



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-10  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

## [도함수의 정의]

미분가능한 함수  $y=f(x)$ 의 정의역의 각 원소  $x$ 에 미분계수  $f'(x)$ 를 대응시키면 새로운 함수

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

를 얻는다. 이때 이 함수  $f'(x)$ 를  $f(x)$ 의 도함수라 한다.

[함수  $x^n$ 과 상수함수의 도함수]

$$(1) y = x^n \ (n \geq 2 \text{인 정수}) \Rightarrow y' = nx^{n-1}$$

$$(2) y = x \Rightarrow y' = 1$$

$$(3) y = c \ (c \text{는 상수}) \Rightarrow y' = 0$$

## [함수의 실수배, 합, 차의 미분법]

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$(1) \{cf(x)\}' = cf'(x) \ (\text{단, } c \text{는 상수})$$

$$(2) \{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$$

$$(3) \{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$$

## [곱의 미분법]

$$(1) \{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$(2) \{f(x)g(x)h(x)\}' = f'(x)g(x)h(x) + f(x)g'(x)h(x) + f(x)g(x)h'(x)$$

## 기본문제

[예제]

1. 함수  $y = x^2 + x$ 의 도함수는?

- ①  $y' = x$                       ②  $y' = x + 1$   
③  $y' = 2x$                     ④  $y' = 2x + 1$   
⑤  $y' = x^2 + x$

[문제]

2. 함수  $f(x) = 2x + 3$ 의 도함수는?

- ①  $f'(x) = 0$                     ②  $f'(x) = 1$   
③  $f'(x) = 2$                     ④  $f'(x) = 2x$   
⑤  $f'(x) = 2x + 3$

[문제]

3. 함수  $f(x) = x^2 - x$ 일 때,  $f'(2)$ 의 값은?

- ① 3                                  ② 4  
③ 5                                  ④ 6  
⑤ 7

[문제]

4. 함수  $y = x^5$ 의 도함수는?

- ①  $y' = x^4$                       ②  $y' = 5x^4$   
③  $y' = x^5$                       ④  $y' = 6x^5$   
⑤  $y' = x^6$

[문제]

5. 함수  $y = x^3 + x^2 + x + 2$ 를 미분하면?

- ①  $y' = x^2 + x + 1$               ②  $y' = x^2 + x + 2$   
③  $y' = 3x^2 + x + 1$             ④  $y' = 3x^2 + x + 2$   
⑤  $y' = 3x^2 + 2x + 1$

[문제]

6. 함수  $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여  $f(2) = 11$ ,  $f'(1) = 5$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.)

- ① 1                                  ② 2  
③ 3                                  ④ 4  
⑤ 5

[문제]

7. 어느 실험실에서 세균을 배양하는데 배양을 시작한 지  $t$ 시간 후 세균의 양을  $f(t)$ 라고 하면  $f(t)=t^2+4t$ 인 관계가 성립한다고 한다. 도함수  $f'(t)$ 를 구하면?

- ①  $f'(t)=t$                       ②  $f'(t)=t+4$   
 ③  $f'(t)=2t$                     ④  $f'(t)=2t+4$   
 ⑤  $f'(t)=t^2+4$

[문제]

8. 함수  $y=(x^2+1)(x+2)$ 를 미분하면?

- ①  $y'=3x^2+4x+1$             ②  $y'=3x^2+4x$   
 ③  $y'=3x^2+1$                 ④  $y'=x^2+4x$   
 ⑤  $y'=x^2+1$

[문제]

9. 함수  $y=(x+3)^2$ 을 미분하면?

- ①  $y'=x$                         ②  $y'=x+3$   
 ③  $y'=x+6$                     ④  $y'=2x$   
 ⑤  $y'=2x+6$

평가문제

[중단원 학습 점검]

10. 함수  $f(x)=x^2+x+2$ 에 대하여  $x=3$ 에서의 미분계수는?

- ① 1                                ② 3  
 ③ 5                                ④ 7  
 ⑤ 9

[중단원 학습 점검]

11. 두 함수  $f(x)=5x-1$ ,  $g(x)=3x^2$ 에 대하여  $f'(1)+g'(2)$ 의 값은?

- ① 16                                ② 17  
 ③ 18                                ④ 19  
 ⑤ 20

[중단원 학습 점검]

12. 함수  $f(x)=x^2+4x-1$ 를 미분하면?

