



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-13
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 로그부등식의 풀이

(1) 로그부등식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 부등식

(2) 로그부등식의 풀이

① 밑을 같게 할 수 있는 경우

: $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ 꼴로 변형한 후

• $a > 1$ 일 때, $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$

• $0 < a < 1$ 일 때, $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$

(주의) 로그부등식에서 밑을 같게 한 후 지수를 비교할 때에는 부등호의 방향에 주의해야 한다.

② $\log_a x$ 꼴이 반복되는 경우

: $\log_a x = t$ 로 치환 후 t 에 대한 부등식을 푼다.

③ 지수에 로그가 있는 경우 : 양변에 로그를 취하여 로그부등식으로 변형한다.

이때 로그의 밑이 $0 < (\text{밑}) < 1$ 이면 부등호의 방향이 바뀐다.

④ 진수에 로그가 있는 경우: 양변에 로그를 취하여 로그부등식으로 변형한다.

이때 로그의 밑이 $0 < (\text{밑}) < 1$ 이면 부등호의 방향이 바뀌고, (진수) > 0 진수 조건도 포함하여 계산한다.

■ 다음 부등식을 풀어라.

1. $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -2$

2. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 2$

3. $\log_3 3x > 1$

4. $\log_{\frac{1}{4}}\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq 2$

5. $\log_3(2x-1) < 2$

6. $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 2$

7. $\log_2(x-1) < 1$

8. $\log_3(x-1) < \log_3 5$

9. $\log_2(x+4) < 3$

10. $\log_2 2x < \log_2(x+2)$

11. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$

12. $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > -2$

13. $\log x + \log(7-x) < 1$

14. $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(3x+1)$

15. $\log_2(x-1) < \log_4(3-x)$

16. $\log(2x-4) < \log(5-x)$

17. $\log_{\frac{1}{2}}2x < \log_{\frac{1}{2}}(5x-1)+1$

18. $\log_2(x+2) < \log_4(x^2+6)$

19. $\log_2(x+1) \geq 2+\log_2(x-5)$

20. $\log(3x-2) > \log(6-x)$

21. $\log_{\frac{1}{4}}(2x-4)+1 \geq \log_{\frac{1}{4}}(5-x)$

22. $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$

23. $\log_4(x-1) < \log_2(x-1)$

24. $\log_2 x + \log_2(x+2) \leq 3$

25. $\log_2(x+3) > \log_4(x^2+1)$

26. $\log_{\frac{1}{3}}(x+6) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+1)$

27. $\log_{\sqrt{3}}(x+1) < \log_3(x+3)$

28. $\log_3(2x+1) \geq \log_9(4x+5)$

29. $\log_3(x-1)+1 < \log_3 x$

30. $\log_{0.2}(x-1) < \log_{0.2}(5-2x)$

31. $\log_5(x+3) > \log_5(2x-5)$

$$32. -\log_{\frac{1}{10}}(x+1) > \log_{10}(3x-1)$$

$$33. \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\frac{1}{4}}(x+14)$$

$$34. \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+5) > \log_{\frac{1}{2}}12$$

$$35. \log_{0.25}(x^2+8x-9) > \log_{0.5}(x+3)$$

$$36. \log_2(x^2-x-2) < 2$$

$$37. \log_3(2-x) < \log_3(x+3) + 1$$

$$38. \log_3(x-1) - \log_3(3-x) - 1 > 0$$

$$39. \log_{\frac{1}{9}}(2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10) > \log_{\frac{1}{3}}(2^x + 1)$$

■ 다음 부등식을 풀어라.

$$40. (\log_2 x)^2 + 2 \log_2 x - 3 \geq 0$$

$$41. (\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 < 0$$

$$42. (\log_4 x^2)(\log_2 8x) \leq 4$$

$$43. (\log_{0.5} x)^2 + 3 \log_{0.5} x + 2 > 0$$

$$44. \left(\log_{\frac{1}{3}} 9x\right) \left(\log_3 \frac{x}{27}\right) > 0$$

$$45. (\log_3 27x) \left(\log_3 \frac{x}{3}\right) < 5$$

$$46. \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \left(\log_2 \frac{x}{4}\right) < 0$$

47. $(\log x)^2 - \log x^2 \geq 0$

48. $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 > 6 - \log_{\frac{1}{2}} x$

49. $(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 < 0$

■ 다음 부등식을 풀어라.

50. $x^{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq \frac{x^2}{8}$

51. $x^{\log_{\frac{1}{3}} x} > 9x^3$

52. $x^{\log_2 x} \geq \frac{x^6}{32}$

53. $x^{\log_{\frac{1}{3}} x} > \frac{x^2}{27}$

54. $x^{\log_2 x} \leq 8x^2$

55. $x^{\log_2 x} > 4x$

56. $x^{\log_3 x} < 3$

■ 다음 부등식을 풀어라.

57. $\log_{\frac{1}{4}} (\log_{\frac{1}{2}} x) \leq -\frac{1}{2}$

58. $\log_3 (\log_2 x) \leq 1$

59. $\log_2 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$

60. $\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$

61. $\log_{0.5} (\log_3 x) > -2$

62. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x) \geq -1$

63. $\log_3(\log_2 x) \leq 1$

■ 다음 물음에 답하여라.

64. 부등식 $\log_2(5-x) + \log_2(5+x) > 4$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

65. 부등식 $\log_2 \sqrt{8(x+1)} < 2 - \frac{1}{2} \log_2(2x-1)$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

66. $0 < a < 1$ 일 때,
부등식 $2 \log_a(x-3) \geq \log_a(x+3)$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

67. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 부등식 $f(f(x)) < 1$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

02 로그부등식의 응용

$\log_a x = t$ 로 치환한 후 모든 실수 t 에 대하여 이차부등식이 성립하는 조건을 확인한다.

(참고) 이차부등식이 성립하는 조건

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때 모든 실수 x 에 대하여

① $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립 $\Rightarrow a > 0, D < 0$

② $ax^2 + bx + c \geq 0$ 이 항상 성립 $\Rightarrow a > 0, D \leq 0$

③ $ax^2 + bx + c < 0$ 이 항상 성립 $\Rightarrow a < 0, D < 0$

④ $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이 항상 성립 $\Rightarrow a < 0, D \leq 0$

■ 다음 물음에 답하여라.

68. x 에 대한 이차방정식

$x^2 - 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

69. 이차방정식 $x^2 - x \log_2 a + 2 \log_2 a + 5 = 0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

70. 이차방정식 $x^2 - (\log a + 1)x + (\log a + 9) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 모두 구하여라.

