



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-03-05

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

치환을 이용한 인수분해

1. 치환을 이용한 인수분해

- (1) 공통부분이 있는 경우 치환하여 인수분해 한다.
 (2) 공통부분이 드러나지 않는 복잡한 식의 경우에는 식을 변형하여 공통부분을 찾아 낸다.

2. 복이차식의 인수분해

- (1) $x^2 = t$ 로 치환하여 인수분해한다.
 (2) $x^2 = t$ 로 치환하여 인수분해가 되지 않는 경우 사차항과 상수항을 중심으로 이차항의 계수를 변형하여 완전제곱꼴로 고쳐 $A^2 - B^2$ 꼴로 변형한 다음 인수분해한다.

■ 다음 식을 인수분해하여라.

1. $(x^2 + x)^2 - 7x^2 - 7x + 12$

2. $(x+2)^4 - 3(x+2)^2 + 2$

3. $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 5) + 6$

4. $(x^2 - x)(x^2 - x - 8) + 12$

5. $(2x - y)(2x - y - 4) - 5$

6. $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 3) - 5$

7. $(x^2 - 2x - 1)(x^2 - 2x + 3) - 5$

8. $(x^2 - 3x)^2 - 2x^2 + 6x - 3$

9. $(x - 2y + 3)(x - 2y + 1) - 8$

10. $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 5) + 6$

11. $x(x+1)(x-2)(x+3) + 8$

12. $(x-1)(x+1)(x+3)(x+5) + 16$

13. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 8$

14. $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4) - 36$

15. $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4) + 21$

16. $x(x+1)(x+2)(x+3) - 24$

17. $x(x+1)(x+2)(x+3) - 15$

■ 다음 식을 인수분해하여라.

18. $x^4 - 3x^2 - 4$

19. $x^4 + x^2 - 2$

20. $x^4 + 4x^2y^2 + 16y^4$

21. $x^4 - 1$

22. $x^4 + 4$

23. $x^4 + 64$

24. $x^4 - 12x^2 + 16$

25. $x^4 - 19x^2 + 25$

26. $x^4 - 11x^2 + 1$

27. $x^4 + 4x^2 - 5$

28. $x^4 + 3x^2 + 4$

29. $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

30. $x^4 - 5x^2y^2 + 4y^4$

31. $x^4 + 2x^2 + 9$

32. $x^4 + 9x^2 + 25$

33. $a^4 - 9a^2 + 16$

34. $x^4 - 10x^2 + 9$

35. $x^4 - 5x^2 + 6$

36. $x^4 - 13x^2 + 36$

37. $3x^4 + x^2 - 4$

38. $2x^4 + x^2 - 36$

02 여러 문자가 포함된 복잡한 식의 인수분해

- (1) 여러 문자의 차수가 다른 경우
: 차수가 가장 낮은 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.
- (2) 여러 문자의 차수가 같은 경우
: 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

▣ 다음 식을 인수분해하여라.

39. $a^2 + bc + ab - c^2$
40. $a^2 - ab + 2bc - 4c^2$
41. $a^3 - ab^2 - b^2c + a^2c$
42. $a^3 - ab^2 + b^2c - a^2c$
43. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$
44. $9a^2 + 3ab - bc - c^2$
45. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$
46. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$
47. $x^2 + 4xy + 2x - 4y - 3$
48. $x^2 - xy - 2y^2 + x + 4y - 2$
49. $x^2y - x^3z + yz - xz^2$
50. $x^2 + y^2 - 2yz + 2zx - 2xy$
51. $2x^2 + y^2 + 3xy - 5x - 2y - 3$
52. $2x^2 + xy - y^2 - 11x + y + 12$
53. $x^2 + 4xy + 3y^2 - x - 5y - 2$
54. $x^2 - xy - 2y^2 + 5x - y + 6$
55. $x^2 - 6y^2 + xy + 2x + y + 1$
56. $x^2 - 4xy + 3y^2 + 3x - 7y + 2$
57. $3x^2 + 3y^2 + 6xy + 4x + 4y - 4$
58. $x^3 + yx^2 + 2yx + y^2 - 1$

03 고차식의 인수분해

문자가 한 개이면서 삼차 이상인 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 할 때는 인수정리와 조립제법을 이용한다.

- ❶ $f(\alpha)=0$ 을 만족하는 상수 α 를 찾는다.
- ❷ 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 $x-\alpha$ 로 나누었을 때의 몫 $Q(x)$ 를 구하여 $f(x)=(x-\alpha)Q(x)$ 꼴로 나타낸다.
- ❸ $Q(x)$ 가 더 이상 인수분해되지 않을 때까지 인수분해 공식을 이용하거나 ❶, ❷의 과정을 반복한다.

■ 다음 식을 인수분해하여라.

59. $x^3 - 3x + 2$

60. $x^3 - 4x^2 + x + 6$

61. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

62. $x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

63. $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

64. $x^3 - x^2 - 5x - 3$

65. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

66. $2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$

67. $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$

68. $2x^3 - 5x^2 - 11x - 4$

■ 다음 식을 인수분해하여라.

69. $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$

70. $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$

71. $x^4 - 15x^2 - 10x + 24$

72. $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

73. $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2$

74. $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$

75. $x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$

76. $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

04 / 인수분해 공식의 응용

1. 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

: 수의 계산이 복잡한 경우는 수를 문자로 치환하여
인수분해한 후 수를 다시 대입한다.

