



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-13
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호
 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

삼각방정식의 풀이

1. 삼각방정식

: 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함하는 방정식

2. 삼각방정식의 풀이

- ① 주어진 방정식을 $\sin x = k$ (또는 $\cos x = k$ 또는 $\tan x = k$)
 꼴로 고친다.
- ② 함수 $y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$ 또는 $y = \tan x$)의 그래프와
 직선 $y = k$ 를 그린다.
- ③ 주어진 범위에서 삼각함수의 그래프와 직선의 교점의
 x 좌표를 찾아 방정식의 해를 구한다.

■ $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 다음 방정식을 풀어라.

1. $\sin x = -\frac{1}{2}$

2. $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$

3. $\tan x = \sqrt{3}$

4. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{1}{2} = 0$

6. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$

7. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$

8. $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$

9. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. $\sqrt{3} \tan 2x + 1 = 0$

11. $\sqrt{3} \tan x - \sqrt{3} = 0$

12. $2 \sin 2x = -\sqrt{3}$

13. $\tan \frac{3}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

14. $\cos x = -\frac{1}{2}$

15. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$

16. $2 \sin 2x = 1$

17. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

18. $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

19. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

21. $\sin(2x + \pi) = -\frac{1}{2}$

22. $\tan x = 2 \sin x$

23. $\tan^2 x - 3 = 0$

24. $\cos^2 x - 1 = 0$

25. $3 \sin^2 x - \cos^2 x = 0$

26. $2 \cos^2 x - \cos x = 0$

27. $2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$

28. $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

29. $2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

30. $2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$

31. $-2 \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

32. $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

33. $\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$

34. $\tan^2 x - (1 - \sqrt{3})\tan x - \sqrt{3} = 0$

▣ $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

35. $\sin x = \frac{1}{2}$

36. $2\cos x = \sqrt{3}$

37. $3\sin x - 1 = 0$

38. $\sqrt{3} \tan x + 1 = 0$

39. $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$

40. $2\sin x \cos x - \sin x = 0$

41. $2\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{\tan \theta}$

42. $3\sin^2 x - 2 = 0$

43. $\cos(\pi \sin x) = -\frac{1}{2}$

44. $\cos x + 2\sin(\pi - x)\cos(\pi + x) = 0$

45. $\cos(\cos x) = 1$

46. $(3\cos x - 1)(4\cos x - 3) = 0$

■ $-\pi < x < \pi$ 일 때, 다음 방정식을 풀어라.

47. $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0$

48. $\tan \left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{3}$

■ 다음 물음에 답하여라.

49. $0 \leq x \leq 4\pi$ 에서 삼각방정식 $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ 의 모든 해의 합을 구하여라.

50. 삼각방정식 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ 의 해를 구하여라.
(단, $0 \leq x < 3\pi$)

51. $0 \leq x < \pi$ 일 때, 방정식 $\cos \left(3x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 합을 구하여라.

02 삼각방정식의 실근의 개수

방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는
두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 서로 다른 교점의
개수와 같다.

■ 다음 방정식의 실근의 개수를 구하여라.

52. $\sin \pi x = \frac{1}{3}x$

53. $\cos \pi x = |x|$

54. $\cos \pi x = \frac{1}{3}|x|$

55. $\sin \pi x = \frac{1}{2}x$

56. $\sin \left(x - \frac{3}{2}\pi \right) - \frac{x}{8} = 0$

57. $\frac{1}{3} \log_2 x = -\sin \pi x$

■ 다음 물음에 답하여라.

58. 방정식 $4\sin^2 x + 4\cos x - k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

59. $\sin^2 x - 4\cos x + k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

60. $\cos^2 x - 2\cos x + k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

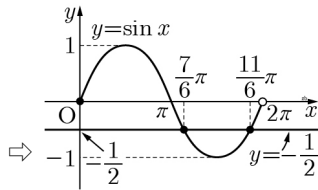
61. 방정식 $2\cos^2 x + (2k+1)\sin x - k - 2 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 k 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

62. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2x - \cos \theta = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 θ 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$)



정답 및 해설

1) $x = \frac{7}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{6}\pi$



그림에서 $y = \sin x$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 의

교점의 x 좌표가 $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$ 이므로

$$x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

2) $x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{7}{6}\pi$

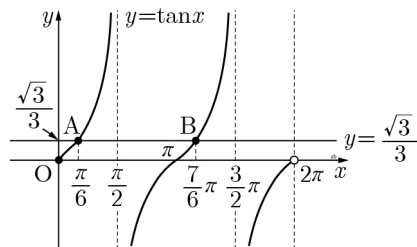
$\Rightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $y = \tan x$ 의

그래프와 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 교점의 x 좌표를 구한다.

