



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2018-02-15
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

삼·사차방정식에서 주어진 근을 이용하여
미정계수 구하기

(1) 삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$
 (a, b, c, d 는 상수, $a \neq 0$)의 세 근 중
 주어진 한 근을 α 라 하면 $f(\alpha)=0$ 이 성립한다.

(2) 사차방정식 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$
 (a, b, c, d, e 는 상수, $a \neq 0$)의 네 근 중
 주어진 두 근을 α, β 라 하면 $f(\alpha)=0, f(\beta)=0$ 이
 성립한다.

■ x 에 대한 삼차방정식의 한 근이 $< >$ 안의 수일 때,
 상수 a 의 값을 구하여라.

1. $x^3-ax^2+x+6=0 <-1>$

2. $x^3+ax^2+x+4=0 <-1>$

3. $x^3+6x^2+ax-4=0 <-2>$

4. $x^3+2x^2+ax+6=0 <-2>$

5. $x^3-ax^2-3x+10=0 <1>$

6. $x^3+ax^2+17x-15=0 <3>$

7. $x^3+2x^2+3x+a=0 <-2>$

8. $x^3-2x^2-5x+a=0 <1>$

9. $x^3-2x^2+ax+12=0 <1>$

10. $2x^3-3x^2+ax-3=0 <-1>$

■ x 에 대한 삼차방정식의 두 근이 $< >$ 안의 수일 때,
 상수 a, b 의 값을 구하여라.

11. $x^3+ax^2+2x+b=0 <1, 2>$

12. $x^3+ax^2+2x+b=0 <1, 2>$

13. $x^3+ax^2+2x+b=0 <1, 2>$

■ x 에 대한 사차방정식의 근이 $< >$ 안의 두 수일 때,
 상수 a, b 의 값을 구하여라.

14. $x^4-3x^3+ax^2-9x+6=0 <2>$

15. $x^4+ax^3+ax^2+bx-3=0 <1, -1>$

16. $x^4-3x^3+ax^2+12x+b=0 <1, 2>$

17. $x^4+ax^3-5x^2+bx-6=0 <1, -3>$

02

주어진 근을 이용하여 미정계수 또는 나머지
근 구하기

방정식 $f(x)=0$ 에서 한 근 α 가 주어질 때,
 $f(\alpha)=0$, 즉 $f(x)$ 는 $x-\alpha$ 를 인수로 가지므로
 조립제법을 이용하여 나머지 근을 구한다.

■ x 에 대한 삼차방정식의 한 근이 $< >$ 안의 수일 때,
 나머지 두 근을 구하여라. (단, a 는 상수)

18. $x^3+ax^2-x-3=0 \quad <-1>$

19. $x^3-4x^2+ax+6=0 \quad <2>$

20. $x^3+ax^2-x+5=0 \quad <1>$

21. $x^3+ax^2-13x-12=0 \quad <-1>$

■ x 에 대한 삼차방정식의 한 근이 $< >$ 안의 수일 때,
 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하여라.

22. $x^3-2x^2+ax+6=0 \quad <1>$

23. $x^3+ax^2+x+10=0 \quad <-2>$

24. $x^3-4x^2+x+a=0 \quad <-1>$

■ 다음 삼차방정식의 한 근이 1일 때, 나머지 두 근을
 구하여라. (단, a 는 상수)

25. $x^3+x^2+ax-3=0$

26. $x^3-3x^2-x+a=0$

■ 다음 삼차방정식의 한 근이 -1 일 때, 나머지 두 근
 을 구하여라.

27. $x^3+ax^2-3x-1=0$

28. $x^3+(a+5)x^2-ax-9+3a=0$

29. x 에 대한 사차방정식 $x^4-x^3-2x^2+6x+a=0$ 의
 한 실근이 1이고, 두 허근을 각각 α, β 라 할 때,
 $a+\alpha+\beta$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수)

03 공통부분이 보이는 사차방정식의 풀이**(1) 공통부분이 보이는 경우**

⇒ 공통부분을 한 문자로 치환하여 그 문자에 대한 방정식으로 변형한 후 인수분해한다.

(2) 공통부분이 보이지 않는 경우

⇒ 공통부분이 생기도록 식을 적당히 변형한 후 공통부분을 한 문자로 치환하여 그 문자에 대한 방정식으로 변형한 후 인수분해한다.

▣ 다음 방정식을 풀어라.

