



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-13
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 지수함수

(1) 지수함수: $a > 0$, $a \neq 1$ 일 때, $y = a^x$ 을 a 를 밑으로
 하는 지수함수라 한다.

(참고) $y = a^x$ 에서 $a = 1$ 이면 $y = 1$ 이므로 이 함수는
 상수함수이다.

(2) 지수함수의 함숫값

: 함수 $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)가 점 (m, n) 을 지나면
 $n = a^m$ 이다.

■ 다음 함수 중 지수함수인 것에는 ○표, 지수함수가 아닌
 것에는 ×표를 ()안에 써넣어라.

1. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ()

2. $y = \left(\frac{1}{x}\right)^2$ ()

3. $y = 0.1^x$ ()

4. $y = (-2)^x$ ()

5. $y = x^3$ ()

6. $y = 3^x$ ()

7. $y = (-1)^x$ ()

8. $y = 2^x$ ()

■ 함수 $f(x) = 2^x$ 에 대하여 다음을 구하여라.

9. $f(0)$

10. $f(-1)$

11. $f(3)$

12. $f(2)$

13. $f\left(\frac{1}{2}\right)$

14. $\frac{f(5)}{f(3)}$

15. $f(2)f(3)$

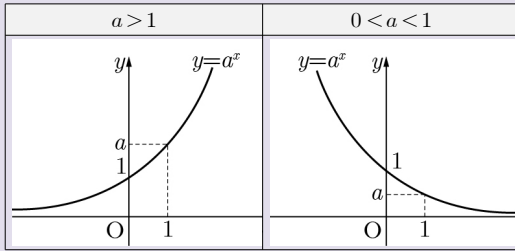
■ 다음 물음에 답하여라.

16. 함수 $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)에 대하여 $f(p) = q$
 라 할 때, $f(2p)f\left(\frac{p}{3}\right)$ 의 값을 q 에 관한 식으로 나타
 내어라.

17. 1이 아닌 양수 a 에 대하여 $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ 이다.
 $f(2) = 17$ 일 때 $f(3)$ 의 값을 구하여라.

18. 함수 $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{4}$ 에 대하여 $f(a) = \frac{1}{2}$ 일 때,
 $f(3a)$ 의 값을 구하여라.

02 지수함수의 그래프

(1) 지수함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)의 그래프

(2) 지수함수의 그래프의 성질

- ① 정의역: 실수 전체의 집합
- ② 치역: 양의 실수 전체의 집합
- ③ 점근선: x 축
- ④ $a>1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $0<a<1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

참고 일대일 함수이다, 그래프는 항상 점 $(0, 1)$ 과 $(1, a)$ 를 지난다.

■ 다음은 지수함수 $f(x)=a^x$ (단, $0 < a < 1$)의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

19. 그래프의 점근선의 방정식은 $y=0$ 이다. ()
20. 그래프의 점근선의 방정식은 $x=0$ 이다. ()
21. 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다. ()
22. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다. ()
23. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 1$ 이다. ()
24. 점 $(0, 1)$ 을 지난다. ()

■ 다음은 지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하여라.

25. 그래프는 항상 원점을 지난다. ()
26. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다. ()
27. x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. ()
28. 치역은 실수 전체의 집합이다. ()

■ 함수 $y=3^x$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안에 써넣어라.

29. 치역은 실수 전체의 집합이다. ()
30. $\sqrt[5]{3} > \sqrt[3]{3}$ ()
31. 점 $(0, 1)$ 을 지난다. ()
32. 점근선은 x 축이다. ()

■ 함수 $y=a^{x-1}$ 의 그래프가 두 점 A, B를 지날 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

33. A(3, 4), B(6, b)
34. A $\left(4, \frac{27}{8}\right)$, B(2, b)

■ 함수 $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)의 그래프가 두 점 A, B를 지날 때, 상수 a , b 의 값을 구하여라.

