01 지수함수

(1) 지수함수: $a>0$, $a\neq1$일 때, $y=a^x$을 a를 밑으로 하는 지수함수라 한다.

참고 $y=a^x$에서 $a=1$이면 $y=1$이므로 이 함수는 상수함수이다.

(2) 지수함수의 함숫값
: 함수 $y=a^x(a>0,\ a\neq1)$가 점 $(m,\ n)$을 지나면 $n=a^m$이다.

◪ 다음 함수 중 지수함수인 것에는 ○표, 지수함수가 아닌 것에는 ×표를 ( )안에 써넣어라.

1. $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ ( )

2. $y=\left(\frac{1}{x}\right)^2$ ( )

3. $y=0.1^x$ ( )

4. $y=(-2)^x$ ( )

5. $y=x^3$ ( )

6. $y=3^x$ ( )

7. $y=(-1)^x$ ( )

8. $y=2^x$ ( )

◪ 함수 $f(x)=2^x$에 대하여 다음을 구하여라.

9. $f(0)$

10. $f(-1)$

11. $f(3)$

12. $f(2)$

13. $f\left(\frac{1}{2}\right)$

14. $\frac{f(5)}{f(3)}$

15. $f(2)f(3)$

◪ 다음 물음에 답하여라.

16. 함수 $f(x)=a^x(a>0,\ a\neq1)$에 대하여 $f(p)=q$라 할 때, $f(2p)f\left(\frac{p}{3}\right)$의 값을 q에 관한 식으로 나타내어라.

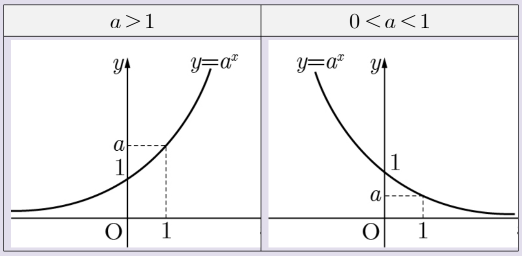
17. 1이 아닌 양수 a에 대하여 $f(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$이다. $f(2)=17$일 때 $f(3)$의 값을 구하여라.

18. 함수 $f(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{4}$에 대하여 $f(a)=\frac{1}{2}$일 때, $f(3a)$의 값을 구하여라.

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

02 지수함수의 그래프

(1) 지수함수 $y=a^x\,(a>0,\ a\neq 1)$의 그래프



(2) 지수함수의 그래프의 성질

① 정의역: 실수 전체의 집합

② 치역: 양의 실수 전체의 집합

③ 점근선: x축

④ $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

참고 일대일 함수이다, 그래프는 항상 점 $(0,\ 1)$과 $(1,\ a)$를 지난다.

◪ 다음은 지수함수 $f(x)=a^x$ (단, $0<a<1$)의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

19. 그래프의 점근선의 방정식은 $y=0$이다. ( )

20. 그래프의 점근선의 방정식은 $x=0$이다. ( )

21. 그래프는 x축에 대하여 대칭이다. ( )

22. 임의의 실수 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$이다. ( )

23. 임의의 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 1$이다. ( )

24. 점 $(0,\ 1)$을 지난다. ( )

◪ 다음은 지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

25. 그래프는 항상 원점을 지난다. ( )

26. 임의의 실수 $x_1,\ x_2$에 대하여 $x_1\neq x_2$이면 $f(x_1)\neq f(x_2)$이다. ( )

27. x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. ( )

28. 치역은 실수 전체의 집합이다. ( )

◪ 함수 $y=3^x$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ( )안에 써넣어라.

29. 치역은 실수 전체의 집합이다. ( )

30. $\sqrt[5]{3}>\sqrt[3]{3}$ ( )

31. 점 $(0,\ 1)$을 지난다. ( )

32. 점근선은 x축이다. ( )

◪ 함수 $y=a^{x-1}$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A},\ \mathrm{B}$를 지날 때, 상수 $a,\ b$의 값을 구하여라.

