



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-02-15

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

해가 주어진 이차부등식의 작성

(1) 해가 $\alpha < x < \beta$ ($\alpha < \beta$)이고 x^2 의 계수가 1인이차부등식은 $(x-\alpha)(x-\beta) < 0$

$$\therefore x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta < 0$$

(2) 해가 $x < \alpha$ 또는 $x > \beta$ ($\alpha < \beta$)이고, x^2 의 계수가1인 이차부등식은 $(x-\alpha)(x-\beta) > 0$

$$\therefore x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta > 0$$

■ 해가 다음과 같고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식을 구하여라.

1. $-1 < x < 7$

2. $2 < x < 3$

3. $2 < x < 4$

4. $-3 < x < -2$

5. $-1 < x < 3$

6. $-4 < x < 1$

7. $-3 \leq x \leq 4$

8. $-3 \leq x \leq 1$

9. $-1 < x < 2$

10. $-4 < x < -2$

11. $x < -2$ 또는 $x > 4$

12. $x < 1$ 또는 $x > 5$

13. $x < -1$ 또는 $x > 5$

14. $x \leq 4$ 또는 $x \geq 8$

15. $x < 3$ 또는 $x > 4$

16. $x < -5$ 또는 $x > 1$

17. $x \leq 3$ 또는 $x \geq 5$

18. $x < -2$ 또는 $x > 7$

19. $x < -4$ 또는 $x > -3$

20. $x \leq -5$ 또는 $x \geq 2$

21. $x \neq 5$ 인 모든 실수

22. $x = -2$

▣ 이차부등식의 해가 다음과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

23. $ax^2 + bx + 6 > 0$ 의 해가 $-1 < x < 3$

24. $2x^2 - ax + b \leq 0$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 3$

25. $2x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $\frac{3}{2} < x < 4$

26. $ax^2 - 2x + b > 0$ 의 해가 $x < -2$ 또는 $x > 4$

27. $ax^2 - 7x + b < 0$ 의 해가 $-\frac{3}{2} < x < 5$

28. $6ax^2 + bx - 1 \geq 0$ 의 해가 $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$

29. $ax^2 - bx + 12 \leq 0$ 의 해가 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

▣ 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 다음과 같을 때, 두 상수 a, b 의 값을 구하여라.

30. $2 < x < 8$

31. $-3 < x < -1$

32. $-2 < x < 6$

33. $-1 < x < 2$

34. $\frac{1}{2} < x < 1$

35. $-\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{4}$

02 / 이차부등식이 항상 성립할 조건

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 할 때,
모든 실수 x 에 대하여

(1) 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 이 항상 성립할 조건

$$\Rightarrow a>0, D<0$$

(2) 이차부등식 $ax^2+bx+c\geq 0$ 이 항상 성립할 조건

$$\Rightarrow a>0, D\leq 0$$

(3) 이차부등식 $ax^2+bx+c<0$ 이 항상 성립할 조건

$$\Rightarrow a<0, D<0$$

(4) 이차부등식 $ax^2+bx+c\leq 0$ 이 항상 성립할 조건

$$\Rightarrow a<0, D\leq 0$$

▣ 다음 이차부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 k, a, m 의 값의 범위를 각각 구하여라.

36. $x^2-kx+k>0$

37. $x^2+2x+k>0$

38. $x^2-2kx+3k>0$

39. $x^2-3x+k+3>0$

40. $x^2+kx+k+3>0$

41. $x^2+2kx+k+2>0$

42. $2x^2+2kx-k+4\geq 0$

43. $x^2+2(k-2)x+1>0$

44. $x^2-2(k-2)x+9\geq 0$

45. $kx^2+(k-1)x+k>0$

46. $kx^2-2(k-3)x+4>0$

47. $x^2-2ax-2a^2+7a-2>0$

48. $-x^2+2ax-3a\leq 0$

49. $x^2-(a+1)x+a\geq 0$

50. $x^2-2(a+1)x+9\geq 0$

51. $x^2 + ax + 3 - a > 0$

52. $x^2 - ax + 3 + a \geq 0$

53. $(a+1)x^2 - 2(a+1)x + 4 \geq 0$

54. $(a-3)x^2 + 2(a-3)x + 3 \leq 0$

55. $-x^2 + 2ax - a - 2 < 0$

56. $x^2 - ax + a + 3 > 0$

57. $ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$

58. $x^2 + 5x + a > 0$

59. $ax^2 - 3ax > -4$

60. $ax^2 - 2ax + 6 > 0$

61. $x^2 + mx - (m-3) > 0$

62. $x^2 + x + m > 0$

63. $mx^2 + 2mx + 6 > 0$

64. $x^2 + 2mx + (m+6) > 0$

65. $mx^2 + 4x - 3 + m < 0$

66. $-2x^2 - 4x + m < 0$

67. $-2x^2 + 3mx + m < 0$

68. $-x^2 + (m+2)x - (2m+1) < 0$

69. $(2m-1)x^2 - mx + 1 > x$

▣ 다음 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 k, a, m 의 값의 범위를 각각 구하여라.

