개념check

[복소수]

- 임의의 두 실수 a, b에 대하여 $a+bi$ 꼴로 나타내어지는 수를 복소수라 하고 a를 이 복소수의 실수부분, b를 이 복소수의 허수부분이라 한다.
- 두 복소수가 서로 같을 조건: a, b, c, d가 실수일 때,
  ① $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c,\ b=d$
  ② $a+bi=0 \Leftrightarrow a=0,\ b=0$

[켤레복소수]

- 복소수 $a+bi$(a,b는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$를 $a+bi$의 켤레복소수라 하고, 이것을 기호로 $\overline{a+bi}$로 나타낸다. 즉 $\overline{a+bi}=a-bi$이다.

[복소수의 사칙연산]

실수 a, b, c, d에 대하여
1. $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$
2. $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$
3. $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$
4. $\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ (단, $c+di\neq 0$)

[음수의 제곱근]

- $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$
- $a>0$일 때, $-a$의 제곱근: $\pm\sqrt{a}\,i$

기본문제

[문제]

1. 복소수 $3-\sqrt{2}i$의 실수부분과 허수부분을 차례로 구한 것은?

① $3,\ \sqrt{2}$　② $3,\ -\sqrt{2}$
③ $3-\sqrt{2},\ 1$　④ $3-\sqrt{2},\ -1$
⑤ $3+\sqrt{2},\ -2\sqrt{2}$

[예제]

2. 등식 $a-2+(1-b)i=3+2i$를 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 4　② 2
③ 0　④ -2
⑤ -4

[문제]

3. 등식 $-2a+(b+3)i=4+5i$를 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 4　② 3
③ 2　④ 1
⑤ 0

[문제]

4. 복소수 $3+\sqrt{2}i$의 켤레복소수를 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $-3+\sqrt{2}i$　② $-3-\sqrt{2}i$
③ $3+\sqrt{2}i$　④ $3-\sqrt{2}i$
⑤ $\sqrt{2}+3i$

[문제]

5. $(3+\sqrt{2}i)-(4-2\sqrt{2}i)$를 계산하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $1+3\sqrt{2}i$　② $-1-3\sqrt{2}i$
③ $-1+3\sqrt{2}i$　④ $-1-3\sqrt{2}i$
⑤ $-1-\sqrt{2}i$

[문제]

6. $(2+3i)(2-3i)$를 계산하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -5　② -1
③ 1　④ 5
⑤ 13

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[예제]

7. 복소수 $\frac{4+i}{1-2i}$를 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $\frac{2}{5}-\frac{9}{5}i$　② $\frac{2}{5}+\frac{9}{5}i$
③ $-\frac{2}{5}-\frac{9}{5}i$　④ $\frac{2}{5}+\frac{7}{5}i$
⑤ $-\frac{2}{5}+\frac{7}{5}i$

[문제]

8. 복소수 $\frac{2\sqrt{2}+3i}{\sqrt{2}+i}$를 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $\frac{7}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}i$　② $\frac{7}{3}-\frac{\sqrt{2}}{3}i$
③ $-\frac{7}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}i$　④ $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}i$
⑤ $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}i$

[문제]

9. $-\sqrt{-25}$를 허수단위 i를 사용하여 나타내면?

① $5i$　② $-5i$
③ $-\sqrt{5}i$　④ $25i$
⑤ $-25i$

평가문제

[소단원 확인 문제]

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $2+3i$의 켤레복소수는 $2-3i$이다.
② $2-\sqrt{3}i$의 실수부분은 2, 허수부분은 $-\sqrt{3}$이다.
③ π는 복소수이다.
④ 0은 복소수가 아니다.
⑤ -2의 제곱근은 $\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$이다.

[소단원 확인 문제]

11. 등식 $3(a-2)+(2b+1)i=6+5i$를 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 2　② 4
③ 6　④ 8
⑤ 10

[소단원 확인 문제]

12. $(4+i)^2-(-1-4i)^2$을 계산하여 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $30-16i$　② $15+16i$
③ $30+16i$　④ 15
⑤ 30

[소단원 확인 문제]

13. 허수단위 i의 거듭제곱인 i, i^2, i^3, $\cdots$, i^{325}의 값의 합 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{325}$을 구하면?