71. x 에 대한 이차방정식

$x^2 + x \log a^2 + \log a^3 + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 a 의 값을 구하여라.

72. 양의 실수 x 에 대하여 부등식

$(\log x)^2 - k \log x^2 + 3 - 2k \geq 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

73. 로그부등식 $(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 + k \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.74. 양수 x 에 대하여 부등식 $x^{\log_3 x} > (27x)^k$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.75. 양수 x 에 대하여 부등식

$(\log x)^2 - k \log x + 3 - k \geq 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

76. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여, 부등식 $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 + k(\log_{\sqrt{2}} x) + 4 \geq 0$ 이 만족하도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

03

로그부등식의 실생활의 활용

주어진 문장 속에서 알맞은 로그부등식을 세워 로그부등식의 여러 가지 풀이에 맞게 답을 구한다.

77. 일정한 온도를 유지하는 배양기에 어떤 박테리아를 배양하면 $20x$ 분 후에는 박테리아의 수가 3^x 배가 된다. 배양기에 10마리의 세균을 배양할 때, 10000마리 이상이 되는 것은 몇 분후부터인지 구하여라. (단, $\log 3 = 0.5$ 로 계산한다.)78. 현재 학생 수가 각각 a 명으로 같은 두 학교 A, B가 있다. x 년 후의 A학교의 학생 수는 $(a \times 1.1^x)$ 명, B학교의 학생 수는 $(a \times 1.02^x)$ 명이 된다고 할 때, A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되는 것은 몇 년 후부터인지 구하여라. (단, $\log 1.02 = 0.0086$, $\log 1.1 = 0.0414$, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.)79. A 하수처리장에서 정수 작업을 할 때 불순물의 양은 정수 작업을 한 번 할 때마다 일정 비율이 제거되고, 정수 작업을 4번 한 후의 불순물의 양은 정수하기 전의 불순물의 양의 $\frac{1}{4}$ 이 된다고 한다. 이와 같은 정수 작업을 계속할 때, 불순물의 양이 정수하기 전의 처음 불순물의 양의 $\frac{1}{30}$ 이하가 되도록 하려면 최소 몇 번의 정수 작업을 해야 하는지 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.)

80. 원자력 발전소의 원자로에는 방사선 물질이 새어나오지 못하도록 여러 겹의 방호벽을 설치한다. 어떤 원자로의 방호벽 한 개가 방사선을 60% 차단할 때, 방사선을 99.5%이상 차단하기 위해 필요한 방호벽의 최소 개수를 구하여라.(단, 각 방호벽이 방사선을 차단하는 정도는 동일하고, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

81. 2016년 우리나라에서 사용한 총 연구개발비는 50조원이라고 한다. 매년 연구개발비를 10%씩 증가시킨다고 할 때, 총 연구개발비가 처음으로 90조원 이상이 될 것으로 예상되는 해를 구하여라. (단, $\log 1.1 = 0.041$, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$ 으로 계산한다.)

82. 어떤 그릇에 물이 담겨 있다. 현재 이 그릇에 남아 있는 물의 양은 전날 같은 시각의 물의 양의 80%라고 한다. 이와 같은 추세로 물의 양이 줄어든다고 할 때, 남아 있는 물의 양이 현재의 $\frac{1}{3}$ 이하가 되려면 최소한 몇 일이 걸리는지 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)



정답 및 해설

1) $-2 < x < 2$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -2$, 즉 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

에서 밑이 1보다 작으므로

$x+2 < 4 \quad \therefore x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$x+2 > 0 \quad \therefore x > -2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $-2 < x < 2$

2) $x > \frac{5}{8}$

\Rightarrow 진수 조건에서 $2x-1 > 0$ 이므로

$x > \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$

$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 에서

밑이 1보다 작은 양수이므로 $2x-1 > \frac{1}{4}$

$\therefore x > \frac{5}{8} \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $x > \frac{5}{8}$

3) $x > 1$

\Rightarrow 진수 조건에서 $3x > 0$ 이므로

$x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

$\log_3 3x > \log_3 3$ 에서 밑이 1보다 크므로

$3x > 3 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $x > 1$

4) $\frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{16}$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq 2$, 즉 $\log_{\frac{1}{4}}\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq \log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^2$ 에

서 밑이 1보다 작으므로

$x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{16} \quad \therefore x \leq \frac{9}{16} \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$x - \frac{1}{2} > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $\frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{16}$

5) $\frac{1}{2} < x < 5$

$\Rightarrow \log_3(2x-1) < 2$, 즉 $\log_3(2x-1) < \log_3 3^2$ 에서

밑이 1보다 크므로

$2x-1 < 9 \quad \therefore x < 5 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$2x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $\frac{1}{2} < x < 5$

6) $1 < x < \frac{10}{9}$

\Rightarrow 진수의 조건에서

$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 2$ 에서 $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^2$

밑이 1보다 작으므로

$x-1 < \frac{1}{9} \quad \therefore x < \frac{10}{9} \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $1 < x < \frac{10}{9}$

7) $1 < x < 3$

$\Rightarrow \log_2(x-1) < 1$, 즉 $\log_2(x-1) < \log_2 2$ 에서

밑이 1보다 크므로

$x-1 < 2 \quad \therefore x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $1 < x < 3$

8) $1 < x < 6$

$\Rightarrow \log_3(x-1) < \log_3 5$ 에서 밑이 1보다 크므로

$x-1 < 5 \quad \therefore x < 6 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $1 < x < 6$

9) $-4 < x < 4$

\Rightarrow 진수의 조건에서

$x+4 > 0 \quad \therefore x > -4 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

$\log_2(x+4) < 3$ 에서 $\log_2(x+4) < \log_2 2^3$

밑이 1보다 크므로

$x+4 < 8 \quad \therefore x < 4 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $-4 < x < 4$

10) $0 < x < 2$

\Rightarrow 진수의 조건에서

$2x > 0, x+2 > 0 \quad \therefore x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

$\log_2 2x < \log_2(x+2)$ 에서 밑이 1보다 크므로

$2x < x+2 \quad \therefore x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < x < 2$

11) $1 < x < 5$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$ 에서 밑이 1보다 작으므로

$x-1 < 4 \quad \therefore x < 5 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

이때, 진수의 조건에서

$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $1 < x < 5$

$$12) -\frac{1}{4} < x < 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > -2,$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \text{에서}$$

