



◇ 「콘텐츠산업 진흥법 시행령」 제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2016-08-25
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇ 「콘텐츠산업 진흥법」 외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

1. 직각삼각형의 닮음

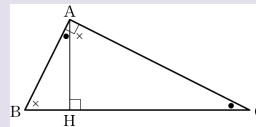
두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 이 두 직각삼각형은 AA 닮음이므로 닮은 도형이다.

2. 직각삼각형의 닮음의 활용

$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때

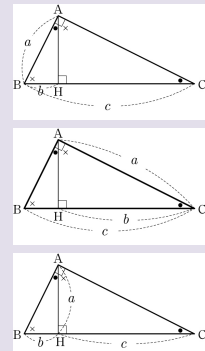
$\triangle ABC \sim \triangle HBA \sim \triangle HAC$ (AA 닮음)

- 1) $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{BC} : \overline{BA} \Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$
- 2) $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ 이므로 $\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{HC} \Rightarrow \overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$
- 3) $\triangle HBA \sim \triangle HAC$ 이므로 $\overline{BH} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{CH} \Rightarrow \overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$
- 4) 직각삼각형 ABC의 넓이에서 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$



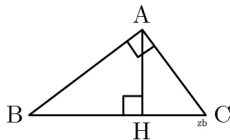
참고

● 주어진 그림에서 $a^2 = bc$ 이다.



직각삼각형의 닮음

■ 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은 O표, 옳지 않은 것은 X표를 하여라.

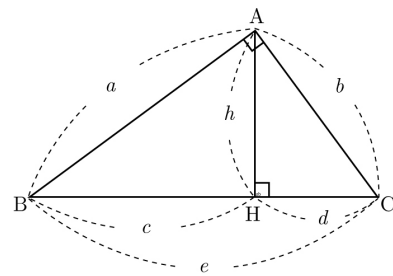


1. $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ ()
2. $\triangle HBA \sim \triangle HCA$ ()
3. $\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{CH}$ ()
4. $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ ()

5. $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \times \overline{HC}$ ()

6. $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$ ()

■ 다음 그림을 보고, ()안에 알맞게 써넣어라.

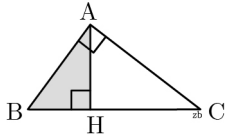


7. $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ 이므로 $a^2 = ()$

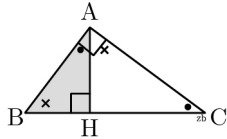
8. $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ 이므로 $b^2 = ()$

9. $\triangle HBA \sim \triangle HAC$ 이므로 $h^2 = ()$

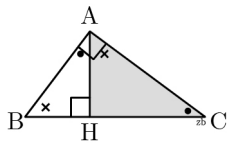
- 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, 서로 닮음인 삼각형을 찾으려고 한다. 다음 []안에 알맞은 것을 써넣어라.



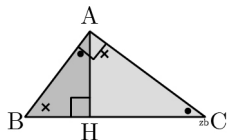
10.



11.



12.

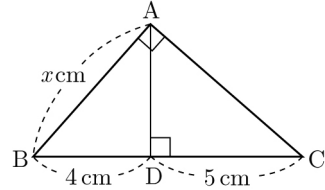


[풀이] $\triangle HBA$ 와 $\triangle HAC$ 에서
 $\angle BHA = \angle AHC = [\quad]$
 $[\quad] + \angle HAC = 90^\circ$ 이고 $\angle HAC + [\quad] = 90^\circ$
 이므로 $\angle HAB = [\quad]$
 $\therefore \triangle HBA \sim [\quad]$ ([\quad] 닮음)

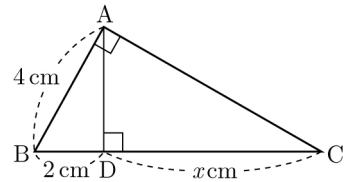
직각삼각형의 닮음의 활용

- 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 x 의 값을 구하여라.

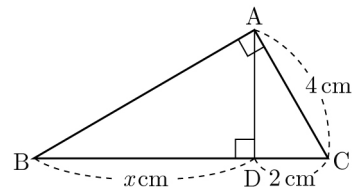
13.



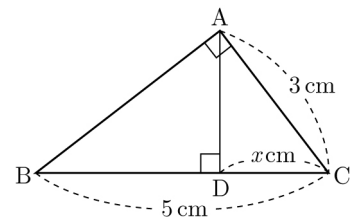
14.



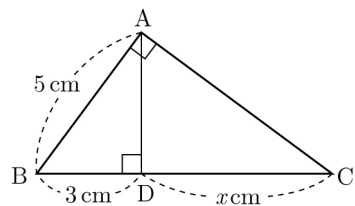
15.



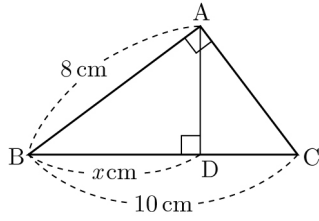
16.



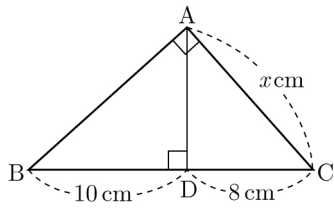
17.



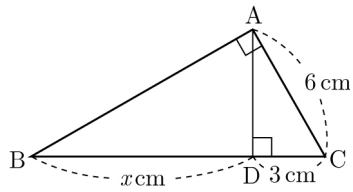
18.



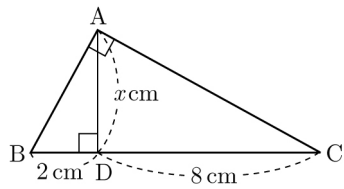
19.



