



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
 1) 제작연월일 : 2018-02-15  
 2) 제작자 : 교육지대(주)  
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 01 / 유리함수의 그래프의 평행이동

(1) 유리함수  $y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0)$ 의 그래프

$\Rightarrow y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동한 것이다.

(2) 두 유리함수  $y = \frac{k}{x}$ 와  $y = \frac{l}{x-p} + q$ 의 그래프가

평행이동에 의해 서로 겹쳐지면

$\Rightarrow k=l$

■ 다음 함수의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

1.  $y = \frac{1}{x} \quad [p=1, q=2]$

2.  $y = \frac{1}{x} \quad [p=2, q=3]$

3.  $y = \frac{2}{x} \quad [p=2, q=1]$

4.  $y = \frac{2}{x} \quad [p=-4, q=3]$

5.  $y = \frac{2}{x} \quad [p=4, q=-3]$

6.  $y = -\frac{2}{x} \quad [p=-2, q=-1]$

7.  $y = -\frac{2}{x} \quad [p=-3, q=2]$

8.  $y = \frac{3}{x} \quad [p=2, q=-1]$

9.  $y = -\frac{3}{x} \quad [p=0, q=-1]$

10.  $y = -\frac{3}{x} \quad [p=2, q=-4]$

■ 주어진 함수의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동하면 그래프가 겹쳐질 때, 실수  $a, b$ 의 값을 구하여라

11.  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x} + 5$

12.  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x} - 4$

13.  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x+2}$

$$14. \quad y = -\frac{1}{x} \Rightarrow y = -\frac{1}{x-2} + 3$$

$$15. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x-1} + 3$$

$$16. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x-2}$$

$$17. \quad y = -\frac{2}{x} \Rightarrow y = 3 - \frac{2}{x+5}$$

$$18. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x+3} - 1$$

$$19. \quad y = -\frac{2}{x} \Rightarrow y = -\frac{2}{x+1}$$

$$20. \quad y = -\frac{2}{x} \Rightarrow y = 3 - \frac{2}{x}$$

$$21. \quad y = -\frac{2}{x} \Rightarrow y = 2 - \frac{2}{x}$$

$$22. \quad y = -\frac{2}{x} \Rightarrow y = -\frac{2}{x-4} - 3$$

$$23. \quad y = \frac{x-4}{x-2} \Rightarrow y = \frac{3x+1}{x+1}$$

■ 그래프와 겹쳐지는 것에는 ○표, 겹쳐지지 않는 것에는 ×표를 하여라.

$$24. \quad y = \frac{1}{2x} \Rightarrow y = \frac{1}{2x-2} \quad ( \quad )$$

$$25. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{-2x+3}{x-1} \quad ( \quad )$$

$$26. \quad y = \frac{1}{2x} \Rightarrow y = \frac{4x+1}{2x} \quad ( \quad )$$

$$27. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{x-2}{x-1} \quad ( \quad )$$

$$28. \quad y = \frac{1}{2x} \Rightarrow y = \frac{4x-3}{2x+2} \quad ( \quad )$$

$$29. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{-2x+5}{x-2} \quad ( \quad )$$

$$30. \quad y = \frac{1}{2x} \Rightarrow y = \frac{x}{2x-2} \quad ( \quad )$$

$$31. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{2x}{x+1} \quad ( \quad )$$

$$32. \quad y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{2x-7}{x-4} \quad ( \quad )$$

$$33. \quad y = \frac{1}{2x} \Rightarrow y = \frac{x+1}{x} \quad ( \quad )$$

**48.**  $y = -\frac{x}{x+2} \quad [-1 \leq x \leq 2]$

$$49. \quad y = \frac{x+1}{x-1} \quad [2 \leq x \leq 4]$$

$$50. \quad y = \frac{2x-4}{x-1} \quad \left[-1 \leq x \leq \frac{1}{2}\right]$$

$$51. \quad y = -\frac{2x+1}{x+1} \quad \left[-\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right]$$

$$52. \quad y = \frac{2x-1}{x-1} \quad \left[-2 \leq x \leq \frac{1}{2}\right]$$

$$53. \quad y = \frac{3x+5}{x+3} \quad [1 \leq x \leq 2]$$

$$54. \quad y = \frac{x+1}{x-2} \quad [3 \leq x \leq 5]$$

$$55. \quad y = \frac{2x-8}{x-3} \quad [-1 \leq x \leq 2]$$

$$56. \quad y = \frac{3x-1}{1-x} \quad [2 \leq x \leq 3]$$

### 03 / 유리함수의 그래프의 대칭성

(1) 유리함수  $y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0)$ 의 그래프

- ① 점  $(p, q)$ 에 대하여 대칭
- ② 점  $(p, q)$ 를 지나고 기울기가 1 또는 -1인 두 직선에 대하여 대칭

■ 다음 유리함수의 그래프가 주어진 직선에 대하여 대칭일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

