

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

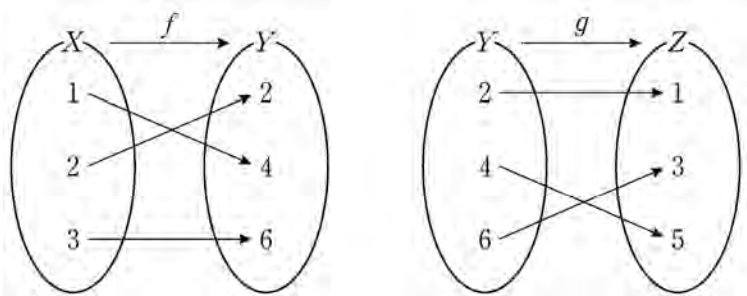
5지선다형

1.  $2 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

2. 두 집합  $A = \{2, a+1, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, b\}$ 가  $A=B$ 를 만족시킬 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이다.) [2점]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

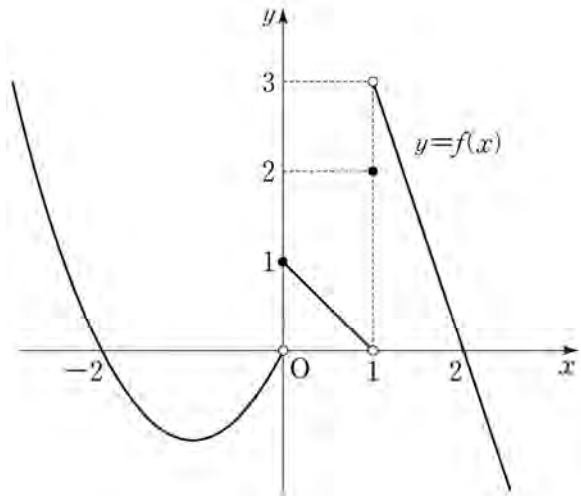
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3}{5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]
- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

4. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



- $(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : (x-1)(x-4) = 0,$$

$$q : 1 < 2x \leq a$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

7. 어느 고등학교 전체 학생 500명을 대상으로 지역 A와 지역 B에 대한 국토 문화 탐방 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

지역 A \ 지역 B	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	140	310	450
희망하지 않음	40	10	50
합계	180	320	500

이 고등학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 지역 A를 희망한 학생일 때, 이 학생이 지역 B도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{19}{45}$       ②  $\frac{23}{45}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{31}{45}$       ⑤  $\frac{7}{9}$

8. 자연수 11을 3 이상 7 이하의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 2            ② 4            ③ 6            ④ 8            ⑤ 10

9.  $\int_0^a (3x^2 - 4)dx = 0$ 을 만족시키는 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2            ②  $\frac{9}{4}$             ③  $\frac{5}{2}$             ④  $\frac{11}{4}$             ⑤ 3

10. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$             ②  $\frac{5}{12}$             ③  $\frac{1}{2}$             ④  $\frac{7}{12}$             ⑤  $\frac{2}{3}$

11. 좌표평면에서 곡선  $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 영역의 내부에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? [3점]

① 3            ② 4            ③ 5            ④ 6            ⑤ 7

12.  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수는? [3점]

① 128            ② 124            ③ 120            ④ 116            ⑤ 112

13. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

14. 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_5 + a_{13} = 3a_9, \quad \sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때,  $a_{13}$ 의 값은? [4점]

- ① 2
- ② 1
- ③ 0
- ④ -1
- ⑤ -2

15. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]
- | $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |
- ① 0.7745    ② 0.8413    ③ 0.9332    ④ 0.9772    ⑤ 0.9938

16. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여
- $$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$
- 가 성립할 때,  $\log_a b$ 의 값은? [4점]
- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

17. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	0.121	0.221	0.321	합계
$P(X=x)$	$a$	$b$	$\frac{2}{3}$	1

다음은  $E(X)=0.271$  일 때,  $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y=10X-2.21$ 이라 하자. 확률변수  $Y$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$Y$	-1	0	1	합계
$P(Y=y)$	$a$	$b$	$\frac{2}{3}$	1

$E(Y)=10E(X)-2.21=0.5$ 이므로  
 $a=\boxed{\text{가}}$ ,  $b=\boxed{\text{나}}$   
이고  $V(Y)=\frac{7}{12}$ 이다.  
한편,  $Y=10X-2.21$ 이므로  $V(Y)=\boxed{\text{다}}\times V(X)$ 이다.  
따라서  $V(X)=\frac{1}{\boxed{\text{다}}}\times\frac{7}{12}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $pqr$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{13}{9}$       ②  $\frac{16}{9}$       ③  $\frac{19}{9}$       ④  $\frac{22}{9}$       ⑤  $\frac{25}{9}$

18. 최고차항의 계수가 1이고  $f(1)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x\rightarrow 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은? [4점]

