계산시 참고사항

1. 정다각형의 대각선의 개수

1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 ⇨ $(n-3)$개

2) n각형의 대각선의 총 개수 ⇨ $\dfrac{n(n-3)}{2}$개

2. 정다각형의 내각과 외각

1) 정다각형의 한 내각의 크기 ⇨ $\dfrac{(\text{내각의 크기의 합})}{n}=\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

2) 정다각형의 한 외각의 크기 ⇨ $\dfrac{(\text{외각의 크기의 합})}{n}=\dfrac{360^\circ}{n}$

: 삼각형 ABC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

참고
◉ n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어 만들어지는 삼각형의 개수 : $(n-2)$개

정다각형의 대각선의 개수

◪ 다음 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 대각선의 총 개수를 각각 구하여라.

1. 정오각형

2. 정십각형

3. 정십이각형

4. 정십오각형

5. 정십구각형

◪ 다음 물음에 알맞은 각의 크기를 구하여라.

6. 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수가 7개인 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 차례로 구하여라.

7. 대각선의 총수가 20개인 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

8. 대각선의 총 개수가 35개인 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

9. 대각선의 개수가 20개, 35개인 두 정다각형에서 한 내각의 크기의 차를 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

10. 한 내각의 크기가 108°인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

11. (한 내각의 크기) : (한 외각의 크기) $=4:1$인 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하여라.

12. (한 내각의 크기) : (한 외각의 크기) $=5:1$인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

13. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 $9:1$인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

14. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 $3:2$인 정다각형의 한 꼭지점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하여라.

15. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $7:2$인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.

16. 한 내각의 크기가 한 외각의 크기보다 144° 만큼 큰 정다각형의 대각선의 개수를 구하여라.

정다각형의 내각과 외각의 크기

◪ 다음은 정다각형에 대한 설명이다. 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표 하고, 잘못된 설명은 바르게 고쳐라.

17. 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이다.
( )

18. 정사각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 서로 같다.
( )

19. 정다각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 서로 같다.
( )

20. 내각의 크기의 합이 1440°인 정다각형의 한 내각의 크기는 144°이다.
( )

21. 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수가 5개인 정다각형의 한 내각의 크기는 108°이다.
( )

22. 한 외각의 크기가 24°인 정다각형의 대각선의 총 개수는 12개이다.
( )

23. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 $3:2$인 정다각형은 정육각형이다.
( )

24. 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합을 모두 더하였더니 2160°가 되는 정다각형의 한 외각의 크기는 30°이다.
( )

25. 다음 표를 완성하여라.

	정사각형	정육각형	정팔각형	…	정n각형
내각의 크기의 합	360°			…	
외각의 크기의 합	360°			…	
한 내각의 크기	90°			…	
한 외각의 크기	90°			…	

◪ 다음 조건을 만족하는 정다각형의 이름을 말하여라.

26. 한 내각의 크기가 60°인 정다각형

27. 한 내각의 크기가 144°인 정다각형

28. 한 외각의 크기가 90°인 정다각형

29. 한 외각의 크기가 60°인 정다각형

30. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $3:1$인 정다각형

31. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $7:2$인 정다각형

◪ 다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

32. 정삼각형

33. 정오각형

34. 정육각형

35. 정팔각형

36. 정구각형

37. 정십오각형

38. 정이십각형

◪ 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

39. 정오각형

40. 정육각형

41. 정구각형

42. 정십이각형

43. 정십팔각형

44. 정이십각형

◪ 한 외각의 크기가 다음과 같은 정다각형을 구하여라.

45. 72°

46. 60°

47. 40°

48. 20°

49. 18°

◪ 한 내각의 크기가 다음과 같은 정다각형을 구하여라.

50. 90°

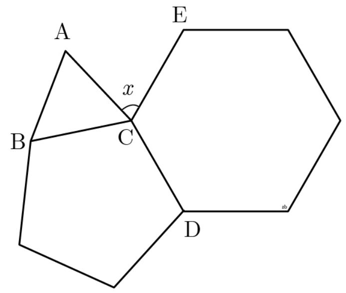
51. 135°

52. 144°

53. 150°

54. 156°

◪ 다음 그림은 한 변의 길이가 같은 정삼각형, 정오각형, 정육각형을 한 꼭짓점 C에서 만나도록 붙여 놓은 것이다. 물음에 답하여라.