밑이 1보다 작으므로

$$4x+1 < 9 \quad \therefore x < 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$4x+1 > 0 \quad \therefore x > -\frac{1}{4} \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } -\frac{1}{4} < x < 2$$

$$13) 0 < x < 2 \text{ 또는 } 5 < x < 7$$

\Leftrightarrow 진수의 조건에서

$$x > 0, 7-x > 0 \quad \therefore 0 < x < 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log x + \log(7-x) < 1 \text{에서}$$

$$\log x(7-x) < \log 10$$

밑이 1보다 크므로 $x(7-x) < 10$

$$x^2 - 7x + 10 > 0, (x-2)(x-5) > 0$$

$$\therefore x < 2 \text{ 또는 } x > 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 이 공통 범위를 구하면

$$0 < x < 2 \text{ 또는 } 5 < x < 7$$

$$14) x > \frac{1}{2}$$

\Leftrightarrow 진수의 조건에서

$$2x-1 > 0, 3x+1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(3x+1) \text{에서 밑이 1보다 작}$$

$$\text{으므로 } 2x-1 \leq 3x+1 \quad \therefore x \geq -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{의 공통 범위를 구하면 } x > \frac{1}{2}$$

$$15) 1 < x < 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1) < \log_4(3-x), \text{ 즉}$$

$$\log_4(x-1)^2 < \log_4(3-x) \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$(x-1)^2 < 3-x, x^2-x-2 < 0$$

$$(x+1)(x-2) < 0 \quad \therefore -1 < x < 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0, 3-x > 0 \quad \therefore 1 < x < 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } 1 < x < 2$$

$$16) 2 < x < 3$$

$$\Leftrightarrow \log(2x-4) < \log(5-x) \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$2x-4 < 5-x \quad \therefore x < 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x-4 > 0, 5-x > 0 \quad \therefore 2 < x < 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } 2 < x < 3$$

$$17) \frac{1}{5} < x < 1$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} 2x < \log_{\frac{1}{2}}(5x-1) + 1,$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{2}} 2x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}(5x-1) \text{에서}$$

밑이 1보다 작으므로

$$2x > \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} \quad \therefore x < 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x > 0, 5x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{5} \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } \frac{1}{5} < x < 1$$

$$18) -2 < x < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+2) < \log_4(x^2+6),$$

$$\text{즉 } \log_4(x+2)^2 < \log_4(x^2+6) \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$(x+2)^2 < x^2+6, 4x < 2 \quad \therefore x < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+2 > 0, x^2+6 > 0 \quad \therefore x > -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } -2 < x < \frac{1}{2}$$

$$19) 5 < x \leq 7$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) \geq 2 + \log_2(x-5),$$

$$\text{즉 } \log_2(x+1) \geq \log_2 4(x-5) \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$x+1 \geq 4x-20 \quad \therefore x \leq 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0, x-5 > 0 \quad \therefore x > 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } 5 < x \leq 7$$

$$20) 2 < x < 6$$

$$\Leftrightarrow \text{진수 조건에서 } 3x-2 > 0 \text{이 } 6-x > 0 \text{이므로}$$

$$\frac{2}{3} < x < 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\log(3x-2) > \log(6-x) \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$3x-2 > 6-x \quad \therefore x > 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{의 공통 범위를 구하면 } 2 < x < 6$$

$$21) 2 < x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}}(2x-4) + 1 \geq \log_{\frac{1}{4}}(5-x),$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}(2x-4) \geq \log_{\frac{1}{4}}(5-x) \text{에서}$$

밑이 1보다 작으므로

$$\frac{1}{2}x - 1 \leq 5-x, \frac{3}{2}x \leq 6 \quad \therefore x \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x-4 > 0, 5-x > 0 \quad \therefore 2 < x < 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } 2 < x \leq 4$$

$$22) \frac{1}{3} < x \leq 2$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+3) \text{에서}$$

밑이 1보다 작으므로

$$3x-1 \leq x+3 \quad \therefore x \leq 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$3x-1 > 0, x+3 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{3} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } \frac{1}{3} < x \leq 2$$

$$23) x > 2$$

$$\Rightarrow \log_4(x-1) < \log_2(x-1), \text{ 즉}$$

$$\log_4(x-1) < \log_4(x-1)^2 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$x-1 < (x-1)^2, x^2-3x+2 > 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x < 1 \text{ 또는 } x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } x > 2$$

$$24) 0 < x \leq 2$$

$$\Rightarrow \log_2 x + \log_2(x+2) \leq 3,$$

$$\text{즉 } \log_2 x(x+2) \leq \log_2 2^3 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$x(x+2) \leq 8, x^2+2x-8 \leq 0$$

$$(x+4)(x-2) \leq 0 \quad \therefore -4 \leq x \leq 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x > 0, x+2 > 0 \quad \therefore x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } 0 < x \leq 2$$

$$25) x > -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x+3 > 0 \text{이고 } x^2+1 > 0 \text{이므로}$$

$$x > -3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_2(x+3) > \log_2(x^2+1) \text{에서}$$

양변의 밑을 2로 바꾸면

$$\log_2(x+3) > \frac{1}{2} \log_2(x^2+1)$$

$$2 \log_2(x+3) > \log_2(x^2+1)$$

$$\log_2(x+3)^2 > \log_2(x^2+1)$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } (x+3)^2 > x^2+1$$

$$x^2+6x+9 > x^2+1$$

$$6x > -8 \quad \therefore x > -\frac{4}{3} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } x > -\frac{4}{3}$$

$$26) x > 5$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x+6 > 0 \text{이고 } 2x+1 > 0 \text{이므로}$$

$$x > -\frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+6) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+1) \text{에서}$$

밑이 1보다 작은 양수이므로

$$x+6 < 2x+1 \quad \therefore x > 5 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } x > 5$$

$$27) -1 < x < 1$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x+1 > 0 \text{이고 } x+3 > 0 \text{이므로}$$

$$x > -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{\frac{1}{3^2}}(x+1) < \log_3(x+3) \text{에서}$$

양변의 밑을 3로 바꾸면

$$2 \log_3(x+1) < \log_3(x+3)$$

$$\log_3(x+1)^2 < \log_3(x+3)$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } (x+1)^2 < x+3$$

$$x^2+2x+1 < x+3$$

$$x^2+x-2 < 0$$

$$(x+2)(x-1) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } -1 < x < 1$$

$$28) x \geq 1$$

$$\Rightarrow \log_3(2x+1) \geq \log_9(4x+5)$$

$$\text{즉 } \log_9(2x+1)^2 \geq \log_9(4x+5) \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$(2x+1)^2 \geq 4x+5, 4x^2-4 \geq 0$$

$$(x+1)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$2x+1 > 0, 4x+5 > 0 \quad \therefore x > -\frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } x \geq 1$$

$$29) 1 < x < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \log_3(x-1)+1 < \log_3 x, \text{ 즉 } \log_3 3(x-1) < \log_3 x$$