$$57. \quad y = \frac{1}{x-3}, \quad y = -x + k$$

$$58. \quad y = \frac{1}{x-3} + 2, \quad y = -x + k$$

$$59. \quad y = -\frac{1}{x+4}, \quad y = x + k$$

$$60. \quad y = -\frac{1}{x+2}, \quad y = x + k$$

$$61. \quad y = \frac{1}{x-1} + 1, \quad y = -x + k$$

$$62. \quad y = \frac{1}{2x+3} + 1, \quad y = -x + k$$

## 04 / 유리함수의 그래프의 역함수

## (1) 유리함수의 역함수 구하기

유리함수  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad-bc \neq 0, c \neq 0$ )의 역함수는

다음과 같은 방법으로 구한다.

[방법 1]

①  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타낸다.  $\Rightarrow x = \frac{dy-b}{-cy+a}$

②  $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾼다.  $\Rightarrow y = \frac{-dx+b}{cx-a}$

{방법 2} 공식이용

$a, d$ 의 위치와 부호를 바꾼다.  $\Rightarrow y = \frac{-dx+b}{cx-a}$

▣ 다음 유리함수의 역함수를 구하여라.

63.  $y = \frac{x}{x-2}$

64.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$

65.  $y = \frac{-x+2}{x-3}$

66.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$

67.  $y = \frac{2x+5}{x+1}$

68.  $y = \frac{3x+5}{x+2}$

69.  $y = \frac{2x+3}{x-2}$

70.  $y = \frac{2x-1}{x-2}$

71.  $y = \frac{3x+1}{-x+3}$

▣ 다음 함수  $f(x)$ 의 역함수가  $f^{-1}(x)$ 일 때, 각 상수의 값을 구하여라.

72.  $f : y = \frac{6x+1}{2x+a}, f^{-1} : y = \frac{-3x+1}{2x+b}$

73.  $f : y = \frac{x+a}{x+3}, f^{-1} : y = \frac{-3x+5}{bx+c}$

74.  $f : y = \frac{3x+a}{x+2}, f^{-1} : y = \frac{-2x+7}{bx+c}$

75.  $f : y = \frac{-6x-2}{2x+a}, f^{-1} : y = \frac{-x-2}{bx+c}$

76.  $f : y = \frac{2x+3}{x+a}, f^{-1} : y = \frac{x+b}{x+c}$

77.  $f : y = \frac{ax+4}{x+2}, f^{-1} : y = \frac{bx+c}{x-3}$

78.  $f : y = \frac{ax-4}{x+b}, f^{-1} : y = \frac{3x+c}{-x+2}$

▣ 다음 함수  $g(x)$ ,  $f(x)$ ,  $f^{-1}(x)$ 에 대하여 주어진 합성함수의 함숫값을 구하여라. (단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수,  $g^{-1}$ 는  $g$ 의 역함수이다.)

79.  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$ 일 때,  $(g \circ f)(4)$ 의 값

80.  $f(x) = \frac{4x+1}{2x-1}$ 일 때,  $(f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(5)$ 의 값

81.  $f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}$ 일 때,  $(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(1)$ 의 값

82.  $f(x) = \frac{3x+5}{x+1}$ 일 때,  $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(4)$ 의 값

83.  $f(x) = \frac{2x-7}{x-4}$ 일 때,  $(f \circ f^{-1} \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 값

84.  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ 일 때,  $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2)$ 의 값

85.  $f(x) = \frac{4x-11}{x-3}$ 일 때,  $(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right)$ 의 값

▣ 다음 물음에 답하여라

86. 함수  $f(x) = \frac{ax+2}{bx-1}$ 과 그 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $f^{-1}(4)=1$ ,  $(f \circ f)(1)=1$ 일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 의 값을 구하여라.

87. 함수  $f(x) = \frac{x+2}{2x-a}$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $f = f^{-1}$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

88. 함수  $f(x) = \frac{ax-2}{x+2}$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $f = f^{-1}$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

89. 함수  $y = \frac{3x-3}{x-2}$ 의 역함수 그래프의 점근선의 방정식이  $x=p$ ,  $y=q$ 일 때,  $p$ ,  $q$ 의 값을 구하여라.

90. 함수  $f(x) = \frac{ax+1}{x+b}$ 과 그 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $f^{-1}(1)=0$ ,  $(f \circ f)(0)=2$ 일 때, 상수  $a+b$ 의 값을 구하여라.



