2-2.인수분해_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-03
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$ 꼴의 인수분해에 대한 문제, $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 꼴의 인수분해에 대한 문제 등이 자주 출제 되며 여러 가지 인수분해 공식을 정확하게 익히고, 주어진 식을 인수분해 하는 것뿐 만 아니라 인수분해 공식을 이용하여 수의 계산을 하거나 식의 값을 구하고, 도형 문제에도 적용할 수 있도록 학습합니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

1.
$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = a - b\sqrt{10}$$
 2 4,

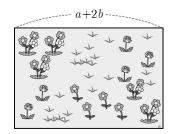
유리수 a, b에 대하여 a-b의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{3}{4}$

- 3 0
- $(4) \frac{3}{4}$
- $(5) \frac{4}{3}$

[단원 마무리]

2. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 a+2b인 직사각 형 모양의 꽃밭이 있다. 이 꽃밭의 넓이가 $3a^2+ab-10b^2$ 일 때, 꽃밭의 둘레의 길이는?



- ① 6a 8b
- ② 6a + 8b
- 38a-6b
- 4 8a + 6b
- $\bigcirc -8a + 6b$

[단원 마무리]

- **3.** $16x^2 + (5k-2)x + 144$ 가 완전제곱식이 될 때, 가능한 k의 값의 합은?
 - $\bigcirc -\frac{4}{5}$
- $\bigcirc -\frac{2}{5}$

- 3 4
- $4\frac{4}{5}$

[단원 마무리]

- **4.** -1 < x < 0일 때, $\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 4} + \sqrt{\left(x \frac{1}{x}\right)^2 + 4}$ 를 간단히 하시오.
 - $\bigcirc \frac{2}{x}$
- $\bigcirc 2x$
- 3 0
- \bigcirc -2x
- $(5) \frac{2}{x}$

[중단원 학습 점검]

- **5.** 다음 중 다항식 2x(x-1)(x+2)의 인수가 <u>아닌</u> 것은?
 - \bigcirc x
- ② $x^2 x$
- $3 2x^2 + 2x$
- (x-1)(x+2)
- (5) 2x+4

[중단원 학습 점검]

- **6.** 2x(3a-b)-2y(b-3a)를 인수분해 하면?
 - (1) (6a-2b)(x-y)
- ② (3a-b)(2x-2y)
- (3a-b)(2x+2y)
- $(4) \ 2(3a-b)(x+y)$
- (5) 2(3a-b)(x-y)

[단원 마무리]

7. 다음 세 이차식이 x의 계수가 자연수인 일차식을 공통인 인수로 가질 때, 상수 a의 값은?

$2x^2-3x-2$, $3x^2-12$, $2x^2-x+a-2$
--

- $\bigcirc -4$
- $\bigcirc -2$

3 0

4

⑤ 6

[중단원 학습 점검]

- **8.** $x^2 + Ax + 24$ 이 (x+a)(x+b)로 인수분해될 때, 다음 중 상수 A가 될 수 <u>없는</u> 것은? (단, a, b는 정수)
 - $\bigcirc -27$
- 2 25
- ③ 14
- 4 11
- (5) 10

[중단원 학습 점검]

9. 〈보기〉에서 설명 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 이차식 $x^2 14x + a$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상 수 a값은 49이다.
- ㄴ. 다항식 $18x^2 + 60xy + 50y^2$ 은 완전제곱식이 될 수 없 다.
- \Box . 이차식 $4x^2 + (b-2)x + 25$ 가 완전제곱식이 될 상수 b값은 ± 22 이다.
- ① ¬
- ② ¬. L
- ③ 7. □
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ ᄀ, ㄴ, ⊏

[단원 마무리]

- 10. x에 대한 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수분해 하는데 하나는 x의 계수를 잘못 보고 (x+4)(x-2)로 인수분해하였고, 두리는 상수항을 잘못 보고 (x-3)(x+8)로 인수분해 하였다고 할 때, $x^2 + Bx 4A$ 를 바르게 인수분해 하면?
 - ① (x+10)(x-2)
- ② (x-4)(x+5)
- (x+4)(x-5)
- (x-10)(x+2)
- ⑤ (x+3)(x-8)

[단원 마무리]