2. 인수분해를 이용한 삼각형의 판단

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c 일 때,

(1) $a=b=c$ 이면 정삼각형

(2) $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$ 이면 이등변삼각형

(3) $a^2+b^2=c^2$ 이면 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

■ 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

$$77. \frac{998^3 - 1}{999^2 - 998}$$

$$78. \frac{500^3 - 1}{501 \times 500 + 1}$$

$$79. \frac{152 \times 151 + 1}{151^3 - 1}$$

$$80. \frac{27^2 - 1}{29^2 - 1} \times \frac{29^3 + 1}{29^2 - 29 + 1}$$

$$81. \frac{2016^3 - 27}{2016 \times 2019 + 9}$$

$$82. \frac{2015^2 - 1}{2017^2 - 1} \times \frac{2017^3 + 1}{2017^2 - 2017 + 1}$$

$$83. 18^3 - 6 \cdot 18^2 - 36 \cdot 18 - 40$$

$$84. 97^3 + 3 \cdot 97^2 \cdot 3 + 3 \cdot 97 \cdot 3^2 + 3^3$$

$$85. 103^3 - 3 \cdot 103^2 \cdot 3 + 3 \cdot 103 \cdot 3^2 - 3^3$$

■ 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 다음의 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 말하여라.

$$86. a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$87. a^3 + a^2c - ab^2 - b^2c = 0$$

$$88. a^4 + a^2c^2 + b^2c^2 - b^4 = 0$$

$$89. ab(a+b) - bc(b+c) - ca(c-a) = 0$$

$$90. a^2(a+b) - a(b^2+c^2) - bc^2 - b^3 = 0$$

$$91. b^2(a^2+b^2) - c^2(c^2-a^2) = 0$$

$$92. (b-c)a^2 + (c+a)b^2 - (a+b)c^2 = 0$$



정답 및 해설

- 1) $(x^2+x-3)(x^2+x-4)$
 $\Rightarrow (x^2+x)^2 - 7x^2 - 7x + 12$
 $= (x^2+x)^2 - 7(x^2+x) + 12$
 $= t^2 - 7t + 12 \leftarrow x^2+x=t$ 로 치환
 $= (t-3)(t-4)$
 $= (x^2+x-3)(x^2+x-4) \leftarrow t=x^2+x$ 대입
- 2) $(x+3)(x+1)(x^2+4x+2)$
 $\Rightarrow (x+2)^2 = X$ 로 놓으면
 $(x+2)^4 - 3(x+2)^2 + 2$
 $= X^2 - 3X + 2$
 $= (X-1)(X-2)$
 $= \{(x+2)^2-1\}\{(x+2)^2-2\}$
 $= \{(x+2)+1\}\{(x+2)-1\}(x^2+4x+4-2)$
 $= (x+3)(x+1)(x^2+4x+2)$
- 3) $(x-1)(x-2)(x^2-3x+3)$
 $\Rightarrow x^2-3x = X$ 로 놓으면
 $(x^2-3x)(x^2-3x+5)+6$
 $= X(X+5)+6$
 $= X^2+5X+6$
 $= (X+2)(X+3)$
 $= (x^2-3x+2)(x^2-3x+3)$
 $= (x-1)(x-2)(x^2-3x+3)$
- 4) $(x-2)(x+1)(x-3)(x+2)$
 $\Rightarrow x^2-x = X$ 로 놓으면
 $(x^2-x)(x^2-x-8)+12 = X(X-8)+12$
 $= X^2-8X+12$
 $= (X-2)(X-6)$
 $= (x^2-x-2)(x^2-x-6)$
 $= (x-2)(x+1)(x-3)(x+2)$
- 5) $(2x-y+1)(2x-y-5)$
 $\Rightarrow (2x-y)(2x-y-4)-5$
 $= t(t-4)-5 \leftarrow 2x-y=t$ 로 치환
 $= t^2-4t-5$
 $= (t+1)(t-5)$
 $= (2x-y+1)(2x-y-5) \leftarrow t=2x-y$ 대입
- 6) $(x-1)(x+2)(x^2+x+4)$
 $\Rightarrow (x^2+x-1)(x^2+x+3)-5$
 $= (t-1)(t+3)-5 \leftarrow x^2+x=t$ 로 치환
 $= t^2+2t-8$
 $= (t-2)(t+4)$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x+4) \leftarrow t=x^2+x$ 대입
 $= (x-1)(x+2)(x^2+x+4)$
- 7) $(x^2-2x-2)(x^2-2x+4)$
 $\Rightarrow (x^2-2x-1)(x^2-2x+3)-5$
 $= (t-1)(t+3)-5 \leftarrow x^2-2x=t$ 로 치환
 $= t^2+2t-8$
 $= (t-2)(t+4)$
 $= (x^2-2x-2)(x^2-2x+4) \leftarrow t=x^2-2x$ 대입

