01 전개식을 이용한 다항식의 곱셈

1. 다항식의 곱셈

다항식의 곱셈은 분배법칙과 지수법칙을 이용하여 식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.

$$(x+y)(a+b+c)=\underset{①}{ax}+\underset{②}{bx}+\underset{③}{cx}+\underset{④}{ay}+\underset{⑤}{by}+\underset{⑥}{cy}$$

2. 다항식의 곱셈에 대한 성질

(1) 교환법칙: $AB=BA$

(2) 결합법칙: $(AB)C=A(BC)$

(3) 분배법칙: $A(B+C)=AB+AC$,
$(A+B)C=AC+BC$

◪ 다음 식을 전개하여라.

1. $ab^2(a-2ab+b^2)$

2. $a(b^2-3ab-b)$

3. $ab(a^2-b-b^2)$

4. $ab(b^3-3a^2b+2b^2)$

5. $(a+2b)(2a-b)$

6. $(3a+2b)(a-3ab+2b)$

7. $(a+2b)(a^2+ab-b^2)$

8. $(a-2b)(a^2-ab-3b^2)$

9. $(1-a+b)(a+b+1)-(b+2)^2$

10. $(x-1)(x^2+2x-1)$

11. $(x-2)(3x^2+x+1)$

12. $(2x+1)(x^2-x-2)$

13. $(x-2xy-y)(x-y)$

14. $(4x^2-x-2)(x-1)$

15. $(x^2-2xy-y^2)(x-y)$

16. $(x^2+2)(x^2-3x-5)$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

17. $(x^2-2xy+3y)(x-y)$

18. $(2x^2-x+1)(3x-1)$

19. $(2x^2+xy-y^2)(x-2y)$

20. $(x^2+3)(x^2-2x-4)$

◪ 다음을 구하여라.

21. $(x+y-5)(2x-y+3)$의 전개식에서 xy의 계수

22. $(x-2y)(3x^2-4xy+y^2)$의 전개식에서 x^2y의 계수

23. $(3x^2-x+2)^2$의 전개식에서 x^2의 계수

24. $(x^3+3x^2-x+4)(-2x^2+2x-5)$를 전개한 식에서 x^3의 계수

25. $(1+x+x^2+x^3)^2$을 전개한 식에서 x^2의 계수

26. $(x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3)(x-y)$의 전개식에서 x^3y의 계수

27. $(x-2y)^3(x+y)$를 전개한 식에서 x^3y의 계수

02 곱셈공식(01) - 중등과정

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(3) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(4) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

◪ 곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하여라.

28. $(x-3)^2$

29. $(x-5)^2$

30. $(x+3)^2$

31. $(x+2)^2$

32. $(2x+1)^2$

33. $(2x-1)^2$

34. $(2x+3)^2$

35. $(3x+2)^2$

36. $(3x-4)^2$

37. $(4x-1)^2$

38. $(x+4y)^2$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

39. $\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2$

40. $\left(4x-\frac{2}{3}y\right)^2$

41. $(x-3y)^2$

42. $(2x-3y)^2$

43. $\left(2x+\frac{1}{4}y\right)^2$

44. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

45. $\left(x+\frac{3}{2}y\right)^2$

46. $\left(\frac{1}{2}x+3y\right)^2$

47. $(a-b)^2-(a+b)^2$

48. $(4x-y)^2-(x+2y)^2$

◪ **다음 식을 전개하여라.**

49. $(3x+y)(-3x+y)$

50. $(3x-2y)(3x+2y)$

51. $(x-2y)(x+2y)$

52. $(2a+3b)(2a-3b)$

53. $(x+1)(x-1)$

54. $(-2x+3y)(2x+3y)$

55. $(2a-1)(2a+1)$

56. $(2+x)(2-x)$

57. $(x+y)(x-y)$

58. $(3a+b)(3a-b)$

59. $\left(3x-\frac{1}{y}\right)\left(3x+\frac{1}{y}\right)$

60. $(a+b+c)(a+b-c)$

◪ 다음 식을 전개하여라.

61. $(2a-3b)(a+4b)$

62. $(x+3)(x-5)$

63. $(x-2y)(x+4y)$

64. $(x+6)(x-8)$

65. $(4x+3y)(2x-y)$

66. $(x-5y)(x+2y)$

67. $(4x-3y)(x+2y)$

68. $(x+1)(x+2)$

69. $(3x+2)(2x-5)$

70. $(x-2)(x+3)$

71. $(x-4)(x-5)$

72. $-(2x+1)(3x-5)$

73. $(2x+1)(3x+1)$

74. $(7x+5)(4x-3)$

75. $(2x+1)(2x-1)-(x-3)^2$

76. $(x+1)(x-2)+2x$

77. $(x-y)^2-(2x+y)(x-3y)$

78. $(x-3)^2-(2x-3)(x+5)$

79. $(x+5)(x-4)+(2x+3)(4x-5)$

80. $(x+2)(x-4)(x+5)$

81. $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$

82. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

정답 및 해설

1) $a^2b^2-2a^2b^3+ab^4$

2) ab^2-3a^2b-ab

⇨ $a(b^2-3ab-b)=ab^2-3a^2b-ab$

3) $a^3b-ab^2-ab^3$

⇨ $ab(a^2-b-b^2)=a^3b-ab^2-ab^3$

4) $ab^4-3a^3b^2+2ab^3$

5) $2a^2+3ab-2b^2$

⇨ $(a+2b)(2a-b)=2a^2-ab+4ab-2b^2$
$=2a^2+3ab-2b^2$

6) $3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$

⇨ $(3a+2b)(a-3ab+2b)$
$=3a^2-9a^2b+6ab+2ab-6ab^2+4b^2$
$=3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$