70. $kx^2 + 2kx - 3 < 0$

71. $kx^2 - kx + 1 > 0$

72. $kx^2 - 3kx > -4$

73. $(k-1)x^2 - 2(k-1)x + 1 \geq 0$

74. $(k+1)x^2 + 2(k+1)x + 3 > 0$

75. $(k-2)x^2 + 2(k-2)x - 2k - 1 \leq 0$

76. $(k+1)x^2 - 2(k+1)x - 3 < 0$

77. $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 > 0$

78. $(a-2)x^2 + (a-2)x + 1 > 0$

79. $ax^2 - 2ax + 3 > 0$

80. $ax^2 + 2ax - 3 > 2x^2 + 4x - 7$

81. $(a-1)x^2 - 2(a-1)x + 4 > 3$

03 이차부등식의 해가 존재하지 않을 조건

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여

(1) 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 없을 조건

$$\Rightarrow a < 0, D \leq 0$$

(2) 이차부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해가 없을 조건

$$\Rightarrow a < 0, D < 0$$

(3) 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 없을 조건

$$\Rightarrow a > 0, D \leq 0$$

(4) 이차부등식 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 의 해가 없을 조건

$$\Rightarrow a > 0, D < 0$$

▣ 다음 이차부등식의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 k, a 의 값의 범위를 각각 구하여라.

82. $x^2 - x + k < 0$

83. $x^2 + 2x + k - 3 < 0$

84. $x^2 - (k-8)x + k < 0$

85. $x^2 + 2(k+2)x - 4(k+2) < 0$

86. $-x^2 + 2(k+3)x + 4(k+3) > 0$

87. $kx^2 + 2x > kx + 2$

88. $x^2 - (k+4)x + k + 7 < 0$

89. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$

90. $x^2 - 4(a-1)x + a^2 + 3a + 8 < 0$

91. $ax^2 - 4x + a \geq 0$

92. $ax^2 + a \geq 3x$

93. $ax^2 - 2ax - 3 > 0$

94. $(k-3)x^2 - 2(k-3)x - 2 > 0$



정답 및 해설

1) $x^2 - 6x - 7 < 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-7) < 0$ 에서 $x^2 - 6x - 7 < 0$

2) $x^2 - 5x + 6 < 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3) < 0$ 에서
 $x^2 - 5x + 6 < 0$

3) $x^2 - 6x + 8 < 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-4) < 0$ 에서 $x^2 - 6x + 8 < 0$

4) $x^2 + 5x + 6 < 0$

$\Rightarrow (x+3)(x+2) < 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 < 0$

5) $x^2 - 2x - 3 < 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0$

6) $x^2 + 3x - 4 < 0$

$\Rightarrow (x+4)(x-1) < 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0$

7) $x^2 - x - 12 \leq 0$

$\Rightarrow (x+3)(x-4) \leq 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 \leq 0$

8) $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

$\Rightarrow (x+3)(x-1) \leq 0$ 에서 $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

9) $x^2 - x - 2 < 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-2) < 0$ 에서 $x^2 - x - 2 < 0$

10) $x^2 + 6x + 8 < 0$

$\Rightarrow (x+4)(x+2) < 0$ 에서 $x^2 + 6x + 8 < 0$

11) $x^2 - 2x - 8 > 0$

$\Rightarrow (x+2)(x-4) > 0$ 에서 $x^2 - 2x - 8 > 0$

12) $x^2 - 6x + 5 > 0$

$\Rightarrow (x-1)(x-5) > 0$ 에서 $x^2 - 6x + 5 > 0$

13) $x^2 - 4x - 5 > 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-5) > 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 > 0$

14) $x^2 - 12x + 32 \geq 0$

$\Rightarrow (x-4)(x-8) \geq 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 \geq 0$

15) $x^2 - 7x + 12 > 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-4) > 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 > 0$

16) $x^2 + 4x - 5 > 0$

$\Rightarrow (x+5)(x-1) > 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 > 0$

17) $x^2 - 8x + 15 \geq 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-5) \geq 0$ 에서 $x^2 - 8x + 15 \geq 0$