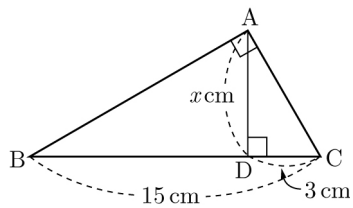
20.



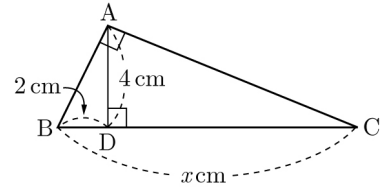
21.



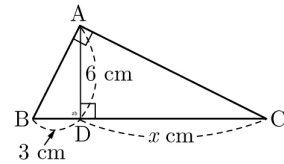
22.



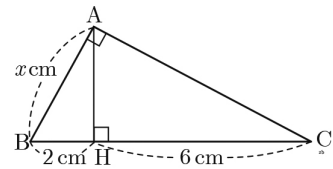
23.



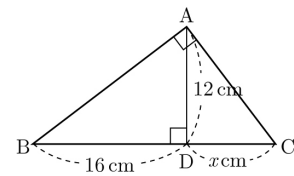
24.



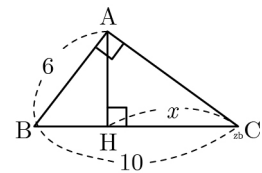
25.



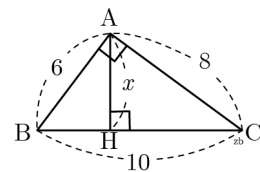
26.



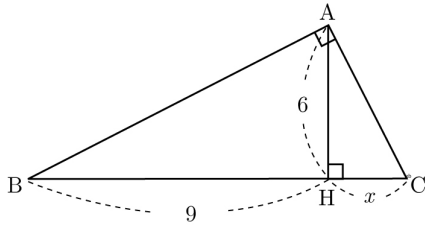
27.



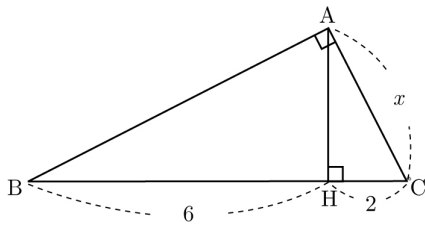
28.



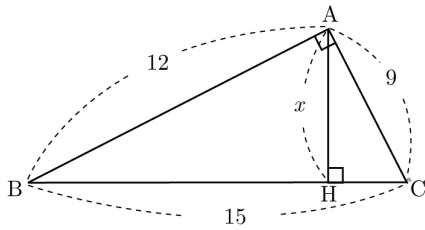
29.



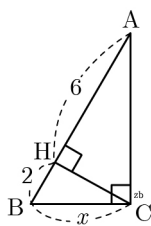
30.



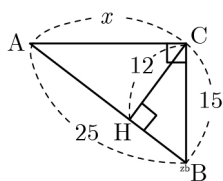
31.



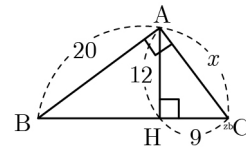
32.



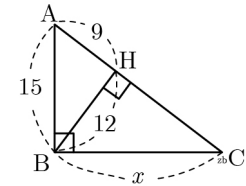
33.



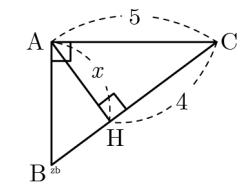
34.



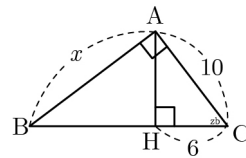
35.



36.

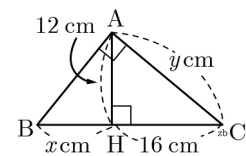


37.

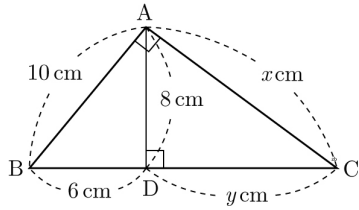


■ 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $x + y$ 의 값을 구하여라.

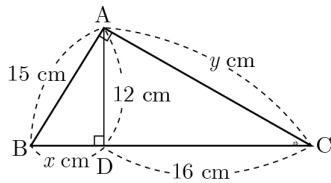
38.



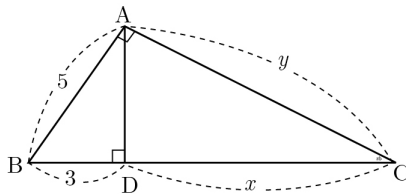
39.



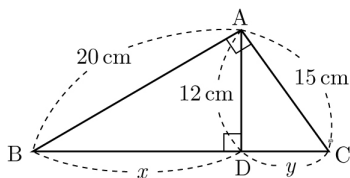
40.



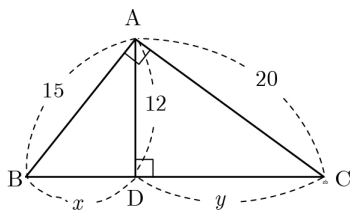
41.



42.

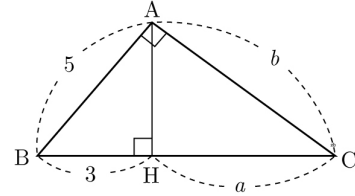


43.

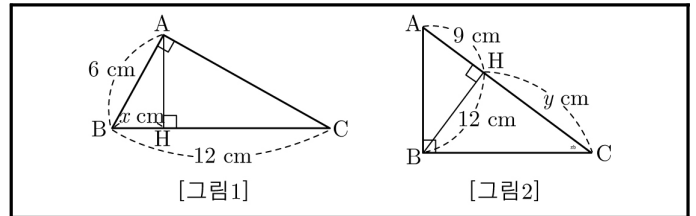


▣ 다음 물음에 답하여라.