35. $A\left(-2, \frac{1}{25}\right), B(1, b)$

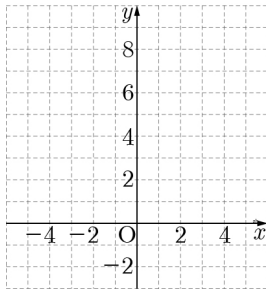
36. $A\left(3, \frac{8}{27}\right), B(-2, b)$

37. $A(3, 8), B\left(b, \frac{1}{4}\right)$

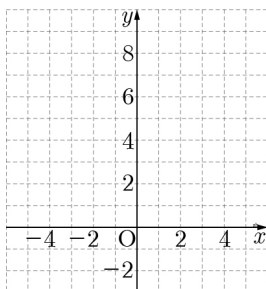
38. $A(2, 9), B(-1, b)$

■ 다음 함수의 그래프를 그려라.

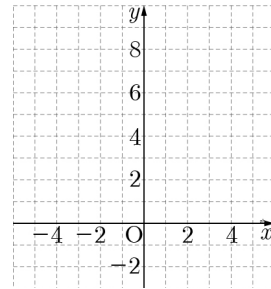
39. $y = 3^x$



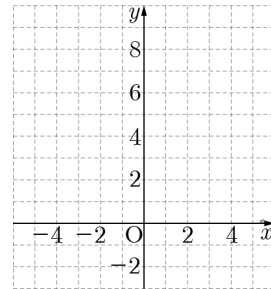
40. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$



41. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



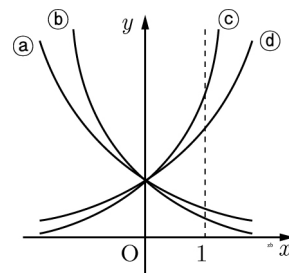
42. $y = 2^x$



■ 다음 그림은 지수함수 $y = 2^x \dots \textcircled{㉠}$, $y = 3^x \dots \textcircled{㉡}$,

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \dots \textcircled{㉢}$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \dots \textcircled{㉣}$ 의 그래프를 나타낸

것이다. ㉠~㉣에 알맞은 지수함수의 그래프를 연결하여라.



43. ㉠ ()

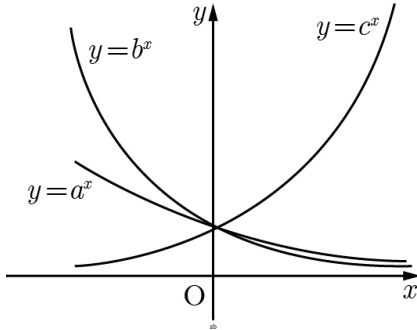
44. ㉡ ()

45. ㉢ ()

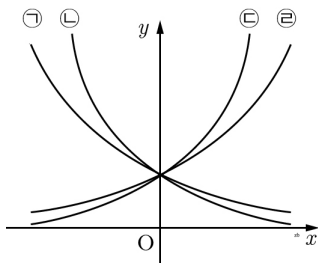
46. ㉣ ()

■ 다음 물음에 답하여라.

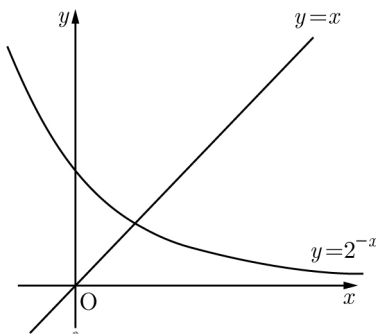
47. 세 지수함수 $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ 의 그래프가 그림과 같을 때, a , b , c 의 대소 관계를 나타내어라.



48. 다음은 네 개의 지수함수 $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$, $y=d^x$ 의 그래프이다. 실수 a , b , c , d 가 $ab=1$, $cd=1$, $a>c>1$ 을 만족할 때, $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$, $y=d^x$ 의 그래프를 순서대로 나열하여라.

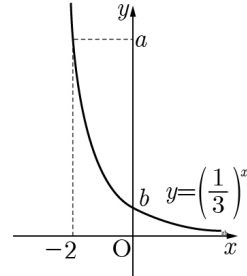


49. 지수함수 $f(x)=2^{-x}$ 에 대하여 $a_1=f(2)$, $a_{n+1}=f(a_n)$ ($n=1, 2, 3$)일 때, a_2 , a_3 , a_4 의 대소 관계를 나타내어라.

