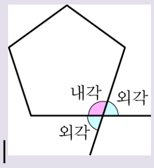
계산시 참고사항

1. 다각형과 정다각형

1) 다각형: 세 개 이상의 선분으로 둘러싸인 평면도형
2) 정다각형: 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같은 다각형
3) 내각: 다각형에서 이웃하는 두 변으로 이루어진 각
4) 외각: 다각형의 각 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃하는 변의 연장선이 이루는 각



2. 다각형의 대각선의 개수

1) 대각선: 다각형에서 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분
2) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 ⇨ $(n-3)$개
: 자기 자신과 이웃한 두 꼭짓점을 제외한 꼭짓점의 개수
3) n각형의 대각선의 총 개수 ⇨ $\frac{n(n-3)}{2}$개

참고
◉ 한 내각의 크기와 이웃하는 한 외각의 크기의 합은 180° 이다.

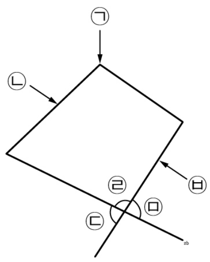
참고
◉ 대각선의 총 개수에서 한 대각선이 2번씩 겹치므로 2로 나누어준다.

◉ n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어 만들어지는 삼각형의 개수
: $(n-2)$개

다각형과 정다각형

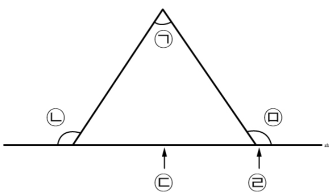
◪ 다음 다각형의 구성 요소를 모두 찾아 기호를 써라.

1.



(1) 변　　(2) 꼭짓점
(3) 내각　　(4) 외각

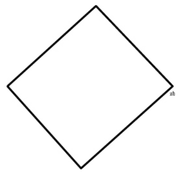
2.



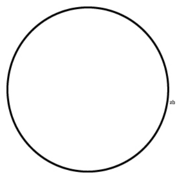
(1) 변　　(2) 꼭짓점
(3) 내각　　(4) 외각

◪ 다음 도형 중 다각형인 것에는 ○표, 아닌 것에는 ×표를 하여라.

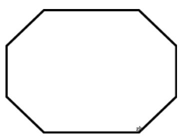
3. (　　)



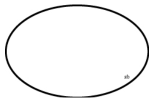
4. (　　)



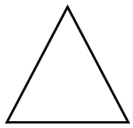
5. (　　)



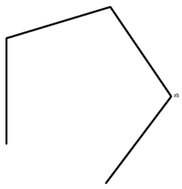
6. ( )



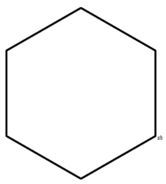
7. ( )



8. ( )



9. ( )



◪ 다각형과 정다각형에 대한 설명 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표 하여라.

10. 모든 변의 길이가 같은 다각형은 정다각형이다.
( )

11. 세 변의 길이가 같은 삼각형은 정삼각형이다.
( )

12. 정다각형의 모든 내각의 크기는 같다.
( )

13. 변의 수가 5개인 정다각형은 정오각형이다.
( )

14. 다각형의 변의 개수와 꼭짓점의 개수는 같다.
( )

15. 내각의 개수가 10개인 다각형은 십각형이다.
( )

16. 5개의 변으로 둘러싸인 다각형을 정오각형이라고 한다.
( )

17. 정다각형은 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같다.
( )

18. 정다각형은 내각의 크기와 외각의 크기가 서로 같다.
( )

◪ 다음 <보기>중에서 모든 다각형의 개수를 구하여라.

19.

<보기>

• 삼각형	• 삼각기둥	• 삼각뿔
• 삼각뿔대	• 육각형	• 정육면체
• 원	• 선분	• 사면체
• 사다리꼴	• 원기둥	• 부채꼴

20.

