



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[선분의 내분점]

• 수직선 위의 선분의 내분점

수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$$

• 좌표평면 위의 선분의 내분점

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

[선분의 중점]

두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 중점은 선분 AB 를 1:1로 내분하는 점과 같다.

• 수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $\Rightarrow M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

• 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 의 중점 M 의 좌표는 $\Rightarrow M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

[선분의 외분점]

• 수직선 위의 선분의 외분점

수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}\right) \text{ (단, } m \neq n \text{)}$$

• 좌표평면 위의 선분의 외분점

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에 대하여

선분 AB 를 $m:n(m>0, n>0)$ 으로 외분하는 점 Q 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right) \text{ (단, } m \neq n \text{)}$$

기본문제

[문제]

1. 수직선 위의 두 점 $A(1), B(6)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:3으로 내분하는 점의 좌표는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

2. 두 점 $A(-2,1), B(3,7)$ 을 이은 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점 P 의 좌표는?

- ① $(1,3)$ ② $\left(\frac{4}{3}, -3\right)$
③ $\left(\frac{4}{3}, 5\right)$ ④ $\left(\frac{5}{3}, -3\right)$
⑤ $\left(\frac{5}{3}, 3\right)$

[예제]

3. 세 점 $A(1,3), B(-2,1), C(4,2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심 G 의 좌표는?

- ① $(-1,1)$ ② $(1,1)$
③ $(-1,2)$ ④ $(1,2)$
⑤ $(-1,3)$

[문제]

4. 세 점 $A(4,2), B(-1,4), C(a,b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심이 $G(1,1)$ 일 때, 선분 AC 의 중점 M 의 좌표를 구하면?

- ① $(1,2)$ ② $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
③ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
⑤ $(-1,2)$

[문제]

5. 수직선 위의 두 점 $A(-1), B(2)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:1으로 외분하는 점의 좌표는?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2
③ $\frac{7}{2}$ ④ 4
⑤ $\frac{9}{2}$

[문제]

6. 두 점 $A(7,4)$, $B(-3,-1)$ 을 이은 선분 AB 를 2:1로 외분하는 점 P 의 좌표는?

- ① $(-1, 2)$ ② $(-13, 2)$
 ③ $(-1, -6)$ ④ $(-13, -6)$
 ⑤ $(1, -6)$

[문제]

7. 두 점 $A(3,4)$, $B(1,-2)$ 을 이은 선분 AB 를 4:3으로 외분하는 점 P 의 좌표는?

- ① $(-5, -1)$ ② $(1, -1)$
 ③ $(-5, -20)$ ④ $(1, -20)$
 ⑤ $(5, -20)$

평가문제

[중단원 마무리]

8. 수직선 위의 두 점 $A(-2)$, $B(4)$ 에 대하여 2:1로 내분하는 점은 P , 외분하는 점은 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 중점 $M(a)$ 에 대해 a 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4
 ③ 6 ④ 8
 ⑤ 10

[중단원 마무리]

9. 두 점 $A(-2,1)$, $B(4,-2)$ 에 대하여 2:1로 내분하는 점은 P , 외분하는 점은 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 중점 (a,b) 에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리]

10. 두 점 $A(-1,3)$, $B(7,7)$ 을 1:k로 내분하는 점 P 가 $x+y=5$ 를 지날 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리]

11. 세 점 A , B , C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심이 $G(4,1)$ 이고 선분 AB 의 중점이 $M(3,-1)$ 일 때, 점 $C(a,b)$ 에서 $a-b$ 를 구하면?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리]

12. $0 < a < 1$ 일 때, 두 점 $A(-1,2)$, $B(5,8)$ 에 대해 선분 AB 를 $a:1-a$ 로 내분하는 점이 제1사분면 위에 있도록 하는 a 의 범위는?

- ① $\frac{1}{4} < a < 1$ ② $\frac{1}{5} < a < 1$
 ③ $\frac{1}{6} < a < 1$ ④ $\frac{1}{7} < a < 1$
 ⑤ $\frac{1}{8} < a < 1$

[중단원 마무리]

13. 두 점 $A(4, 3)$, $B(7, 5)$ 에 대하여 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 만족하는 $C(a,b)$ 는 선분 AB 의 연장선 위에 있을 때, 가능한 $a-b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[대단원 마무리]

14. 두 점 $A(2, 3)$, $B(5, -3)$ 를 잇는 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점 P 와 1:2로 외분하는 점 Q 사이의 거리는?

- ① $3\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$
 ③ $3\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$
 ⑤ $3\sqrt{7}$

[대단원 마무리]

15. 삼각형 ABC 에서 선분 AB 의 중점이 $(4, 2)$ 이고 삼각형의 무게중심이 $G(3, 1)$ 일 때, $C(a, b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2
③ 4 ④ 6
⑤ 8

유사문제

16. 수직선 위의 두 점 $A(2)$, $B(8)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1:3$ 으로 외분하는 점의 좌표는?