- 8) $(x^2-3x+1)(x^2-3x-3)$
 $\Rightarrow (x^2-3x)^2 - 2x^2 + 6x - 3$
 $= (x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) - 3$
 $= t^2 - 2t - 3 \leftarrow x^2-3x=t$ 로 치환
 $= (t+1)(t-3)$
 $= (x^2-3x+1)(x^2-3x-3) \leftarrow t=x^2-3x$ 대입
- 9) $(x-2y-1)(x-2y+5)$
 $\Rightarrow (x-2y+3)(x-2y+1)-8$
 $= (t+3)(t+1)-8 \leftarrow x-2y=t$ 로 치환
 $= t^2+4t-5$
 $= (t-1)(t+5)$
 $= (x-2y-1)(x-2y+5) \leftarrow t=x-2y$ 대입
- 10) $(x-1)(x-2)(x^2-3x+3)$
 $\Rightarrow x^2-3x = t$ 로 놓으면
 $(x^2-3x)(x^2-3x+5)+6 = t(t+5)+6$
 $= t^2+5t+6$
 $= (t+2)(t+3)$
 $= (x^2-3x+2)(x^2-3x+3)$
 $= (x-1)(x-2)(x^2-3x+3)$
- 11) $(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$
 $\Rightarrow x(x+1)(x-2)(x+3)+8$
 $= \{x(x+1)\}\{(x-2)(x+3)\}+8$
 $= (x^2+x)(x^2+x-6)+8$
 $= t(t-6)+8 \leftarrow x^2+x=t$ 로 치환
 $= t^2-6t+8$
 $= (t-2)(t-4)$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-4) \leftarrow t=x^2+x$ 대입
 $= (x-1)(x+2)(x^2+x-4)$
- 12) $(x^2+4x-1)^2$
 $\Rightarrow (x-1)(x+1)(x+3)(x+5)+16$
 $= \{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}+16$
 $= (x^2+4x-5)(x^2+4x+3)+16$
 $= (t-5)(t+3)+16 \leftarrow x^2+4x=t$ 로 치환
 $= t^2-2t+1$
 $= (t-1)^2$
 $= (x^2+4x-1)^2 \leftarrow t=x^2+4x$ 대입
- 13) $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$
 $\Rightarrow (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$
 $= \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-8$
 $= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8$
 $= (t+4)(t+6)-8 \leftarrow x^2+5x=t$ 로 치환
 $= t^2+10t+16$
 $= (t+2)(t+8)$
 $= (x^2+5x+2)(x^2+5x+8) \leftarrow t=x^2+5x$ 대입
- 14) $(x-1)^2(x^2-2x-12)$
 $\Rightarrow (x+1)(x+2)(x-3)(x-4)-36$
 $= \{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}-36$
 $= (x^2-2x-3)(x^2-2x-8)-36$
 $= (t-3)(t-8)-36 \leftarrow x^2-2x=t$ 로 치환
 $= t^2-11t-12$
 $= (t+1)(t-12)$
 $= (x^2-2x+1)(x^2-2x-12) \leftarrow t=x^2-2x$ 대입
 $= (x-1)^2(x^2-2x-12)$

$$15) (x^2+x-5)(x^2+x-9)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & (x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21 \\ & = \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+21 \\ & = (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21 \\ & = (t-2)(t-12)+21 \leftarrow x^2+x=t \text{로 치환} \\ & = t^2-14t+45 \\ & = (t-5)(t-9) \\ & = (x^2+x-5)(x^2+x-9) \leftarrow t=x^2+x \text{대입} \end{aligned}$$

$$16) (x^2+3x+6)(x+4)(x-1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x(x+1)(x+2)(x+3)-24 \\ & = \{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24 \\ & = (x^2+3x)(x^2+3x+2)-24 \\ & \quad x^2+3x=X \text{로 놓으면} \\ & \quad X(X+2)-24 \\ & \quad = X^2+2X-24 \\ & \quad = (X+6)(X-4) \\ & \quad = (x^2+3x+6)(x^2+3x-4) \\ & \quad = (x^2+3x+6)(x+4)(x-1) \end{aligned}$$

$$17) (x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x(x+1)(x+2)(x+3)-15 \\ & = \{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-15 \\ & = (x^2+3x)(x^2+3x+2)-15 \\ & = t(t+2)-15 \leftarrow x^2+3x=t \text{로 치환} \\ & = t^2+2t-15 \\ & = (t-3)(t+5) \\ & = (x^2+3x-3)(x^2+3x+5) \leftarrow t=x^2+3x \text{대입} \end{aligned}$$

$$18) (x+2)(x-2)(x^2+1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2=X \text{로 놓으면} \\ & \quad x^4-3x^2-4 \\ & \quad = X^2-3X-4=(X-4)(X+1) \\ & \quad = (x^2-4)(x^2+1) \\ & \quad = (x+2)(x-2)(x^2+1) \end{aligned}$$

$$19) (x^2+2)(x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2=X \text{로 놓으면} \\ & \quad x^4+x^2-2=X^2+X-2=(X+2)(X-1) \\ & \quad = (x^2+2)(x^2-1)=(x^2+2)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$$20) (x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4+4x^2y^2+16y^4 \\ & = x^4+x^2 \cdot (2y)^2+(2y)^4 \\ & = (x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2) \end{aligned}$$

$$21) (x+1)(x-1)(x^2+1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2=X \text{로 놓으면} \\ & \quad x^4-1=X^2-1=(X-1)(X+1) \\ & \quad = (x^2-1)(x^2+1) \\ & \quad = (x+1)(x-1)(x^2+1) \end{aligned}$$

