



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-07-26

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 역함수의 성질

두 함수 f, g 의 역함수가 각각 f^{-1}, g^{-1} 일 때

(1) $(f^{-1})^{-1} = f$

(2) $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I$ (단, I 는 항등함수)

(3) $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

■ 두 함수 $f(x) = 3x + 2, g(x) = x + 1$ 에 대하여 다음 식을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

1. $(f \circ g^{-1})(a) = 5$

2. $(g \circ f^{-1})(a) = 2$

3. $(g \circ f^{-1})(a) = -1$

4. $(f \circ g^{-1})(a) = 1$

■ 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 다음을 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하여라.

5. $f(x) = 4x + 1, g(x) = 2x - 3$

$(f \circ h^{-1} \circ g^{-1})(x) = x$

6. $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = x + 2$

$((h \circ g) \circ f)(x) = 2x + 1$

7. $f(x) = 2x, g(x) = x + 1$

$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x) = f(x)$

■ 두 함수 $f(x) = ax - 2, g(x) = \frac{1}{2}x + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = x + 6$ 일 때, 다음을 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

8. $a + b$ 의 값

9. $f^{-1}(g(0))$ 의 값

10. $g^{-1}(f(1))$ 의 값

■ 두 함수 $f(x) = x + a, g(x) = -bx + 4$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = -x + 1$ 일 때, 다음을 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

11. $a + b$ 의 값

12. $g^{-1}(f(3))$ 의 값

13. $f^{-1}(g(1))$ 의 값

■ 두 함수 $f(x) = x - 1$, $g(x) = 2x - 3$ 에 대하여 다음 식을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

14. $(g \circ f^{-1})(a) = 3$

15. $(f \circ g^{-1})(a) = -3$

16. $(g \circ f^{-1})(a) = 5$

■ 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -x + 2$ 에 대하여 다음 식을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} , g^{-1} 는 각각 f , g 의 역함수이다.)

17. $(f \circ g^{-1})(a) = 4$

18. $(f \circ g^{-1})(a) = 1$

19. $(g \circ f^{-1})(a) = -2$

■ 두 함수 $f(x) = 2x - 3$, $(g \circ f)(x) = x$ 에 대하여 다음의 값을 구하여라.

20. $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$

21. $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(1)$

22. $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(3)$

23. $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$

■ 일대일 대응인 두 함수 f , g 에 대하여 $f(x) = 2x - 1$, $(g \circ f)(x) = x$ 일 때, 다음을 구하여라.

24. $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2)$ 의 값

25. $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값

26. $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(-1)$ 의 값

27. $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(-1)$ 의 값

28. $(g^{-1} \circ f^{-1} \circ g)(1)$ 의 값

■ 다음 두 함수에 대하여 주어진 합성함수의 함숫값을 구하여라. (단, f^{-1} , g^{-1} 는 각각 f , g 의 역함수이다.)

29. $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 3$ 일 때,
 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값

30. $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 일 때,
 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값

31. $f(x) = x^2 + 1$ ($x \geq 0$), $g(x) = x + 3$ 일 때,
 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(2)$ 의 값

32. $f(x) = x^2 + 1$ ($x \geq 0$), $g(x) = 2x - 3$ 일 때,
 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(3)$ 의 값

■ 두 함수 f , g 에 대하여 다음을 구하여라. (단, f^{-1} , g^{-1} 는 각각 f , g 의 역함수이다.)

33. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -x + 1$ 일 때,
 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값

34. $f(x) = 2x - 3$, $(g \circ f)(x) = x$ 일 때,
 $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2)$ 의 값

■ 다음 물음에 답하여라.

35. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 + 1$ ($x \geq 0$)에 대하여 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값을 구하여라.

36. 세 함수
 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x - 2$, $h(2x - 1) = 4x - 3$
에 대하여 $(f \circ g)^{-1}(3) + h(3)$ 의 값을 구하여라.

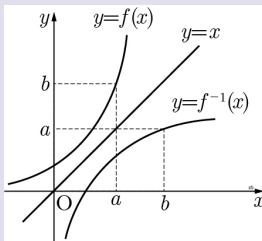
37. 두 함수 $f(x) = x - 2$, $g(x) = x^2$ ($x > 0$)에 대하여 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(a) = 3$ 을 만족시키는 양수 a 의 값을 구하여라.