- ① -1 ② 1
③ 3 ④ 5
⑤ 7

17. 평면 위의 세 점 $A(1, 7)$, $B(-2, 2)$, $C(10, -6)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는?

- ① $(0, 4)$ ② $(1, 3)$
③ $(2, 2)$ ④ $(3, 1)$
⑤ $(4, 0)$

18. 두 점 $A(2, 4)$, $B(5, -1)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:1$ 로 외분하는 점 C 와 원점 사이의 거리를 구하면?

- ① 8 ② 9
③ 10 ④ 11
⑤ 12

19. 세 점 $A(-2, 6)$, $B(a, 4)$, $C(6, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에서 변 AB 의 중점의 좌표가 $(0, c)$, 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $(d, 6)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 13 ② 14
③ 15 ④ 16
⑤ 17

20. 두 점 $A(-1, 1)$, $B(4, 6)$ 에 대하여 선분 AB 를 $3:2$ 로 내분하는 점 P , $3:2$ 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 중점의 좌표는 $M(a, b)$ 이다. $b-a$ 의 값은?

- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

21. 두 점 $A(-2, 1)$, $B(1, 3)$ 를 이은 선분 AB 에 대하여 점 B 방향으로의 연장선 위에 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 만족시키는 점 C 의 좌표는?

- ① $(-5, -1)$ ② $(0, 0)$
③ $(7, 7)$ ④ $(4, 5)$
⑤ $\left(\frac{5}{2}, 4\right)$

22. 두 점 $A(3, 2)$, $B(0, 2)$ 에 대하여 직선 AB 위에 있고 $2\overline{AB} = 3\overline{BC}$ 를 만족시키는 점 C 는 두 개 존재한다. 이때 이 두 점 사이의 거리는?

- ① $2\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{6}$
③ $2\sqrt{5}$ ④ 4
⑤ $2\sqrt{3}$



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 2:3로 내분하는 점은

$$\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2+3} = \frac{15}{5} = 3$$

2) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 2:1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times (-2)}{2+1}, \frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2+1} \right) = \left(\frac{4}{3}, 5 \right)$$

3) [정답] ④

[해설] 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (x, y)라 하면

$$x = \frac{1 + (-2) + 4}{3} = 1, \quad y = \frac{3 + 1 + 2}{3} = 2$$

따라서 점 G의 좌표는 (1, 2)

4) [정답] ③

[해설] $G(1, 1) = \left(\frac{4-1+a}{3}, \frac{2+4+b}{3} \right)$ 에서

$$C(a, b) = (0, -3) \text{ 이므로 } a=0, b=-3$$

$$\overline{AC} \text{의 중점 } M\left(\frac{4+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right) = \left(2, -\frac{1}{2}\right)$$

5) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 3:1로 외분하는 점은

$$\frac{3 \times 2 - 1 \times (-1)}{3-1} = \frac{7}{2}$$

6) [정답] ④

[해설] 선분 AB를 2:1로 외분하는 점은

$$\left(\frac{2 \times (-3) - 1 \times 7}{2-1}, \frac{2 \times (-1) - 1 \times 4}{2-1} \right) = (-13, -6)$$

7) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 4:3로 외분하는 점은

$$\left(\frac{4 \times 1 - 3 \times 3}{4-3}, \frac{4 \times (-2) - 3 \times 4}{4-3} \right) = (-5, -20)$$

8) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 2:1로 내분하는 점은

$$\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1} = \frac{6}{3} = 2, \text{ 그러므로 } P(2)$$

선분 AB를 2:1로 외분하는 점은

$$\frac{2 \times 4 - 1 \times (-2)}{2-1} = 10, \text{ 그러므로 } Q(10)$$

선분 PQ의 중점은

$$\frac{2+10}{2} = 6, \text{ 그러므로 } M(6)$$

따라서 a=6

9) [정답] ③

[해설] 2:1로 내분하는 점 P는

$$\left(\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1}, \frac{2 \times (-2) + 1 \times 1}{2+1} \right) = (2, -1)$$

2:1로 외분하는 점 Q는

$$\left(\frac{2 \times 4 - 1 \times (-2)}{2-1}, \frac{2 \times (-2) - 1 \times 1}{2-1} \right) = (10, -5)$$

