_____ 계산력 연습

[영역] 2.문자와 식



중 2 과정

2-3-3.곱셈공식의 활용





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일: 2016-02-16

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

1. 수의 계산

(1) 수의 제곱: 완전제곱식을 이용하여 계산한다.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
 $\nsubseteq \sqsubseteq (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(2) 두 수의 곱: 합과 차의 공식 또는 x의 계수가 1인 두 일차식의 곱을 이용하여 계산한다. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 또는 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

2. 곱셈공식의 변형

(1) 두 수의 합과 곱을 알고, 두 수의 제곱의 합을 구할 때 $\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

(2) 두 수의 합과 곱을 알고 두 수의 차의 제곱을 구할 때 \Rightarrow $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

(3) 두 수의 차와 곱을 알고 두 수의 제곱의 합을 구할 때 $\Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

(4) 두 수의 차와 곱을 알 고 두 수의 합의 제곱을 구할 때 \Rightarrow $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

(5)
$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

(6)
$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4$$

(7)
$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

수의 계산 시

● 곱셈공식을 이용하기 위한 *a*, *b*등 의 값은 계산이 편리한 수로 정하여 계 산한다.

곱셈공식의 변형

● 곱셈 공식의 좌변과 우변의 항을 적당히 이항하여 변형하면 (1)~(7)의 식을 얻을 수 있다.



☑ 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

1. 21^2

 $2. 29^2$

3. 31^2

4. 37^2

5. 46^2

6. 49²

7. 51²

8. 53^2

9. 56^2

10. 62^2

11. 69^2

- 12. 72^2
- 13. 74^2
- 14. 77²
- 15. 78^2
- 16. 84²
- 17. 87^2
- 18. 88²
- 19. 96^2
- 20. 99^2
- 21. 101²
- 22. 103^2
- 23. 198^2
- 24. 201^2
- 25. 299^2

- 26. 304^2
- 27. 399^2
- 28. 505^2
- 29. 998^2
- 30. 5.1^2
- 31. 3.9^2

☑ 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

- 32. 21×19
- 33. 36×44
- 34. 41×39
- 35. 42×38
- 36. 43×37
- 37. 47×53
- 38. 52×48

- 39. 72×68
- 40. 85×75
- 41. 88×92
- 42. 101×99
- 43. 301×298
- 44. 8.8×9.2
- 45. 4.9×5.1
- 46. 27×29
- 47. 28×33
- 48. 21×23
- 49. 48×51
- 50. 49×55
- 51. 62×64
- 52. 91×93

- 53. 96×98
- 54. 98×103
- 55. 101×104
- 56. 102×105
- 57. 0.8×1.2
- 58. 9.7×10.3
- 59. 10.2×10.7
- 60. 9.7×10.2

% 곱셈공식의 변형

- \square x+y=6, xy=4일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 61. $x^2 + y^2$
- 62. $(x-y)^2$
- \square x-y=2, xy=3일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 63. $x^2 + y^2$
- 64. $(x+y)^2$

- \square a-b=8, ab=-15일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 65. $a^2 + b^2$
- 66. $(a+b)^2$
- \square x-y=-3, xy=4일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 67. $x^2 + y^2$
- 68. $(x+y)^2$
- 69. $x^2 + y^2$
- 70. $(x+y)^2$
- a-b=-1, ab=12일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 71. $a^2 + b^2$
- 72. $(a+b)^2$
- \square a+b=3, ab=2일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 73. $a^2 + b^2$
- 74. $(a-b)^2$

- \square x+y=-2, xy=-8일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 75. $x^2 + y^2$
- 76. $(x-y)^2$
- 77. $x^2 + y^2$
- 78. $(x-y)^2$
- a+b=3, ab=-10 2 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 79. $a^2 + b^2$
- 80. $(a-b)^2$
- 81. $x^2 + \frac{1}{x^2}$
- 82. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$
- \square $x-\frac{1}{x}=4$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
- 83. $x^2 + \frac{1}{x^2}$
- 84. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$

\square $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

85.
$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$$

86.
$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$$

$oldsymbol{\square}$ 다음 주어진 값에 대하여 $x^2+rac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

87.
$$x + \frac{1}{x} = 5$$

88.
$$x - \frac{1}{x} = 3$$

☑ 다음 조건을 만족하는 식의 값을 구하여라.