38. 두 함수 $f(x) = -2x$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

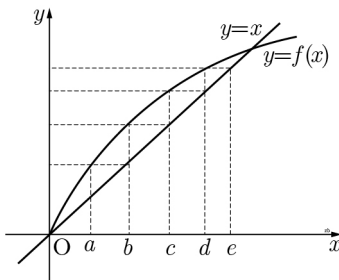
39. 일대일 대응인 두 함수 f , g 에 대하여
 $g(x) = 3x - 2$, $(g \circ f)(x) = x$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하여라.

02 역함수의 그래프

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.



■ 다음은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 를 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.



40. $(f \circ f)(a)$ 의 값

41. $f^{-1}(b)$ 의 값

42. $(f^{-1} \circ f^{-1})(d)$ 의 값

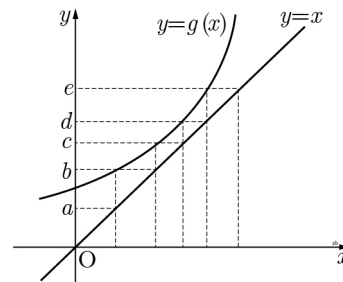
43. $(f \circ f)^{-1}(e)$ 의 값

44. $(f^{-1} \circ f^{-1})(c)$ 의 값

45. $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d)$ 의 값

46. $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(e)$ 의 값

■ 다음 그림은 함수 $y=f(x)$ 의 역함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 를 나타낸 것이다. 이때, 다음을 구하여라.



47. $(g \circ g)(a)$ 의 값

48. $(f \circ g \circ f)(c)$ 의 값

49. $(f \circ f \circ g)(d)$ 의 값

50. $(f \circ f)(c)$ 의 값

51. $(g \circ f \circ f)(e)$ 의 값

■ 다음 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하여라.

52. $f(x) = \frac{1}{3}x - 3$

53. $f(x) = 2x + 1$

54. $f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

55. $f(x) = -2x + 6$

■ 함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프가 점 P를 지나고 함수 $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 Q를 지날 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

56. P(1, 2), Q(-4, -1)

57. P(-2, 0), Q(3, 4)

58. P(-1, 4), Q(-2, 2)

■ 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 두 점 P, Q를 지날 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

59. P(1, -1), Q(3, 1)

60. P(-2, 3), Q(4, -1)

61. P(2, $-\frac{1}{2}$), Q(-1, 1)

62. P(-2, 2), Q(2, 4)

■ 다음 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점의 좌표를 구하여라.

63. $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

64. $f(x) = 3x - 5$

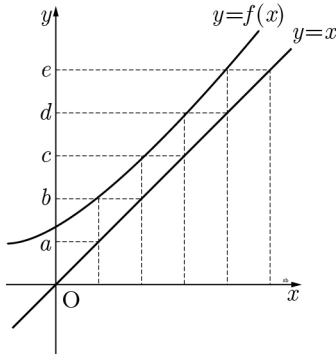
65. $f(x) = -2x + 1$

66. $f(x) = x^2 - 4x \ (x \geq 2)$

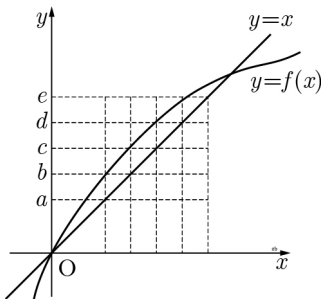
67. $f(x) = x^2 + 2x - 12 \quad (x \geq -1)$

■ 다음 물음에 답하여라.

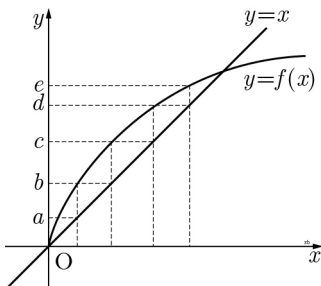
68. 함수 $y=f(x)$ 와 그래프와 직선 $y=x$ 가 다음과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(d)$ 를 구하여라.



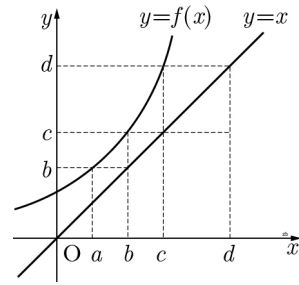
69. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 다음과 같을 때, $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d)$ 를 구하여라.



70. 함수 g 가 함수 f 의 역함수이고, 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=x$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $(g \circ g)(c)$ 를 구하여라.