에서 밑이 1보다 크므로

$$3x-3 < x \quad \therefore x < \frac{3}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0, x > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } 1 < x < \frac{3}{2}$$

$$30) 2 < x < \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{0.2}(x-1) < \log_{0.2}(5-2x) \text{에서 밑이 1보다 작$$

으므로

$$x-1 > 5-2x \quad \therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-1 > 0, 5-2x > 0 \quad \therefore 1 < x < \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } 2 < x < \frac{5}{2}$$

$$31) \frac{5}{2} < x < 8$$

$$\Rightarrow \log_5(x+3) > \log_5(2x-5) \text{에서 밑이 1보다 크므로 } x+3 > 2x-5 \quad \therefore x < 8 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+3 > 0, 2x-5 > 0 \quad \therefore x > \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } \frac{5}{2} < x < 8$$

$$32) \frac{1}{3} < x < 1$$

$$\Rightarrow -\log_{\frac{1}{10}}(x+1) > \log_{10}(3x-1), \text{ 즉}$$

$$\log_{10}(x+1) > \log_{10}(3x-1) \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$x+1 > 3x-1 \quad \therefore x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+1 > 0, 3x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{3} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } \frac{1}{3} < x < 1$$

$$33) -2 < x \leq 2$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\frac{1}{4}}(x+14), \text{ 즉}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 \geq \log_{\frac{1}{4}}(x+14) \text{에서}$$

밑이 1보다 작으므로

$$(x+2)^2 \leq x+14, x^2+3x-10 \leq 0 \\ (x+5)(x-2) \leq 0 \quad \therefore -5 \leq x \leq 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x+2 > 0, x+14 > 0 \quad \therefore x > -2 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } -2 < x \leq 2$$

$$34) -1 < x < 1$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x+1 > 0 \text{이고 } x+5 > 0 \text{이므로 } x > -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+5) > \log_{\frac{1}{2}} 12 \text{에서}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)(x+5) > \log_{\frac{1}{2}} 12$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+5) > \log_{\frac{1}{2}} 12$$

밑이 1보다 작은 양수이므로 $x^2+6x+5 < 12$

$$x^2+6x-7 < 0, (x+7)(x-1) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } -1 < x < 1$$

$$35) 1 < x < 9$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x^2+8x-9 = (x+9)(x-1) > 0 \text{이고 } x+3 > 0 \text{이므로 } x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{0.5^2}(x^2+8x-9) > \log_{0.5}(x+3) \text{에서}$$

양변의 밑을 0.5로 바꾸면

$$\frac{1}{2} \log_{0.5}(x^2+8x-9) > \log_{0.5}(x+3)$$

$$\log_{0.5}(x^2+8x-9) > 2 \log_{0.5}(x+3)$$

$$\log_{0.5}(x^2+8x-9) > \log_{0.5}(x+3)^2$$

밑이 1보다 작은 양수이므로

$$x^2+8x-9 < (x+3)^2$$

$$x^2+8x-9 < x^2+6x+9$$

$$2x < 18 \quad \therefore x < 9 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } 1 < x < 9$$

$$36) -2 < x < -1 \text{ 또는 } 2 < x < 3$$

$$\Rightarrow \log_2(x^2-x-2) < 2, \text{ 즉 } \log_2(x^2-x-2) < \log_2 2^2$$

에서 밑이 1보다 크므로

$$x^2-x-2 < 4, x^2-x-6 < 0$$

$$(x+2)(x-3) < 0 \quad \therefore -2 < x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x^2-x-2 > 0, (x+1)(x-2) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{에서 } -2 < x < -1 \text{ 또는 } 2 < x < 3$$

$$37) -\frac{7}{4} < x < 2$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } 2-x > 0 \text{이고 } x+3 > 0 \text{이므로 } -3 < x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_3(2-x) < \log_3(x+3)+1 \text{에서}$$

$$\log_3(2-x) < \log_3 3(x+3)$$

밑이 1보다 크므로

$$2-x < 3x+9 \quad \therefore x > -\frac{7}{4} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } -\frac{7}{4} < x < 2$$

$$38) \frac{5}{2} < x < 3$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x-1 > 0 \text{이고 } 3-x > 0 \text{이므로 } 1 < x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_3(x-1) - \log_3(3-x) - 1 > 0 \text{에서}$$

$$\log_3(x-1) > \log_3(3-x)+1$$

$$\log_3(x-1) > \log_3 3(3-x)$$

밑이 1보다 크므로 $x-1 > 9-3x$

$$\therefore x > \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{9} \text{의 공통 범위를 구하면 } \frac{5}{2} < x < 3$$

$$39) 1 < x < \log_2 11$$

$$\Rightarrow t=2^x \text{라 하면 } t > 0 \text{이고 진수조건으로}$$

$$(t+5)(t-2) > 0 \quad \therefore t > 2 \Rightarrow x > 1$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{2^{2x}+3 \cdot 2^x-10} > \log_{\frac{1}{3}}(2^x+1) \text{에서}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{t^2+3t-10} > \log_{\frac{1}{3}} (t+1)$$

밑이 1보다 작으므로

$$t^2+3t-10 < (t+1)^2$$

$$t^2+3t-10 < t^2+2t+1$$

$$\therefore t < 11 \Rightarrow 2^x < 11 \quad \therefore x < \log_2 11$$

따라서 만족하는 x 값의 범위는 $1 < x < \log_2 11$ 이다.

