

교과서 변형문제 기본



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

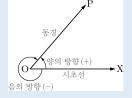
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[일반각]

•동경 OP의 일반각:

시초선 OX와 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기가 α 일 때, \angle XOP의 크기 $360^{\circ} \times n + \alpha^{\circ}$ (단, n은 정수)를 일반각이라 한다.



[두 동경의 위치 관계]

- •두 각 θ_1 과 θ_2 를 나타내는 동경의 위치관계 (n은 정수)
- (1) 일치 \Rightarrow $\theta_2 \theta_1 = 360 ^\circ \times n$
- (2) x축에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1 + \theta_2 = 360\degree \times n$
- (3) y축에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1+\theta_2=360\,^{\circ} imes n+180\,^{\circ}$
- (4) 직선 $y\!=\!x$ 에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1\!+\!\theta_2\!=\!360\,^\circ imes\!n\!+\!90\,^\circ$
- (5) 일직선 위에 있고 방향이 반대 \Rightarrow $\theta_2-\theta_1=360\,^{\circ} imes n+180\,^{\circ}$

[호도법]

- 1라디안(radian): 반지름의 길이가 r인 원에서 길이가 r인 호에 대한 중심각의 크기
- 호도법: 라디안을 단위로 하여 각의 크기를 나타내는 방법 1라디안= $\frac{180^{\circ}}{\pi}$, $1^{\circ} = \frac{\pi}{180}$ 라디안

[부채꼴의 호의 길이와 넓이]

- 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ (라디안)인 부채꼴의 호의 길이를 l, 부채꼴의 넓이를 S라 할 때
- (1) $l = r\theta$
- (2) $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$

기본문제

[문제]

- **1.** 다음 각의 동경이 나타내는 일반각을 $360^{\circ} \times n + \alpha^{\circ}$ 의 꼴로 나타낸 것으로 옳지 않은 것 은? (단, n은 정수이고, $0^{\circ} \le \alpha^{\circ} < 360^{\circ}$ 이다.)
 - ① $50^{\circ} = 360^{\circ} \times 0 + 50^{\circ}$
 - ② $450^{\circ} = 360^{\circ} \times 1 + 90^{\circ}$
 - $3 220^{\circ} = 360^{\circ} \times (-1) + 140^{\circ}$
 - $(4) 650^{\circ} = 360^{\circ} \times (-2) + 290^{\circ}$
 - ⑤ $525\degree = 360\degree \times 1 + 165\degree$

[문제]

다음 중 제1사분면에 있는 각은?

- \bigcirc 535 $^{\circ}$
- ② 1370°
- $(3) 1050^{\circ}$
- $(4) 1600^{\circ}$
- (5) 630°

3. 다음에서 육십분법으로 나타낸 각은 호도법으로, 호도법으로 나타낸 각은 육십분법으로 나타낸 것으 로 옳지 않은 것은?

①
$$40^{\circ} = \frac{2\pi}{9}$$

①
$$40^{\circ} = \frac{2\pi}{9}$$
 ② $-270^{\circ} = -\frac{3}{2}\pi$

$$3\frac{4\pi}{5} = 144^{\circ}$$

$$3 \frac{4\pi}{5} = 144^{\circ}$$
 $4 - \frac{7}{10}\pi = -54^{\circ}$

$$50^{\circ} = \frac{5}{18}\pi$$

4. 다음 각의 동경이 나타내는 일반각을 $2n\pi + \theta$ 의 꼴로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은? (단, n은 정수 이고, $0 \le \theta < 2\pi$ 이다.)

①
$$\frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi$$

①
$$\frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi$$
 ② $\frac{19}{4}\pi = 4\pi + \frac{3}{4}\pi$

$$(4) - \frac{9}{2}\pi = -6\pi + \frac{3}{2}\pi$$

- **5.** 반지름의 길이가 21, 중심각의 크기가 $\frac{4\pi}{7}$ 인 부 채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 a, b라 할 때 a+b의 값을 구한 것은?
 - ① 118π
- ② 128π
- ③ 138π
- (4) 148π
- ⑤ 158π

