

교과서 변형문제 기본



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

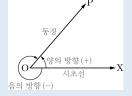
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[일반각]

•동경 OP의 일반각:

시초선 OX와 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기가 α 일 때, $\angle XOP$ 의 크기 360 $^{\circ} \times n + \alpha$ $^{\circ}$ (단, n은 정수)를 일반각이라 한다.



[두 동경의 위치 관계]

- •두 각 θ_1 과 θ_2 를 나타내는 동경의 위치관계 (n은 정수)
- (1) 일치 \Rightarrow $\theta_2 \theta_1 = 360\,^{\circ} \times n$
- (2) x축에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1 + \theta_2 = 360\,^{\circ} \times n$
- (3) y축에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1+\theta_2=360\,^{\circ} imes n+180\,^{\circ}$
- (4) 직선 $y\!=\!x$ 에 대하여 대칭 \Rightarrow $\theta_1\!+\!\theta_2\!=\!360\,^\circ\!\times\!n\!+\!90\,^\circ$
- (5) 일직선 위에 있고 방향이 반대 \Rightarrow $\theta_2 \theta_1 = 360\degree \times n + 180\degree$

[호도법]

- 1라디안(radian): 반지름의 길이가 r인 원에서 길이가 r인 호에 대한 중심각의 크기
- 호도법: 라디안을 단위로 하여 각의 크기를 나타내는 방법 $1라디안=\frac{180\,^\circ}{\pi},\;1\,^\circ=\frac{\pi}{180}$ 라디안

[부채꼴의 호의 길이와 넓이]

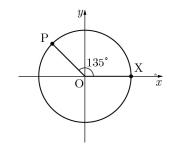
- 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ (라디안)인 부채꼴의 호의 길이를 l, 부채꼴의 넓이를 S라 할 때
- (1) $l = r\theta$

(2)
$$S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$

기본문제

[문제]

다음 중 동경 OP와 겹쳐지지 <u>않는</u> 각을 고르시



- ① 495°
- $2675\,^{\circ}$
- 3855°
- $(4) 225^{\circ}$
- $(5) 585^{\circ}$

[문제]

2. 다음 각의 동경이 나타내는 일반각을 $360^{\circ} \times n + \alpha^{\circ}$ 꼴로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은? (단, n은 정수, $0^{\circ} \le \alpha^{\circ} < 360^{\circ}$)

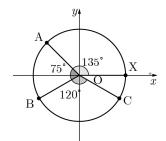
- ① $50^{\circ} = 360^{\circ} \times n + 50^{\circ}$
- ② $380^{\circ} = 360^{\circ} \times n + 20^{\circ}$
- $3750^{\circ} = 360^{\circ} \times n + 30^{\circ}$
- $\bigcirc 4 110^{\circ} = 360^{\circ} \times n + 250^{\circ}$
- $(5) 420^{\circ} = 360^{\circ} \times n + 120^{\circ}$

[문제]

3. 다음 주어진 각과 사분면이 알맞게 짝지어진 것을 고르시오.

- ① 370°, 제4사분면
- ② -110°, 제2사분면
- ③ 980°, 제3사분면
- ④ -500°, 제1사분면
- ⑤ -660°, 제2사분면

4. 다음 그림에서 $\angle XOA = \alpha$, $\angle XOB = \beta$, $\angle XOC = \gamma$ 일 때, $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값을 호도법으로 나타 낸 것은? (단, $0 < \alpha < \pi$, $\pi < \beta < 2\pi$, $\pi < \gamma < 2\pi$)



- ① $\frac{11}{4}\pi$
- $3\frac{13}{4}\pi$

- 5. 반지름의 길이가 2, 중심각의 크기가 $\frac{1}{4}\pi$ 인 부채 꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 할 때, l+S의 값 은?
 - ① $\frac{1}{4}\pi$
- ② $\frac{1}{2}\pi$
- $\Im \pi$
- $4) 2\pi$
- (5) 3π

평가문제

[스스로 확인하기]

- **6.** 중심각의 크기가 $\frac{5}{6}\pi$ 이고 호의 길이가 5π 인 부 채꼴의 반지름의 길이를 a, 넓이를 $b\pi$ 라 할 때, a+b의 값은?
 - ① 21
- ② 22
- 3 23
- (4) 24
- (5) 25

[스스로 확인하기]

- **7.** 다음에서 옳지 <u>않은</u> 것을 고르시오.