30. $(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 6 = 0$

31. $(x^2 - x)^2 - 3(x^2 - x) + 2 = 0$

32. $(x^2 - 5x + 1)(x^2 - 5x + 3) - 24 = 0$

33. $(x^2 - x + 2)^2 - 3(x^2 - x) - 34 = 0$

34. $(x^2 + x)^2 - x^2 - x - 2 = 0$

35. $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24 = 0$

36. $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 = 0$

37. $(x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x + 3) - 2 = 0$

38. $x(x-1)(x+1)(x+2) - 24 = 0$

39. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3 = 0$

40. $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15 = 0$

41. $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 = 0$

42. $(x+1)(x-2)(x+3)(x+6) + 14 = 0$

43. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 8$

44. $x(x+1)(x+2)(x+3) = 3$

04 복이차방정식의 풀이

$ax^4+bx^2+c=0(a \neq 0)$ 꼴은 $x^2=t$ 로 치환한 후
좌변을 인수분해하여 푼다.

(1) 좌변이 인수분해가 되는 경우

⇒ 인수분해 공식을 이용하여 푼다.

(2) 좌변이 인수분해가 되지 않는 경우

⇒ 이차항을 적당히 더하고 빼서 $A^2-B^2=0$ 꼴로
변형하여 푼다.

■ 다음 방정식을 풀어라.

45. $x^4-5x^2+6=0$

46. $x^4+2x^2+9=0$

47. $x^4-2x^2+1=0$

48. $x^4+3x^2+4=0$

49. $x^4-3x^2+2=0$

50. $x^4-5x^2+4=0$

51. $x^4+2x^2-24=0$

52. $x^4-x^2-6=0$

53. $x^4-2x^2-15=0$

54. $x^4-8x^2-9=0$

55. $x^4+x^2+1=0$

56. $x^4-6x^2+1=0$

57. $x^4-3x^2-4=0$

58. $x^4-12x^2+20=0$

59. $x^4+x^2-12=0$

60. $x^4-13x^2+36=0$

61. $x^4-8x^2+4=0$

62. $x^4+64=0$

05 상반방정식의 풀이

$ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 꼴로 계수가 대칭인
사차방정식은

① 양변을 x^2 으로 나눈다.

② $x+\frac{1}{x}=t$ 로 치환하여 t 에 대한 이차방정식을 푼다.

③ 방정식 $x+\frac{1}{x}=t$ 를 푼다.

▣ 다음 방정식을 풀어라.

63. $x^4-3x^3-2x^2-3x+1=0$

64. $x^4+5x^3-4x^2+5x+1=0$

65. $x^4-3x^3+4x^2-3x+1=0$

66. $x^4+11x^3+26x^2+11x+1=0$

67. $x^4-7x^3+12x^2-7x+1=0$

68. $2x^4+5x^3+x^2+5x+2=0$

69. $x^4-x^3-4x^2-x+1=0$

70. $2x^4+x^3-11x^2+x+2=0$



정답 및 해설

1) $a=4$

$\Rightarrow f(x)=x^3-ax^2+x+6$ 으로 놓으면 $f(-1)=0$ 이므로
 $-1-a-1+6=0 \therefore a=4$

2) $a=-2$

$\Rightarrow x^3+ax^2+x+4=0$ 의 한 근이 -1 이므로
 $x=-1$ 을 대입하면
 $-1+a-1+4=0$
 $\therefore a=-2$

3) $a=6$

\Rightarrow 삼차방정식 $x^3+6x^2+ax-4=0$ 의 한 근이 -2 이므로
 $-8+24-2a-4=0$
 $\therefore a=6$

4) $a=3$

$\Rightarrow f(x)=x^3+2x^2+ax+6$ 으로 놓으면 $f(-2)=0$ 이므로
 $-8+8-2a+6=0 \therefore a=3$

5) $a=8$

$\Rightarrow f(x)=x^3-ax^2-3x+10$ 으로 놓으면
 $f(1)=0$ 이므로
 $1-a-3+10=0 \therefore a=8$

6) $a=-7$

\Rightarrow 주어진 방정식의 한 근이 $x=3$ 이므로
 $3^3+a \cdot 3^2+17 \cdot 3-15=0 \therefore a=-7$

7) $a=6$

\Rightarrow 주어진 방정식의 한 근이 $x=-2$ 이므로 $x=-2$ 을
 대입하면 $-8+8-6+a=0 \therefore a=6$

8) $a=6$

\Rightarrow 주어진 방정식의 한 근이 $x=1$ 이므로 주어진 방정식
 에 이를 대입하여 계산하면 $a=6$ 이다.