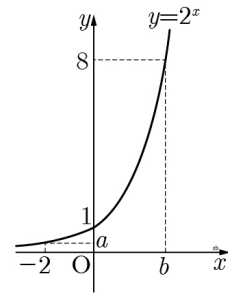


- 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a , b 의 값을 구하여라.

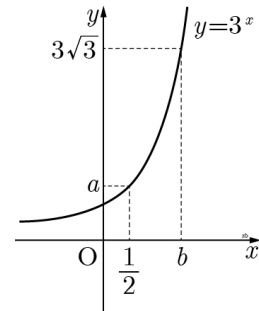
50. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$



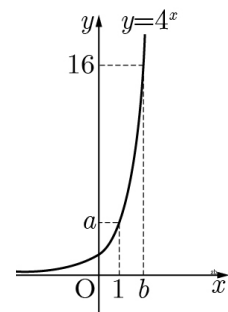
51. $y=2^x$



52. $y=3^x$



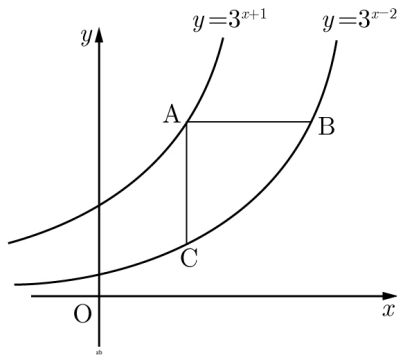
53. $y=4^x$



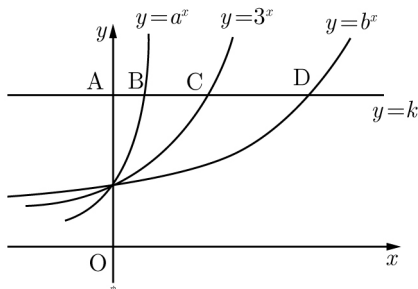
■ 다음 물음에 답하여라.

54. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-k}$ 에 대하여 $f(0) = 16$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

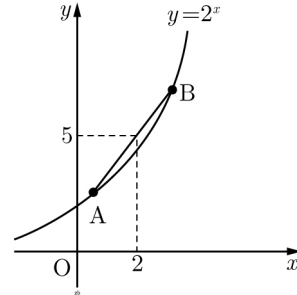
55. 다음 그림과 같이 함수 $y = 3^{x+1}$ 의 그래프 위의 한 점 A와 함수 $y = 3^{x-2}$ 의 그래프 위의 두 점 B, C에 대하여 선분 AB는 x 축에 평행하고 선분 AC는 y 축에 평행하다. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 될 때, 점 C의 y 좌표를 구하여라. (단, 점 A는 제1사분면 위에 있다.)



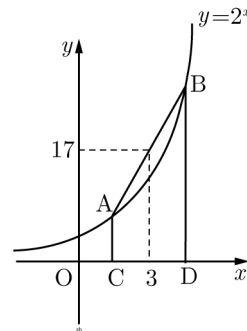
56. 다음 그림과 같이 직선 $x=0$, 함수 $y=a^x$, $y=3^x$, $y=b^x$ 의 그래프가 직선 $y=k$ 와 만나는 점을 차례대로 A, B, C, D라고 하자. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$, $\overline{CD} = 3\overline{AB}$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $k > 1$)



57. 다음 함수 $y=2^x$ 의 그래프이다. 그래프 위의 두 점 A, B의 x 좌표가 각각 a, b ($a < b$)이고 선분 AB의 중점의 좌표가 $(2, 5)$ 이다. 점 A의 y 좌표를 m , 점 B의 y 좌표를 n 일 때, $\frac{m}{n}$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 상수이다.)