 - ① $15^{\circ} = \frac{1}{12}\pi$ ② $330^{\circ} = \frac{11}{12}\pi$
 - $3450^{\circ} = \frac{5}{2}\pi$ $450^{\circ} = 72^{\circ}$
 - (5) $\frac{1}{12}\pi \times 5 = 75^{\circ}$

[스스로 확인하기]

- **8.** $\frac{37}{12}\pi$ 가 제a사분면의 각이고, $-\frac{7}{6}\pi$ 의 동경을 일 반각으로 나타낸 것이 $2n\pi+\theta$ 일 때, $\frac{a}{n}\pi+\theta$ 는 제 몇 사분면의 각인가? (단, n은 정수, $0 \le \theta < 2\pi$)
 - ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ x축 위

[스스로 확인하기]

9. 반지름의 길이가 3, 호의 길이가 $\frac{1}{2}\pi$ 인 부채꼴의 중심각의 크기 θ 와 넓이 S의 합 $\theta+S$ 의 값은?

①
$$\frac{2}{3}\pi$$

$$\bigcirc \frac{3}{4}\pi$$

$$3\frac{5}{6}\pi$$

$$4 \frac{11}{12} \pi$$

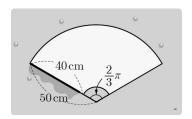
 \odot π

[스스로 확인하기]

- ${f 10}$. 둘레의 길이가 28인 부채꼴 중에서 넓이가 최대 인 부채꼴의 반지름의 길이를 r_1 , 그때의 넓이를 S_1 라 할 때, $r_1 + S_1$ 의 값은?
 - 1) 42
- 2 49
- 3 56
- **(4)** 63
- (5) 70

[스스로 확인하기]

11. 다음 그림과 같이 길이가 50 cm 인 어느 자동차의 와이퍼는 유리를 닦는 부분의 길이가 40 cm 이고, $\frac{2}{3}\pi$ 만큼 회전한다. 이 와이퍼가 유리를 닦는 부분 의 넓이를 구하시오. (단, 닦인 면은 부채꼴의 일부 로 생각한다.)



- ① $600\pi \text{ cm}^2$
- ② $700\pi \text{ cm}^2$
- $3 800 \pi \text{ cm}^2$
- $4) 900\pi \text{ cm}^2$
- $(5) 1000\pi \text{ cm}^2$

[스스로 마무리하기]

- 12. 크기가 다음과 같은 각을 나타내는 동경 중에서 315°를 나타내는 동경과 일치하는 것은?

- $\frac{5}{4}\pi$

[스스로 마무리하기]

- **13.** 각 θ 가 제2사분면의 각일 때, 각 2θ 는 제 몇 사 분면의 각인가?
 - ① 제1, 2사분면
- ② 제1. 3사분면
- ③ 제2, 3사분면
- ④ 제2, 4사분면
- ⑤ 제3. 4사분면

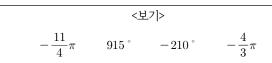
[스스로 마무리하기]

- **14.** 둘레의 길이가 100인 부채꼴 중에서 넓이가 최대 인 부채꼴의 반지름의 길이는?
 - ① 40
- 3 20
- **4**) 10

⑤ 5

유사문제

15. 다음 〈보기〉의 각 중에서 $\frac{11}{4}\pi$ 와 같은 사분면에 속하는 각의 개수는?



- ① 0개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개
- **16.** 다음 중 제 2 사분면의 각은?
 - $\bigcirc 100^{\circ}$
- ② -50°
- 3 50°
- 4 100°
- ⑤ 200°
- 17. 다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것 은?

<보기>

¬. 740°는 제1사분면의 각이다.

 $-210^{\circ} = -\frac{4}{2}\pi$

- C. 반지름의 길이가 30이고 호의 길이가 20인 부채꼴의 중심각의 크기는 $\frac{2}{3}$ 라디안이다.

- ③ ¬, ⊏
- ④ ∟. ⊏
- ⑤ 7, ∟, ⊏

- **18.** $\pi < \theta < 2\pi$ 이고 각 θ 를 나타내는 동경과 각 7θ 를 나타내는 동경이 일직선 위에 있고 방향이 반대일 때, 각 θ 의 크기를 모두 합한 값은?
 - ① $\frac{8}{3}\pi$
- $\bigcirc 3\pi$
- $\Im \frac{9}{2}\pi$
- 45π
- ⑤ $\frac{16}{3}\pi$
- **19.** 호의 길이가 $4\pi \, \mathrm{cm}$ 이고, 넓이가 $12\pi \, \mathrm{cm}^2$ 인 부채 꼴의 반지름의 길이를 r라 하고 중심각의 크기를 heta라 할 때, θ 의 값은?

- $4 \frac{2\pi}{3}$
- **20.** 둘레의 길이가 2k인 부채꼴 중에서 그 넓이가 최 대인 부채꼴의 반지름과 중심각의 크기를 바르게 구 한 것은? (단, k>0이고 중심각은 호도법으로 나타 낸다.)
 - ① 4k, 2
- ② 2k, 3
- 3k, 2
- $(4) \frac{k}{2}, 2$
- ⑤ $\frac{k}{4}$, 3

4

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 주어진 동경 OP와 겹쳐지는 각은

 $360^{\circ} \times n + 135^{\circ} (n$ 은 정수)꼴로 나타나는 각이다.