$$22) (x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4+4 \\ & = (x^4+4x^2+4)-4x^2 \leftarrow 4x^2 \text{ 더하고 빼기} \\ & = (x^2+2)^2-(2x)^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2+2+2x)(x^2+2-2x) \\ & = (x^2+2x+2)(x^2-2x+2) \end{aligned}$$

$$23) (x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4+64=(x^4+16x^2+64)-16x^2 \leftarrow 16x^2 \text{ 더하고 빼기} \\ & = (x^2+8)^2-(4x)^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2+4x+8)(x^2-4x+8) \end{aligned}$$

$$24) (x^2+2x-4)(x^2-2x-4)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4-12x^2+16=(x^4-8x^2+16)-4x^2 \\ & \quad 12x^2 \text{을 } -8x^2 \text{과 } -4x^2 \text{으로 분리하기} \\ & = (x^2-4)^2-(2x)^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2-4+2x)(x^2-4-2x) \\ & = (x^2+2x-4)(x^2-2x-4) \end{aligned}$$

$$25) (x^2+3x-5)(x^2-3x-5)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4-19x^2+25 \\ & = (x^4-10x^2+25)-9x^2 \\ & \quad -19x^2 \text{을 } -10x^2 \text{과 } -9x^2 \text{으로 분리하기} \\ & = (x^2-5)^2-(3x)^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2-5+3x)(x^2-5-3x) \\ & = (x^2+3x-5)(x^2-3x-5) \end{aligned}$$

$$26) (x^2+3x-1)(x^2-3x-1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4-11x^2+1 \\ & = (x^4-2x^2+1)-9x^2 \\ & \quad -11x^2 \text{을 } -2x^2 \text{과 } -9x^2 \text{으로 분리하기} \\ & = (x^2-1)^2-(3x)^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2-1+3x)(x^2-1-3x) \\ & = (x^2+3x-1)(x^2-3x-1) \end{aligned}$$

$$27) (x-1)(x+1)(x^2+5)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4+4x^2-5=X^2+4X-5 \leftarrow X^2=X \text{로 치환} \\ & \quad = (X-1)(X+5) \\ & \quad = (x^2-1)(x^2+5) \leftarrow X=x^2 \text{대입} \\ & \quad = (x-1)(x+1)(x^2+5) \end{aligned}$$

$$28) (x^2-x+2)(x^2+x+2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4+3x^2+4=(x^4+4x^2+4)-x^2 \leftarrow x^2 \text{ 더하고 빼기} \\ & = (x^2+2)^2-x^2 \leftarrow A^2-B^2 \text{ 꼴로 변형} \\ & = (x^2-x+2)(x^2+x+2) \end{aligned}$$

$$29) (x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^4-6x^2y^2+y^4=(x^4-2x^2y^2+y^4)-4x^2y^2 \\ & \quad = (x^2-y^2)^2-(2xy)^2 \\ & \quad = (x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2) \end{aligned}$$