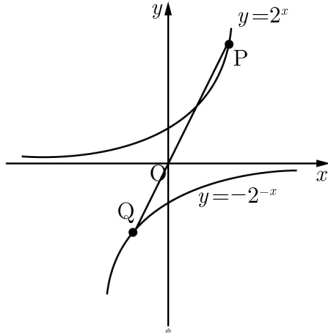


58. 다음 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위에 두 점 A, B가 있다. 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(3, 17)$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

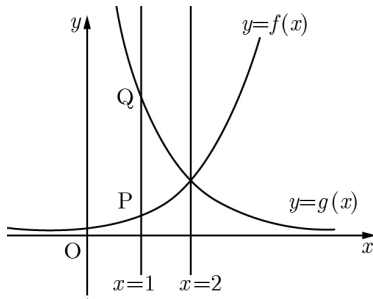


59. 두 지수함수 $f(x) = a^x$, $g(x) = a^{-x}$ 의 그래프가 직선 $x=p$ 와 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x=3p$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(p, 3)$ 일 때, 선분 CD의 길이를 구하여라. (단, $a > 1, p > 0$)

60. 다음 그림과 같이 좌표평면에서 두 곡선 $y=2^x$, $y=-2^{-x}$ 위에 각각 점 P, Q가 있다. 선분 PQ를 2:1로 내분하는 점이 원점 O일 때, 점 P의 좌표는 (a, b) 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



61. 다음 그림과 같이 두 지수함수 $f(x)=a^{x-k}$, $g(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^{x-k}$ 의 그래프와 직선 $x=1$ 의 교점을 각각 P, Q라고 할 때, $\overline{PQ}=\frac{15}{4}$ 이다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 직선 $x=2$ 에 대하여 대칭일 때, $a+k$ 의 값을 구하여라.(단, $a>1$)



62. 지수함수 $f(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}+2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $g\left(\frac{10}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.
63. 지수함수 $f(x)=2^{x-2}+1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $g(5)$ 의 값을 구하여라.

03 지수함수를 이용한 수의 대소 비교

지수함수 $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$)에서

(1) $a>1$ 일 때, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

(2) $0 < a < 1$ 일 때, $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

■ 지수함수를 이용하여 다음 주어진 수의 대소를 비교하여라.

64. $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3, \frac{1}{4}$

65. $(0.1)^{-\frac{1}{2}}, (0.1)^{\frac{2}{3}}$

66. $\sqrt[3]{3^2}, \sqrt{27}$

67. $4^{15}, 8^{11}$

68. $\sqrt{8}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}, \sqrt[3]{2^2}$

69. $5^{\frac{1}{3}}, 125^{\frac{1}{5}}, 25^{\frac{1}{4}}$

70. $\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{\frac{1}{4}}, \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$



정답 및 해설

1) ○

2) ×

3) ○

4) ×

5) ×

6) ○

7) ×

8) ○

9) 1

$$\Rightarrow f(0) = 2^0 = 1$$

10) $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

11) 8

$$\Rightarrow f(3) = 2^3 = 8$$

12) 4

$$\Rightarrow f(2) = 2^2 = 4$$

13) $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

14) 4

$$\Rightarrow \frac{f(5)}{f(3)} = \frac{2^5}{2^3} = 2^2 = 4$$

15) 32

$$\Rightarrow f(2)f(3) = 2^2 \times 2^3 = 2^5 = 32$$

16) $\sqrt[3]{q^7}$

$$\Rightarrow f(p) = a^p = q \text{ 이므로}$$

$$f(2p)f\left(\frac{p}{3}\right) = a^{2p} \times a^{\frac{p}{3}} = q^{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{q^7}$$

17) 99

$$\Rightarrow f(2) = \frac{a^2 + a^{-2}}{2} = 17 \text{ 이므로 } a^2 + a^{-2} = 34$$

$$(a + a^{-1})^2 = a^2 + a^{-2} + 2 = 36 \text{ 이므로 } a + a^{-1} = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore f(3) &= \frac{a^3 + a^{-3}}{2} = \frac{1}{2} \{ (a + a^{-1})^3 - 3(a + a^{-1}) \} \\ &= \frac{1}{2} (6^3 - 18) = 99 \end{aligned}$$

18) $\frac{7}{2}$

$$\Rightarrow f(a) = \frac{2^a - 2^{-a}}{4} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 2^a - 2^{-a} = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore f(3a) &= \frac{2^{3a} - 2^{-3a}}{4} \\ &= \frac{(2^a - 2^{-a})^3 + 3 \times 2^a \times 2^{-a} \times (2^a - 2^{-a})}{4} \\ &= \frac{8 + 6}{4} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

19) ○

20) ×

21) ×

22) ○

23) ×

24) ○

25) ×

26) ○

27) ×

28) ×

29) ×

\Rightarrow 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.