18) $x^2 - 5x - 14 > 0$

$\Rightarrow (x+2)(x-7) > 0$ 에서 $x^2 - 5x - 14 > 0$

19) $x^2 + 7x + 12 > 0$

$\Rightarrow (x+4)(x+3) > 0$ 에서 $x^2 + 7x + 12 > 0$

20) $x^2 + 3x - 10 \geq 0$

$\Rightarrow (x+5)(x-2) \geq 0$ 에서 $x^2 + 3x - 10 \geq 0$

21) $x^2 - 10x + 25 > 0$

$\Rightarrow (x-5)^2 > 0$ 에서 $x^2 - 10x + 25 > 0$

22) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$

$\Rightarrow (x+2)^2 \leq 0$ 에서 $x^2 + 4x + 4 \leq 0$

23) $a = -2, b = 4$

\Rightarrow 해가 $-1 < x < 3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-3) < 0 \quad \therefore x^2 - 2x - 3 < 0 \quad \dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 과 주어진 부등식의 방향이 다르므로 $a < 0$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2 - 2ax - 3a > 0$

이 부등식이 $ax^2 + bx + 6 > 0$ 과 일치하므로

$a = -2, b = 4$

24) $a = 2, b = -12$

\Rightarrow 해가 $-2 \leq x \leq 3$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차부등식은

$2(x+2)(x-3) \leq 0$

$\therefore 2x^2 - 2x - 12 \leq 0 \quad \dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 이 $2x^2 - ax + b \leq 0$ 과 일치하므로

$-2 = -a, -12 = b \quad \therefore a = 2, b = -12$

25) $a = -11, b = 12$

\Rightarrow 해가 $\frac{3}{2} < x < 4$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차부등식은

$2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-4) < 0 \quad \therefore 2x^2 - 11x + 12 < 0 \quad \dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 과 $2x^2 + ax + b < 0$ 이 일치하므로 $a = -11, b = 12$

26) $a = 1, b = -8$

\Rightarrow 해가 $x < -2$ 또는 $x > 4$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은 $(x+2)(x-4) > 0$

$\therefore x^2 - 2x - 8 > 0 \quad \dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 같으므로 $a > 0$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2 - 2ax - 8a > 0$

이 부등식이 $ax^2 - 2x + b > 0$ 과 일치하므로

$-2a = -2, -8a = b \quad \therefore a = 1, b = -8$

27) $a = 2, b = -15$

\Rightarrow 해가 $-\frac{3}{2} < x < 5$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등

식은

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-5) < 0 \quad \therefore x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} < 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

㉠과 주어진 부등식의 부등호의 방향이 일치하므로
 $a > 0$

㉡의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2 - \frac{7}{2}ax - \frac{15}{2}a < 0$

이 부등식이 $ax^2 - 7x + b < 0$ 과 일치하므로
 $-\frac{7}{2}a = -7, -\frac{15}{2}a = b \quad \therefore a = 2, b = -15$

28) $a = -1, b = 5$

\Rightarrow 해가 $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등

식은

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 0, \quad x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} \leq 0$$

$$\therefore 6x^2 - 5x + 1 \leq 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 다르므로
 $a < 0$

㉡의 양변에 a 를 곱하면 $6ax^2 - 5ax + a \geq 0$

이 부등식이 $6ax^2 + bx - 1 \geq 0$ 과 일치하므로
 $-5a = b, a = -1 \quad \therefore a = -1, b = 5$

29) $a = -2, b = -2$

\Rightarrow 해가 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+2)(x-3) \geq 0 \quad \therefore x^2 - x - 6 \geq 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

㉠과 주어진 부등식의 부등호의 방향이 다르므로
 $a < 0$

㉡의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2 - ax - 6a \leq 0$

이 부등식이 $ax^2 - bx + 12 \leq 0$ 과 일치하므로
 $-a = -b, -6a = 12 \quad \therefore a = -2, b = -2$

30) $a = -10, b = 16$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-8) < 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 10x + 16 < 0$
 $\therefore a = -10, b = 16$

31) $a = 4, b = 3$

$\Rightarrow (x+3)(x+1) < 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 < 0 \quad \therefore a = 4, b = 3$

32) $a = -4, b = -12$

$\Rightarrow \quad (x+2)(x-6) < 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 4x - 12 < 0$
 $\therefore a = -4, b = -12$

33) $a = -1, b = -2$

$\Rightarrow \quad (x+1)(x-2) < 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 2 < 0$
 $\therefore a = -1, b = -2$

34) $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1) < 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} < 0$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

35) $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) < 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} < 0$

$$\therefore a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{8}$$

36) $0 < k < 4$

$\Rightarrow D = (-k)^2 - 4k = k^2 - 4k = k(k-4) < 0 \quad \therefore 0 < k < 4$

37) $k > 1$

\Rightarrow 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \cdot k < 0 \quad \therefore k > 1$$