## 정답 및 해설

$$1) y = \frac{1}{x-1} + 2$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면  
 $y - 2 = \frac{1}{x-1}$   
 $\therefore y = \frac{1}{x-1} + 2$

$$2) y = \frac{1}{x-2} + 3$$

⇒  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의  
 방향으로 3만큼 평행이동하면  
 $y = \frac{1}{x-2} + 3$

$$3) y = \frac{2}{x-2} + 1$$

⇒  $y - 1 = \frac{2}{x-2} \quad \therefore y = \frac{2}{x-2} + 1$

$$4) y = \frac{2}{x+4} + 3$$

$$5) y = \frac{2}{x-4} - 3$$

⇒  $y = \frac{2}{x}$ 에서  $y + 3 = \frac{2}{x-4} \quad \therefore y = \frac{2}{x-4} - 3$

$$6) y = -\frac{2}{x+2} - 1$$

⇒  $y = -\frac{2}{x}$ 에서  $y + 1 = -\frac{2}{x+2}$   
 $\therefore y = -\frac{2}{x+2} - 1$

$$7) y = -\frac{2}{x+3} + 2$$

⇒  $y - 2 = -\frac{2}{x+3} \quad \therefore y = -\frac{2}{x+3} + 2$

$$8) y = \frac{3}{x-2} - 1$$

⇒  $y + 1 = \frac{3}{x-2} \quad \therefore y = \frac{3}{x-2} - 1$

$$9) y = -\frac{3}{x} - 1$$

⇒  $y = -\frac{3}{x}$ 에서  $y + 1 = -\frac{3}{x} \quad \therefore y = -\frac{3}{x} - 1$

$$10) y = -\frac{3}{x-2} - 4$$

$$11) a = 0, b = 5$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x} + 5$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프  
 를  $y$ 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로  
 $a = 0, b = 5$ 이다.

$$12) a = 0, b = -4$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x} - 4$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프  
 를  $y$ 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로  
 $a = 0, b = -4$ 이다.

$$13) a = -2, b = 0$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x+2}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프  
 를  $x$ 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로  
 $a = -2, b = 0$ 이다.

$$14) a = 2, b = 3$$

⇒ 함수  $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프가  
 $y = -\frac{1}{x-2} + 3$ 이므로  $a = 2, b = 3$ 이다.

$$15) a = 1, b = 3$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그  
 래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  
 3만큼 평행이동한 것이므로  $a = 1, b = 3$ 이다.

$$16) a = 2, b = 0$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x-2}$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프  
 를  $x$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로  
 $a = 2, b = 0$ 이다.

$$17) a = -5, b = 3$$

⇒ 함수  $y = 3 - \frac{2}{x+5} = -\frac{2}{x+5} + 3$ 의 그래프는 함수  
 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -5만큼,  $y$   
 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로  
 $a = -5, b = 3$ 이다.

$$18) a = -3, b = -1$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x+3} - 1$ 의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그  
 래프를  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  $y$ 축의 방향으로  
 -1만큼 평행이동한 것이므로  $a = -3, b = -1$ 이  
 다.

$$19) a = -1, b = 0$$

⇒ 함수  $y = -\frac{2}{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그  
 래프를  $x$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이

므로  $a=-1, b=0$ 이다.

20)  $a=0, b=3$

⇒ 함수  $y=3-\frac{2}{x}=-\frac{2}{x}+3$ 의 그래프는 함수

$y=-\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행 이동한 것이므로  $a=0, b=3$ 이다.

21)  $a=0, b=2$

⇒ 함수  $y=2-\frac{2}{x}=-\frac{2}{x}+2$ 의 그래프는 함수

$y=-\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행 이동한 것이므로  $a=0, b=2$ 이다.

22)  $a=4, b=-3$

⇒ 함수  $y=-\frac{2}{x-4}-3$ 의 그래프는 함수  $y=-\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로  $a=4, b=-3$ 이다.

23)  $a=-3, b=2$

⇒  $y=\frac{x-4}{x-2}=\frac{(x-2)-2}{x-2}=-\frac{2}{x-2}+1$

이 함수의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은  $y-b=-\frac{2}{(x-a)-2}+1$

∴  $y=-\frac{2}{x-(a+2)}+b+1$  ..... ㉠

㉠의 그래프가 함수  $y=\frac{3x+1}{x+1}=\frac{3(x+1)-2}{x+1}$

$-\frac{2}{x+1}+3$ 의 그래프와 겹쳐지므로 두 함수는 같다.

따라서  $-(a+2)=1, b+1=3$ 이므로  $a=-3, b=2$ 이다.

