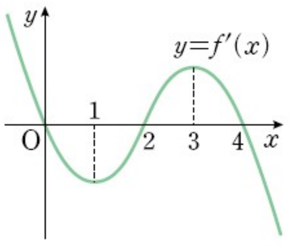
2022학년도 수학2 기말고사 대비

중급 1회

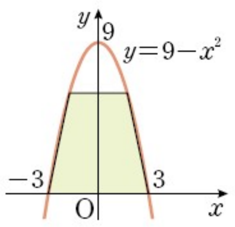
DATE	
NAME	
GRADE	

1. 함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 구간 $[0,\ 4]$에서의 함수 $f(x)$의 최솟값은 $x=a$일 때이다.
이때, a의 값은?



① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

2. 오른쪽 그림과 같이 x축과 곡선 $y=9-x^2$으로 둘러싸인 부분에 내접하는 사다리꼴의 넓이의 최댓값은?



① 27　② 30　③ 32　④ 35　⑤ 40

3. 삼차함수 $y=x^3-3ax^2+4a$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{4}{3}$

4. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표 x가 $x=t^3-2t^2+2t$라고 한다. $t=0$에서 $t=5$까지의 점 P의 평균 속도와 $t=c$에서의 점 P의 속도가 같을 때, 다음 중 옳은 것은?
(단, $0<c<5$)

① $0<c\le\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{2}\le c\le 1$　③ $1\le c\le 2$
④ $2\le c\le\frac{5}{2}$　⑤ $\frac{5}{2}\le c\le 5$

5. A선수가 출발선으로부터 $16\,\mathrm{m}$ 앞에 있는 장애물을 뛰어넘으려고 한다. 이 선수가 출발선을 떠난 후, t초 동안 달린 거리가 $t^2\,\mathrm{m}$일 때, 장애물을 뛰어넘는 순간의 속도는?

① $4\,\mathrm{m/s}$　② $6\,\mathrm{m/s}$　③ $8\,\mathrm{m/s}$　④ $12\,\mathrm{m/s}$　⑤ $16\,\mathrm{m/s}$

6. 이차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{d}{dx}F(x)=f(x)$이고 $F(x)=xf(x)-2x^3+x^2$인 관계가 성립한다. $f(0)=1$일 때, $f(1)$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

7. 함수 $F(x)=\int(3x-2)dx$의 적분상수를 C라고 하자. 모든 실수 x에 대하여 $F(x)>0$일 때, 다음 중 C의 값이 될 수 없는 것은?

① $C=1$　　② $C=\dfrac{11}{12}$　　③ $C=\dfrac{5}{6}$　　④ $C=\dfrac{3}{4}$　　⑤ $C=\dfrac{2}{3}$

8. 함수 $f(x)$를 적분해야 할 것을 잘못하여 미분하였더니 $3x^2+2x-1$이었다. $f(0)=3$일 때, $\int f(x)dx$를 구하면? (단, C는 적분상수)

① $\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-3x+C$

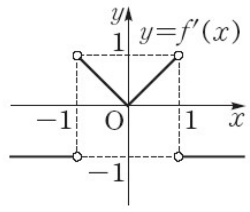
② $\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+C$

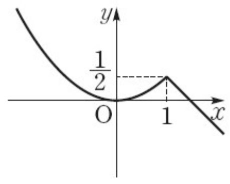
③ $x^4+\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+C$

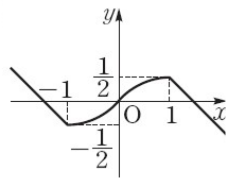
④ x^3+2x^2-x+C

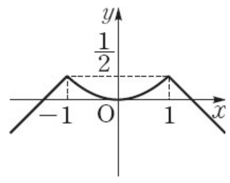
⑤ x^3+2x^2+x+C

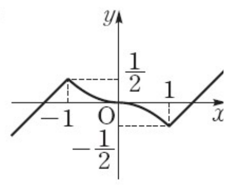
9. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $y=f'(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형으로 옳은 것은? (단, $f(0)=0$)

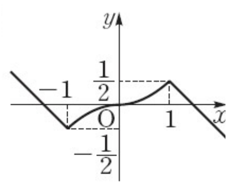


①


②


③


④


⑤


10. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\int\{2-f(x)\}dx=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^3-\dfrac{9}{2}x^2+x+C$일 때, $f(x)$의 극댓값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