33. $\mathrm{A}(3,\ 4)$, $\mathrm{B}(6,\ b)$

34. $\mathrm{A}\left(4,\ \frac{27}{8}\right)$, $\mathrm{B}(2,\ b)$

◪ 함수 $y=a^{x}$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프가 두 점 A, B를 지날 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

35. $\mathrm{A}\left(-2,\ \frac{1}{25}\right)$, $\mathrm{B}(1,\ b)$

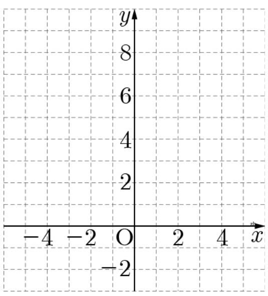
36. $\mathrm{A}\left(3,\ \frac{8}{27}\right)$, $\mathrm{B}(-2,\ b)$

37. $\mathrm{A}(3,\ 8)$, $\mathrm{B}\left(b,\ \frac{1}{4}\right)$

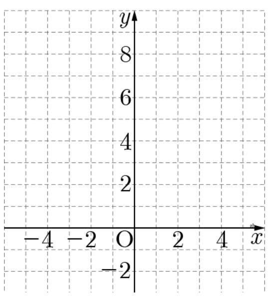
38. $\mathrm{A}(2,\ 9)$, $\mathrm{B}(-1,\ b)$

◪ 다음 함수의 그래프를 그려라.

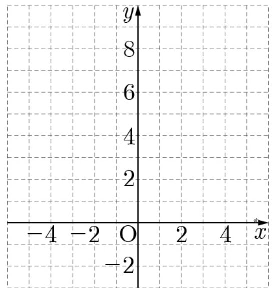
39. $y=3^{x}$



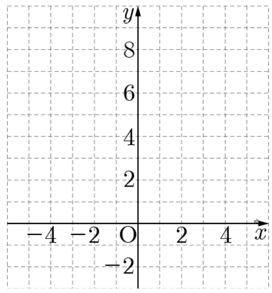
40. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$



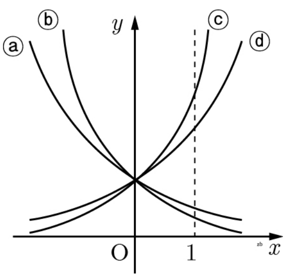
41. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$



42. $y=2^{x}$



◪ 다음 그림은 지수함수 $y=2^{x}$ …㉠, $y=3^{x}$ …㉡, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ …㉢, $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$ …㉣의 그래프를 나타낸 것이다. ㉠~㉣에 알맞은 지수함수의 그래프를 연결하여라.



43. ㉠ ( )

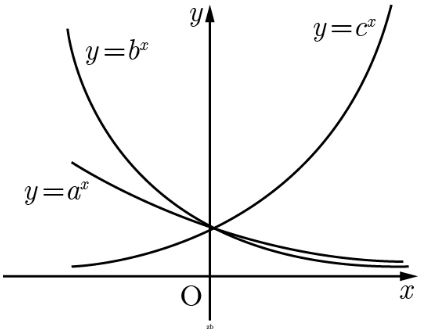
44. ㉡ ( )

45. ㉢ ( )

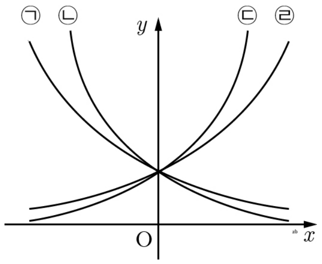
46. ㉣ ( )

◪ 다음 물음에 답하여라.

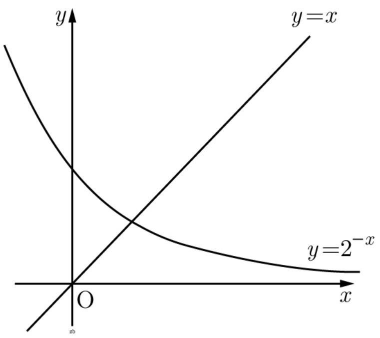
47. 세 지수함수 $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$의 그래프가 그림과 같을 때, a, b, c의 대소 관계를 나타내어라.



48. 다음은 네 개의 지수함수 $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$, $y=d^x$의 그래프이다. 실수 a, b, c, d가 $ab=1$, $cd=1$, $a>c>1$을 만족할 때, $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$, $y=d^x$의 그래프를 순서대로 나열하여라.