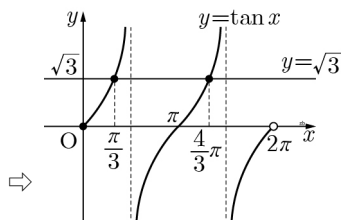
$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 점 A의 x 좌표는 $x = \frac{\pi}{6}$

$y = \tan x$ 의 그래프의 주기는 π 이므로 점 B의 x 좌표는 $x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7}{6}\pi$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{7}{6}\pi$$



3) $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$

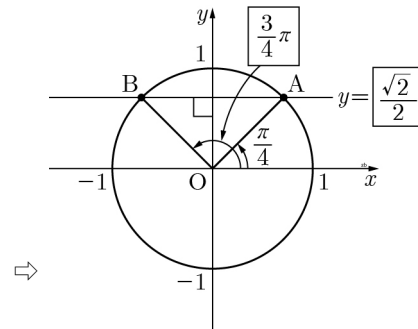


그림에서 $y = \tan x$ 의 그래프와 직선 $y = \sqrt{3}$ 의

교점의 x 좌표가 $\frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi$ 이므로

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

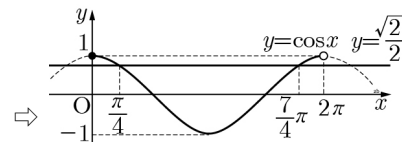
4) $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}\pi$



그림과 같이 직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 와 단위원의 두 교점

A, B에 대하여 두 동경 OA, OB가 나타내는 각의 크기를 구하면 $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}\pi$

5) $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{7}{4}\pi$



$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{1}{2} = 0$, 즉 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 근은 함수

$y = \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$)의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 x 좌표이므로

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } x = \frac{7}{4}\pi$$

6) $x = \frac{5}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{7}{6}\pi$

7) $x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

$\Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $y = \cos x$ 의

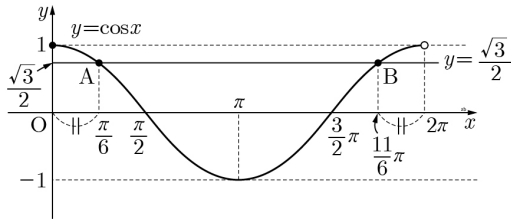
그래프와 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 교점의 x 좌표를 구한다.

$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 점 A의 x 좌표는 $x = \frac{\pi}{6}$

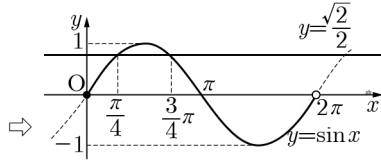
점 A와 점 B는 직선 $x = \pi$ 에 대하여 대칭이므로

점 B의 x 좌표는 $x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11}{6}\pi$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$



8) $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3\pi}{4}$



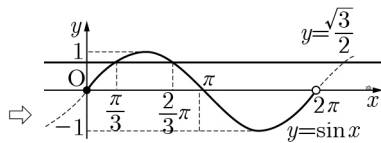
$2 \sin x - \sqrt{2} = 0$, 즉 $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 근은

함수 $y = \sin x$ ($0 \leq x < 2\pi$)의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 x 좌표이므로

$x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3\pi}{4}$

9) $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{2\pi}{3}$



$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 근은 함수 $y = \sin x$ ($0 \leq x < 2\pi$)

의 그래프와 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 교점의 x 좌표이므로

로 $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{2\pi}{3}$

10) $x = \frac{5}{12}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{12}\pi$ 또는 $x = \frac{17}{12}\pi$

또는 $x = \frac{23}{12}\pi$

$\Rightarrow 2x = t$ ($0 \leq x < 2\pi$)로 놓으면

$\tan t = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ($0 \leq t < 4\pi$)에서

$t = \frac{5}{6}\pi$ 또는 $t = \frac{11}{6}\pi$ 또는 $t = \frac{17}{6}\pi$

또는 $t = \frac{23}{6}\pi$ 이므로 $x = \frac{5}{12}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{12}\pi$

또는 $x = \frac{17}{12}\pi$ 또는 $x = \frac{23}{12}\pi$

11) $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{5\pi}{4}$

$\Rightarrow \sqrt{3} \tan x - \sqrt{3} = 0$, 즉 $\tan x = 1$ 의 근은 함수 $y = \tan x$ ($0 \leq x < 2\pi$)의 그래프와

