### 43) -3

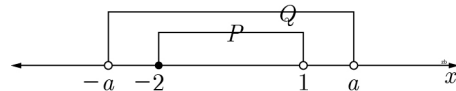
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a < -2$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 -3이다.

### 44) 3

⇒ 집합 Q는 다음과 같아야 한다.

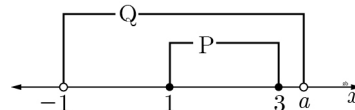


즉,  $-a < -2$ 이고  $a \geq 1$ 이어야 하므로  $a > 2$ 이고  $a \geq 1 \quad \therefore a > 2$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은 3이다.

### 45) 4

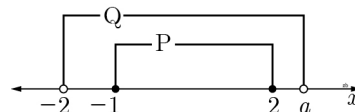
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a > 3$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은 4이다.

### 46) 3

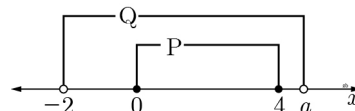
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a > 2$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은 3이다.

### 47) 5

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

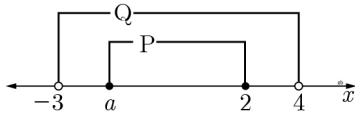


따라서  $a > 4$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은 5이다.

### 48) -2

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합 P, Q를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

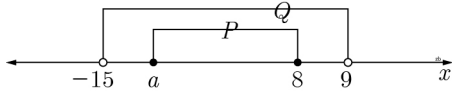




따라서  $-3 < a \leq 2$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $-2$ 이다.

49)  $-14$

⇒ 집합  $P$ 는 다음과 같아야 한다.

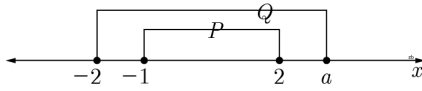


∴  $-15 < a \leq 8$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은  $-14$ 이다.

50)  $2$

⇒  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이라면 집합  $Q$ 는 다음과 같아야 한다.

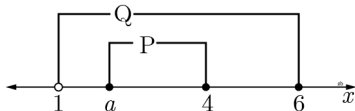


∴  $a \geq 2$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은  $2$ 이다.

51)  $2$

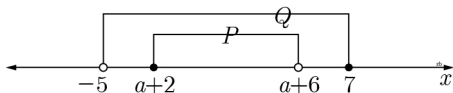
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $1 < a \leq 4$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $2$ 이다.

52)  $-6$

⇒ 집합  $P$ 는 다음과 같아야 한다.

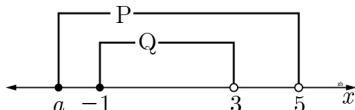


즉,  $-5 < a+2$ 이고  $a+6 < 7$ 이어야 하므로  $a > -7$ 이고  $a \leq 1$  ∴  $-7 < a \leq 1$

따라서 정수  $a$ 의 최솟값은  $-6$ 이다.

53)  $-1$

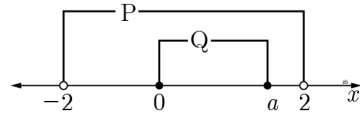
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a \leq -1$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은  $-1$ 이다.

54)  $1$

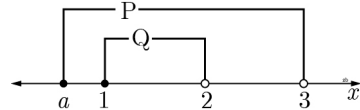
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $0 \leq a < 2$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은  $1$ 이다.

55)  $1$

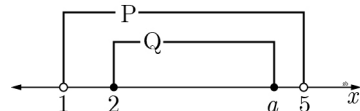
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a \leq 1$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은  $1$ 이다.

56)  $4$

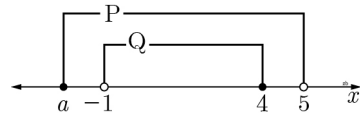
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $2 \leq a < 5$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은  $4$ 이다.

57)  $-1$

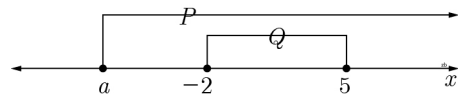
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a \leq -1$ 이므로  $a$ 의 최댓값은  $-1$ 이다.

58)  $-2$

⇒  $q \rightarrow p$ 가 참이므로 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $Q \subset P$ 이어야 한다. 즉, 집합  $P$ 는 다음과 같아야 한다.

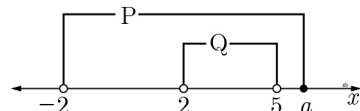


∴  $a \leq -2$

따라서 실수  $a$ 의 최댓값은  $-2$ 이다.

59)  $5$

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

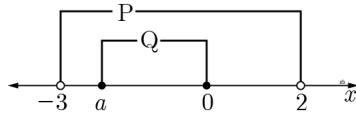


따라서  $a \geq 5$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $5$ 이다.