38) $0 < k < 3$

$\Rightarrow \quad \frac{D}{4} = (-k)^2 - 3k = k^2 - 3k = k(k-3) < 0$
 $\therefore 0 < k < 3$

39) $k > -\frac{3}{4}$

$\Rightarrow x^2 - 3x + k + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k+3) < 0$$

$$-4k - 3 < 0 \quad \therefore k > -\frac{3}{4}$$

40) $-2 < k < 6$

$\Rightarrow x^2 + kx + k + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = k^2 - 4 \cdot (k+3) < 0, \quad k^2 - 4k - 12 < 0$$

$$(k+2)(k-6) < 0 \quad \therefore -2 < k < 6$$

41) $-1 < k < 2$

$\Rightarrow x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - 1 \cdot (k+2) < 0, \quad k^2 - k - 2 < 0$$

$$(k+1)(k-2) < 0 \quad \therefore -1 < k < 2$$

42) $-4 \leq k \leq 2$

$\Rightarrow 2x^2 + 2kx - k + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(-k+4) \leq 0, \quad k^2 + 2k - 8 \leq 0$$

$$(k+4)(k-2) \leq 0 \quad \therefore -4 \leq k \leq 2$$

43) $1 < k < 3$

$\Rightarrow x^2 + 2(k-2)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - 1 \cdot 1 < 0, \quad k^2 - 4k + 3 < 0$$

$$(k-1)(k-3) < 0 \quad \therefore 1 < k < 3$$

44) $-1 \leq k \leq 5$

\Rightarrow

$$\frac{D}{4} = \{-(k-2)\}^2 - 9 = k^2 - 4k - 5 = (k-5)(k+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq k \leq 5$$

$$45) k > \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow k > 0 \dots \textcircled{A}$$

$$D = (k-1)^2 - 4k^2 = -3k^2 - 2k + 1 < 0$$

$$3k^2 + 2k - 1 = (3k-1)(k+1) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > \frac{1}{3} \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } k > \frac{1}{3}$$

$$46) 1 < k < 9$$

$$\Rightarrow k > 0 \dots \textcircled{A}$$

$$\frac{D}{4} = \{-(k-3)\}^2 - 4k = k^2 - 10k + 9 = (k-9)(k-1) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 9 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 1 < k < 9$$

$$47) \frac{1}{3} < a < 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2ax - 2a^2 + 7a - 2 > 0 \text{이 모든 실수 } x \text{에 대하여 성립하려면}$$

$$x^2 - 2ax - 2a^2 + 7a - 2 = 0 \text{의 판별식을 } D \text{라 할 때}$$

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (-2a^2 + 7a - 2) < 0$$

$$3a^2 - 7a + 2 < 0, (3a-1)(a-2) < 0$$

$$\therefore \frac{1}{3} < a < 2$$

$$48) 0 \leq a \leq 3$$

$$\Rightarrow -x^2 + 2ax - 3a \leq 0 \text{이 모든 실수 } x \text{에 대하여 성립하려면}$$

$$-x^2 + 2ax - 3a = 0 \text{의 판별식을 } D \text{라 할 때}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-1) \cdot (-3a) \leq 0$$

$$a^2 - 3a \leq 0, a(a-3) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 3$$

$$49) a = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - (a+1)x + a \geq 0 \text{이 모든 실수 } x \text{에 대하여 성립하려면}$$

$$x^2 - (a+1)x + a = 0 \text{의 판별식을 } D \text{라 할 때}$$

$$D = (a+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot a \leq 0$$

$$a^2 - 2a + 1 \leq 0, (a-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$50) -4 \leq a \leq 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2(a+1)x + 9 \geq 0 \text{이 모든 실수 } x \text{에 대하여 성립하려면}$$

$$x^2 - 2(a+1)x + 9 = 0 \text{의 판별식을 } D \text{라 할 때}$$

$$\frac{D}{4} = (a+1)^2 - 9 \leq 0$$

$$a^2 + 2a - 8 \leq 0, (a+4)(a-2) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq a \leq 2$$

$$51) -6 < a < 2$$

$$\Rightarrow D < 0$$

$$D = a^2 - 4(3-a) < 0$$

$$a^2 + 4a - 12 < 0$$

$$(a+6)(a-2) < 0$$

$$\therefore -6 < a < 2$$

$$52) -2 \leq a \leq 6$$

$$\Rightarrow \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 - ax + 3 + a \geq 0 \text{이어야 함으로}$$