- **11.** $2\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a^2-6ab+8b^2$ 의 값은?
 - ① $124-88\sqrt{2}$
- ② $62-44\sqrt{2}$
- $3124-44\sqrt{2}$
- (4) $62 88\sqrt{2}$
- $\boxed{5}$ $31-22\sqrt{2}$

[중단원 학습 점검]

- **12.** 인수분해 공식을 이용하여 $\frac{2025 \times 2020}{2025^2 25}$ 를 계산한 값은?
 - ① $\frac{406}{405}$
- $2 \frac{405}{406}$
- 3 1
- $\underbrace{4} \frac{2023}{2025}$
- **⑤** 2024

[단원 마무리]

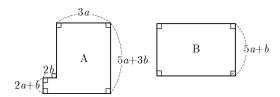
- 13. 한 변의 길이가 각각 x cm, y cm인 두 정사각형이 있다. 두 정사각형의 둘레의 길이 합이 64 cm^2 , 넓이의 차가 128 cm^2 일 때, 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는?
 - ① 8 cm
- ② 16 cm
- ③ 24 cm
- 4 28 cm
- ⑤ 32 cm

[중단원 학습 점검]

- **14.** $2a+b=\frac{3}{2}$, $2a-b=\frac{1}{3}$ 일 때, $-8a^2+2b^2$ 의 값은?
 - $\bigcirc -7$
- (3) 3
- \bigcirc -1
- **⑤** 1

[중단원 학습 점검]

15. 두 도형 A와 B의 넓이가 같을 때, 도형 B의 가 로의 길이를 구하면?



- ① 3a-2b
- ② 3a+2b
- 4a+b
- ⑤ 2a+3b

9

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설]
$$\begin{split} &\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = a - b\sqrt{10} \\ &= \frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)} \\ &= \frac{\left\{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right\}\left\{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right) - \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\right\}}{5-2} \\ &= \frac{2\sqrt{5}\times2\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{10}\,\text{에서} \\ &a = 0, \ b = -\frac{4}{3}\,\text{이므로} \ a - b = \frac{4}{3}\,\text{이다}. \end{split}$$

2) [정답] ③

[해설]
$$3a^2 + ab - 10b^2 = (3a - 5b)(a + 2b)$$

이므로 꽃밭의 세로의 길이는 $3a - 5b$ 이다.
따라서 꽃밭의 둘레의 길이는 $2\{(a+2b)+(3a-5b)\}=2(4a-3b)=8a-6b$

3) [정답] ④

[해설] $16x^2 + (5k-2)x + 144$ 이 완전제곱식이 되므로 $(4x\pm12)^2$ 와 같다. 이를 전개하면 $16x^2\pm96x + 144$ 이므로 $5k-2=\pm96$ 이다. 5k=98 또는 5k=-94 $k=\frac{98}{5}$ 또는 $k=-\frac{94}{5}$ 에서 k값의 합은 $\frac{98}{5}+\left(-\frac{94}{5}\right)=\frac{4}{5}$ 이다.

4) [정답] ⑤

[해설]
$$-1 < x < 0$$
일 때, $\frac{1}{x} < -1$ 이므로
$$x + \frac{1}{x} < 0, x - \frac{1}{x} > 0$$
이다.
$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4}$$
$$= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$$
$$= \left|x - \frac{1}{x}\right| + \left|x + \frac{1}{x}\right|$$
$$= \left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(-x - \frac{1}{x}\right) = -\frac{2}{x}$$

5) [정답] ③

[해설] ②
$$x^2 - x = x(x-1)$$

③ $2x^2 + 2x = 2x(x+1)$
⑤ $2x + 4 = 2(x+2)$

6) [정답] ④

[해설]
$$2x(3a-b)-2y(b-3a)$$

= $2x(3a-b)+2y(3a-b)$

$$=2(3a-b)(x+y)$$

7) [정답] ①

[해설] 세 이차식

$$2x^2-3x-2$$
, $3x^2-12$, $2x^2-x+a-2$ 을 인수분해하여 공통인 인수를 구하면 $2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2)$, $3x^2-12=3(x+2)(x-2)$ 에서 공통인수는 $x-2$ 이다. 이를 이용하여 $2x^2-x+a-2$ 를 인수분해하면 $(x-2)(2x+3)$ 이다. 이를 전개하면 $2x^2-x-6=2x^2-x+a-2$ 이다. 그러므로 $a=-4$ 이다.