① i　② $i-1$
③ -1　④ 0
⑤ 1

[중단원 연습 문제]

14. 복소수 $(3+2i)(1-i)+2i(1-i)$를 계산하여 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $7-2i$　② $7-i$
③ $-1+i$　④ $7+i$
⑤ $7+2i$

[중단원 연습 문제]

15. 복소수 $\frac{3-i}{3+i}-\frac{2i}{3-i}$를 계산하여 $a+bi$ 꼴로 나타내면? (단, a, b는 실수)

① $\frac{6}{5}-i$　② $\frac{6}{5}+\frac{6}{5}i$
③ $\frac{6}{5}-\frac{6}{5}i$　④ $1+\frac{6}{5}i$
⑤ $1-\frac{6}{5}i$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 연습 문제]

16. 등식 $\overline{(2-3i)a+(1-i)b}=2+i$를 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[중단원 연습 문제]

17. 등식 $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{40}=a+bi$를 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 0 ② -1
③ 1 ④ -2
⑤ 2

[대단원 종합 문제]

18. 두 실수 a, b에서 $(3-i)a+(1+2i)b=5-4i$ 일 때, $\overline{a+bi}$의 값은?

① $1+i$ ② $1-i$
③ $2+i$ ④ $2-i$
⑤ $3+2i$

[대단원 종합 문제]

19. $(1+i)a^2+(a-6)i-4$가 0이 아닌 실수일 때, 실수 a의 값은?

① 2 ② -2
③ 0 ④ 3
⑤ -3

[대단원 종합 문제]

20. $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{2019}}$의 값은?

① i ② $-i$
③ 1 ④ -1
⑤ 0

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ②
[해설] 실수 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$의 실수부분은 a, 허수부분은 b이므로
$3-\sqrt{2}i$의 실수부분은 3, 허수부분은 $-\sqrt{2}$

2) [정답] ①
[해설] $a-2+(1-b)i=3+2i$에서
$(a-2-3)+(1-b-2)i=0$
$(a-5)+(-b-1)i=0$이므로
$a-5=0$, $-b-1=0$
즉 $a=5$, $b=-1$
따라서 $a+b=4$

3) [정답] ⑤
[해설] $-2a+(b+3)i=4+5i$에서
$-2a=4$, $b+3=5$
즉 $a=-2$, $b=2$
따라서 $a+b=0$

4) [정답] ④
[해설] 실수 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$의 켤레복소수는 $a-bi$이므로
$3+\sqrt{2}i$의 켤레복소수는 $3-\sqrt{2}i$

5) [정답] ③
[해설] $(3+\sqrt{2}i)-(4-2\sqrt{2}i)$
$=(3+\sqrt{2}i)+(-4+2\sqrt{2}i)$
$=(3-4)+(\sqrt{2}+2\sqrt{2})i$
$=-1+3\sqrt{2}i$

6) [정답] ⑤
[해설] 곱셈공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$에 의하여
$(2+3i)(2-3i)=2^2-(3i)^2$
$=4-(-9)=13$

7) [정답] ②
[해설] $\dfrac{4+i}{1-2i}=\dfrac{(4+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$
$=\dfrac{4+8i+i+2i^2}{1^2-(2i)^2}$
$=\dfrac{2+9i}{5}=\dfrac{2}{5}+\dfrac{9}{5}i$

8) [정답] ①
[해설] $\dfrac{2\sqrt{2}+3i}{\sqrt{2}+i}=\dfrac{(2\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-i)}{(\sqrt{2}+i)(\sqrt{2}-i)}$
$=\dfrac{4-2\sqrt{2}i+3\sqrt{2}i-3i^2}{\sqrt{2}^2-i^2}$
$=\dfrac{7+\sqrt{2}i}{3}=\dfrac{7}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}i$

9) [정답] ②
[해설] $-\sqrt{-25}=-\sqrt{25}\sqrt{-1}$
$=-5\sqrt{-1}$
$i=\sqrt{-1}$이므로
$=-5i$

10) [정답] ④
[해설] (i) 실수인 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$의 켤레복소수는 $a-bi$이므로
$2+3i$의 켤레복소수는 $2-3i$
(ii) 실수인 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$의 실수부분은 a, 허수부분은 b이므로
$2-\sqrt{3}i$의 실수부분은 2, 허수부분은 $-\sqrt{3}$
(iii) π는 실수부분이 π, 허수부분이 0인 복소수
(iv) 0은 실수부분과 허수부분 모두 0인 복소수
(v) -2의 제곱근은 $\sqrt{-2}$, $-\sqrt{-2}$이므로
$\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$

11) [정답] ③
[해설] $3(a-2)+(2b+1)i=6+5i$이므로
$3(a-2)=6$, $2b+1=5$
즉 $a=4$, $b=2$
따라서 $a+b=6$

12) [정답] ⑤
[해설] $(4+i)^2-(-1-4i)^2=(4+i)^2-(1+4i)^2$
$=(16+8i+i^2)-(1+8i+16i^2)$
$=(15+8i)-(-15+8i)$
$=(15+8i)+(15-8i)$
$=30$