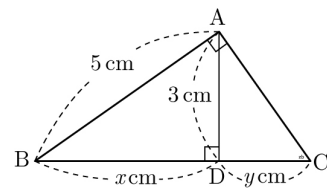
44. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = \angle AHB = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BH} = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



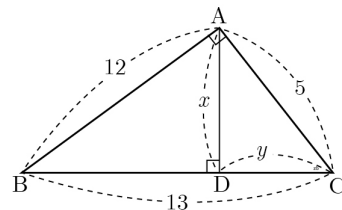
45. [그림1]은 $\angle A = 90^\circ$, [그림2]는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. 다음 그림과 같이 각의 크기가 90° 인 꼭짓점에서 빗변에 내린 수선의 발을 각각 H라고 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.



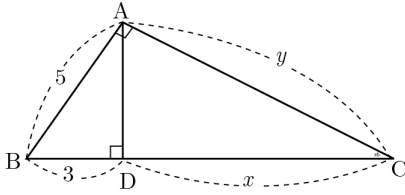
46. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ 이고 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + 4y$ 의 값을 구하여라.



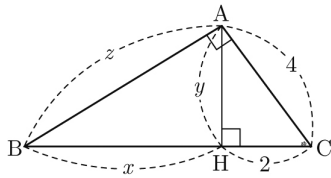
47. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, $x : y$ 의 값을 구하여라.



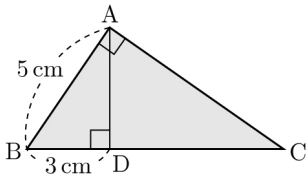
48. $\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ 이고,
 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BD} = 3$, $\overline{AC} = y$, $\overline{DC} = x$ 라 할 때, $2y - x$ 를
 구하여라.



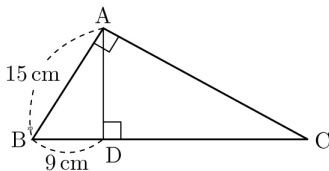
49. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = \angle AHC = 90^\circ$ 일 때,
 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.



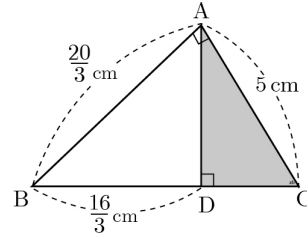
50. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를
 구하여라.



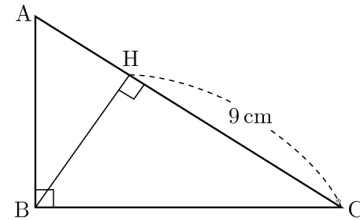
51. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{BD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하여라.



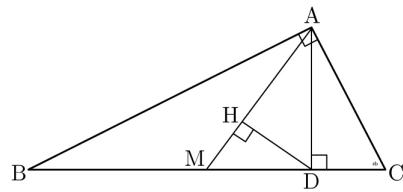
52. $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = \frac{20}{3}\text{cm}$,
 $\overline{AC} = 5\text{cm}$, $\overline{BD} = \frac{16}{3}\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하여라.



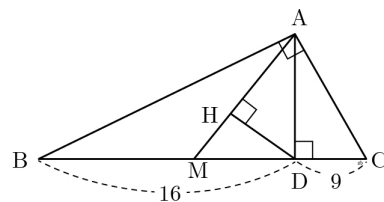
53. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 B 에서 변 AC 에
 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{CH} = 9\text{cm}$, $\triangle BCH$ 의 넓이가
 27cm^2 일 때, \overline{AH} 의 길이를 구하여라.



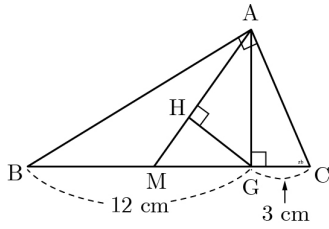
54. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = 4\text{cm}$,
 $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 일 때, \overline{DH} 의
 길이를 구하여라.



55. 다음 그림의 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이라 한다.
 $\overline{BD} = 16$, $\overline{CD} = 9$ 일 때, \overline{AH} 의 길이를 구하여라.

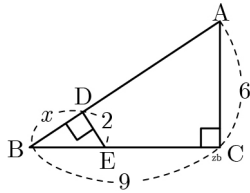


56. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BG} = 12\text{cm}$, $\overline{CG} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{GH} 의 길이를 구하여라.

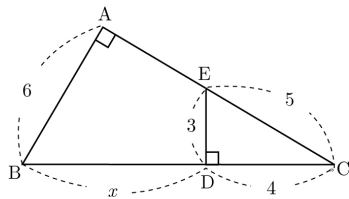


▣ 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

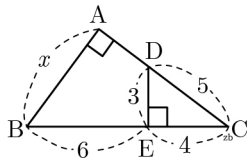
57.



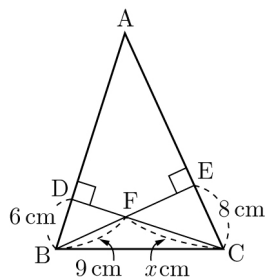
58.



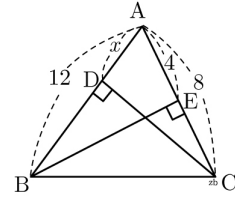
59.



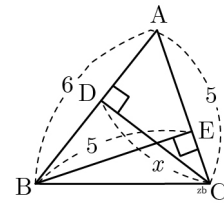
60.



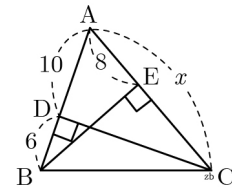
61.



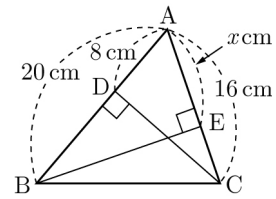
62.



