



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[부정적분의 뜻]

• 함수 $F(x)$ 의 도함수가 $f(x)$ 일 때, 즉

$$F'(x) = f(x)$$

일 때, $F(x)$ 를 $f(x)$ 의 부정적분이라 하고,

이것을 기호로 $\int f(x)dx$ 와 같이 나타낸다.

• 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 라 하면

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{는 상수})$$

로 나타낸다. 이때 $f(x)$ 를 피적분함수, C 를 적분상수, x 를 적분변수라 한다.

또 함수 $f(x)$ 의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$ 를 적분한다고 하고, 그 계산법을 적분법이라 한다.

[함수 $y = x^n$ 의 부정적분]

n 이 음이 아닌 정수일 때,

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

[함수의 실수배, 합, 차의 부정적분]

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 부정적분이 존재할 때,

$$\bullet \int k f(x) dx = k \int f(x) dx \quad (\text{단, } k \text{는 실수})$$

$$\bullet \int \{f(x) + g(x)\} dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\bullet \int \{f(x) - g(x)\} dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

기본문제

[문제]

1. 다음 중에서 $4x^3$ 의 부정적분을 모두 고른 것은?

㉠. x^4

㉡. $x^3 - 2$

㉢. $x^4 - 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

[문제]

2. 부정적분 $\int 5 dx + \int 4x dx$ 를 구하면? (단, C 는 적분상수이다.)

① $x^2 + 5 + C$

② $x^2 + 5x + C$

③ $2x^2 + 5 + C$

④ $2x^2 + 5x + C$

⑤ $2x^2 + x + C$

[문제]

3. 다음 등식

$$\int f(x) dx = 3x^2 - 2x + C$$

을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값은?
(단, C 는 적분상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

[문제]

4. 부정적분 $\int x^5 dx$ 를 구하면? (단, C 는 적분상수이다.)

① $\frac{1}{5}x^5 + C$

② $x^5 + C$

③ $\frac{1}{6}x^6 + C$

④ $x^6 + C$

⑤ $\frac{1}{5}x^6 + C$

[예제]

5. 원점을 지나는 함수 $f(x)$ 가 $3x^2 - 4x + 1$ 의 한 부정적분일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[문제]

6. 부정적분 $\int 4(x^2 - 1)(x + 3)dx$ 을 구한 것은? (단, C 는 적분상수이다.)

- ① $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 12x + C$
② $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 12x + C$
③ $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + C$
④ $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 12x + C$
⑤ $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 12x + C$

[예제]

7. 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 가 있다.

(가) $f(1) = 1$

(나) $f'(x) = 12x^2 - 4x + 1$

이 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 23 ② 24
③ 25 ④ 26
⑤ 27

[문제]

8. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = -3x^2 + 2x + 3, f(0) = 1$$

일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

9. 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $2x + 3$ 이다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

평가문제

[스스로 확인하기]

10. 다음 중 (가), (나) 안에 알맞은 것을 고르면?

(1) 함수 $f(x)$ 에 대하여 $F'(x) = f(x)$ 가 되는 함수 $F(x)$ 를 함수 $f(x)$ 의 (가) (이)라 한다.

(2) $F'(x) = f(x)$ 일 때 $\int f(x) dx = \text{(나)} + C$ (단, C 는 적분상수)

- ① (가) : 부정적분, (나) : $F(x)$
② (가) : 부정적분, (나) : $F'(x)$
③ (가) : 정적분, (나) : $F(x)$
④ (가) : 정적분, (나) : $F'(x)$
⑤ (가) : 정적분, (나) : $f'(x)$

[스스로 확인하기]

11. 다음 중 부정적분 $\int (-2x^3) dx$ 를 구한 것은? (단, C 는 적분상수이다.)

- ① $\frac{1}{2}x^4 + C$ ② $-\frac{1}{2}x^4 + C$
③ $x^4 + C$ ④ $-x^4 + C$
⑤ $2x^4 + C$

[스스로 확인하기]

12. 등식 $\int f(x) dx = x^2 - 4x + C$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 는? (단, C 는 적분상수이다.)

- ① $x - 4$ ② $2x - 4$
③ $x^2 - 4$ ④ $x^2 - 4x$
⑤ x^2

[스스로 확인하기]

13. $(x+4)^2$ 의 한 부정적분이 $f(x)$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?