$$\text{이차방정식 } x^2 - ax + 3 + a = 0 \text{의 판별식을 } D \text{라 하면}$$

$$D = a^2 - 4(a+3) \leq 0 \text{에서}$$

$$a^2 - 4a - 12 = (a-6)(a+2) \leq 0 \quad \therefore -2 \leq a \leq 6$$

$$53) -1 < a \leq 3$$

$$\Rightarrow \text{이차부등식 } (a+1)x^2 - 2(a+1)x + 4 \geq 0 \text{이 성립하려면}$$

$$a+1 > 0 \text{이고, 판별식 } D \leq 0 \text{이어야 한다.}$$

$$1) a+1 > 0$$

$$a > -1$$

$$2) \frac{D}{4} = (a+1)^2 - 4(a+1) \leq 0$$

$$(a+1)(a+1-4) \leq 0$$

$$(a+1)(a-3) \leq 0$$

$$-1 \leq a \leq 3$$

$$\text{따라서 } -1 < a \leq 3 \text{이다.}$$

$$54) \text{ 존재하지 않는다.}$$

$$\Rightarrow (a-3)x^2 + 2(a-3)x + 3 \leq 0 \dots \textcircled{A}$$

$$i) a-3 < 0 \text{이어야 한다.}$$

$$a < 3$$

$$ii) \textcircled{A} \text{의 판별식 } D \leq 0 \text{이어야 한다.}$$

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) \leq 0$$

$$a^2 - 6a + 9 - 3a + 9 \leq 0$$

$$a^2 - 9a + 18 \leq 0$$

$$(a-3)(a-6) \leq 0$$

$$3 \leq a \leq 6$$

$$i), ii) \text{에 의하여 부등식을 성립하도록 하는 실수 } a \text{의 값}$$

$$\text{의 범위는 존재하지 않는다.}$$

$$55) -1 < a < 2$$

$$\Rightarrow \text{이차부등식 } -x^2 + 2ax - a - 2 < 0 \text{의 해가 모든 실수가 되려면}$$

$$\text{판별식 } D < 0 \text{이어야 한다.}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + (-a-2) < 0$$

$$a^2 - a - 2 < 0$$

$$(a-2)(a+1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 2$$

$$56) -2 < a < 6$$

⇒ $x^2 - ax + a + 3 = 0$ 의 판별식 $D < 0$ 일 때, 주어진 이차부등

식이 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

$$D = a^2 - 4(a+3) < 0$$

$$a^2 - 4a - 12 < 0$$

$$(a-6)(a+2) < 0$$

$$\therefore -2 < a < 6$$

$$57) a \geq 1$$

⇒ 이차부등식 $ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여

성립하려면

i) $a > 0$

ii) 판별식 $D \leq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (a+1)^2 - a(4a) \leq 0$$

$$a^2 + 2a + 1 - 4a^2 \leq 0$$

$$3a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$(3a+1)(a-1) \geq 0$$

$$a \leq -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a \geq 1$$

따라서 i), ii)에 의하여 상수 a 의 값의 범위는 $a \geq 1$ 이다.

$$58) a > \frac{25}{4}$$

⇒ 이차부등식 $x^2 + 5x + a > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립

하려면 판별식 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = 25 - 4a < 0$$

$$4a > 25$$

$$\therefore a > \frac{25}{4}$$

$$59) 0 < a < \frac{16}{9}$$

⇒ $a > 0$, $D < 0$ 이어야 한다.

$D = 9a^2 - 16a < 0$ 이므로 이 부등식을 만족하는 a 의

범위는 $0 < a < \frac{16}{9}$ 이다.

$$60) 0 < a < 6$$

⇒ $a > 0$ 이고 판별식 $D < 0$ 이어야 하므로,
 $a(a-6) < 0$ 이다. 따라서 $0 < a < 6$ 이다.

$$61) -6 < m < 2$$

⇒ 모든 실수 x 에 대하여

이차부등식 $x^2 + mx - (m-3) > 0$ 이 성립하려면

이차방정식 $x^2 + mx - (m-3) = 0$ 의 판별식을

D 라고 할 때, $D = m^2 + 4(m-3) < 0$ 에서

$$m^2 + 4m - 12 < 0$$

$$(m+6)(m-2) < 0$$

$$\therefore -6 < m < 2$$

$$62) m > \frac{1}{4}$$

⇒ 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + x + m > 0$

이 성립하려면 이차방정식 $x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$D = 1^2 - 4m < 0$$
에서

$$4m > 1$$

$$\therefore m > \frac{1}{4}$$

$$63) 0 < m < 6$$

⇒ 모든 실수 x 에 대하여

이차부등식 $mx^2 + 2mx + 6 > 0$ 이 성립하므로

$m > 0 \dots \textcircled{7}$

이차방정식 $mx^2 + 2mx + 6 = 0$ 의 판별식을

D 라고 하면 $\frac{D}{4} = m^2 - 6m < 0$ 에서

$$m(m-6) < 0$$

$$\therefore 0 < m < 6 \dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 에서 구하는 m 의 값의 범위는 $0 < m < 6$

$$64) -2 < m < 3$$

⇒ 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$x^2 + 2mx + (m+6) > 0$ 이 성립하려면 이차방정식