- **6.** 호의 길이가 $\frac{1}{4}\pi$, 넓이가 $\frac{3}{2}\pi$ 인 부채꼴의 반지름 의 길이와 중심각의 크기를 각각 r, θ 라고 할 때 $r \times \theta$ 를 구한 것은?
 - $\bigcirc \frac{1}{2}\pi$
- $\bigcirc \pi$
- $3\frac{1}{4}\pi$
- $4 2\pi$
- $(5) \frac{5}{2} \pi$

평가문제

[중단원 마무리하기]

- **7.** 다음 각의 동경이 나타내는 일반각이 제2사분면 위에 있는 것은?
 - ① 1010°
- $\bigcirc -\frac{19}{6}\pi$
- 3255°
- $4\frac{22}{7}\pi$
- $(5) 60^{\circ}$

[중단원 마무리하기]

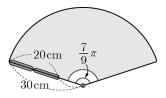
- 8. 반지름의 길이가 6, 넓이가 15π 인 부채꼴의 호의 길이를 구한 것은?
 - ① 3π
- $2\frac{7}{2}\pi$
- (3) 4π
- $\frac{9}{2}\pi$
- (5) 5π

[중단원 마무리하기]

- 9. $\frac{2\pi}{3} \le \theta \le \pi$ 이고 각 θ 를 나타내는 동경과 각 3θ 를 나타내는 동경이 일치할 때, 각 θ 의 크기를 구한
 - ① $\frac{2}{3}\pi$
- $2\frac{3}{4}\pi$
- $3\frac{4}{5}\pi$
- $4 \frac{5}{6}\pi$
- ⑤ π

[중단원 마무리하기]

10. 다음 그림과 같이 어느 자동차에 장착된 와이퍼 를 작동하였더니, 길이가 $30~\mathrm{cm}$ 인 와이퍼가 $\frac{7}{9}\pi$ 만 큼 부채꼴 모양으로 회전하였다. 이 와이퍼에서 유 리를 닦는 고무판의 길이가 20 cm일 때, 와이퍼의 고무판이 회전하면서 닦은 유리창의 넓이를 구한 것 은? (단, 유리창은 한 평면 위에 있다.)



- ① $\frac{2500}{9}\pi \text{ cm}^2$
- ② $\frac{2600}{3}$ π cm²
- $300\pi \text{ cm}^2$
- $\frac{2800}{9}$ π cm²
- ⑤ $350\pi \text{ cm}^2$

[중단원 마무리하기]

- 11. 둘레의 길이가 8인 부채꼴 중에서 그 넓이가 최 대인 부채꼴의 중심각의 크기를 구한 것은?
 - 1 1
- ② 2
- ③ 3
- (4) 4

⑤ 5

[대단원 평가하기]

- 12. 다음 중에서 각을 나타내는 동경이 위치하는 사 분면이 다른 하나를 고른 것은?
 - ① 580°
- $3 \frac{5}{8}\pi$ $4 \frac{5}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{13}{4}\pi$

- 13. 중심각의 크기가 $\frac{4}{5}\pi$ 이고, 호의 길이가 16π 인 부 채꼴의 넓이를 구한 것은?
 - ① 100π
- ② 120π
- 3140π
- $(4) 160\pi$
- (5) 180π

유사문제

- **14.** 다음 중 제2사분면의 각은?
 - ① $\frac{6}{5}\pi$
- 2540°
- 3 800°
- (4) -480°
- $(5) \frac{4}{3}\pi$
- 15. 다음 중 각을 나타내는 동경이 속하는 사분면이 나머지 넷과 다른 하나를 고르면?
 - \bigcirc 220 $^{\circ}$
- ③ 970°
- $4 \frac{10}{3}\pi$
- $(5) \frac{7}{3}\pi$
- **16.** $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 이고 각 θ 를 나타내는 동경과 각 7θ 를 나타내는 동경이 일치할 때, 각 θ 의 크기는?

 - ① $\frac{4}{3}\pi$ ② $\frac{9}{7}\pi$
 - $3\frac{11}{8}\pi$ $4\frac{13}{9}\pi$
 - $(5) \frac{5}{3} \pi$
- **17.** 각 θ 를 나타내는 동경과 각 5θ 를 나타내는 동경 이 y축에 대하여 대칭일 때, θ 의 값은?