①
$$495^{\circ} = 360^{\circ} \times 1 + 135^{\circ}$$

$$3855° = 360° \times 2 + 135°$$

$$\bigcirc -225^{\circ} = 360^{\circ} \times (-1) + 135^{\circ}$$

$$(5) -585^{\circ} = 360^{\circ} \times (-2) + 135^{\circ}$$

2) [정답] ⑤

[해설] ①
$$50^{\circ} = 360^{\circ} \times 0 + 50^{\circ}$$

②
$$380^{\circ} = 360^{\circ} \times 1 + 20^{\circ}$$

$$3750^{\circ} = 360^{\circ} \times 2 + 30^{\circ}$$

$$4 -110^{\circ} = 360^{\circ} \times (-1) + 250^{\circ}$$

$$(5)$$
 $-420^{\circ} = 360^{\circ} \times (-2) + 300^{\circ}$

3) [정답] ③

[해설] ① 370°은 360°×1+10°이므로 제1사분면의 각이다.

② $-110\degree = 360\degree \times (-1) + 250\degree$ 이므로 제3사분 면의 각이다.

③ $980\degree = 360\degree \times 2 + 260\degree$ 이므로 제3사분면의 각이다.

④ $-500\degree = 360\degree \times (-2) + 220\degree$ 이므로 제3사분 면의 각이다.

⑤ $-660\degree = -360\degree \times 2 + 60\degree$ 이므로 제1사분면의 각이다.

4) [정답] ⑤

[해설]
$$\angle$$
 XOA = $135^{\circ} = \frac{135}{180}\pi = \frac{3}{4}\pi = \alpha$

$$\angle$$
 XOB = $135^{\circ} + 75^{\circ} = 210^{\circ} = \frac{210}{180}\pi = \frac{7}{6}\pi = \beta$

$$\angle$$
 XOC = $135^{\circ} + 75^{\circ} + 120^{\circ} = 330^{\circ}$

$$= \frac{330}{180}\pi = \frac{11}{6}\pi = \gamma$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = \frac{15}{4}\pi$$

5) [정답] ③

[해설] 반지름이 2, 중심각의 크기가 $\frac{1}{4}\pi$ 이므로

$$l = \frac{1}{2}\pi$$
, $S = \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}\pi$ 이다.
따라서 $l + S = \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi = \pi$

6) [정답] ①

[해설] 반지름의 길이가 a. 중심각의 크기가 $\frac{5}{6}\pi$ 인

부채꼴의 호의 길이가 5π이므로

$$a \times \frac{5}{6}\pi = 5\pi, \ a = 6$$

따라서 부채꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 5\pi = 15\pi$$
, $b = 15$

$$\therefore a+b=21$$

7) [정답] ②

[해설] ①
$$15^{\circ} = \frac{15}{180}\pi = \frac{1}{12}\pi$$

②
$$330^{\circ} = \frac{330}{180}\pi = \frac{11}{6}\pi$$

$$3450^{\circ} = \frac{450}{180}\pi = \frac{5}{2}\pi$$

$$4 \frac{2}{5}\pi = \frac{2}{5} \times 180^{\circ} = 72^{\circ}$$

(5)
$$\frac{1}{12}\pi \times 5 = \frac{1}{12} \times 180^{\circ} \times 5 = 75^{\circ}$$

8) [정답] 4

[해설]
$$\frac{37}{12}\pi = 2\pi + \pi + \frac{1}{12}\pi$$
는 제3사분면의 각이므로 $a=3$
$$-\frac{7}{6}\pi = 2\times(-1)\pi + \frac{5}{6}\pi$$
이므로 $n=-1$, $\theta=\frac{5}{6}\pi$

따라서
$$-3\pi + \frac{5}{6}\pi = 2 \times (-2)\pi + \frac{11}{6}\pi$$
이므로 제4
사분명의 같이다

9) [정답] ④

[해설] 호의 길이 $l=r\theta$ 에서 $l=\frac{1}{2}\pi$, r=3이므로

$$\frac{1}{2}\pi = 3 \times \theta, \ \theta = \frac{1}{6}\pi$$

부채꼴의 넓이 $S=\frac{1}{2}rl$ 에서 r=3, $l=\frac{1}{2}\pi$ 이므로

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{2}\pi = \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore \theta + S = \frac{1}{6}\pi + \frac{3}{4}\pi = \frac{11}{12}\pi$$

10) [정답] ③

[해설] 부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면 둘레의 길이가 28이므로 2r+l=28, l=28-2r … \bigcirc

한편 부채꼴의 넓이는 $S = \frac{1}{2} r l$ 이므로 이 식에 \bigcirc

을 대입하면

$$S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(28 - 2r)$$
$$= -r^2 + 14r = -(r - 7)^2 + 49$$

따라서 반지름의 길이가 7일 때 넓이의 최댓값은 49이므로 합은 56이다.

