단원 ISSUE

이 단원에서는 **곱셈공식 및 그 변형을 묻는 문제, 항등식과 나머지정리를 이용하여 해결하는 문제** 등이 자주 출제되며 계산을 많이 필요로 하는 단원이므로 실수가 생기지 않도록 학습합니다.
또한, 간단한 단순 계산 유형부터 복합적인 고난도 문제까지 다양하게 출제되므로 여러 가지 유형을 학습하도록 합니다.

평가문제

[중단원 마무리]

1. 어떤 도시락 업체에서 새로 개발한 도시락을 x개 생산하는 데 드는 비용은 $2x^2+x$, 판매비용은 x^3+5x^2+x이다.
$(\text{이익})=(\text{판매비용})-(\text{생산비용})$일 때, 이 도시락을 1개 판매할 때의 이익을 구하면?

① x^3 ② x^3+3x^2
③ x^2+3x ④ $x+3$
⑤ x^2+x+3

[중단원 마무리]

2. 다항식 $3x^3-4x^2+4x+2$를 다항식 $P(x)$로 나누면 몫이 $3x^2-x+3$, 나머지가 5이다. 이때 다항식 $P(x)$를 구하면?

① $x-3$ ② $x-2$
③ $x-1$ ④ $x+1$
⑤ $x+2$

[중단원 마무리]

3. 삼각형의 세변의 길이 a, b, c에 대하여 $\dfrac{a-b+c}{a+b+c}=\dfrac{-a-b+c}{a-b-c}$일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 빗변의 길이가 a인 직각삼각형
② 빗변의 길이가 b인 직각삼각형
③ 빗변의 길이가 c인 직각삼각형
④ $a=b$인 이등변삼각형
⑤ $b=c$인 이등변삼각형

[중단원 마무리]

4. 다항식 $(3x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+2y^2)$의 전개식에서 x^2y^2의 계수를 a, 다항식 $(2x^4-5x^3+2x^2+x-3)^2$의 전개식에서 x^4의 계수를 b라 할 때, $\dfrac{b}{a}$의 값을 구하면?

① -7 ② -6
③ -5 ④ -4
⑤ -3

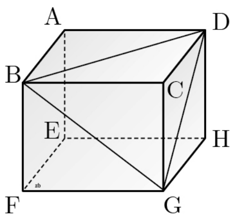
[중단원 마무리]

5. 다항식 $(x-2)(x-1)(x+3)(x+4)$를 전개하면?

① $x^4+4x^3+7x^2-22x+24$
② $x^4+4x^3-7x^2-22x+24$
③ $x^4-4x^3+7x^2+22x+24$
④ $x^4-4x^3+7x^2+22x-24$
⑤ $x^4-4x^3-7x^2-22x-24$

[중단원 마무리]

6. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 72이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 194일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하면?



① 37　② 42
③ 48　④ 52
⑤ 60

[대단원 마무리]

7. $x^2=2x+1$일 때, $x+x^2+x^3-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18　② 20
③ 22　④ 24
⑤ 26

[중단원 마무리]

8. 다음은 다항식 $2x^3+x^2+2$를 다항식 ax^2+bx-1로 나누는 과정을 나타낸 것이다. $a+b+c+d+e$의 값을 구하면?

$$\begin{array}{r|l} & 2x-1 \\ ax^2+bx-1 & 2x^3+x^2\qquad+2 \\ & 2x^3+2x^2+cx \\ \hline & -x^2-cx+2 \\ & -x^2-x+1 \\ \hline & dx+e \end{array}$$

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

9. $x+y+z=4$, $xy+yz+zx=6$, $xyz=9$일 때, $x^3+y^3+z^3$의 값을 구하면?

① 15　② 16
③ 17　④ 18
⑤ 19

[대단원 마무리]

10. $\left(\frac{17}{20}\right)^3+\left(\frac{3}{20}\right)^3-1$을 계산하면?

① $-\frac{3^2\times17}{200}$　② $\frac{3^2\times17}{200}$
③ $-\frac{3^2\times17}{400}$　④ $\frac{3^2\times17}{400}$
⑤ $\frac{3^2\times17}{800}$

[중단원 마무리]

11. 모든 실수 x에 대하여 등식 $x^3=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$가 성립할 때, 상수 a, b, c, d에 대하여 $a^2+b^2+c^2+d^2$의 값을 구하면?

