## 개념check

**[삼각형의 넓이]**

• 삼각형 ABC의 넓이를 $S$라 할 때

(1) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우

$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$

(2) 외접원의 반지름의 길이 $R$가 주어진 경우

$S=\frac{abc}{4R}=2R^2\sin A\sin B\sin C$

(3) 내접원의 반지름의 길이 $r$가 주어진 경우

$S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

(4) 삼각형의 세 변의 길이가 주어진 경우

$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (단, $s=\frac{a+b+c}{2}$ )

**[사각형의 넓이]**

• 이웃하는 두 변의 길이가 $a$, $b$이고, 그 끼인각의 크기가 $\theta$일 때 평행사변형의 넓이($S$): $S=ab\sin\theta$

• 두 대각선의 길이가 $a$, $b$이고, 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $\theta$일 때 사각형의 넓이($S'$): $S'=\frac{1}{2}ab\sin\theta$

## 기본문제

[문제]

**1.** $b=18$, $c=6$, $\angle A=150°$일 때, $\triangle$ABC의 넓이를 구한 것은?

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

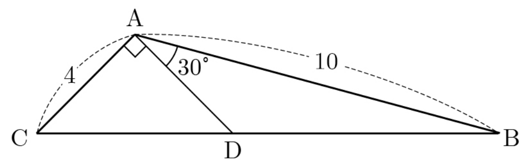
[문제]

**2.** 예각삼각형의 두 변의 길이가 $4\text{cm}$, $6\text{cm}$이고 넓이가 $6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$일 때, 두 변 사이의 끼인 각의 크기를 구한 것은?

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

[예제]

**3.** 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=10$, $\overline{AC}=4$, $\angle BAC=120°$이다. $\angle DAB=30°$가 되도록 변 BC와 만나는 점을 점 D라 하고, $\overline{AD}$의 길이를 $a$, $\overline{BC}$의 길이를 $b$라 할 때, $(9a)^2-b^2$의 값을 구한 것은?




① 1044 ② 1047 ③ 1050 ④ 1053 ⑤ 1056

[문제]

**4.** $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}$ 위의 점 D에 대하여 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=7$, $\angle BAD=\angle DAC=30°$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구한 것은?

① $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ ② $\frac{35}{12}\sqrt{3}$ ③ $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ ④ $\frac{15}{4}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{25}{6}\sqrt{3}$

[예제]

**5.** $\triangle$ABC에서 $a=7$, $b=4$, $c=5$일 때, $\triangle$ABC의 넓이를 구한 것은?

① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$



I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[문제]

**6.** $\triangle ABC$에서 $a=3$, $b=8$, $c=9$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구한 것은?

① $2\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{14}$
③ $2\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{7}$
⑤ $4\sqrt{14}$

## 평가문제

[중단원 마무리하기]

**7.** $a=4$, $b=7$, $\angle C=120°$ 일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구한 것은?

① $7$ ② $7\sqrt{3}$
③ $7\sqrt{2}$ ④ $14$
⑤ $14\sqrt{3}$

[중단원 마무리하기]

**8.** $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=8$이고 $\cos\left(B+C-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{3}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구한 것은?

① $1$ ② $2$
③ $3$ ④ $4$
⑤ $5$

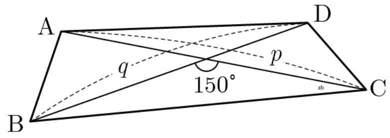
[중단원 마무리하기]

**9.** $\overline{AB}=10$, $\overline{AC}=8$인 $\triangle ABC$의 두 변 AB, AC 위에 각각 점 D, E가 있다. 선분 DE가 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분할 때, $\overline{AD}\times\overline{AE}$의 값은?

① $10$ ② $20$
③ $30$ ④ $40$
⑤ $50$

[중단원 마무리하기]

**10.** 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 $p$, $q$이고, 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $150°$인 □ABCD가 있다. 이 사각형의 넓이가 $6\sqrt{2}$일 때, $pq$의 값은?