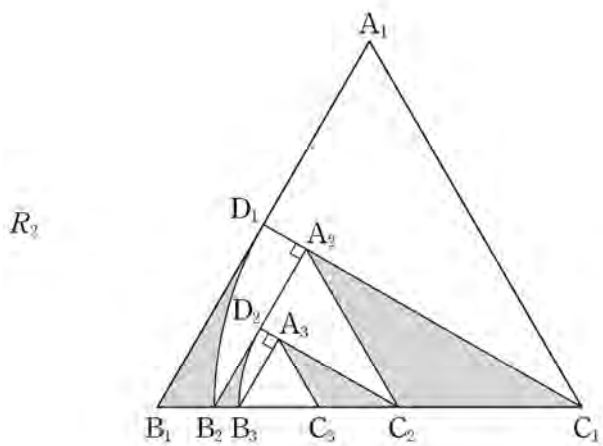
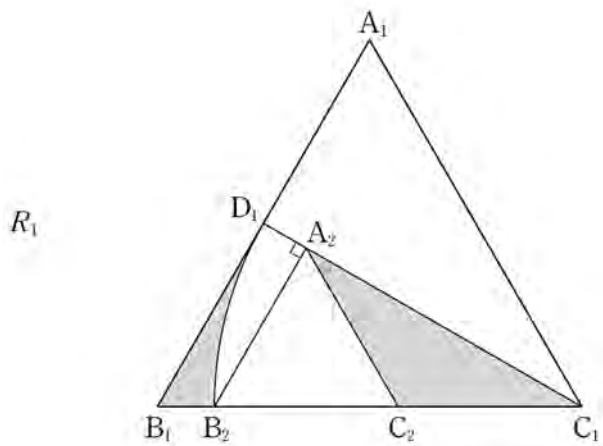
- ① 4              ② 6              ③ 8              ④ 10              ⑤ 12

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다.

선분  $A_1B_1$ 의 중점을  $D_1$ 이라 하고, 선분  $B_1C_1$  위의  $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점  $B_2$ 에 대하여 중심이  $C_1$ 인 부채꼴  $C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점  $B_2$ 에서 선분  $C_1D_1$ 에 내린 수선의 발을  $A_2$ , 선분  $C_1B_2$ 의 중점을  $C_2$ 라 하자. 두 선분  $B_1B_2$ ,  $B_1D_1$ 과 호  $D_1B_2$ 로 둘러싸인 영역과 삼각형  $C_1A_2C_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $A_2B_2$ 의 중점을  $D_2$ 라 하고, 선분  $B_2C_2$  위의  $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점  $B_3$ 에 대하여 중심이  $C_2$ 인 부채꼴  $C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점  $B_3$ 에서 선분  $C_2D_2$ 에 내린 수선의 발을  $A_3$ , 선분  $C_2B_3$ 의 중점을  $C_3$ 이라 하자. 두 선분  $B_2B_3$ ,  $B_2D_2$ 와 호  $D_2B_3$ 으로 둘러싸인 영역과 삼각형  $C_2A_3C_3$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$       ②  $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$       ③  $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$   
 ④  $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$       ⑤  $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f'(0)=0$ ,  $f'(2)=16$   
 (나) 어떤 양수  $k$ 에 대하여 두 열린 구간  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, k)$ 에서  $f'(x) < 0$ 이다.

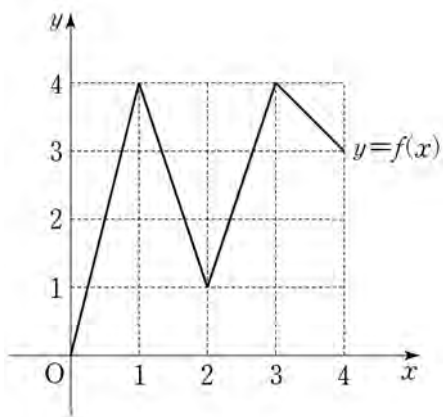
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. 방정식  $f'(x)=0$ 은 열린 구간  $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.  
 ㄷ.  $f(0)=0$ 이면, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 그림과 같이 닫힌 구간  $[0, 4]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 의 그래프는 점  $(0, 0)$ ,  $(1, 4)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(4, 3)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합  $X = \{a, b\}$ 의 개수는?  
(단,  $0 \leq a < b \leq 4$ ) [4점]

$X$ 에서  $X$ 로의 함수  $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고  
 $g(a) = f(a)$ ,  $g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

단답형

22.  ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 2x^3 + x + 1$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

24. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$

에 대하여  $n(A \cup B^C)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

25. 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 1$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 1)f(x) = a$ 이다.  $20a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

26. 곡선  $y = -2x^2 + 3x$ 와 직선  $y = x$ 로 둘러싸인 부분의

넓이가  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하십시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28,\sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 클 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 두 실수  $a$ 와  $k$ 에 대하여 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq g(x)$ 이다.

$k$ 의 최솟값이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $a+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수  $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간  $[0, \infty)$ 에서

정의된 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x < 1$ 일 때,  $g(x) = f(x)$ 이다.

(나)  $n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$$

이다. (단,  $n$ 은 자연수이다.)

어떤 자연수  $k(k \geq 6)$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x - g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열  $\{a_n\}$ 을  $a_n = \int_0^n h(x)dx$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768}$ 이다.  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.