01 같은 것이 있는 순열

(1) 같은 것이 있는 순열 : n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개 있을 때, n개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는

$\dfrac{n!}{p!\times q!\times\cdots\times r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

(2) 양 끝에 특정 문자가 오는 경우
① 특정한 문자를 먼저 양 끝에 고정시킨다.
② 나머지 자리에 남은 문자를 배열하는 경우의 수를 곱한다.

(3) 특정 문자끼리 이웃하는 경우
① 이웃하는 문자를 한 문자로 보고 경우의 수를 구한다.
② 이웃하는 문자끼리 배열이 바뀌는 경우의 수를 곱한다.

(4) 특정 문자끼리 이웃하지 않는 경우
① 이웃해도 되는 문자를 먼저 배열하는 경우의 수를 구한다.
② 먼저 배열한 문자들 사이의 자리에 이웃하지 않는 문자들을 배열하는 경우의 수를 곱한다.

(5) 특정 문자끼리 순서가 정해진 경우 : 순서가 정해진 문자들을 모두 같은 문자로 보고 경우의 수를 구한다.

◪ 다음 경우의 수를 구하여라.

1. a, a, b를 일렬로 나열하는 경우의 수

2. a, a, b, a를 일렬로 나열하는 경우의 수

3. 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수

4. 1, 3, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수

5. a, a, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수

6. a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수

7. 2, 3, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수

8. 1, 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수

9. 1, 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수

10. 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수

11. 1, 2, 3, 4, 4, 5를 일렬로 나열하는 경우의 수

12. 1, 1, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수

13. A, B, B, C, C, C를 일렬로 나열하는 경우의 수

14. 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수

15. p, p, q, q, q, r, r를 일렬로 나열하는 경우의 수

16. a, b, c, c, c, d, e, e를 일렬로 나열하는 경우의 수

17. ㄱ, ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㄹ, ㅅ, ㅅ, ㅅ을 일렬로 나열하는 경우의 수

◪ 다음 경우의 수를 구하여라.

18. 5개의 숫자 1, 1, 2, 3, 3을 나열할 때, 3을 왼쪽 끝에 나열하는 경우의 수

19. ☆, ○, △, △, ☆, ○의 6개의 도형을 나열할 때, 양 끝에 ☆이 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

20. ◈, ◈, ♤, ♤, ○, ○의 6개의 모양을 나열할 때, 양 끝에 ○이 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

21. ㄱ, ㄴ, ㄴ, ㄴ, ㄷ, ㄷ, ㄷ의 7개의 문자를 나열할 때, 양 끝에 'ㄷ'가 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

22. g, g, o, o, d, d의 6개의 문자를 나열할 때, 양 끝에 모음이 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

23. printing에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 p와 g가 오도록 나열하는 경우의 수

24. student의 7개의 문자를 나열할 때, 양 끝에 모음이 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

25. continue에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 o와 t가 오도록 나열하는 경우의 수

26. baseball에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음끼리 이웃하도록 나열하는 경우의 수

27. chocolate의 9개의 문자를 나열할 때, 모음끼리 이웃하도록 나열하는 경우의 수

28. ★○○◈★○의 6개의 도형을 나열할 때, ○끼리 이웃하도록 일렬로 나열하는 경우의 수

29. ㄹ, ㄹ, ㅁ, ㅁ, ㅗ, ㅛ, ㅏ, ㅑ의 8개의 문자를 나열할 때, 모음끼리 이웃하지 않도록 일렬로 나열하는 경우의 수

30. 7개의 문자 A, B, C, C, D, D, D를 나열할 때, A와 B가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수

31. maximum의 7개의 문자를 나열할 때, 모음끼리 이웃하지 않도록 일렬로 나열하는 경우의 수

◪ 다음 경우의 수를 구하여라.