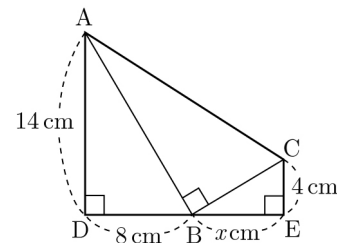
63.



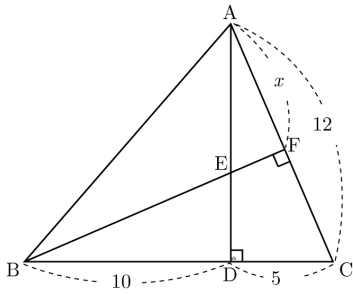
64.



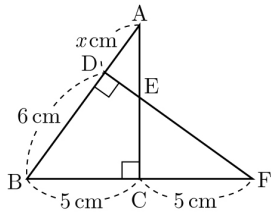
65.



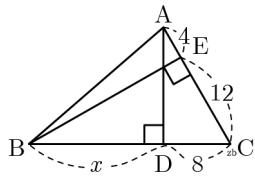
66.



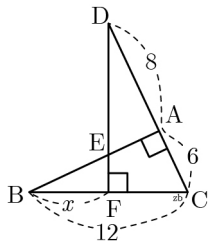
67.



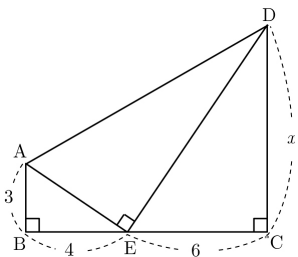
68.



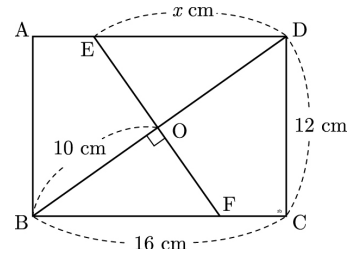
69.



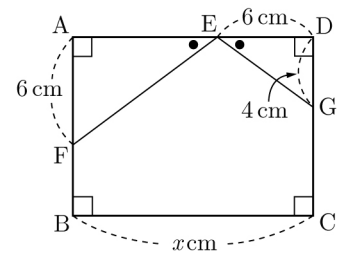
70.



71.

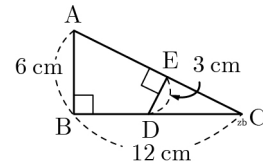


72.

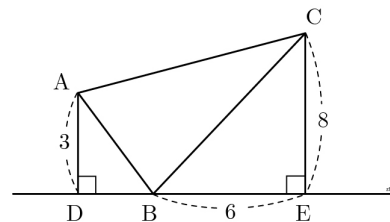


■ 다음 물음에 답하여라.

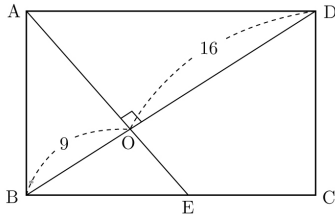
73. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC} \perp \overline{DE}$ 일 때, \overline{EC} 의 길이를 구하여라.



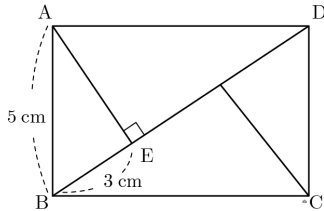
74. 직각삼각형 ABC의 두 꼭짓점 A, C에서 꼭짓점 B를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 할 때, 사각형 ADEC의 넓이를 구하여라.



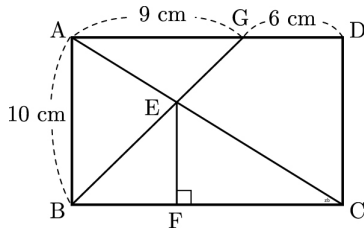
75. 직사각형 ABCD의 대각선 BD와 선분 AE는 점 O에서 수직으로 만난다. $\overline{OD}=16$, $\overline{OB}=9$ 일 때, $\overline{OA}+\overline{OE}$ 의 값을 구하여라.



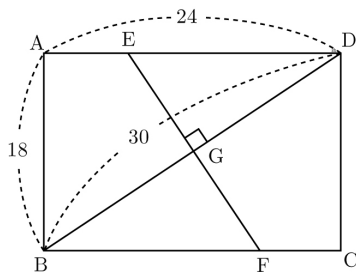
76. 직사각형 ABCD의 점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 E라고 할 때, $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{BE}=3\text{cm}$ 이다. 이 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



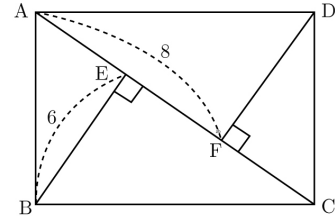
77. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 \overline{EF} 의 길이를 구하여라.



78. 다음 $\square ABCD$ 는 직사각형이다. $\overline{BD} \perp \overline{EF}$ 이고 $\overline{BG}=\overline{DG}$ 일 때, \overline{EF} 의 길이를 구하여라.

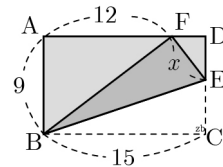


79. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 직사각형이다. $\overline{AC} \perp \overline{BE}$ 이고 $\overline{AC} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

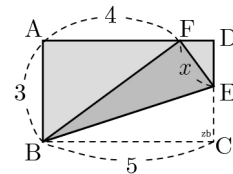


- 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 접었을 때, x 의 값을 구하여라.

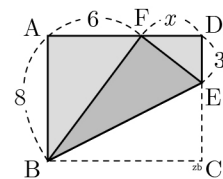
80.