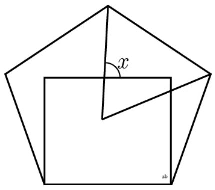


55. $\angle\mathrm{ACB}$, $\angle\mathrm{BCD}$, $\angle\mathrm{DCE}$의 크기를 각각 구하여라.

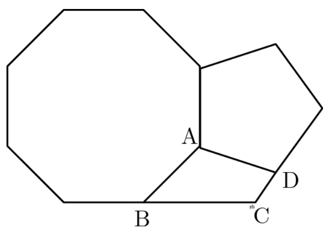
56. $\angle x$의 크기를 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

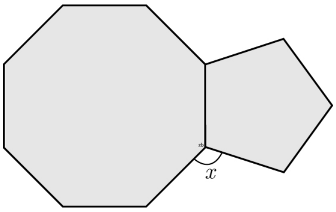
57. 다음 그림과 같이 정오각형의 내부에 정삼각형과 정사각형을 그렸을 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



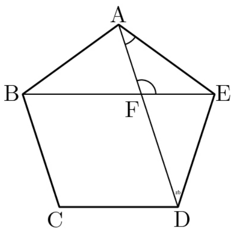
58. 다음 그림은 한 변의 길이가 같은 정팔각형과 정오각형이다. 두 도형의 한 변의 연장선이 만나서 이루는 각 BCD의 크기를 구하여라.



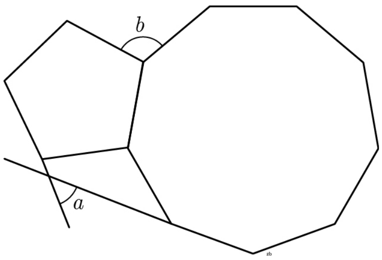
59. 한 변의 길이가 같은 정팔각형과 정오각형을 변끼리 이어 붙였을 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



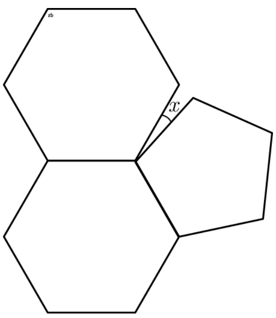
60. 정오각형 ABCDE에서 $\angle \mathrm{EAD}+\angle \mathrm{AFE}$의 크기를 구하여라.



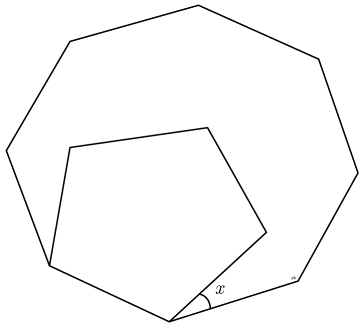
61. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 같은 정오각형과 정구각형을 붙여 놓았을 때, $\angle a+\angle b$의 값을 구하여라.



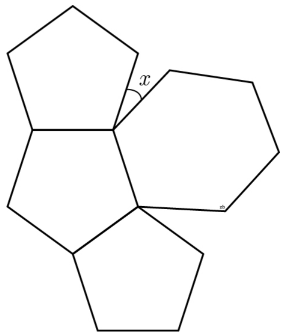
62. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 서로 같은 정육각형 2개와 정오각형 1개가 한 꼭짓점에서 만나도록 붙일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



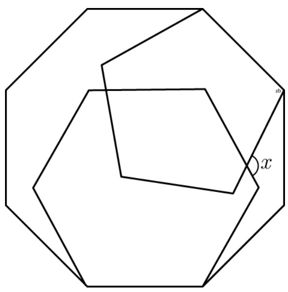
63. 그림은 한 변의 길이가 서로 같은 정오각형과 정팔각형을 그린 것이다. 이 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



64. 정오각형과 정육각형으로 되어 있는 축구공의 전개도의 일부분이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



65. 다음 그림과 같이 정팔각형의 내부에 정육각형과 정오각형을 그렸을 때, $\angle x$의 크기는를 구하여라.(단, 세 정다각형의 한 변의 길이는 같다.)