32. 1, 2, 2를 모두 사용하여 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

33. $2,\ 2,\ 3,\ 5$를 모두 사용하여 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수

34. $1,\ 1,\ 2,\ 3$을 모두 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수

35. $2,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4$를 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리 정수의 개수

36. $5,\ 5,\ 6,\ 6,\ 8,\ 8$을 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 정수의 개수

37. $1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3$을 모두 사용하여 만들 수 있는 일곱 자리의 정수의 개수

38. $1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3,\ 4$를 모두 사용하여 만들 수 있는 7자리의 정수의 개수

39. $0,\ 1,\ 1,\ 2$를 모두 사용하여 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수

40. $0,\ 3,\ 3,\ 3,\ 8$을 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리 정수의 개수

41. $0,\ 7,\ 7,\ 7,\ 9,\ 9$를 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 정수의 개수

42. $0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4$를 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리 정수의 개수

43. $0,\ 1,\ 3,\ 4,\ 4$를 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수

44. $0,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4$의 숫자를 모두 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수 중에서 짝수의 개수

◪ 다음을 구하여라.

45. $hyehwa$의 6개 문자를 일렬로 나열할 때, 만든 순열 중에서 e가 a보다 앞에 오도록 하는 경우의 수

46. 5개의 문자 $\mathrm{A},\ \mathrm{P},\ \mathrm{P},\ \mathrm{L},\ \mathrm{E}$를 순서대로 나열할 때 A가 L보다 앞에 오게 되는 경우의 수

47. 형제 2명, 자매 4명으로 이루어진 6남매가 한 줄로 설 때, 동성의 형제와 자매끼리는 나이가 많은 사람이 앞에 서는 순서로 서는 경우의 수

48. 5개의 문자 $A,\ B,\ C,\ D,\ E$를 일렬로 나열할 때, B가 E보다 앞에 오는 경우의 수

49. 7개의 숫자 $1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3$을 일렬로 나열할 때, 1의 숫자가 2이 숫자보다 앞에 오는 경우의 수

50. 6개의 숫자 $2,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$을 일렬로 나열할 때, $4,\ 5,\ 6$은 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하는 경우의 수

51. $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, a가 b보다는 반드시 앞쪽에 오고, c보다는 반드시 뒤쪽에 오는 경우의 수

52. 6개의 문자 $A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F$를 일렬로 나열할 때, A는 D보다 앞에 오고, B는 E보다 앞에 오도록 일렬로 나열하는 경우의 수

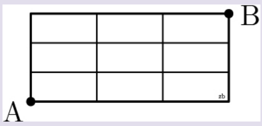
53. 9개의 문자 HAPPINESS를 순서대로 나열할 때, H가 N보다 앞에 오고 A가 E보다 앞에 오게 되는 경우의 수

54. 7개의 문자 $c,\ e,\ n,\ t,\ u,\ r,\ y$를 일렬로 배열할 때, n은 e의 앞에 오고 e는 r의 앞에 오도록 배열하는 경우의 수

02 최단 거리로 가는 경우의 수

(1) 최단 거리로 가는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열을 이용한다.

예 오른쪽 그림과 같이 도로망에서 A에서 B로 가는 최단경로의 수를 구할 때, 반드시 오른쪽 또는 위쪽으로만 가야 한다. 오른 쪽으로 한 칸가는 것을 a, 위쪽으로 한칸 가는 것을 b로 나타내면 최단경로의 수는 $a,\ a,\ a,\ b,\ b,\ b$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 최단경로의 수는 $\frac{6!}{3!3!}$이다.

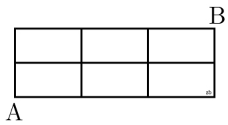


(2) 어떤 지점을 거쳐 최단 거리로 가는 경우의 수 : (A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수)$\times$(P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수)

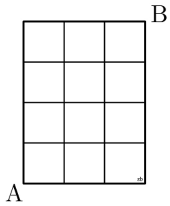
(3) 어떤 지점을 거치지 않고 최단 거리로 가는 경우의 수 : (A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수)$-$(A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수)

◪ 다음 각 그림에서 A에서 B로 가는 최단경로의 수를 구하여라.

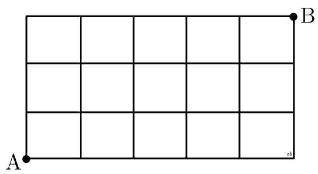
55.