$$30) (x+2y)(x-2y)(x+y)(x-y)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2=X, y^2=Y \text{로 놓으면} \\ & \quad x^4-5x^2y^2+4y^4=X^2-5XY+4Y^2 \\ & \quad = (X-4Y)(X-Y)=(x^2-4y^2)(x^2-y^2) \\ & \quad = (x+2y)(x-2y)(x+y)(x-y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 31) \quad & (x^2+2x+3)(x^2-2x+3) \\
 \Rightarrow \quad & x^4+2x^2+9 = x^4+6x^2+9-4x^2 = (x^2+3)^2 - (2x)^2 \\
 & = (x^2+2x+3)(x^2-2x+3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 32) \quad & x^4+9x^2+25 = (x^2+x+5)(x^2-x+5) \\
 \Rightarrow \quad & x^4+9x^2+25 = x^4+10x^2+25-x^2 = (x^2+5)^2 - x^2 \\
 & = (x^2+x+5)(x^2-x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 33) \quad & (a^2+a-4)(a^2-a-4) \\
 \Rightarrow \quad & a^4-9a^2+16 = a^4-8a^2+16-a^2 = (a^2-4)^2 - a^2 \\
 & = (a^2+a-4)(a^2-a-4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 34) \quad & (x+1)(x-1)(x+3)(x-3) \\
 \Rightarrow \quad & x^2 = X \text{로 놓으면} \\
 & x^4-10x^2+9 = X^2-10X+9 \\
 & = (X-1)(X-9) \\
 & = (x^2-1)(x^2-9) \\
 & = (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 35) \quad & (x^2-2)(x^2-3) \\
 \Rightarrow \quad & x^4-5x^2+6 = X^2-5X+6 \leftarrow x^2 = X \text{로 치환} \\
 & = (X-2)(X-3) \\
 & = (x^2-2)(x^2-3) \leftarrow X = x^2 \text{대입}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 36) \quad & (x+2)(x-2)(x+3)(x-3) \\
 \Rightarrow \quad & x^4-13x^2+36 = X^2-13X+36 \leftarrow x^2 = X \text{로 치환} \\
 & = (X-4)(X-9) \\
 & = (x^2-4)(x^2-9) \leftarrow X = x^2 \text{대입} \\
 & = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 37) \quad & (x+1)(x-1)(3x^2+4) \\
 \Rightarrow \quad & 3x^4+x^2-4 = 3X^2+X-4 \leftarrow x^2 = X \text{로 치환} \\
 & = (X-1)(3X+4) \\
 & = (x^2-1)(3x^2+4) \leftarrow X = x^2 \text{대입} \\
 & = (x+1)(x-1)(3x^2+4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 38) \quad & (x+2)(x-2)(2x^2+9) \\
 \Rightarrow \quad & 2x^4+x^2-36 = 2X^2+X-36 \leftarrow x^2 = X \text{로 치환} \\
 & = (X-4)(2X+9) \\
 & = (x^2-4)(2x^2+9) \leftarrow X = x^2 \text{대입} \\
 & = (x+2)(x-2)(2x^2+9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 39) \quad & (a+c)(a+b-c) \\
 \Rightarrow \quad & a^2+bc+ab-c^2 = (a+c)b+a^2-c^2 \\
 & \text{차수가 가장 낮은 문자 } b \text{에 대하여 내림차순으로 정리} \\
 & = (a+c)b+(a+c)(a-c) \\
 & \text{인수분해 되는 항 인수분해} \\
 & = (a+c)(a+b-c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 40) \quad & (a-2c)(a-b+2c) \\
 \Rightarrow \quad & a^2-ab+2bc-4c^2 = -(a-2c)b+a^2-4c^2 \\
 & = -(a-2c)b+(a+2c)(a-2c) \\
 & = (a-2c)(a-b+2c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 41) \quad & (a-b)(a+b)(a+c) \\
 \Rightarrow \quad & \text{차수가 가장 낮은 문자 } c \text{에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^3-ab^2-b^2c+a^2c &= (a^2-b^2)c+a(a^2-b^2) \\
 &= (a^2-b^2)(a+c) \\
 &= (a-b)(a+b)(a+c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 42) \quad & (a+b)(a-b)(a-c) \\
 \Rightarrow \quad & a^3-ab^2+b^2c-a^2c = c(b^2-a^2)+a(a^2-b^2) \\
 &= a(a^2-b^2)-c(a^2-b^2) \\
 &= (a^2-b^2)(a-c) \\
 &= (a+b)(a-b)(a-c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 43) \quad & (a+b)(a-b)(b-c) \\
 \Rightarrow \quad & a^2b+b^2c-b^3-a^2c = -(a^2-b^2)c+b(a^2-b^2) \\
 &= (a^2-b^2)(b-c) \\
 &= (a+b)(a-b)(b-c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 44) \quad & (3a-c)(3a+b+c) \\
 \Rightarrow \quad & 9a^2+3ab-bc-c^2 = (3a-c)b+9a^2-c^2 \\
 &= (3a-c)b+(3a-c)(3a+c) \\
 &= (3a-c)(3a+b+c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 45) \quad & (a-b)(c-b)(c-a) \\
 \Rightarrow \quad & ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a) \\
 &= a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2 \\
 &= (a-b)c^2-(a^2-b^2)c+ab(a-b) \\
 &= (a-b)c^2-(a-b)(a+b)c+ab(a-b) \\
 &= (a-b)\{c^2-(a+b)c+ab\} \\
 &= (a-b)(c-b)(c-a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 46) \quad & (a-b)(a-c)(c-b) \\
 \Rightarrow \quad & a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2) \\
 &= (c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b) \\
 &= (c-b)\{a^2-(b+c)a+bc\} \\
 &= (c-b)(a-b)(a-c) \\
 &= (a-b)(a-c)(c-b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 47) \quad & (x-1)(x+4y+3) \\
 \Rightarrow \quad & \text{주어진 식을 } y \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\
 & x^2+4xy+2x-4y-3 \\
 &= 4(x-1)y+x^2+2x-3 \\
 &= 4(x-1)y+(x-1)(x+3) \\
 &= (x-1)(x+4y+3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 48) \quad & (x-2y+2)(x+y-1) \\
 \Rightarrow \quad & \text{주어진 식을 } x \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\
 & x^2-xy-2y^2+x+4y-2 \\
 &= x^2-(y-1)x-2(y^2-2y+1) \\
 &= x^2-(y-1)x-2(y-1)^2 \\
 &= \{x-2(y-1)\}\{x+(y-1)\} \\
 &= (x-2y+2)(x+y-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 49) \quad & (x^2+z)(y-xz) \\
 \Rightarrow \quad & x^2y-x^3z+yz-xz^2 = y(x^2+z)-xz(x^2+z) \\
 &= (x^2+z)(y-xz)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 50) \quad & (x-y)(x-y+2z) \\
 \Rightarrow \quad & x^2+y^2-2yz+2zx-2xy = 2(x-y)z+x^2-2xy+y^2 \\
 &= 2(x-y)z+(x-y)^2 \\
 &= (x-y)(x-y+2z)
 \end{aligned}$$

51) $(x+y-3)(2x+y+1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 2x^2 + y^2 + 3xy - 5x - 2y - 3 \\ &= 2x^2 + (3y-5)x + y^2 - 2y - 3 \\ &= 2x^2 + (3y-5)x + (y+1)(y-3) \\ &= (x+y-3)(2x+y+1) \end{aligned}$$

