01 주기함수

(1) **주기함수** : 함수 $y=f(x)$의 정의역에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족시키는 0이 아닌 상수 p가 존재하는 함수

(2) 주기: 상수 p 중에서 최소인 양수

◪ 다음 값을 구하여라.

1. 함수 $f(x)$의 주기가 2이고, $f(1)=1$일 때, $f(3)$

2. 함수 $f(x)$의 주기가 3이고, $f(1)=2$일 때, $f(10)$

3. 함수 $f(x)$의 주기가 3이고, $f(1)=1$, $f(2)=4$일 때, $f(10)$의 값

4. 함수 $f(x)$의 주기가 5이고, $f(2)=11$일 때, $f(222)$

5. 함수 $f(x)$의 주기가 3이고, $f(10)=-2$일 때, $f(-5)$

6. 함수 $f(x)$의 주기가 π이고 $f(0)=0$일 때, $f(2\pi)$

7. 함수 $f(x)$의 주기가 2이고, $f(1)=1$일 때, $f(9)$

8. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x-1)$을 만족하고 $f(3)=1$, $f(4)=-2$일 때, $f(121)-f(452)$

9. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이고 $f(2)=3$일 때, $f(18)$

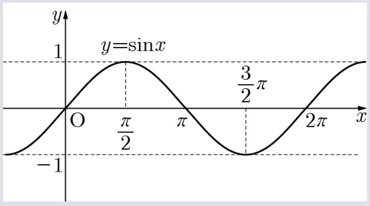
10. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+6)=f(x)$이고 $f(1)=1$일 때, $f(25)$

11. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$이고 $-\frac{3}{2}\le x\le\frac{3}{2}$일 때, $f(x)=\cos\pi x$일 때, $f(17)$

12. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2\pi)=f(x)$이고 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$일 때, $f\left(\frac{13}{2}\pi\right)$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

02 함수 $y=\sin x$의 그래프의 성질



(1) 정의역 : 실수 전체의 집합
(2) 치역 : $\{y|-1\le y\le 1\}$
(3) 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
(4) 주기가 2π인 주기함수이다.
즉 $\sin(x+2n\pi)=\sin x$ (n은 정수)
(5) 함수 $y=\sin x$는 직선 $\cdots x=-\frac{3}{2}\pi$, $x=-\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{\pi}{2}$, $\cdots$에 대하여 대칭이다.

◪ **다음은 함수 $y=\sin x$에 대한 설명이다. 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.**

13. 최댓값은 1이고, 최솟값은 -1이다. ( )

14. x축에 대하여 대칭이다. ( )

15. $\sin(\pi+x)=\sin x$ ( )

16. 원점에 대하여 대칭이다. ( )

17. 주기가 2π인 주기함수이다. ( )

18. 치역은 $\{y|-1\le y\le 1\}$이다. ( )

19. 정의역은 양의 실수 전체의 집합이다. ( )

20. 어떤 실수 x에 대하여 $\sin x=2$이다. ( )

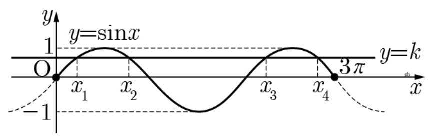
21. 정의역은 실수 전체의 집합이다. ( )

◪ **좌표평면 위에 다음 함수의 그래프를 그리고, 치역과 주기를 구하여라.**

22. $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

23. $y=|\sin x|$

◪ **다음과 같이 $0\le x\le 3\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=k$ $(0<k<1)$의 교점의 x좌표를 작은 것부터 차례로 x_1, x_2, x_3, x_4라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.**



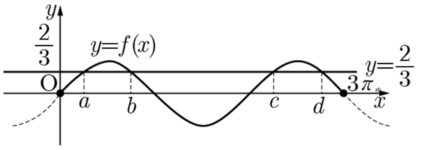
24. x_1+x_2

25. x_1+x_4

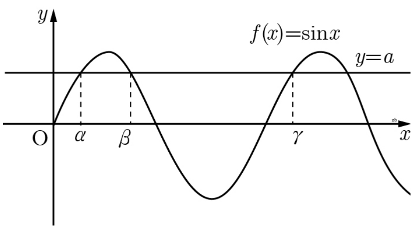
26. $x_1+x_2+x_3+x_4$

◪ 다음 물음에 답하여라.