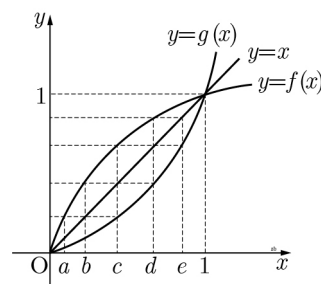
71. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 다음과 같을 때, $f(f(a))$ 와 $(f \circ f)^{-1}(d)$ 를 각각 구하여라.



72. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2 \quad (x \geq 1)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을 A, B라 할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

73. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프가 점 $P(-2, -4)$ 를 지나고, $f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 $Q(5, 1)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

74. 다음은 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭인 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프이다. $(f^{-1} \circ g)(d)$ 의 값을 구하여라.





정답 및 해설

1) 2

$$\Rightarrow g^{-1}(a) = k \text{라고 하면 } g(k) = a$$

$$k+1=a \quad \therefore k=a-1$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) = f(a-1) \\ = 3(a-1) + 2 = 3a-1$$

$$3a-1=5 \text{에서 } a=2$$

2) 5

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = k \text{라고 하면 } f(k) = a$$

$$3k+2=a, \quad 3k=a-2$$

$$\therefore k = \frac{a-2}{3}$$

$$(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a-2}{3}\right) \\ = \frac{a-2}{3} + 1 = \frac{a+1}{3}$$

$$\frac{a+1}{3} = 2 \text{에서 } a=5$$

3) -4

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = k \text{라고 하면 } f(k) = a$$

$$3k+2=a, \quad 3k=a-2$$

$$\therefore k = \frac{a-2}{3}$$

$$(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a-2}{3}\right) \\ = \frac{a-2}{3} + 1 = \frac{a+1}{3}$$

$$\frac{a+1}{3} = -1 \text{에서 } a=-4$$

4) $\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow g^{-1}(a) = k \text{라고 하면 } g(k) = a$$

$$k+1=a \quad \therefore k=a-1$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) = f(a-1) \\ = 3(a-1) + 2 = 3a-1$$

$$3a-1=1 \text{에서 } a=\frac{2}{3}$$

5) $h(x) = 2x+2$

$$\Rightarrow (f \circ h^{-1} \circ g^{-1})(x) = x \text{에서}$$

$$(g \circ h)^{-1}(x) = f^{-1}(x)$$

$$(g \circ h)(x) = f(x), \quad g(h(x)) = 4x+1$$

$$2h(x)-3=4x+1, \quad 2h(x)=4x+4$$

$$\therefore h(x) = 2x+2$$

6) $h(x) = 2x+5$

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = x+2 \text{에서}$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = x+2 \text{이므로 } (g \circ f)(x+2) = x$$

x 대신 $x-2$ 를 대입하자.

$$\therefore (g \circ f)(x) = x-2$$

$$((h \circ g) \circ f)(x) = 2x+1 \text{에서}$$

$$(h \circ (g \circ f))(x) = 2x+1$$

$$h(x-2) = 2x+1$$

x 대신 $x+2$ 를 대입하자.

$$\therefore h(x) = 2(x+2)+1 = 2x+5$$

7) $h(x) = 4x+1$

$$\Rightarrow f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f \text{이므로 } g^{-1} \circ h = f \circ f$$

$$\therefore h = g \circ f \circ f$$

$$\therefore h(x) = g(f(f(x))) = g(f(2x)) = g(2 \cdot 2x) \\ = g(4x) = 4x+1$$

8) 6

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{2}x+b\right) \\ = a\left(\frac{1}{2}x+b\right) - 2 = \frac{a}{2}x + ab - 2$$

$$\frac{a}{2}x + ab - 2 = x + 6 \text{이므로}$$

$$\frac{a}{2} = 1, \quad ab - 2 = 6 \quad \therefore a = 2, \quad b = 4$$

$$\therefore a+b=6$$

9) 3

$$\Rightarrow f^{-1}(g(0)) = f^{-1}\left(\frac{1}{2} \cdot 0 + 4\right) = f^{-1}(4)$$