$x^2 + 2mx + (m+6) = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m+6) < 0$$
에서

$$m^2 - m - 6 < 0$$

$$(m+2)(m-3) < 0$$

$$\therefore -2 < m < 3$$

$$65) m < -1$$

⇒ 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$mx^2 + 4x - 3 + m < 0$ 이 성립하므로

$m < 0 \dots \textcircled{9}$

이차방정식 $mx^2 + 4x - 3 + m = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - m(-3+m) < 0$$
에서

$$4 + 3m - m^2 < 0$$

$$m^2 - 3m - 4 > 0$$

$$(m+1)(m-4) > 0$$

$$\therefore m < -1 \text{ 또는 } m > 4 \dots \textcircled{10}$$

$\textcircled{9}$, $\textcircled{10}$ 에서 구하는 m 의 값의 범위는 $m < -1$

$$66) m < -2$$

⇒ $-2x^2 - 4x + m < 0$ 에서

$$2x^2 + 4x - m > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $2x^2 + 4x - m > 0$

이 성립하려면 이차방정식 $2x^2+4x-m=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$\frac{D}{4}=2^2-2\cdot(-m)<0\text{에서}$$

$$4+2m<0$$

$$2m<-4$$

$$\therefore m<-2$$

$$67) -\frac{8}{9}<m<0$$

$$\Rightarrow -2x^2+3mx+m<0\text{에서}$$

$$2x^2-3mx-m>0$$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$2x^2-3mx-m>0\text{이 성립하려면 이차방정식}$$

$$2x^2-3mx-m=0\text{의 판별식을 }D\text{라고 할 때,}$$

$$D=(-3m)^2-4\cdot2\cdot(-m)<0\text{에서}$$

$$9m^2+8m<0$$

$$m(9m+8)<0$$

$$\therefore -\frac{8}{9}<m<0$$

$$68) 0<m<4$$

$$\Rightarrow -x^2+(m+2)x-(2m+1)<0\text{에서}$$

$$x^2-(m+2)x+(2m+1)>0$$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$x^2-(m+2)x+(2m+1)>0\text{이 성립하려면}$$

이차방정식 $x^2-(m+2)x+(2m+1)=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$D=(m+2)^2-4(2m+1)<0\text{에서}$$

$$m^2+4m+4-8m-4<0$$

$$m^2-4m<0$$

$$m(m-4)<0$$

$$\therefore 0<m<4$$

$$69) 1<m<5$$

$$\Rightarrow (2m-1)x^2-mx+1>x\text{에서}$$

$$(2m-1)x^2-(m+1)x+1>0$$

모든 실수 x 에 대하여

이차부등식 $(2m-1)x^2-(m+1)x+1>0$ 이 성립하므로

$$2m-1>0, m>\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$$

이차방정식 $(2m-1)x^2-(m+1)x+1=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D=\{-(m+1)\}^2-4(2m-1)<0\text{에서}$$

$$m^2+2m+1-8m+4<0$$

$$m^2-6m+5<0$$

$$(m-1)(m-5)<0$$

$$\therefore 1<m<5 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 구하는 m 의 값의 범위는 $1<m<5$

$$70) -3<k\leq 0$$

\Rightarrow (i) $k=0$ 일 때, $-3<0$ 이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq 0$ 일 때, $k<0$ 이어야 한다.

이때, $kx^2+2kx-3=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=k^2-k\cdot(-3)<0, k^2+3k<0$$

$$k(k+3)<0 \therefore -3<k<0$$

(i), (ii)에서 $-3<k\leq 0$

$$71) 0\leq k<4$$

\Rightarrow (i) $k=0$ 일 때,

$1>0$ 이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq 0$ 일 때, $k>0$ 이어야 한다.