P(2, -1)와 Q(10, -5)의 중점

$$\left(\frac{2+10}{2}, \frac{-1+(-5)}{2} \right) = (6, -3)$$

따라서 a=6, b=-3이고 a+b=3

10) [정답] ③

[해설] A(-1, 3), B(7, 7)을 1:k로 내분하는 점 P는

$$\left(\frac{-k+7}{k+1}, \frac{3k+7}{k+1} \right)$$

한편 점 P가 x+y=5을 지나므로

$$\frac{-k+7}{k+1} + \frac{3k+7}{k+1} = \frac{2k+14}{k+1} = 5, \quad 3k=9$$

따라서 k=3

11) [정답] ①

[해설] A(x₁, y₁), B(x₂, y₂)라 하면

선분 AB의 중점이 M(3, -1)이므로

$$x_1 + x_2 = 6, \quad y_1 + y_2 = -2$$

$$G(4, 1) = \left(\frac{x_1 + x_2 + a}{3}, \frac{y_1 + y_2 + b}{3} \right) \text{ 이므로}$$

$$x_1 + x_2 + a = 12, \quad y_1 + y_2 + b = 3$$

따라서 a=6, b=5이고 a-b=1

12) [정답] ③

[해설] 선분 AB를 a:1-a로 내분하는 점

$$\left(\frac{a \times 5 + (1-a) \times (-1)}{a+(1-a)}, \frac{a \times 8 + (1-a) \times 2}{a+(1-a)} \right)$$

$$= (6a-1, 6a+2)$$

점 (6a-1, 6a+2)이 제1사분면 위에 있으므로

$$6a-1 > 0 \text{에서 } a > \frac{1}{6}, \quad 6a+2 > 0 \text{에서 } a > -\frac{1}{3}$$

따라서 $\frac{1}{6} < a$

13) [정답] ④

[해설] $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 점 C는 A(4, 3), B(7, 5)를 3:2로 외분하는 점이거나 1:2로 외분하는 점이다.

3:2로 외분하는 경우: C(13, 9)

그러므로 a=13, b=9이고 a-b=4

1:2로 외분하는 경우: C(1, 1)

그러므로 a=1, b=1이고 a-b=0

따라서 a-b=4 또는 a-b=0

14) [정답] ④

[해설] 선분 AB를 2:1로 내분하는 점 P의 좌표는 (4, -1)

선분 AB를 1:2로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$(-1, 9)$$

따라서 점 P와 점 Q 사이의 거리는

$$\sqrt{(4+1)^2 + (-1-9)^2} = 5\sqrt{5}$$

15) [정답] ①

[해설] $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 라 하면

선분 AB의 중점이 (4,2)이므로

$$x_1 + x_2 = 8, \quad y_1 + y_2 = 4$$

$$G(3,1) = \left(\frac{x_1 + x_2 + a}{3}, \frac{y_1 + y_2 + b}{3} \right) \text{이므로}$$

$$x_1 + x_2 + a = 9, \quad y_1 + y_2 + b = 3$$

따라서 $a = 1$, $b = -1$ 이고 $a + b = 0$

16) [정답] ①

$$[해설] \frac{8 \cdot 1 - 2 \cdot 3}{1 - 3} = -1$$

17) [정답] ④

[해설] $\triangle ABC$ 의 무게중심

$$\left(\frac{1 - 2 + 10}{3}, \frac{7 + 2 - 6}{3} \right) = (3, 1)$$

18) [정답] ③

[해설] 두 점 $A(2, 4)$, $B(5, -1)$ 에 대하여

선분 AB를 2:1로 외분하는 점 C의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 5 - 2}{2 - 1}, \frac{2 \times (-1) - 4}{2 - 1} \right) = (8, -6) \text{이므로}$$

$$\text{원점까지의 거리는 } \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

19) [정답] ⑤

$$[해설] \overline{AB} \text{의 중점 } \left(\frac{-2 + a}{2}, \frac{6 + 4}{2} \right) = (0, c)$$

$$a = 2, c = 5$$

$\triangle ABC$ 의 무게중심

$$\left(\frac{-2 + 2 + 6}{3}, \frac{6 + 4 + b}{3} \right) = (d, 6)$$

$$b = 8, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 2 + 8 + 5 + 2 = 17$$

20) [정답] ④

$$[해설] P\left(\frac{12-2}{3+2}, \frac{18+2}{3+2}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{12+2}{3-2}, \frac{18-2}{3-2}\right) = (14, 16)$$

선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+14}{2}, \frac{4+16}{2} \right) = (8, 10)$$

$$\therefore b - a = 10 - 8 = 2$$

21) [정답] ③

[해설] $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 2$ 이므로

\overline{AB} 를 3:2로 외분하는 점의 좌표를 구하면 된다.

$$\left(\frac{3+4}{3-2}, \frac{9-2}{3-2} \right) = (7, 7)$$

22) [정답] ④

[해설] $2\overline{AB} = 3\overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$

(i) 점 C가 선분 AB사이에 있을 때

점 C는 선분 AB를 1:2로 내분하는 점이다.

$$\therefore C = \left(\frac{0 \cdot 1 + 3 \cdot 2}{1+2}, \frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{1+2} \right) = (2, 2)$$

(ii) 점 C가 선분 AB의 연장선 위에 있을 때

점 C는 선분 AB를 5:2로 외분하는 점이다.

$$\therefore C = \left(\frac{0 \cdot 5 - 3 \cdot 2}{5-2}, \frac{2 \cdot 5 - 2 \cdot 2}{5-2} \right) = (-2, 2)$$

따라서 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(-2-2)^2 + (2-2)^2} = 4 \text{이다.}$$