24) ○

⇒  $y=\frac{1}{2x-2}=\frac{1}{2(x-1)}$

$y=\frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행 이동

25) ○

⇒  $y=\frac{-2x+3}{x-1}=\frac{-2(x-1)+1}{x-1}=\frac{1}{x-1}-2$

즉, 이 함수의 그래프는  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

26) ○

⇒  $y=\frac{4x+1}{2x}=\frac{1}{2x}+2$

$y=\frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동

27) ×

⇒  $y=\frac{x-2}{x-1}=\frac{(x-1)-1}{x-1}=-\frac{1}{x-1}+1$

즉, 이 함수의 그래프는  $y=-\frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

28) ×

⇒  $y=\frac{4x-3}{2x+2}=\frac{2(2x+2)-7}{2x+2}=-\frac{7}{2(x+1)}+2$

⇒  $y=-\frac{7}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동

29) ○

⇒  $y=\frac{-2x+5}{x-2}=\frac{-2(x-2)+1}{x-2}=\frac{1}{x-2}-2$

즉, 이 함수의 그래프는  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

30) ○

⇒  $y=\frac{x}{2x-2}=\frac{\frac{1}{2}(2x-2)+1}{2x-2}=\frac{1}{2(x-1)}+\frac{1}{2}$

⇒  $y=\frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동

31) ×

⇒  $y=\frac{2x}{x+1}=\frac{2(x+1)-2}{x+1}=-\frac{2}{x+1}+2$

즉, 이 함수의 그래프는  $y=-\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

32) ○

⇒  $y=\frac{2x-7}{x-4}=\frac{2(x-4)+1}{x-4}=\frac{1}{x-4}+2$

즉, 이 함수의 그래프는  $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방



향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한  
것이므로 평행이동하여 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와  
겹칠 수 있다.

33) ×

$$\Rightarrow y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$$

$\Rightarrow y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이  
동

34) ○

$$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{2x} = \frac{1}{2x} + \frac{3}{2}$$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $\frac{3}{2}$ 만큼 평행  
이동

35) ×

$$\Rightarrow y = \frac{x-5}{x-3} = \frac{(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 1$$

즉, 이 함수의 그래프는  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의  
방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동  
한 것이므로 평행이동하여 함수  $y = \frac{x-1}{x+2}$ 의 그  
래프와 겹칠 수 없다.

36) ×

$$\Rightarrow y = \frac{5x}{2x-2} = \frac{\frac{5}{2}(2x-2)+5}{2x-2} = \frac{5}{2(x-1)} + \frac{5}{2}$$

$\Rightarrow y = \frac{5}{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축  
의 방향으로  $\frac{5}{2}$ 만큼 평행이동

37) ×

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)+5}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$$

38) ○

$\Rightarrow y = \frac{x-1}{x+2} = \frac{(x+2)-3}{x+2} = -\frac{3}{x+2} + 1$ 이므로 평행이  
동하여  $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 함수의 그  
래프를 찾으면 된다.

$$y = \frac{x+5}{2-2x} = -\frac{(x-1)+6}{2(x-1)} = -\frac{3}{x-1} - \frac{1}{2}$$

즉, 이 함수의 그래프는  $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의  
방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행

이동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y = \frac{x-1}{x+2}$ 의  
그래프와 겹칠 수 있다.

39) ×

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{2x+3}{2x-2} = \frac{(2x-2)+5}{2x-2} = \frac{5}{2(x-1)} + 1$$

40) ○

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{x-5}{x-3} = \frac{(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 1$$

41) ○

$$\Rightarrow y = \frac{2x+5}{x+4} = \frac{2(x+4)-3}{x+4} = -\frac{3}{x+4} + 2$$

즉, 이 함수의 그래프는  $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의  
방향으로 -4만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이  
동한 것이므로 평행이동하여 함수  $y = \frac{x-1}{x+2}$ 의  
그래프와 겹칠 수 있다.

42) ○

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{2x+2}{x+2} = \frac{2(x+2)-2}{x+2} = -\frac{2}{x+2} + 2$$

43) ○

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{-x+1}{x-3} = \frac{-(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} - 1$$

44) ×

$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{3x-6}{-3x+5} = \frac{-3x+6}{3x-5} = \frac{-(3x-5)+1}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} - 1$$

45) ×

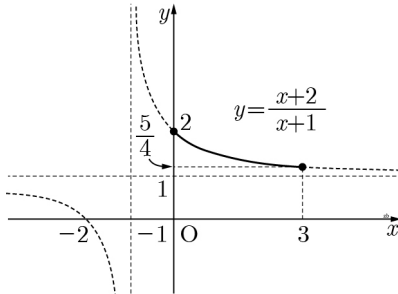
$$\Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$y = \frac{-3x+23}{x-7} = \frac{-3(x-7)+2}{x-7} = \frac{2}{x-7} - 3$$

46) 최댓값 : 2, 최솟값 :  $\frac{5}{4}$

$$\Rightarrow y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이다.  $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 그래프는 다음과 같으므로



(i)  $x=0$ 일 때, 최댓값은  $2$

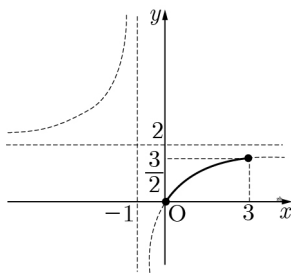
(ii)  $x=3$ 일 때, 최솟값은  $\frac{5}{4}$

47) 최댓값 :  $\frac{3}{2}$ , 최솟값 :  $0$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{x+1} = \frac{2(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이다.