① 20　② 21
③ 22　④ 23
⑤ 24

[중단원 마무리]

12. 모든 실수 x에 대하여 등식 $x^3-2x^2-4x+6=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$가 성립할 때, 상수 a, b, c, d에 대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하면?

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

13. 다항식 $P(x)$에 대하여 $(x-1)(x^2+1)P(x)=ax^8+bx^2+1$가 x에 대한 항등식일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[대단원 마무리]

14. 등식

$$x^{2009}=a_0(x+1)^{2009}+a_1(x+1)^{2008}+a_2(x+1)^{2007}+\cdots+a_{2008}(x+1)+a_{2009}$$

이 x에 대한 항등식일 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{2008}$의 값을 구하면? (단, a_0, a_1, a_2, $\cdots$, a_{2009}는 상수이다.)

① 2008 ② 2009 ③ 2^{2008} ④ 2^{2009} ⑤ 2^{2010}

[중단원 마무리]

15. 삼차다항식 ax^3+6x+b가 $(x-1)^2$으로 나누어떨어질 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

[중단원 마무리]

16. 다항식 $P(x)$를 $ax+b(a\neq0)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 할 때, $xP(x)$를 $x+\frac{b}{a}$로 나눈 몫과 나머지를 각각 구하면?

① 몫: $xQ(x)$, 나머지: R

② 몫: $xQ(x)+R$, 나머지: R

③ 몫: $xQ(x)$, 나머지: $-\frac{b}{a}R$

④ 몫: $axQ(x)+R$, 나머지: $-\frac{b}{a}R$

⑤ 몫: $axQ(x)+R$, 나머지: $-aR$

[중단원 마무리]

17. 다항식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이때 상수 m, n에 대하여 $m+2n$의 값을 구하면?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

[대단원 마무리]

18. 다항식 $f_1(x)$를 $x+1$로 나눈 몫은 $f_2(x)$, 나머지는 r_1이고, 몫 $f_2(x)$를 $x+1$로 나눈 몫은 $f_3(x)$, 나머지는 r_2이다. 몫 $f_3(x)$를 $x+1$로 나눈 몫이 $f_4(x)$, 나머지가 r_3일 때 $f_1(x)$를 $(x+1)^3$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하면 $R(0)$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ r_1 ④ $r_1+r_2+r_3$ ⑤ $r_1r_2r_3$

[중단원 마무리]

19. 다항식 $P(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지는 3이고, $x-3$으로 나눈 나머지는 -1이다. 이때 다항식 $P(x)$를 x^2-2x-3으로 나눈 나머지를 구하면?

① $x+2$ ② $x-2$ ③ $2x-1$ ④ $-x+2$ ⑤ $x+1$

[중단원 마무리]

20. 이차식 $f(x)=x^2+px+q$를 $x-\alpha$, $x-\beta$로 나눈 나머지가 각각 β, α일 때, $\alpha+\beta+p$의 값을 구하면? (단, $\alpha\neq\beta$이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[대단원 마무리]

21. 다항식 $P(x)$를 $x-2$로 나눈 몫은 $Q(x)$이고 나머지는 2이다. 다항식 $xQ(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지가 6일 때, 다항식 $P(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지를 구하면?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

22. $3x^2+2xy-y^2+4x-4y-4$를 인수분해하면 $(x+ay+b)(3x+cy+d)$일 때, 상수 a, b, c, d에 대하여 $ab+cd$의 값을 구하면?

① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[중단원 마무리]

23. 둘레의 길이가 12인 삼각형의 세 변의 길이가 각각 a, b, c일 때, $a^3+b^3+c^3-3abc=0$을 만족한다. 이때 이 삼각형의 넓이를 구하면?

① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$
③ $5\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$
⑤ $7\sqrt{3}$

[중단원 마무리]

24. 어느 제품을 직육면체 모양의 상자에 넣어 판매하려고 한다. 이 상자의 밑면은 정사각형 모양이고 부피가 $x^3+11x^2+39x+45$라 할 때, 높이를 x에 대한 다항식으로 나타내면? (단, 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이는 일차항의 계수가 1인 일차식이다.)

① $x+1$ ② $x+3$
③ $x+5$ ④ $x+6$
⑤ $x+9$

[중단원 마무리]

25. $\dfrac{29^4+29^2+1}{29^2+29+1}=30^2-A$를 만족시키는 A의 값을 구하면?

① 81 ② 84
③ 87 ④ 90
⑤ 93

[중단원 마무리]

26. 다음 중 인수분해가 옳지 않은 것은?