9) $a=-11$

\Rightarrow 주어진 방정식의 한 근이 $x=1$ 이므로 주어진 방정식
 에 대입하면 $a=-11$

10) $a=-8$

$\Rightarrow f(x)=2x^3-3x^2+ax-3$ 으로 놓으면 $f(-1)=0$ 이
 므로 $-2-3-a-3=0 \therefore a=-8$

11) $a=-3, b=0$

$\Rightarrow f(x)=x^3+ax^2+2x+b$ 로 놓으면

$f(1)=0, f(2)=0$ 이므로

$1+a+2+b=0, 8+4a+4+b=0$
 즉, $a+b=-3, 4a+b=-12$ 이므로
 $a=-3, b=0$

12) $a=-3, b=0$

\Rightarrow 삼차방정식 $x^3+ax^2+2x+b=0$ 의 두 근이 $1, 2$ 이
 므로

각각 $x=1, 2$ 를 대입하면

$$\begin{cases} 1+a+2+b=0 \\ 8+4a+4+b=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=-3 \\ 4a+b=-12 \end{cases}$$

연립하여 풀면

$\therefore a=-3, b=0$

13) $a=-3, b=0$

\Rightarrow 삼차방정식 $x^3+ax^2+2x+b=0$ 의 두 근이 $1, 2$
 이므로

$$1+a+2+b=0, 8+4a+4+b=0$$

$$\therefore a=-3, b=0$$

14) $a=5$

\Rightarrow 주어진 방정식의 한 근이 $x=2$ 이므로 이를 대입하
 면

$$16-24+4a-18+6=0 \therefore a=5$$

15) $a=2, b=-2$

$\Rightarrow f(x)=x^4+ax^3+ax^2+bx-3$ 으로 놓으면
 $f(1)=0, f(-1)=0$ 이므로
 $1+a+a+b-3=0, 1-a+a-b-3=0$
 즉, $2a+b=2, -b=2$ 이므로
 $a=2, b=-2$

16) $a=-2, b=-8$

$\Rightarrow f(x)=x^4-3x^3+ax^2+12x+b$ 로 놓으면
 $f(1)=0, f(2)=0$ 이므로
 $1-3+a+12+b=0, 16-24+4a+24+b=0$
 즉, $a+b=-10, 4a+b=-16$ 이므로
 $a=-2, b=-8$

17) $a=0, b=10$

$\Rightarrow f(x)=x^4+ax^3-5x^2+bx-6$ 으로 놓으면
 $f(1)=0, f(-3)=0$ 이므로
 $1+a-5+b-6=0, 81-27a-45-3b-6=0$
 즉, $a+b=10, 9a+b=10$ 이므로
 $a=0, b=10$

18) $1, -3$

$\Rightarrow f(x)=x^3+ax^2-x-3$ 으로 놓으면
 $f(-1)=0$ 이므로
 $-1+a+1-3=0 \therefore a=3$
 즉, $f(x)=x^3+3x^2-x-3$ 이고, $f(-1)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & -1 & -3 \\ & & -1 & -2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^2+2x-3) \\ = (x+1)(x-1)(x+3)$$

즉, $(x+1)(x-1)(x+3)=0$ 이므로

$x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-3$

따라서 나머지 두 근은 1, -3이다.

19) -1, 3

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 6$ 으로 놓으면 $f(2)=0$ 이므로

$$8 - 16 + 2a + 6 = 0 \quad \therefore a = 1$$

즉, $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이고, $f(2)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & 2 & -4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2-2x-3) \\ = (x-2)(x+1)(x-3)$$

즉, $(x-2)(x+1)(x-3)=0$ 이므로

$x=2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 -1, 3이다.

20) -1, 5

$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 - x + 5$ 로 놓으면 $f(1)=0$ 이므로

$$1 + a - 1 + 5 = 0 \quad \therefore a = -5$$

즉, $f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$ 이고, $f(1)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -5 & -1 & 5 \\ & & 1 & -4 & -5 \\ \hline & 1 & -4 & -5 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x^2-4x-5) \\ = (x-1)(x+1)(x-5)$$

즉, $(x-1)(x+1)(x-5)=0$ 이므로

$x=1$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 나머지 두 근은 -1, 5이다.

21) -3, 4

$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 - 13x - 12$ 로 놓으면

$f(-1)=0$ 이므로

$$-1 + a + 13 - 12 = 0 \quad \therefore a = 0$$

즉, $f(x) = x^3 - 13x - 12$ 이고,

$f(-1)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -13 & -12 \\ & & -1 & 1 & 12 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^2-x-12) \\ = (x+1)(x-4)(x+3)$$

즉, $(x+1)(x-4)(x+3)=0$ 이므로

$x=-1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$

따라서 나머지 두 근은 4, -3이다.

22) $a=-5$, 나머지 두 근은 -2, 3

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 6$ 으로 놓으면

$f(1)=0$ 이므로

$$1 - 2 + a + 6 = 0 \quad \therefore a = -5$$

즉, $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 이고, $f(1)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x^2-x-6) \\ = (x-1)(x+2)(x-3)$$

즉, $(x-1)(x+2)(x-3)=0$ 이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 -2, 3이다.