$$40) 0 < x \leq \frac{1}{8} \text{ 또는 } x \geq 2$$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$\log_2 x = t$ 로 치환하면 주어진 부등식은

$$t^2+2t-3 \geq 0 \text{에서 } (t+3)(t-1) \geq 0$$

$$\therefore t \leq -3 \text{ 또는 } t \geq 1$$

$$\text{즉, } \log_2 x \leq \log_2 2^{-3} \text{ 또는 } \log_2 x \geq \log_2 2$$

밑이 1보다 크므로

$$x \leq \frac{1}{8} \text{ 또는 } x \geq 2 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$0 < x \leq \frac{1}{8} \text{ 또는 } x \geq 2$$

$$41) \frac{1}{4} < x < 2$$

$\Rightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 < 0$ 에서 $\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$t^2+t-2 < 0, (t+2)(t-1) < 0$$

$$\therefore -2 < t < 1$$

$$\text{즉, } \log_2 2^{-2} < \log_2 x < \log_2 2^1 \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } \frac{1}{4} < x < 2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{1}{4} < x < 2$$

$$42) \frac{1}{16} \leq x \leq 2$$

$\Rightarrow (\log_4 x^2)(\log_2 8x) \leq 4$ 에서

$$\log_2 x(\log_2 8 + \log_2 x) \leq 4, \log_2 x(3 + \log_2 x) \leq 4$$

$$\therefore (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 4 \leq 0$$

$\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$t^2+3t-4 \leq 0, (t+4)(t-1) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq t \leq 1$$

$$\text{즉, } \log_2 2^{-4} \leq \log_2 x \leq \log_2 2 \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } \frac{1}{16} \leq x \leq 2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{1}{16} \leq x \leq 2$$

$$43) 0 < x < 2 \text{ 또는 } x > 4$$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$\log_{0.5} x = t$ 로 치환하면 주어진 부등식은

$$t^2+3t+2 > 0 \text{에서 } (t+2)(t+1) > 0$$

$$\therefore t < -2 \text{ 또는 } t > -1$$

$$\text{즉, } \log_{0.5} x < \log_{0.5} 0.5^{-2} \text{ 또는}$$

$$\log_{0.5} x > \log_{0.5} 0.5^{-1}$$

밑이 1보다 작은 양수이므로

$$x > 0.5^{-2} \text{ 또는 } x < 0.5^{-1}$$

$$\text{즉, } x > 4 \text{ 또는 } x < 2 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$0 < x < 2 \text{ 또는 } x > 4$$

$$44) \frac{1}{9} < x < 27$$

$\Rightarrow (\log_{\frac{1}{3}} 9x)(\log_3 \frac{x}{27}) > 0$ 에서

$$-(\log_3 9 + \log_3 x)(\log_3 x - \log_3 27) > 0$$

$$\therefore (\log_3 x + 2)(\log_3 x - 3) < 0$$

$\log_3 x = t$ 로 놓으면

$$(t+2)(t-3) < 0 \quad \therefore -2 < t < 3$$

$$\text{즉, } \log_3 3^{-2} < \log_3 x < \log_3 3^3 \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } \frac{1}{9} < x < 27 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{1}{9} < x < 27$$

$$45) \frac{1}{81} < x < 9$$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$$(\log_3 27x)(\log_3 \frac{x}{3}) < 5 \text{에서}$$

$$(3 + \log_3 x)(-1 + \log_3 x) < 5$$

$$(\log_3 x)^2 + 2\log_3 x - 8 < 0$$

$\log_3 x = t$ 로 치환하면

$$t^2+2t-8 < 0$$

$$(t+4)(t-2) < 0 \quad \therefore -4 < t < 2$$

$$\text{즉, } \log_3 3^{-4} < \log_3 x < \log_3 3^2$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } \frac{1}{81} < x < 9 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 } \frac{1}{81} < x < 9$$

$$46) 0 < x < 1 \text{ 또는 } x > 4$$

\Rightarrow 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$$(\log_{\frac{1}{2}} x)(\log_2 \frac{x}{4}) < 0 \text{에서}$$

$$-\log_2 x(\log_2 x - 2) < 0$$

$$\log_2 x(\log_2 x - 2) > 0$$

$\log_2 x = t$ 로 치환하면

$$t(t-2) > 0 \quad \therefore t < 0 \text{ 또는 } t > 2$$

$$\text{즉, } \log_2 x < \log_2 2^0 \text{ 또는 } \log_2 x > \log_2 2^2$$

밑이 1보다 크므로

$$x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$0 < x < 1 \text{ 또는 } x > 4$$

$$47) 0 < x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 100$$

$$\Rightarrow (\log x)^2 - \log x^2 \geq 0, \text{ 즉}$$

$$(\log x)^2 - 2 \log x \geq 0 \text{에서 } \log x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 2t \geq 0, t(t-2) \geq 0$$

$$\therefore t \leq 0 \text{ 또는 } t \geq 2$$

$$\text{즉, } \log x \leq \log 1 \text{ 또는 } \log x \geq \log 10^2 \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 100 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{이때, 진수의 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 0 < x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 100$$

$$48) 0 < x < \frac{1}{4} \text{ 또는 } x > 8$$

$$\Rightarrow (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 > 6 - \log_{\frac{1}{2}} x, \text{ 즉}$$

$$(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x - 6 > 0 \text{에서}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 + t - 6 > 0, (t+3)(t-2) > 0$$

$$\text{즉, } \log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \text{ 또는}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{이고}$$

$$\text{밑이 1보다 작으므로 } x > 8 \text{ 또는 } x < \frac{1}{4} \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{이때, 진수의 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 0 < x < \frac{1}{4} \text{ 또는 } x > 8$$

$$49) \frac{1}{3} < x < 9$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\log_3 x = t \text{로 치환하면 주어진 부등식은}$$

$$t^2 - t - 2 < 0 \text{에서 } (t+1)(t-2) < 0$$

$$\therefore -1 < t < 2$$

$$\text{즉, } \log_3 3^{-1} < \log_3 x < \log_3 3^2$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } \frac{1}{3} < x < 9 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{의 공통 범위를 구하면 } \frac{1}{3} < x < 9$$

$$50) \frac{1}{8} \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow x^{\frac{\log_1 x}{2}} \geq \frac{x^2}{8} \text{의 양변에 밑이 } \frac{1}{2} \text{인 로그를 취하면}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x^{\frac{\log_1 x}{2}} \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{8}$$

$$(\log_{\frac{1}{2}} x)(\log_{\frac{1}{2}} x) \leq \log_{\frac{1}{2}} x^2 - \log_{\frac{1}{2}} 8$$

$$\therefore (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - 2 \log_{\frac{1}{2}} x - 3 \leq 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 2t - 3 \leq 0, (t+1)(t-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq t \leq 3$$

$$\text{즉, } \log_{\frac{1}{2}} 2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 작으므로 } \frac{1}{8} \leq x \leq 2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{이때, 진수의 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{1}{8} \leq x \leq 2$$

$$51) \frac{1}{9} < x < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{\log_1 x}{3}} > 9x^3 \text{의 양변에 밑이 } \frac{1}{3} \text{인 로그를 취하면}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} x^{\frac{\log_1 x}{3}} < \log_{\frac{1}{3}} 9x^3$$