① $(x+y)^2-3(x+y)+2=(x+y-1)(x+y-2)$
② $2x^2(x+2)^2+3x^2+6x+1=(x+1)^2(2x^2+4x+1)$
③ $x^4-7x^2+12=(x^2-3)(x+2)(x-2)$
④ $x^4-6x^2+1=(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$
⑤ $2x^3+3x^2-8x+3=(x-1)(2x+1)(x-3)$

[중단원 마무리]

27. 다음 중 인수분해가 옳지 않은 것은?

① $8x^3+12x^2+6x+1=(2x+1)^3$
② $10x^2+31x+15=(5x+3)(2x+5)$
③ $x^3+8y^3=(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$
④ $x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx=(x-y+z)^2$
⑤ $mx^2-4my^2=m(x-2y)(x+2y)$

[대단원 마무리]

28. 다음 중 $(x^2-x+1)(x^2-x+3)-15$의 인수인 것은?

① x^2+x+1 ② x^2-x-1
③ x^2-x+1 ④ x^2-x-6
⑤ x^2-x+6

[대단원 마무리]

29. 다항식 $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+k$가 x에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k의 값을 구하면?

① 9　　② 13
③ 15　　④ 16
⑤ 25

[대단원 마무리]

30. 100개의 다항식 x^3-1, x^3-2, x^3-3, $\cdots$, x^3-100이 있다. 이 중에서 자연수 a, b, c에 대하여 $(x-a)(x^2+bx+c)$의 꼴로 인수분해가 되는 다항식의 개수를 구하면? (단, a, b, c는 10 이하의 자연수이다.)

① 1　　② 2
③ 3　　④ 4
⑤ 5

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ③
[해설] 도시락을 x개 판매할 때 생기는 이익은
$(x^3+5x^2+x)-(2x^2+x)=x^3+3x^2$
따라서 도시락을 1개 판매할 때 생기는 이익은
$(x^3+3x^2)\div x=x^2+3x$이다.

2) [정답] ③
[해설] 다항식 $3x^3-4x^2+4x+2$를 다항식 $P(x)$로 나눈 몫이 $3x^2-x+3$, 나머지가 5이므로
$3x^3-4x^2+4x+2=P(x)(3x^2-x+3)+5$
$P(x)=\dfrac{3x^3-4x^2+4x-3}{3x^2-x+3}$이다.
다항식 $3x^3-4x^2+4x+2$를 $3x^2-x+3$으로 직접 나누어 다항식 $P(x)$를 구하면

$$\begin{array}{r|l} & x-1 \\ \hline 3x^2-x+3 & 3x^3-4x^2+4x-3 \\ & 3x^3-x^2+3x \\ \hline & -3x^2+x-3 \\ & -3x^2+x-3 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$P(x)=x-1$이다.

3) [정답] ③
[해설] $\dfrac{a-b+c}{a+b+c}=\dfrac{-a-b+c}{a-b-c}$에서
$(a-b+c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a-b+c)$
$(a-b+c)(a-b-c)+(a+b+c)(a+b-c)=0$
이다.
$(a-b+c)(a-b-c)+(a+b+c)(a+b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}+\{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2+(a+b)^2-c^2$
$=a^2-2ab+b^2-c^2+a^2+2ab+b^2-c^2$
$=2a^2+2b^2-2c^2$
$2a^2+2b^2-2c^2=0$이므로 $a^2+b^2=c^2$이다.
따라서 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

4) [정답] ②
[해설] $(3x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+2y^2)$의 전개식에서 x^2y^2의 계수를 계산하면
$6x^2y^2-4x^2y^2+x^2y^2=3x^2y^2$이므로 $a=3$이다.
$(2x^4-5x^3+2x^2+x-3)^2$의 전개식에서 x^4의 계수를 계산하면
$-6x^4-5x^4+4x^4-5x^4-6x^4=-18x^4$이므로
$b=-18$이다.
따라서 $a=3$, $b=-18$이므로 $\dfrac{b}{a}=-6$이다.

5) [정답] ②
[해설] x^2+2x를 t로 치환하면
$(x-2)(x-1)(x+3)(x+4)$
$=(x-2)(x+4)(x-1)(x+3)$
$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-3)=(t-8)(t-3)$
$=t^2-11t+24=(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24$
$=x^4+4x^3-7x^2-22x+24$이다.