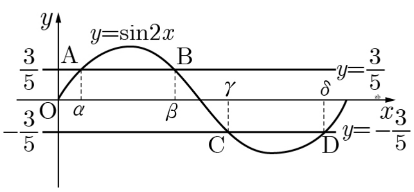
27. 다음과 같이 $0 \le x \le 3\pi$에서 함수 $f(x)=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{2}{3}$의 교점의 x좌표를 작은 것부터 차례로 a, b, c, d라 할 때, $f(a+b+c+d)$의 값을 구하여라.



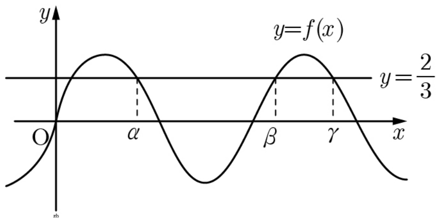
28. $f(x)=\sin x$ $(x>0)$의 그래프와 직선 $y=a$ $(0<a<1)$의 교점의 x좌표를 작은 것부터 차례로 α, β, γ라 하자. $A=f(\alpha)$, $B=f(\alpha+\beta)$, $C=f(\alpha+\beta+\gamma)$라고 할 때, 다음 중 A, B, C의 대소 관계를 구하여라.



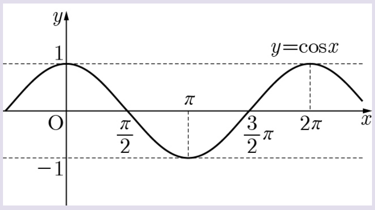
29. 그림과 같이 함수 $f(x)=\sin 2x$ $(0 \le x \le \pi)$의 그래프가 직선 $y=\frac{3}{5}$과 두 점 A, B에서 만나고, 직선 $y=-\frac{3}{5}$과 두 점 C, D에서 만난다. 네 점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$라 할 때, $f(2\alpha+\beta+\gamma+\delta)$의 값을 구하여라.



30. 함수 $f(x)=\sin \pi x$의 그래프와 직선 $y=\frac{2}{3}$가 만나는 점 중에서 그림과 같이 이웃하는 세 점의 x좌표를 차례로 α, β, γ라고 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma)$의 값을 구하여라.



03 함수 $y=\cos x$의 그래프의 성질



(1) 정의역 : 실수 전체의 집합
(2) 치역 : $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
(3) 그래프는 y축 대하여 대칭이다.
(4) 주기가 2π인 주기함수이다.
　즉 $\cos(x+2n\pi)=\cos x$ (n은 정수)
(5) 함수 $y=\cos x$는 직선 $\cdots x=-\pi$, $x=0$, $x=\pi$, $\cdots$에 대하여 대칭이다.

◪ 다음은 삼각함수 $y=\cos x$에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

31. 그래프는 함수 $y=\sin x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것과 같다. (　　)

32. 최댓값은 1이고, 최솟값은 없다. (　　)

33. $\cos(\pi+x)=\cos x$ (　　)

34. 최댓값은 1이고, 최솟값은 -1이다. (　　)

35. 어떤 실수 x에 대하여 $\cos x = \dfrac{3}{2}$ 이다. ( )

36. 정의역은 $\{x \mid -1 \le x \le 1\}$이다. ( )

37. y축에 대하여 대칭이다. ( )

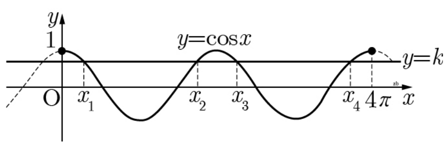
38. 주기가 2π인 주기함수이다. ( )

39. 치역은 양의 실수 전체의 집합이다. ( )

◪ 좌표평면 위에 다음 함수의 그래프를 그리고, 치역과 주기를 구하여라.

40. $y=|\cos x|$

◪ 다음과 같이 $0 \le x \le 4\pi$에서 함수 $y=\cos x$ 의 그래프와 직선 $y=k$ $(0<k<1)$의 교점의 x좌표의 작은 것부터 차례로 x_1, x_2, x_3, x_4라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.