① $6\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$
③ $18\sqrt{2}$ ④ $24\sqrt{2}$
⑤ $36\sqrt{2}$

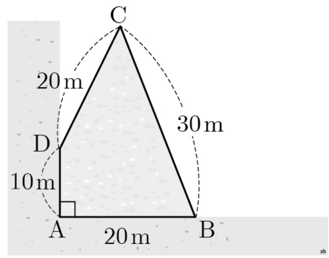
[대단원 평가하기]

**11.** $\triangle ABC$에서 $a=4$, $b=3$, $\cos C=\frac{1}{2}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구한 것은?

① $\sqrt{3}$ ② $2$
③ $3$ ④ $2\sqrt{3}$
⑤ $3\sqrt{3}$

[대단원 평가하기]

**12.** 어느 휴양림에서는 다음 그림과 같은 모양의 땅에 야영장을 조성하려고 한다. 이 야영장 부지의 넓이는?




① $25(3+4\sqrt{5})\ \mathrm{m}^2$ ② $300\ \mathrm{m}^2$
③ $25(4+3\sqrt{5})\ \mathrm{m}^2$ ④ $350\ \mathrm{m}^2$
⑤ $100(1+\sqrt{5})\ \mathrm{m}^2$


I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

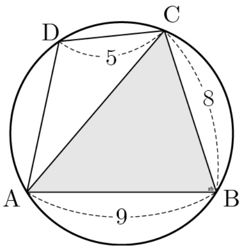
[대단원 평가하기]

**13.** 넓이가 $15\sqrt{2}$인 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 6 : 8$이고, 외접원의 넓이가 $64\pi$일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레의 길이를 구한 것은?

① $17\sqrt{2}$
② $19\sqrt{2}$
③ $21\sqrt{2}$
④ $23\sqrt{2}$
⑤ $25\sqrt{2}$

[대단원 평가하기]

**14.** 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\square \mathrm{ABCD}$에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 9$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8$, $\overline{\mathrm{CD}} = 5$이고 $\triangle \mathrm{ABC}$의 넓이가 $\frac{9\sqrt{231}}{4}$라고 한다. $\overline{\mathrm{AD}}$를 $a$라 할 때, $8a^2 + 25a$의 값을 구한 것은? (단, $\angle \mathrm{B}$는 예각이다.)




① 450
② 500
③ 550
④ 600
⑤ 650



I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

## 정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $\frac{1}{2}\times 18\times 6\times \sin 150^\circ=27$

2) [정답] ④

[해설] 두 변 사이의 끼인 각의 크기를 $\theta$라고 하자.

$\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin\theta=6\sqrt{3}$, $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 구하고자 하는 $\theta=60^\circ$

3) [정답] ①

[해설] $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 10\times \sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times \overline{AD}\times \sin 90^\circ+\frac{1}{2}\times 10\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ$

$=2\overline{AD}+\frac{5}{2}\overline{AD}=\frac{9}{2}\overline{AD}$

$\frac{1}{2}\times 4\times 10\times \sin 120^\circ=10\sqrt{3}=\frac{9}{2}\overline{AD}$

$\overline{AD}=\frac{20\sqrt{3}}{9}$

코사인 법칙에 의하여

$b^2=4^2+10^2-2\times 4\times 10\times \cos 120^\circ$

$=16+100+40=156$

$(9a)^2-b^2=1044$

4) [정답] ②

[해설] 삼각형의 넓이를 계산하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이므로,

$\frac{1}{2}\times 5\times 7\times \sin 60^\circ=\frac{35}{4}\sqrt{3}$

$=\frac{1}{2}\times 5\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 7\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ$

$=3\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{35}{12}\sqrt{3}$

5) [정답] ⑤

[해설] $a=7$, $b=4$, $c=5$에서 코사인 법칙을 적용하면 $\cos C=\frac{49+16-25}{2\times 7\times 4}=\frac{5}{7}$

이때 $\sin^2 C+\cos^2 C=1$ 이므로 $\sin C=\frac{2\sqrt{6}}{7}$이다.

따라서 삼각형의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \frac{2\sqrt{6}}{7}=4\sqrt{6}$

6) [정답] ③

[해설] $a=3$, $b=8$, $c=9$에서 코사인 법칙을 적용하면 $\cos C=\frac{9+64-81}{2\times 3\times 8}=-\frac{1}{6}$

이때 $\sin^2 C+\cos^2 C=1$ 이므로 $\sin C=\frac{\sqrt{35}}{6}$이다.