<보기>
부채꼴, 사각형, 정육각형, 평행사변형, 원
사면체, 오각기둥, 사다리꼴, 원뿔, 마름모

21.

<보기>

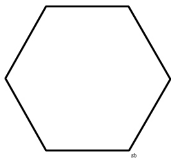
• 이등변삼각형	• 사다리꼴	• 평행사변형
• 부채꼴	• 활꼴	• 정오각형

대각선의 개수

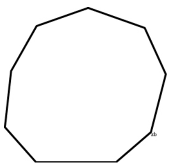
◪ 다음 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 대각선의 총 개수를 각각 구하여라.

22.

23.



24.



25. **다음 표의 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.**

	삼각형	사각형	오각형	…	n각형
꼭짓점의 개수				…	
변의 개수				…	
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수				…	
대각선의 개수				…	

26. **<보기>를 바르게 완성하여라.**

<보기>

일반적으로 n각형의 각 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $\boxed{ㄱ}$이고 이를 모두 합하면 $\boxed{ㄴ}$이다. 이때, 각각의 대각선은 양끝 꼭짓점에서 중복되어 세어지므로 실제 대각선의 총개수는 $\boxed{ㄴ}$을 $\boxed{ㄷ}$로 나눈 값이다. 십각형의 각 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $\boxed{ㄹ}$개이고, 대각선의 총개수는 $\boxed{ㅁ}$개이다.

◪ 다음 조건을 모두 만족하는 다각형은 무엇인지 말하여라.

27.

- 각 변의 길이가 모두 같다.
- 각 내각의 크기가 모두 같다.
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 8개이다.

28.

- 변의 길이가 모두 같다.
- 각의 크기가 모두 같다.
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 5개이다.

29.

- 대각선의 개수는 90개이다.
- 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같다.

30.

- 모든 변의 길이가 모두 같다.
- 모든 내각의 크기가 모두 같다.
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 9개다.

◪ 빈칸에 알맞은 다각형 또는 개수를 구하여라.

31. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : 5개
- 대각선의 총 개수 : $\square$개

32. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : $\square$개
- 대각선의 총 개수 : 5개

33. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : 8개
- 대각선의 총 개수 : $\square$개

34. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : 12개
- 대각선의 총 개수 : $\square$개

35. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : $\square$개
- 대각선의 총 개수 : 14개

36. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : 15개
- 대각선의 총 개수 : $\square$개

37. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : $\square$개
- 대각선의 총 개수 : 20개

38. $\square$각형
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 : $\square$개
- 대각선의 총 개수 : 65개

◪ 다음 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하여라.

39. 사각형

40. 육각형

41. 구각형

42. 십삼각형

43. 십칠각형

44. 이십각형

◪ 다음 다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

45. 오각형

46. 칠각형

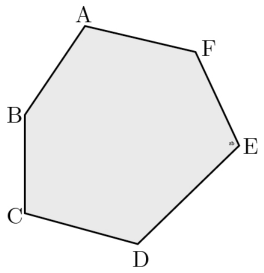
47. 팔각형

48. 십각형

49. 십오각형

50. 십팔각형

◪ 다음 그림과 같은 육각형에 대하여 다음 물음에 답하여라.



51. 점 A에서 그을 수 있는 대각선의 개수

52. 점 B에서 그을 수 있는 대각선의 개수

53. 점 C에서 그을 수 있는 대각선의 개수

◪ 대각선의 총 개수가 다음과 같은 다각형을 구하여라.

54. 2개

55. 9개

56. 20개

57. 35개

58. 44개

59. 54개

60. 90개

61. 104개

62. 152개

◪ 다음 물음에 답하여라.

63. 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 8개인 다각형의 총 개수를 구하여라.

64. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그었더니 삼각형, 육각형으로 나누어졌다. 이 다각형의 대각선의 총 수를 구하여라.

65. 한 꼭짓점에서 대각선을 그으면 8개의 삼각형으로 나누어지는 다각형이 있다. 이 다각형의 대각선의 개수를 구하여라.