$$f^{-1}(4) = k \text{라고 하면 } f(k) = 4$$

$$2k-2=4 \quad \therefore k=3$$

$$\therefore f^{-1}(g(0)) = 3$$

10) -8

$$\Rightarrow f(x) = 2x-2, \quad g(x) = \frac{1}{2}x+4 \text{에서}$$

$$g^{-1}(f(1)) = g^{-1}(2 \cdot 1 - 2) = g^{-1}(0)$$

$$g^{-1}(0) = k \text{라고 하면 } g(k) = 0$$

$$\frac{1}{2}k+4=0 \quad \therefore k=-8$$

$$\therefore g^{-1}(f(1)) = -8$$

11) -2

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-bx+4)$$

$$= (-bx+4) + a = -bx+4+a$$

$$-bx+4+a = -x+1 \text{이므로}$$

$$-b=-1, \quad 4+a=1 \quad \therefore a=-3, \quad b=1$$

$$\therefore a+b=-2$$

12) 4

$$\Rightarrow f(x) = x-3, \quad g(x) = -x+4 \text{에서}$$

$$g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(3-3) = g^{-1}(0)$$

$$g^{-1}(0) = k \text{라고 하면 } g(k) = 0$$

$$-k+4=0 \quad \therefore k=4$$

$$\therefore g^{-1}(f(3)) = 4$$

13) 6

$$\Rightarrow f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(-1+4) = f^{-1}(3)$$

$$f^{-1}(3) = k \text{라고 하면 } f(k) = 3$$

$$k-3=3 \quad \therefore k=6$$

$$\therefore f^{-1}(g(1)) = 6$$

14) 2

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } f(k) = a \text{이므로}$$

$$k-1=a \text{에서 } k=a+1$$

$$(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g(a+1) \\ = 2(a+1) - 3 = 2a - 1$$

$$\text{따라서 } 2a-1=3 \text{이므로 } a=2$$

15) -7

$$\Rightarrow g^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } g(k) = a \text{이므로}$$

$$2k-3=a \text{에서 } k = \frac{a+3}{2}$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) = f\left(\frac{a+3}{2}\right) \\ = \frac{a+3}{2} - 1 = \frac{a+1}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{a+1}{2} = -3 \text{이므로 } a+1 = -6$$

$$\therefore a = -7$$

16) 3

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } f(k) = a \text{이므로}$$

$$k-1=a \text{에서 } k=a+1$$

$$(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g(a+1) \\ = 2(a+1) - 3 = 2a - 1$$

$$\text{따라서 } 2a-1=5 \text{이므로 } a=3$$

17) 1

$$\Rightarrow g^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } g(k) = a \text{이므로}$$

$$-k+2=a \text{에서 } k=-a+2$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) = f(-a+2) \\ = 3(-a+2) + 1 = -3a + 7$$

$$\text{따라서 } -3a+7=4 \text{이므로 } a=1$$

18) 2

$$\Rightarrow g^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } g(k) = a \text{이므로}$$

$$-k+2=a \text{에서 } k=-a+2$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) = f(-a+2) \\ = 3(-a+2) + 1 = -3a + 7$$

$$\text{따라서 } -3a+7=1 \text{이므로 } a=2$$

19) 13

$$\Rightarrow f^{-1}(a) = k \text{로 놓으면 } f(k) = a \text{이므로}$$

$$3k+1=a \text{에서 } k = \frac{a-1}{3}$$

$$(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a-1}{3}\right) \\ = -\frac{a-1}{3} + 2 = \frac{-a+7}{3}$$

$$\text{따라서 } \frac{-a+7}{3} = -2 \text{이므로 } -a+7 = -6$$

$$\therefore a = 13$$

20) -1

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = x \text{에서 } g \text{는 } f \text{의 역함수이므로}$$

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) = (g \circ g^{-1} \circ f)(1)$$

$$= (g \circ g^{-1})(f(1)) = f(1) = -1$$

21) 2

$$\Rightarrow (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(1) = (g \circ g \circ g^{-1})(1) = g(1)$$

$$g(1) = f^{-1}(1) = k \text{라고 하면 } f(k) = 1$$

$$2k-3=1 \quad \therefore k=2$$

22) 3

$$\Rightarrow (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(3) = (g \circ g \circ g^{-1})(3) = g(3)$$

$$g(3) = f^{-1}(3) = k \text{라고 하면 } f(k) = 3$$

$$2k-3=3 \quad \therefore k=3$$

23) 3

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) = (g \circ g^{-1} \circ f)(3) = f(3) = 3$$