13) [정답] ①
[해설] i, $i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$, $i^5=i$, $\cdots$이므로
k가 0 이상의 정수일 때
$n=4k+1$이면 $i^n=i^{4k+1}=(i^4)^k i=i$
$n=4k+2$이면 $i^n=i^{4k+2}=(i^4)^k i^2=-1$
$n=4k+3$이면 $i^n=i^{4k+3}=(i^4)^k i^3=-i$
$n=4k+4$이면 $i^n=i^{4k+4}=(i^4)^{k+1}=1$
즉 i^n의 값은 i, -1, $-i$, 1이 차례로 반복되므로
$i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$이므로
$i+i^2+i^3+\cdots+i^{324}=0$
따라서 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{325}=i^{325}=i$

14) [정답] ④
[해설] $(3+2i)(1-i)+2i(1-i)$
$=3-3i+2i-2i^2+2i-2i^2$
$=(3+2+2)+(-3+2+2)i$
$=7+i$

15) [정답] ⑤
[해설] $\dfrac{3-i}{3+i}-\dfrac{2i}{3-i}=\dfrac{(3-i)^2-2i(3+i)}{(3+i)(3-i)}$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

$=\dfrac{9-6i+i^2-6i-2i^2}{9-i^2}$

$=\dfrac{(9-1+2)+(-6-6)i}{9+1}$

$=\dfrac{10-12i}{10}=1-\dfrac{6}{5}i$

16) [정답] ⑤

[해설] $\overline{(2-3i)a+(1-i)b}=2+i$에서

$\overline{(2-3i)a+(1-i)b}=\overline{(2a+b)-(3a+b)i}$

$=(2a+b)+(3a+b)i$이므로

$2a+b=2,\ 3a+b=1$

따라서 $a=-1,\ b=4$이고

$a+b=3$

17) [정답] ③

[해설] $\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{40}=\left(\dfrac{(1-i)^2}{2}\right)^{20}=\left(\dfrac{1-2i+i^2}{2}\right)^{20}$

$=\left(\dfrac{-2i}{2}\right)^{20}=(-i)^{20}=i^{20}=(i^4)^5=1$

18) [정답] ③

[해설] $(3-i)a+(1+2i)b=3a-ai+b+2bi$

$=(3a+b)+(-a+2b)i=5-4i$

즉 $3a+b=5,\ -a+2b=-4$

두 방정식을 풀면 $a=2,\ b=-1$

$\overline{a+bi}=a-bi$이므로

$\overline{a+bi}=2+i$

19) [정답] ⑤

[해설] $(1+i)a^2+(a-6)i-4$

$=a^2+a^2i+ai-6i-4$

$=(a^2-4)+(a^2+a-6)i$

실수가 되려면 $a^2+a-6=0$이어야하므로

$a^2+a-6=(a+3)(a-2)=0$

즉 $a=-3$ 또는 $a=2$

한편 0이 아니므로 $a^2-4\neq 0$,

즉 $(a+2)(a-2)\neq 0,\ a\neq -2,\ a\neq 2$

따라서 $a=-3$

20) [정답] ④

[해설] $\dfrac{1}{i}=i^3=-i,\quad \dfrac{1}{i^2}=i^2=-1,\quad \dfrac{1}{i^3}=i,\quad \dfrac{1}{i^4}=1,$

$\dfrac{1}{i^5}=\dfrac{1}{i}=i^3=-i,\ \cdots$이므로

k가 0 이상의 정수일 때

$n=4k+1$이면 $\dfrac{1}{i^n}=\dfrac{1}{i^{4k+1}}=\dfrac{1}{(i^4)^k i}=\dfrac{1}{i}=i^3=-i$

$n=4k+2$이면 $\dfrac{1}{i^n}=\dfrac{1}{i^{4k+2}}=\dfrac{1}{(i^4)^k i^2}=\dfrac{1}{i^2}=-1$

$n=4k+3$이면 $\dfrac{1}{i^n}=\dfrac{1}{i^{4k+3}}=\dfrac{1}{(i^4)^k i^3}=\dfrac{1}{i^3}=i$

$n=4k+4$이면 $\dfrac{1}{i^n}=\dfrac{1}{i^{4k+4}}=\dfrac{1}{(i^4)^{k+1}}=1$

즉 $\dfrac{1}{i^n}$의 값은 $-i,\ -1,\ i,\ 1$이 차례로 반복되므로

$\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}=(-i)+(-1)+i+1=0$이므로

$\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\cdots+\dfrac{1}{i^{2016}}=0$

따라서

$\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\cdots+\dfrac{1}{i^{2019}}=\dfrac{1}{i^{2017}}+\dfrac{1}{i^{2018}}+\dfrac{1}{i^{2019}}$

$=\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}=(-i)+(-1)+i=-1$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125