직선 $y = 1$ 의 교점의 x 좌표이므로 $x = \frac{\pi}{4}$ 또는

$x = \frac{5\pi}{4}$

12) $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{5}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{5}{3}\pi$

또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

$\Rightarrow 2x = t$ ($0 \leq x < 2\pi$)로 놓으면

$\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($0 \leq t < 4\pi$)에서

$t = \frac{4}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{5}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{10}{3}\pi$ 또는

$t = \frac{11}{3}\pi$ 이므로 $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{5}{6}\pi$

또는 $x = \frac{5}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

13) $x = \frac{\pi}{9}$ 또는 $x = \frac{7}{9}\pi$ 또는 $x = \frac{13}{9}\pi$

$\Rightarrow \tan \frac{3}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 에서 $\frac{3}{2}x = t$ 로 놓으면 $0 \leq t < 3\pi$

이고, $\tan t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 근은 함수 $y = \tan t$ 의 그래

프와 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 교점의 t 좌표이므로

$t = \frac{\pi}{6}$ 또는 $t = \frac{7}{6}\pi$ 또는 $t = \frac{13}{6}\pi$

$\therefore x = \frac{\pi}{9}$ 또는 $x = \frac{7}{9}\pi$ 또는 $x = \frac{13}{9}\pi$

14) $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$

$\Rightarrow 0 \leq x < 2\pi$ 일 때, $\cos x = -\frac{1}{2}$ 의 해는

$x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$

15) $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$ 또는

$x = \frac{5}{3}\pi$

$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$ 에서 $2x = t$ 로 놓으면 $0 \leq t < 4\pi$ 이

고, $\cos t = -\frac{1}{2}$ 의 근은 함수 $y = \cos t$ 의 그래프와

직선 $y = -\frac{1}{2}$ 의 교점의 t 좌표이므로

$t = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{4}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{8}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{10}{3}\pi$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$

또는 $x = \frac{5}{3}\pi$

16) $x = \frac{\pi}{12}$ 또는 $x = \frac{5}{12}\pi$

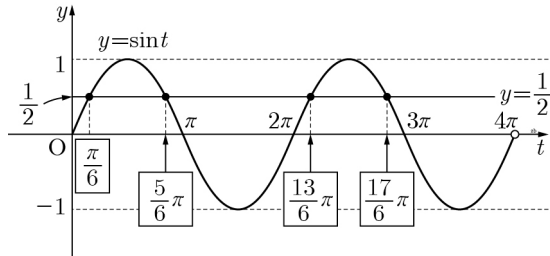
$$\text{또는 } x = \frac{13}{12}\pi \text{ 또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \text{ 이고 } 2x = t \text{로 치환하면 } \sin t = \frac{1}{2}$$

한편, $0 \leq x < 2\pi$ 이므로 $0 \leq t < 4\pi$ ㉠

㉠의 범위에서 $y = \sin t$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}$

의 교점의 t 좌표를 구하면 $\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi, \frac{17}{6}\pi$



$$2x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } 2x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } 2x = \frac{13}{6}\pi$$

$$\text{또는 } 2x = \frac{17}{6}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{5}{12}\pi \text{ 또는 } x = \frac{13}{12}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$17) x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi$$

$$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 에서}$$

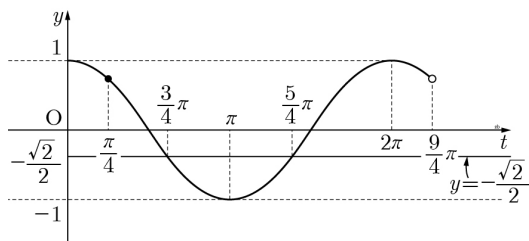
$$x + \frac{\pi}{4} = t \text{로 치환하면 } \cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

한편, $0 \leq x < 2\pi$ 이므로 $\frac{\pi}{4} \leq t < \frac{9}{4}\pi$ ㉡

㉡의 범위에서 $y = \cos t$ 의 그래프와

직선 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 t 좌표를 구하면

$$\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi$$



$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi \text{ 또는 } x + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{4}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi$$

$$18) x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } x - \frac{\pi}{3} = t \text{ (} 0 \leq x < 2\pi \text{)로}$$

$$\text{놓으면 } \cos t = -\frac{1}{2} \left(-\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{5}{3}\pi \right) \text{ 에서 } t = \frac{2}{3}\pi$$

$$\text{또는 } t = \frac{4}{3}\pi \text{ 이므로 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$19) x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 에서 } x + \frac{\pi}{6} = t \text{ (} 0 \leq x < 2\pi \text{)}$$

$$\text{로 놓으면 } \sin t = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\pi}{6} \leq t < \frac{13}{6}\pi \right) \text{ 에서}$$

$$t = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } t = \frac{2}{3}\pi \text{ 이므로 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2}$$

$$20) x = \frac{\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$\Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \text{ 에서}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = t \text{로 놓으면 } \frac{\pi}{4} \leq t < \frac{9}{4}\pi \text{ 이고,}$$

