



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[수직선 위를 움직이는 점의 위치와 움직인 거리]

수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도가 $v(t)$ 이고, 시간 $t=a$ 에서의 점 P의 위치가 x_0 일 때,

(1) 시간 t 에서의 점 P의 위치 x 는

$$x = x_0 + \int_a^t v(t) dt$$

(2) 시간 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t) dt$$

(3) 시간 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 P가 움직인 거리 s 는

$$s = \int_a^b |v(t)| dt$$

기본문제

[예제]

1. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도가 $v(t) = 4 - t$ 이다. 시간 $t=2$ 에서의 점 P의 위치는?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

2. 수직선 위에서 좌표가 1인 점을 출발하여 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도가 $v(t) = 3t^2 - 4t$ 이다. 시간 $t=3$ 에서의 점 P의 위치는?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[문제]

3. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도가 $v(t) = 6 - 3t$ 일 때, 시간 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$
③ 8 ④ $\frac{17}{2}$
⑤ 9

[예제]

4. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도가 $v(t) = 4t - 8$ 일 때, 시간 $t=1$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[문제]

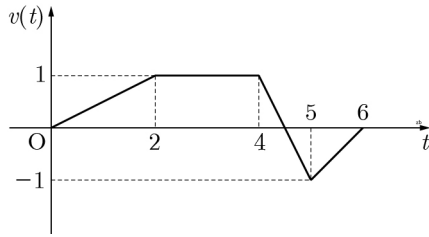
5. 직선 도로에서 초속 24m의 속도로 달리는 자동차에 제동을 걸면 t 초 후의 속도 $v(t)$ m/s가 $v(t) = 24 - 4t$ 라고 한다. 이 자동차에 제동을 건 후 정지할 때까지 움직인 거리는?
(단, $0 \leq t \leq 6$)

- ① 60 m ② 66 m
③ 72 m ④ 78 m
⑤ 84 m

[문제]

[문제]

6. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



이때, 출발 후 처음으로 방향을 바꿀 때 점 P의 위치는? (단, $0 \leq t \leq 6$)

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$
 ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$
 ⑤ 4

평가문제

[중단원 학습 점검]

7. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도가 $v(t) = 4t - 3$ 이다. 시각 $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 점 P의 위치의 변화량은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

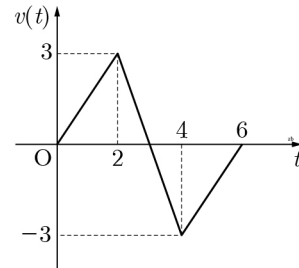
[중단원 학습 점검]

8. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도가 $v(t) = t^2 - 6t$ 일 때, 출발 후 처음으로 움직이는 방향이 바뀔 때까지 점 P의 위치의 변화량은?

- ① -36 ② -18
 ③ 0 ④ 18
 ⑤ 36

[대단원 학습 점검]

9. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① $t = 4$ 에서 점 P는 원점을 지난다.
 ② $t = 4$ 에서 점 P가 움직이는 방향이 바뀐다.
 ③ $t = 3$ 일 때, 점 P는 원점으로부터 거리가 가장 멀다.
 ④ 시각 $t = 0$ 에서 $t = 4$ 까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.
 ⑤ 출발 후 6초 동안 점 P의 위치의 변화량은 3이다.

[대단원 학습 점검]

10. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도가 $v(t) = 4 - 2t$ 일 때, 출발 후 처음으로 움직이는 방향이 바뀌어 다시 원점에 올 때까지 점 P가 움직인 거리를 구하라.

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

유사문제

11. 지면에서 출발하여 수직으로 상승했다가 낙하하는 놀이기구가 있다. 이 놀이 기구가 최고 높이에 도달할 때까지의 속도를 $v(t)$ 라 할 때, t 초 후의 속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = -t^2 + 6t \text{ (m/s)} \quad (0 \leq t \leq 6)$$

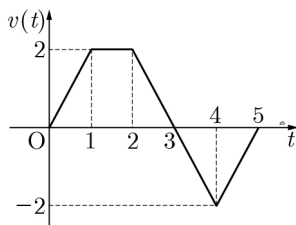
이다. 3초 후의 이 놀이 기구의 높이는?

- ① 9m ② 12m
 ③ 15m ④ 18m
 ⑤ 21m

12. 직선 철로 위를 50m/s 의 속도로 달리는 기차에 제동을 건지 t 초 후의 기차의 속도 $v(t)\text{m/s}$ 가 $v(t) = 50 - 2t (0 \leq t \leq 25)$ 이다. 이 기차에 제동을 건 후 완전히 정지할 때까지 기차가 이동한 거리는?

- ① 650 ② 625
③ 600 ④ 575
⑤ 550

13. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 운동방향을 바꿀 때까지 움직인 거리는?