따라서 삼각형의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 3\times 8\times \frac{\sqrt{35}}{6}=2\sqrt{35}$

7) [정답] ②

[해설] 삼각형의 넓이를 구하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 7\times \sin 120^\circ=7\sqrt{3}$이다.

8) [정답] ④

[해설] $\cos\left(B+C-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{3}$이고 $A+B+C=\pi$이므로

$B+C=\pi-A$를 대입하면

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-A\right)=\sin A=\frac{1}{3}$

따라서 삼각형의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 3\times 8\times \sin A=4$

9) [정답] ④

[해설] 주어진 $\triangle ABC$의 넓이를 $S$라 하면

$S=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \sin A=40\sin A$

선분 DE가 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ADE$의 넓이는 $\frac{1}{2}S$이다. 즉,

$\frac{1}{2}\times \overline{AD}\times \overline{AE}\times \sin A=\frac{1}{2}\times 40\sin A$이므로

$\overline{AD}\times \overline{AE}=40$

10) [정답] ④

[해설] $\square ABCD$의 넓이를 $S$라 하면

$S=\frac{1}{2}\times p\times q\times \sin 150^\circ=\frac{1}{4}pq=6\sqrt{2}$이므로

$pq=24\sqrt{2}$

11) [정답] ⑤

[해설] $\cos C=\frac{1}{2}$이므로 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

삼각함수를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 4\times 3\times \frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

12) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABD의 넓이는 $10\times 20\times \frac{1}{2}=100$

삼각형 ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{10^2+20^2}=10\sqrt{5}$

삼각형 BCD의 세 변의 길이는 20, 30, $10\sqrt{5}$

$\cos C=\frac{20^2+30^2-(10\sqrt{5})^2}{2\times 20\times 30}=\frac{2}{3}$

$\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

따라서 삼각형 BCD의 넓이는



I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

$\frac{1}{2}\times 20\times 30\times \frac{\sqrt{5}}{3}=100\sqrt{5}$

따라서 주어진 사각형의 넓이는

$100+100\sqrt{5}=100(1+\sqrt{5})$ $(\mathrm{m}^2)$

13) [정답] ②

[해설] 사인법칙 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=16$에 의하여

$\sin A=\frac{a}{16}$, $\sin B=\frac{b}{16}$, $\sin C=\frac{c}{16}$

$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=5:6:8$이므로

비례식의 성질에 의하여

$a=5k$, $b=6k$, $c=8k$

이때, 넓이가 $15\sqrt{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times 5k\times 6k\times \sin C=\frac{1}{2}\times 5k\times 6k\times \frac{8k}{16}=\frac{15k^3}{2}$

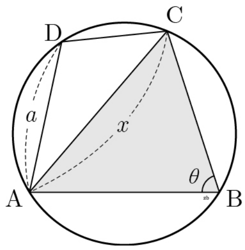
즉, $15\sqrt{2}=\frac{15k^3}{2}$ $k=\sqrt{2}$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$5k+6k+8k=19k=19\sqrt{2}$

14) [정답] ④

[해설] △ABC의 넓이가 $\frac{9\sqrt{231}}{4}$이므로 $\angle B$의 크기를 $\theta$라 하면




$\frac{1}{2}\times 9\times 8\times \sin\theta=\frac{9\sqrt{231}}{4}$

$\sin\theta=\frac{\sqrt{231}}{16}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이므로

$\cos\theta=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{231}}{16}\right)^2}=\frac{5}{16}$ ($\theta$는 예각이므로)

$\overline{\mathrm{AC}}=x$라 하면 △ABC에서 코사인법칙에 의하여

$x^2=9^2+8^2-2\times 9\times 8\times \cos\theta$

$=145-2\times 9\times 8\times \frac{5}{16}=100$

그런데 $x>0$이므로 $x=10$

원에 내접하는 사각형에서 마주 보는 두 각의 크기의 합은 $\pi$이므로 △ACD에서

$\angle \mathrm{D}=\pi-\theta$

이때 $\overline{\mathrm{AD}}=a$라 하면 코사인법칙에 의하여

$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta=\frac{5^2+a^2-10^2}{2\times 5\times a}$ 이므로

$\frac{5^2+a^2-10^2}{2\times 5\times a}=-\frac{5}{16}$

$16a^2+50a-1200=0$

$8a^2+25a-600=0$

따라서 $8a^2+25a=600$


I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125