8) [정답] ①

[해설]
$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

 $= x^2 + Ax + 24$
이므로 $a+b=A$, $ab=24$
곱이 24인 정수의 조합은
 $(\pm 1, \pm 24), (\pm 2, \pm 12), (\pm 3, \pm 8), (\pm 4, \pm 6)$
뿐이다.
그러므로 가능한 $a+b$ 의 값은 $\pm 25, \pm 14, \pm 11, \pm 10$ 이다.

9) [정답] ①

[해설] ㄱ.
$$x^2-14x+a$$
가 완전제곱식이 되려면
$$a=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=49$$
 ㄴ. $18x^2+60xy+50y^2=2(9x^2+30xy+25y^2)$
$$=2(3x+5y)^2$$
 ㄷ. $4x^2+(b-2)x+25=(2x\pm5)^2$ 이므로 $b-2=\pm20$ ∴ $b=22$ 또는 $b=-18$

10) [정답] ④

[해설] 하나가 인수분해한 식 (x+4)(x-2)를 전개하면 $(x+4)(x-2)=x^2+2x-8$ 이고, 하나는 x의 계수를 잘못 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -8이다. 두리가 인수분해한 식 (x-3)(x+8)을 전개하면 $(x-3)(x+8)=x^2+5x-24$ 이고, 두리는 상수항을 잘못 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 +5이다. 따라서 처음 이차식은 x^2+5x-8 이므로 $A=5,\ B=-8$ 이다. $x^2+Bx-4A=x^2-8x-20$ 을 인수분해하면 (x-10)(x+2)이다.

11) [정답] ①

[해설] $2 < 2\sqrt{2} = \sqrt{8} < 3$ 이므로 a = 2, $b = 2\sqrt{2} - 2$ 이다. 그러므로 $a^2 - 6ab + 8b^2$ 의 값은 (a-2b)(a-4b)이다.

$$(2-4\sqrt{2}+4)(2-8\sqrt{2}+8)$$

$$=(6-4\sqrt{2})(10-8\sqrt{2})$$

$$=4(3-2\sqrt{2})(5-4\sqrt{2})$$

$$=4(15-22\sqrt{2}+16)=4(31-22\sqrt{2})$$

$$=124-88\sqrt{2}$$
이다.

12) [정답] ②

[해설]
$$\frac{2025 \times 2020}{2025^2 - 25}$$

$$=\frac{2025(2025-5)}{(2025-5)(2025+5)}$$
에서

2025을 *A*로 치환하면

$$= \frac{A(A-5)}{(A-5)(A+5)} = \frac{A}{(A+5)} \circ | \text{CF}.$$

A를 환원하면

$$\frac{2025}{2030} = \frac{405}{406}$$
이다.

13) [정답] ⑤

[해설] 한 변의 길이가 각각 x cm, y cm인 두 정사각 형의 둘레의 길이 합이 64 cm^2 , 넓이의 차가

128 cm²이므로

$$4x+4y=64$$
, $x^2-y^2=128$

$$x+y=16$$
, $(x-y)(x+y)=128$ 이므로

$$x-y=8$$
이다.

그러므로 두 정사각형의 둘레의 길이의 차인

4x-4y의 값은 32cm이다.

14) [정답] ④

[해설]
$$2a+b=\frac{3}{2}$$
, $2a-b=\frac{1}{3}$ 이므로

$$-8a^2 + 2b^2 = -2(4a^2 - b^2) = -2(2a + b)(2a - b) \supseteq$$

값은
$$-2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = -1$$
 이다.

15) [정답] ②

[해설] 도형 A의 넓이는

$$(3a+2b)(5a+3b)-2b\{(5a+3b)-(2a+b)\}$$

$$=(3a+2b)(5a+3b)-2b(3a+2b)$$

$$=(3a+2b)(5a+b)$$

이때 두 도형 A와 B의 넓이는 같으므로 도형 B

의 가로의 길이를 x라 하면

$$(3a+2b)(5a+b) = x(5a+b)$$

$$\therefore x = 3a + 2b$$