- ① 5 ② 10
③ 15 ④ 20
⑤ 25

[스스로 확인하기]

14. 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프는 원점과 점 $(2, -4)$ 를 지나는 직선이다. 곡선 $y=f(x)$ 가 두 점 $A(0, 3)$, $B(1, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[스스로 확인하기]

15. 지면으로부터 20 m 높이에 있던 공이 떨어지기 시작한 지 $t(0 \leq t \leq 2)$ 초 후의 높이를 $f(t)$ m라 하면 $f'(t) = -10t$ ($0 < t < 2$)라 한다. $f(1)$ 의 값은?

- ① 0 ② 5
③ 10 ④ 15
⑤ 20

[스스로 확인하기]

16. 다음 중 (가), (나) 안에 알맞은 것을 고르면?

n 이 음이 아닌 정수일 때

$$\int x^n dx = \frac{1}{\boxed{(\text{가})}} x^{\boxed{(\text{나})}} + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

- ① (가) : n , (나) : n
② (가) : n , (나) : $n+1$
③ (가) : $n+1$, (나) : $n-1$
④ (가) : $n+1$, (나) : n
⑤ (가) : $n+1$, (나) : $n+1$

[스스로 확인하기]

17. 함수 $f(x)$ 가 $4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ 의 한 부정적분일 때, $f(2) - f(1)$ 의 값은?

- ① 16 ② 17
③ 18 ④ 19
⑤ 20

[스스로 확인하기]

18. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + a, \quad f(0) = 1, \quad f(1) = 3$$

일 때, $f(-2)$ 의 값은?

- ① 3 ② 5
③ 7 ④ 9
⑤ 11

[스스로 확인하기]

19. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) $f(1) = -2$

(나) $F(x) = xf(x) + 4x^3 - 3x^2$

(단, $F(x)$ 는 $f(x)$ 의 한 부정적분)

이때, $f(0)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 확인하기]

20. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 최고차항의 계수가 양수인 이차함수이고, $y=f'(x)$ 의 그래프는 x 축과 만나는 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 3$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 0이고 극솟값이 -32 일 때, $f(0)$ 의 값은?

- ① -5 ② -4
③ -3 ④ -2
⑤ -1

[스스로 확인하기]

21. 하루에 x kg의 재료를 생산하는 데 드는 생산비용을 $f(x)$ 만 원이라 할 때, $f'(x)$ 를 x kg을 생산할 때의 한계 비용이라 한다.

어느 공장에서 x kg의 재료를 생산할 때의 한계

비용 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 3x^2 - 2x + 6$ (만 원)일 때, $f(3) - f(2)$ 의 값은?

- ① 5 ② 10
③ 15 ④ 20
⑤ 25

[스스로 마무리하기]

22. 함수 $f(x) = \int \frac{x^3}{x-2} dx - 8 \int \frac{1}{x-2} dx$ 에 대하여, $f'(1)$ 의 값은?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

[스스로 마무리하기]

23. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $4x-1$ 이고, 이 곡선이 점 $(0, 3)$ 을 지날 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[스스로 마무리하기]

24. 함수 $f(x)$ 의 도함수는

$f'(x) = -3x^2 - 3x + a$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 극솟값 $-\frac{11}{2}$ 을 갖고 $x=1$ 에서 극댓값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 13 ② 14
③ 15 ④ 16
⑤ 17

[스스로 마무리하기]

25. 함수 $f(x)$ 와 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(x) = xf(x) - x^3 - x^2 + 1$, $f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 11 ② 13
③ 15 ④ 17
⑤ 19

[스스로 마무리하기]

26. 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(0)+g(1)$ 의 값은?

- (가) $f(0)g(0)=8$
(나) $f(x) = (x-4)g(x) + 12$
(다) $\{f(x)g(x)\}' = 3x^2$

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] \hookrightarrow 은 $3x^2$ 의 부정적분이다.