$$(\log_{\frac{1}{3}} x)(\log_{\frac{1}{3}} x) < \log_{\frac{1}{3}} 9 + \log_{\frac{1}{3}} x^3$$

$$\therefore (\log_{\frac{1}{3}} x)^2 - 3 \log_{\frac{1}{3}} x + 2 < 0$$

$$\log_{\frac{1}{3}} x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 3t + 2 < 0, (t-1)(t-2) < 0$$

$$\therefore 1 < t < 2$$

$$\text{즉, } \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} < \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 작으므로 } \frac{1}{9} < x < \frac{1}{3} \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{이때, 진수의 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{1}{9} < x < \frac{1}{3}$$

$$52) 0 < x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 32$$

$$\Rightarrow x^{\frac{\log_2 x}{6}} \geq \frac{x^6}{32} \text{의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면}$$

$$\log_2 x^{\frac{\log_2 x}{6}} \geq \log_2 \frac{x^6}{32},$$

$$(\log_2 x)(\log_2 x) \geq \log_2 x^6 - \log_2 32$$

$$\therefore (\log_2 x)^2 - 6 \log_2 x + 5 \geq 0$$

$$\log_2 x = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 - 6t + 5 \geq 0, (t-1)(t-5) \geq 0$$

$$\therefore t \leq 1 \text{ 또는 } t \geq 5$$

$$\text{즉, } \log_2 x \leq \log_2 2 \text{ 또는 } \log_2 x \geq \log_2 32 \text{에서}$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 32 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{이때, 진수의 조건에서 } x > 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 0 < x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 32$$

$$53) \frac{1}{27} < x < 3$$

⇒ 진수 조건에서 $x > 0$ ㉠

$x^{\frac{\log_1 x}{3}} > \frac{x^2}{27}$ 의 양변에 밑이 $\frac{1}{3}$ 인 로그를 취하면

$$\log_{\frac{1}{3}} x^{\frac{\log_1 x}{3}} < \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2}{27} \text{에서}$$

$$\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2 < 2 \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$\log_{\frac{1}{3}} x = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t+1)(t-3) < 0 \quad \therefore -1 < t < 3$$

$$\text{즉, } \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} < \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

밑이 1보다 작은 양수이므로 $\frac{1}{27} < x < 3$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{27} < x < 3$

$$54) \frac{1}{2} \leq x \leq 8$$

⇒ 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$$\log_2 x^{\log_2 x} \leq \log_2 8x^2$$

$$(\log_2 x)(\log_2 x) \leq \log_2 8 + \log_2 x^2$$

$$(\log_2 x)^2 \leq 3 + 2 \log_2 x$$

$$\therefore (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x - 3 \leq 0$$

$\log_2 x = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 2t - 3 \leq 0, (t+1)(t-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq t \leq 3$$

$$\text{즉, } \log_2 \frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq \log_2 8 \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ ㉢

진수의 조건에서 $x > 0$ ㉣

㉢, ㉣에서 $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$

$$55) 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 또는 } x > 4$$

⇒ 진수 조건에서 $x > 0$ ㉤

$x^{\log_2 x} > 4x$ 의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$$\log_2 x^{\log_2 x} > \log_2 4x \text{에서}$$

$$(\log_2 x)^2 > \log_2 x + 2$$

$$\log_2 x = t \text{로 치환하면 } t^2 - t - 2 > 0$$

$$(t+1)(t-2) > 0 \quad \therefore t < -1 \text{ 또는 } t > 2$$

$$\text{즉, } \log_2 x < \log_2 2^{-1} \text{ 또는 } \log_2 x > \log_2 2^2$$

밑이 1보다 크므로

$$x < \frac{1}{2} \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots\dots ㉥$$

㉤, ㉥의 공통 범위를 구하면

$$0 < x < \frac{1}{2} \text{ 또는 } x > 4$$

$$56) \frac{1}{3} < x < 3$$

⇒ $x^{\log_3 x} < 3$ 의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$$\log_3 x^{\log_3 x} < \log_3 3, (\log_3 x)(\log_3 x) < 1$$

$$\therefore (\log_3 x)^2 - 1 < 0$$

$\log_3 x = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 1 < 0, (t+1)(t-1) < 0$$

$$\therefore -1 < t < 1$$

$$\text{즉, } \log_3 \frac{1}{3} < \log_3 x < \log_3 3 \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{3} < x < 3$ ㉦

이때, 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉧

㉦, ㉧에서 $\frac{1}{3} < x < 3$

$$57) 0 < x \leq \frac{1}{4}$$

⇒ $\log_{\frac{1}{4}} (\log_{\frac{1}{2}} x) \leq -\frac{1}{2}$, 즉

$$\log_{\frac{1}{4}} (\log_{\frac{1}{2}} x) \leq \log_{\frac{1}{4}} 2 \text{에서 밑이 1보다 작으므로}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \text{에서 밑이 1보다 작으므로}$$

$$x \leq \frac{1}{4} \quad \dots\dots ㉨$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0 \text{이므로 } 0 < x < 1 \quad \dots\dots ㉩$$

㉨, ㉩에서 $0 < x \leq \frac{1}{4}$

$$58) 1 < x \leq 8$$

⇒ 진수 조건에서 $\log_2 x > 0, x > 0$ 이므로

$$x > 1 \quad \dots\dots ㉪$$

$$\log_3 (\log_2 x) \leq 1 \text{에서 } \log_3 (\log_2 x) \leq \log_3 3$$

밑이 1보다 크므로 $\log_2 x \leq 3$ 에서

$$\log_2 x \leq \log_2 2^3$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } x \leq 8 \quad \dots\dots ㉫$$