24) 3

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = x \text{에서 } g \text{는 } f \text{의 역함수,}$$

$$\text{즉 } g = f^{-1} \text{이므로}$$

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2) = (g \circ g^{-1} \circ f)(2) = f(2) = 3$$

25) $\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(2) = (g \circ g \circ g^{-1})(2) = g(2)$$

$$g(2) = k, \text{ 즉 } f^{-1}(2) = k \text{로 놓으면}$$

$$f(k) = 2, 2k-1=2 \quad \therefore k = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 구하는 함숫값은 } \frac{3}{2}$$

26) 0

$$\Rightarrow (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(-1) = (g \circ g \circ g^{-1})(-1) = g(-1)$$

$$g(-1) = k, \text{ 즉 } f^{-1}(-1) = k \text{로 놓으면}$$

$$f(k) = -1, 2k-1 = -1 \quad \therefore k = 0$$

$$\text{따라서 구하는 함숫값은 } 0$$

27) -3

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(-1) = (g \circ g^{-1} \circ f)(-1) \\ = f(-1) = -3$$

28) 1

$$\Rightarrow (g^{-1} \circ f^{-1} \circ g)(1) = (g^{-1} \circ g \circ g)(1) = g(1)$$

$$g(1) = k, \text{ 즉 } f^{-1}(1) = k \text{로 놓으면}$$

$$f(k) = 1, 2k-1 = 1 \quad \therefore k = 1$$

$$\text{따라서 구하는 함숫값은 } 1$$

29) 3

$$\Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} f)(1) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(1)$$

$$= (f \circ g^{-1})(1) = f(g^{-1}(1))$$

$g^{-1}(1) = k$ 로 놓으면

$$g(k) = 1 \text{에서 } -k + 3 = 1 \quad \therefore k = 2$$

따라서 구하는 함숫값은 $f(2) = 3$

30) 6

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ &= (g^{-1} \circ f)(1) = g^{-1}(f(1)) = g^{-1}(3) \end{aligned}$$

$g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면

$$g(k) = 3 \text{에서 } k - 3 = 3 \quad \therefore k = 6$$

따라서 구하는 함숫값은 6

31) 2

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(2) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2) \\ &= (g^{-1} \circ f)(2) = g^{-1}(f(2)) = g^{-1}(5) \end{aligned}$$

$g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면

$$g(k) = 5 \text{에서 } k + 3 = 5 \quad \therefore k = 2$$

따라서 구하는 함숫값은 2

32) 10

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(3) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(3) \\ &= (f \circ g^{-1})(3) = f(g^{-1}(3)) \end{aligned}$$

$g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면

$$g(k) = 3 \text{에서 } 2k - 3 = 3 \quad \therefore k = 3$$

따라서 구하는 함숫값은 $f(3) = 10$

33) 3

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(1) \\ &= (f \circ g^{-1})(1) = f(g^{-1}(1)) \end{aligned}$$

$g^{-1}(1) = k$ 로 놓으면

$$g(k) = 1 \text{이므로 } -k + 1 = 1 \quad \therefore k = 0$$

따라서 구하는 함숫값은

$$f(g^{-1}(1)) = f(0) = 3$$

34) 1

$\Rightarrow (g \circ f)(x) = x$ 에서 g 는 f 의 역함수,

즉 $g^{-1} = f$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2) = (f^{-1} \circ f \circ f)(2) = f(2) = 1$$

35) 1

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(1) \\ &= (f \circ g^{-1})(1) = f(g^{-1}(1)) \end{aligned}$$

$$g^{-1}(1) = k \text{라고 하면 } g(k) = 1, k^2 + 1 = 1 \quad \therefore k = 0$$

$$\therefore (\text{구하는 값}) = f(g^{-1}(1)) = f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

36) 6

$$\Rightarrow (f \circ g)^{-1}(3) = k \text{라고 하면 } (f \circ g)(k) = 3$$

$$f(g(k)) = 3, 2g(k) + 1 = 3$$

$$g(k) = 1, 3k - 2 = 1$$

$$\therefore k = (f \circ g)^{-1}(3) = 1$$

$$h(2x - 1) = 4x - 3 \text{에서 } 2x - 1 = 3 \text{이면 } x = 2$$

$$\therefore h(3) = 4 \cdot 2 - 3 = 5$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(3) + h(3) = 1 + 5 = 6$$

37) 25

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(a) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(a) \\ &= (f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a)) \end{aligned}$$