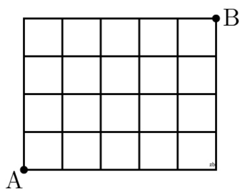
56.



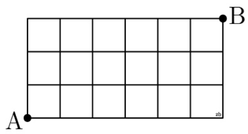
57.



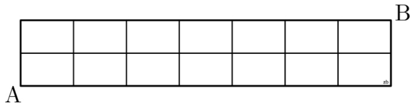
58.



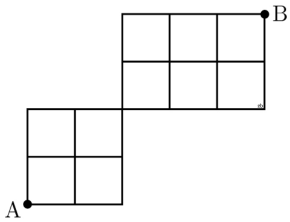
59.



60.

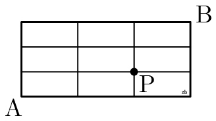


61.

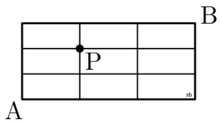


◪ 다음에서 A에서 출발하여 P를 거쳐 B로 가는 최단경로의 수를 구하여라.

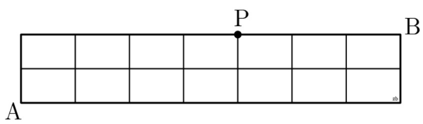
62.



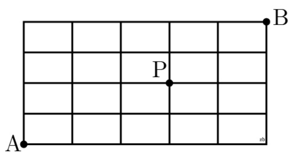
63.



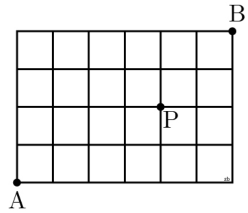
64.



65.

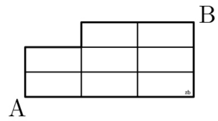


66.

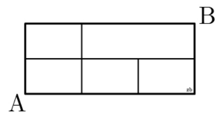


◪ 다음에서 A에서 B로 가는 최단경로의 수를 구하여라.

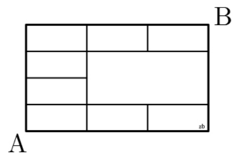
67.



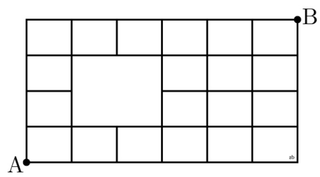
68.



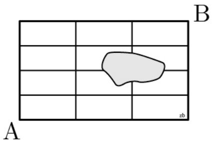
69.



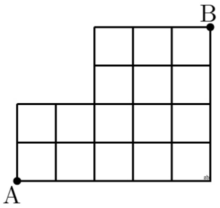
70.



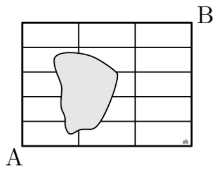
71.



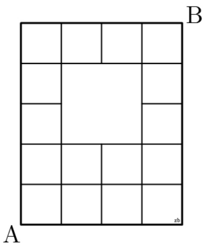
72.



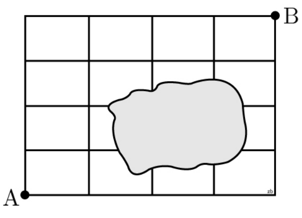
73.



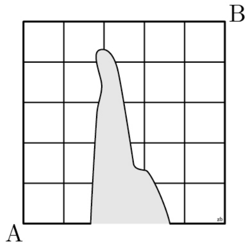
74.



75.



76.



