계산력 연습

[영역] 5.기하



중 3 과정

5-6-3.접선과 현이 이루는 각





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2016-10-25

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

1. 접선과 현이 이루는 각

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

 \Rightarrow \overrightarrow{AT} 가 원 \bigcirc 의 접선이면 $\angle BAT = \angle BCA$

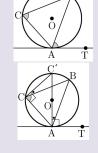
설명) 오른쪽 그림과 같이 원 \bigcirc 의 지름 AC' 을 그으면

 $\angle C'AT = \angle C'CA = 90^{\circ}$

이 때, $\angle BAT = 90^{\circ} - \angle C'AB$, $\angle BCA = 90^{\circ} - \angle C'CB$ 이고 $\angle C'AB = \angle C'CB(\widehat{C'B})$ 에 대한 원주각)이므로 $\angle BAT = \angle BCA$

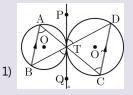
2. 두 원에서 접선과 현이 이루는 각

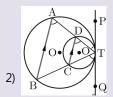
두 원의 교점 T에서 접선 PQ가 다음 그림과 같을 때, 각 경우에 대하여 $\overline{AB}/\overline{CD}$ 이다.



참고

● 접선이 되기 위한 조건원 ○에서 ∠BAT=∠BCA이면 직선 AT는 원의 접선이다.



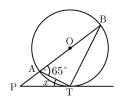




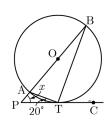
접선과 현이 이루는 각

□ 다음 그림에서 직선 PT는 점 T를 접점으로 하는 원 O의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

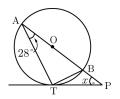
1.



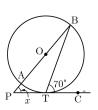
2.

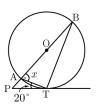


3.



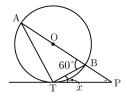
4.



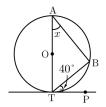




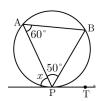
6.



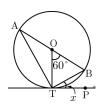




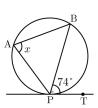
8.



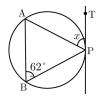
9.



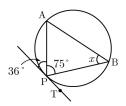
10.



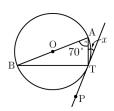
11.



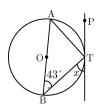
12.



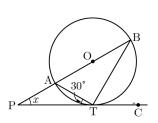
13.

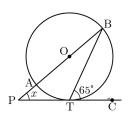


14.



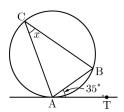
15.



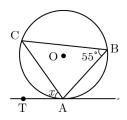


\blacksquare 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

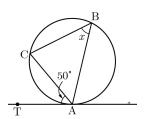
17.



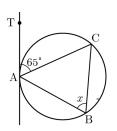
18.



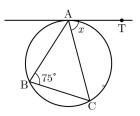
19.



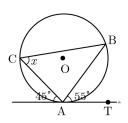
20.



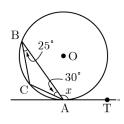
21.



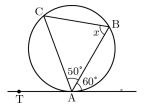
22.



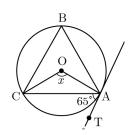
23.

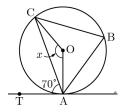


24.

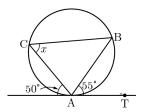


25.

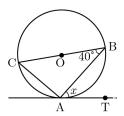




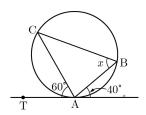
27.



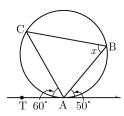
32.



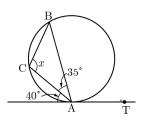
28.



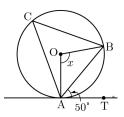
33.



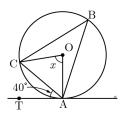
29.



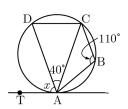
34.



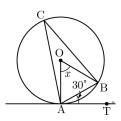
30.

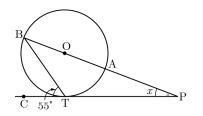


35.

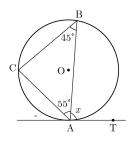


31.

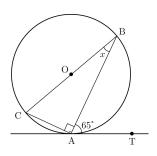




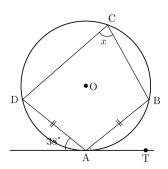
37.



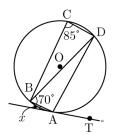
38.



39.