정답 및 해설

1) 2개, 5개

2) 7개, 35개

3) 9개, 54개

4) 12개, 90개

5) 16개, 152개

6) $144^\circ, 36^\circ$
⇨ 구하는 정다각형을 정 n각형이라 하면
$n-3=7 \quad \therefore n=10$
따라서 정십각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ \times (10-2)}{10}=144^\circ$
한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{10}=36^\circ$

7) 135°
⇨ 정n각형이라고 할 때 $\dfrac{n\times(n-3)}{2}=20$
$n\times(n-3)=40=8\times5$ 이므로 $n=8$
정팔각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180\times(8-2)}{8}=135^\circ$

8) 36°

9) 9°
⇨ n 각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{n(n-3)}{2}=20,\ n(n-3)=40=8\times5$ 에서 $n=8$
m 각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{m(m-3)}{2}=35,\ m(m-3)=70=10\times7$ 에서 $m=10$
한 내각의 크기의 차는
$\dfrac{180^\circ\times(10-2)}{10}-\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}$
$=144^\circ-135^\circ$
$=9^\circ$

10) 5개
⇨ $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=108^\circ$
$180^\circ\times n-360^\circ=108^\circ\times n$
$72^\circ\times n=360^\circ \quad \therefore n=5$
$\therefore$(정오각형의 대각선의 총 개수)$=\dfrac{5\times(5-3)}{2}=5$(개)

11) 7개
⇨ 정n각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이 180° 이므로 한 외각의 크기는 $\dfrac{1}{5}\times180^\circ=36^\circ$
이때 정n각형의 한 외각의 크기가 $\dfrac{360}{n}^\circ=36^\circ$이므로
$n=10$ 에서 이 도형은 정십각형이다.
정십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $10-3=7$개다.

12) 54개

13) 170개
⇨ 정n각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이
180°이므로 한 외각의 크기는 $180^\circ\times\dfrac{1}{10}=18^\circ$
이고 $18^\circ=\dfrac{360}{n}^\circ$ 에서 $n=20$ 이므로
정이십각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{20\times17}{2}=170$개다.

14) 2개
⇨ 정n각형의 한 외각의 크기는 $180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$이고
$\dfrac{360}{n}=72$ 에서 $n=5$
정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $5-3=2$ 개

15) 27 개
⇨ 정 n각형이라 할 때
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}:\dfrac{360^\circ}{n}=7:2$ 이므로
$(n-2):2=7:2$
$n-2=7 \quad \therefore n=9$
정구각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$(개)

16) 170개

17) ×
⇨ 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같아야 정다각형이다. (거짓)

18) ○
⇨ 정사각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 90° 로 같다. (참)

19) ×
⇨ 정사각형을 제외한 모든 정다각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 서로 다르다. (거짓)

20) ○
⇨ (정n각형의 내각의 크기의 합)$=180^\circ\times(n-2)$
$180^\circ\times(n-2)=1440^\circ, 180^\circ\times n-360^\circ=1440^\circ$
$180^\circ\times n=1800^\circ \quad \therefore n=10$

$\therefore$(정십각형의 한 내각의 크기)$=\dfrac{1440^\circ}{10}=144^\circ$

21) ×, 5개→2개 또는 $108^\circ\to135^\circ$
⇨ (정n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수)
$=n-3$이므로 $n-3=5$ $\therefore n=8$
$\therefore$ (정팔각형의 한 내각의 크기)
$=\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

22) ×, 12개→90개
⇨ (정n각형의 한 외각의 크기)$=\dfrac{360^\circ}{n}$이므로
$\dfrac{360^\circ}{n}=24^\circ$, $24^\circ\times n=360^\circ$ $\therefore$ $n=15$
$\therefore$(정십오각형의 대각선의 총 개수)
$=\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