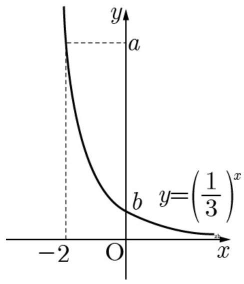


49. 지수함수 $f(x)=2^{-x}$에 대하여 $a_1=f(2)$, $a_{n+1}=f(a_n)$ $(n=1,\ 2,\ 3)$일 때, a_2, a_3, a_4의 대소 관계를 나타내어라.

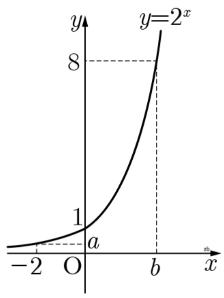


◪ 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

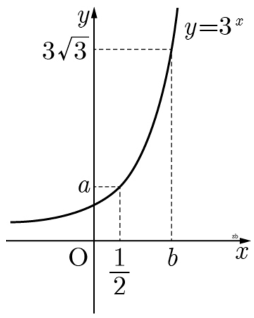
50. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$



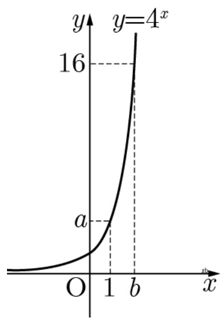
51. $y=2^x$



52. $y=3^x$



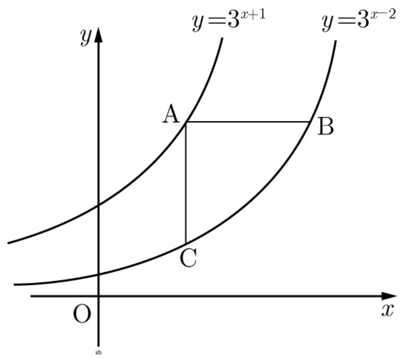
53. $y=4^x$



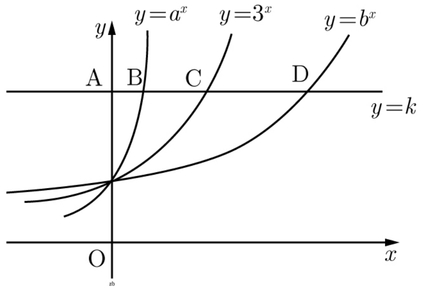
◪ 다음 물음에 답하여라.

54. 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-k}$에 대하여 $f(0)=16$일 때, $f(2)$의 값을 구하여라.

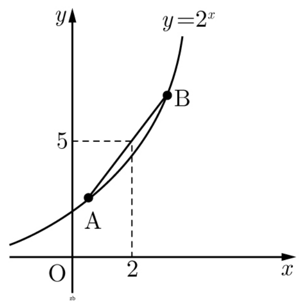
55. 다음 그림과 같이 함수 $y=3^{x+1}$의 그래프 위의 한 점 A와 함수 $y=3^{x-2}$의 그래프 위의 두 점 B, C에 대하여 선분 AB는 x축에 평행하고 선분 AC는 y축에 평행하다. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$가 될 때, 점 C의 y좌표를 구하여라. (단, 점 A는 제1사분면 위에 있다.)



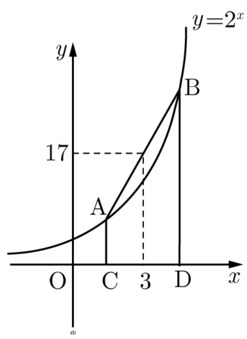
56. 다음 그림과 같이 직선 $x=0$, 함수 $y=a^x$, $y=3^x$, $y=b^x$의 그래프가 직선 $y=k$와 만나는 점을 차례대로 A, B, C, D라고 하자. $\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}=3\overline{\mathrm{AB}}$일 때, 실수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값을 구하여라. (단, $k>1$)



57. 다음 함수 $y=2^x$의 그래프이다. 그래프 위의 두 점 A, B의 x좌표가 각각 a, b $(a<b)$이고 선분 AB의 중점의 좌표가 $(2,\ 5)$이다. 점 A의 y좌표를 m, 점 B의 y좌표를 n일 때, $\frac{m}{n}$의 값을 구하여라. (단, m, n은 상수이다.)