66. 팔각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선 개수를 a, 이때 생기는 삼각형의 개수를 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

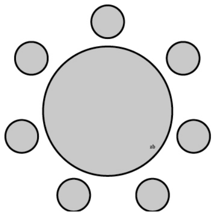
67. 대각선의 54개인 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 a개라 하고, 이 때 나누어지는 삼각형의 개수를 b개라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

68. 한 꼭짓점에서 대각선을 그으면 a개의 삼각형으로 나누어지고, 이 때, 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 b개인 다각형이 있다. $a+b=21$일 때, 이 다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

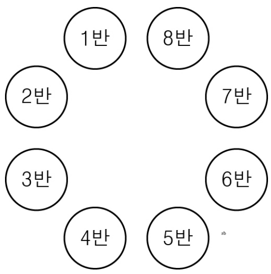
69. 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 12개인 다각형에서 변의 수를 a, 꼭짓점의 수를 b, 총 대각선의 개수를 c라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

70. 어느 다각형의 꼭짓점의 개수를 a개, 그 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 b개, 이때 생기는 삼각형의 개수를 c개라 할 때, $a+b-c=9$를 만족하는 다각형을 구하여라.

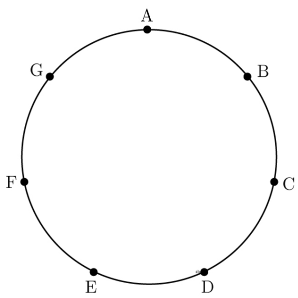
71. 다음 그림과 같이 7명의 학생들이 둘러서 있다. 서로 한 번씩 악수를 하되 이웃한 사람끼리는 하지 않는 경우에 악수는 모두 몇 번 하게 되는지 구하여라.



72. 어느 중학교 1학년 8개 반이 축구대항전을 펼친다. 경기는 모든 반이 서로 한 번씩 경기를 치러서 승률이 가장 높은 반이 우승을 하는 방식으로 할 때, 치러야 하는 총 경기 수를 구하여라.



73. 다음 그림과 같이 원 위에 7개의 점 A, B, C, D, E, F, G가 있다. 이 중 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 총 개수를 구하여라.



정답 및 해설

1) (1) ㉡, ㉥ (2) ㉠ (3) ㉣ (4) ㉢, ㉤

2) (1) ㉢ (2) ㉣ (3) ㉠ (4) ㉡, ㉤

3) ◯

4) ×

5) ◯

6) ×

7) ◯

8) ×

9) ◯

10) ×
⇨ 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같아야 정다각형이다. (거짓)

11) ◯
⇨ 세 변의 길이만 같아도 정삼각형이 된다. (참)

12) ◯

13) ◯

14) ○

15) ○

16) ×
⇨ 길이가 모두 같은 5개의 변으로 둘러싸인 다각형을 정오각형이라고 한다.

17) ○

18) ×
⇨ 정다각형은 내각의 크기가 서로 같고, 외각의 크기가 서로 같다.

19) 3개
⇨ 삼각형, 육각형, 사다리꼴

20) 5개
⇨ 선분으로 둘러싸인 평면도형은 사각형, 정육각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모이다.

21) 4개

22) 1개, 2개

23) 3개, 9개

24) 6개, 27개

25) 꼭짓점의 개수 : 3, 4, 5, n
변의 개수 : 3, 4, 5, n
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 :
0, 1, 2, $n-3$
대각선의 개수 : 0, 2, 5, $\dfrac{n(n-3)}{2}$

26) ㄱ. $n-3$ ㄴ. $n(n-3)$ ㄷ. 2
ㄹ. 7 ㅁ. 35
⇨ n개의 꼭짓점에서 자기 자신과 이웃하는 두 개의 꼭짓점을 제외한 $n-3$개의 꼭짓점과 연결하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$개이고, $n-3$개가 n개씩 존재하므로 대각선을 합하면 $n(n-3)$개인데, 2개씩 중복되므로 실제 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이다.
따라서 십각형의 각 꼭짓점에서 그을 수 있는
대각선의 개수는 $10-3=7$(개)이고
대각선의 총 개수는 $\dfrac{10\times7}{2}=35$(개)이다.