이때, $kx^2-kx+1=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=(-k)^2-4\cdot k\cdot 1<0, k^2-4k<0$$

$$\text{이때, } k(k-4)<0 \therefore 0<k<4$$

(i), (ii)에서 $\therefore 0\leq k<4$

$$72) 0\leq k<\frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow kx^2-3kx+4>0$$

(i) $k>0$ 일 때,

$$D=(-3k)^2-16k=9k^2-16k=k(9k-16)<0$$

$$\therefore 0<k<\frac{16}{9} \dots \textcircled{1}$$

(ii) $k=0$ 일 때,

$4>0$ 이므로 주어진 부등식은 항상 성립한다. $\dots\dots\textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}\text{에서 } 0\leq k<\frac{16}{9}$$

$$73) 1\leq k\leq 2$$

\Rightarrow (i) $k=1$ 일 때, $1\geq 0$ 이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq 1$ 일 때, $k-1>0$, 즉 $k>1$ 이어야 한다.

이때, $(k-1)x^2-2(k-1)x+1=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k-1)\cdot 1\leq 0$$

$$(k-1)(k-2)\leq 0 \therefore 1<k\leq 2 (\because k\neq 1)$$

(i), (ii)에서 $1\leq k\leq 2$

$$74) -1\leq k<2$$

\Rightarrow (i) $k=-1$ 일 때, $3>0$ 이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq -1$ 일 때, $k+1>0$, 즉 $k>-1$ 이어야 한다.

이때, $(k+1)x^2+2(k+1)x+3=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(k+1)^2-(k+1)\cdot 3<0$$

$$(k+1)(k-2)<0 \therefore -1<k<2$$

(i), (ii)에서 $-1\leq k<2$

$$75) \frac{1}{3}\leq k\leq 2$$

\Rightarrow (i) $k=2$ 일 때, $-5\leq 0$ 이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq 2$ 일 때, $k-2<0$, 즉 $k<2$ 이어야 한다.

이때, $(k-2)x^2+2(k-2)x-2k-1=0$ 의 판별식을 D

라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - (k-2)(-2k-1) \leq 0$$

$$(k-2)(3k-1) \leq 0 \quad \therefore \frac{1}{3} \leq k < 2 (\because k \neq 2)$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \frac{1}{3} \leq k \leq 2$$

$$76) -4 < k \leq -1$$

$\Rightarrow (i) k = -1$ 일 때,

$-3 < 0$ 이므로 항상 성립한다.

$(ii) k \neq -1$ 일 때, $k+1 < 0$, 즉 $k < -1$ 이어야 한다.

이때, $(k+1)x^2 - 2(k+1)x - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - (k+1) \cdot (-3) < 0$$

$$(k+1)(k+4) < 0 \quad \therefore -4 < k < -1$$

$$(i), (ii) \text{에서 } -4 < k \leq -1$$

$$77) -1 \leq k < 1$$

$\Rightarrow (i) k+1 > 0$ 일 때,

$$\frac{D}{4} = \{-(k+1)\}^2 - 2(k+1) < 0$$

$$k+1 > 0, (k+1)(k-1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$(ii) k = -1$ 일 때,

$2 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

$$\therefore -1 \leq k < 1$$

$$78) 2 \leq a < 6$$

$\Rightarrow (a-2)x^2 + (a-2)x + 1 > 0$ 이 되기 위해서는 $a-2 > 0$ 이고 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = (a-2)^2 - 4(a-2) < 0$$

$$a^2 - 8a + 12 < 0, (a-2)(a-6) < 0$$

이므로 구하는 범위는

$2 < a < 6$, 또한 $a = 2$ 일 때도 성립한다.

$$\therefore 2 \leq a < 6$$

$$79) 0 \leq a < 3$$

\Rightarrow 모든 실수에 대하여 성립하면

$(i) a > 0$ 일 때

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0 \text{에서 } 0 < a < 3$$

$(ii) a = 0$ 일 때

$3 > 0$ 이므로 성립

따라서 $0 \leq a < 3$

$$80) 2 \leq a < 6$$

$\Rightarrow ax^2 + 2ax - 3 > 2x^2 + 4x - 7$ 을 정리하면

$$(a-2)x^2 + (2a-4)x + 4 > 0 \text{에서}$$

$a = 2$ 이면 부등식이 항상 성립한다.