11. $f(k)=\int_0^1 (3x^2-2x+k^2)dx$일 때, $\int_0^1 x^3 f(x)dx$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=3,\ \frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=4x+4,$$
$$f(0)=1,\ g(0)=2$$

이다. 함수 $h(x)=\int \frac{f(x)g(x)}{f(x)+g(x)}dx$에 대하여 $h(0)=0$일 때, $h(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\ \int_0^2 xf(x)dx=5$$

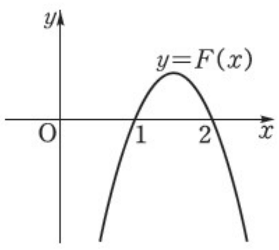
를 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-2}^2 (2x^4+3x-5)f(x)dx$를 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

14. 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)=x+a+\int_0^1 \{f(t)\}^2 dt$가 성립할 때, 상수 a의 최댓값은?

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

15. 오른쪽 그림은 이차함수 $F(x)=\int_2^x f(t)dt$의 그래프이다. $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지날 때, $f(2)$의 값은?



① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

16. $\int_2^x (x-t)f(t)dt=x^3+ax^2+4$를 만족시키는 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

17. 함수 $y=x^3$과 그 역함수 $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

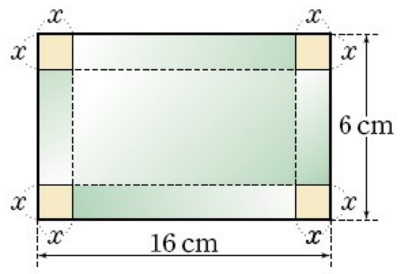
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

18. 두 자동차 A와 B가 도시 C에서 도시 D까지 같은 길을 따라 달리고 있는데, 자동차 A의 속도는 일정하게 20 m/초이다. 자동차 A가 한 지점 P를 지나고 20초 뒤에 자동차 B도 P지점을 지났으며 자동차 B는 P지점을 지나고 t초 뒤의 속력이 $\frac{1}{2}t+20$ (m/초) 이었다. 자동차 B가 P지점에 도착한 후 몇 초 뒤에 두 자동차가 만나는가?

① 10초　　② 20초　　③ 30초　　④ 40초　　⑤ 50초

서술형 논술형 주관식

19. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 16 cm, 세로의 길이가 6 cm인 직사각형 종이의 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 x인 정사각형을 잘라내고 남은 부분으로 상자를 만든다고 한다. 이 상자의 부피를 $f(x)\ \mathrm{cm}^3$라고 할 때, $f(x)$의 최댓값을 구하여라.



20. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 좌표를 각각 $t^4-2t^3-12t^2-1$, $at+1$이라고 하자. 두 점 A, B의 속도가 같게 되는 순간이 두 번이라고 할 때, 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

21. 원점을 지나는 곡선 $y=f(x)$위의 임의의 점 $(p,\ f(p))$에서의 접선의 방정식이 $y=(p+1)x+g(p)$일 때, 함수 $g(x)$를 구하여라.

22. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)=x^2+\frac{8}{81}x\int_0^3 g(x)dx$,

$g(x)=-x^3+\frac{1}{2}x^2\int_0^3 f(x)dx$가 성립할 때, $f(x)+g(x)$를 구하여라.

23. 곡선 $y=x^3$과 이 곡선 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

1) [정답] : ①

2) [정답] : ③

3) [정답] : ④

4) [정답] : ⑤

5) [정답] : ③

6) [정답] : ③

7) [정답] : ⑤

8) [정답] : ②

9) [정답] : ⑤

10) [정답] : ④

11) [정답] : ①

12) [정답] : ⑤

13) [정답] : ⑤

14) [정답] : ③

15) [정답] : ①

16) [정답] : ③

17) [정답] : ①

18) [정답] : ④

19) [정답] : $\frac{1600}{27}$

20) [정답] : $-40 < a \le 0$

21) [정답] : $-\frac{1}{2}x^2$

22) [정답] : $-x^3 + x^2 - 2x$

23) [정답] : $\frac{27}{4}$