$g^{-1}(a) = k$ ($k > 0$)로 놓으면

$$g(k) = a \text{이므로 } k^2 = a \quad \therefore k = \sqrt{a} \quad (\because k > 0)$$

즉, $f(\sqrt{a}) = 3$ 이므로

$$\sqrt{a} - 2 = 3, \sqrt{a} = 5 \quad \therefore a = 25$$

38) 3

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= (f \circ g^{-1})\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

$$g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = k \text{라고 하면 } g(k) = \frac{1}{2}, k + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore (\text{구하는 값}) = f\left(g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$$

39) $\frac{1}{3}$

$\Rightarrow (g \circ f)(x) = x$ 이므로 g 는 f 의 역함수이고,
또 f 도 g 의 역함수이다.

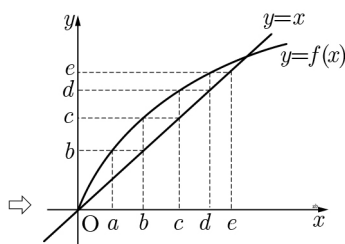
$$(\because g = f^{-1} \text{에서 } g^{-1} = (f^{-1})^{-1} = f)$$

$f(-1) = g^{-1}(-1) = k$ 로 놓으면 $g(k) = -1$ 이므로

$$3k - 2 = -1 \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$

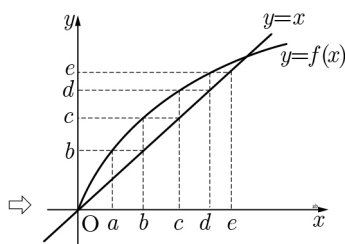
$$\text{즉, } f(-1) = \frac{1}{3}$$

40) c



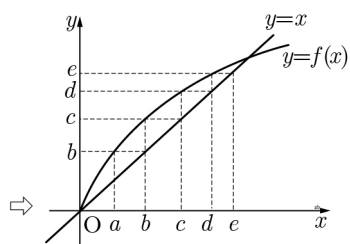
$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = f(b) = c$$

41) a



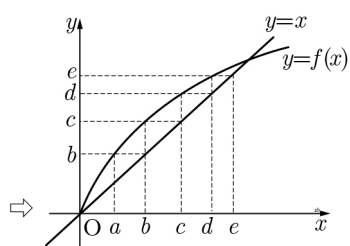
$$f(a) = b \text{이므로 } f^{-1}(b) = a$$

42) b



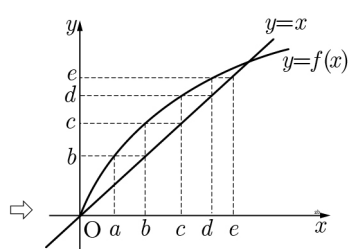
$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ f^{-1})(d) &= f^{-1}(f^{-1}(d)) \\ &= f^{-1}(c) \quad (\because f(c) = d \text{에서 } f^{-1}(d) = c) \\ &= b \end{aligned}$$

43) c



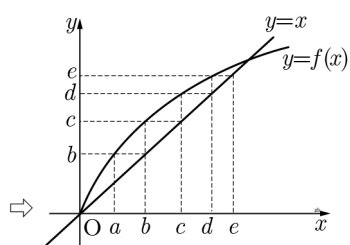
$$\begin{aligned} (f \circ f)^{-1}(e) &= (f^{-1} \circ f^{-1})(e) \\ &= f^{-1}(f^{-1}(e)) \\ &= f^{-1}(d) \quad (\because f(d) = e \text{에서 } f^{-1}(e) = d) \\ &= c \end{aligned}$$

44) a



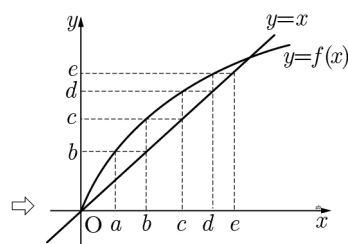
$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ f^{-1})(c) &= f^{-1}(f^{-1}(c)) \\ &= f^{-1}(b) \quad (\because f(b) = c \text{에서 } f^{-1}(c) = b) \\ &= a \end{aligned}$$

45) a



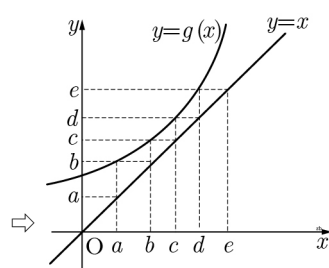
$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d) &= f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(d))) \\ &= f^{-1}(f^{-1}(c)) = f^{-1}(b) = a \end{aligned}$$