23) $a=0$, 나머지 두 근은 $1 \pm 2i$

$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + x + 10$ 로 놓으면 $f(-2)=0$ 이므로

$$-8 + 4a - 2 + 10 = 0 \quad \therefore a = 0$$

즉, $f(x) = x^3 + x + 10$ 이고, $f(-2)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ & & -2 & 4 & -10 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+2)(x^2-2x+5)$$

즉, $(x+2)(x^2-2x+5)=0$ 이므로

$x=-2$ 또는 $x=1 \pm 2i$

따라서 나머지 두 근은 $1 \pm 2i$ 이다.

24) $a=6$, 나머지 두 근은 2, 3

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 4x^2 + x + a$ 로 놓으면 $f(-1)=0$ 이므로

$$-1 - 4 - 1 + a = 0 \quad \therefore a = 6$$

즉, $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이고, $f(-1)=0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^2-5x+6) \\ = (x+1)(x-2)(x-3)$$

즉, $(x+1)(x-2)(x-3)=0$ 이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 2, 3이다.

25) $-1 \pm \sqrt{2}i$

$\Rightarrow x^3 + x^2 + ax - 3 = 0$ 의 한 근이 1이므로

$$1 + 1 + a - 3 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$x^3 + x^2 + x - 3 = 0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2+2x+3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 나머지 두 근은 $x=-1 \pm \sqrt{2}i$ 이다.

26) 3, -1

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 - x + a = 0$ 의 한 근이 1이므로

$$1 - 3 - 1 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$x^3-3x^2-x+3=0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & -1 & 3 \\ & & 1 & -2 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2-2x-3)=0, (x-1)(x-3)(x+1)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3 \text{ 또는 } x=-1$$

따라서 나머지 두 근은 3, -1이다.

27) $1 \pm \sqrt{2}$

$\Rightarrow x^3+ax^2-3x-1=0$ 의 한 근이 -1이므로

$$-1+a+3-1=0 \therefore a=-1$$

$x^3-x^2-3x-1=0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ & & -1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2-2x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1 \pm \sqrt{2}$$

따라서 나머지 두 근은 $1 \pm \sqrt{2}$ 이다.

28) -6, 1

$\Rightarrow x^3+(a+5)x^2-ax-9+3a=0$ 의 한 근이 -1이므로

$$-1+a+5+a-9+3a=0, 5a=5 \therefore a=1$$

$x^3+6x^2-x-6=0$ 에서 좌변을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 6 & -1 & -6 \\ & & -1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & -6 & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2+5x-6)=0, (x+1)(x+6)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=-6 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 나머지 두 근은 -6, 1이다.

29) -2

$\Rightarrow f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x+a$ 로 놓으면 $f(1)=0$ 이므로

$$1-1-2+6+a=0 \therefore a=-4$$

$$\text{즉, } f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4 \text{이고,}$$

$$f(1)=0, f(-2)=0 \text{이므로}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 6 & -4 \\ & & 1 & 0 & -2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & 0 \\ & & -2 & 4 & -4 & \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)$$

$$\text{즉, } (x-1)(x+2)(x^2-2x+2)=0 \text{이므로}$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=-2 \text{ 또는 } x=1 \pm i$$

따라서 $\alpha=1+i, \beta=1-i$ 또는 $\alpha=1-i, \beta=1+i$ 이

므로

$$a+\alpha+\beta=(-4)+2=-2$$

30) $x=-3$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-1 \pm i$

$\Rightarrow x^2+2x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2-X-6=0, (X+2)(X-3)=0$$

$$\therefore X=-2 \text{ 또는 } X=3$$

(i) $X=-2$ 일 때, $x^2+2x+2=0$ 에서

$$x=-1 \pm i$$

(ii) $X=3$ 일 때, $x^2+2x-3=0$ 에서

$$(x+3)(x-1)=0 \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=1$$

(i), (ii)에서 $x=-3$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-1 \pm i$

31) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow x^2-x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2-3X+2=0, (X-1)(X-2)=0$$

$$\therefore X=1 \text{ 또는 } X=2$$

(i) $X=1$ 일 때, $x^2-x-1=0$ 에서

$$x=\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(ii) $X=2$ 일 때, $x^2-x-2=0$ 에서

$$(x+1)(x-2)=0 \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

(i), (ii)에서 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

32) $x=\frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$

$\Rightarrow x^2-5x=A$ 로 놓으면

$$(A+1)(A+3)-24=0$$

$$A^2+4A-21=0, (A+7)(A-3)=0$$

이므로 $(x^2-5x+7)(x^2-5x-3)=0$

$$x^2-5x+7=0 \text{ 또는 } x^2-5x-3=0$$

따라서 $x=\frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$

33) $x=\frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$\Rightarrow x^2-x=A$ 로 놓으면