$\cos t = \frac{1}{2}$ 의 근은 함수 $y = \cos t$ 로 그래프와 직선

$y = \frac{1}{2}$ 의 교점의 t 좌표이므로

$$t = \frac{1}{3}\pi \text{ 또는 } t = \frac{5}{3}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$21) x = \frac{\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{5}{12}\pi \text{ 또는}$$

$$x = \frac{13}{12}\pi \text{ 또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$\Rightarrow \sin(2x + \pi) = -\frac{1}{2} \text{ 에서}$$

$$2x + \pi = t \text{로 놓으면 } \pi \leq t < 5\pi \text{ 이고, } \sin t = -\frac{1}{2} \text{ 의}$$

근은 함수 $y = \sin t$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 의

교점의 t 좌표이므로

$$t = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } t = \frac{11}{6}\pi \text{ 또는 } t = \frac{19}{6}\pi$$

$$\text{또는 } t = \frac{23}{6}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{5}{12}\pi \text{ 또는 } x = \frac{13}{12}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{17}{12}\pi$$

$$22) x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$23) x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi \text{ 또는}$$

$$x = \frac{5}{3}\pi$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 3 = 0 \text{ 에서 } \tan x = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 - 3 = 0, (t + \sqrt{3})(t - \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore t = -\sqrt{3} \text{ 또는 } t = \sqrt{3}$$

$$\text{즉, } \tan x = -\sqrt{3} \text{ 또는 } \tan x = \sqrt{3}$$

$$(i) \tan x = -\sqrt{3} \text{ 일 때, } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$(ii) \tan x = \sqrt{3} \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$24) x = 0 \text{ 또는 } x = \pi$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - 1 = 0 \text{ 에서 } \cos x = t \text{ 로 놓으면}$$

$$-1 \leq t \leq 1 \text{ 이고 } t^2 - 1 = 0, (t+1)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 1$$

$$\text{즉, } \cos x = -1 \text{ 또는 } \cos x = 1$$

$$(i) \cos x = -1 \text{ 일 때, } x = \pi$$

$$(ii) \cos x = 1 \text{ 일 때, } x = 0$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = \pi$$

$$25) x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$\Rightarrow 3 \sin^2 x - \cos^2 x = 0 \text{ 에서 } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \text{ 이므로}$$

$$4 \sin^2 x - 1 = 0$$

$$\sin x = t \text{ 로 놓으면 } -1 \leq t \leq 1 \text{ 이고,}$$

$$4t^2 - 1 = 0, (2t+1)(2t-1) = 0$$

$$\therefore t = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } t = \frac{1}{2}$$

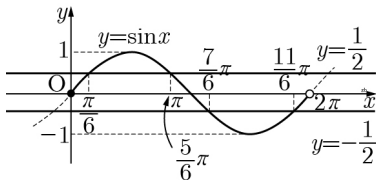
$$\text{즉, } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$(i) \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$(ii) \sin x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$



$$26) x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0$$

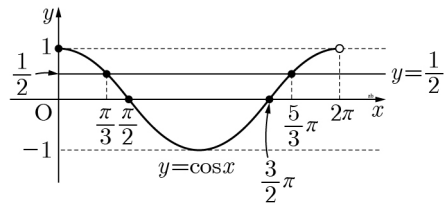
$$\cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \text{ 또는 } \cos x = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서}$$

$$(i) \cos x = 0 \text{ 이면 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

$$(ii) \cos x = \frac{1}{2} \text{ 이면 } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$



$$\therefore x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$27) x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$\cos x = t \text{ 로 놓으면 } -1 \leq t \leq 1 \text{ 이고,}$$

$$2t^2 + 3t + 1 = 0, (2t+1)(t+1) = 0$$

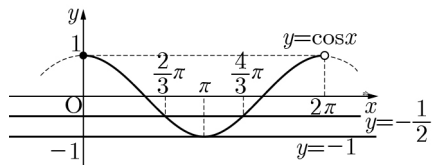
$$\therefore t = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -1$$

$$\text{즉, } \cos x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \cos x = -1$$

$$(i) \cos x = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$(ii) \cos x = -1 \text{ 일 때, } x = \pi$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$



$$28) x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$\sin x = t \text{ 로 놓으면 } -1 \leq t \leq 1 \text{ 이고,}$$