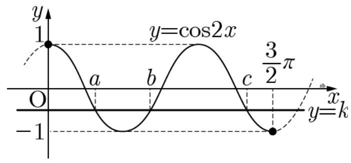
41. x_1+x_2

42. x_2+x_3

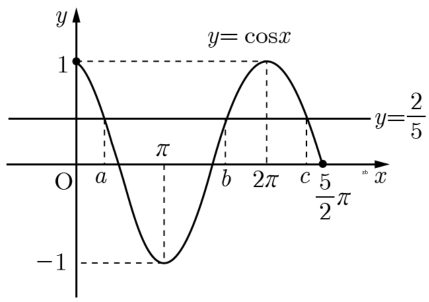
43. $x_1+x_2+x_3+x_4$

◪ 다음 물음에 답하여라.

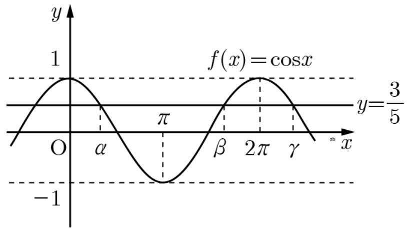
44. 다음과 같이 $0 \le x \le \dfrac{3}{2}\pi$에서 함수 $y=\cos 2x$ 의 그래프와 직선 $y=k$ $(-1<k<0)$의 교점의 x좌표를 작은 것부터 차례로 a, b, c라 할 때, $\cos(a+2b+c)$ 의 값을 구하여라.



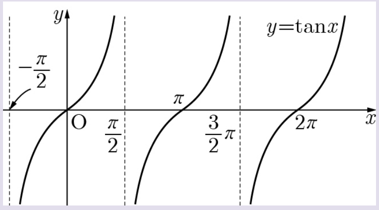
45. 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{2}{5}$와 만나는 점 중에서 다음 그림과 같이 이웃하는 세 점의 x좌표를 차례로 a, b, c라고 할 때, $\dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{a+2b+c}{6}\right)}$의 값을 구하여라.



46. 그림과 같이 함수 $f(x)=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{3}{5}$의 교점의 x좌표 중 양수인 것을 차례로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma)$의 값을 구하여라.



04 함수 $y=\tan x$의 그래프의 성질



(1) 정의역: $n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합

(2) 치역 : 실수 전체의 집합

(3) 점근선: 직선 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)

(4) 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

(5) 주기가 π인 주기함수이다.
즉 $\tan(x+n\pi)=\tan x$ (n은 정수)

◪ 다음은 삼각함수 $y=\tan x$에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

47. 점근선의 방정식은 $x=2n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)이다. ( )

48. $\tan(-x)=-\tan x$ ( )

49. 원점에 대하여 대칭이다. ( )

50. 주기가 π인 주기함수이다. ( )

51. 치역은 $\{y\mid -1\le y\le 1\}$이다. ( )

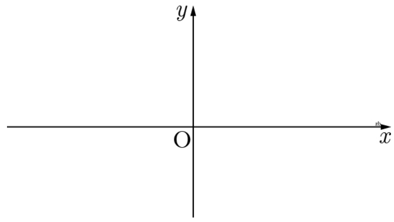
52. 정의역은 양의 실수 전체의 집합이다. ( )

53. 최댓값은 1이고, 최솟값은 -1이다. ( )

54. 정의역은 실수 전체의 집합이다. ( )

◪ 좌표평면 위에 다음 함수의 그래프를 그리고, 치역과 주기를 구하여라.

55. $y=|\tan x|$



◪ 다음 함수의 그래프를 그리고, 치역, 주기, 점근선의 방정식을 구하시오.

56. $y=\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2$

◪ 다음 삼각함수의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하고, 점근선의 방정식과 주기를 각각 구하여라.

57. $y=\tan x\ \left[p=\frac{\pi}{6},\ q=5\right]$

58. 다음 표를 완성하여라.

함수	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
정의역	실수 전체의 집합		
치역		$\{y\mid -1\le y\le 1\}$	
대칭성			원점에 대하여 대칭
주기	2π		

59. 함수 $y=|\sin x|$와 $y=|\cos x|$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 정의역

(2) 치역

(3) 주기

60. 함수 $y=|\tan x|$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 정의역

(2) 치역

(3) 주기

◪ 다음 주어진 세 수의 대소 관계를 비교하여라.