㉪, ㉫의 공통 범위를 구하면 $1 < x \leq 8$

$$59) \frac{1}{4} < x < 1$$

⇒ $\log_2 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$, 즉

$$\log_2 (\log_{\frac{1}{2}} x) < \log_2 2 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \text{에서 밑이 1보다 작으므로}$$

$$x > \frac{1}{4} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0 \text{이므로 } 0 < x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } \frac{1}{4} < x < 1$$

$$60) \frac{1}{8} < x < 1$$

$$\Rightarrow \log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1, \text{ 즉}$$

$$\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < \log_3 3 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < 3$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \text{에서 밑이 1보다 작으므로}$$

$$x > \frac{1}{8} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0 \text{이므로 } 0 < x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } \frac{1}{8} < x < 1$$

$$61) 1 < x < 81$$

$$\Rightarrow \text{진수 조건에서 } \log_3 x > 0, x > 0 \text{이므로}$$

$$x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\log_{0.5} (\log_3 x) > -2 \text{에서}$$

$$\log_{0.5} (\log_3 x) > \log_{0.5} 0.5^{-2}$$

밑이 1보다 작은 양수이므로 $\log_3 x < 4$ 에서

$$\log_3 x < \log_3 3^4$$

$$\text{밑이 1보다 크므로 } x < 81 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $1 < x < 81$

$$62) 1 < x \leq 16$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (\log_4 x) \geq -1, \text{ 즉}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (\log_4 x) \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \text{에서 밑이 1보다 작으므로}$$

$$\log_4 x \leq 2$$

$$\log_4 x \leq \log_4 16 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$x \leq 16 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_4 x > 0, x > 0 \text{이므로 } x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } 1 < x \leq 16$$

$$63) 1 < x \leq 8$$

$$\Rightarrow \log_3 (\log_2 x) \leq 1, \text{ 즉}$$

$$\log_3 (\log_2 x) \leq \log_3 3 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$\log_2 x \leq 3$$

$$\log_2 x \leq \log_2 8 \text{에서 밑이 1보다 크므로}$$

$$x \leq 8 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$\log_2 x > 0, x > 0 \text{이므로 } x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } 1 < x \leq 8$$

64) 5개

$$\Rightarrow \log_2 (5-x) + \log_2 (5+x) > 4, \text{ 즉}$$

$$\log_2 (5-x)(5+x) > \log_2 2^4 \text{에서}$$

밑이 1보다 크므로

$$(5-x)(5+x) > 16, x^2 - 9 < 0$$

$$(x+3)(x-3) < 0 \quad \therefore -3 < x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$5-x > 0, 5+x > 0 \quad \therefore -5 < x < 5 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } -3 < x < 3$$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개이다.

$$65) \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{진수조건에 의하여 } x > \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\frac{1}{2} \log_2 (8(x+1)) + \frac{1}{2} \log_2 (2x-1) < 2$$

$$\log_2 (8(x+1)) + \log_2 (2x-1) < 4$$

$$\log_2 (x+1) + 3 + \log_2 (2x-1) < 4$$

$$\log_2 (x+1) + \log_2 (2x-1) < 1$$

$$\log_2 ((x+1)(2x-1)) < \log_2 2$$

$$(x+1)(2x-1) < 2$$

$$2x^2 + x - 1 < 2$$

$$2x^2 + x - 3 < 0$$

$$(2x+3)(x-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에 의해 } \frac{1}{2} < x < 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

66) 3

$$\Rightarrow 2 \log_a (x-3) \geq \log_a (x+3), \text{ 즉}$$

$$\log_a (x-3)^2 \geq \log_a (x+3) \text{에서}$$

$0 < a < 1$ 이므로

$$(x-3)^2 \leq x+3, x^2 - 7x + 6 \leq 0$$

$$(x-1)(x-6) \leq 0 \quad \therefore 1 \leq x \leq 6 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때, 진수의 조건에서

$$x-3 > 0, x+3 > 0 \quad \therefore x > 3 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $3 < x \leq 6$ 이므로 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 는 4, 5, 6의 3개이다.

67) 25개

$$\Rightarrow f(x) = \log_3 x \text{에서}$$

$f(f(x)) = f(\log_3 x) = \log_3 (\log_3 x)$ 이므로
 $f(f(x)) < 1$ 에서 $\log_3 (\log_3 x) < 1$
 즉, $\log_3 (\log_3 x) < \log_3 3$ 에서 밑이 1보다 크므로
 $\log_3 x < 3$
 $\log_3 x < \log_3 27$ 에서 밑이 1보다 크므로
 $x < 27$ ㉠
 이때, 진수의 조건에서
 $\log_3 x > 0, x > 0$ 이므로 $x > 1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $1 < x < 27$ 이므로 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 는 2, 3, 4, ..., 26의 25개이다.

68) $0 < a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$

\Rightarrow 이차방정식 $x^2 - 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0$ 이 실근을 가지려면 주어진 이차방정식의 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

즉, $\frac{D}{4} = (1 + \log_2 a)^2 - 1 \geq 0$ 에서

$(\log_2 a)^2 + 2 \log_2 a \geq 0$ 이므로

$\log_2 a = t$ 로 놓으면

$t^2 + 2t \geq 0, t(t+2) \geq 0$

$\therefore t \leq -2$ 또는 $t \geq 0$

즉, $\log_2 a \leq \log_2 \frac{1}{4}$ 또는 $\log_2 a \geq \log_2 1$ 에서

밑이 1보다 크므로 $a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$ ㉠

이때, 진수의 조건에서 $a > 0$ ㉡

㉠, ㉡에서 $0 < a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$

69) $\frac{1}{4} < a < 1024$

\Rightarrow 이차방정식 $x^2 - x \log_2 a + 2 \log_2 a + 5 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$D = (\log_2 a)^2 - 4(2 \log_2 a + 5) < 0$

$\log_2 a = t$ 로 치환하면

$t^2 - 8t - 20 < 0$

$(t+2)(t-10) < 0$

$\therefore -2 < t < 10$

즉, $-2 < \log_2 a < 10$ 이므로

$\log_2 2^{-2} < \log_2 a < \log_2 2^{10}$

밑이 1보다 크므로 $\frac{1}{4} < a < 1024$

70) 10^{-5} 또는 10^7

\Rightarrow 이차방정식 $x^2 - (\log a + 1)x + (\log a + 9) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$D = (\log a + 1)^2 - 4(\log a + 9) = 0$

$(\log a)^2 - 2 \log a - 35 = 0$

$\log a = t$ 로 치환하면

$t^2 - 2t - 35 = 0$

$(t+5)(t-7) = 0$

$\therefore t = -5$ 또는 $t = 7$

즉, $\log a = -5$ 또는 $\log a = 7$

$\therefore a = 10^{-5}$ 또는 10^7

71) $\frac{1}{10}$ 또는 $a = 10000$

\Rightarrow 이차방정식 $x^2 + x \log a^2 + \log a^3 + 4 = 0$, 즉
 $x^2 + 2x \log a + 3 \log a + 4 = 0$ 이 중근을 가지려면
 판별식 $D = 0$ 이어야 하므로

$\frac{D}{4} = (\log a)^2 - (3 \log a + 4) = 0$

$\therefore (\log a)^2 - (3 \log a + 4) = 0$

$\therefore (\log a)^2 - 3 \log a - 4 = 0$

$\log a = t$ 로 놓으면

$t^2 - 3t - 4 = 0, (t+1)(t-4) = 0$

$\therefore t = -1$ 또는 $t = 4$

즉, $\log a = -1$ 또는 $\log a = 4$ 이므로

$a = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ 또는 $a = 10^4 = 10000$

72) 1

$\Rightarrow \log x = t$ 로 치환하자.