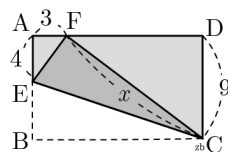
81.



82.

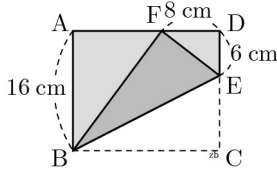


83.

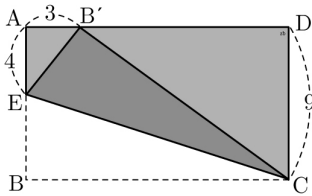


▣ 다음 물음에 답하여라.

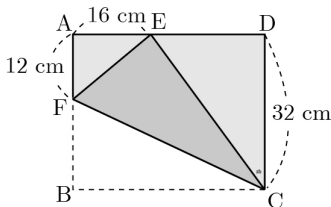
84. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 \overline{BE} 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 C가 \overline{AD} 위의 점 F에 오도록 접었을 때, \overline{BF} 의 길이를 구하여라.



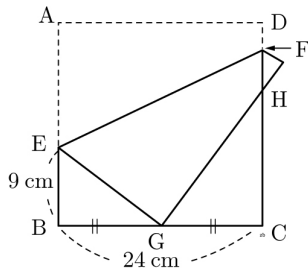
85. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 꼭짓점 B가 \overline{AD} 위에 오도록 접을 때, $\triangle B'EC$ 의 넓이를 구하여라.



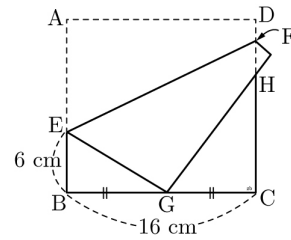
86. 다음 그림은 직사각형 모양의 종이 ABCD를 접어서 꼭짓점 B가 \overline{AD} 위의 점 E에 오도록 한 것이다. 이때 \overline{EC} 의 길이를 구하여라.



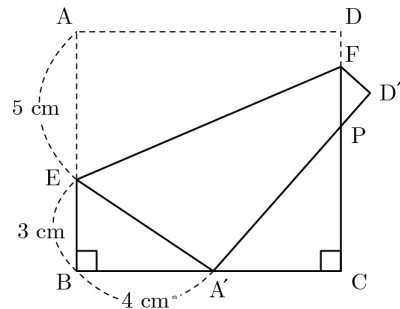
87. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이 ABCD에서 \overline{EF} 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A가 \overline{BC} 의 중점 G에 오도록 접었을 때, \overline{FH} 의 길이를 구하여라.



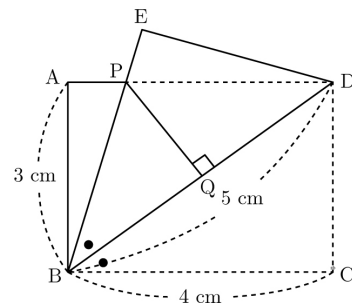
88. 한 변의 길이가 16cm인 정사각형 모양의 종이 ABCD에서 \overline{EF} 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A가 \overline{BC} 의 중점 G에 오도록 접었다. $\overline{BE} = 6$ cm일 때, \overline{CH} 의 길이를 구하여라.



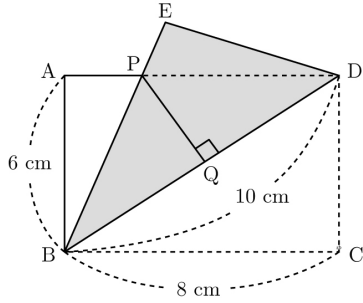
89. 정사각형 ABCD를 \overline{EF} 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A가 \overline{BC} 위의 점 A'오도록 접었다. $\overline{AE} = 5$ cm, $\overline{EB} = 3$ cm, $\overline{BA'} = 4$ cm일 때, $\overline{PA'}$ 의 길이를 구하여라.



90. 다음 그림은 $\overline{AD} = 4$ cm, $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{BD} = 5$ cm인 직사각형 ABCD에서 대각선 BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 E에 오도록 접은 것이다. \overline{AD} 와 \overline{BE} 의 교점 P에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.



91. 다음 그림에서 $\overline{AD}=8\text{cm}$, $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BD}=10\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD에서 대각선 BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 E에 오도록 접은 것이다. \overline{AD} 와 \overline{BE} 의 교점 P에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.



정답 및 해설



1) O

2) X

3) X

4) O

5) O

6) O

7) ce

$$\Rightarrow a:c=e:a \quad \therefore a^2=ce$$

8) de

$$\Rightarrow e:b=b:d \quad \therefore b^2=de$$

9) cd

$$\Rightarrow c:h=h:d \quad \therefore h^2=cd$$

10) $\angle B, \angle BHA, \triangle HBA, AA$ 11) $\angle C, \angle BAC, \triangle HAC, AA$ 12) $90^\circ, \angle HAB, \angle HCA, \angle HCA, \triangle HAC, AA$

13) 6

$$\Rightarrow x^2=4 \times (4+5)=36 \quad \therefore x=6$$

14) 6

$$\Rightarrow 4^2=2 \times (2+x) \text{에서 } 16=4+2x \quad \therefore x=6$$

15) 6

$$\Rightarrow 4^2=2 \times (2+x) \text{에서 } 16=4+2x \quad \therefore x=6$$

16) $\frac{9}{5}$

$$\Rightarrow 3^2=x \times 5 \quad \therefore x=\frac{9}{5}$$

17) $\frac{16}{3}$

$$\Rightarrow 5^2=3 \times (3+x) \text{에서 } 25=9+3x \quad \therefore x=\frac{16}{3}$$

18) $\frac{32}{5}$

$$\Rightarrow 8^2=x \times 10, 10x=64 \quad \therefore x=\frac{32}{5}$$

19) 12

$$\Rightarrow x^2=8 \times (8+10)=144 \quad \therefore x=12$$

20) 9

$$\Rightarrow 6^2=3 \times (3+x) \text{에서 } 36=9+3x \quad \therefore x=9$$

21) 4

$$\Rightarrow x^2=2 \times 8=16 \quad \therefore x=4$$

22) 6

$$\Rightarrow x^2=(15-3) \times 3=36 \quad \therefore x=6$$

23) 10

$$\Rightarrow 4^2=2 \times (x-2) \text{에서 } 16=2x-4 \quad \therefore x=10$$

24) 12

$$\Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} \text{이므로 } 36=3x, x=12 \text{이다.}$$

따라서 $\overline{DC}=12$ 이다.

