5회차

01 ③	02 ③	03 ①	04 ①	05 ⑤
06 ③	07 ③	08 ③	09 ②	10 ①
11 ④	12 ⑤	13 ③	14 ③	15 ④
16 ⑤	17 ①			

[서술형 1] 159601

[서술형 2] $\frac{5}{2}$

[서술형 3] (1) $(2, -1)$ (2) -4 (3) 2

01 $3A-B=3(x^2-xy+y^2)-(-x^2-5xy+3y^2)$
$=3x^2-3xy+3y^2+x^2+5xy-3y^2$
$=4x^2+2xy$

02 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에서
$1^2=5+2ab$, $2ab=-4$ $\quad\therefore ab=-2$
$\therefore a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
$=1^3-3\cdot(-2)\cdot 1$
$=7$

03 $(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$
$=\{(x+2)(x-2)\}\{(x+1)(x-1)\}$
$=(x^2-4)(x^2-1)$
$=x^4-5x^2+4$
따라서 $a=-5$, $b=4$이므로
$a+2b=3$

다른 풀이

$(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)=x^4+ax^2+b$
양변에 $x=1$을 대입하면
$0=1+a+b \quad \therefore a+b=-1$ ...... ㉠
양변에 $x=2$를 대입하면
$0=16+4a+b \quad \therefore 4a+b=-16$ ...... ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-5$, $b=4$이므로
$a+2b=3$

04

$$\begin{array}{r}
x+4 \\
x^2-2x-2\,\big)\,\overline{x^3+2x^2+5x-2}\\
\underline{x^3-2x^2-2x}\\
4x^2+7x-2\\
\underline{4x^2-8x-8}\\
15x+6
\end{array}$$

$\therefore Q=x+4$, $R=15x+6$

05 $2x^2+ax-8=(bx-1)(x+c)$
$=bx^2+(bc-1)x-c$
항등식의 성질에 의하여
$b=2$, $c=8$, $a=bc-1=15$
$\therefore a+b+c=25$

06 $f(x)=ax^2-bx-2$라 하면 $f(1)=0$, $f(-1)=2$이므로
$a-b-2=0$, $a+b-2=2$
$\therefore a-b=2$, $a+b=4$
위의 식을 연립하여 풀면
$a=3$, $b=1$

07 $z=c+di$ (c, d는 실수)라 하자.
ㄴ. $z=c+di$가 실수이면 $d=0$
즉 $z=c$, $\bar{z}=c$이므로 $z=\bar{z}$
ㄷ. $z+\bar{z}=(c+di)+(c-di)=2c=0$에서
$c=0 \quad \therefore z=di$
이때 $d\neq 0$이면 z는 순허수이고, $d=0$이면 z는 실수이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

08 $x=\frac{1-i}{2}$에서 $2x-1=-i$
양변을 제곱하면 $(2x-1)^2=(-i)^2$
$4x^2-4x+1=-1$, $2x^2-2x+1=0$
$\therefore 2x^2-2x+3=(2x^2-2x+1)+2=2$

다른 풀이

$x^2=\left(\frac{1-i}{2}\right)^2=\frac{-2i}{4}=-\frac{1}{2}i$이므로
$2x^2-2x+3=2\cdot\left(-\frac{1}{2}i\right)-2\cdot\frac{1-i}{2}+3$
$=-i-1+i+3$
$=2$

09 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로
$2z-i\bar{z}=2(a+bi)-i(a-bi)$
$=2a+2bi-ai-b$
$=(2a-b)+(-a+2b)i$

즉 $(2a-b)+(-a+2b)i=4-5i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$2a-b=4,\ -a+2b=-5$

위의 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-2$이므로 구하는 복소수는

$z=1-2i$

10 이차방정식 $x^2+3x+1=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=1$

따라서 $\alpha<0,\ \beta<0$이므로

$$\begin{aligned}(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2&=(\sqrt{\alpha})^2+(\sqrt{\beta})^2+2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}\\&=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}\\&=(\alpha+\beta)-2\sqrt{\alpha\beta}\\&=-3-2\cdot1\\&=-5\end{aligned}$$

오답 피하기

$\alpha+\beta<0,\ \alpha\beta>0$이므로 $\alpha<0,\ \beta<0$임을 주의한다.