정답 및 해설

1) 3

⇨ a, a, b는 a를 2개 포함하므로 $\frac{3!}{2!}=3$가지

2) 4

⇨ a, a, b, a는 a를 3개 포함하므로 $\frac{4!}{3!}=4$가지

3) 3

⇨ 1, 1, 2는 1을 2개 포함하므로 $\frac{3!}{2!}=3$가지

4) 4

⇨ 1, 3, 3, 3은 3을 3개 포함하므로 $\frac{4!}{3!}=4$가지

5) 6

⇨ a, a, b, b는 a를 2개, b를 2개 포함하므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$가지

6) 10

⇨ 5개의 문자 중에서 a가 2개, b가 3개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!3!}=10$

7) 4

⇨ 4개의 숫자 중에서 3이 3개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!}=4$

8) 6

⇨ 1, 1, 2, 2는 1을 2개, 2를 2개 포함하므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$가지

9) 30

⇨ 1, 2, 2, 3, 3은 2를 2개, 3을 2개 포함하므로

$\frac{5!}{2!2!}=30$가지

10) 105

⇨ 7개의 숫자 중에서 1이 2개, 3이 4개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{2!4!}=105$

11) 360

⇨ 1, 2, 3, 4, 4, 5는 4를 2개 포함하므로

$\frac{6!}{2!}=360$가지

12) 30

⇨ $\frac{5!}{2!\times 2!}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}=30$

13) 60

⇨ $\frac{6!}{2!\times 3!}=\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1}=60$

14) 1260

⇨ 9개의 숫자 중에서 2가 2개, 3이 3개, 4가 4개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{9!}{2!3!4!}=1260$

15) 210

⇨ 7개의 문자 중에서 p가 2개, q가 3개, r가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{2!3!2!}=210$

16) 3360

⇨ a, b, c, c, c, d, e, e는 c를 3개, e를 2개 포함하므로

$\frac{8!}{3!2!}=3360$가지

17) 1680

⇨ ㄱ, ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㄹ, ㅅ, ㅅ, ㅅ은 ㄱ을 2개, ㄹ을 2개, ㅅ을 3개 포함하므로

$\frac{8!}{2!2!3!}=1680$가지

18) 12

⇨ 3을 제외한 나머지 4개의 수 1, 1, 2, 3을 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=\frac{4\times3\times2\times1}{2\times1}=12$

19) 6

⇨ ☆을 양 끝에 고정시키면 ○, △, △, ○를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$가지다.

20) 6

⇨ ○을 양 끝에 고정시키면 ◈,◈,♤,♤를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{4!}{2!2!}=6$가지다.

21) 20

⇨ ㄷ를 양 끝에 고정시키면 ㄱ, ㄴ, ㄴ, ㄴ, ㄷ를 일렬로 나열하는 것과 같으므로

$\frac{5!}{3!}=20$가지다.

22) 6

⇨ 모음 o, o를 양 끝에 고정시키면 g, g, d, d를 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $\frac{4!}{2!2!}=6$가지다.

23) 360

⇨ p와 g를 제외한 6의 문자 r, i, n, t, i, n을 일

렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!2!}=180$

양 끝에 p와 g를 나열하는 경우의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는 $180\times2=360$

24) 120

⇨ 모음 u, e를 양 끝에 배치하는 방법은 2가지이고

s, t, d, n, t를 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$가지

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times60=120$가지다.

25) 720

⇨ o와 t를 제외한 6의 문자 c, n, i, n, u, e를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!}=360$

양 끝에 o와 t를 나열하는 경우의 수는

$2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는 720이다.

26) 540

⇨ 모음 a, e, a를 한 문자 X로 생각하여 6개의 문자 X, b, s, b, l, l을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!2!}=180$

모음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$

따라서 구하는 경우의 수는 $180\times3=540$

27) 4320

⇨ 모음 o, o, a, e를 하나로 생각하여 A라 하면 A, c, h, c, l, t를 나열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!}=360$가지다.

이때, 모음끼리 자리를 바꿀 수 있으므로

$\frac{4!}{2!}=12$가지

따라서 구하는 경우의 수는

$360\times12=4320$가지다.

28) 12

⇨ ○, ○, ○를 하나로 생각하여 A라 하면 A, ★, ◈, ★을 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$가지다.

29) 720

⇨ 먼저 ㄹ, ㄹ, ㅁ, ㅁ을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=6$가지다.

그 사이사이와 양 끝 5개의 자리에 모음 ㅗ, ㅛ, ㅏ, ㅑ를 넣는 경우의 수는 5개 중 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로

${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$가지다.

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times120=720$가지다.