- ①  $f'(x)=x+4$                 ②  $f'(x)=x-1$   
 ③  $f'(x)=2x+4$                ④  $f'(x)=2x-1$   
 ⑤  $f'(x)=x^2+4x$

[중단원 학습 점검]

13. 함수  $f(x)=x^2-x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h)-f(2)}{h}$ 의 값은?

- ① 6                                ② 7  
 ③ 8                                ④ 9  
 ⑤ 10

[중단원 학습 점검]

14. 함수  $f(x)=x^2+ax+b$ 에 대하여  $f(1)=0$ ,  $f'(1)=5$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.)

- ① 2                                ② 3  
 ③ 4                                ④ 5  
 ⑤ 6

[중단원 학습 점검]

15. 다항함수  $f(x)$ 와 그 도함수  $f'(x)$ 에 대하여

$\{f'(x)\}^2=4f(x)$ ,  $f(0)=4$ ,  $f'(0)=4$ 가 성립할 때,  $f(1)$ 의 값은?

- ① 6                                ② 7  
 ③ 8                                ④ 9  
 ⑤ 10

[대단원 학습 점검]

16. 함수  $f(x)=\begin{cases} ax+b & (x < 2) \\ x^2-x & (x \geq 2) \end{cases}$ 이  $x=2$ 에서 미분 가능하도록 하는 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① -2                                ② -1  
 ③ 0                                ④ 1  
 ⑤ 2

[대단원 학습 점검]

17. 함수  $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 3}{x + 1} = 1$$

일 때,  $f(2)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 2                      ② 3  
③ 4                      ④ 5  
⑤ 6

[대단원 학습 점검]

18. 다항함수

 $f(x) = x^2 + x + 1, g(x) = (x^2 - 1)^2$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x - 2} \text{의 값은?}$$

- ① 210                      ② 213  
③ 216                      ④ 219  
⑤ 222

[대단원 학습 점검]

19.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 + x^4 + x^2 - 3}{x - 1}$ 의 값은?

- ① 11                      ② 12  
③ 13                      ④ 14  
⑤ 15

유사문제

20. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{1}{2}x & (x < 2) \\ ax + b & (x \geq 2) \end{cases}$ 가  $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① -4                      ②  $-\frac{1}{2}$   
③  $\frac{1}{2}$                       ④ 4  
⑤  $\frac{9}{2}$

21. 함수  $f(x) = x^2$ 이다.  $x = 1$ 일 때, 미분계수  $f'(1)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2  
③ 3                      ④ 4  
⑤ 5

22. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 1} = 3$ 을 만족시킨다. $g(x) = x^2 f(x)$ 라고 할 때,  $g'(1)$ 의 값을 구하면?

- ① 2                      ② 3  
③ 5                      ④ 6  
⑤ 10

23. 다항식  $x^9 - x^4 + 1$ 을  $(x - 1)^2(x + 1)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라고 하자.  $R(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 2                      ② 3  
③ 6                      ④ 8  
⑤ 12

24. 함수  $f(x) = -x^2 + 2x + 6$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} \text{의 값은?}$$

- ① -8                      ② -4  
③ -2                      ④ 0  
⑤ 3

25. 함수  $f(x) = 3x^3 + 2x - 3$ 에 대하여  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가  $f'(x) = ax^2 + bx + c$ 일 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)

- ① 11                      ② 9  
③ 7                      ④ 5  
⑤ 3



## 정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설]  $y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^2 + (x+h)\} - (x^2 + x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 1)$$

$$= 2x + 1$$

따라서 함수  $y = x^2 + x$ 의 도함수는  $y' = 2x + 1$

2) [정답] ③

[해설]  $f(x) = 2x + 3$ 이므로  
도함수  $f'(x)$ 는

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(x+h) + 3\} - (2x + 3)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2$$

3) [정답] ①

[해설]  $f(x) = x^2 - x$ 이므로

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^2 - (x+h)\} - (x^2 - x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - h}{h} = 2x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f'(2) = 3$$