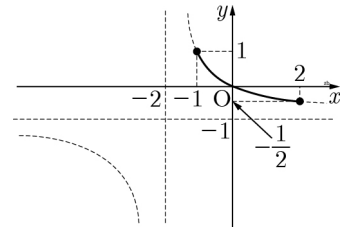
이때,  $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $y = \frac{2x}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x=3$ 일 때  $\frac{3}{2}$  최솟값은  $x=0$ 일 때  $0$



48) 최댓값 :  $1$ , 최솟값 :  $-\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow y = -\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x+2} - 1$$

$-1 \leq x \leq 2$ 에서  $y = -\frac{x}{x+2}$ 의 그래프는 다음과 같으므로 최댓값은  $x=-1$ 일 때,  $1$ , 최솟값은  $x=2$ 일 때,  $-\frac{1}{2}$

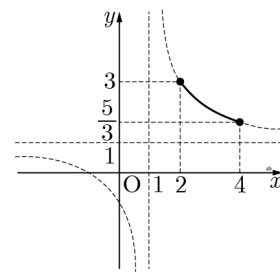


49) 최댓값 :  $3$ , 최솟값 :  $\frac{5}{3}$

$$\Rightarrow y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $2 \leq x \leq 4$ 에서 함수  $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x=2$ 일 때  $3$ , 최솟값은  $x=4$ 일 때  $\frac{5}{3}$

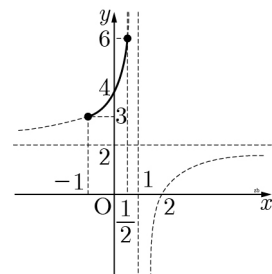


50) 최댓값 :  $6$ , 최솟값 :  $3$

$$\Rightarrow y = \frac{2x-4}{x-1} = -\frac{2}{x-1} + 2$$

$$-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$y = \frac{2x-4}{x-1}$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = \frac{1}{2}$ 일 때,  $6$ , 최솟값은  $x = -1$ 일 때,  $3$



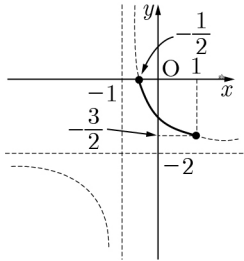
51) 최댓값 :  $0$ , 최솟값 :  $-\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow y = \frac{-2x+1}{x+1} = -\frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{3}{x+1} = -2 + \frac{3}{x+1}$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼

큼 평행이동한 것이다.

이때,  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 에서 함수  $y = -\frac{2x+1}{x+1}$ 의 그래프  
가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = -\frac{1}{2}$ 일 때  
0, 최솟값은  $x = 1$ 일 때  $-\frac{3}{2}$

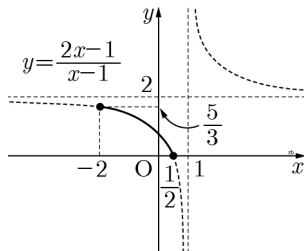


52) 최댓값 :  $\frac{5}{3}$ , 최솟값 : 0

$$\Rightarrow y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 에서 함수  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는 다음과 같으므로



(i)  $x = -2$ 일 때, 최댓값은  $\frac{1}{-2-1} + 2 = \frac{5}{3}$

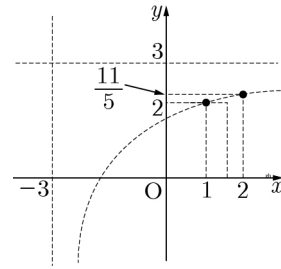
(ii)  $x = \frac{1}{2}$ 일 때, 최솟값은  $\frac{1}{\frac{1}{2}-1} + 2 = 0$

53) 최댓값 :  $\frac{11}{5}$ , 최솟값 : 2

$$\Rightarrow y = \frac{3x+5}{x+3} = \frac{3(x+3)-4}{x+3} = -\frac{4}{x+3} + 3$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $1 \leq x \leq 2$ 에서 함수  $y = \frac{3x+5}{x+3}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = 2$ 일 때  $\frac{11}{5}$  최솟값은  $x = 1$ 일 때 2

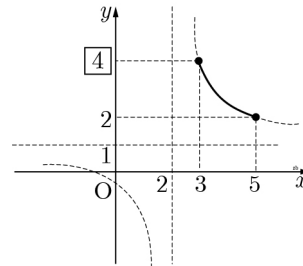


54) 최댓값 : 4, 최솟값 : 2

$$\Rightarrow y = \frac{x+1}{x-2} = \frac{(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $3 \leq x \leq 5$ 에서 함수  $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = 3$ 일 때 4, 최솟값은  $x = 5$ 일 때 2