30) ×

\Rightarrow 함수 $y = 3^x$ 의 그래프는 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 증가하므로 $3^{\frac{1}{5}} < 3^{\frac{1}{3}}$, 즉 $\sqrt[5]{3} < \sqrt[3]{3}$ 이다.

31) ○

$\Rightarrow 3^0 = 1$ 이므로 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

32) ○

33) $a = 2, b = 32$

$\Rightarrow y = a^{x-1}$ 의 그래프가 두 점 $A(3, 4), B(6, b)$ 를 지나므로

$$4 = a^2 \text{에서 } a = 2 \quad (\because a > 0)$$

$$b = a^{6-1} = a^5 = 2^5 = 32$$

34) $a = \frac{3}{2}, b = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow y = a^{x-1}$ 의 그래프가 두 점 $A(4, \frac{27}{8}), B(2, b)$ 를

$$\text{지나므로 } \frac{27}{8} = a^3 \text{에서 } a = \frac{3}{2} \quad (\because a > 0)$$

$$b = a^{2-1} = a = \frac{3}{2}$$

35) $a=5, b=5$

⇒ $y=a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(-2, \frac{1}{25}), B(1, b)$ 를

지나므로 $\frac{1}{25} = a^{-2}$ 에서

$$\frac{1}{5^2} = \frac{1}{a^2} \quad \therefore a=5 \quad (\because a > 0)$$

$$b = a^1 \text{에서 } a=5 \text{이므로 } b=5$$

36) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{9}{4}$

⇒ $y=a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(3, \frac{8}{27}), B(-2, b)$ 를

지나므로 $\frac{8}{27} = a^3$ 에서

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = a^3 \quad \therefore a = \frac{2}{3} \quad (\because a > 0)$$

$$b = a^{-2} \text{에서 } a = \frac{2}{3} \text{이므로 } b = \frac{9}{4}$$

37) $a=2, b=-2$

⇒ $y=a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(3, 8), B(b, \frac{1}{4})$ 을 지

나므로 $8 = a^3$ 에서 $a=2 \quad (\because a > 0)$

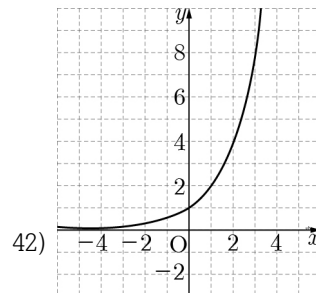
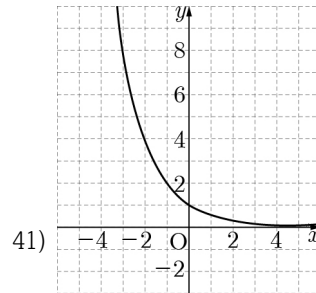
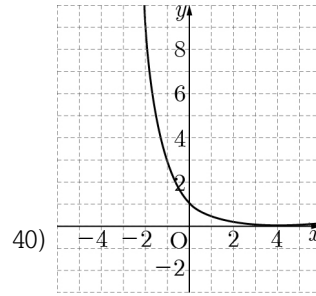
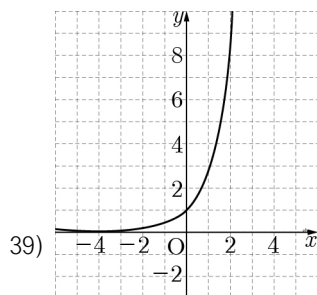
$$\frac{1}{4} = a^b \text{에서 } a=2 \text{이므로 } 2^{-2} = 2^b \quad \therefore b=-2$$

38) $a=3, b=\frac{1}{3}$

⇒ $y=a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(2, 9), B(-1, b)$ 를 지

나므로 $9 = a^2$ 에서 $a=3 \quad (\because a > 0)$

$$b = a^{-1} \text{에서 } a=3 \text{이므로 } b = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$



43) ㉠

44) ㉡

45) ㉢

46) ㉣

47) $b < a < c$

⇒ $c > 1, 0 < a < 1, 0 < b < 1$ 이고 $k < 0$ 에서 $b^k > a^k$ 이므로 $b < a$ 이니 $b < a < c$ 이다.