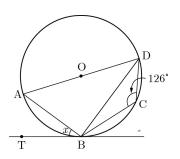


40.

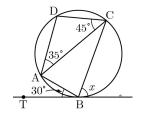


 \blacksquare 다음 그림에서 직선 BT가 원 \bigcirc 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

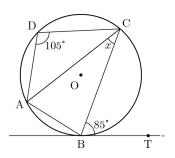
41.

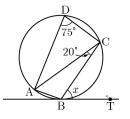


42.



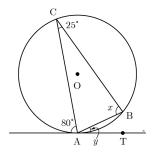
43.



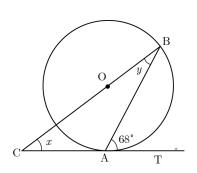


ightharpoonup 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.

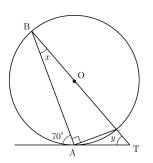
45.



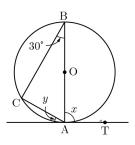
46.



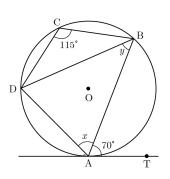
47.



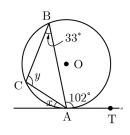
48.



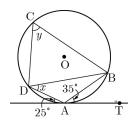
49.

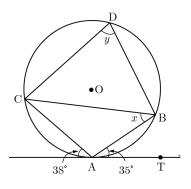


50.



51.



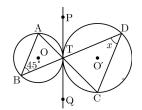




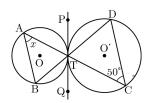
두 원에서 접선과 현이 이루는 각

ightharpoonup 다음 그림에서 직선 PQ가 두 원의 공통접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

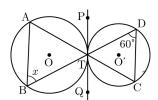
53.



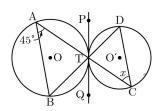
54.



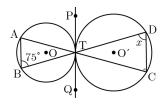
55.



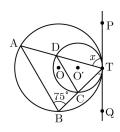
56.



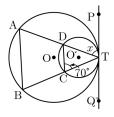
57.



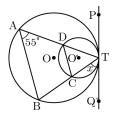
58.



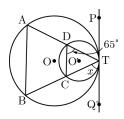
59.

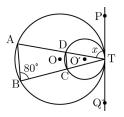


60.



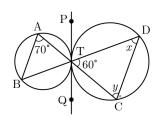
61.



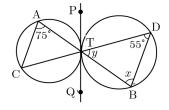


☑ 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원의 공통인 접선일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.

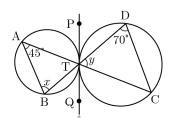
63.



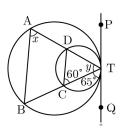
64.



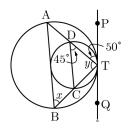
65.



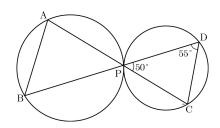
66.



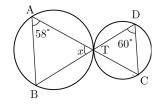
67.



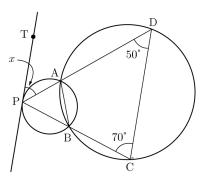
- ☑ 다음 물음에 답하여라.
- 68. 두 원이 점 P에서 접하고, \overline{AB} , \overline{CD} 는 각각 두 원의 현이 다. $\angle D = 55^\circ$, $\angle DPC = 50^\circ$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하 여라.



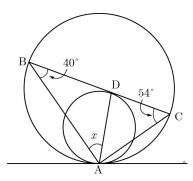
69. 다음 그림과 같이 점 T에서 외접하는 두 원이 있다. 점 B 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A, B, C, D라 하고 $\angle BAT = 58^{\circ}$, $\angle CDT = 60^{\circ}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여



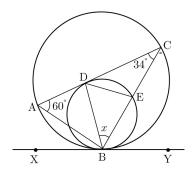
70. 다음 그림에서 \overrightarrow{PT} 가 작은 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



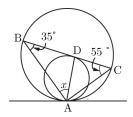
71. 두 원이 점 A에서 내접하고, \overline{BC} 가 작은 원과 점 D에서 접하고 있다. $\angle CBA = 40^\circ$, $\angle ACB = 54^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크 기를 구하여라.



72. 다음 그림에서 직선 XY는 두 원의 공통접선이고, 큰 원의 현 AC는 작은 원과 점 D에서 접할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하 여라.



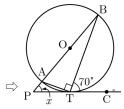
73. 두 원이 점A에서 내접하고, \overline{BC} 가 작은 원과 점 D에서 접하고 있다. $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.