46) b



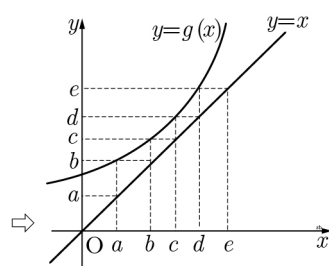
$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(e) &= f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(e))) \\ &= f^{-1}(f^{-1}(d)) = f^{-1}(c) = b \end{aligned}$$

47) c



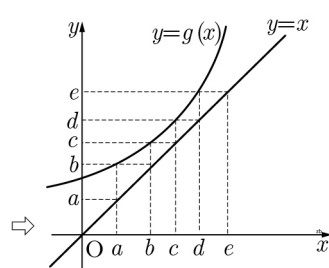
$$(g \circ g)(a) = g(g(a)) = g(b) = c$$

48) b



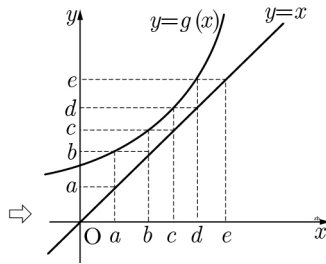
$$\begin{aligned} (f \circ g \circ f)(c) &= (g^{-1} \circ g \circ g^{-1})(c) \\ &= g^{-1}(c) \quad (\because g^{-1} \circ g = I, \text{ 즉 항등함수}) \\ &= b \end{aligned}$$

49) c



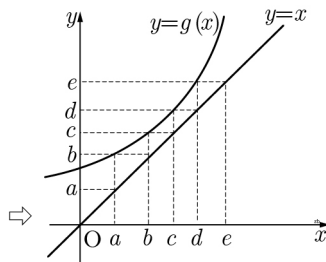
$$\begin{aligned} (f \circ f \circ g)(d) &= (g^{-1} \circ g^{-1} \circ g)(d) \\ &= g^{-1}(d) = c \quad (\because g(c) = d \text{에서 } g^{-1}(d) = c) \end{aligned}$$

50) a



$$\begin{aligned}(f \circ f)(c) &= (g^{-1} \circ g^{-1})(c) = g^{-1}(g^{-1}(c)) \\ &= g^{-1}(b) \quad (\because g(b) = c \text{에서 } g^{-1}(c) = b) \\ &= a \quad (\because g(a) = b \text{에서 } g^{-1}(b) = a)\end{aligned}$$

51) d



$$\begin{aligned}(g \circ f \circ f)(e) &= (g \circ g^{-1} \circ g^{-1})(e) \\ &= g^{-1}(e) = d \quad (\because g(d) = e \text{에서 } g^{-1}(e) = d)\end{aligned}$$

52) $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

 \Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의
교점과 같으므로

$$\frac{1}{3}x - 3 = x \text{에서 } \frac{2}{3}x = -3 \quad \therefore x = -\frac{9}{2}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ 이다.

53) $(-1, -1)$

 $\Rightarrow 2x+1=x$ 에서 $x=-1$ 따라서 구하는 교점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이다.

54) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = x \text{에서 } \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} \quad \therefore x = -\frac{1}{3}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ 이다.

55) $(2, 2)$

 $\Rightarrow -2x+6=x$ 에서 $3x=6 \quad \therefore x=2$ 따라서 구하는 교점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

56) $a=3, b=-1$

 \Rightarrow 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프가점 $P(1, 2)$ 를 지나므로 $a+b=2 \dots\dots \textcircled{1}$ 함수 $f(x)$ 의 역함수의 그래프가점 $Q(-4, -1)$ 을 지나므로함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프는점 $(-1, -4)$ 를 지난다.

$$-a+b=-4 \dots\dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=3, b=-1$$

57) $a=\frac{1}{2}, b=1$

 \Rightarrow 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프가점 $P(-2, 0)$ 을 지나므로 $-2a+b=0 \dots\dots \textcircled{1}$ 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프가점 $Q(3, 4)$ 를 지나므로함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점 $(4, 3)$ 을 지난다.