30) 300

⇨ A, B를 제외한 5개의 문자 C, C, D, D, D를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!3!}=10$

C, C, D, D, D의 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 A, B를 나열하는 경우의 수는 ${}_6P_2=30$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times30=300$

31) 240

⇨ maximum에서 m, x, m, m을 먼저 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$가지

그 사이사이와 양 끝 5개의 자리에 모음을 넣는 경우의 수는 5개 중 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로 ${}_5P_3=5\times4\times3=60$가지다.

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times60=240$가지다.

32) 3

⇨ 1, 2, 2를 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{3!}{2!}=3$

33) 12

⇨ 2, 2, 3, 5를 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$

34) 12

⇨ 4개의 숫자 중에서 1이 2개 있으므로 구하는 정수의 개수는 $\frac{4!}{2!}=12$

35) 30

⇨ 2, 2, 3, 4, 4를 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5!}{2!2!}=30$

36) 90

⇨ 5, 5, 6, 6, 8, 8을 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{6!}{2!2!2!}=90$

37) 210

⇨ 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3을 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{2!3!2!}=210$

38) 420

⇨ 7개의 숫자 중에서 2가 2개, 3이 3개 있으므로

구하는 정수의 개수는 $\frac{7!}{2!3!}=420$

39) 9

⇨ (ⅰ) 첫째 자리에 1이 오는 경우
나머지 자리에 0, 1, 2를 나열하는 경우의 수와 같으므로 $3!=6$

(ⅱ) 첫째 자리에 2가 오는 경우
나머지 자리에 0, 1, 1을 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{3!}{2!}=3$

따라서 구하는 정수의 개수는 $6+3=9$이다.

40) 16

⇨ (ⅰ) 첫째 자리에 3이 오는 경우
0, 3, 3, 8을 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4!}{2!}=12$

(ⅱ) 첫째 자리에 8이 오는 경우
0, 3, 3, 3을 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4!}{3!}=4$

따라서 구하는 정수의 개수는 $12+4=16$이다.

41) 50

⇨ (ⅰ) 첫째 자리에 7이 오는 경우
0, 7, 7, 9, 9를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{5!}{2!2!}=30$

(ⅱ) 첫째 자리에 9가 오는 경우
0, 7, 7, 7, 9를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{5!}{3!}=20$

따라서 구하는 정수의 개수는 $30+20=50$이다.

42) 48

⇨ (ⅰ) 첫째 자리에 2가 오는 경우
0, 3, 4, 4를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4!}{2!}=12$

(ⅱ) 첫째 자리에 3이 오는 경우
0, 2, 4, 4를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4!}{2!}=12$

(ⅲ) 첫째 자리에 4가 오는 경우
0, 2, 3, 4를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$4!=24$

따라서 구하는 정수의 개수는
$12+12+24=48$이다.

43) 48

⇨ 5개의 숫자 0, 1, 3, 4, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$

따라서 구하는 정수의 개수는 $60-12=48$

44) 15

⇨ (ⅰ) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
4개의 숫자 3, 3, 4, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}=6$

(ⅱ) 일의 자리의 숫자가 4인 경우
4개의 숫자 0, 3, 3, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$

이때 맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$

$\therefore 12-3=9$

(ⅰ),(ⅱ)에 의하여 구하는 정수의 개수는 $6+9=15$

45) 180

46) 30

47) 15

⇨ 동성의 형제와 자매는 줄을 서는 순서가 정해져 있으므로
형제 2명을 모두 X, 자매 4명을 모두 Y로 생각하여
여섯 개의 문자 X, X, Y, Y, Y, Y를 일렬로 나열한 후
정해진 순서(나이가 많은 사람이 앞에 선다.)에 맞춰 줄을 서면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!4!}=15$

48) 60

⇨ B, E의 순서가 정해져 있으므로 B, E를 모두 X로 생각하여 5개의 문자 A, X, C, D, X를 일렬로 나열한 후 첫 번째 X는 B, 두 번째 X는 E로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

49) 35

50) 60

⇨ 4, 5, 6의 순서가 정해져 있으므로 4, 5, 6을 모두 X로 생각하여 6개의 문자 2, 2, 3, X, X, X를 일렬로 나열한 후 첫 번째 X는 4, 두 번째 X는 5, 세 번째 X는 6으로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!3!}=60$

51) 120

⇨ a, b, c의 순서가 정해져 있으므로 세 문자를 같은 것으로
생각한다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{3!}=120$개다.