$$(A+2)^2-3A-34=0$$

$$A^2+A-30=0, (A+6)(A-5)=0$$

이므로 $(x^2-x+6)(x^2-x-5)=0$

$$x^2-x+6=0 \text{ 또는 } x^2-x-5=0$$

따라서 $x=\frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

34) $x=\frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

$\Rightarrow (x^2+x)^2-(x^2+x)-2=0$ 에서

$$x^2+x=t \text{로 놓으면 } t^2-t-2=0$$

$$(t+1)(t-2)=0 \therefore t=-1 \text{ 또는 } t=2$$

(i) $t=-1$, 즉 $x^2+x=-1$ 일 때

$$x^2+x+1=0 \quad \therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t=2$, 즉 $x^2+x=2$ 일 때

$$x^2+x-2=0, (x+2)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 방정식의 근은

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

35) $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-4$ 또는 $x=3$

$$\Rightarrow (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24=0 \text{에서}$$

$$x^2+x=t \text{로 놓으면 } t^2-14t+24=0$$

$$(t-2)(t-12)=0 \quad \therefore t=2 \text{ 또는 } t=12$$

(i) $t=2$, 즉 $x^2+x=2$ 일 때

$$x^2+x-2=0, (x+2)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

(ii) $t=12$, 즉 $x^2+x=12$ 일 때

$$x^2+x-12=0, (x+4)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 방정식의 근은

$$x=-2 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=-4 \text{ 또는 } x=3$$

36) $x=\pm 1$ 또는 $x=3$ 또는 $x=5$

$$\Rightarrow x^2-4x=t \text{로 놓으면 주어진 방정식은}$$

$$t^2-2t-15=0$$

$$(t+3)(t-5)=0 \quad \therefore t=-3 \text{ 또는 } t=5$$

(i) $t=-3$, 즉 $x^2-4x=-3$ 일 때

$$x^2-4x+3=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

(ii) $t=5$, 즉 $x^2-4x=5$ 일 때

$$x^2-4x-5=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 방정식의 근은

$$x=\pm 1 \text{ 또는 } x=3 \text{ 또는 } x=5$$

37) $x=-2 \pm \sqrt{2}$ 또는 $x=-2 \pm 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow (x^2+4x)^2-2(x^2+4x+3)-2=0 \text{에서}$$

$$x^2+4x=t \text{로 놓으면}$$

$$t^2-2(t+3)-2=0, t^2-2t-8=0$$

$$(t+2)(t-4)=0 \quad \therefore t=-2 \text{ 또는 } t=4$$

(i) $t=-2$, 즉 $x^2+4x=-2$ 일 때

$$x^2+4x+2=0 \quad \therefore x=-2 \pm \sqrt{2}$$

(ii) $t=4$, 즉 $x^2+4x=4$ 일 때

$$x^2+4x-4=0 \quad \therefore x=-2 \pm 2\sqrt{2}$$

따라서 방정식의 근은

$$x=-2 \pm \sqrt{2} \text{ 또는 } x=-2 \pm 2\sqrt{2}$$

38) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1)(x+2)-24=0 \text{에서}$$

$$\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}-24=0$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-24=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2+x=t \text{로 놓으면 } \textcircled{2} \text{은}$$

$$t(t-2)-24=0, t^2-2t-24=0$$

$$(t+4)(t-6)=0 \quad \therefore t=-4 \text{ 또는 } t=6$$

(i) $t=-4$, 즉 $x^2+x=-4$ 일 때

$$x^2+x+4=0 \quad \therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

(ii) $t=6$, 즉 $x^2+x=6$ 일 때

$$x^2+x-6=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=-3$$

따라서 방정식의 근은

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2} \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=-3$$

39) $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3=0 \text{에서}$$

$$\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3=0$$

$$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2-5x=t \text{로 놓으면 } \textcircled{2} \text{은}$$

$$(t+4)(t+6)-3=0, t^2+10t+21=0$$

$$(t+3)(t+7)=0 \quad \therefore t=-3 \text{ 또는 } t=-7$$

(i) $t=-3$, 즉 $x^2-5x=-3$ 일 때

$$x^2-5x+3=0 \quad \therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(ii) $t=-7$, 즉 $x^2-5x=-7$ 일 때

$$x^2-5x+7=0 \quad \therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

따라서 방정식의 근은

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 또는 } x = \frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

40) $x=-4 \pm \sqrt{6}$ 또는 $x=-6$ 또는 $x=-2$

$$\Rightarrow (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15=0 \text{에서}$$

$$\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\}+15=0$$

$$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2+8x=t \text{로 놓으면 } \textcircled{2} \text{은}$$

$$(t+7)(t+15)+15=0, t^2+22t+120=0$$

$$(t+10)(t+12)=0 \quad \therefore t=-10 \text{ 또는 } t=-12$$

(i) $t=-10$, 즉 $x^2+8x=-10$ 일 때

$$x^2+8x+10=0 \quad \therefore x=-4 \pm \sqrt{6}$$

(ii) $t=-12$, 즉 $x^2+8x=-12$ 일 때

$$x^2+8x+12=0 \quad \therefore x=-6 \text{ 또는 } x=-2$$

따라서 방정식의 근은

$$x=-4 \pm \sqrt{6} \text{ 또는 } x=-6 \text{ 또는 } x=-2$$

41) $x=\pm 1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

$$\Rightarrow (x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8=0 \text{에서 } x^2-3x=t \text{로 놓으면}$$