또한 항상 성립하면 $a > 2$

$$\frac{D}{4} = (a-2)^2 - 4(a-2) < 0 \text{에서}$$

$$(a-2)(a-6) < 0$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

$a = 2$ 에서 성립하고 $2 < a < 6$ 에서 성립하므로

a 의 범위는 $2 \leq a < 6$ 이다.

$$81) 1 \leq a < 2$$

\Rightarrow 항상 성립하면 $a-1 > 0, a > 1$

$$\frac{D}{4} = (a-1)^2 - (a-1) < 0 \text{에서}$$

$$(a-1)(a-2) < 0$$

$1 < a < 2$ 이고 $a = 1$ 일 경우 $1 > 0$ 이므로 부등식을 만족한다. 따라서 $1 \leq a < 2$ 이다.

$$82) k \geq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow D = (-1)^2 - 4k = 1 - 4k \leq 0 \Rightarrow 4k \geq 1 \quad \therefore k \geq \frac{1}{4}$$

$$83) k \geq 4$$

\Rightarrow 이차부등식 $x^2 + 2x + k - 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으

려면 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$x^2 + 2x + k - 3 \geq 0 \text{이 성립해야 한다.}$$

이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고

$$\text{하면 } \frac{D}{4} = 1^2 - (k-3) \leq 0 \text{에서}$$

$$-k + 4 \leq 0$$

$$\therefore k \geq 4$$

$$84) 4 \leq k \leq 16$$

$$\Rightarrow D = \{-(k-8)\}^2 - 4k \leq 0$$

$$k^2 - 20k + 64 \leq 0 \Rightarrow (k-4)(k-16) \leq 0$$

$$\therefore 4 \leq k \leq 16$$

$$85) -6 \leq k \leq -2$$

$$\Rightarrow \frac{D}{4} = (k+2)^2 + 4(k+2) = (k+2)(k+6) \leq 0$$

$$\therefore -6 \leq k \leq -2$$

$$86) -7 \leq k \leq -3$$

$$\Rightarrow x^2 - 2(k+3)x - 4(k+3) < 0$$

$$\frac{D}{4} = \{-(k+3)\}^2 + 4(k+3) = (k+3)(k+7) \leq 0$$

$$\therefore -7 \leq k \leq -3$$

$$87) k = -2$$

$$\Rightarrow kx^2 + (2-k)x - 2 > 0$$

$$k < 0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$D = (2-k)^2 + 8k = k^2 + 4k + 4 = (k+2)^2 \leq 0$$

$$\therefore k = -2 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } k = -2$$

$$88) -6 \leq k \leq 2$$

\Rightarrow 이차부등식 $x^2 - (k+4)x + k + 7 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$x^2 - (k+4)x + k + 7 \geq 0$ 이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2 - (k+4)x + k + 7 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(k+4)\}^2 - 4(k+7) \leq 0 \text{에서}$$

$$k^2 + 4k - 12 \leq 0$$

$$(k+6)(k-2) \leq 0$$

$$\therefore -6 \leq k \leq 2$$

$$89) -1 \leq a \leq 3$$

$\Rightarrow x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않

$$\text{으므로 } \frac{D}{4} = a^2 - (2a+3) \leq 0 \text{에서}$$

a 의 범위는 $-1 \leq a \leq 3$ 이다.

$$90) -\frac{1}{3} \leq a \leq 4$$

$\Rightarrow x^2 - 4(a-1)x + a^2 + 3a + 8 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 4(a-1)x + a^2 + 3a + 8 = 0$$

의 판별식을 D 라 할 때

$$\frac{D}{4} = 4(a-1)^2 - (a^2 + 3a + 8) \leq 0$$

$$3a^2 - 11a - 4 \leq 0, (3a+1)(a-4) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} \leq a \leq 4$$

$$91) a < -2$$

\Rightarrow 부등식 $ax^2 - 4x + a \geq 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

(i) $a < 0$

(ii) 방정식 $ax^2 - 4x + a = 0$ 의 판별식 D 라 할 때

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a+2)(a-2) > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } 2 < a$$

(i), (ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

$$92) a < -\frac{3}{2}$$

\Rightarrow 이차부등식 $ax^2 + a \geq 3x$ 의 해가 없으려면

$$ax^2 - 3x + a \geq 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

i) $a < 0$

ii) $\textcircled{1}$ 의 판별식 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = 9 - 4a^2 < 0$$

$$4a^2 - 9 > 0$$

$$(2a+3)(2a-3) > 0$$

$$a > \frac{3}{2} \text{ 또는 } a < -\frac{3}{2}$$

i), ii)에 의하여 $a < -\frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore a < -\frac{3}{2}$$

$$93) -3 \leq a < 0$$

$\Rightarrow a < 0, D \leq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 + 3a = a(a+3) \leq 0 \text{ 이므로}$$

a 의 범위는 $-3 \leq a \leq 0$ 이다.

$$\therefore -3 \leq a < 0$$

$$94) 1 \leq k < 3$$

$\Rightarrow k-3 < 0$ 일 때, $k < 3 \quad \cdots \textcircled{1}$

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 + 2(k-3) = (k-3)(k-1) \leq 0$$

$$\therefore 1 \leq k \leq 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $1 \leq k < 3$