

3-2-2.두 직선의 위치관계 천재(이준열)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-05

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[두 직선의 위치관계]

•직선 y=mx+n, y=m'x+n'의 위치관계

두 직선의	조건	두 직선의	연립방정식의
위치 관계	포신	교점의 개수	해의 개수
평행하다.	$m = m',$ $n \neq n'$	없다.	해가 없다.
일치한다.	m = m', $n = n'$	무수히 많다.	해가 무수히 많다.
한 점에서 만난다.	$m \neq m'$	한 개	한 쌍의 해를 가진다.
수직이다.	mm' = -1		기간역.

•직선 ax + by + c = 0, a'x + b'y + c' = 0의 위치관계

두 직선의 위치 관계	조건	두 직선의 교점의 개수	연립방정식의 해의 개수
평행하다.	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	없다.	해가 없다.
일치한다.	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	무수히 많다.	해가 무수히 많다.
한 점에서 만난다.	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	한 개	한 쌍의 해를 가진다.
수직이다.	aa' + bb' = 0		기원덕.

기본문제

[문제]

- **1.** 두 직선 3x-2y+1=0, kx-4y+3=0이 서로 평행할 때, 실수 k의 값은?
 - ① 6
- ② 5
- ③ 4
- **4** 3
- ⑤ 2

예제]

- **2.** 점 (2,3)을 지나고 직선 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 에 수직인 직선의 방정식은?
 - ① y = -3x + 6
- ② y = -3x + 9
- $\Im y = 3x$
- y = 3x 3
- ⑤ y = 3x 6

[문제]

- **3.** 점 (1,2)를 지나고 직선 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 에 수직인 직선의 방정식은?
 - ① y = 2x
- ② y = 2x + 2
- ③ y = -2x
- y = -2x + 2
- ⑤ y = -2x + 4

[문제]

- **4.** 두 직선 2x-3y+1=0, kx-4y+1=0이 서로 수직일 때, 실수 k의 값은?
 - $\bigcirc -4$
- 3 6
- (4) -7
- (5) 8

평가문제

[소단원 확인 문제]

- **5.** 두 직선 3x+2y-2=0, 2x+3y-3=0의 교점과 점 (2,5)를 지나는 직선의 방정식은?
 - ① y = -x + 7
- ② y = x + 3
- y = x + 2
- y = 2x + 1
- ⑤ y = 2x

[소단원 확인 문제]

- **6.** 두 직선 x-3y+2=0, kx+2y-1=0이 서로 수 직일 때, 실수 k의 값은?
 - ① 7

② 6

35

4

⑤ 3

[소단원 확인 문제]

- 7. A(-1,-1)를 지나고 두 A(1,5), A(3,1)을 지나는 직선에 평행한 직선의 방정식은?
 - (1) y = -2x 3
- ② y = -2x 1
- ③ y = -2x + 1
- (4) y = 2x + 5
- ⑤ y = 2x + 3

[소단원 확인 문제]

- **8.** 점 (1,3)을 지나는 직선 y = ax + b가 직선 $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ 에 수직일 때, 실수 a, b에 대하여 a + b의 값은?
 - $\bigcirc -1$
- **②** 0
- 3 1
- **(4)** 2

- (5) 3

[소단원 확인 문제]

- **9.** 두 직선 ax-y+2=0, x+by-c=0이 점 (1,3)에서 수직으로 만날 때, 실수 a, b, c에 대하여 a+b+c의 값은? (단, $abc \neq 0$)
 - ① 3
- 2 4
- 3 5
- **(4)** 6

(5) 7

[소단원 확인 문제]

10. 세 직선 3x+y-5=0, 3x-y-1=0, kx-y-2=0으로 삼각형이 만들어지지 않도록

하는 모든 실수 k의 값의 합은?

- ① 7
- 2 4
- 3 3
- **4** 0
- (5) 3

[중단원 연습 문제]

- **11.** 두 직선 y=3x+2, y=kx-1에 대하여 서로 평 행하게 하는 상수 k의 값을 α , 서로 수직이게 하는 상수 k의 값을 β 라 할 때, $\alpha + 6\beta$ 의 값은?
- $3\frac{1}{3}$
- $4) \frac{2}{3}$

(5) 1

- [중단원 연습 문제]
- **12.** 두 직선 (k+3)x+y+2=0. 4x + ky + k(k+1) = 0의 교점이 존재하지 않을 때, 실수 k의 값은? (단, $k \neq 0$)
 - 1
- (3) 2
- $\bigcirc 3$
- \bigcirc -4

[대단원 종합 문제]

- **13.** 두 점 A(-3,4), B(1,2)를 이은 선분 AB의 수 직이등분선의 방정식은?
 - ① y = 2x + 7
- ② y = 2x + 5
- y = 2x + 3
- (4) y = -2x + 3
- (5) y = -2x + 1