정답 및 해설 🖁

- 1) 25°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ABT = 180^{\circ} (65^{\circ} + 90^{\circ}) = 25^{\circ}$
- 2) 50°
- □ AB가 원 ○의 지름이므로 ∠ATB=90°
 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 ∠ABT=∠ATP=20°
 △PBT에서 ∠x=180°-(20°+90°+20°)=50°
- 3) 34°
- $\Rightarrow \angle x = 180^{\circ} (28^{\circ} + 90^{\circ} + 28^{\circ}) = 34^{\circ}$
- 4) 50°



보조선 AT를 그으면 $\overline{\rm AB}$ 가 원 ${\rm O}$ 의 지름이므로 $\angle {\rm ATB} = 90\,^\circ$

$$\angle ABT = \angle ATP = 180\degree - (70\degree + 90\degree) = 20\degree$$

 $\triangle PBT에서 \ \angle x = \angle BTC - \angle PBT = 70\degree - 20\degree = 50\degree$

- 5) 70°
- $\Rightarrow \angle x = 180^{\circ} (90^{\circ} + 20^{\circ}) = 70^{\circ}$
- 6) 30°
- $\Rightarrow \angle x = 180^{\circ} (60^{\circ} + 90^{\circ}) = 30^{\circ}$
- 7) 40°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BTP = 40^{\circ}$
- 8) 70°
- $\Rightarrow \angle x = 180^{\circ} (60^{\circ} + 50^{\circ}) = 70^{\circ}$
- 9) 30°
- \Rightarrow $\angle x = \angle BAT = \frac{1}{2} \angle BOT = \frac{1}{2} \times 60^{\circ} = 30^{\circ}$
- 10) 74°
- 11) 62°
- 12) 36°
- 13) 20°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ABP = 180^{\circ} (70^{\circ} + 90^{\circ}) = 20^{\circ}$

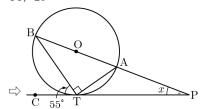
- 14) 47°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BAT = 180^{\circ} (43^{\circ} + 90^{\circ}) = 47^{\circ}$
- 15) 30°
- $ightharpoonup \overline{AB}$ 가 원 이의 지름이므로 \angle ATB = 90°, \angle ABT = \angle ATP = 30° \triangle PBT에서 \angle x = 180° (30° +90° +30°) = 30°
- 16) 40°
- 다 보조선 AT를 그으면 \overline{AB} 가 원 이의 지름이므로 \angle ATB = 90 °, \angle BAT = \angle BTC = 65 ° \triangle ATB에서 \angle ABT = \angle ATP = 180 ° -(65 ° +95 °) = 25 ° \triangle PBT에서 \angle x = \angle BTC $-\angle$ PBT = 65 ° -25 ° =40 °
- 17) 35°
- 18) 55°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ABC = 55^{\circ}$
- 19) 50°
- 20) 65°
- 21) 75°
- 22) 55°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BAT = 55^{\circ}$
- 23) 125°
- ightharpoonup \triangle ABC에서 \angle ACB = 180 $^{\circ}$ (30 $^{\circ}$ + 25 $^{\circ}$) = 125 $^{\circ}$ \therefore \angle x = \angle ACB = 125 $^{\circ}$
- 24) 70°
- $\Rightarrow \angle CAT = 180^{\circ} (50^{\circ} + 60^{\circ}) = 70^{\circ}$ $\therefore \angle x = \angle CAT = 70^{\circ}$
- 25) 130 $^{\circ}$
- ightharpoonup \angle ABC = \angle CAT = 65 $^{\circ}$ 이므로 \angle x = 2 \angle ABC = 2 \times 65 $^{\circ}$ = 130 $^{\circ}$
- 26) 140°
- 원의 접선과 그 접선을 지나는 현이 이루는 각의 크기 는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같 으므로 ∠CBA = ∠CAT = 70°

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이므로

- $\angle x = 2 \angle CBA = 2 \times 70^{\circ} = 140^{\circ}$
- 27) 55°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BAT = 55^{\circ}$