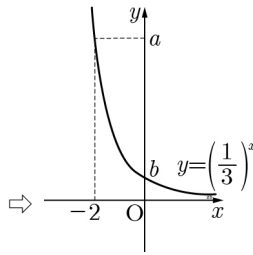
48) ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⇒ $a > c > 1$ 이므로 ㉠의 그래프는 $y = a^x$, ㉢의 그래프는 $y = c^x$ 이다.

또한 $ab = 1, cd = 1$ 이므로 $b < d$ 이므로 ㉡의 그래프는 $y = b^x$, ㉣의 그래프는 $y = d^x$ 이다.

49) $a_3 < a_4 < a_2$

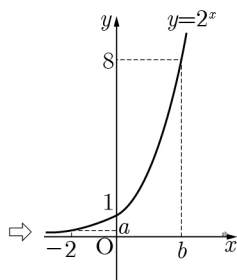
50) $a=9, b=1$



함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프가 두 점 $(-2, a)$, $(0, b)$ 를 지나므로

$$a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^{-(-2)} = 3^2 = 9, \quad b = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$$

51) $a = \frac{1}{4}, b = 3$



함수 $y = 2^x$ 의 그래프가 두 점 $(-2, a)$, $(b, 8)$ 을 지나므로 $a = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

$$8 = 2^b \text{에서 } 2^3 = 2^b \\ \therefore b = 3$$

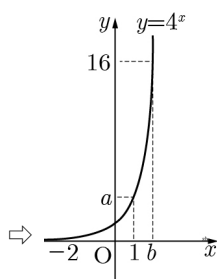
52) $a = \sqrt{3}, b = \frac{3}{2}$

\Rightarrow 그래프가 두 점 $\left(\frac{1}{2}, a\right), (b, 3\sqrt{3})$ 을 지나므로

$$a = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} = 3^{\frac{3}{2}} = 3^b \quad \therefore b = \frac{3}{2}$$

53) $a = 4, b = 2$



함수 $y = 4^x$ 의 그래프가 두 점 $(1, a)$, $(b, 16)$ 을 지나므로 $a = 4^1 = 4$

$$16 = 4^b \text{에서 } 4^2 = 4^b \quad \therefore b = 2$$

54) 4

$$\Rightarrow f(0) = 16 \text{에서 } \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} = 16 \text{이므로}$$

$$2^k = 16 = 2^4 \quad \therefore k = 4$$

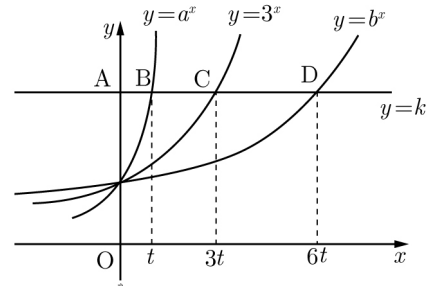
$$\text{따라서 } f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \text{이므로}$$

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

55) $\frac{3}{26}$

56) $9\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 2\overline{AB}, \overline{CD} = 3\overline{AB} \text{이므로}$$



B, C, D의 y 좌표의 값이 같으므로

$$k = a^t = 3^{3t} = b^{6t}$$

$$\therefore a = 27, b = \sqrt{3} \text{이므로 } \frac{a}{b} = \frac{27}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3}$$

57) $\frac{1}{4}$

58) 68

59) $140\sqrt{2}$

60) 6

$\Rightarrow P(a, b), Q(x, y)$ 라 하자.