(단,
$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$
)

- ① $\frac{\pi}{12}$
- $2\frac{\pi}{6}$
- $\Im \frac{\pi}{5}$
- $4\frac{\pi}{4}$

- **18.** 반지름의 길이가 6이고 호의 길이가 2π 인 부채꼴 의 중심각의 크기와 넓이를 순서대로 적은 것은?
- ① $\frac{\pi}{3}$, 6π ② $\frac{\pi}{3}$, 12π
- $3\frac{\pi}{4}$, 8π $4\frac{\pi}{6}$, 6π
- $5\frac{\pi}{6}$, 12π
- **19.** 호의 길이가 6, 넓이가 15인 부채꼴의 중심각의 크기는?
 - ① $\frac{6}{5}$
- ② $\frac{9}{5}$
- $3\frac{12}{5}$
- **4** 3
- **20.** 넓이가 8π 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 차례대로 옳게 나열한 것은?
 - ① 8, π
- ② 16, π
- $34, 2\pi$
- 4 8, 2π
- ⑤ $16, 2\pi$

4

정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] ④ $-650^{\circ} = 360^{\circ} \times (-2) + 70^{\circ}$

2) [정답] ③

[해설] ① 535°=360°+175°는 제2사분면 위의 각이다.

② 1370°=360°×3+290°는 제4사분면 위의 각이다.

③ -1050°=360°×(-3)+30°는 제1사분면 위이 가이다

④ $-1600^{\circ} = 360^{\circ} \times (-5) + 200^{\circ}$ 는 제3사분면 위의 각이다.

⑤ 630°는 *y*축 위의 각이다.

3) [정답] ④

[해설] ④ $-\frac{7}{10}\pi = -126^{\circ}$

4) [정답] ③

[해설] $-\frac{27}{7}\pi = -5\pi + \frac{8}{7}\pi$ 는 문제의 조건 $2n\pi + \theta$ 를 만족하지 못한다. $2n \neq -5$ 을 만족하는 자연수 n이 존재하지 않기 때문이다.

따라서 $-\frac{27}{7}\pi = -4\pi + \frac{1}{7}\pi$ 로 변형해야 한다.

5) [정답] ③

[해설] (부채꼴의 호의 길이)= $21 \times \frac{4\pi}{7} = 12\pi$

(부채꼴의 넓이)= $\frac{1}{2} \times 12\pi \times 21 = 126\pi$ 따라서 $a+b=138\pi$

6) [정답] ③

[해설] (부채꼴의 호의 길이)= $\frac{1}{4}\pi = r\theta$

(부채꼴의 넓이)= $\frac{3}{2}\pi=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}r(r\theta)=\frac{1}{8}r\pi$ $r=12,\;\theta=\frac{1}{48}\pi$ 이다. 따라서 $r\times\theta=\frac{1}{4}\pi$

7) [정답] ②

[해설] ① 1010°=360°×2+290°로 제4사분면 위의 도겨이다

② $-\frac{19}{6}\pi = -4\pi + \frac{5}{6}\pi$ 로 제2사분면 위의 동경이다

③ 255°는 제3사분면 위의 동경이다.

④ $\frac{22}{7}\pi = 2\pi + \frac{8}{7}\pi$ 는 제3사분면 위의 동경이다.

⑤ -60°는 제4사분면 위의 동경이다.

8) [정답] ⑤

[해설] (부채꼴의 넓이)= $\frac{1}{2}r^2\theta=18\theta=15\pi$, $\theta=\frac{5}{6}\pi$ (호의 길이)= $r\theta=6\times\frac{5}{6}\pi=5\pi$

9) [정답] ⑤

[해설] 각 θ 를 나타내는 동경과 각 3θ 를 나타내는 동 경이 일치하므로 $3\theta-\theta=2n\pi$ 즉, $\theta=n\pi$

이때
$$\frac{2\pi}{3} \le \theta \le \pi$$
이므로, $\theta = \pi$

10) [정답] ④

[해설] 구하고자 하는 넓이는

$$\begin{split} &\frac{1}{2} \times 30^2 \times \frac{7}{9}\pi - \frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{7}{9}\pi \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{7}{9}\pi \times (30^2 - 10^2) \\ &= \frac{2800}{9}\pi \end{split}$$

11) [정답] ②

[해설] 둘레의 길이가 8이므로 부채꼴의 반지름을 r라고 하면, 부채꼴의 호의 길이는 8-2r이다.

(부채꼴의 넓이) = $\frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(8-2r) = -r^2 + 4r$

$$=-(r-2)^2+40]$$
 므로

부채꼴의 넓이는 r=2일 때 최대가 된다.