25) 4

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} \text{가 성립하므로}$$

$$x^2=2 \times 8=16 \quad \therefore x=4$$

26) 9

$$\Rightarrow 12^2=16 \times x \quad \therefore x=9$$

27) $\frac{32}{5}$

$$\Rightarrow 6^2=(10-x) \times 10 \quad \therefore x=\frac{32}{5}$$

28) $\frac{24}{5}$

$$\Rightarrow 6 \times 8=10 \times x \quad \therefore x=\frac{24}{5}$$

29) 4

$$\Rightarrow \overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$$

$$6^2=9 \times x \quad \therefore x=4$$

30) 4

$$\Rightarrow \overline{AC}^2 = \overline{HC} \times \overline{BC}$$

$$x^2=2 \times 8=16 \quad \therefore x=4$$

31) $\frac{36}{5}$

$$\Rightarrow \overline{AC} \times \overline{AB} = \overline{BC} \times \overline{AH}$$

$$9 \times 12 = 15 \times x \quad \therefore x=\frac{36}{5}$$

32) 4

$$\Rightarrow x^2=2 \times (2+6)=16 \quad \therefore x=4$$

33) 20

$$\Rightarrow x \times 15 = 25 \times 12 \quad \therefore x=20$$

34) 15

$$\Rightarrow 12^2 = \overline{BH} \times 9 \text{에서 } \overline{BH} = 16$$

$$x^2 = 9 \times (9 + 16) = 225 \quad \therefore x = 15$$

35) 20

$$\Rightarrow 12^2 = 9 \times \overline{CH} \text{에서 } \overline{CH} = 16$$

$$x^2 = 16 \times (16 + 9) = 400 \quad \therefore x = 20$$

36) 3

$$\Rightarrow 5^2 = 4 \times \overline{BC} \text{에서 } \overline{BC} = \frac{25}{4}$$

$$x^2 = \left(\frac{25}{4} - 4\right) \times 4 = 9 \quad \therefore x = 3$$

37) $\frac{40}{3}$

$$\Rightarrow 10^2 = 6 \times \overline{BC} \text{에서 } \overline{BC} = \frac{50}{3}$$

$$x^2 = \left(\frac{50}{3} - 6\right) \times \frac{50}{3} = \frac{1600}{9} \quad \therefore x = \frac{40}{3}$$

38) 29

$$\Rightarrow 12^2 = x \times 16 \quad \therefore x = 9$$

$$y^2 = 16 \times (16 + 9) = 400 \quad \therefore y = 20$$

따라서 $x + y = 29$ 이다.

39) 24

$$\Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} \text{이므로 } 64 = 6y, y = \frac{32}{3} \text{이다.}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AD} \text{이므로}$$

$$10x = \left(6 + \frac{32}{3}\right) \times 8, x = \frac{40}{3} \text{이다.}$$

따라서 $x + y = 24$ 이다.

40) 29

$$\Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} \text{이므로 } 144 = 16x, x = 9 \text{이다.}$$

또, $\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$ 이므로

$$y^2 = 16 \times 25, y^2 = (4 \times 5)^2, y = 20 \text{이다.}$$

따라서 $x + y = 29$ 이다.

41) 12

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC} \text{이므로 } 25 = 3(3 + x), x = \frac{16}{3} \text{이다.}$$

또, $\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$ 이므로

$$y^2 = \frac{16}{3} \left(3 + \frac{16}{3}\right) \Rightarrow y^2 = \frac{(4 \times 5)^2}{3^2} \Rightarrow y = \frac{20}{3} \text{이다.}$$

따라서 $x + y = \frac{16}{3} + \frac{20}{3} = \frac{36}{3} = 12$ 이다.

42) 25 cm

$$\Rightarrow \overline{BC} \times \overline{AD} = \overline{AB} \times \overline{AC} \text{이므로}$$

$$\overline{BC} \times 12 = 20 \times 15, \overline{BC} = 25 \text{cm 이다.}$$

이 때, $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로 $400 = 25x, x = 16 \text{ cm}$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC} \text{이므로 } 225 = 25y, y = 9 \text{ cm}$$

$\therefore x + y = 16 + 9 = 25$

43) 25

$$\Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} \text{이므로 } 144 = xy \cdots \textcircled{1}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC} \text{이므로 } 400 = y(x + y) \cdots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하고 풀면 $256 = y^2 \quad \therefore y = 16$

$y = 16$ 을 ①에 대입하면 $x = 9$ 이다.

이 때, $x + y = 25$ 이다.

44) 12

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} \text{이므로 } 25 = 3(3 + a), a = \frac{16}{3} \text{이다.}$$

또, $b^2 = a(a + 3) \Rightarrow b^2 = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} \Rightarrow b = \frac{20}{3}$ 이다.

따라서 $a + b = 12$ 이다.

45) 13

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} \text{이므로 } 36 = 12x, x = 3 \text{이다.}$$

또, $\overline{BH}^2 = \overline{AH} \times \overline{CH}$ 이므로 $144 = 9y, y = 16$ 이다.