두 점을 2:1로 내분하는 점이 원점이므로

$$\frac{2x+a}{3} = 0, \frac{2y+b}{3} = 0 \quad \therefore x = -\frac{a}{2}, y = -\frac{b}{2}$$

점 P는 $y = 2^x$ 위의 점이므로 $b = 2^a \dots \textcircled{1}$

점 Q는 $y = -2^{-x}$ 위의 점이므로

$$-\frac{b}{2} = -2^{\frac{a}{2}} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 식을 연립하면

$$2^a = 2^{\frac{a}{2}+1}, a = \frac{a}{2} + 1 \quad \therefore a = 2, b = 2a = 4$$

$$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$$

61) 6

\Rightarrow 두 그래프가 직선 $x = 2$ 에 대칭이므로 $k = 2$ 이다.

$$f(x) = a^{x-2}, g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}$$

$$x = 1 \text{일 때, } \overline{PQ} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-1} - a^{-1} = a - \frac{1}{a}$$

$$a - \frac{1}{a} = \frac{15}{4}, \quad 4a^2 - 15a - 4 = 0$$

$$(4a+1)(a-4) = 0 \quad a > 1 \text{ 이므로 } a = 4$$

$$\therefore a+k = 4+2 = 6$$

62) -2

$$\Rightarrow g\left(\frac{10}{3}\right) = k \text{로 놓으면 } f(k) = \frac{10}{3} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{k+1} + 2 = \frac{10}{3} \text{ 에서 } \left(\frac{3}{4}\right)^{k+1} = \frac{4}{3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

$$k+1 = -1 \quad \therefore k = -2$$

63) 4

$$\Rightarrow g(5) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 5 \text{ 이므로}$$

$$2^{k-2} + 1 = 5, \quad 2^{k-2} = 4 = 2^2$$

$$k-2 = 2 \quad \therefore k = 4$$

64) >

$$\Rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ 이고 } \frac{3}{2} < 2$$

이때, 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 은 x 의 값이 증가하면

y 의 값은 감소하므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \therefore \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3 > \frac{1}{4}$$

65) >

$$\Rightarrow (0.1)^{-\frac{1}{2}}, (0.1)^{\frac{2}{3}} \text{ 이고 } -\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$$

이때, 함수 $y = (0.1)^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의

값은 감소하므로 $(0.1)^{-\frac{1}{2}} > (0.1)^{\frac{2}{3}}$

66) <

$$\Rightarrow \sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}, \quad \sqrt{27} = \sqrt{3^3} = 3^{\frac{3}{2}} \text{ 이고 } \frac{2}{3} < \frac{3}{2}$$

이때, 함수 $y = 3^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증

가하므로 $3^{\frac{2}{3}} < 3^{\frac{3}{2}}$

$$\therefore \sqrt[3]{3^2} < \sqrt{27}$$

67) <

$$\Rightarrow 4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30}, \quad 8^{11} = (2^3)^{11} = 2^{33} \text{ 이고 } 30 < 33$$

이때, 함수 $y = 2^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도

증가하므로 $2^{30} < 2^{33} \quad \therefore 4^{15} < 8^{11}$

$$68) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} < \sqrt[3]{2^2} < \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2^{\frac{3}{2}}, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} \text{ 이고}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{2}$$

이때, 함수 $y = 2^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도

$$\text{증가하므로 } 2^{\frac{1}{2}} < 2^{\frac{2}{3}} < 2^{\frac{3}{2}}$$

따라서 작은 것부터 나열하면 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}, \sqrt[3]{2^2}, \sqrt{8}$

$$69) 5^{\frac{1}{3}} < 25^{\frac{1}{4}} < 125^{\frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow 5^{\frac{1}{3}}, 125^{\frac{1}{5}} = (5^3)^{\frac{1}{5}} = 5^{\frac{3}{5}}, \quad 25^{\frac{1}{4}} = (5^2)^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} \text{ 이고}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$$

이때, 함수 $y = 5^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도

증가하므로 $5^{\frac{1}{3}} < 5^{\frac{1}{2}} < 5^{\frac{3}{5}}$

따라서 작은 것부터 나열하면 $5^{\frac{1}{3}}, 25^{\frac{1}{4}}, 125^{\frac{1}{5}}$

$$70) \sqrt[4]{\frac{1}{8}} < \sqrt[3]{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}},$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{8}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}} \text{ 이고 } \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

이때, 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의

값은 감소하므로 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$

따라서 작은 것부터 나열하면 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}, \sqrt[3]{\frac{1}{4}}, \sqrt{\frac{1}{2}}$