$$t^2-2t-8=0, (t+2)(t-4)=0$$

$$\therefore t=-2 \text{ 또는 } t=4$$

(i) $t=-2$, 즉 $x^2-3x=-2$ 일 때

$$x^2-3x+2=0, (x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

(ii) $t=4$, 즉 $x^2-3x=4$ 일 때
 $x^2-3x-4=0, (x+1)(x-4)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
 따라서 방정식의 근은 $x=\pm 1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

42) $x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{15}$
 $\Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3)(x+6)+14=0$ 에서
 $\{(x+1)(x+3)\}\{(x-2)(x+6)\}+14=0$
 $(x^2+4x+3)(x^2+4x-12)+14=0 \dots \textcircled{1}$
 $x^2+4x=t$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 은
 $(t+3)(t-12)+14=0, t^2-9t-22=0$
 $(t+2)(t-11)=0 \therefore t=-2$ 또는 $t=11$
 (i) $t=-2$, 즉 $x^2+4x=-2$ 일 때
 $x^2+4x+2=0 \therefore x=-2\pm\sqrt{2}$
 (ii) $t=11$, 즉 $x^2+4x=11$ 일 때
 $x^2+4x-11=0 \therefore x=-2\pm\sqrt{15}$
 따라서 방정식의 근은 $x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는
 $x=-2\pm\sqrt{15}$

43) $x=\frac{-5\pm\sqrt{7}i}{2}$ 또는 $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$
 $\Rightarrow (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=8$
 $\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}=8$
 $(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=8$
 $x^2+5x=t$ 라고 치환하면
 $(t+4)(t+6)=8$
 $t^2+10t+24-8=0$
 $t^2+10t+16=0$
 $(t+8)(t+2)=0$
 (i) $t=-8$, 즉 $x^2+5x=-8$ 일 때
 $x^2+5x+8=0$ 이므로 $x=\frac{-5\pm\sqrt{7}i}{2}$
 (ii) $t=-2$, 즉 $x^2+5x=-2$ 일 때
 $x^2+5x+2=0$ 이므로 $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

44) $x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ 또는 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$
 $\Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3)=3$ 에서
 $\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}=3$
 $(x^2+3x)(x^2+3x+2)=3 \dots \textcircled{1}$
 $x^2+3x=t$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 은
 $t(t+2)=3, t^2+2t-3=0$
 $(t-1)(t+3)=0 \therefore t=1$ 또는 $t=-3$
 (i) $t=1$, 즉 $x^2+3x=1$ 일 때
 $x^2+3x-1=0 \therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$
 (ii) $t=-3$, 즉 $x^2+3x=-3$ 일 때
 $x^2+3x+3=0 \therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$

45) $x=\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$
 $\Rightarrow x^2=t$ 로 놓으면
 $t^2-5t+6=0, (t-2)(t-3)=0$
 $\therefore t=2$ 또는 $t=3$
 (i) $t=2$ 일 때, $x^2=2$ 에서 $x=\pm\sqrt{2}$
 (ii) $t=3$ 일 때, $x^2=3$ 에서 $x=\pm\sqrt{3}$
 따라서 구하는 해는 $x=\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$

46) $x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$
 $\Rightarrow x^4+2x^2+9=0$ 에서
 $(x^4+6x^2+9)-4x^2=0, (x^2+3)^2-(2x)^2=0$
 $(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)=0$
 즉, $x^2+2x+3=0$ 또는 $x^2-2x+3=0$ 이므로
 $x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$

47) $x=1$ (중근) 또는 $x=-1$ (중근)
 $\Rightarrow x^2=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $X^2-2X+1=0, (X-1)^2=0 \therefore X=1$ (중근)
 따라서 $x^2=1$ 이므로 $x=1$ (중근) 또는 $x=-1$ (중근)

48) $x=\frac{-1\pm\sqrt{7}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{2}$
 $\Rightarrow x^4+3x^2+4=0$ 에서 $(x^4+4x^2+4)-x^2=0$
 $(x^2+2)^2-x^2=0, (x^2+x+2)(x^2-x+2)=0$
 $\therefore x^2+x+2=0$ 또는 $x^2-x+2=0$
 $\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{7}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{2}$