52) $(x+y-4)(2x-y-3)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 2x^2 + xy - y^2 - 11x + y + 12 \\ &= 2x^2 + (y-11)x - (y^2 - y - 12) \\ &= 2x^2 + (y-11)x - (y+3)(y-4) \end{aligned}$$

x	$y-4$	$\rightarrow 2(y-4)x$
$2x$	$-(y+3)$	$\rightarrow \frac{-(y+3)x}{(y-11)x} +$

$$\begin{aligned} &= (x+y-4)\{2x-(y+3)\} \\ &= (x+y-4)(2x-y-3) \end{aligned}$$

53) $(x+y-2)(x+3y+1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2 + 4xy + 3y^2 - x - 5y - 2 \\ &= x^2 + (4y-1)x + 3y^2 - 5y - 2 \\ &= x^2 + (4y-1)x + (y-2)(3y+1) \end{aligned}$$

x	$y-2$	$\rightarrow (y-2)x$
x	$3y+1$	$\rightarrow \frac{(3y+1)x}{(4y-1)x} +$

$$= (x+y-2)(x+3y+1)$$

54) $(x+y+2)(x-2y+3)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2 - xy - 2y^2 + 5x - y + 6 \\ &= x^2 - (y-5)x - (2y^2 + y - 6) \\ &= x^2 - (y-5)x - (y+2)(2y-3) \end{aligned}$$

x	$y+2$	$\rightarrow (y+2)x$
x	$-(2y-3)$	$\rightarrow \frac{-(2y-3)x}{-(y-5)x} +$

$$\begin{aligned} &= (x+y+2)\{x-(2y-3)\} \\ &= (x+y+2)(x-2y+3) \end{aligned}$$

55) $(x-2y+1)(x+3y+1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2 - 6y^2 + xy + 2x + y + 1 \\ &= x^2 + (y+2)x - (6y^2 - y - 1) \\ &= x^2 + (y+2)x - (2y-1)(3y+1) \end{aligned}$$

x	$-(2y-1)$	$\rightarrow -(2y-1)x$
x	$3y+1$	$\rightarrow \frac{(3y+1)x}{(y+2)x} +$

$$\begin{aligned} &= \{x-(2y-1)\}(x+3y+1) \\ &= (x-2y+1)(x+3y+1) \end{aligned}$$

56) $(x-3y+1)(x-y+2)$

\Rightarrow 문자 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 3y^2 + 3x - 7y + 2 \\ &= x^2 - (4y-3)x + (3y^2 - 7y + 2) \\ &= x^2 - (4y-3)x + (3y-1)(y-2) \\ &= \{x-(3y-1)\}\{x-(y-2)\} \\ &= (x-3y+1)(x-y+2) \end{aligned}$$

57) $(3x+3y-2)(x+y+2)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 3x^2 + 3y^2 + 6xy + 4x + 4y - 4 \\ &= 3x^2 + 2x(3y+2) + 3y^2 + 4y - 4 \\ &= 3x^2 + 2x(3y+2) + (3y-2)(y+2) \\ &= (3x+3y-2)(x+y+2) \end{aligned}$$

58) $(x+y-1)(x^2+x+y+1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^3 + yx^2 + 2yx + y^2 - 1 \\ &= y^2 + y(x^2 + 2x) + x^3 - 1 \\ &= y^2 + y(x^2 + 2x) + (x-1)(x^2 + x + 1) \\ &= (y+x-1)(y+x^2+x+1) \\ &= (x+y-1)(x^2+x+y+1) \end{aligned}$$

59) $(x-1)^2(x+2)$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2$ 로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

1	1	0	-3	2
		1	1	-2
	1	1	-2	0

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x^2+x-2) \\ &= (x-1)(x-1)(x+2) \\ &= (x-1)^2(x+2) \end{aligned}$$

60) $(x+1)(x-2)(x-3)$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 하면

$$f(-1) = -1 - 4 - 1 + 6 = 0$$

이므로 다음과 같이 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x^2-5x+6) \\ &= (x+1)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

61) $(x-1)(x+2)(x-3)$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면

$$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 \text{이므로 } x-1 \text{은 } f(x) \text{의 인수이다.}$$

조립제법을 이용하여

1	1	-2	-5	6
		1	-1	-6
	1	-1	-6	0

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^2-x-6 이므로

$$\begin{aligned} & x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \\ &= (x-1)(x^2-x-6) \\ &= (x-1)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

62) $(x+1)(x-2)(x-5)$

 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ 으로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -6 & 3 & 10 \\ & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^2 - 7x + 10) \\ = (x+1)(x-2)(x-5)$$

63) $(x+1)(x-3)(2x-1)$

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ 으로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -4 & 3 \\ & & -2 & 7 & -3 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(2x^2 - 7x + 3) \\ = (x+1)(x-3)(2x-1)$$

64) $(x+1)^2(x-3)$

 $\Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$ 으로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^2 - 2x - 3) \\ = (x+1)(x+1)(x-3) \\ = (x+1)^2(x-3)$$

65) $(x-2)(x+2)(x-3)$

 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ 로 놓으면 $f(2) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2 - x - 6) \\ = (x-2)(x+2)(x-3)$$

66) $(x-1)(x+3)(2x-1)$

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ 으로 놓으면 $f(1) = 0$ 이

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & -8 & 3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x - 3) \\ = (x-1)(x+3)(2x-1)$$