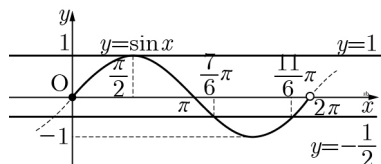
$$2t^2 - t - 1 = 0, (2t+1)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } t = 1$$

$$(i) \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$(ii) \sin x = 1 \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{2}$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$



$$29) x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

$$30) x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$2(1 - \sin^2 x) + 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

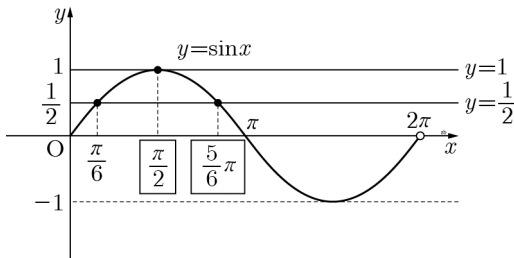
$$(2 \sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \sin x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = 1$$

$0 \leq x < 2\pi$ 에서

$$(i) \sin x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$$(ii) \sin x = 1 \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{2}$$



$$\therefore x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$$31) x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

$\Rightarrow -2 \cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이

므로 $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\sin x = t$ 로 놓으면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고,

$$2t^2 + t - 1 = 0, 2(t+1)\left(t - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉, } \sin x = -1 \text{ 또는 } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$(i) \sin x = -1 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2}\pi$$

$$(ii) \sin x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$$

$$32) x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

\Rightarrow 주어진 삼각방정식은 $(2 \sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$ 이고

$-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $\sin x = -\frac{1}{2}$ 을 만족하는 x 를 구한다.

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 $\sin x = -\frac{1}{2}$ 을 만족하는 x 는 $\frac{7}{6}\pi$,

$\frac{11}{6}\pi$ 이다.

$$33) x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi$$

$\Rightarrow \cos^2 x + \sin x - 1 = 0$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로 $-\sin^2 x + \sin x = 0$

$\sin x = t$ 로 놓으면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고,

$$-t^2 + t = 0, t(t-1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = 1$$

즉, $\sin x = 0$ 또는 $\sin x = 1$

(i) $\sin x = 0$ 일 때, $x = 0$ 또는 $x = \pi$

(ii) $\sin x = 1$ 일 때, $x = \frac{\pi}{2}$

(i), (ii)에서 $x = 0$ 또는 $x = \frac{\pi}{2}$ 또는 $x = \pi$

$$34) x = \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{5}{4}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - (1 - \sqrt{3})\tan x - \sqrt{3} = 0$$

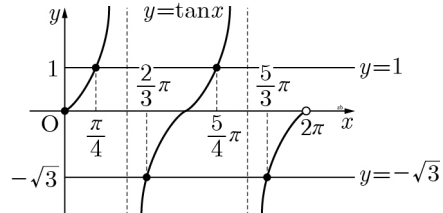
$$(\tan x + \sqrt{3})(\tan x - 1) = 0$$

$$\therefore \tan x = -\sqrt{3} \text{ 또는 } \tan x = 1$$

$0 \leq x < 2\pi$ 에서

$$(i) \tan x = -\sqrt{3} \text{ 일 때, } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$(ii) \tan x = 1 \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } x = \frac{5}{4}\pi$$



$$\therefore x = \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{4}\pi$$

$$\text{또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

$$35) \pi$$

$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$ ($0 \leq x < 2\pi$)을 만족하는 x 의 값은

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

따라서 두 근의 합은 π 이다.

$$36) 2\pi$$

$\Rightarrow 0 \leq x < 2\pi$ 에서 $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 를 만족하는

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$\therefore \frac{11\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 2\pi$$

$$37) \pi$$

38) $\frac{8}{3}\pi$

39) $\frac{7}{2}\pi$

$\Rightarrow 2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$

$2(1 - \sin^2 x) + \sin x - 1 = 0$

$2 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

$(2\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$

$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = 1$

$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$

$\sin x = 1 \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{2}$

$\therefore \text{따라서 모든 } x \text{의 합은 } \frac{7}{6}\pi + \frac{11}{6}\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7}{2}\pi$

40) 3π

$\Rightarrow 2\sin x \cos x - \sin x = 0, \sin x(2\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0 \text{ 또는 } \cos x = \frac{1}{2}$

$\sin x = 0 \text{ 에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = \pi$

$\cos x = \frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } \frac{5}{3}\pi$