- 28) 60°
- $\Rightarrow \angle x = \angle CAT = 60^{\circ}$
- 29) 105°
- $\Rightarrow \angle BAT = 180^{\circ} (40^{\circ} + 35^{\circ}) = 105^{\circ}$ $\therefore \angle x = \angle BAT = 105^{\circ}$
- 30) 80°
- $\angle CBA = \angle CAT = 40^{\circ}$ $\therefore \angle x = 2 \angle CBA = 2 \times 40^{\circ} = 80^{\circ}$
- 31) 60°
- $\Rightarrow \angle BCA = \angle BAT = 30^{\circ}$ $\therefore \angle x = 2 \angle ACB = 2 \times 30^{\circ} = 60^{\circ}$
- 32) 50°
- ightharpoonup BC는 원 0의 지름이므로 \angle BAC = 90 ° \triangle ABC에서 \angle ACB = 180 ° (90 ° +40 °)=50 ° $\therefore \angle x = \angle$ ACB = 50 °
- 33) 60°
- $\Rightarrow \angle x = \angle CAT = 60^{\circ}$
- 34) 100°
- $\Rightarrow \angle BCA = \angle BAT = 50^{\circ}$ $\therefore \angle x = 2 \angle BCA = 2 \times 50^{\circ} = 100^{\circ}$
- 35) $\angle x = 70^{\circ}$
- Arr Arr Arr Arr ABC = 110 Arr 이므로 Arr Arr Arr Arr Arr 40 Arr = 70 Arr

36) 20°

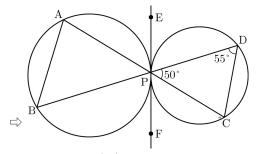


보조건 AT를 그으면 \overline{AB} 가 원 이의 지름이므로 \angle ATB = 90 ° \angle ABT = \angle ATP = 180 ° -(55 ° +90 °) = 35 ° \triangle PBT에서 \angle $x = \angle$ BTC $-\angle$ PBT = 55 ° -35 ° = 20 °

- 37) 80°
- 38) 25°
- 39) 76°
- ightharpoonup \angle DCA = 38 $^{\circ}$ 이고 \overline{AB} = \overline{AD} 이므로 \angle DCA = \angle ACB = 38 $^{\circ}$ \therefore $\angle x$ = 76 $^{\circ}$

- 40) 15°
- ightharpoonup ightharpoonup ABCD에서 ightharpoonup BAD = $180\degree 85\degree = 95\degree$ ightharpoonup ightharpoonup ABD에서 ightharpoonup ADB = $180\degree (70\degree + 95\degree) = 15\degree$ ightharpoonup ightharpoonup
- 41) 36°
- 42) 70°
- △DAC에서 ∠ADC = 180° (35° + 45°) = 100°
 □ABCD는 원에 내접하므로
 ∠ABC = 180° ∠ADC = 180° 100° = 80°
 직선 TB는 원의 접선이므로
 ∠ACB = ∠ABT = 30°
 △ABC에서 ∠x = 180° (80° + 30°) = 70°
- 43) 20°
- 44) 55°
- □ABCD는 원에 내접하므로
 ∠ABC=180°-75°=105°
 △ABC에서 ∠BAC=180°-(20°+105°)=55°
 ∴ ∠x = ∠BAC=55°
- 45) $\angle x = 80^{\circ}$, $\angle y = 25^{\circ}$
- 46) $\angle x = 46^{\circ}, \ \angle y = 22^{\circ}$
- 47) $\angle x = 20^{\circ}$, $\angle y = 50^{\circ}$
- 48) $\angle x = 90^{\circ}$, $\angle y = 30^{\circ}$
- 49) $\angle x = 65^{\circ}$, $\angle y = 45^{\circ}$
- 50) $\angle x = \angle ABC = 33^{\circ}$, $\angle y = \angle BAT = 102^{\circ}$
- 51) $\angle x = 35^{\circ}$. $\angle y = 60^{\circ}$
- \Rightarrow $\angle BAT = \angle BDA = 35$ 이므로 $\angle x = 35$
- 이때 \angle DBA = $25\,^{\circ}$ 이고, 사각형 ABCD는 원 O에 내접하 므로
- $\angle\,y\,{=}\,180\,^{\circ}\,{-}\,\angle\,DAB\,{=}\,180\,^{\circ}\,{-}\,120\,^{\circ}\,{=}\,60\,^{\circ}$
- 52) $\angle x = 38$ °, $\angle y = 73$ °
- 53) $45\degree$
- $\Rightarrow \angle x = \angle CTQ = \angle ATP = \angle ABT = 45^{\circ}$
- 54) 50°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BTQ = \angle DTP = \angle DCT = 50^{\circ}$
- 55) 60°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ATP = \angle CTQ = \angle CDT = 60^{\circ}$
- 56) 45°