유사문제

- **14.** 직선 y=2x+4에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
 - ① 점 (-1,2)를 지난다.
 - ② y축과 (0,4)에서 만난다.
 - ③ 직선 4x 2y + 1 = 0과 평행이다.
 - ④ 직선 x+2y+3=0과 수직이다.
 - ⑤ 직선 6x 3y 1 = 0과 한 점에서 만난다.
- **15.** 직선 2x-3y+5=0 에 수직인 직선의 기울기는?
- $3 \frac{3}{5}$

- **16.** 두 직선 5x-3y+13=0, ax+y-3=0이 서로 평행할 때, 상수 a의 값은?
- $\bigcirc -\frac{5}{3}$
- $4) \frac{5}{3}$

- **17.** 점 (2,3)을 지나고 직선 2x+y+2=0에 수직인 직선의 방정식이 y=ax+b일 때, 상수 a,b의 곱 ab의 값은?
 - 1 1

2 2

③ 3

(4) 4

- **⑤** 5
- **18.** 두 직선 2x-3y=7, x-4y=6의 교점을 지나고 직선 2x-4y=1에 수직인 직선의 방정식이 y = ax + b 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?
 - $\bigcirc -10$
- 2 8
- 3 6
- \bigcirc 4
- (5) 2
- **19.** 두 점 A(a, b), B(3, 1)을 이은 선분 AB의 수 직이등분선의 방정식이 x-2y-6=0일 때, ab의 값은? (단, a, b 는 상수)
 - 1 8
- 2 4
- (3) 9
- (4) 12
- \bigcirc -15

- **20.** 세 직선 x-y=0, x+y-2=0, 5x-ky-15=0이 삼각형을 이루지 않도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하면?
 - $\bigcirc -10$
- $\bigcirc -50$
- 3 50
- $\bigcirc 4 250$
- **⑤** 250

4

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 3x-2y+1=0을 y에 대하여 나타내면 $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ kx-4y+3=0을 y에 대하여 나타내면 $y=\frac{k}{4}x+\frac{3}{4}$

두 직선의 기울기는 같으므로 $\frac{3}{2} = \frac{k}{4}$, 즉 k = 6

2) [정답] ④

[해설] 구하는 직선의 기울기를 m이라 하면 직선 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 의 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $-\frac{1}{3}m=-1$ 에서 m=3 따라서 점 (2,3)을 지나고 기울기가 3인 직선의

방정식은 y-3=3(x-2) 즉, y=3x-3

3) [정답] ⑤

[해설] 구하는 직선의 기울기를 m이라 하면 직선 $y=\frac{1}{2}x+3$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{2}m=-1$ 에서 m=-2 따라서 점 (1,2)를 지나고 기울기가 -2인 직선 의 방정식은 y-2=-2(x-1) 즉, y=-2x+4

4) [정답] ③

5) [정답] ④

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} 3x+2y-2=0 \\ 2x+3y-3=0 \end{cases}$ 풀면 $x=0,\ y=1$ 두 점 $(0,1),\ (2,5)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y-1=\frac{5-1}{2-0}(x-0)$ y-1=2(x-0) 따라서 y=2x+1

6) [정답] ②

[해설] x-3y+2=0을 y에 대하여 나타내면 $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ kx+2y-1=0을 y에 대하여 나타내면

$$y = -\frac{k}{2}x + \frac{1}{2}$$
 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로 $\frac{1}{3} \times \left(-\frac{k}{2}\right) = -1$, 즉 $k = 6$

7) [정답] ①

은 $y-5=\frac{1-5}{3-1}(x-1)$ y-5=-2(x-1), 즉 y=-2x+7이고 기울기는 -2 직선 y=-2x+7에 평행한 직선의 기울기는 -2 이고, 이 직선이 점 (-1,-1)을 지나므로 구하는 직선의 방정식은 y+1=-2(x+1), 즉 y=-2x-3

[해설] 두 점 (1,5), (3,1)을 지나는 직선의 방정식

8) [정답] ⑤

[해설] 구하는 직선의 기울기는 a이고 직선 $y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ 의 기울기가 $\frac{1}{4}$ 이므로 $\frac{1}{4}m=-1$ 에서 m=-4 따라서 점 (1,3)을 지나고 기울기가 -4인 직선 의 방정식은 y-3=-4(x-1) 즉, y=-4x+7 따라서 a=-4, b=7이고 a+b=3

9) [정답] ④

[해설] 두 직선 ax-y+2=0, x+by-c=0은 점 (1,3)을 지나므로 a-3+2=0, 1+3b-c=0 즉 a=1, c=3b+1 x-y+2=0을 y에 대하여 나타내면 y=x+2 x+by-c=0을 y에 대하여 나타내면 $y=-\frac{1}{b}x+\frac{c}{b}$ 즉 $1\times\left(-\frac{1}{b}\right)=-1$, b=1, c=4 따라서 a+b+c=6

10) [정답] ②

[해설] 3x+y-5=0을 y에 대하여 나타내면 y=-3x+5 3x-y-1=0을 y에 대하여 나타내면 y=3x-1 kx-y-2=0을 y에 대하여 나타내면 y=kx-2 세 직선이 삼각형을 만들지 않으려면 직선 y=kx-2가 나머지 두 직선 중 하나와 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야한다.