49) $x=\pm 1$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}$
 $\Rightarrow x^2=t$ 로 놓으면
 $x^4=(x^2)^2=t^2$ 이므로 주어진 방정식은
 $t^2-3t+2=0, (t-1)(t-2)=0$
 $\therefore t=1$ 또는 $t=2$
 (i) $t=1$ 일 때, $x^2=1$ 에서 $x=\pm 1$
 (ii) $t=2$ 일 때, $x^2=2$ 에서 $x=\pm\sqrt{2}$
 따라서 구하는 해는 $x=\pm 1$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}$

50) $x=\pm 1$ 또는 $x=\pm 2$
 $\Rightarrow x^2=t$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $t^2-5t+4=0, (t-1)(t-4)=0 \therefore t=1$ 또는 $t=4$
 즉, $x^2=1$ 또는 $x^2=4$ 이므로
 $x=\pm 1$ 또는 $x=\pm 2$

51) $x=\pm 2$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}i$
 $\Rightarrow x^4+2x^2-24=0$ 에서 $x^2=t$ 로 놓으면
 $t^2+2t-24=0, (t-4)(t+6)=0 \therefore t=4$ 또는 $t=-6$
 즉, $x^2=4$ 또는 $x^2=-6$ 이므로
 $x=\pm 2$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}i$

52) $x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$
 $\Rightarrow x^4-x^2-6=0$ 에서 $x^2=t$ 로 놓으면

$$t^2 - t - 6 = 0, (t+2)(t-3) = 0 \therefore t = -2 \text{ 또는 } t = 3$$

즉, $x^2 = -2$ 또는 $x^2 = 3$ 이므로
 $x = \pm \sqrt{2}i$ 또는 $x = \pm \sqrt{3}$

53) $x = \pm \sqrt{3}i$ 또는 $x = \pm \sqrt{5}$
 $\Rightarrow x^4 - 2x^2 - 15 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 2t - 15 = 0, (t+3)(t-5) = 0 \therefore t = -3 \text{ 또는 } t = 5$
 즉, $x^2 = -3$ 또는 $x^2 = 5$ 이므로
 $x = \pm \sqrt{3}i$ 또는 $x = \pm \sqrt{5}$

54) $x = \pm i$ 또는 $x = \pm 3$
 $\Rightarrow x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 8t - 9 = 0, (t+1)(t-9) = 0 \therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 9$
 즉, $x^2 = -1$ 또는 $x^2 = 9$ 이므로
 $x = \pm i$ 또는 $x = \pm 3$

55) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
 $\Rightarrow x^4 + x^2 + 1 = 0$ 에서
 $(x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 = 0, (x^2 + 1)^2 - x^2 = 0$
 $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$
 즉, $x^2 + x + 1 = 0$ 또는 $x^2 - x + 1 = 0$ 이므로
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

56) $x = -1 \pm \sqrt{2}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}$
 $\Rightarrow x^4 - 6x^2 + 1 = 0$ 에서
 $(x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 = 0, (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 = 0$
 $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$
 즉, $x^2 + 2x - 1 = 0$ 또는 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 이므로
 $x = -1 \pm \sqrt{2}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}$

57) $x = \pm i$ 또는 $x = \pm 2$
 $\Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 3t - 4 = 0, (t+1)(t-4) = 0$
 $\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 4$
 즉, $x^2 = -1$ 또는 $x^2 = 4$ 이므로
 $x = \pm i$ 또는 $x = \pm 2$

58) $x = \pm \sqrt{2}$ 또는 $x = \pm \sqrt{10}$
 $\Rightarrow x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 12t + 20 = 0, (t-2)(t-10) = 0$
 $\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 10$
 (i) $t = 2$ 일 때, $x^2 = 2$ 에서 $x = \pm \sqrt{2}$
 (ii) $t = 10$ 일 때, $x^2 = 10$ 에서 $x = \pm \sqrt{10}$
 따라서 구하는 해는 $x = \pm \sqrt{2}$ 또는 $x = \pm \sqrt{10}$

59) $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm \sqrt{3}$
 $\Rightarrow x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 + t - 12 = 0, (t+4)(t-3) = 0$
 $\therefore t = -4 \text{ 또는 } t = 3$

(i) $t = -4$ 일 때, $x^2 = -4$ 에서 $x = \pm 2i$
 (ii) $t = 3$ 일 때, $x^2 = 3$ 에서 $x = \pm \sqrt{3}$
 따라서 구하는 해는 $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm \sqrt{3}$

60) $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 3$
 $\Rightarrow x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$
 $\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$
 (i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$ 에서 $x = \pm 2$
 (ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$ 에서 $x = \pm 3$
 따라서 구하는 해는 $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 3$

61) $x = -1 \pm \sqrt{3}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}$
 $\Rightarrow x^4 - 8x^2 + 4 = 0$ 에서 $(x^4 - 4x^2 + 4) - 4x^2 = 0,$
 $(x^2 - 2)^2 - (2x)^2 = 0$
 $(x^2 + 2x - 2)(x^2 - 2x - 2) = 0$
 즉, $x^2 + 2x - 2 = 0$ 또는 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 이므로
 $x = -1 \pm \sqrt{3}$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}$