61. 1, $\sin 1$, $\cos 1$

62. $\sin 0$, $\sin 1$, $\sin \frac{\pi}{4}$

63. $\sin 219^\circ$, $\cos 219^\circ$, $\sin 315^\circ$

64. $\sin \frac{\pi}{7}$, $\sin \frac{\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{5}$

65. $\cos 0$, $\cos 1$, $\cos \frac{\pi}{2}$

66. $\cos \frac{\pi}{3}$, $\cos \frac{\pi}{2}$, $\cos \frac{\pi}{5}$

67. $\tan \frac{\pi}{3}$, $\tan \frac{\pi}{4}$, $\tan \frac{\pi}{5}$

정답 및 해설

1) 1
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 2이므로
$f(x+2)=f(x)$
$\therefore\ f(3)=f(1+2)=f(1)=1$

2) 2
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 3이므로
$f(x+n\cdot 3)=f(x)$ (n은 정수)
$\therefore\ f(10)=f(1+3\cdot 3)=f(1)=2$

3) 1
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 3이므로
$f(x+3n)=f(x)$ (단, n은 정수)
$\therefore\ f(10)=f(1+3\times 3)=f(1)=1$

4) 11
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 5이므로
$f(x+5n)=f(x)$ (단, n은 정수)
$\therefore\ f(222)=f(2+5\times 44)=f(2)=11$

5) -2
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 3이므로 $f(x+3)=f(x)$

6) 0
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 π이므로
$f(x+n\pi)=f(x)$ (n은 정수)
$\therefore\ f(2\pi)=f(0+2\pi)=f(0)=0$

7) 1
⇨ 함수 $f(x)$의 주기가 2이므로 $f(x+2)=f(x)$
$\therefore\ f(9)=f(7)=f(5)=f(3)=f(1)=1$

8) 3
⇨ $f(x+1)=f(x-1)$의 양변에 x 대신 $x+1$을 대입하면 $f(x+2)=f(x)$이므로
$f(121)=f(119)=\cdots=f(3)=1$
$f(452)=f(450)=\cdots=f(4)=-2$
$\therefore\ f(121)-f(452)=1-(-2)=3$

9) 3
⇨ $f(x+4)=f(x)$이므로
$f(18)=f(14)=f(10)=f(6)=f(2)=3$

10) 1
⇨ $f(x+6)=f(x)$이므로
$f(25)=f(19)=f(13)=f(7)=f(1)=1$

11) -1
⇨ $f(17)=f(14)=f(11)=\cdots=f(2)=f(-1)$
$f(-1)=\cos(-\pi)=-1$

12) 1
⇨ $f(x+2\pi)=f(x)$이므로
$f\left(\frac{13}{2}\pi\right)=f\left(\frac{9}{2}\pi\right)=f\left(\frac{5}{2}\pi\right)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

13) ○

14) ×

15) ×

16) ○

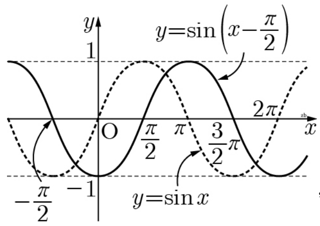
17) ○

18) ○

19) ×
⇨ 정의역은 실수 전체의 집합이다.

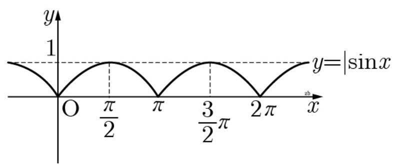
20) ×
⇨ $-1\le \sin x\le 1$

21) ○

22) 

,

치역 : $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$,
주기 : 2π
⇨ $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$의 그래프는 $y=\sin x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것이므로 그림은 위와 같다.
따라서 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$, 주기는 2π이다.