67) $(x-2)(2x+1)(x-3)$

 $\Rightarrow f(2) = 16 - 36 + 14 + 6 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -9 & 7 & 6 \\ & & 4 & -10 & -6 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & 0 \end{array}$$

$$\therefore f(x) = (x-2)(2x^2 - 5x - 3) \\ = (x-2)(2x+1)(x-3)$$

68) $(x+1)(x-4)(2x+1)$

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 11x - 4$ 로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -11 & -4 \\ & & -2 & 7 & 4 \\ \hline & 2 & -7 & -4 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(2x^2 - 7x - 4) \\ = (x+1)(x-4)(2x+1)$$

69) $(x-1)^2(x+1)(x+2)$

$$\Rightarrow x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x-1)(x+1)(x^2 + x - 2) \\ = (x-1)(x+1)(x-1)(x+2) \\ = (x-1)^2(x+1)(x+2)$$

70) $(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$

 $\Rightarrow f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ 으로 놓으면 $f(1) = 0, f(-1) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ & & 1 & -4 & 1 & 6 \\ \hline -1 & 1 & -4 & 1 & 6 & 0 \\ & & -1 & 5 & -6 & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2 - 5x + 6) \\ = (x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$$

71) $(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

 $\Rightarrow f(x) = x^4 - 15x^2 - 10x + 24$ 로 놓으면 $f(1) = 0, f(-2) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & -15 & -10 & 24 \\ & & 1 & 1 & -14 & -24 \\ \hline -2 & 1 & 1 & -14 & -24 & 0 \\ & & -2 & 2 & 24 & \\ \hline & 1 & -1 & -12 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x^2 - x - 12) \\ = (x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$$

72) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-2)$

 $\Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$ 로 놓으면
$$f(1) = 0, f(-1) = 0$$
이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -7 & -1 & 6 \\ & & 1 & 2 & -5 & -6 \\ \hline -1 & 1 & 2 & -5 & -6 & 0 \\ & & -1 & -1 & 6 & \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x^2 + x - 6) \\ = (x+1)(x-1)(x+3)(x-2)$$

73) $(x-1)(x+1)(2x-1)(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 2 & 3 & -4 & -3 & 2 \\ & & 2 & 5 & 1 & -2 \\ \hline -1 & 2 & 5 & 1 & -2 & 0 \\ & & -2 & -3 & 2 & \\ \hline & 2 & 3 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x+1)(2x^2 + 3x - 2) \\ = (x-1)(x+1)(2x-1)(x+2)$$

74) $(x-1)(x+1)(x+3)(2x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 2 & 5 & -5 & -5 & 3 \\ & & 2 & 7 & 2 & -3 \\ \hline -1 & 2 & 7 & 2 & -3 & 0 \\ & & -2 & -5 & 3 & \\ \hline -3 & 2 & 5 & -3 & 0 & \\ & & -6 & 3 & & \\ \hline & 2 & -1 & 0 & & \end{array}$$

$$(x-1)(x+1)(x+3)(2x-1)$$

75) $(x+1)(x-1)(x+2)(x+3)$

⇒ $P(x) = x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$ 이라 하면

$$P(-1) = 1 - 5 + 5 + 5 - 6 = 0,$$

$$P(1) = 1 + 5 + 5 - 5 - 6 = 0$$

이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ & & -1 & -4 & -1 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 4 & 1 & -6 & 0 \\ & & 1 & 5 & 6 & \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x+1)(x-1)(x^2 + 5x + 6) \\ = (x+1)(x-1)(x+2)(x+3)$$

76) $(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

⇒ $f(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ 로 놓으면

$$f(1) = 0, f(-2) = 0 \text{이므로}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\ & & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline -2 & 1 & 3 & -4 & -12 & 0 \\ & & -2 & -2 & 12 & \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x^2 + x - 6) \\ = (x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$$

77) 997

⇒ $a = 998$ 로 놓으면

$$998^3 - 1 = a^3 - 1 = (a-1)(a^2 + a + 1)$$

$$999^2 - 998 = (a+1)^2 - a = a^2 + a + 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{998^3 - 1}{999^2 - 998} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1 = 997$$

78) 499

⇒ $500 = x$ 로 놓으면

$$\frac{500^3 - 1}{501 \times 500 + 1} = \frac{x^3 - 1}{(x+1)x + 1} \\ = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ = x - 1 = 500 - 1 = 499$$

79) $\frac{1}{150}$

⇒ $151 = x$ 로 놓으면

$$\frac{152 \times 151 + 1}{151^3 - 1} = \frac{(x+1)x + 1}{x^3 - 1} \\ = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \\ = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{151-1} = \frac{1}{150}$$

80) 26

⇒ $29 = x$ 로 놓으면

$$\frac{27^2 - 1}{29^2 - 1} \times \frac{29^3 + 1}{29^2 - 29 + 1} \\ = \frac{(x-2)^2 - 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} \\ = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} \times \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} \times (x+1) \\ = x - 3 = 29 - 3 = 26$$

81) 2013

⇒ $x = 2016$ 로 놓으면

$$\frac{x^3 - 3^3}{x(x+3) + 9} = \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x^2 + 3x + 9)} = x - 3$$

따라서 구해야 하는 값은 2013이다.