따라서 $y - x = 13$ 이다.

46) 13

$$\Rightarrow 5^2 = x(x + y) \cdots \textcircled{1}, 3^2 = xy \cdots \textcircled{2}$$

②을 ①의 식에 대입하면

$$25 = x^2 + 9$$

$$x^2 = 16 \quad \therefore x = 4$$

또, $x = 4$ 를 ②의 식에 대입하면 $y = \frac{9}{4}$ 이다.

따라서 $x + 4y = 13$ 이다.

47) 12 : 5

$$\Rightarrow \overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AD} \text{가 성립한다.}$$

즉, $12 \times 5 = 13 \times x, x = \frac{60}{13}$ 이다.

또, $\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$ 가 성립한다.

즉, $25 = 13 \times y, y = \frac{25}{13}$ 이다.

따라서 $x : y = \frac{60}{13} : \frac{25}{13} = 12 : 5$ 이다.

48) 8

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC} \text{이므로 } 25 = 3(3 + x), x = \frac{16}{3} \text{이다.}$$

또, $\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$ 이므로

$$y^2 = \frac{16}{3} \left(3 + \frac{16}{3}\right) \Rightarrow y^2 = \frac{(4 \times 5)^2}{3^2} \Rightarrow y = \frac{20}{3} \text{이다.}$$

따라서 $2y - x = \frac{40}{3} - \frac{16}{3} = 8$ 이다.

49) 96

⇒ $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC}$ 이므로 $16 = 2(x+2)$, $x=6$ 이다.
 또, $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로 $y^2 = 6 \times 2 = 12$ 이고,
 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로 $z^2 = 6 \times 8 = 48$ 이다.
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 36 + 12 + 48 = 96$

50) $\frac{50}{3} \text{cm}^2$

⇒ $5^2 = 3 \times \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{25}{3} (\text{cm})$

$\therefore \overline{DC} = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3} (\text{cm})$

$\overline{AD}^2 = 3 \times \frac{16}{3} = 16$ 이므로 $\overline{AD} = 4$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{25}{3} \times 4 = \frac{50}{3} (\text{cm}^2)$

51) 96cm^2

⇒ $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로 $225 = 9\overline{BC}$, $\overline{BC} = 25 \text{cm}$ 이다.
 이 때, $\overline{DC} = 25 - 9 = 16 (\text{cm})$ 이고, $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD}^2 = 9 \times 16 \quad \therefore \overline{AD} = 12 \text{cm}$

$\therefore (\triangle ADC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96 (\text{cm}^2)$

52) 6cm^2

⇒ $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로

$\frac{400}{9} = \frac{16}{3} \overline{BC}$, $\overline{BC} = \frac{25}{3} \text{cm}$ 이다.

이 때, $\overline{DC} = \frac{25}{3} - \frac{16}{3} = 3 (\text{cm})$ 이다.

또, $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD}^2 = \frac{16}{3} \times 3 = 16$, $\overline{AD} = 4 \text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 (\text{cm}^2)$ 이다.

53) 4cm

⇒ $\triangle BCH = 27 \text{cm}^2$ 일 때, $\frac{1}{2} \times 9 \times \overline{BH} = 27$, $\overline{BH} = 6 \text{cm}$ 이다.

또, $\overline{BH}^2 = \overline{CH} \times \overline{AH}$ 이므로 $36 = 9\overline{AH}$, $\overline{AH} = 4 \text{cm}$ 이다.

54) $\frac{12}{5} \text{cm}$

⇒ $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$ 이므로 $16 = 2\overline{BD}$, $\overline{BD} = 8 \text{cm}$ 이다.

또, 점 M은 삼각형의 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5 \text{cm}$ 이고, $\overline{DM} = 3 \text{cm}$ 이다.

이 때, $\overline{AM} \times \overline{DH} = \overline{DM} \times \overline{AD}$ 가 성립하므로

$5\overline{DH} = 3 \times 4 \quad \therefore \overline{DH} = \frac{12}{5} \text{cm}$

55) $\frac{288}{25}$

⇒ 점 M은 외심이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{25}{2}$ 이다.

이 때, $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD}^2 = 16 \times 9 = 144$, $\overline{AD} = 12$ 이다.

또, $\overline{AD}^2 = \overline{AH} \times \overline{AM}$ 이므로

$144 = \frac{25}{2} \overline{AH}$, $\overline{AH} = \frac{288}{25}$ 이다.

56) $\frac{18}{5} \text{cm}$

57) 3

⇒ $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{ED}$

$9 : x = 6 : 2 \quad \therefore x = 3$

58) 6

⇒ $\angle C$ 는 공통, $\angle A = \angle CDE$

$\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 닮음) 이므로

$3 : 6 = 5 : (x+4) \quad \therefore x = 6$

59) 6

⇒ $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC}$

$x : 3 = 10 : 5 \quad \therefore x = 6$

60) 12

⇒ 두 직각삼각형 DBF와 ECF에서 $\angle DFB = \angle EFC$ 이므로 $\triangle DBF \sim \triangle ECF$ (AA 닮음)

따라서 $6 : 8 = 9 : x$ 에서 $x = 12$

61) $\frac{8}{3}$

⇒ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD}$

$12 : 8 = 4 : x \quad \therefore x = \frac{8}{3}$

62) $\frac{25}{6}$

⇒ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CD}$

$6 : 5 = 5 : x \quad \therefore x = \frac{25}{6}$

63) 20

⇒ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD}$

$16 : x = 8 : 10 \quad \therefore x = 20$

64) 10

⇒ 두 직각삼각형 ABE와 ACD에서 $\angle A$ 는 공통이므로 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $20:16=x:8$ 에서 $x=10$