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$
③ 4 ④ $\frac{9}{2}$
⑤ 5

14. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 속도를 각각 $v_P(t)$, $v_Q(t)$ 라 하면 $v_P(t) = 3t^2 + 4t - 3$, $v_Q(t) = 4t + a$ 이다. 두 점 P, Q가 원점을 동시에 출발한 후 오직 한번만 만나도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 시각 t 에서의 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^t (4-t)dt = 4t - \frac{1}{2}t^2$$

따라서 $t=2$ 에서의 점 P의 위치는
 $8-2=6$

2) [정답] ⑤

[해설] 시각 t 에서의 점 P의 위치는

$$1 + \int_0^t (3t^2 - 4t)dt = t^3 - 2t^2 + 1$$

따라서 $t=3$ 에서의 점 P의 위치는
 $27-18+1=10$

3) [정답] ②

[해설] $0 \leq t \leq 2$ 에서 $v(t) \geq 0$, $2 \leq t \leq 3$ 에서 $v(t) \leq 0$ 이므로시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_0^3 |6-3t|dt \\ &= \int_0^2 (6-3t)dt + \int_2^3 (3t-6)dt \\ &= \left[6t - \frac{3}{2}t^2 \right]_0^2 + \left[\frac{3}{2}t^2 - 6t \right]_2^3 \\ &= 6 + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

4) [정답] ⑤

[해설] $1 \leq t \leq 2$ 에서 $v(t) \leq 0$ $2 \leq t \leq 4$ 에서 $v(t) \geq 0$ 이므로시각 $t=1$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_1^4 |4t-8|dt \\ &= \int_1^2 (8-4t)dt + \int_2^4 (4t-8)dt \\ &= \left[8t - 2t^2 \right]_1^2 + \left[2t^2 - 8t \right]_2^4 \\ &= 2+8=10 \end{aligned}$$

5) [정답] ③

[해설] $v(t)=24-4t=0$ $t=6$

이므로 자동차는 제동을 걸고 6초 후에 정지한다.

자동차가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_0^6 (24-4t)dt \\ &= \left[24t - 2t^2 \right]_0^6 = 72 \\ & \therefore \text{움직인 거리는 } 72\text{m} \end{aligned}$$

6) [정답] ②

[해설] 출발 후 처음으로 방향을 바꾸는 시각은 $v(t)=0$ 이 되는 t 의 값이다.그래프를 통해 $t=\frac{9}{2}$ 일 때, 처음으로 방향을바꾸었다. $t=\frac{9}{2}$ 에서 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^{\frac{9}{2}} v(t)dt = 0 + 1 + 2 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

7) [정답] ⑤

[해설] 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\begin{aligned} & \int_0^2 v(t)dt \\ &= \int_0^2 (4t-3)dt \\ &= \left[2t^2 - 3t \right]_0^2 = 2 \end{aligned}$$

8) [정답] ①

[해설] 점 P가 움직이는 방향이 바뀌는 시각은

 $v(t)=0$ 일 때이므로 $v(t)=t^2-6t=0$,즉 $t=6$ 일 때이다.

따라서 출발 후 처음으로 운동 방향이 바뀔 때까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\begin{aligned} & \int_0^6 (t^2-6t)dt \\ &= \left[\frac{1}{3}t^3 - 3t^2 \right]_0^6 = -36 \end{aligned}$$

9) [정답] ③

[해설] ① $t=6$ 에서 점 P는 원점을 지난다.② $t=3$ 에서 점 P는 움직이는 방향을 바꾼다.④ $t=0$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.⑤ $t=6$ 에서 점 P는 원점을 지나므로 출발 후 6초 동안 점 P의 위치의 변화량은 0이다.

10) [정답] ③

[해설] 점 P가 움직이는 방향이 바뀌는 것은

 $v(t)=0$ 일 때이므로 $v(t)=4-2t=0$, 즉 $t=2$ 다시 원점에 돌아오는 시각을 $t=x$ 라고 하면

$$\int_0^x (4-2t)dt = 4x - x^2 = -x(x-4) = 0$$

따라서 $x=4$ 이므로 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_0^2 (4-2t)dt + \int_2^4 (-4+2t)dt \\ &= \left[4t - t^2 \right]_0^2 + \left[-4t + t^2 \right]_2^4 = 8 \end{aligned}$$

11) [정답] ④

[해설] 3초 후의 놀이기구의 높이는

$$\int_0^3 (-t^2 + 6t) dt = \left[-\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 \right]_0^3 = -9 + 27 = 18 (m)$$

12) [정답] ②

[해설] 기차가 완전히 정지하는 시점은 속도가 0이 되는 시점이므로

$$50 - 2t = 0 \quad \therefore t = 25$$

따라서 이때까지 기차가 이동한 거리는

$$\int_0^{25} (50 - 2t) dt = [50t - t^2]_0^{25} = 625$$

13) [정답] ③

[해설] 점 P가 운동방향을 바꾸는 시점은 속도가 0이 되는 시점이다. 즉 $t=3$ 일 때 운동방향을 바꾼다.

따라서 $t=3$ 까지 움직인 거리를 구하면

$$\int_0^3 |v(t)| dt = \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2 = 4$$

14) [정답] ①

[해설] 두 점 P, Q가 원점을 동시에 출발하므로 시각 t 에서의 위치는 각각

$$x_p(t) = t^3 + 2t^2 - 3t, \quad x_q(t) = 2t^2 + at$$

두 점이 오직 한번만 만나기 위해서는 방정식

$t^3 + 2t^2 - 3t = 2t^2 + at$ 의 $t \neq 0$ 인 실근이 오직 하나 존재하면 된다.

$$t^3 - (a+3)t = 0 \text{에서 } t\{t^2 - (a+3)\} = 0$$

즉 이차방정식 $t^2 - (a+3) = 0$ 의 양수인 해가 하나 존재해야 하므로

$$a+3 > 0 \quad \therefore a > -3$$

따라서 정수 a 의 최솟값은 -2 이다.