27) 정십일각형

28) 정팔각형

29) 정십오각형
⇨ 모든 변의 길이와 내각의 크기가 같으므로 정n각형이라 할 때
대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}=90$ 이므로
$n(n-3)=180=15\times12$ 에서 $n=15$ 이므로
이 도형은 정십오각형이다.

30) 정십이각형
⇨ 모든 변의 길이와 내각의 크기가 같으므로 정n각형이라 할 때 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3=9$ 이므로 $n=12$

31) 팔각형, 20개
⇨ n각형이라면
$n-3=5$, $n=8$ ∴ 팔각형
(대각선의 총 개수)$=\dfrac{8\times(8-3)}{2}=20$(개)

32) 오각형, 2개
⇨ $\dfrac{n\times(n-3)}{2}=5$, $n\times(n-3)=10$
$5\times2=10$이므로 $n=5$ ∴ 오각형
(한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수)
$=5-3=2$(개)

33) 십일각형, 44개
⇨ $n-3=8,\ n=11$ $\therefore$ 십일각형
(대각선의 총 개수)$=\dfrac{11\times(11-3)}{2}=44$(개)

34) 십오각형, 90개
⇨ $n-3=12,\ n=15$ $\therefore$ 십오각형
(대각선의 총 개수)$=\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

35) 칠각형, 4개
⇨ $\dfrac{n\times(n-3)}{2}=14,\ n\times(n-3)=28$
$7\times4=28$이므로 $n=7$ $\therefore$ 칠각형
(한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수)
$=7-3=4$(개)

36) 십팔각형, 135개
⇨ $n-3=15,\ n=18$ $\therefore$ 십팔각형
(대각선의 총 개수)$=\dfrac{18\times(18-3)}{2}=135$(개)

37) 팔각형, 5개
⇨ $\dfrac{n\times(n-3)}{2}=20,\ n\times(n-3)=40$
$8\times5=40$이므로 $n=8$ $\therefore$ 팔각형
(한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수)
$=8-3=5$(개)

38) 십삼각형, 10개
⇨ $\dfrac{n\times(n-3)}{2}=65,\ n\times(n-3)=130$
$13\times10=130$이므로 $n=13$ $\therefore$ 십삼각형
(한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수)
$=13-3=10$(개)

39) 1개
⇨ $4-3=1$(개)

40) 3개
⇨ $6-3=3$(개)

41) 6개
⇨ $9-3=6$(개)

42) 10개
⇨ $13-3=10$(개)

43) 14개
⇨ $17-3=14$(개)

44) 17개
⇨ $20-3=17$(개)

45) 5개
⇨ $\dfrac{5\times(5-3)}{2}=5$(개)

46) 14개
⇨ $\dfrac{7\times(7-3)}{2}=14$(개)

47) 20개
⇨ $\dfrac{8\times(8-3)}{2}=20$(개)

48) 35개
⇨ $\dfrac{10\times(10-3)}{2}=35$(개)

49) 90개
⇨ $\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

50) 135개
⇨ $\dfrac{18\times(18-3)}{2}=135$(개)

51) 3개
⇨ $\overline{AC},\ \overline{AD},\ \overline{AE}$의 3개

52) 3개
⇨ $\overline{BD},\ \overline{BE},\ \overline{BF}$의 3개

53) 3개
⇨ $\overline{CE},\ \overline{CF},\ \overline{CA}$의 3개

54) 사각형
⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=2, n(n-3)=4=4\times1$ $\therefore n=4$
따라서 구하는 다각형은 사각형이다.