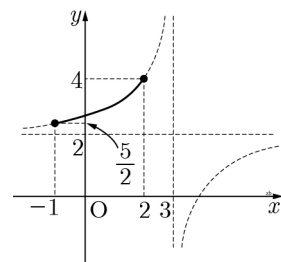


55) 최댓값 : 4, 최솟값 :  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow y = \frac{2x-8}{x-3} = \frac{2(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수  $y = \frac{2x-8}{x-3}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = 2$ 일 때 4, 최솟값은  $x = -1$ 일 때  $\frac{5}{2}$

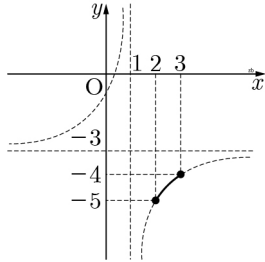


56) 최댓값 : -4, 최솟값 : -5

$$\Rightarrow y = \frac{3x-1}{1-x} = \frac{3(x-1)+2}{-(x-1)} = -\frac{2}{x-1} - 3$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수  $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $2 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $y = \frac{3x-1}{1-x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x=3$ 일 때  $-4$  최솟값은  $x=2$ 일 때  $-5$ 이다.



57) 3

⇒ 유리함수  $y = \frac{1}{x-3}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은  $x=3$ ,  $y=0$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y=-x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=-x+k$ 가 두 점근선의 교점(3, 0)을 지나야 한다.

$$0 = -3 + k \\ \therefore k = 3$$

58) 5

⇒ 함수  $y = \frac{1}{x-3} + 2$ 의 그래프가 직선  $y=-x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=-x+k$ 가 이 그래프의 두 점근선  $x=3$ ,  $y=2$ 의 교점 (3, 2)를 지나야 한다.

$$\text{즉, } 2 = -3 + k \text{에서 } k = 5$$

59) 4

⇒ 유리함수  $y = -\frac{1}{x+4}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은  $x=-4$ ,  $y=0$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y=x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=x+k$ 가 두 점근선의 교점  $(-4, 0)$ 을 지나야 한다.

$$0 = -4 + k \\ \therefore k = 4$$

60) 2

⇒ 함수  $y = -\frac{1}{x+2}$ 의 그래프가 직선  $y=x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=x+k$ 가 이 그래프의 두 점근선  $x=-2$ ,  $y=0$ 의 교점  $(-2, 0)$ 을 지나야 한다.

$$\text{즉, } 0 = -2 + k \text{에서 } k = 2$$

61) 2

⇒ 유리함수  $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프의 점근선의 방정

식은  $x=1$ ,  $y=1$ 이므로 유리함수의 그래프가 직선  $y=-x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=-x+k$ 가 두 점근선의 교점  $(1, 1)$ 을 지나야 한다.

$$1 = -1 + k \quad \therefore k = 2$$

$$62) -\frac{1}{2}$$

⇒ 함수  $y = \frac{1}{2x+3} + 1 = \frac{1}{2\left(x + \frac{3}{2}\right)} + 1$ 의 그래프 직선

$y=-x+k$ 에 대하여 대칭이려면 직선  $y=-x+k$ 가 이 그래프의 두 점근선  $x=-\frac{3}{2}$ ,  $y=1$ 의 교점

$\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$ 을 지나야 한다. 즉,  $1 = -\left(-\frac{3}{2}\right) + k$ 에서  $k = -\frac{1}{2}$

$$63) y = \frac{2x}{x-1}$$

⇒ 주어진 함수를  $x$ 에 대하여 풀면  $y = \frac{x}{x-2}$ 에서

$$y(x-2) = x, \quad xy - 2y = x$$

$$x(y-1) = 2y$$

$$\therefore x = \frac{2y}{y-1}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면  $y = \frac{2x}{x-1}$

$$64) y = \frac{-x-1}{x-2}$$

⇒  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ 을  $x$ 에 대하여 정리하면

$$y(x+1) = 2x-1$$

$$(y-2)x = -y-1 \quad \therefore x = \frac{-y-1}{y-2}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는  $y = \frac{-x-1}{x-2}$

$$65) y = \frac{3x+2}{x+1}$$

⇒  $y = \frac{-x+2}{x-3}$ 를  $x$ 에 대하여 풀면

$$(x-3)y = -x+2, \quad xy - 3y = -x+2$$

$$(y+1)x = 3y+2 \quad \therefore x = \frac{3y+2}{y+1}$$

$x$ 와  $y$ 를 바꾸어 역함수를 구하면  $y = \frac{3x+2}{x+1}$

$$66) y = \frac{x-1}{x-2}$$

⇒  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 을  $x$ 에 대하여 풀면

$$y(x-1) = 2x-1, \quad xy - y = 2x-1 \quad \therefore x = \frac{y-1}{y-2}$$

$x$ 와  $y$ 를 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{x-1}{x-2}$$

$$67) y = \frac{-x+5}{x-2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+5}{x+1} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$y(x+1) = 2x+5, \quad xy+y = 2x+5$$