6) [정답] ④
[해설] 세 모서리의 길이를 각각 x, y, z라고 하면
직육면체의 겉넓이는 $2(xy+yz+zx)=72$
또 $\overline{BD}^2+\overline{BG}^2+\overline{DG}^2=194$이므로
$(x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(z^2+x^2)=194$
$2x^2+2y^2+2z^2=194$
$x^2+y^2+z^2=97$
$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$
$=97+72=169$이므로 $x+y+z=13$
따라서 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은
$4(x+y+z)=52$이다.

7) [정답] ③
[해설] $x^2=2x+1$에서 양변을 x로 나누면
$x=2+\dfrac{1}{x}$이고 $x-\dfrac{1}{x}=2$이다.
$x+x^2+x^3-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}$
$=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)+\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+\left(x^3-\dfrac{1}{x^3}\right)$
$=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)+\left\{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2\right\}+\left\{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\right\}$
$=2+(2^2+2)+(2^3+3\cdot 2)=22$

8) [정답] ④
[해설]

$$\begin{array}{r|l} & 2x-1 \\ \hline x^2+x-1 & 2x^3+x^2+2 \\ & 2x^3+2x^2-2x \\ \hline & -x^2+2x+2 \\ & -x^2-x+1 \\ \hline & 3x+1 \end{array}$$

$a=1$, $b=1$, $c=-2$, $d=3$, $e=1$이므로
$a+b+c+d+e=4$이다.

9) [정답] ⑤
[해설] $x+y+z=4$, $xy+yz+zx=6$ 이므로
$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
$=4^2-2\times 6=4$이다.
따라서
$x^3+y^3+z^3$
$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz$
$=(x+y+z)\{x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)\}+3xyz$

$=4(4-6)+3\cdot\ 9\ =\ -8+27\ =19$ 이다.

10) [정답] ③

[해설] $a=\dfrac{17}{20}$, $b=\dfrac{3}{20}$, $c=-1$이라 하면 $a+b+c=0$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$이므로

$a^3+b^3+c^3=3abc$

$=3\times\dfrac{17}{20}\times\dfrac{3}{20}\times(-1)=-\dfrac{3^2\times 17}{400}$이다.

11) [정답] ①

[해설] 주어진 등식이 x에 대한 항등식이므로

$x^3=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$이다.

양변에 $x=1$을 대입하면 $d=1$

양변에 $x=2$를 대입하면

$8=a+b+c+d$이고 $a+b+c=7$이다.

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-1=-8a+4b-2c+d$이고 $4a-2b+c=1$이다.

양변에 $x=-2$를 대입하면

$-8=-27a+9b-3c+d$이고 $9a-3b+c=3$이다.

연립하여 풀면 $a=1$, $b=3$, $c=3$이다.

따라서 $a^2+b^2+c^2+d^2=20$이다.

12) [정답] ③

[해설] 주어진 등식이 x에 대한 항등식이므로

$x^3-2x^2-4x+6=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$

양변에 $x=2$를 대입하면 $d=-2$이다.

양변에 $x=1$을 대입하면

$-a+b-c+d=1$, $a-b+c=-3$이다.

양변에 $x=0$을 대입하면

$-8a+4b-2c+d=6$, $4a-2b+c=-4$이다.

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-1-2\bullet 1-4(-1)+6=-27a+9b-3c+d$

$-27a+9b-3c+d=7$

$9a-3b+c=-3$이다.

연립하여 풀면 $a=1, b=4, c=0, d=-2$이다.

따라서 $a+b+c+d=1+4+0+(-2)=3$이다.

13) [정답] ③

[해설] 주어진 등식이 x에 대한 항등식이므로

$(x-1)(x^2+1)P(x)=ax^8+bx^2+1$

양변에 $x=1$을 대입하면

$0=a+b+1$ 이고 $a+b=-1$이다. ⋯㉠

양변에 $x^2=-1$을 대입하면

$0=a-b+1$이고 $a-b=-1$이다. ⋯㉡

㉠,㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=0$이므로

$ab=0$이다.

14) [정답] ③

[해설] 주어진 항등식에 $x=0$을 대입하면

$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2009}=0$ ⋯㉠

$x=-2$를 대입하면

$-a_0+a_1-a_2+\cdots+a_{2009}=(-2)^{2009}$ ⋯㉡

㉠−㉡에서

$2(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{2008})=2^{2009}$

따라서 $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{2008}=2^{2008}$이다.