4) [정답] ②

[해설]  $y' = 5x^{5-1} = 5x^4$

5) [정답] ⑤

[해설]  $y = x^3 + x^2 + x + 2$ 를 미분하면

$$y' = (x^3)' + (x^2)' + (x)' + (2)'$$

$$y' = 3x^2 + 2x + 1$$

6) [정답] ⑤

[해설]  $f(x) = x^2 + ax + b$ 에서

$$f'(x) = 2x + a$$

이때  $f(2) = 4 + 2a + b = 11$ 이므로

$$2a + b = 7 \quad \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f'(1) = 2 + a = 5$ 이므로

$$a = 3$$

$a = 3$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $b = 1$

따라서  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ 이므로

$$f(1) = 5$$

7) [정답] ④

[해설]  $f(t) = t^2 + 4t$ 이므로

$$f'(t) = (t^2)' + (4t)'$$

$$= 2t + 4$$

8) [정답] ①

[해설]  $y = (x^2 + 1)(x + 2)$ 를 미분하면

$$y' = (x^2 + 1)'(x + 2) + (x^2 + 1)(x + 2)'$$

$$= 2x(x + 2) + (x^2 + 1)$$

$$= 3x^2 + 4x + 1$$

9) [정답] ⑤

[해설] 함수  $y = (x + 3)^2$ 을 미분하면

$$y' = (x + 3)'(x + 3) + (x + 3)(x + 3)'$$

$$= 2(x + 3)$$

$$= 2x + 6$$

10) [정답] ④

[해설]  $f(x) = x^2 + x + 2$ 에서

$$f'(x) = 2x + 1 \text{ 이므로}$$

$$f'(3) = 6 + 1 = 7$$

11) [정답] ②

[해설]  $f(x) = 5x - 1$ 이므로  $f'(x) = 5$

$$g(x) = 3x^2 \text{ 이므로 } g'(x) = 6x$$

$$\therefore f'(1) + g'(2) = 5 + 12 = 17$$

12) [정답] ③

[해설]  $f(x) = x^2 + 4x - 1$ 이므로

$$f'(x) = (x^2)' + (4x)' - (1)'$$

$$= 2x + 4$$

13) [정답] ④

[해설]  $f(x) = x^2 - x$ 에서  $f'(x) = 2x - 1$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{h} = 3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{3h}$$

$$= 3f'(2) \text{ 이므로}$$

$$3f'(2) = 9$$

14) [정답] ⑤

[해설]  $f(1) = 0$ 이므로

$$a + b = -1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f'(1) = 5$ 이고  $f'(x) = 2x + a$ 이므로

$$2 + a = 5$$

$$a = 3$$

$a = 3$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $b = -4$

따라서  $f(x) = x^2 + 3x - 4$ 이므로

$$f(2) = 4 + 6 - 4 = 6$$

15) [정답] ④

[해설]  $f(x)$ 가 상수함수이면  $f'(x) = 0$ 이므로 주어진 조건 중  $f'(0) = 4$ 에 모순이다.

$f(x)$ 를  $n$  ( $n$ 은 자연수)차 함수라 하면

$f'(x)$ 는  $(n-1)$ 차 함수이다.

$\{f'(x)\}^2 = 4f(x)$ 에서  
 좌변의 차수는  $(n-1)+(n-1)$ 이고,  
 우변의 차수는  $n$ 이므로  
 $2n-2=n$ 에서  $n=2$   
 즉,  $f(x)$ 는 이차함수이므로  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$  (단,  $a \neq 0$ )로 놓을 수 있다.  
 $f'(x) = 2ax + b$   
 $\{f'(x)\}^2 = 4f(x)$ 에서  
 $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ax^2 + 4bx + 4c$   
 즉,  $4a^2 = 4a$ ,  $4ab = 4b$ ,  $b^2 = 4c$ 이므로  
 $a=1$   
 또,  $f(0) = c = 4$ 이고  
 $f'(0) = b = 4$ 이므로  
 $f(x) = x^2 + 4x + 4$   
 $\therefore f(1) = 9$

16) [정답] ②

[해설] 함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 미분가능이면 연속이므로  
 $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = f(2)$ 에서  
 $2a+b=2 \dots \textcircled{1}$   
 또한, 함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 미분가능하므로  
 $x=2$ 에서 미분계수가 존재해야 한다.  
 $f'(x) = \begin{cases} a & (x < 2) \\ 2x-1 & (x \geq 2) \end{cases}$ 에서  
 $a=3$   
 $a=3$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $b=-4$   
 $\therefore a+b=-1$