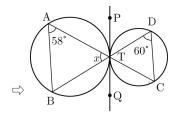
- $\Rightarrow \angle x = \angle DTP = \angle BTQ = \angle BAT = 45^{\circ}$
- 57) 75°
- $\Rightarrow \angle x = \angle CTQ = \angle ATP = \angle ABT = 75^{\circ}$
- 58) 75°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ABT = 75^{\circ}$
- 59) 70°
- $\Rightarrow \angle x = \angle DCT = 70^{\circ}$
- 60) 55°
- $\Rightarrow \angle x = \angle BAT = 55^{\circ}$
- 61) 65°
- $\Rightarrow \angle x = \angle CDT = 65^{\circ}$
- 62) 80°
- $\Rightarrow \angle x = \angle ABT = 80^{\circ}$
- 63) $\angle x = 50^{\circ}, \angle y = 70^{\circ}$
- 64) $\angle x = 75^{\circ}$, $\angle y = 50^{\circ}$
- ightharpoonup $\angle x = \angle DTP = \angle CTQ = \angle CAT = 75^{\circ}$ $\triangle BDT에서 <math>\angle y = 180^{\circ} (75^{\circ} + 55^{\circ}) = 50^{\circ}$
- 65) $\angle x = 70^{\circ}, \angle y = 65^{\circ}$
- \Rightarrow $\angle x = \angle ATP = \angle CTQ = \angle CDT = 70^{\circ}$ $\angle DCT = \angle DTP = \angle BTQ = \angle BAT = 45^{\circ}$ 이므로 $\triangle CDT에서 \angle y = 180^{\circ} - (70^{\circ} + 45^{\circ}) = 65^{\circ}$
- 66) $\angle x = 65^{\circ}, \angle y = 55^{\circ}$
- $\angle x = \angle BTQ = 65^\circ$, $\angle DTP = \angle DCT = 60^\circ$ 이므로 $\angle y = 180^\circ (65^\circ + 60^\circ) = 55^\circ$
- 67) $\angle x = 50^{\circ}, \angle y = 85^{\circ}$
- Arr Arr x =
 Arr ATP = 50 ° $Arr \Delta CDT$ 에서 Arr DCT =
 Arr DTP = 50 ° 이므로 Arr y = 180 ° -(45 ° +50 °) =85 °
- 68) 75°



두 원의 접선을 \overrightarrow{EF} 라 하면 $\angle PAB = \angle BPF = \angle DPE = \angle DCP$

 \triangle DCP에서 ∠DCP=180°-(50°+55°)=75° ∴ ∠PAB=75°

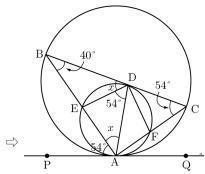
69) 62°



두 원의 공통접선을 \overrightarrow{PQ} 라 하면 $\angle ABT = \angle ATP = \angle CTQ = \angle CDT = 60$ 따라서 $\triangle ABT$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (58^\circ + 60^\circ) = 62^\circ$

70) 50°

- ightharpoonup ig
- 71) 43°



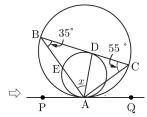
큰 원과 접선 \overline{PQ} 에서 \angle BAP = \angle BCA = 54° 작은 원과 접선 \overline{PQ} 에서 \angle EDA = \angle EAP = 54° 또 작은 원과 접선 \overline{BC} 에서 \angle BDE = \angle EAD = $\angle x$ 따라서 \triangle BDA에서 $40^\circ + (\angle x + 54^\circ) + \angle x = 180^\circ$ 이므로

72) 43°

 $\therefore \angle x = 43^{\circ}$

- ightharpoonup
 ig
- \triangle CDE에서 \angle DEB = $\angle x + 34$ \triangle BDE에서 60 + x + 34 + x = 180, 2x = 86, x = 43따라서 $\angle x = 43^\circ$ 가 된다.
- 73) 45°

[영역] 5.기하 5-6-3.접선과 현이 이루는 각



큰 원과 접선 PQ에서 ∠BAP=∠BCA=55° 작은 원과 접선 PQ에서 $\angle EDA = \angle EAP = 55$ ° 또 작은 원과 접선 BC에서 \angle BDE= \angle EAD= $\angle x$ 따라서 △BDA에서 $35\degree+(\angle x+55\degree)+\angle x=180\degree$ 이므로 $\angle x = 45^{\circ}$