$\therefore \text{따라서 모든 } x \text{의 합은 } 0 + \pi + \frac{\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi = 3\pi$

41) 3π

$\Rightarrow 2\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\tan\theta}, 2\cos\theta - \frac{\sqrt{3}\cos\theta}{\sin\theta} = 0$

$\cos\theta \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{\sin\theta} \right) = 0$

$\therefore \cos\theta = 0 \text{ 또는 } \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$(i) \cos\theta = 0 \text{ 일 때, } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \theta = \frac{3}{2}\pi$

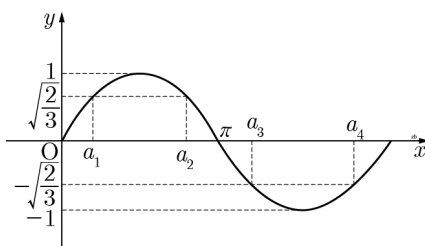
$(ii) \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 일 때, } \theta = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } \theta = \frac{2}{3}\pi$

$(i), (ii) \text{에서 모든 근의 합은 } 3\pi \text{이다.}$

42) 4π

$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ 가 되는 지점을 구하면 된다.}$

$y = \sin x \text{의 그래프를 그리고 이를 표시하자.}$



$a_1 + a_2 = \pi, a_3 + a_4 = 3\pi \text{ 이므로 합은 } 4\pi \text{이다.}$

43) 4π

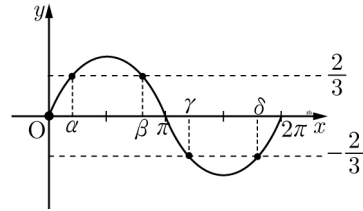
$\Rightarrow \text{주어진 범위에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \text{ 이므로}$

$-\pi \leq \pi \sin x \leq \pi \text{ 이므로}$

$\cos(\pi \sin x) = -\frac{1}{2}$

$\therefore \pi \sin x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } \pi \sin x = -\frac{2}{3}\pi$

따라서 $\sin x = \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$ 를 만족하는 해는 그림과 같다.



$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{\gamma + \delta}{2} = \frac{3}{2}\pi \text{ 이므로 모든 해의 합은 } \pi + 3\pi = 4\pi \text{이다.}$

44) 3π

$\Rightarrow \cos x + 2\sin(\pi - x)\cos(\pi + x) = 0$

$\cos x + 2\sin x(-\cos x) = 0$

$\cos x(1 - 2\sin x) = 0$

$\cos x = 0 \text{ 또는 } \sin x = \frac{1}{2}$

$\cos x = 0 \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{3}{2}\pi$

$\sin x = \frac{1}{2} \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi$

$\therefore \text{모든 실수 } x \text{의 합은}$

$\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{5}{6}\pi = 2\pi + \pi = 3\pi$

45) 2π

$\Rightarrow \cos(\cos x) = 1 \text{ 일 때, } \cos x = 0 \text{ 또는}$

$\cos x = 2n\pi (n \text{은 정수}) \text{ 이므로 성립하는 경우는}$

$\cos x = 0 \text{ 에서 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}\pi$

$\therefore \text{따라서 모든 } x \text{의 합은 } \frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\pi = 2\pi \text{이다.}$

46) 4π

47) $x = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow -\pi < x < \pi \text{ 에서 } -\frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ 이므로 } \cos \frac{x}{2} \neq 0$

$\text{이때, } \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0, \text{ 즉 } \sin \frac{x}{2} = -\cos \frac{x}{2} \text{ 에서}$

$\frac{x}{2} = t \text{로 놓으면}$

$\sin t = -\cos t, \frac{\sin t}{\cos t} = -1 \therefore \tan t = -1$

$\tan t = -1$ 의 근은 함수 $y = \tan t \left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프와 직선 $y = -1$ 의 교점의 t 좌표이므로
 $t = -\frac{\pi}{4}$
 $\therefore x = -\frac{\pi}{2}$

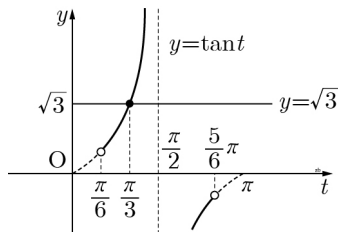
48) $x = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \tan\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}$ 에서 $\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{2} = t$ 로 치환하면
 $\tan t = \sqrt{3}$

한편, $-\pi < x < \pi$ 이므로 $\frac{\pi}{6} < t < \frac{5}{6}\pi$ ㉠

㉠의 범위에서 $y = \tan t$ 의 그래프와 직선 $y = \sqrt{3}$ 의 교점의 t 좌표를 구하면 $\frac{\pi}{3}$ 이므로

$\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \quad \therefore x = -\frac{\pi}{2}$



49) 10π

\Rightarrow 주어진 삼각방정식은 $(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$ 이고
 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $\sin x = -\frac{1}{2}$ 을 만족하는 x 는
 $0 \leq x < 4\pi$ 에서 $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi, \frac{19}{6}\pi, \frac{23}{6}\pi$ 이므로
 모든 해의 합은 10π 이다.