65) 7

⇒ 두 직각삼각형 ADB와 BEC에서
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle CBE = \angle BCE$
 $\therefore \triangle ADB \sim \triangle BEC$ (AA 닮음)
 따라서 $14:x=8:4$ 에서 $x=7$

66) $\frac{23}{4}$

⇒ $\angle C$ 는 공통, $\angle ADC = \angle BFC$
 $\triangle ADC \sim \triangle BFC$ (AA 닮음)이므로
 $5:(12-x)=12:15 \quad \therefore x=\frac{23}{4}$

67) $\frac{7}{3}$

⇒ 두 직각삼각형 ABC와 FBD에서 $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle FBD$ (AA 닮음)
 따라서 $(x+6):(5+5)=5:6$ 에서
 $6(x+6)=50, 6x=14 \quad \therefore x=\frac{7}{3}$

68) 16

⇒ $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{CD}:\overline{CE}$
 $16:(x+8)=8:12 \quad \therefore x=16$

69) 5

⇒ $\triangle ABC \sim \triangle FDC$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{BC}:\overline{DC}=\overline{AC}:\overline{FC}$
 $12:14=6:(12-x) \quad \therefore x=5$

70) 8

⇒ $\angle AEB = \angle EDC, \angle B = \angle C$
 $\triangle ABE \sim \triangle ECD$ (AA 닮음)이므로
 $3:6=4:x \quad \therefore x=8$

71) $\frac{25}{2}$ cm

⇒ $\triangle BDC \sim \triangle DEO$ (AA 닮음)이고, $\overline{DO}=\overline{BO}=10$ 이므로
 $\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{DO}:\overline{DE}$
 $16:20=10:\overline{DE}$
 $\therefore \overline{DE}=\frac{200}{16}=\frac{25}{2}$ cm

72) 15

⇒ 두 직각삼각형 AFE와 DGE에서 $\angle AEF = \angle DEG$ 이므로
 $\triangle AFE \sim \triangle DGE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AE}:6=6:4$ 에서 $\overline{AE}=9$ (cm)
 $\overline{BC}=\overline{AE}+\overline{ED}$ 에서 $x=9+6=15$

73) 6 cm

⇒ $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 닮음)이고
 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{DE}=2:1$ 이므로
 $12:\overline{EC}=2:1 \quad \therefore \overline{EC}=6$ (cm)

74) 55

75) $\frac{75}{4}$

⇒ $\overline{AO}^2=\overline{BO} \times \overline{DO}$ 가 성립한다.
 즉, $\overline{AO}^2=9 \times 16, \overline{AO}=12$ 이다.
 이 때, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{OA}:\overline{OE}=\overline{OD}:\overline{OB}$ 가 성립한다.
 즉, $12:\overline{OE}=16:9, \overline{OE}=\frac{27}{4}$ 이다.
 따라서 $\overline{OA}+\overline{OE}=\frac{75}{4}$ 이다.

76) $\frac{100}{3}$ cm²

⇒ 직각삼각형 ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BE} \times \overline{BD}$ 가 성립한다.
 즉, $25=3 \times \overline{BD}, \therefore \overline{BD}=\frac{25}{3}$ cm
 또, $\overline{AE}^2=\overline{BE} \times \overline{ED}$ 가 성립하므로
 $\overline{AE}^2=3 \times \frac{16}{3} \quad \therefore \overline{AE}=4$ cm
 $\therefore \square ABCD=\frac{25}{3} \times 4=\frac{100}{3}$ (cm²)

77) $\frac{25}{4}$ cm

⇒ $\triangle AEG$ 와 $\triangle CEB$ 에서
 $\angle GAE = \angle BCE$ (엇각), $\angle AGE = \angle CBE$ (엇각)이므로
 $\triangle AEG \sim \triangle CEB$ (AA 닮음)이다.
 이 때, $\overline{AG}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{EC}=3:5$ 이다.
 또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle EFC$ 에서
 $\angle ABC = \angle EFC, \angle ACB$ 는
 공통이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ (AA 닮음)이다.
 즉, $\overline{CA}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{EF}$ 가 성립한다.
 따라서 $8:5=10:\overline{EF}, \overline{EF}=\frac{25}{4}$ cm이다.

78) $\frac{45}{2}$

⇒ $\triangle DGE \sim \triangle DAB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{EG}:\overline{DG}=\overline{BA}:\overline{DA}$
 $\overline{EG}:15=18:24$
 $\therefore \overline{EG}=\frac{45}{4}$
 $\therefore \overline{EF}=\frac{45}{4} \times 2=\frac{45}{2}$

79) 35

⇒ $\triangle ADF \sim \triangle DCF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} = \overline{EA'} = 5\text{cm}$ 이고, $3:4=5:\overline{PA'}$, $\overline{PA'} = \frac{20}{3}\text{cm}$ 이다.

90) $\frac{15}{8}\text{cm}$

⇒ $\angle PDB = \angle DBC$ (엇각)이므로

$\triangle PDB$ 는 이등변삼각형이 되고 이등변삼각형은 밑변을 수직이등분하는 성질을 가지고 있으므로 $\overline{BQ} = 2.5\text{cm}$ 이다.

$\triangle BED \sim \triangle BQP$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{BQ} : \overline{QP}$$

$$4:3 = 2.5 : \overline{PQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{15}{8}\text{cm}$$

91) $\frac{15}{4}\text{cm}$

⇒ $\angle PBD = \angle DBC$ (접은 각), $\angle PDB = \angle DBC$ (엇각)이므로 $\triangle PDB$ 는 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 꼭지각에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BQ} = 5$ 이다.

$\triangle PBQ \sim \triangle DBC$ (AA 닮음)

$$\overline{BQ} : \overline{BC} = \overline{PQ} : \overline{DC}$$

$$5:8 = \overline{PQ}:6$$

$$8\overline{PQ} = 30 \quad \therefore \overline{PQ} = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$$