2) [정답] ④

[해설] $\frac{d}{dx}(2x^2+5x+C)=4x+5$ 이므로

$$\int 5 dx + \int 4x dx = \int (5+4x) dx = 2x^2+5x+C$$

3) [정답] ⑤

[해설] $\int f(x) dx = 3x^2 - 2x + C$ 이므로 양변을 미분하면

$$f(x) = 6x - 2$$

$$f(1) = 4$$

4) [정답] ③

[해설] $\int x^5 dx = \frac{1}{5+1}x^{5+1} + C = \frac{1}{6}x^6 + C$

5) [정답] ①

[해설] $f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$

$$= \int 3x^2 dx - \int 4x dx + \int 1 dx$$

$$= x^3 - 2x^2 + x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(0) = C = 0$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

$$\therefore f(1) = 0$$

6) [정답] ③

[해설] $\int 4(x^2-1)(x+3) dx$

$$= \int (4x^3 + 12x^2 - 4x - 12) dx$$

$$= x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + C$$

7) [정답] ②

[해설] $f'(x) = 12x^2 - 4x + 1$ 이므로

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$f(1) = 1 \text{이므로}$$

$$f(1) = 4 - 2 + 1 + C = 1$$

$$C = -2$$

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 2$$

$$\therefore f(2) = 32 - 8 + 2 - 2 = 24$$

8) [정답] ④

[해설] $f'(x) = -3x^2 + 2x + 3$

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 3x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(0) = C = 1 \text{이므로 } f(x) = -x^3 + x^2 + 3x + 1$$

$$\therefore f(1) = -1 + 1 + 3 + 1 = 4$$

9) [정답] ④

[해설] $f'(x) = 2x + 3$

$$f(x) = x^2 + 3x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(-1) = -1 \text{이므로}$$

$$f(-1) = 1 - 3 + C = -1, \quad C = 1$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$\therefore f(1) = 1 + 3 + 1 = 5$$

10) [정답] ①

[해설] (1) 함수 $f(x)$ 에 대하여 $F'(x) = f(x)$ 가 되는 함수 $F(x)$ 를 함수 $f(x)$ 의 부정적분이라 한다.

$$(2) F'(x) = f(x) \text{일 때 } \int f(x) dx = F(x) + C$$

(단, C 는 적분상수)

11) [정답] ②

[해설] $\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}x^4 + C\right) = -2x^3$ 이므로

$$\int (-2x^3) dx = -\frac{1}{2}x^4 + C$$

12) [정답] ②

[해설] $\frac{d}{dx}(x^2 - 4x + C) = 2x - 4$ 이므로

$$f(x) = 2x - 4$$

13) [정답] ⑤

[해설] $\int (x+4)^2 dx = f(x)$ 이므로

$$(x+4)^2 = f'(x)$$

$$\therefore f'(1) = 5^2 = 25$$

14) [정답] ③

[해설] 원점과 점 $(2, -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = -2x \text{이므로}$$

$$f'(x) = -2x$$

$$\text{한편 } (-x^2)' = -2x \text{이므로}$$

$$f(x) = \int (-2x) dx = -x^2 + C$$

(단, C 는 적분상수)

$$f(0) = 3 \text{이므로 } C = 3$$

$$\text{따라서 } f(x) = -x^2 + 3 \text{이므로 } k = f(1) = 2$$

15) [정답] ④

[해설] $f'(t) = -10t$ 이고, $(-5t^2)' = -10t$ 이므로

$$f(t) = \int (-10t) dt$$

$$= -5t^2 + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(0) = 20 \text{이므로 } C = 20$$

$$\text{따라서 } f(t) = -5t^2 + 20 \text{이므로 } f(1) = 15$$

16) [정답] ⑤

[해설] n 이 음이 아닌 정수일 때

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

17) [정답] ③

[해설] $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

$$f(x) = x^4 + x^3 - x^2 - x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(2) = 16 + 8 - 4 - 2 + C = 18 + C$$

$$f(1) = 1 + 1 - 1 - 1 + C = C$$

$$\therefore f(2) - f(1) = 18$$

18) [정답] ④

[해설] $f(x) = x^4 + x^3 + ax + C$ (단, C 는 적분상수)

$$f(0) = 1 \text{이므로 } C = 1$$

$$f(1) = 3 + a = 3 \text{이므로 } a = 0$$

$$f(x) = x^4 + x^3 + 1$$

$$f(-2) = 16 - 8 + 1 = 9$$

19) [정답] ①

[해설] $F(x) = xf(x) + 4x^3 - 3x^2$

양변을 미분하면

$$f(x) = f(x) + xf'(x) + 12x^2 - 6x$$

$$f'(x) = -12x + 6$$

$$f(x) = -6x^2 + 6x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(1) = C = -2$$

$$\therefore f(0) = C = -2$$

20) [정답] ①

[해설] $y = f'(x)$ 의 그래프가 x 축과 $x = -1$, $x = 3$ 에서 만나므로

$$f'(x) = a(x+1)(x-3) = ax^2 - 2ax - 3a \quad (a > 0)$$

로 놓을 수 있다.