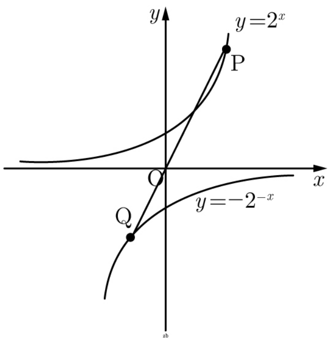
58. 다음 그림과 같이 함수 $y=2^x$의 그래프 위에 두 점 A, B가 있다. 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(3,\ 17)$일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.



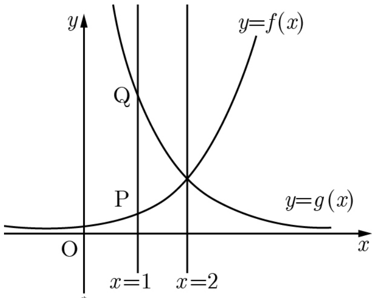
59. 두 지수함수 $f(x)=a^x$, $g(x)=a^{-x}$의 그래프가 직선 $x=p$와 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x=3p$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(p,3)$일 때, 선분 CD의 길이를 구하여라. (단, $a>1$, $p>0$)

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

60. 다음 그림과 같이 좌표평면에서 두 곡선 $y=2^x$, $y=-2^{-x}$위에 각각 점 P, Q가 있다. 선분 PQ를 $2:1$로 내분하는 점이 원점 O일 때, 점 P의 좌표는 $(a,\ b)$이다. $a+b$의 값을 구하여라.(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



61. 다음 그림과 같이 두 지수함수 $f(x)=a^{x-k}$, $g(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^{x-k}$의 그래프와 직선 $x=1$의 교점을 각각 P, Q라고 할 때, $\overline{PQ}=\frac{15}{4}$이다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 직선 $x=2$에 대하여 대칭일 때, $a+k$의 값을 구하여라. (단, $a>1$)



62. 지수함수 $f(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}+2$의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $g\left(\frac{10}{3}\right)$의 값을 구하여라.

63. 지수함수 $f(x)=2^{x-2}+1$의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $g(5)$의 값을 구하여라.

03 지수함수를 이용한 수의 대소 비교

지수함수 $y=a^x\,(a>0,\ a\neq 1)$에서

(1) $a>1$일 때, $x_1<x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}<a^{x_2}$

(2) $0<a<1$일 때, $x_1<x_2 \Leftrightarrow a^{x_1}>a^{x_2}$

◪ 지수함수를 이용하여 다음 주어진 수의 대소를 비교하여라.

64. $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3$, $\frac{1}{4}$

65. $(0.1)^{-\frac{1}{2}}$, $(0.1)^{\frac{2}{3}}$

66. $\sqrt[3]{3^2}$, $\sqrt{27}$

67. 4^{15}, 8^{11}

68. $\sqrt{8}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}$, $\sqrt[3]{2^2}$

69. $5^{\frac{1}{3}}$, $125^{\frac{1}{5}}$, $25^{\frac{1}{4}}$

70. $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$

정답 및 해설

1) ○

2) ×

3) ○

4) ×

5) ×

6) ○

7) ×

8) ○

9) 1
⇨ $f(0)=2^0=1$

10) $\frac{1}{2}$

⇨ $f(-1)=2^{-1}=\frac{1}{2}$

11) 8
⇨ $f(3)=2^3=8$

12) 4
⇨ $f(2)=2^2=4$

13) $\sqrt{2}$

⇨ $f\left(\frac{1}{2}\right)=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

14) 4

⇨ $\frac{f(5)}{f(3)}=\frac{2^5}{2^3}=2^2=4$

15) 32
⇨ $f(2)f(3)=2^2\times2^3=2^5=32$

16) $\sqrt[3]{q^7}$
⇨ $f(p)=a^p=q$이므로
$f(2p)f\left(\frac{p}{3}\right)=a^{2p}\times a^{\frac{p}{3}}=q^{\frac{7}{3}p}=\sqrt[3]{q^7}$