23) ×, $3:2\to2:1$ 또는 정육각형→정오각형
⇨ (한 내각)$=3x$, (한 외각)$=2x$라고 하면
$3x+2x=180^\circ$ $\therefore$ $x=36^\circ$
따라서 (한 외각의 크기)$=72^\circ$
$\dfrac{360^\circ}{n}=72^\circ$, $72^\circ\times n=360^\circ$ $\therefore n=5$

24) ○
⇨ $180^\circ\times(n-2)+360^\circ=2160^\circ$,
$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$, $n-2=10$ $\therefore$ $n=12$
$\therefore$(정십이각형의 한 외각의 크기)$=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$

25) 내각의 크기의 합 :
720°, 1080°, $180^\circ\times(n-2)$
외각의 크기의 합 : 360°, 360°, 360°
한 내각의 크기 : 120°, 135°, $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$
한 외각의 크기 : 60°, 45°, $\dfrac{360^\circ}{n}$

26) 정삼각형
⇨ 구하는 다각형을 정 n각형이라 하면
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=60^\circ$, $120n=360$ $\therefore n=3$
따라서 구하는 다각형은 정삼각형이다.

27) 정십각형
⇨ 구하는 다각형을 정 n각형이라 하면
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=144^\circ$, $36n=360$ $\therefore n=10$
따라서 구하는 다각형은 정십각형이다.

28) 정사각형
⇨ 구하는 다각형을 정 n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=90^\circ$ $\therefore n=4$
따라서 구하는 다각형은 정사각형이다.

29) 정육각형
⇨ 구하는 다각형을 정 n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=60^\circ$ $\therefore n=6$
따라서 구하는 다각형은 정육각형이다.

30) 정팔각형
⇨ (한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{1}{3+1}=45^\circ$
이때 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=45^\circ$ $\therefore n=8$
따라서 구하는 정다각형은 정팔각형이다.

31) 정구각형
⇨ (한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{2}{7+2}=40^\circ$
이때 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=40^\circ$ $\therefore n=9$
따라서 구하는 정다각형은 정구각형이다.

32) 120°
⇨ (정삼각형의 한 외각의 크기)$=\dfrac{360^\circ}{3}=120^\circ$

33) 72°
⇨ (정오각형의 한 내각의 크기)$=\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$

34) 60°
⇨ $\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$

35) 45°
⇨ $\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$

36) 40°
⇨ (정구각형의 한 외각의 크기)$=\dfrac{360^\circ}{9}=40^\circ$

37) 24°
⇨ $\dfrac{360^\circ}{15}=24^\circ$

38) 18°
⇨ $\dfrac{360^\circ}{20}=18^\circ$

39) 108°

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

40) 120°

⇨ (정육각형의 한 내각의 크기)

$= \dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

41) 140°

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (9-2)}{9} = 140^\circ$

42) 150°

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 150^\circ$

43) 160°

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (18-2)}{18} = 160^\circ$

44) 162°

⇨ (정이십각형의 한 내각의 크기)

$= \dfrac{180^\circ \times (20-2)}{20} = 162^\circ$

45) 정오각형

⇨ (정n각형의 한 외각의 크기)$= \dfrac{360^\circ}{n}$이므로

$\dfrac{360^\circ}{n} = 72^\circ$, $72^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 5$

46) 정육각형

⇨ $\dfrac{360^\circ}{n} = 60^\circ$, $60^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 6$

47) 정구각형

⇨ $\dfrac{360^\circ}{n} = 40^\circ$, $40^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 9$

48) 정십팔각형

⇨ $\dfrac{360^\circ}{n} = 20^\circ$, $20^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 18$

49) 정이십각형

⇨ $\dfrac{360^\circ}{n} = 18^\circ$, $18^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 20$

50) 정사각형

⇨ (정n각형의 한 내각의 크기)$= \dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n}$

$\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 90^\circ$, $180^\circ \times n - 360^\circ = 90^\circ \times n$,