52) 180

⇨ A, D와 B, E의 순서가 각각 정해져 있으므로 A, D를 모두 X로, B, E를 모두 Y로 생각하여 6개의 문자 X, Y, C, X, Y, F를 일렬로 나열한 후 첫 번째 X는 A, 두 번째 X는 D로, 첫 번째 Y는 B, 두 번째 Y는 E로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!2!}=180$

53) 22680

⇨ H와 N을 X로 두고 A와 E를 Y로 둔 다음 앞에 오는 X에 H , 뒤에 오는 X를 N 앞에 오는 Y를 A, 뒤에 오는 Y를 E로 두면 되므로 구하고자 하는 경우의 수는 $XYPPIXYSS$를 나열하는 경우의 수와 같다.

따라서 경우의 수는 $\frac{9!}{2!\times 2!\times 2!\times 2!}$이 된다.

54) 840

⇨ n, e, r의 순서가 정해져 있으므로 세 문자를 같은 것으
로 생각한다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{3!}=840$개다.

55) 10

⇨ 최단 거리로 가려면 오른쪽으로 3칸, 위쪽으로 2칸을 가야한다.

오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면 구하는 경우의 수는 a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!2!}=10$

56) 35

⇨ $aaabbbb$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$\frac{7!}{4!3!}=35$가지

57) 56

⇨ A지점에서 B지점까지 최단 거리는

$\frac{8!}{5!3!}=56$가지이다.

58) 126

⇨ 최단 거리로 가려면 오른쪽으로 5칸, 위쪽으로 4칸을 가야하므로 구하는 경우의 수는 $\frac{9!}{5!4!}=126$

59) 84

⇨ 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 6개의 a와 3개의 b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

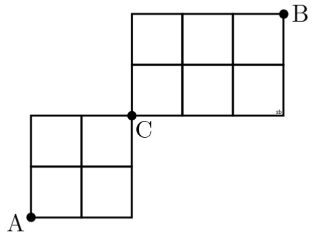
$\frac{9!}{6!\times 3!}=\frac{9\times 8\times 7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1\times 3\times 2\times 1}=84$

60) 36

⇨ a를 7개, b를 2개 포함한 9개의 문자를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$\frac{9!}{7!2!}=36$가지

61) 60



⇨

A 지점에서 C 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}=6$

C 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!2!}=10$

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times 10=60$

62) 9

⇨ A → P : $\frac{3!}{2!}=3$가지, P → B : $\frac{3!}{2!}=3$가지

따라서 구하는 최단경로의 수는 $3\times 3=9$가지다.

63) 9

⇨ A → P : $\frac{3!}{2!}=3$가지, P → B : $\frac{3!}{2!}=3$가지

따라서 구하는 최단경로의 수는 $3\times 3=9$가지다.

64) 15

⇨ A → P : $\frac{6!}{4!2!}=15$가지, P → B : 1가지

따라서 구하는 최단경로의 수는 $15\times 1=15$가지다.

65) 60

66) 90

⇨ A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

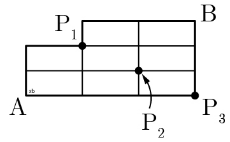
$\frac{6!}{4!2!}=15$

P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $15\times 6=90$

67) 19

⇨ 

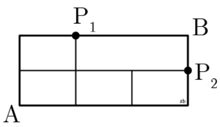
$A \to P_1 \to B : \frac{3!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 3 \times 3 = 9$가지

$A \to P_2 \to B : \frac{3!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 3 \times 3 = 9$가지

$A \to P_3 \to B : 1 \times 1 = 1$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$9 + 9 + 1 = 19$가지

68) 7
⇨ 다음과 같이 두 점을 P_1, P_2라 하자.