82) 2014

⇒ $2017 = x$ 라고 하면

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{(x-2)^2 - 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} \\ &= \frac{x^2 - 4x + 3}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x-3)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= \frac{x-3}{x+1} \times (x+1) \\ &= x - 3 \\ &= 2014 \end{aligned}$$

83) 3200

⇒ $A = 18$ 이라 하면

$$A^3 - 6A^2 - 36A - 40 = (A+2)(A^2 - 8A - 20) \\ = (A+2)^2(A-10)$$

$$A = 18 \text{을 대입하면 } 20^2 \times 8 = 3200 \text{이다.}$$

84) 1000000

⇒ $97 = a$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}
 & 97^3 + 3 \cdot 97^2 \cdot 3 + 3 \cdot 97 \cdot 3^2 + 3^3 \\
 &= a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 3 + 3 \cdot a \cdot 3^2 + 3^3 \\
 &= (a+3)^3 = (97+3)^3 \\
 &= 100^3 = 1000000
 \end{aligned}$$

85) 1000000

⇒ 103 = a로 놓으면

$$\begin{aligned}
 & 103^3 - 3 \cdot 103^2 \cdot 3 + 3 \cdot 103 \cdot 3^2 - 3^3 \\
 &= a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 3 + 3 \cdot a \cdot 3^2 - 3^3 \\
 &= (a-3)^3 = (103-3)^3 \\
 &= 100^3 = 1000000
 \end{aligned}$$

86) 정삼각형

⇒

$$\begin{aligned}
 & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\
 &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\
 &= (a+b+c) \left\{ \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \right\} \\
 &= \frac{1}{2}(a+b+c) \{ (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \} \\
 &= \frac{1}{2}(a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}(a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

이때, $a+b+c > 0$ 이므로

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \quad \therefore a = b = c$$

따라서 정삼각형이다.

87) $a=b$ 인 이등변삼각형

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow a^3 + a^2c - ab^2 - b^2c &= (a^2 - b^2)c + a(a^2 - b^2) \\
 &= (a^2 - b^2)(a+c) \\
 &= (a-b)(a+b)(a+c)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (a-b)(a+b)(a+c) = 0$$

이때, $a+b > 0$, $a+c > 0$ 이므로

$$a-b=0 \quad \therefore a=b$$

따라서 $a=b$ 인 이등변삼각형이다.88) 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow a^4 + a^2c^2 + b^2c^2 - b^4 &= (a^2 + b^2)c^2 + a^4 - b^4 \\
 &= (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) \\
 &= (a^2 + b^2)(c^2 + a^2 - b^2)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (a^2 + b^2)(c^2 + a^2 - b^2) = 0$$

이때, $a^2 + b^2 > 0$ 이므로

$$c^2 + a^2 - b^2 = 0 \quad \therefore a^2 + c^2 = b^2$$

따라서 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형이다.89) $a=c$ 인 이등변삼각형

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow ab(a+b) - bc(b+c) - ca(c-a) \\
 &= a^2b + ab^2 - b^2c - bc^2 - c^2a + ca^2 \\
 &= (b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - b^2c - bc^2 \\
 &= (b+c)a^2 + (b+c)(b-c)a - bc(b+c) \\
 &= (b+c) \{ a^2 + (b-c)a - bc \} \\
 &= (b+c)(a+b)(a-c)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (b+c)(a+b)(a-c) = 0$$

이때, $b+c > 0$, $a+b > 0$ 이므로

$$a-c=0 \quad \therefore a=c$$

따라서 $a=c$ 인 이등변삼각형이다.90) 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow a^2(a+b) - a(b^2 + c^2) - bc^2 - b^3 \\
 &= a^3 + a^2b - ab^2 - ac^2 - bc^2 - b^3 \\
 &= -c^2(a+b) + a^2(a+b) - b^2(a+b) \\
 &= (a+b)(a^2 - b^2 - c^2)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (a+b)(a^2 - b^2 - c^2) = 0$$

이때, $a+b > 0$ 이므로 $a^2 - b^2 - c^2 = 0 \quad \therefore a^2 = b^2 + c^2$ 따라서 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.91) 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

⇒

$$\begin{aligned}
 b^2(a^2 + b^2) - c^2(c^2 - a^2) &= a^2b^2 + b^4 - c^4 + c^2a^2 \\
 &= a^2(b^2 + c^2) + b^4 - c^4 \\
 &= a^2(b^2 + c^2) + (b^2 + c^2)(b^2 - c^2) \\
 &= (b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$

이때, $b^2 + c^2 > 0$ 이므로 $a^2 + b^2 - c^2 = 0 \quad \therefore a^2 + b^2 = c^2$ 따라서 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.92) $b=c$ 인 이등변삼각형

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (b-c)a^2 + (c+a)b^2 - (a+b)c^2 \\
 &= a^2b - ca^2 + b^2c + ab^2 - c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 + (b^2 - c^2)a + b^2c - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 + (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\
 &= (b-c) \{ a^2 + (b+c)a + bc \} \\
 &= (b-c)(a+b)(a+c)
 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (b-c)(a+b)(a+c) = 0$$

이때, $a+b > 0$, $a+c > 0$ 이므로 $b-c=0 \quad \therefore b=c$ 따라서 $b=c$ 인 이등변삼각형이다.