50) $x = \frac{\pi}{2}$ 또는 $x = \frac{5\pi}{2}$ 또는 $x = \frac{7\pi}{6}$

또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

$\Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
 $(\sin x - 1)(2\sin x + 1) = 0$ 이므로

$\sin x = 1$ 또는 $\sin x = -\frac{1}{2}$

따라서 $0 \leq x < 3\pi$ 일 때,

$\sin x = 1$ 에서 $x = \frac{\pi}{2}$ 또는 $x = \frac{5}{2}\pi$

$\sin x = -\frac{1}{2}$ 에서 $x = \frac{7}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

51) 2π

$\Rightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin 3x$ 이므로 $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$3x = t$ 라 하면 $0 \leq x < \pi$ 일 때, $0 \leq t < 3\pi$ 이고,

주어진 방정식은 $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$t = \frac{\pi}{3}$ 또는 $t = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{7}{3}\pi$ 또는 $t = \frac{8}{3}\pi$

즉 $x = \frac{\pi}{9}$ 또는 $x = \frac{2}{9}\pi$ 또는 $x = \frac{7}{9}\pi$

또는 $x = \frac{8}{9}\pi$

따라서 모든 근의 합은 2π 이다.

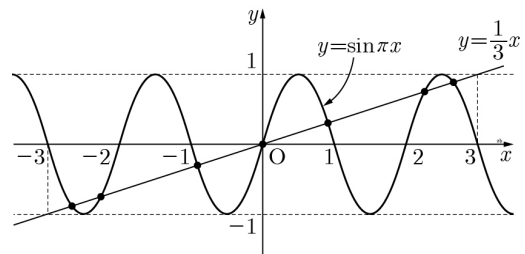
52) 7

$\Rightarrow \sin \pi x = \frac{1}{3}x$ 의 실근의 개수는 $y = \sin \pi x$ 의 그래

프와 직선 $y = \frac{1}{3}x$ 의 교점의 개수와 같다.

$y = \sin \pi x$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ 이므로 $y = \sin \pi x$ 와

$y = \frac{1}{3}x$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 그림에서 두 그래프의 교점이 7개이므로

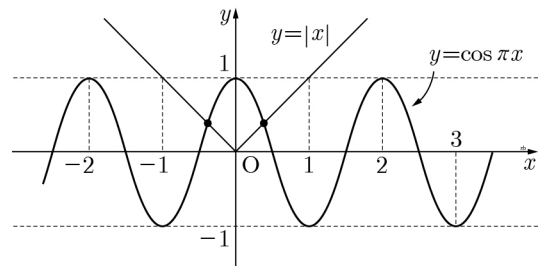
$\sin \pi x = \frac{1}{3}x$ 의 실근의 개수는 7이다.

53) 2

$\Rightarrow \cos \pi x = |x|$ 의 실근의 개수는 $y = \cos \pi x$ 의 그래프와 $y = |x|$ 의 그래프의 교점의 개수와 같다.

$y = \cos \pi x$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ 이므로

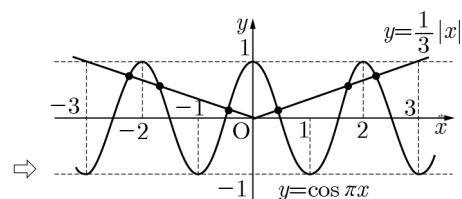
$y = \cos \pi x$ 와 $y = |x|$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 그림에서 두 그래프의 교점이 2개이므로

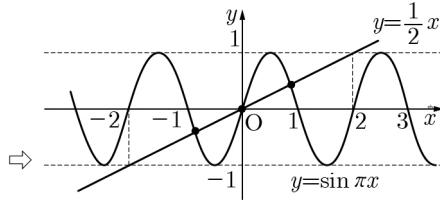
$\cos \pi x = |x|$ 의 실근의 개수는 2이다.