62) $x = -2 \pm 2i$ 또는 $x = 2 \pm 2i$
 $\Rightarrow x^4 + 64 = 0$ 에서
 $(x^4 + 16x^2 + 64) - 16x^2 = 0, (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 = 0$
 $(x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8) = 0$
 즉, $x^2 + 4x + 8 = 0$ 또는 $x^2 - 4x + 8 = 0$ 이므로
 $x = -2 \pm 2i$ 또는 $x = 2 \pm 2i$

63) $2 \pm \sqrt{3}$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
 $\Rightarrow x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면
 $x^2 - 3x - 2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$
 이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 3t - 4 = 0, (t-4)(t+1) = 0$
 $\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -1$

(i) $t = 4$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 4$ 에서
 $x^2 - 4x + 1 = 0 \therefore x = 2 \pm \sqrt{3}$
 (ii) $t = -1$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -1$ 에서
 $x^2 + x + 1 = 0, \therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

따라서 주어진 사차방정식의 해는 $2 \pm \sqrt{3}$ 또는
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

64) $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

⇒ $x \neq 0$ 이므로 주어진 방정식의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 5x - 4 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 5t - 6 = 0, (t-1)(t+6) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = -6$$

(i) $t = 1$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 1$ 에서

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t = -6$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -6$ 에서

$$x^2 + 6x + 1 = 0 \quad \therefore x = -3 \pm 2\sqrt{2}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = -3 \pm 2\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$65) x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = 1 \text{ (중근)}$$

⇒ $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$$

이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 3t + 2 = 0, (t-1)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 2$$

(i) $t = 1$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 1$ 에서

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $t = 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 2$ 에서

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는

$$x = 1 \text{ (중근)}$$

$$66) x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ 또는 } x = -4 \pm \sqrt{15}$$

⇒ $x^4 + 11x^3 + 26x^2 + 11x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 11x + 26 + \frac{11}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 11\left(x + \frac{1}{x}\right) + 26 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 11\left(x + \frac{1}{x}\right) + 24 = 0$$

이때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 11t + 24 = 0, (t+3)(t+8) = 0$$

$$\therefore t = -3 \text{ 또는 } t = -8$$

(i) $t = -3$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -3$ 에서

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(ii) $t = -8$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -8$ 에서

$$x^2 + 8x + 1 = 0, \quad \therefore x = -4 \pm \sqrt{15}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또

$$는 x = -4 \pm \sqrt{15}$$

$$67) x = 1 \text{ (중근)} \text{ 또는 } x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

⇒ 방정식 $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 7x + 12 - \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 12 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 10 = 0$$

이때 $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면

$$X^2 - 7X + 10 = 0, (X-2)(X-5) = 0$$

$$\therefore X = 2 \text{ 또는 } X = 5$$

(i) $X = 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 2$ 에서

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

(ii) $X = 5$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = 5$ 에서

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(i), (ii)에서 $x = 1$ (중근) 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$68) x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{4} \text{ 또는 } x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

⇒ $2x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 양변을 x^2 으로 나누면

$$2x^2 + 5x + 1 + \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$$

$$2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

이때, $t = x + \frac{1}{x}$ 로 놓으면

$$2t^2 + 5t - 3 = 0, (t+3)(2t-1) = 0$$

$$\therefore t = -3 \text{ 또는 } t = \frac{1}{2}$$

(i) $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$ 에서

$$2x^2 - x + 2 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{4}$$

(ii) $t = -3$ 일 때, $x + \frac{1}{x} = -3$ 에서

$$x^2 + 3x + 1 = 0, \quad \therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

따라서 주어진 사차방정식의 해는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{4}$ 또
는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$69) x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ 또는 } x = -1 \text{ (중근)}$$

$\Rightarrow x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - x - 4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x} - 3\right)\left(x + \frac{1}{x} + 2\right) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 또는 } x + \frac{1}{x} = -2$$

따라서 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = -1$ (중근)

$$70) x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^4 + x^3 - 11x^2 + x + 2 = 0$$

$$x^2 \left(2x^2 + x - 11 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) = 0$$

$$x^2 \left\{ 2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right) - 11 \right\} = 0$$

$$x^2 \left\{ 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 4 + \left(x + \frac{1}{x} \right) - 11 \right\} = 0$$

$$x^2 \left\{ 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 + \left(x + \frac{1}{x} \right) - 15 \right\} = 0$$

$$x^2 \left\{ 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 5 \right\} \left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3 \right\} = 0$$

$$(2x^2 - 5x + 2)(x^2 + 3x + 1) = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \text{ 또는 } x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$(i) 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(2x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) x^2 + 3x + 1 = 0$$

근의 공식에 의하여

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$