$$4a+b=3 \dots\dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}, b=1$

58) $a=-2, b=2$

 \Rightarrow 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프가점 $P(-1, 4)$ 를 지나므로 $-a+b=4 \dots\dots \textcircled{1}$ 함수 $f(x)$ 의 역함수의 그래프가점 $Q(-2, 2)$ 를 지나므로함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프는점 $(2, -2)$ 를 지난다. $2a+b=-2 \dots\dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-2, b=2$

59) $a=1, b=2$

 $\Rightarrow y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가두 점 $P(1, -1), Q(3, 1)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(1)=-1, f^{-1}(3)=1$$

즉, $f(-1)=1, f(1)=3$ 이므로

$$-a+b=1, a+b=3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=2$

60) $a=-\frac{3}{2}, b=\frac{5}{2}$

 $\Rightarrow y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가두 점 $P(-2, 3), Q(4, -1)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(-2)=3, f^{-1}(4)=-1$$

즉, $f(3)=-2, f(-1)=4$ 이므로

$$3a+b=-2, -a+b=4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{3}{2}, b=\frac{5}{2}$

61) $a=-2, b=1$

 $\Rightarrow y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가두 점 $P\left(2, -\frac{1}{2}\right), Q=(-1, 1)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(2)=-\frac{1}{2}, f^{-1}(-1)=1$$

즉, $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2, f(1)=-1$ 이므로

$$-\frac{1}{2}a+b=2, a+b=-1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, b=1$

62) $a=2, b=-6$

$\Rightarrow y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가

두 점 $P(-2, 2), Q(2, 4)$ 를 지나므로

$$f^{-1}(-2)=2, f^{-1}(2)=4$$

즉, $f(2)=-2, f(4)=2$ 이므로

$$2a+b=-2, 4a+b=2$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-6$

63) (6, 6)

\Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$\frac{1}{2}x+3=x \text{에서 } x=6$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 (6, 6)이다.

64) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

\Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$3x-5=x \text{에서 } x=\frac{5}{2}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

65) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

\Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$-2x+1=x \text{에서 } x=\frac{1}{3}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

66) (5, 5)

\Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$x^2-4x=x \text{에서 } x^2-5x=0$$

$$x(x-5)=0 \quad \therefore x=5 \quad (\because x \geq 2)$$

따라서 교점이 좌표는 (5, 5)

67) (3, 3)

\Rightarrow 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$x^2+2x-12=x \text{에서 } x^2+x-12=0$$

$$(x+4)(x-3)=0 \quad \therefore x=3 \quad (\because x \geq -1)$$

따라서 교점의 좌표는 (3, 3)

68) b

$$\Rightarrow f^{-1}(d)=c \text{이므로}$$

$$(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) \\ = f^{-1}(c) = b$$

69) a

$$\Rightarrow (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(d)))$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(c)) = f^{-1}(b) = a$$

70) a

$$\Rightarrow g=f^{-1} \text{이므로}$$

$$(g \circ g)(c) = (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(f^{-1}(c)) \\ = f^{-1}(b) = a$$

71) c, b

$$\Rightarrow f(f(a))=f(b)=c$$

$$(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) \\ = f^{-1}(c) = b$$

$$\therefore f(f(a))=c, (f \circ f)^{-1}(d)=b$$

72) $\sqrt{2}$

\Rightarrow 함수 $f(x)=x^2-2x+2$ 의 그래프와

그 역함수의 그래프와의 교점은

$y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 그래프의

교점과 같으므로 $f(x)=x$ 에서

$$x^2-2x+2=x, x^2-3x+2=0$$

$$(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 두 교점은 A(1, 1), B(2, 2)

또는 A(2, 2), B(1, 1)이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

73) $a=3, b=2$

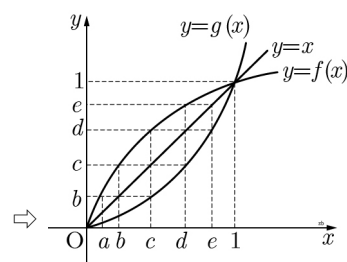
\Rightarrow 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프가 점 $P(-2, -4)$ 를 지나므로 $-2a+b=-4$ ㉠

함수 $y=f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 $Q(5, 1)$ 을 지나므로 함수 $f(x)=ax+b$ 의 그래프는 점 (1, 5)를 지난다.

$$\therefore a+b=5 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3, b=2$

74) b



두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 함수 $f(x)$ 의 역함수는 $g(x)$ 이다.

즉, $f^{-1}=g$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g)(d) = (g \circ g)(d) = g(g(d)) = g(c) = b$$