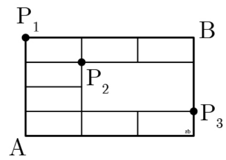


$A \to P_1 \to B : \frac{3!}{2!} \times 1 = 3$가지

$A \to P_2 \to B : \frac{4!}{3!} \times 1 = 4$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$3 + 4 = 7$가지

69) 17

⇨ 

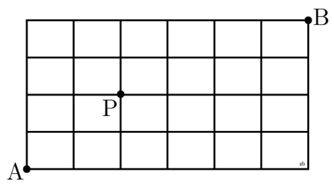
$A \to P_1 \to B : 1 \times 1 = 1$가지

$A \to P_2 \to B : \frac{4!}{3!} \times \frac{3!}{2!} = 12$가지

$A \to P_3 \to B : \frac{4!}{3!} \times 1 = 4$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$1 + 12 + 4 = 17$가지

70) 120

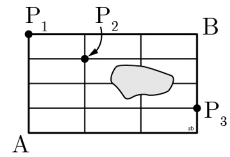
⇨ 

A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는
$\frac{10!}{6!4!} = 210$

A지점에서 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경
우의 수는
$\frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{6!}{4!2!} = 90$

따라서 A지점에서 P지점을 지나지 않고 B지점까지 최단
거리로 가는 경우의 수는 $210 - 90 = 120$

71) 17

⇨ 

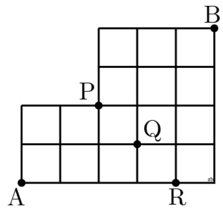
$A \to P_1 \to B : 1 \times 1 = 1$가지

$A \to P_2 \to B : \frac{4!}{3!} \times \frac{3!}{2!} = 12$가지

$A \to P_3 \to B : \frac{4!}{3!} \times 1 = 4$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$1 + 12 + 4 = 17$가지다.

72) 105
⇨ 다음 그림과 같이 세 지점 P, Q, R를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 방법은 다음과 같다.



$A \to P \to B$, $A \to Q \to B$, $A \to R \to B$

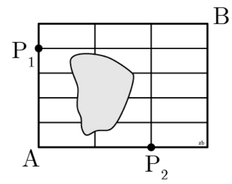
(ⅰ) $A \to P \to B$의 경우 $\frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{3!2!} = 6 \times 10 = 60$

(ⅱ) $A \to Q \to B$의 경우 $\frac{4!}{3!} \times \frac{5!}{2!3!} = 4 \times 10 = 40$

(ⅲ) $A \to R \to B$의 경우 $1 \times \frac{5!}{4!} = 1 \times 5 = 5$

(ⅰ),(ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는
$60 + 40 + 5 = 105$

73) 10

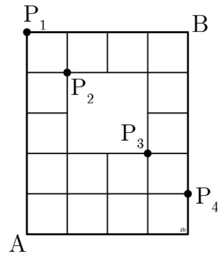
⇨ 

$A \to P_1 \to B : 1 \times \frac{4!}{3!} = 4$가지

$A \to P_2 \to B : 1 \times \frac{6!}{5!} = 6$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$4 + 6 = 10$가지다.

74) 66

⇨ 

$A \to P_1 \to B : 1 \times 1 = 1$가지

$A \to P_2 \to B : \dfrac{5!}{4!} \times \dfrac{4!}{3!} = 20$가지

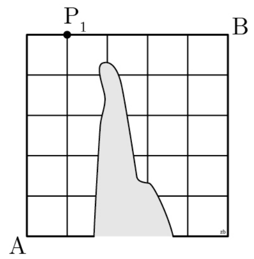
$A \to P_3 \to B : \dfrac{5!}{3!2!} \times \dfrac{4!}{3!} = 40$가지

$A \to P_4 \to B : \dfrac{5!}{4!} \times 1 = 5$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는
$1 + 20 + 40 + 5 = 66$가지

75) 18

76) 6

⇨ 

$A \to P_1 \to B : \dfrac{6!}{5!} \times 1 = 6$가지

따라서 A에서 B로 가는 최단경로의 수는 6가지다.