17) [정답] ⑤

[해설]  $f(x) = x^3 + ax + b$ 이므로  $f'(x) = 3x^2 + a$   
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-3}{x+1} = 1$ 에서  
 $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) = 0$ 이므로  
 $\lim_{x \rightarrow -1} \{f(x)-3\} = 0$   
 즉,  $f(-1) = 3$ 이고  
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)} = f'(-1)$ 이므로  
 $f'(-1) = 1$ 이 성립한다.  
 $f(-1) = -1 - a + b = 3$ 에서  $a-b = -4 \dots \textcircled{1}$   
 $f'(-1) = 3 + a = 1$   
 $a = -2$   
 $a = -2$ 를  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $b = 2$   
 따라서  $f(x) = x^3 - 2x + 2$   
 $\therefore f(2) = 8 - 4 + 2 = 6$

18) [정답] ②

[해설]  $h(x) = f(x)g(x)$ 로 놓으면  
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x-2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x) - h(2)}{x-2} = h'(2)$   
 $h(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - 1)^2$ 에서  
 $h'(x) = (2x+1)(x^2-1)^2$   
 $+ 2(x^2+x+1)(2x)(x^2-1)$   
 따라서  
 $h'(2) = 5 \times 3^2 + 2 \times 7 \times 4 \times 3 = 213$

19) [정답] ②

[해설]  $f(x) = x^6 + x^4 + x^2$ 으로 놓으면  $f(1) = 3$   
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 + x^4 + x^2 - 3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = f'(1)$   
 $f'(x) = 6x^5 + 4x^3 + 2x$ 이므로  $f'(1) = 12$

20) [정답] ③

[해설] 함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 미분가능하므로  
 (i)  $x=2$ 에서 연속  
 $4+1=2a+b \quad \therefore 2a+b=5 \dots \textcircled{1}$   
 (ii)  $f'(x) = \begin{cases} 2x+\frac{1}{2} & (x < 2) \\ a & (x \geq 2) \end{cases}$ 에서  $x=2$ 에서 미  
 분 가능하므로  
 $4+\frac{1}{2}=a \quad \therefore a=\frac{9}{2}$   
 $\textcircled{1}$ 에  $a$ 의 값을 대입하면  $b=-4$   
 $\therefore a+b = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$

21) [정답] ②

[해설]  $f(x) = x^2$ 에서  $f'(x) = 2x$   
 $\therefore f'(1) = 2$

22) [정답] ⑤

[해설]  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$ 에서  $f(1) = 2$   
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{(x+1)(x-1)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \times \frac{1}{x+1} = \frac{f'(1)}{2} = 3$   
 $\therefore f'(1) = 6$   
 $g(x) = x^2 f(x)$ 에서  $g'(x) = 2xf(x) + x^2 f'(x)$   
 $\therefore g'(1) = 2f(1) + f'(1) = 2 \times 2 + 6 = 4 + 6 = 10$

23) [정답] ④

[해설]  $R(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면  
 $x^9 - x^4 + 1 = (x-1)^2(x+1)Q(x) + ax^2 + bx + c \dots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 의 양변에  $x=1$ 을 대입하면  
 $1 = a + b + c$   
 $\textcircled{1}$ 의 양변에  $x=-1$ 을 대입하면  
 $-1 = a - b + c$   
 $\therefore b = 1, a + c = 0 \quad \therefore c = -a$   
 $x^9 - x^4 + 1 = (x-1)^2(x+1)Q(x) + ax^2 + x - a$

...㉔

㉔의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면

$$9x^8 - 4x^3 = 2(x-1)(x+1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x)$$

$$+ (x-1)^2(x+1)Q'(x) + 2ax + 1$$

위의 식의 양변에  $x=1$ 을 대입하면

$$5 = 2a + 1, \quad 4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

따라서  $R(x) = 2x^2 + x - 2$ 이므로

$$R(2) = 8 + 2 - 2 = 8$$

24) [정답] ㉑

[해설]  $f(x) = -x^2 + 2x + 6$ 에서  $f'(x) = -2x + 2$ 

$$\begin{aligned} & \therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{-h} \cdot (-1) \\ &= 2f'(3) = 2(-6+2) = -8 \end{aligned}$$

25) [정답] ㉑

[해설]  $f(x) = 3x^3 + 2x - 3$ 에서  $f'(x) = 9x^2 + 2$ 따라서  $a=9, b=0, c=2$ 이므로

$$a+b+c = 11$$