23) 

치역 : $\{y\,|\,0\le y\le 1\}$, 주기 : π

24) π
⇨ 함수 $y=\sin x$의 그래프는 직선 $x=\frac{\pi}{2}$에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\ x_1+x_2=\pi$

25) 3π
⇨ 함수 $y=\sin x$의 그래프는 직선 $x=\frac{3}{2}\pi$에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1+x_4}{2}=\frac{3}{2}\pi$ $\quad\therefore\ x_1+x_4=3\pi$

26) 6π

⇨ 함수 $y=\sin x$의 그래프는 직선 $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{5}{2}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\ x_1+x_2=\pi$

$\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{5}{2}\pi$ $\quad\therefore\ x_3+x_4=5\pi$

$\therefore\ x_1+x_2+x_3+x_4=\pi+5\pi=6\pi$

27) 0

⇨ 함수 $f(x)=\sin x$의 그래프는 직선 $x=\frac{3}{2}\pi$에 대하여 대칭이므로

$\frac{a+d}{2}=\frac{3}{2}\pi$ $\quad\therefore\ a+d=3\pi$

$\frac{b+c}{2}=\frac{3}{2}\pi$ $\quad\therefore\ b+c=3\pi$

따라서 $a+b+c+d=3\pi+3\pi=6\pi$이므로

$f(a+b+c+d)=\sin 6\pi=0$

28) $A>B>C$

⇨ $\alpha+\beta=\pi$, $\gamma=2\pi+\alpha$이므로

$A=f(\alpha)>0$, $B=f(\pi)=0$, $C=-f(\alpha)<0$

$\therefore C<B<A$

29) $\frac{3}{5}$

⇨ $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

$\gamma+\delta=\frac{\pi}{2}+\alpha+\frac{\pi}{2}+\beta=\frac{3\pi}{2}$

$2\alpha+\beta+\gamma+\delta=\alpha+2\pi$

$\therefore\ f(\alpha+2\pi)=f(\alpha)=\frac{3}{5}$

30) $-\frac{2}{3}$

31) ×

⇨ 함수 $y=\cos x$의 그래프는 함수 $y=\sin x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것과 같다.

32) ×

33) ×

⇨ $\cos(\pi+x)=-\cos x$

34) ○

35) ×

⇨ $-1\le\cos x\le 1$

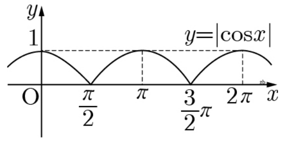
36) ×

⇨ 정의역은 실수 전체의 집합이다.

37) ○

38) ○

39) ×

40) 

치역 : $\{y\mid 0\le y\le 1\}$, 주기 : π

41) 2π

⇨ 함수 $y=\cos x$ 의 그래프는 직선 $x=\pi$에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1+x_2}{2}=\pi$ $\quad\therefore\ x_1+x_2=2\pi$

42) 4π

⇨ 함수 $y=\cos x$ 의 그래프는 직선 $x=2\pi$에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_2+x_3}{2}=2\pi$ $\quad\therefore\ x_2+x_3=4\pi$

43) 8π

⇨ 함수 $y=\cos x$ 의 그래프는 직선 $x=2\pi$에 대하여 대칭이므로

$\frac{x_1+x_4}{2}=2\pi$ $\quad\therefore\ x_1+x_4=4\pi$

$\therefore\ x_1+x_2+x_3+x_4=4\pi+4\pi=8\pi$

44) -1

⇨ 함수 $y=\cos 2x$ 의 그래프는 직선 $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$에 대하여 대칭이므로

$\frac{a+b}{2}=\frac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\ a+b=\pi$

$\frac{b+c}{2}=\pi$ $\quad\therefore\ b+c=2\pi$

따라서 $a+2b+c=\pi+2\pi=3\pi$이므로

$\cos(a+2b+c)=\cos 3\pi=\cos(\pi+2\pi)$

$=\cos\pi=-1$

45) -1

46) $\frac{3}{5}$

⇨ $\cos x=\frac{3}{5}$를 만족하는 x좌표들에 대하여

$\alpha=\pi-k$라 하면 $\beta=\pi+k$, $\gamma=2\pi+\alpha$이다.

따라서 $\alpha+\beta+\gamma=4\pi+\alpha$이므로

$f(\alpha+\beta+\gamma)=f(4\pi+\alpha)=\cos\alpha=\frac{3}{5}$

47) ×

48) ○

49) ○

50) ○

51) ×

⇨ 치역은 실수 전체의 집합이다.