7) $a^3+3a^2b+ab^2-2b^3$

⇨ $(a+2b)(a^2+ab-b^2)$
$=a^3+a^2b-ab^2+2a^2b+2ab^2-2b^3$
$=a^3+3a^2b+ab^2-2b^3$

8) $a^3-3a^2b-ab^2+6b^3$

⇨ $(a-2b)(a^2-ab-3b^2)$
$=a^3-a^2b-3ab^2-2a^2b+2ab^2+6b^3$
$=a^3-3a^2b-ab^2+6b^3$

9) $-a^2-2b-3$

⇨ $(1-a+b)(a+b+1)-(b+2)^2$
$=\{(1+b)-a\}\{(1+b)+a\}-(b+2)^2$
$=(1+b)^2-a^2-(b+2)^2$
$=b^2+2b+1-a^2-b^2-4b-4$
$=-a^2-2b-3$

10) x^3+x^2-3x+1

⇨ $(x-1)(x^2+2x-1)=x^3+2x^2-x-x^2-2x+1$
$=x^3+x^2-3x+1$

11) $3x^3-5x^2-x-2$

⇨ $(x-2)(3x^2+x+1)$
$=3x^3+x^2+x-6x^2-2x-2$
$=3x^3-5x^2-x-2$

12) $2x^3-x^2-5x-2$

⇨ $(2x+1)(x^2-x-2)=2x^3-2x^2-4x+x^2-x-2$
$=2x^3-x^2-5x-2$

13) $x^2-2x^2y-2xy+2xy^2+y^2$

⇨ $(x-2xy-y)(x-y)=x^2-xy-2x^2y+2xy^2-xy+y^2$
$=x^2-2x^2y-2xy+2xy^2+y^2$

14) $4x^3-5x^2-x+2$

⇨ $(4x^2-x-2)(x-1)=4x^3-4x^2-x^2+x-2x+2$
$=4x^3-5x^2-x+2$

15) $x^3-3x^2y+xy^2+y^3$

⇨ $(x^2-2xy-y^2)(x-y)$
$=x^3-x^2y-2x^2y+2xy^2-xy^2+y^3$
$=x^3-3x^2y+xy^2+y^3$

16) $x^4-3x^3-3x^2-6x-10$

⇨ $(x^2+2)(x^2-3x-5)=x^4-3x^3-5x^2+2x^2-6x-10$
$=x^4-3x^3-3x^2-6x-10$

17) $x^3-3x^2y+2xy^2+3xy-3y^2$

⇨ $(x^2-2xy+3y)(x-y)$
$=x^3-x^2y-2x^2y+2xy^2+3xy-3y^2$
$=x^3-3x^2y+2xy^2+3xy-3y^2$

18) $6x^3-5x^2+4x-1$

⇨ $(2x^2-x+1)(3x-1)=6x^3-2x^2-3x^2+x+3x-1$
$=6x^3-5x^2+4x-1$

19) $2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$

⇨ $(2x^2+xy-y^2)(x-2y)$
$=2x^3-4x^2y+x^2y-2xy^2-xy^2+2y^3$
$=2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$

20) $x^4-2x^3-x^2-6x-12$

⇨ $(x^2+3)(x^2-2x-4)=x^4-2x^3-4x^2+3x^2-6x-12$
$=x^4-2x^3-x^2-6x-12$

21) 1

⇨ $(x+y-5)(2x-y+3)$의 전개식에서
xy항은 $-xy+2xy=xy$
따라서 xy의 계수는 1

22) -10

⇨ $(x-2y)(3x^2-4xy+y^2)$의 전개식에서
x^2y항은 $-4x^2y-6x^2y=-10x^2y$
따라서 x^2y의 계수는 -10

23) 13

⇨ $(3x^2-x+2)^2=(3x^2-x+2)(3x^2-x+2)$의 전개식에서 x^2항은 $6x^2+x^2+6x^2=13x^2$
따라서 x^2의 계수는 13

24) 3

⇨ $(x^3+3x^2-x+4)(-2x^2+2x-5)$의 전개식에서 x^3항은 $-5x^3+6x^3+2x^3=3x^3$
따라서 x^3의 계수는 3

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

25) 3

⇨ $(1+x+x^2+x^3)^2=(1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2+x^3)$
의 전개식에서 x^2항은 $x^2+x^2+x^2=3x^2$
따라서 x^2의 계수는 3

26) 5

⇨ $(x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3)(x-y)$의 전개식에서
x^3y항은 $-x^3y+6x^3y=5x^3y$
따라서 x^3y의 계수는 5