$$(y-2)x = 5-y \quad \therefore x = \frac{-y+5}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-x+5}{x-2}$$

$$68) y = \frac{-2x+5}{x-3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+5}{x+2} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x+2)y = 3x+5, \quad xy+2y = 3x+5$$

$$(y-3)x = 5-2y \quad \therefore x = \frac{5-2y}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-2x+5}{x-3}$$

$$69) y = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+3}{x-2} \text{을 } x \text{에 대하여 정리하면}$$

$$y(x-2) = 2x+3$$

$$(y-2)x = 2y+3 \quad \therefore x = \frac{2y+3}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 } y = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$70) y = \frac{2x-1}{x-2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x-1}{x-2} \text{에서 } y(x-2) = 2x-1$$

$$xy-2y = 2x-1$$

$$x(y-2) = 2y-1$$

$$\therefore x = \frac{2y-1}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{2x-1}{x-2}$$

$$71) y = \frac{3x-1}{x+3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{-x+3} \text{에서 } y(-x+3) = 3x+1$$

$$-xy+3y = 3x+1$$

$$x(y+3) = 3y-1$$

$$\therefore x = \frac{3y-1}{y+3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{3x-1}{x+3}$$

$$72) a=3, b=-6$$

$$\Rightarrow y = \frac{6x+1}{2x+a} \text{이라고 하면 } y(2x+a) = 6x+1$$

$$2xy+ay = 6x+1$$

$$x(2y-6) = -ay+1$$

$$\therefore x = \frac{-ay+1}{2y-6}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면}$$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-ax+1}{2x-6} = \frac{-3x+1}{2x+b}$$

$$\therefore a=3, b=-6$$

$$73) a=5, b=1, c=-1$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+a}{x+3} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$y(x+3) = x+a \quad \therefore x = \frac{-3y+a}{y-1}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-3x+a}{x-1}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{-3x+5}{bx+c} \text{와 같으므로}$$

$$a=5, b=1, c=-1$$

$$74) a=7, b=1, c=-3$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+a}{x+2} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x+2)y = 3x+a, \quad (y-3)x = -2y+a$$

$$\therefore x = \frac{-2y+a}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면 역함수는 } y = \frac{-2x+a}{x-3}$$

$$\text{이것이 } y = \frac{-2x+7}{bx+c} \text{과 같으므로}$$

$$a=7, b=1, c=-3$$

$$75) a=1, b=2, c=6$$

$$\Rightarrow y = \frac{-6x-2}{2x+a} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(2x+a)y = -6x-2, \quad (2y+6)x = -ay-2$$

$$\therefore x = \frac{-ay-2}{2y+6}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-ax-2}{2x+6}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{-x-2}{bx+c} \text{와 같으므로}$$

$$a=1, b=2, c=6$$

$$76) a=-1, b=3, c=-2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+3}{x+a} \text{이라고 하면 } y(x+a) = 2x+3$$

$$xy+ay = 2x+3$$

$$x(y-2) = -ay+3$$

$$\therefore x = \frac{-ay+3}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면}$$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-ax+3}{x-2} = \frac{x+b}{x+c}$$

$$\therefore a=-1, b=3, c=-2$$

$$77) a=3, b=-2, c=4$$

$$\Rightarrow y = \frac{ax+4}{x+2} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x+2)y = ax+4, (y-a)x = -2y+4$$

$$\therefore x = \frac{-2y+4}{y-a}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-2x+4}{x-a}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{bx+c}{x-3} \text{와 같으므로}$$

$$a=3, b=-2, c=4$$

$$78) a=2, b=3, c=4$$

$$\Rightarrow y = \frac{ax-4}{x+b} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x+b)y = ax-4, (y-a)x = -by-4$$

$$\therefore x = \frac{by-4}{y-a}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-bx-4}{x-a}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{3x+c}{-x+2} = \frac{-3x-c}{x-2} \text{와 같으므로}$$

$$a=2, b=3, c=4$$

$$79) -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow [\text{방법 1}]$$

$$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{4-1}\right) = g\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}-2} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}$$

$$[\text{방법 2}]$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{f(x)-1}{f(x)-2}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}-1}{\frac{x}{x-1}-2} = \frac{x-(x-1)}{x-2(x-1)} = \frac{1}{-x+2}$$

$$\therefore (g \circ f)(4) = \frac{1}{-4+2} = -\frac{1}{2}$$

$$80) 1$$

$$\Rightarrow (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(5) = f^{-1}(5)$$