$t^2 - 2kt + 3 - 2k \geq 0$

부등식이 항상 성립하기 위하여

$\frac{D}{4} = k^2 - 3 + 2k \leq 0$

$(k+3)(k-1) \leq 0$

$\therefore -3 \leq k \leq 1$

따라서 k 의 최댓값은 1이다.

73) $k \geq 1$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x + k \geq 0$

이때 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면 판별식
 $1 - k \leq 0$ 을 만족해야 한다.

$\therefore k \geq 1$

74) $-12 < k < 0$

$\Rightarrow x^{\log_3 x} > (27x)^k$ 의 양변에 밑이 3인 로그를 취하면

$\log_3 x^{\log_3 x} > \log_3 (27x)^k$

$(\log_3 x)^2 > k(3 + \log_3 x)$

$\log_3 x = t$ 로 치환하면 $t^2 - kt - 3k > 0$ ㉠

양수 x 에 대하여 t 는 모든 실수이므로

모든 실수 t 에 대하여 ㉠이 성립해야 한다.

이차방정식 $t^2 - kt - 3k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$D = k^2 - 4(-3k) = k(k+12) < 0$

$\therefore -12 < k < 0$

75) 2

$\Rightarrow (\log x)^2 - k \log x + 3 - k \geq 0$ 에서

$\log x = t$ 로 치환하면

$t^2 - kt + 3 - k \geq 0$

..... ㉠

양수 x 에 대하여 t 는 모든 실수이므로 모든 실수 t 에 대하여 ㉠이 성립해야 한다.

이차방정식 $t^2 - kt + 3 - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = k^2 - 4(3 - k) \leq 0$$

$$k^2 + 4k - 12 \leq 0$$

$$(k+6)(k-2) \leq 0$$

$$\therefore -6 \leq k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

76) 5

$$\Leftrightarrow (-\log_2 x)^2 + k(2\log_2 x) + 4 \geq 0$$

$\log_2 x = t$ (t 는 모든 실수)로 치환하자.

$$t^2 + 2kt + 4 \geq 0$$

모든 실수 t 에 대하여 주어진 부등식이 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = k^2 - 4 \leq 0 \quad \therefore -2 \leq k \leq 2$$

따라서 정수 k 의 개수는 5개이다.

77) 120분 후

$$\Leftrightarrow 20n \text{ 분 후 박테리아의 수는 } 10 \times 3^n \text{마리이므로}$$

$$10 \times 3^n \geq 10000$$

$$3^n \geq 1000 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

㉠의 양변에 상용로그를 취하면

$$\log 3^n \geq \log 1000$$

$$n \log 3 \geq 3$$

$$\therefore n \geq \frac{3}{\log 3} = \frac{3}{0.5} = 6$$

따라서 박테리아의 수가 10000마리 이상이 되는 것은 20×6 분 후, 즉 120분 후부터이다.

78) 10년 후

$\Leftrightarrow n$ 년 후에 A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되려면

$$a \times 1.1^n \geq 2 \times (a \times 1.02^n) \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

㉠의 양변을 a 로 나누고 상용로그를 취하면

$$\log 1.1^n \geq \log (2 \times 1.02^n)$$

$$n \log 1.1 \geq \log 2 + n \log 1.02$$

$$\therefore n \geq \frac{\log 2}{\log 1.1 - \log 1.02} = \frac{0.3010}{0.0414 - 0.0086} = 9.176 \dots$$

따라서 A학교의 학생 수가 B학교의 학생 수의 2배 이상이 되는 것은 10년 후부터이다.

79) 10번

\Leftrightarrow 처음 불순물의 양을 a 라 할 때,

$$k^4 a = \frac{1}{4} a \text{이므로 } k^4 = \frac{1}{4}$$

양변에 상용로그를 취하면 $4 \log k = -\log 4$ 이므로

$$\log k = -\frac{1}{4} \log 4$$

$$\text{이때 } k^n a \leq \frac{1}{30} a \text{이라면 } k^n \leq \frac{1}{30}$$

이므로 양변에 상용로그를 취하면

$$n \log k \leq -\log 30 = -\log 3 - 1$$

$$n \left(-\frac{1}{4} \log 4 \right) = -\frac{3}{20} n \leq -1.48$$

$$n \geq \frac{20}{3} \times 1.48 = 9.866 \dots$$

따라서 최소 10번의 정수작업을 해야 한다.

80) 6개

\Leftrightarrow 차단 후 남은 물질이 0.05이하가 되는 개수를 n 이라 하면

$$\left(\frac{4}{10} \right)^n \leq \left(\frac{1}{200} \right) \text{ 양변에 상용로그를 취하면}$$

$$n(\log 4 - 1) \leq -2 - \log 2$$

$$-0.4n \leq -2.3 \quad \therefore n \geq 5.75$$

따라서 필요한 방호벽의 최소개수는 6개이다.

81) 2023년

\Leftrightarrow 90조 이상 되는 해를 n 이라 하면

$$50 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^n \geq 90, \quad 5(1.1)^n \geq 9$$

양변에 상용로그를 취하면

$$\log 5 + n \log 1.1 \geq \log 9$$

$$n \log 1.1 \geq 2 \log 3 - (1 + \log 2)$$

$$n \geq 6.7777 \quad \therefore n = 7$$

따라서 처음으로 90조원이상이 되는 해는 $2016 + 7 = 2023(\text{년})$ 이다.

82) 5일

\Leftrightarrow 현재의 양을 x 라 하고 n 일 후 남아있는 물의 양

$$\text{은 } x \times \left(\frac{8}{10} \right)^n \text{이므로}$$

$$\left(\frac{8}{10} \right)^n x \leq \frac{1}{3} x, \quad \left(\frac{8}{10} \right)^n \leq \frac{1}{3}$$

양변에 상용로그를 취하면

$$n(\log 8 - 1) \leq -\log 3$$

$$n(0.9030 - 1) \leq -0.4771$$

$$\therefore n \geq \frac{0.4771}{0.0970} = 4.918 \times \times \times$$

따라서 물의 양은 최소 5일 후 현재의 $\frac{1}{3}$ 이하가 된다.