27) -5

⇨ $(x-2y)^3(x+y)=(x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3)(x+y)$의
전개식에서 x^3y항은 $x^3y-6x^3y=-5x^3y$
따라서 x^3y의 계수는 -5

28) x^2-6x+9

⇨ $(x-3)^2=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2$
$=x^2-6x+9$

29) $x^2-10x+25$

30) x^2+6x+9

31) x^2+4x+4

⇨ $(x+2)^2=x^2+2\cdot x\cdot 2+2^2$
$=x^2+4x+4$

32) $4x^2+4x+1$

33) $4x^2-4x+1$

34) $4x^2+12x+9$

35) $9x^2+12x+4$

⇨ $(3x+2)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2+2^2$
$=9x^2+12x+4$

36) $9x^2-24x+16$

37) $16x^2-8x+1$

⇨ $(4x-1)^2=(4x)^2-2\cdot 4x\cdot 1+1^2$
$=16x^2-8x+1$

38) $x^2+8xy+16y^2$

39) $\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$

40) $16x^2-\frac{16}{3}xy+\frac{4}{9}y^2$

41) $x^2-6xy+9y^2$

42) $4x^2-12xy+9y^2$

43) $4x^2+xy+\frac{1}{16}y^2$

44) $x^2-x+\frac{1}{4}$

45) $x^2+3xy+\frac{9}{4}y^2$

46) $\frac{1}{4}x^2+3xy+9y^2$

47) $-4ab$

48) $15x^2-12xy-3y^2$

49) $-9x^2+y^2$

⇨ $(3x+y)(-3x+y)=-(3x+y)(3x-y)$
$=-(9x^2-y^2)$
$=-9x^2+y^2$

50) $9x^2-4y^2$

51) x^2-4y^2

52) $4a^2-9b^2$

⇨ $(2a+3b)(2a-3b)=(2a)^2-(3b)^2$
$=4a^2-9b^2$

53) x^2-1

⇨ $(x+1)(x-1)=x^2-1^2=x^2-1$

54) $9y^2-4x^2$

55) $4a^2-1$

56) $4-x^2$

57) x^2-y^2

58) $9a^2-b^2$

59) $9x^2-\frac{1}{y^2}$

60) $a^2+b^2-c^2+2ab$

61) $2a^2+5ab-12b^2$

62) $x^2-2x-15$

⇨ $(x+3)(x-5)=x^2+(3-5)x+3\cdot(-5)$
$=x^2-2x-15$

63) $x^2+2xy-8y^2$

⇨ $(x-2y)(x+4y)=x^2+(-2+4)xy-8y^2$
$=x^2+2xy-8y^2$

64) $x^2-2x-48$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

⇨ $(x+6)(x-8)=x^2+(6-8)x+6\cdot(-8)$
$=x^2-2x-48$

65) $8x^2+2xy-3y^2$
⇨ $(4x+3y)(2x-y)=8x^2-4xy+6xy-3y^2$
$=8x^2+2xy-3y^2$

66) $x^2-3xy-10y^2$

67) $4x^2+5xy-6y^2$
⇨ $(4x-3y)(x+2y)=4x^2+\{4\cdot2+(-3)\cdot1\}xy-6y^2$
$=4x^2+5xy-6y^2$

68) x^2+3x+2
⇨ $(x+1)(x+2)=x^2+(1+2)x+1\cdot2$
$=x^2+3x+2$

69) $6x^2-11x-10$
⇨ $(3x+2)(2x-5)$
$=3\cdot2x^2+\{3\cdot(-5)+2\cdot2\}x+2\cdot(-5)$
$=6x^2-11x-10$

70) x^2+x-6
⇨ $(x-2)(x+3)=x^2+(-2+3)x+(-2)\cdot3$
$=x^2+x-6$

71) $x^2-9x+20$
⇨ $(x-4)(x-5)=x^2+(-4-5)x+(-4)\cdot(-5)$
$=x^2-9x+20$

72) $-6x^2+7x+5$
⇨ $-(2x+1)(3x-5)=-6x^2+7x+5$

73) $6x^2+5x+1$
⇨ $(2x+1)(3x+1)=2\cdot3x^2+(2\cdot1+1\cdot3)x+1\cdot1$
$=6x^2+5x+1$

74) $28x^2-x-15$
⇨ $(7x+5)(4x-3)=7\cdot4x^2+(-21+20)x+5\cdot(-3)$
$=28x^2-x-15$

75) $3x^2+6x-10$

76) x^2+x-2

77) $-x^2+3xy+4y^2$

78) $-x^2-13x+24$

79) $9x^2+3x-35$

80) $x^3+3x^2-18x-40$
⇨ $(x+2)(x-4)(x+5)$
$=x^3+(2-4+5)x^2+(-8-20+10)x+2\cdot(-4)\cdot5$
$=x^3+3x^2-18x-40$

81) a^8-1
⇨ $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$
$=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$
$=(a^4-1)(a^4+1)=a^8-1$

82) x^8-1

I410-ECN-0199-2017-001-000057208