89.
$$a-b=6$$
, $a^2+b^2=20$ 일 때, ab 의 값

90.
$$a+b=-4$$
, $a^2+b^2=30$ 일 때, ab 의 값

91.
$$a+b=4$$
, $a^2+b^2=6$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값

92.
$$x-y=4$$
, $(x+y)^2=64$ 일 때, xy 의 값

93.
$$x+y=6$$
, $x^2+y^2=26$ 일 때, xy 의 값

94.
$$a+b=-4$$
, $a^2+b^2=10$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값

95.
$$x+y=7$$
, $xy=5$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값

96.
$$x-y=4$$
, $xy=3$ 일 때, $(x+y)^2$ 의 값

97.
$$x+y=5$$
, $xy=-14$ 일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 의 값

98.
$$x + \frac{1}{x} = 6$$
일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값

99.
$$x+y=6$$
, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=7$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값

100.
$$a+b=7$$
, $a^2+b^2=29$ 일 때, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 의 값

101.
$$x-y=1$$
, $xy=2$ 일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 의 값

정답 및 해설 🖁

- 1) 441
- 2) 841
- 3) 961
- 4) 1369
- $\begin{array}{l} \Longrightarrow \ \ 37^2 = (40 3)^2 = 40^2 2 \times 40 \times 3 + 3^2 \\ = 1600 240 + 9 = 1369 \end{array}$
- 5) 2116
- $\Rightarrow 46^2 = (50 4)^2 = 50^2 2 \times 50 \times 4 + 4^2$ = 2500 - 400 + 16 = 2116
- 6) 2401
- $\Rightarrow 49^2 = (50-1)^2 = 2500-100+1=2401$
- 7) 2601
- $51^2 = (50+1)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2$ = 2500 + 100 + 1 = 2601
- 8) 2809
- 9) 3136
- 10) 3844
- $\begin{array}{l} \Leftrightarrow \ 62^2 = (60+2)^2 = 60^2 + 2 \times 60 \times 2 + 2^2 \\ = 3600 + 240 + 4 = 3844 \end{array}$
- 11) 4761
- 12) 5184
- $\begin{array}{l} \Rightarrow 72^2 = (70+2)^2 = 70^2 + 2 \times 70 \times 2 + 2^2 \\ = 4900 + 280 + 4 \\ = 5184 \end{array}$
- 13) 5476
- 14) 5929
- 15) 6084
- $78^2 = (80-2)^2 = 80^2 2 \times 80 \times 2 + 2^2$ = 6400 320 + 4 = 6084
- 16) 7056
- $\begin{array}{l} \Leftrightarrow 84^2 = (80+4)^2 = 80^2 + 2 \times 80 \times 4 + 4^2 \\ = 6400 + 640 + 16 \\ = 7056 \end{array}$
- 17) 7569
- $\Rightarrow 87^2 = (90-3)^2 = 90^2 2 \times 90 \times 3 + 3^2 \\ = 8100 540 + 9 = 7569$

- 18) 7744
- 19) 9216
- $\begin{array}{l} \Rightarrow \ 96^2 = (100 4)^2 = 100^2 2 \times 100 \times 4 + 4^2 \\ = 10000 800 + 16 = 9216 \end{array}$
- 20) 9801
- $\Rightarrow 99^2 = (100-1)^2 = 100^2 2 \times 100 \times 1 + 1^2$ = 10000 - 200 + 1 = 9801
- 21) 10201
- 22) 10609
- $\Rightarrow 103^2 = (100+3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 \\ = 10000 + 600 + 9 = 10609$
- 23) 39204
- $\Rightarrow 198^2 = (200 2)^2 = 200^2 2 \times 200 \times 2 + 2^2$ = 40000 - 800 + 4 = 39204
- 24) 40401
- $\begin{array}{l} \rightleftharpoons 201^2 = (200+1)^2 = 200^2 + 2 \times 200 \times 1 + 1^2 \\ = 40000 + 400 + 1 \\ = 40401 \end{array}$
- 25) 89401
- $\stackrel{\triangleright}{\Rightarrow} 299^2 = (300 1)^2 = 300^2 2 \times 300 \times 1 + 1^2$ = 90000 600 + 1 = 89401
- 26) 92416
- $\begin{array}{l} \Rightarrow \ \, 304^2 = (300 + 4)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 4 + 4^2 \\ = 90000 + 2400 + 16 = 92416 \end{array}$
- 27) 159201
- \Rightarrow 399² = (400 1)² = 160000 800 + 1 = 159201
- 28) 255025
- $505^2 = (500+5)^2 = 500^2 + 2 \times 500 \times 5 + 5^2$ = 250000 + 5000 + 25 = 255025
- 29) 996004
- \Rightarrow 998² = (1000 2)² = 1000000 4000 + 4 = 996004
- 30) 26.01
- \Rightarrow 5.1² = (5+0.1)² = 25+1+0.01 = 26.01
- 31) 15.21
- \Rightarrow 3.9² = $(4-0.1)^2$ = 16-0.8+0.01 = 15.21
- 32) 399
- 33) 1584
- $\begin{array}{l} \Longrightarrow \ 36 \times 44 = (40 4)(40 + 4) = 40^2 4^2 \\ = 1600 16 = 1584 \end{array}$
- 34) 1599