11 b를 바르게 보고 근을 구했을 때 그 근이 $-2,\ 1$이므로 두 근의 곱은

$b=-2\cdot1=-2$

a를 바르게 보고 근을 구했을 때 그 근이 $1+i,\ 1-i$이므로 두 근의 합은

$-a=(1+i)+(1-i)=2$

$\therefore\ a=-2$

$\therefore\ a+b=-4$

12 이차방정식 $x^2-2(a-k)x+k^2-8k-4b=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(a-k)\}^2-(k^2-8k-4b)=0$

$a^2-2ak+k^2-k^2+8k+4b=0$

$\therefore\ (8-2a)k+a^2+4b=0$

이 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$8-2a=0,\ a^2+4b=0$

$\therefore\ a=4,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=0$

13 이차함수 $y=x^2+2x-6$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 $a,\ b$이므로 $a,\ b$는 이차방정식 $x^2+2x-6=0$의 두 근이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$a+b=-2,\ ab=-6$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^3+b^3&=(a+b)^3-3ab(a+b)\\&=(-2)^3-3\cdot(-6)\cdot(-2)\\&=-44\end{aligned}$$

Lecture 곱셈 공식의 변형

(1) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

14 이차함수 $y=3x^2-(a+1)x+2$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 교점의 x좌표가 $-1,\ 4$이므로 $-1,\ 4$는 이차방정식 $3x^2-(a+1)x+2=x+b$, 즉 $3x^2-(a+2)x-b+2=0$의 두 근이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$-1+4=\frac{a+2}{3},\ -1\cdot4=\frac{-b+2}{3}$

$a+2=9,\ -b+2=-12$

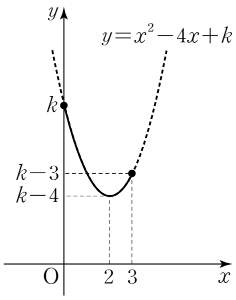
$\therefore\ a=7,\ b=14$

$\therefore\ a+b=21$

15 $y=x^2-4x+k$

$\quad=(x-2)^2+k-4$

이므로 $0\le x\le3$에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$x=0$에서 최댓값 k, $x=2$에서 최솟값 $k-4$를 가지므로

$k=7$

따라서 구하는 최솟값은

$7-4=3$

16 주어진 삼차방정식의 계수가 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다. 나머지 한 근을 α라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 세 근의 합은

$\alpha+(1+i)+(1-i)=4 \qquad \therefore \alpha=2$
따라서 $x^3-4x^2+ax-4=0$에 $x=2$를 대입하면
$8-16+2a-4=0 \qquad \therefore a=6$

17 $\begin{cases} x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡에서 $y=-2x+k \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(-2x+k)^2=5$
$\therefore 5x^2-4kx+k^2-5=0$
위의 식을 만족시키는 x의 값이 오직 한 개 존재해야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-2k)^2-5(k^2-5)=0$
$4k^2-5k^2+25=0$, $k^2=25$
$\therefore k=\pm5$
따라서 구하는 모든 실수 k의 값의 곱은
$5\cdot(-5)=-25$

[서술형 1] $400=a$로 놓으면
$$\frac{160000\cdot160001+1}{160401}=\frac{160000(160000+1)+1}{160000+400+1}$$
$$=\frac{400^2(400^2+1)+1}{400^2+400+1}$$
❶
$$=\frac{a^2(a^2+1)+1}{a^2+a+1}$$
$$=\frac{a^4+a^2+1}{a^2+a+1}$$
$$=\frac{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}{a^2+a+1}$$
$$=a^2-a+1$$
❷
$$=400^2-400+1$$
$$=159601$$
❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 식을 공통된 수에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	3점
❷ 공통된 수를 a로 놓은 후 a에 대한 식을 인수분해할 수 있다.	3점
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 이차방정식 $x^2-2ax-4=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=2a$, $\alpha\beta=-4$
❶
이차방정식 $x^2+bx-12=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, 즉 $2a$, -4이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$2a+(-4)=-b$, $2a\cdot(-4)=-12$
따라서 $a=\frac{3}{2}$, $b=1$이므로
❷
$a+b=\frac{5}{2}$
❸

채점 기준	배점
❶ $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] (1) $y=x^2+ax-2a-5$에서
$a(x-2)+x^2-y-5=0$
이 식이 a에 대한 항등식이므로
$x-2=0$, $x^2-y-5=0 \qquad \therefore x=2, y=-1$
$\therefore \mathrm{P}(2, -1)$
❶
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이고 x^2의 계수가 1인 이차함수는
$y=(x-2)^2-1=x^2-4x+3$
따라서 $x^2+ax-2a-5=x^2-4x+3$이므로
$a=-4$
❷
(3) 이차방정식 $x^2-4x+3=0$에서
$(x-1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=3$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 두 교점은 $(1, 0)$, $(3, 0)$이므로 구하는 두 교점 사이의 거리는
$\sqrt{(3-1)^2}=2$
❸

채점 기준	배점
❶ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 이차함수의 그래프와 x축의 두 교점 사이의 거리를 구할 수 있다.	2점

Lecture **이차함수 $y=a(x-m)^2+n$ $(a\neq0)$의 그래프**
이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프이다.
(1) 꼭짓점의 좌표: (m, n)
(2) 축의 방정식: $x=m$