(i) 직선 y=kx-2가 y=-3x+5와 평행할 때, 두 직선의 기울기가 같아야하므로 k=-3 (ii) 직선 y=kx-2가 y=3x-1과 평행할 때,

두 직선의 기울기가 같아야하므로 k=3 (iii) 세 직선이 한 점에서 만날 때, y=-3x+5와 y=3x-1의 교점은 -3x+5=3x-1, 6x=6, 즉 x=1, y=2 (1,2)이므로 직선 y=kx-2가 점 (1,2)를 지나야한다. 2=k-2, 즉 k=4 따라서 k=-3 또는 k=3 또는 k=4이므로 모든 실수 k의 값의 합은 (-3)+3+4=4

11) [정답] ⑤

[해설]
$$y=3x+2$$
의 기울기는 3
$$y=kx-1$$
에서 $\alpha=3,$
$$3\beta=-1$$
이므로 $\beta=-\frac{1}{3}$ 따라서 $\alpha+6\beta=1$

12) [정답] ⑤

[해설]
$$(k+3)x+y+2=0$$
을 y 에 대하여 나타내면
$$y=-(k+3)x-2$$

$$4x+ky+k(k+1)=0$$
을 y 에 대하여 나타내면
$$y=-\frac{4}{k}x-(k+1)$$

교점이 존재하지 않으려면 두 직선의 기울기가 같고 일치하지 않아야한다.

$$-(k+3) = -\frac{4}{k}, k^2 + 3k - 4 = 0$$

(k+4)(k-1) = 0에서 k = -4 또는 k = 1

(i) k = -4일 때,

두 직선은 -x+y+2=0, 4x-4y+12=0,

즉 x-y-2=0, x-y+3=0이므로 두 직선은 일치하지 않는다.

(ii) k=1일 때.

두 직선은 4x+y+2=0, 4x+y+2=0이므로 두 직선은 일치한다.

따라서 k=-4

13) [정답] ②

[해설] 직선 AB의 기울기는
$$\frac{2-4}{1-(-3)}=-\frac{1}{2}$$
 이때 \overline{AB} 의 수직이등분선의 기울기를 m 이라고 하면 $-\frac{1}{2}\times m=-1,\ m=2$ 한편, \overline{AB} 의 수직이등분선은 \overline{AB} 의 중점 $\left(\frac{(-3)+1}{2},\frac{4+2}{2}\right)$, 즉 $(-1,3)$ 을 지난다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-3=2(x+1)$, 즉 $y=2x+5$

14) [정답] ⑤

[해설] ① $y=2\times(-1)+4=2$

- ② y절편이 4이므로 y축과 (0, 4)에서 만난다.
- ③ 4x-2y+1=0의 기울기가 2이므로 평행하다.

- ④ x+2y+3=0의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 수직이다.
- ⑤ 6x-3y-1=0의 기울기가 2이고 y절편은 $-\frac{1}{3}$ 이 므로 만나지 않는다.

15) [정답] ②

[해설]
$$2x-3y+5=0$$
의 기울기는 $\frac{2}{3}$ 이므로
수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

16) [정답] ②

[해설] 평행한 두 직선은 기울기가 같으므로 $-\frac{5}{3} = a$

17) [정답] ①

[해설] 직선 2x+y+2=0에 수직이므로 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이고 점 (2,3)을 지나므로 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{2}(x-2)+3,\ y=\frac{1}{2}x+2$ 이다. 따라서 $a=\frac{1}{2},\ b=2$ 이고 ab=1이다.

18) [정답] ③

[해설] 2x-3y=7, x-4y=6을 연립하여 풀면 x=2, y=-1

직선 2x - 4y = 1의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로

수직인 직선의 기울기는 -2이다.

따라서 기울기가 -2이고, 점 (2, -1)을 지나는 직선의 방정식은 y+1=-2(x-2)

즉 y = -2x + 3이다.

$$a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

19) [정답] ⑤

[해설] 선분 AB의 중점 $(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2})$ 은

직선 x-2y-6=0위의 점이므로

$$\frac{a+3}{2} - 2 \times \frac{b+1}{2} - 6 = 0$$

 $a-2b=11\cdots$

직선 AB는 직선 x-2y-6=0과 수직으로 만나므로 $\frac{b-1}{a-3}=-2$

 $2a+b=7\cdots (2)$

①, ②를 연립하면 a=5, b=-3∴ab=-15

20) [정답] ⑤

[해설] 세 직선이 삼각형을 이루지 않으려면 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

$$(i) \quad \frac{5}{k} = 1 \quad \therefore k = 5$$

(ii)
$$\frac{5}{k} = -1$$
 $\therefore k = -5$

(iii)
$$x-y=0$$
와 $x+y-2=0$ 의 교점 (1,1)을 지나는 경우 $5-k-15=0$ 이므로 $k=-10$

따라서 모든 실수
$$k$$
의 곱은

$$5 \times (-5) \times (-10) = 250$$