- 35) 1596
- 36) 1591
- 37) 2491

$$\Rightarrow 47 \times 53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2$$
$$= 2500 - 9 = 2491$$

38) 2496

$$\Rightarrow$$
 52×48 = (50+2)(50-2) = 2500-4 = 2496

- 39) 4896
- 40) 6375

$$85 \times 75 = (80+5)(80-5) = 80^2 - 5^2$$

$$= 6400 - 25 = 6375$$

- 41) 8096
- 42) 9999

$$\Rightarrow 101 \times 99 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^{2} - 1^{2}$$
$$= 10000 - 1 = 9999$$

43) 89698

$$301 \times 298 = (300 + 1)(300 - 2)$$

$$= 90000 - 600 + 300 - 2$$

$$= 89698$$

44) 80.96

$$\Rightarrow$$
 8.8 \times 9.2 = (9 - 0.2)(9 + 0.2) = 81 - 0.04 = 80.96

45) 24.99

$$\Rightarrow 4.9 \times 5.1 = (5 - 0.1)(5 + 0.1) = 25 - 0.01 = 24.99$$

- 46) 783
- 47) 924

$$\Rightarrow 28 \times 33 = (30-2)(30+3)$$

$$= 30^2 + (-2+3) \times 30 + (-2) \times 3$$

$$= 900 + 30 - 6 = 924$$

- 48) 483
- 49) 2448
- 50) 2695

$$\Rightarrow 49 \times 55 = (50 - 1)(50 + 5) = 50^{2} + (-1 + 5) \times 50 + (-1) \times 5 = 2500 + 200 - 5 = 2695$$

- 51) 3968
- 52) 8463

$$\Rightarrow 91 \times 93 = (90+1)(90+3) \\ = 8100 + (1+3) \times 90 + 3 = 8463$$

53) 9408

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \ 96 \times 98 = (100 - 4)(100 - 2) \\ = 100^2 + (-4 - 2) \times 100 + (-4) \times (-2) \\ = 10000 - 600 + 8 = 9408 \end{array}$$

54) 10094

$$\Rightarrow 98 \times 103$$
= $(100-2)(100+3)$
= $10000+300-200-6$
= 10094

55) 10504

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \ 101 \times 104 = (100+1)(100+4) \\ = 100^2 + (1+4) \times 100 + 1 \times 4 \\ = 10000 + 500 + 4 \\ = 10504 \end{array}$$

- 56) 10710
- $\Rightarrow 102 \times 105$ = (100+2)(100+5)= 10000+500+200+10= 10710
- 57) 0.96

$$0.8 \times 1.2 = (1 - 0.2)(1 + 0.2) = 1^2 - (0.2)^2$$
$$= 1 - 0.04 = 0.96$$

58) 99.91

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \ 9.7 \times 10.3 = (10 - 0.3)(10 + 0.3) = 10^2 - (0.3)^2 \\ = 100 - 0.09 = 99.91 \end{array}$$

59) 109.14

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \ 10.2 \times 10.7 = (10 + 0.2)(10 + 0.7) \\ = 10^2 + (0.2 + 0.7) \times 10 + 0.2 \times 0.7 \\ = 100 + 9 + 0.14 = 109.14 \end{array}$$