55) 육각형
⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=9, n(n-3)=18=6\times3$ $\therefore n=6$
따라서 구하는 다각형은 육각형이다.

56) 팔각형
⇨ $\dfrac{n(n-3)}{2}=20,\ n(n-3)=40=8\times5$ $\therefore n=8$

57) 삼각형
⇨ $\dfrac{n(n-3)}{2}=35,\ n(n-3)=70=10\times7$ $\therefore n=10$

58) 십일각형
⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=44, n(n-3)=88=11\times8$ $\therefore n=11$

따라서 구하는 다각형은 십일각형이다.

59) 십이각형

⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=54, n(n-3)=108=12\times 9 \quad \therefore n=12$

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다.

60) 십오각형

⇨ $\frac{n(n-3)}{2}=90,\ n(n-3)=180=15\times 12 \quad \therefore n=15$

61) 십육각형

⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=104, n(n-3)=208=16\times 13 \quad \therefore n=16$

따라서 구하는 다각형은 십육각형이다.

62) 십구각형

⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=152, n(n-3)=304=19\times 16 \quad \therefore n=19$

따라서 구하는 다각형은 십구각형이다.

63) 44개

⇨ 구하는 다각형을 n각형이라 하면

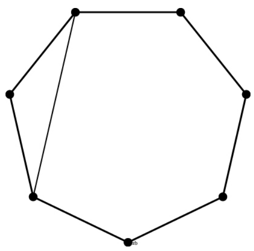
$n-3=8 \quad \therefore n=11$

따라서 십일각형의 대각선의 총 개수는

$\frac{11\times(11-3)}{2}=44$(개)

64) 14개

⇨



한 개의 대각선을 그어 삼각형, 육각형으로 나뉘어졌다면 칠각형이므로 대각선의 개수는 $\frac{7\times(7-3)}{2}=14$(개)

65) 35개

⇨ n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어 만들어지는 삼각형의 개수가 8개이므로

$n-2=8 \quad \therefore\ n=10$

따라서 십각형의 대각선의 개수는 $\frac{10\times 7}{2}=35$(개)이다.

66) 11

⇨ $a=8-3=5,\ b=8-2=6$

$\therefore a+b=5+6=11$

67) 19

⇨ n각형이라 할 때 대각선의 개수는

$\frac{n\times(n-3)}{2}=54$

$n\times(n-3)=108=12\times 9 \rightarrow n=12$

따라서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수

$a=12-3=9$

이때 나눠지는 삼각형의 개수 $b=12-2=10$

$\therefore a+b=9+10=19$

68) 65

⇨ n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그으면 $a=n-2$개의 삼각형으로 나눠지고, 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 $b=n-3$이다.

$a+b=(n-2)+(n-3)=2n-5=21 \quad \therefore\ n=13$

십삼각형의 대각선의 개수는 $\frac{13\times(13-3)}{2}=65$(개)이다.

69) 120

⇨ n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3=12$ 이므로 $n=15$

십오각형의 변의 개수 $a=15$, 꼭짓점의 수 $b=15$,

대각선의 총 개수 $c=\frac{15\times 12}{2}=90$ 에서

$a+b+c=120$

70) 십각형

⇨ 꼭짓점의 개수가 a개 이므로 a각형일 때

$b=a-3,\ c=a-2$ 이므로

$a+b-c=a+(a-3)-(a-2)=9$

$a-1=9 \quad \therefore a=10$

71) 14 번

⇨ 한번씩 악수하되 이웃한 사람끼리는 하지 않으므로 악수한 횟수는 칠각형의 대각선의 개수와 같다.

따라서 $\frac{7\times 4}{2}=14$(번)이다.

72) 28번

⇨ 경기를 치루는 반을 선분으로 연결하면 전체 선분의 개수는 팔각형의 변의 개수와 전체 대각선의 개수의 합과 같다.

$\therefore$ (총 경기 수)$=8+\frac{8\times(8-3)}{2}=8+20=28$(번)

73) 21