17) 99

⇨ $f(2)=\frac{a^2+a^{-2}}{2}=17$이므로 $a^2+a^{-2}=34$

$(a+a^{-1})^2=a^2+a^{-2}+2=36$이므로 $a+a^{-1}=6$

$\therefore\ f(3)=\frac{a^3+a^{-3}}{2}=\frac{1}{2}\{(a+a^{-1})^3-3(a+a^{-1})\}$

$=\frac{1}{2}(6^3-18)=99$

18) $\frac{7}{2}$

⇨ $f(a)=\frac{2^a-2^{-a}}{4}=\frac{1}{2}$이므로 $2^a-2^{-a}=2$

$\therefore\ f(3a)=\frac{2^{3a}-2^{-3a}}{4}$

$=\frac{(2^a-2^{-a})^3+3\times2^a\times2^{-a}\times(2^a-2^{-a})}{4}$

$=\frac{8+6}{4}=\frac{7}{2}$

19) ○

20) ×

21) ×

22) ○

23) ×

24) ○

25) ×

26) ○

27) ×

28) ×

29) ×
⇨ 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.

30) ×
⇨ 함수 $y=3^x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값이 증가하므로 $3^{\frac{1}{5}}<3^{\frac{1}{3}}$, 즉 $\sqrt[5]{3}<\sqrt[3]{3}$이다.

31) ○
⇨ $3^0=1$이므로 점 $(0,\ 1)$을 지난다.

32) ○

33) $a=2,\ b=32$
⇨ $y=a^{x-1}$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$, $\mathrm{B}(6,\ b)$를 지나므로
$4=a^2$에서 $a=2$ ($\because\ a>0$)
$b=a^{6-1}=a^5=2^5=32$

34) $a=\frac{3}{2},\ b=\frac{3}{2}$

⇨ $y=a^{x-1}$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}\left(4,\ \frac{27}{8}\right)$, $\mathrm{B}(2,\ b)$를 지나므로 $\frac{27}{8}=a^3$에서 $a=\frac{3}{2}$ ($\because\ a>0$)

$b=a^{2-1}=a=\frac{3}{2}$

35) $a=5,\ b=5$

⇨ $y=a^x$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}\left(-2,\ \frac{1}{25}\right)$, $\mathrm{B}(1,\ b)$를 지나므로 $\frac{1}{25}=a^{-2}$에서

$\frac{1}{5^2}=\frac{1}{a^2}$ $\quad\therefore\ a=5\ (\because\ a>0)$

$b=a^1$에서 $a=5$이므로 $b=5$

36) $a=\frac{2}{3},\ b=\frac{9}{4}$

⇨ $y=a^x$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}\left(3,\ \frac{8}{27}\right)$, $\mathrm{B}(-2,\ b)$를 지나므로 $\frac{8}{27}=a^3$에서

$\left(\frac{2}{3}\right)^3=a^3$ $\quad\therefore\ a=\frac{2}{3}\ (\because\ a>0)$

$b=a^{-2}$에서 $a=\frac{2}{3}$이므로 $b=\frac{9}{4}$

37) $a=2,\ b=-2$

⇨ $y=a^x$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 8)$, $\mathrm{B}\left(b,\ \frac{1}{4}\right)$을 지나므로 $8=a^3$에서 $a=2\ (\because\ a>0)$

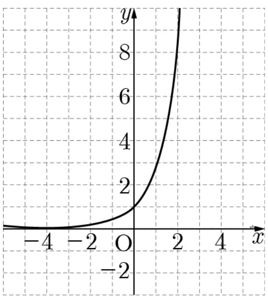
$\frac{1}{4}=a^b$에서 $a=2$이므로 $2^{-2}=2^b$ $\quad\therefore\ b=-2$

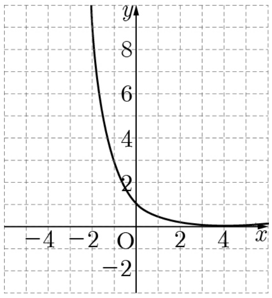
38) $a=3,\ b=\frac{1}{3}$

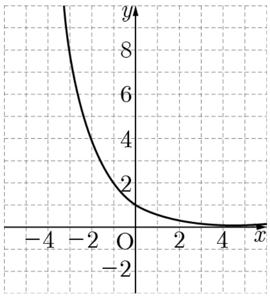
⇨ $y=a^x$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 9)$, $\mathrm{B}(-1,\ b)$를 지나므로