52) ×

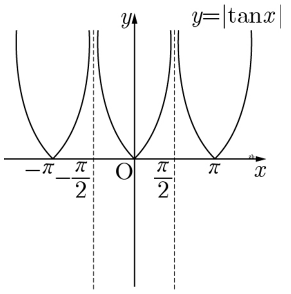
⇨ 정의역은 $n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

53) ×

⇨ 최댓값, 최솟값은 없다.

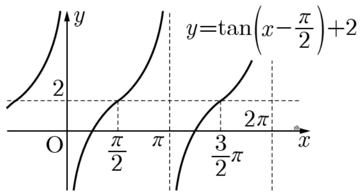
54) ×

⇨ 정의역은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

55) 

치역 : $\{y \mid 0 \le y\}$

주기 : π

56) 

치역 : 실수 전체의 집합

주기 : π,

점근선의 방정식 : $x=n\pi+\pi$ (n은 정수)

⇨ $y=\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2$의 그래프는 $y=\tan x$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

따라서 치역은 실수 전체의 집합, 주기는 π, 점근선의 방정식은 $x=n\pi+\pi$ (n은 정수)이다.

57) $y=\tan\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+5$,

점근선의 방정식 : $x=n\pi+\frac{2}{3}\pi$ (n은 정수),

주기 : π

⇨ $y-5=\tan\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$에서 $y=\tan\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+5$

따라서 점근선의 방정식은 $x-\frac{\pi}{6}=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서

$x=n\pi+\frac{2}{3}\pi$ (n은 정수), 주기는 π

58)

함수	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
정의역	실수 전체의 집합	실수 전체의 집합	$n\pi+\frac{\pi}{2}$를 제외한 실수 전체의 집합 (단, n은 정수)
치역	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	실수 전체의 집합
대칭성	원점에 대하여 대칭	y축에 대하여 대칭	원점에 대하여 대칭
주기	2π	2π	π

59) (1) 실수 전체의 집합

(2) $\{y \mid 0 \le y \le 1\}$

(3) π

60)(1) $n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합

(2) $\{y \mid y \ge 0\}$

(3) π

61) $\cos 1 < \sin 1 < 1$

⇨ $0<\frac{\pi}{4}<1<\frac{\pi}{2}$이므로 $\cos 1 < \sin 1$이고,

$\sin 1 < \sin\frac{\pi}{2}=1$

62) $\sin 0 < \sin\frac{\pi}{4} < \sin 1$

⇨ $0<\frac{\pi}{4}<1<\frac{\pi}{2}$

$\therefore\ \sin 0 < \sin\frac{\pi}{4} < \sin 1$

63) $\cos 219^\circ < \sin 315^\circ < \sin 219^\circ$

⇨ $\sin 219^\circ = -\sin 39^\circ$, $\sin 315^\circ = -\sin 45^\circ$

$\cos 219^\circ = -\cos 39^\circ$ 이므로 대소관계를 나타내면

$\cos 219^\circ < \sin 315^\circ < \sin 219^\circ$

64) $\sin\frac{\pi}{7} < \sin\frac{\pi}{6} < \sin\frac{\pi}{5}$

⇨ $0<\frac{\pi}{7}<\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{5}<\frac{\pi}{2}$

$\therefore\ \sin\frac{\pi}{7} < \sin\frac{\pi}{6} < \sin\frac{\pi}{5}$

65) $\cos\frac{\pi}{2} < \cos 1 < \cos 0$

⇨ $0<1<\frac{\pi}{2}$

$\therefore \cos\frac{\pi}{2} < \cos 1 < \cos 0$

66) $\cos\frac{\pi}{2} < \cos\frac{\pi}{3} < \cos\frac{\pi}{5}$

⇨ $0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \cos\frac{\pi}{2} < \cos\frac{\pi}{3} < \cos\frac{\pi}{5}$

67) $\tan\frac{\pi}{5} < \tan\frac{\pi}{4} < \tan\frac{\pi}{3}$

⇨ $0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \tan\frac{\pi}{5} < \tan\frac{\pi}{4} < \tan\frac{\pi}{3}$