$90^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore$ $n = 4$

51) 정팔각형

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 135^\circ$

$180^\circ \times n - 360^\circ = 135^\circ \times n$

$45^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore$ $n = 8$

52) 정십각형

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 144^\circ$

$180^\circ \times n - 360^\circ = 144^\circ \times n$

$36^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore$ $n = 10$

53) 정십이각형

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 150^\circ$

$180^\circ \times n - 360^\circ = 150^\circ \times n$

$30^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 12$

54) 정십오각형

⇨ $\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 156^\circ$

$180^\circ \times n - 360^\circ = 156^\circ \times n$

$24^\circ \times n = 360^\circ$ $\therefore n = 15$

55) $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle BCD = 108^\circ$,

$\angle DCE = 120^\circ$

⇨ 정오각형의 한 내각의 크기는

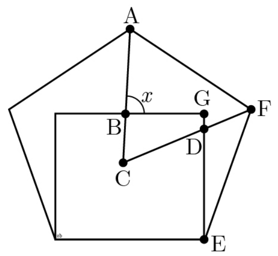
$\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

56) 72°

⇨ $360^\circ - (60^\circ + 108^\circ + 120^\circ) = 72^\circ$

57) 84°

⇨ 

정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$

$\angle DEF = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$

$\angle DFE = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$

$\angle EDF = 180^\circ - (18^\circ + 48^\circ) = 114^\circ = \angle GDC$

이제 □BCDG 에서

$(180^\circ - \angle x) + 60^\circ + 114^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

$444^\circ - \angle x = 360^\circ$

$\therefore \angle x = 84^\circ$

58) 126°

⇨ 정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정팔각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

$\angle\mathrm{BAD}=360^\circ-(108^\circ+135^\circ)=117^\circ$

$\angle\mathrm{ABC}=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

$\angle\mathrm{ADC}=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{BCD}=360^\circ-(117^\circ+45^\circ+72^\circ)=126^\circ$

59) 117°

⇨ 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정팔각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-(108^\circ+135^\circ)=117^\circ$

60) 144°

⇨ 정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

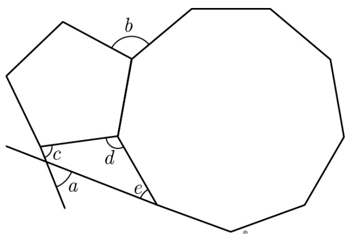
이때 $\triangle\mathrm{ABE}$, $\triangle\mathrm{EAD}$는 꼭지각이 108°인 이등변 삼각형이므로

$\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{AEB}=\angle\mathrm{EAD}=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\triangle\mathrm{AEF}$에서 $\angle\mathrm{AFE}=180^\circ-2\times36^\circ=108^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{EAD}+\angle\mathrm{AFE}=36^\circ+108^\circ=144^\circ$

61) 156°

⇨ 

정오각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정구각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(9-2)}{9}=140^\circ$

따라서 $\angle b=360^\circ-(108^\circ+140^\circ)=112^\circ$

$\angle c=180^\circ-108^\circ=72^\circ$, $\angle e=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

$\angle d=\angle b=112^\circ$

이제 사각형의 네 내각의 합에서

$\angle c+\angle d+\angle e+(180^\circ-\angle a)=360^\circ$ 이므로

$\angle a=(\angle c+\angle d+\angle e)-180^\circ$
$\quad=(72^\circ+112^\circ+40^\circ)-180^\circ=44^\circ$

$\therefore\angle a+\angle b=44^\circ+112^\circ=156^\circ$

62) 12°

63) 27°

64) 24°

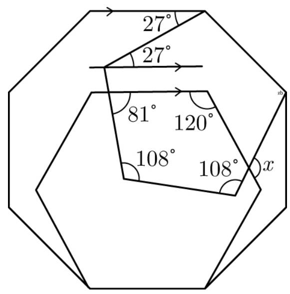
⇨ 정오각형과 정육각형의 한 내각의 크기는

각각 108°, 120°이므로

$108^\circ+108^\circ+120^\circ+\angle x=360^\circ$

$\therefore\ \angle x=24^\circ$

65) 123°

⇨ 

정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기가

각각 108°, 120°, 135°

정팔각형과 정오각형의 한 변과 평행한 선분을

그으면 엇각의 크기가 같고 동위각의 크기가 같다.

$81^\circ+108^\circ+108^\circ+120^\circ+\angle x=540^\circ$ 이므로

$\angle x=123^\circ$