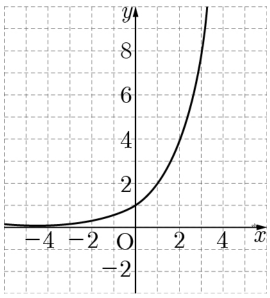
$9=a^2$에서 $a=3\ (\because\ a>0)$

$b=a^{-1}$에서 $a=3$이므로 $b=3^{-1}=\frac{1}{3}$

39) 

40) 

41) 

42) 

43) ⓓ

44) ⓒ

45) ⓐ

46) ⓑ

47) $b<a<c$

⇨ $c>1,\ 0<a<1,\ 0<b<1$이고 $k<0$에서 $b^k>a^k$이므로 $b<a$이니 $b<a<c$이다.

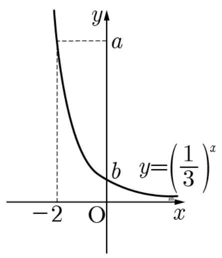
48) ㉢, ㉡, ㉣, ㉠

⇨ $a>c>1$이므로 ㉢의 그래프는 $y=a^x$, ㉣의 그래프는 $y=c^x$이다.

또한 $ab=1,\ cd=1$이므로 $b<d$이므로 ㉡의 그래프는 $y=b^x$, ㉠의 그래프는 $y=d^x$이다.

49) $a_3<a_4<a_2$

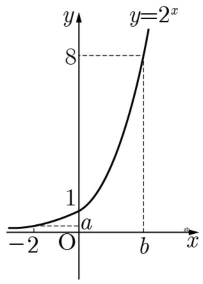
50) $a=9,\ b=1$

⇨ 

함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프가 두 점 $(-2,\ a)$, $(0,\ b)$를 지나므로

$a=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=3^{-(-2)}=3^2=9$, $b=\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$

51) $a=\frac{1}{4}$, $b=3$

⇨ 

함수 $y=2^x$의 그래프가 두 점 $(-2,\ a)$, $(b,\ 8)$을 지나므로 $a=2^{-2}=\frac{1}{4}$

$8=2^b$에서 $2^3=2^b$

$\therefore\ b=3$

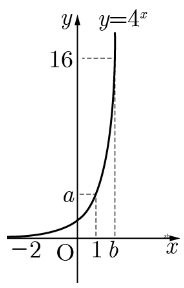
52) $a=\sqrt{3}$, $b=\frac{3}{2}$

⇨ 그래프가 두 점 $\left(\frac{1}{2},\ a\right)$, $(b,\ 3\sqrt{3})$을 지나므로

$a=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}=3^{\frac{3}{2}}=3^b \qquad \therefore\ b=\frac{3}{2}$

53) $a=4$, $b=2$

⇨ 

함수 $y=4^x$의 그래프가 두 점 $(1,\ a)$, $(b,\ 16)$을 지나므로 $a=4^1=4$

$16=4^b$에서 $4^2=4^b \qquad \therefore\ b=2$

54) 4

⇨ $f(0)=16$에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-k}=16$이므로

$2^k=16=2^4 \qquad \therefore\ k=4$

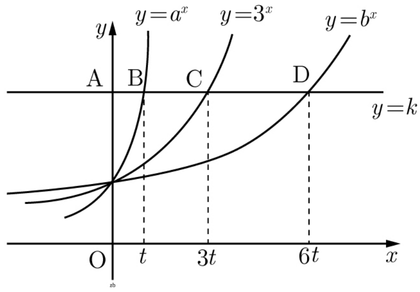
따라서 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$이므로

$f(2)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2-4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$

55) $\frac{3}{26}$

56) $9\sqrt{3}$

⇨ $\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}=3\overline{\mathrm{AB}}$이므로



B, C, D의 y좌표의 값이 같으므로

$k=a^t=3^{3t}=b^{6t}$

$\therefore\ a=27$, $b=\sqrt{3}$이므로 $\frac{a}{b}=\frac{27}{\sqrt{3}}=9\sqrt{3}$

57) $\frac{1}{4}$

58) 68

59) $140\sqrt{2}$

60) 6

⇨ $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(x,\ y)$라 하자.