따라서 이때 부채꼴의 호의 길이가 4, 반지름의 길이가 2임을 이용하여 중심각의 크기를 구할 것 이다.

(부채꼴의 호의 길이) $=r\theta=2\theta=4$, $\theta=2$

12) [정답] ④

[해설] ① 580°는 220°와 같은 동경이므로 제3사분면 위의 동경이다.

② -160°는 200°와 같은 동경이므로 제3사분면 이의 도격이다

③ $-\frac{5}{8}\pi$ 는 $\frac{11}{8}\pi$ 와 같은 동경이므로 제3사분면 위의 동경이다.

④ $\frac{5}{3}\pi$ 는 제4사분면 위의 동경이다.

⑤ $\frac{13}{4}\pi$ 는 $\frac{5}{4}\pi$ 와 같은 동경이므로 제3사분면 위의 동경이다.

13) [정답] ④

[해설] 부채꼴의 반지름을 r이라고 할 때

(호의 길이)
$$= r \times \frac{4}{5}\pi = 16\pi$$
이므로 $r = 20$

(부채꼴의 넓이) = $\frac{1}{2} \times 20 \times 16\pi = 160\pi$

14) [정답] ⑤

[해설] ① $\pi < \frac{6}{5}\pi < \frac{3}{2}\pi$ 이므로 $\frac{6}{5}\pi$ 는 제3사분면의

각이다.

- ② 540°=360°+180°이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.
- ③ $800\degree = 360\degree \times 2 + 80\degree$ 이므로 제1사분면의 각이다.
- ④ $-480\degree = 360\degree \times (-2) + 240\degree$ 이므로 제3사분면의 각이다.
- ⑤ $-\frac{4}{3}\pi = 2\pi \times (-1) + \frac{2}{3}\pi$ 이므로 제2사분면의 각이다.
- 15) [정답] ⑤
- [해설] ① $180\degree < 220\degree < 270\degree$ 이므로 제3사분면의 각이다.
 - ② 550°=360°+190°이므로 제3사분면의 각이 다
 - ③ 970°=360°×2+250°이므로 제3사분면의 각이다.
 - ④ $\frac{10}{3}\pi = 2\pi + \frac{4}{3}\pi$ 이므로 제3사분면의 각이다.
 - ⑤ $-\frac{7}{3}\pi = 2\pi \times (-2) + \frac{5}{3}\pi$ 이므로 제4사분면의 각이다.
- 16) [정답] ①
- [해설] θ 와 7θ 의 동경이 일치하므로

적당한 자연수 n이 존재하여

$$6\theta = 2n\pi$$

$$6\pi < 6\theta = 2n\pi < 9\pi$$
이므로

$$6\theta = 8\pi$$

$$\therefore \theta = \frac{4}{3}\pi$$

- 17) [정답] ②
- [해설] heta와 5 heta의 동경이 y축에 대하여 대칭이므로

적당한 자연수 n이 존재하여

$$6\theta = (2n-1)\pi$$

$$0<6\theta=(2n-1)\pi<3\pi$$

$$6\theta = \pi$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

- 18) [정답] ①
- [해설] 중심각의 크기를 θ 라 하면

$$2\pi = 6\theta$$
이므로 $\theta = \frac{\pi}{3}$

부채꼴의 넓이는
$$\frac{1}{2} \times 6^2 \times \frac{\pi}{3} = 6\pi$$

- 19) [정답] ①
- [해설] 부채꼴의 반지름의 길이를 r,

중심각의 크기를 θ 라 하면

호의 길이는
$$r\theta=6$$
이고, 넓이는 $\frac{1}{2}r^2\theta=15$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times r = 15 \qquad \therefore r = 5$$

따라서
$$\theta = \frac{6}{r} = \frac{6}{5}$$
이다.

- 20) [정답] ④
- [해설] 부채꼴의 반지름을 r라고 하면

넓이가
$$8\pi$$
이고 중심각이 $\frac{\pi}{4}$ 이므로

$$8\pi = \frac{1}{2}r^2 \times \frac{\pi}{4} \circ | \Box |.$$

따라서
$$r^2 = 64$$
, $r = 8$ 이다.

부채꼴의 호의 길이는 $8 \times \frac{\pi}{4} = 2\pi$ 이다.