15) [정답] ④

[해설]

$ax^3+6x+b=(x-1)^2Q(x)=(x-1)(x-1)Q(x)$

에서 ax^3+6x+b는 $x-1$로 나누어떨어지고, ax^3+6x+b를 $x-1$로 나눈 몫 $(x-1)Q(x)$ 또한 $x-1$로 나누어떨어지므로 조립제법을 연속하여 사용하면

1	a	0	6	b	
		a	a	$a+6$	
1	a	a	$a+6$	$a+b+6$	$=0$
		a	$2a$		
	a	$2a$	$3a+6$	$=0$	

$a+b+6=0$, $3a+6=0$을 연립하면

$a=\ -2$, $b=\ -4$ $\quad\therefore\ a-b=2$

16) [정답] ④

[해설] $P(x)=(ax+b)Q(x)+R$이고

$xP(x)=ax\left(x+\dfrac{b}{a}\right)Q(x)+Rx$

$=ax\left(x+\dfrac{b}{a}\right)Q(x)+R\left(x+\dfrac{b}{a}\right)-\dfrac{b}{a}R$

$=\left(x+\dfrac{b}{a}\right)\{axQ(x)+R\}-\dfrac{b}{a}R$

따라서 $xP(x)$를 $x+\dfrac{b}{a}$로 나눈

몫은 $axQ(x)+R$이고, 나머지는 $-\dfrac{b}{a}R$이다.

17) [정답] ③

[해설] $f(x)=x^3+mx^2+nx+1$이라 할 때, 다항식 $f(x)$를 $x+1$, $x-2$로 나눈 나머지가 각각 5, 3이므로 나머지정리에 의해 $f(-1)=5$, $f(2)=3$이다.

$f(-1)=-1+m-n+1=5$이므로 $m-n=5$이고

$f(2)=4m+2n+9=3$이므로 $2m+n=-3$이다.

두 식을 연립하여 풀면 $m=\dfrac{2}{3}, n=-\dfrac{13}{3}$이므로

$m+2n=\dfrac{2}{3}+2\times\left(-\dfrac{13}{3}\right)=-8$이다.

18) [정답] ④

[해설] $f_1(x)=(x+1)f_2(x)+r_1$,

$f_2(x)=(x+1)f_3(x)+r_2$,

$f_3(x)=(x+1)f_4(x)+r_3$이므로

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

$f_1(x)=(x+1)\{(x+1)f_3(x)+r_2\}+r_1$
$=(x+1)[(x+1)\{(x+1)f_4(x)+r_3\}+r_2]+r_1$
$=(x+1)^3f_4(x)+(x+1)^2r_3+(x+1)r_2+r_1$
따라서 다항식 $f_1(x)$를 $(x+1)^3$으로 나눈 나머지는 $R(x)=(x+1)^2r_3+(x+1)r_2+r_1$이다.
따라서 $R(0)=r_1+r_2+r_3$이다.

19) [정답] ④
[해설] 다항식 $P(x)$를 $x+1, x-3$으로 나눈 나머지가 각각 $3, -1$이므로 나머지정리에 의해 $P(-1)=3$, $P(3)=-1$이다.
다항식 $P(x)$를 x^2-2x-3으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$P(x)=(x^2-2x-3)Q(x)+ax+b$
$=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$
이 식의 양변에 $x=-1, x=3$을 각각 대입하면
$P(-1)=-a+b=3$, $P(3)=3a+b=-1$이다.
두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$이므로 구하는 나머지는 $-x+2$이다.

20) [정답] ②
[해설] $f(x)=x^2+px+q$를 $x-\alpha$, $x-\beta$로 나눈 나머지가 각각 β, α이므로
$f(\alpha)=\alpha^2+p\alpha+q=\beta$ ⋯㉠
$f(\beta)=\beta^2+p\beta+q=\alpha$ ⋯㉡
㉠−㉡를 하면 $\alpha^2-\beta^2+p\alpha-p\beta=\beta-\alpha$
$(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)+p(\alpha-\beta)=-(\alpha-\beta)$
$\alpha\neq\beta$이므로 양변을 $\alpha-\beta$로 나누면
$\alpha+\beta+p=-1$이다.

21) [정답] ④
[해설] 다항식 $P(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지가 각각 $Q(x)$, 2이므로
$P(x)=(x-2)Q(x)+2$ ⋯㉠
$xQ(x)$를 $x-3$으로 나눈 몫을 $Q'(x)$라고 하면 나머지가 6이므로
$xQ(x)=(x-3)Q'(x)+6$ ⋯㉡
$P(x)$를 $x-3$로 나누었을 때의 나머지는 $P(3)$과 같으므로
㉠에 $x=3$을 대입하면 $P(3)=Q(3)+2$
㉡에 $x=3$을 대입하면 $3Q(3)=6$, 즉 $Q(3)=2$
따라서 $P(3)=Q(3)+2=2+2=4$이다.