60) 98.94

$$\Rightarrow 9.7 \times 10.2 = (10 - 0.3)(10 + 0.2)$$

$$= 10^{2} + (-0.3 + 0.2) \times 10 + (-0.3) \times 0.2$$

$$= 100 - 1 - 0.06 = 98.94$$

61) 28

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 6^2 - 2 \times 4 = 36 - 8 = 28$$

62) 20

$$\Rightarrow$$
 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 6^2 - 4 \times 4 = 36 - 16 = 20$

63) 10

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy = 2^2 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$$

64) 16

$$\Rightarrow$$
 $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = 2^2 + 4 \times 3 = 4 + 12 = 16$

65) 34

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

= $8^2 + 2 \times (-15) = 64 - 30 = 34$

66) 4

$$\Rightarrow (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

= $8^2 + 4 \times (-15) = 64 - 60 = 4$

67) 17

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy = (-3)^2 + 2 \times 4 = 9 + 8 = 17$$

68) 25

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = (-3)^2 + 4 \times 4 = 9 + 16 = 25$$

69) 13

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

= $(-5)^2 + 2 \times (-6) = 25 - 12 = 13$

70) 1

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$$

= $(-5)^2 + 4 \times (-6) = 25 - 24 = 1$

71) 25

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

= $(-1)^2 + 2 \times 12 = 1 + 24 = 25$

72) 49

$$\Rightarrow (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

= $(-1)^2 + 4 \times 12 = 1 + 48 = 49$

73) 5

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5$$

74) 1

$$\Rightarrow$$
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times 2 = 9 - 8 = 1$

75) 20

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (-2)^2 - 2 \times (-8) = 4 + 16 = 20$$

76) 36

$$\Rightarrow (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = (-2)^2 - 4 \times (-8) = 4 + 32 = 36$$

77) 37

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (-7)^2 - 2 \times 6 = 49 - 12 = 37$$

78) 25

$$\Rightarrow (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = (-7)^2 - 4 \times 6 = 49 - 24 = 25$$

79) 29

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

= $3^2 - 2 \times (-10) = 9 + 20 = 29$

80) 49

$$\Rightarrow (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

= $3^2 - 4 \times (-10) = 9 + 40 = 49$

81) 14

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

82) 1

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

83) 18

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$$

84) 20

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 16 + 4 = 20$$

85) 4

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 2 + 2 = 4$$

86)

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 2 - 2 = 0$$

87) 23

88) 11

89) -8

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$
이므로
20 = $6^2 + 2ab - 2ab = 16$ $\therefore ab = -8$

90) -7

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(-4)^2 = 30 + 2ab$$

$$16 = 30 + 2ab, \ 2ab = -14$$

$$\therefore ab = -7$$

91) $\frac{6}{5}$

$$\Rightarrow a+b=4, \ a^2+b^2=6 \text{ on } A$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$6=16-2ab$$

$$ab=5$$

$$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{6}{5}$$

92) 12

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$$
이므로
$$64 = 4^2 + 4xy, -4xy = -48 \qquad \therefore xy = 12$$

[영역] 2.문자와 식 2-3-3.곱셈공식의 활용

93) 5

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$
이므로
 $26 = 6^2 - 2xy, 2xy = 10$ $\therefore xy = 5$

94) 4

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$
이므로
 $10 = (-4)^2 - 2ab, 2ab = 6$ $\therefore ab = 3$
 $\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = (-4)^2 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$

95) 29

$$\Rightarrow$$
 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 7^2 - 4 \times 5 = 49 - 20 = 29$

96) 28

$$\Rightarrow$$
 $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = 4^2 + 4 \times 3 = 16 + 12 = 28$

97)
$$-\frac{53}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$$
$$= \frac{5^2 - 2 \times (-14)}{-14} = -\frac{53}{14}$$

98) 34

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

99) 20

$$\Rightarrow x+y=6, \ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=7$$
 일 때,
$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy} \text{ 이므로}$$
 $7=\frac{36-2xy}{xy} \Rightarrow \therefore xy=4$ $\therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy=36-16=20$

100)
$$\frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow a+b=7, \ a^2+b^2=29 \ \mbox{iff},$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$29=49-2ab$$

$$ab=10$$

$$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{7}{10}$$

101)
$$\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x - y)^2 + 2xy}{xy} = \frac{1^2 + 2 \times 2}{2} = \frac{5}{2}$$