$$f(x) = \int f'(x) dx \text{이므로}$$

$$f(x) = \int (ax^2 - 2ax - 3a) dx = \frac{a}{3}x^3 - ax^2 - 3ax + C$$

(단, C 는 적분상수)

$y = f'(x)$ 의 그래프를 보고 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	\cdots	-1	\cdots	3	\cdots
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	\nearrow	극대	\searrow	극소	\nearrow

즉 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대, $x = 3$ 에서 극소이고 극댓값은 0 , 극솟값은 -32 이므로

$$f(-1) = 0 \text{에서 } \frac{5}{3}a + C = 0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$f(3) = -32 \text{에서 } -9a + C = -32 \quad \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하면 $a = 3$, $C = -5$

따라서 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$

$$\therefore f(0) = -5$$

21) [정답] ④

[해설] $f'(x) = 3x^2 - 2x + 6$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 6x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(3) = 27 - 9 + 18 + C = 36 + C$$

$$f(2) = 8 - 4 + 12 + C = 16 + C$$

$$\therefore f(3) - f(2) = 20$$

22) [정답] ④

[해설] $f(x) = \int \frac{x^3}{x-2} dx - 8 \int \frac{1}{x-2} dx$

$$= \int \frac{x^3 - 8}{x-2} dx = \int (x^2 + 2x + 4) dx$$

$$f'(x) = x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore f'(1) = 7$$

23) [정답] ⑤

[해설] $f'(x) = 4x - 1$ 이므로

$$f(x) = 2x^2 - x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(0) = 3 \text{이므로 } C = 3$$

따라서 $f(x) = 2x^2 - x + 3$

$$\therefore f(2) = 8 - 2 + 3 = 9$$

24) [정답] ②

[해설] $f'(1) = 0$ 이므로

$$a - 6 = 0$$

즉, $a = 6$

$$f'(x) = -3x^2 - 3x + 6 = -3(x-1)(x+2)$$

$$f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$f(x)$ 는 $x = -2$ 에서 극솟값을 가지므로

$$f(-2) = -10 + C = -\frac{11}{2}$$

$$C = \frac{9}{2}$$

따라서 $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + \frac{9}{2}$

$$b = f(1) = 8$$

$$\therefore a + b = 14$$

25) [정답] ⑤

[해설] $F(x) = xf(x) - x^3 - x^2 + 1$

양변을 미분하면

$$f(x) = f(x) + xf'(x) - 3x^2 - 2x$$

$$xf'(x) = 3x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 3x + 2$$

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(0) = -\frac{1}{2} \text{이므로 } C = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore f(3) = \frac{27}{2} + 6 - \frac{1}{2} = 19$$

26) [정답] ⑤

[해설] 조건 (다)에 의해

$$f(x)g(x) = x^3 + C$$

조건 (가)에 의해 $C = 8$

$$f(x)g(x) = x^3 + 8$$

위의 식에 조건 (나)를 대입하면

$$\{(x-4)g(x) + 12\}g(x) = x^3 + 8$$

$$(x-4)\{g(x)\}^2 + 12g(x) = x^3 + 8$$

$$(x-4)\{g(x)\}^2 + 12g(x) - (x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$\{(x-4)g(x)+x^2-2x+4\}\{g(x)-(x+2)\}=0$$

함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 미분 가능하므로

$$g(x)=x+2$$

$$(나)에서 f(x)=x^2-2x+4$$

$$\therefore f(0)+g(1)=4+3=7$$

[다른 풀이] 조건 (다)에 의해

$$f(x)g(x)=x^3+C$$

조건 (가)에 의해 $C=8$

$$f(x)g(x)=x^3+8$$

조건 (나)에 의해 $g(x)$ 는 일차함수, $f(x)$ 는 이차함수이다.

$$f(x)g(x)=x^3+8=(x+2)(x^2-2x+4)$$

$$=(-x-2)(-x^2+2x-4)$$

이 중에서 조건(나)를 만족하는 경우는

$$f(x)=x^2-2x+4, g(x)=x+2$$

$$\therefore f(0)+g(1)=4+3=7$$