22) [정답] ⑤
[해설] 주어진 식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해하면
$3x^2+2xy-y^2+4x-4y-4$
$=3x^2+(2y+4)x-(y^2+4y+4)$
$=3x^2+(2y+4)x-(y+2)^2$
$=(x+y+2)(3x-y-2)$이다.
따라서 $a=1$, $b=2$, $c=-1$, $d=-2$이므로
$ab+cd=2+2=4$이다.

23) [정답] ②
[해설] $a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$=\frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$
$=\frac{1}{2}(a+b+c)$
$\times\{a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2\}$
$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
이때 a, b, c는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a+b+c>0$이다.
따라서 $(a-c)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$이므로 $a=b=c$인 정삼각형이다.
정삼각형의 둘레의 길이가 12이므로
$a+b+c=3a=12$이고 $a=4$이다.
따라서 구하는 삼각형의 넓이는
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$이다.

24) [정답] ③
[해설] 직육면체의 상자의 부피는 $x^3+11x^2+39x+45$이고 인수분해하면
$x^3+11x^2+39x+45=(x+3)^2(x+5)$이다.
따라서 정사각형 밑면의 넓이는 $(x+3)^2$이고, 높이는 $x+5$이다.

25) [정답] ③
[해설] $29=x$라 하면
$\frac{29^4+29^2+1}{29^2+29+1}$
$=\frac{x^4+x^2+1}{x^2+x+1}=\frac{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}{x^2+x+1}$
$=x^2-x+1=x^2+2x+1-3x$
$=(x+1)^2-3x=(29+1)^2-3\cdot29=30^2-87$
따라서 $A=87$이다.

26) [정답] ⑤
[해설] ① $(x+y)^2-3(x+y)+2$
$=(x+y-1)(x+y-2)$
② $2x^2(x+2)^2+3x^2+6x+1$
$=2\{x(x+2)\}^2+3x(x+2)+1=2X^2+3X+1$
$=(2X+1)(X+1)$
$=(2x^2+4x+1)(x^2+2x+1)$
$=(x+1)^2(2x^2+4x+1)$
③ $x^4-7x^2+12=(x^2-3)(x+2)(x-2)$
④ $x^4-6x^2+1=(x^2)^2-2x^2+1-4x^2$
$=(x^2-1)^2-(2x)^2=(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$
⑤ $2x^3+3x^2-8x+3=(x-1)(2x-1)(x+3)$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

27) [정답] ④

[해설] ① $8x^3+12x^2+6x+1=(2x+1)^3$

② $10x^2+31x+15=(5x+3)(2x+5)$

③ $x^3+8y^3=x^3+(2y)^3=(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

④ $x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx=(x-y-z)^2$

⑤ $mx^2-4my^2=m(x-2y)(x+2y)$

따라서 인수분해가 옳지 않은 것은 ④이다.

28) [정답] ⑤

[해설] $x^2-x+1=X$라 하면

$(x^2-x+1)(x^2-x+3)-15$

$=X(X+2)-15=X^2+2X-15=(X-3)(X+5)$

$=(x^2-x-2)(x^2-x+6)$

$=(x+1)(x-2)(x^2-x+6)$

따라서 x^2-x+6을 인수로 갖는다.

29) [정답] ⑤

[해설] $x^2+x=X$로 치환하여 인수분해하면

$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+k$

$=\{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+k$

$=(x^2+x-12)(x^2+x-2)+k$

$=(X-12)(X-2)+k=X^2-14X+24+k$

$=X^2-14X+49-49+24+k=(X-7)^2-25+k$

$=(x^2+x-7)^2-25+k$

따라서 이차식의 완전제곱꼴로 인수분해 되므로 $k=25$이다.

30) [정답] ③

[해설] 자연수 n에 대하여

$x^3-n^3=(x-n)(x^2+nx+n^2)$이므로 주어진 100개의 다항식 중 $(x-a)(x^2+bx+c)$꼴로 인수분해 되는 것은

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$

$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$

$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$

$x^3-64=(x-4)(x^2+4x+16)$

이때 x^3-64의 경우 $c=16$이 되므로 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 조건을 만족하는 다항식의 개수는 3이다.