$$\text{이때, } f^{-1}(5) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 5$$

$$\text{따라서 } \frac{4k+1}{2k-1} = 5 \text{에서}$$

$$4k+1 = 10k-5, k=1$$

$$\therefore (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(5) = 1$$

$$81) -2$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(x) = (I \circ f^{-1})(x) = f^{-1}(x)$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(1)$$

$$\text{이때, } y = f(x) \text{라고 하면 } y = \frac{3x+1}{2x-1} \text{이므로}$$

$$y(2x-1) = 3x+1, 2xy-y = 3x+1$$

$$x(2y-3) = y+1 \quad \therefore x = \frac{y+1}{2y-3}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2x-3}$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(1) = \frac{1+1}{2 \cdot 1-3} = -2$$

$$82) 1$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(4) = (f^{-1}(f^{-1} \circ f))(4) = f^{-1}(4)$$

$$\text{이때, } f^{-1}(4) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 4$$

$$\text{따라서 } \frac{3k+5}{k+1} = 4 \text{에서}$$

$$3k+5 = 4k+4 \quad \therefore k=1$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(4) = f^{-1}(4) = 1$$

$$83) 2$$

$$\Rightarrow (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right) = ((f \circ f^{-1}) \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right) = f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{이때, } f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = k \text{로 놓으면 } f(k) = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{2k-7}{k-4} = \frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$4k-14 = 3k-12 \quad \therefore k=2$$

$$\therefore (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right) = f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 2$$

$$84) 13$$

$$\Rightarrow (g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = (f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2))$$

$$\text{이때, } y = f(x) \text{라고 하면 } y = \frac{x+2}{x-1} \text{이므로}$$

$$y(x-1) = x+2, xy-y = x+2$$

$$x(y-1) = y+2$$

$$x = \frac{y+2}{y-1}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

$$g(2) = \frac{2 \cdot 2+1}{2+2} = \frac{5}{4} \text{이므로}$$

$$(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{\frac{5}{4}+2}{\frac{5}{4}-1} = 13$$

$$85) 5$$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right) = ((f^{-1} \circ f) \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right) = f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$\text{이때, } f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)=k \text{로 놓으면 } f(k)=\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{4k-11}{k-3}=\frac{9}{2} \text{에서}$$

$$8k-22=9k-27 \quad \therefore k=5$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right)=f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)=5$$

$$86) a=1, b=\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(4)=1 \text{에서 } f(1)=4 \text{이므로}$$

$$(f \circ f)(1)=f(f(1))=f(4)=1$$

$$f(1)=4 \text{에서 } \frac{a+2}{b-1}=4 \quad \therefore a-4b=-6 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$f(4)=1 \text{에서 } \frac{4a+2}{4b-1}=1 \quad \therefore a-b=-\frac{4}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$\therefore a=1, b=\frac{7}{4}$$

$$87) 1$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x+2}{2x-a} \text{을 } y=\frac{x+2}{2x-a} \text{이라고 하면}$$

$$y(2x-a)=x+2$$

$$2xy-ay=x+2$$

$$x(2y-1)=ay+2$$

$$x=\frac{ay+2}{2y-1}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{ax+2}{2x-1}$$

$$\text{그런데 } f=f^{-1} \text{이므로 } \frac{x+2}{2x-a}=\frac{ax+2}{2x-1}$$

$$\therefore a=1$$

$$88) -2$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{ax-2}{x+2} \text{을 } y=\frac{ax-2}{x+2} \text{이라고 하면}$$

$$y(x+2)=ax-2, xy+2y=ax-2$$

$$x(y-a)=-2y-2$$

$$x=\frac{-2y-2}{y-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{-2x-2}{x-a}$$

$$\text{그런데 } f=f^{-1} \text{이므로 } \frac{ax-2}{x+2}=\frac{-2x-2}{x-a}$$

$$\therefore a=-2$$

$$89) p=3, q=2$$

$$\Rightarrow \text{함수 } y=\frac{3x-3}{x-2} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x-2)y=3x-3, (y-3)x=2y-3$$

$$\therefore x=\frac{2y-3}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y=\frac{2x-3}{x-3}$$

따라서 역함수의 점근선의 방정식은

$$y=\frac{2x-3}{x-3}=\frac{2(x-3)+3}{x-3}=\frac{3}{x-3}+2 \text{에서}$$

$$x=3, y=2$$

즉,  $p=3, q=2$ 이다.

$$90) 4$$

$$\Rightarrow f^{-1}(1)=0 \text{에서 } f(0)=1 \text{이므로}$$

$$(f \circ f)(0)=f(f(0))=f(1)=2$$

$$f(0)=1 \text{에서 } \frac{1}{b}=1 \quad \therefore b=1$$

$$f(1)=2 \text{에서 } \frac{a+1}{1+b}=\frac{a+1}{1+1}=2 \quad \therefore a=3$$

$$\therefore a+b=4$$