11) [정답] ③

[해설] 구하는 넓이는 반지름의 길이가 $50~{
m cm}$, 중심

각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 넓이에서 반지름의

길이가 $10~{\rm cm}$, 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 넓이를 뺀 것과 같으므로 구하는 넓이를 S라 하면

$$\begin{split} S &= \frac{1}{2} \times 50^2 \times \frac{2}{3} \pi - \frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{2}{3} \pi \\ &= \frac{1}{2} \times (50^2 - 10^2) \times \frac{2}{3} \pi = 800 \pi \text{ (cm}^2) \end{split}$$

12) [정답] ③

$$315\degree = \frac{315}{180}\pi = \frac{7}{4}\pi$$
에서
$$-\frac{1}{4}\pi = 2\pi \times (-1) + \frac{7}{4}\pi$$
이므로

 $315\,^{\circ}$ 를 나타내는 동경은 $-\frac{1}{4}\pi$ 를 나타내는 동경과 일치한다.

13) [정답] ⑤

[해설] 각 θ 가 제2사분면의 각이므로 정수 n에 대하 여 $2n\pi+\frac{\pi}{2}<\theta<2n\pi+\pi$

 $4n\pi + \pi < 2\theta < 4n\pi + 2\pi$ 따라서 2θ 는 제3, 4사분면의 각이다.

14) [정답] ②

[해설] 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 할 때, 부채꼴의 둘레의 길이는 2r+l=100이므로

l = 100 - 2r

부채꼴의 넓이는

$$S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(100 - 2r)$$

$$=-r^2+50r=-(r-25)^2+25^2$$

따라서 부채꼴의 넓이의 최대일 때, 반지름의 길이는 25이다.

15) [정답] ③

[해설] $\frac{11}{4}\pi = 2\pi + \frac{3}{4}\pi$ 이므로 제2사분면의 각이다.

$$-\frac{11}{4}\pi = 2\pi \times (-2) + \frac{5}{4}\pi$$
이므로 제3사분면의 각

915°=360°×2+195°이므로 제3사분면의 각이

 $-210\degree = 360\degree \times (-1) + 150\degree$ 이므로 제2사분면의 각이다.

 $-\frac{4}{3}\pi$ 은 제2사분면의 각이다.

따라서 제2사분면의 각에 속하는 각은

-210°과 $-\frac{4}{3}\pi$ 로 총 2개다.

16) [정당] ④

[해설] ① $-150\degree=360\degree imes(-1)+210\degree$: 제3사분면

② -50°=360°×(-1)+310°: 제4사분면

③ 50°: 제1사분면

⑤ 200°: 제3사분면

17) [정답] ③

[해설] ㄱ. $740^{\circ} = 360^{\circ} \times 2 + 20^{\circ}$ 이므로 제1사분면의 각 (참)

ㄴ.
$$-210\degree = -210 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{7}{6}\pi$$
 (거짓)

t c. 부채꼴의 중심각의 크기를 heta라 하면

 $20 = 30 \times \theta$ 이므로 $\theta = \frac{2}{3}$ 라디안 (참)

18) [정답] ③

[해설] θ 와 7θ 가 일직선상에 있으므로

$$7 heta=2n\pi+(heta-\pi),\;\; heta=rac{2n-1}{6}\pi$$
 $\pi< heta<2\pi$ 이므로 가능한 $heta$ 는 $rac{7}{6}\pi,\;rac{3}{2}\pi,\;rac{11}{6}\pi$

따라서 모두 합치면 $\frac{9}{2}\pi$ 이다.

19) [정답] ④

[해설]
$$r\theta = 4\pi$$
, $\frac{1}{2}r^2\theta = 12\pi$

$$\frac{1}{2}r(r\theta) = 12\pi$$
, $\frac{1}{2}r(4\pi) = 12\pi$, $r = 6$,

$$\theta = \frac{4}{6}\pi = \frac{2}{3}\pi$$

20) [정답] ④

[해설] 부채꼴의 반지름을 r이라고 하면

호의 길이는 2k-2r이다. 부채꼴의 넓이를 S라고 하면

$$S = \frac{1}{2}r(2k-2r)$$

$$=-r^2+kr$$

$$= -\left(r - \frac{k}{2}\right)^2 + \frac{k^2}{4} \circ | \Box |.$$

따라서 부채꼴의 넓이가 최대일 때

반지름은 $\frac{k}{2}$ 이다.

부채꼴의 중심각을 heta라고 하면

 $\frac{k}{2} \times \theta = k$ 이므로 $\theta = 2$ 이다.