두 점을 $2:1$로 내분하는 점이 원점이므로

$\frac{2x+a}{3}=0$, $\frac{2y+b}{3}=0 \qquad \therefore\ x=-\frac{a}{2}$, $y=-\frac{b}{2}$

점 P는 $y=2^x$위의 점이므로 $b=2^a$ ⋯ ㉠

점 Q는 $y=-2^{-x}$위의 점이므로

$-\frac{b}{2}=-2^{\frac{a}{2}}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡식을 연립하면

$2^a=2^{\frac{a}{2}+1}$, $a=\frac{a}{2}+1 \qquad \therefore\ a=2$, $b=2a=4$

$\therefore\ a+b=2+4=6$

61) 6

⇨ 두 그래프가 직선 $x=2$에 대칭이므로 $k=2$이다.

$f(x)=a^{x-2}$, $g(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}$

$x=1$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}=\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}-a^{-1}=a-\frac{1}{a}$

$a-\frac{1}{a}=\frac{15}{4}$, $4a^2-15a-4=0$

$(4a+1)(a-4)=0$ $a>1$이므로 $a=4$

$\therefore$ $a+k=4+2=6$

62) -2

⇨ $g\left(\frac{10}{3}\right)=k$로 놓으면 $f(k)=\frac{10}{3}$이므로

$\left(\frac{3}{4}\right)^{k+1}+2=\frac{10}{3}$에서 $\left(\frac{3}{4}\right)^{k+1}=\frac{4}{3}=\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

$k+1=-1$ $\therefore$ $k=-2$

63) 4

⇨ $g(5)=k$로 놓으면 $f(k)=5$이므로

$2^{k-2}+1=5$, $2^{k-2}=4=2^2$

$k-2=2$ $\therefore$ $k=4$

64) >

⇨ $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$, $\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$이고 $\frac{3}{2}<2$

이때, 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$은 x의 값이 증가하면

y의 값은 감소하므로

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\therefore$ $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3>\frac{1}{4}$

65) >

⇨ $(0.1)^{-\frac{1}{2}}$, $(0.1)^{\frac{2}{3}}$이고 $-\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$

이때, 함수 $y=(0.1)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $(0.1)^{-\frac{1}{2}}>(0.1)^{\frac{2}{3}}$

66) <

⇨ $\sqrt[3]{3^2}=3^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3^{\frac{3}{2}}$이고 $\frac{2}{3}<\frac{3}{2}$

이때, 함수 $y=3^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $3^{\frac{2}{3}}<3^{\frac{3}{2}}$

$\therefore$ $\sqrt[3]{3^2}<\sqrt{27}$

67) <

⇨ $4^{15}=(2^2)^{15}=2^{30}$, $8^{11}=(2^3)^{11}=2^{33}$이고 $30<33$

이때, 함수 $y=2^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $2^{30}<2^{33}$ $\therefore$ $4^{15}<8^{11}$

68) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}<\sqrt[3]{2^2}<\sqrt{8}$

⇨ $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=2^{\frac{3}{2}}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}=4^{\frac{1}{4}}=2^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{2^2}=2^{\frac{2}{3}}$이고

$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}<\frac{3}{2}$

이때, 함수 $y=2^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $2^{\frac{1}{2}}<2^{\frac{2}{3}}<2^{\frac{3}{2}}$

따라서 작은 것부터 나열하면 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}$, $\sqrt[3]{2^2}$, $\sqrt{8}$

69) $5^{\frac{1}{3}}<25^{\frac{1}{4}}<125^{\frac{1}{5}}$

⇨ $5^{\frac{1}{3}}$, $125^{\frac{1}{5}}=(5^3)^{\frac{1}{5}}=5^{\frac{3}{5}}$, $25^{\frac{1}{4}}=(5^2)^{\frac{1}{4}}=5^{\frac{1}{2}}$이고

$\frac{1}{3}<\frac{1}{2}<\frac{3}{5}$

이때, 함수 $y=5^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 $5^{\frac{1}{3}}<5^{\frac{1}{2}}<5^{\frac{3}{5}}$

따라서 작은 것부터 나열하면 $5^{\frac{1}{3}}$, $25^{\frac{1}{4}}$, $125^{\frac{1}{5}}$

70) $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}<\sqrt[3]{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{1}{2}}$

⇨ $\sqrt{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$,

$\sqrt[4]{\frac{1}{8}}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$이고 $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$

이때, 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$은 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$

따라서 작은 것부터 나열하면 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110