54) 6



위의 그림과 같이 두 함수 $y = \cos \pi x$, $y = \frac{1}{3}|x|$ 의 그래프의 교점의 개수는 6이므로 방정식 $\cos \pi x = \frac{1}{3}|x|$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6

55) 3

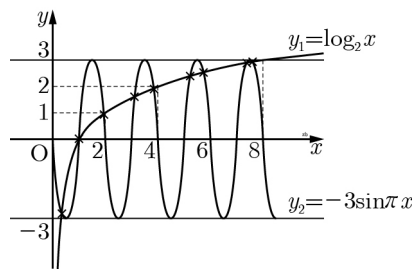


위의 그림과 같이 두 함수 $y = \sin \pi x$, $y = \frac{1}{2}x$ 의 그래프의 교점의 개수는 3이므로 방정식 $\sin \pi x = \frac{1}{2}x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

56) 5

57) 9

⇒ 주어진 방정식의 해의 개수는 두 함수 $y_1 = \log_2 x$, $y_2 = -3\sin \pi x$ 의 교점 개수와 같다.



교점 개수는 그림에서 9개이다.

58) $-4 \leq k \leq 5$

⇒ $4\sin^2 x + 4\cos x - k = 0$ 에서

$$4(1 - \cos^2 x) + 4\cos x = k$$

$$-4\cos^2 x + 4\cos x + 4 = k$$

따라서 주어진 방정식이 실근을 가지려면 $y = -4\cos^2 x + 4\cos x + 4$ 와 직선 $y = k$ 의 교점이 존재해야 한다.

$\cos x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$$y = -4t^2 + 4t + 4$$

$$= -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 5$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값 5이고, $t = -1$ 일 때, 최솟값이 -4 이므로

주어진 방정식이 실근을 가지려면 $-4 \leq k \leq 5$

59) $-4 \leq k \leq 4$

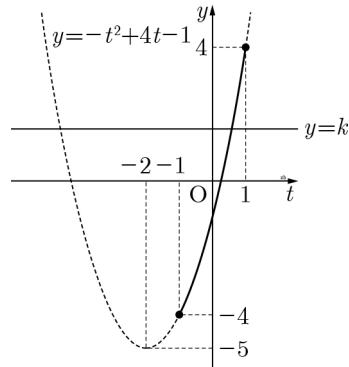
⇒ $\sin^2 x - 4\cos x + k = 0$ 에서

$$(1 - \cos^2 x) - 4\cos x + k = 0$$

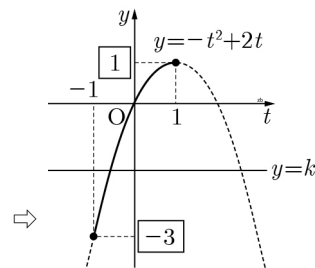
$$\cos^2 x + 4\cos x - 1 = k$$

함수 $y = \cos^2 x + 4\cos x - 1$ 이라고 하고 $\cos x = t$ 로 치환하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$$y = t^2 + 4t - 1 = (t+2)^2 - 5$$



이때, $t = 1$ 일 때, 최댓값 4, $t = -1$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지므로 주어진 방정식이 실근을 가지기 위한 실수 k 의 값의 범위는 $-4 \leq k \leq 4$

60) $-3 \leq k \leq 1$ 

$$\cos^2 x - 2\cos x + k = 0 \text{에서}$$

$$-\cos^2 x + 2\cos x = k$$

함수 $y = -\cos^2 x + 2\cos x$ 라고 하고 $\cos x = t$ 로 치환하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$$y = -t^2 + 2t = -(t-1)^2 + 1$$

이때, $t = 1$ 일 때, 최댓값 1,

$t = -1$ 일 때, 최솟값 -3 을 가지므로 주어진 방정식이 실근을 가지기 위한 실수 k 의 값의 범위는

$$-3 \leq k \leq 1$$

61) $k = -1$ 또는 $k = 1$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + (2k+1)\sin x - k - 2 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) + (2k+1)\sin x - k - 2 = 0$$

$$2\sin^2 x - (2k+1)\sin x + k = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x - k) = 0$$

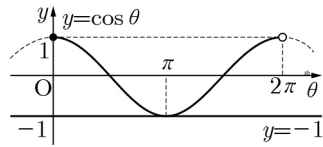
$$\therefore \sin x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = k$$

주어진 방정식이 서로 다른 세 실근을 가져야 하므로 $k = -1$ 또는 $k = 1$

62) π

⇒ $x^2 + 2x - \cos \theta = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 + \cos \theta = 0 \quad \therefore \cos \theta = -1$$



$\cos \theta = -1$ 의 근은 함수 $y = \cos \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$)의
그래프와 직선 $y = -1$ 의 교점의 θ 좌표이므로
 $\theta = \pi$