60)  $-2$

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록

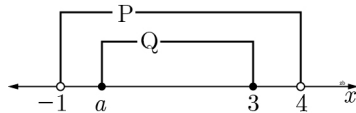
록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $-3 < a \leq 0$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $-2$ 이다.

61) 0

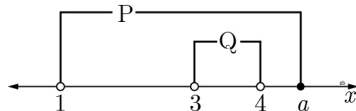
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $-1 < a \leq 3$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $0$ 이다.

62) 4

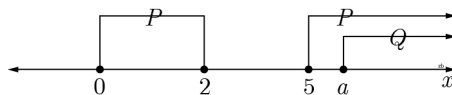
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $a \geq 4$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $4$ 이다.

63) 5

⇒  $q \rightarrow p$ 가 참이므로 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라고 하면  $Q \subset P$ 이어야 한다. 즉, 집합  $Q$ 는 다음과 같아야 한다.

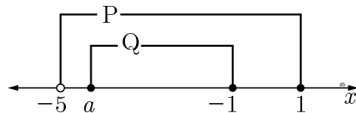


∴  $a \geq 5$

따라서 실수  $a$ 의 최솟값은  $5$ 이다.

64)  $-4$

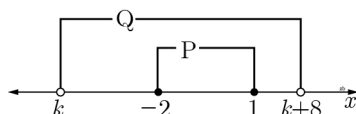
⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서  $-5 < a \leq -1$ 이므로 정수  $a$ 의 최솟값은  $-4$ 이다.

65) 4

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$k < -2, k+8 > 1$  ∴  $-7 < k < -2$

따라서 구하는 정수  $k$ 는  $-6, -5, -4, -3$ 의  $4$

개이다.

66)  $-2 < a < 0$

⇒ 조건  $p, q$ 의 진리집합을  $P, Q$ 라 하자.

$$p: |x+1| \leq 2, -2 \leq x+1 \leq 2, -3 \leq x \leq 1$$

$$P = \{x \mid -3 \leq x \leq 1\}$$

$$q: |x-a| < 3, -3 < x-a < 3, a-3 < x < a+3$$

$$Q = \{x \mid a-3 < x < a+3\}$$

$p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이면  $P \subset Q$

$P \subset Q$ 하려면  $a-3 < -3, a+3 > 1$ 이어야 한다.

$$\therefore -2 < a < 0$$

67)  $a \leq -2, 3 \leq a$

68)  $-1$

⇒  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이면  $q \Rightarrow p$ 이다.

$$\therefore \sim p \Rightarrow \sim q \text{이므로 명제 } 'x+1=0 \text{이면}$$

$$x^2+ax-2=0 \text{이다.}' \text{는 참이다.}$$

$$\therefore 1-a-2=0 \therefore a=-1$$

69)  $-1 \leq a \leq 3$

⇒ 조건  $p, q$ 의 진리집합을  $P, Q$ 라 하자.

$$p: |x-1| \leq 5, -5 \leq x-1 \leq 5, -4 \leq x \leq 6$$

$$P = \{x \mid -4 \leq x \leq 6\}$$

$$q: |x-a| \leq 3, -3 \leq x-a \leq 3, a-3 \leq x \leq a+3$$

$$Q = \{x \mid a-3 \leq x \leq a+3\}$$

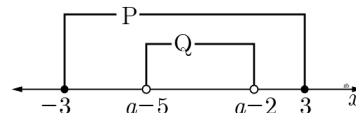
$p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $p \Leftarrow q$  즉  $Q \subset P$ 이다.

$Q \subset P$ 하려면  $a-3 \geq -4, a+3 \leq 6$ 이어야 한다.

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

70) 7

⇒ 두 조건  $p, q$ 의 진리집합  $P, Q$ 를  $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$$a-5 \geq -3, a-2 \leq 3 \text{에서 } a \geq 2, a \leq 5, \text{ 즉}$$

$2 \leq a \leq 5$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은  $5$ , 최솟값은  $2$ 이다.

$$\text{따라서 } M=5, m=2 \text{이므로 } M+m=7$$

71)  $a$ 의 최댓값:  $1, b$ 의 최솟값:  $1$

$$\Rightarrow p: x^2-6x+5 \leq 0$$

$$q: a \leq x \leq 6$$

$$r: b \leq x \leq 4$$

조건  $p, q, r$ 의 진리집합을  $P, Q, R$ 이라 하자.

$q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이므로  $P \subset Q$ 이다.

$$P = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$$

$$Q = \{x \mid a \leq x \leq 6\}$$

$$\therefore P \subset Q \text{하려면 } a \leq 1$$

$r$ 는  $p$ 이기 위한 충분조건이므로  $R \subset P$ 이다.

$$R = \{x \mid b \leq x \leq 4\}$$

$\therefore R \subset P$ 이라면  $1 \leq b \leq 4$

$\therefore a$ 의 최댓값은 1,  $b$ 의 최솟값은 1이다.