개념check

[함수의 극한]

• 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면
함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하고,
L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 극한값 또는 극한이라 하고
이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.
⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=L$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to L$

• 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때,
(1) $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하고 이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.
⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to\infty$
(2) $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하고 이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.
⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to -\infty$

[우극한과 좌극한]

• 함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 존재하고 그 값이 L로 같으면 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.
또 그 역도 성립한다.
⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=L \Leftrightarrow \lim_{x\to a+} f(x)=\lim_{x\to a-} f(x)=L$

기본문제

[예제]

1. 극한 $\lim_{x\to 0}(x^2-2x+1)$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

2. 극한 $\lim_{x\to 1}(3x+1)$의 값은?

① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[문제]

3. 극한 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{x+1}$의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[문제]

4. 다음 중 극한값이 존재하는 것은?

① $\lim_{x\to 0}\dfrac{1}{|x|}$ ② $\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{|x|}$
③ $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2}{|x|}$ ④ $\lim_{x\to 2}\left(-\dfrac{1}{|x-2|}\right)$
⑤ $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}$

[문제]

5. 다음 중 극한값이 존재하는 것은?

① $\lim_{x\to\infty}(-3x+1)$ ② $\lim_{x\to -\infty}(3x-2)$
③ $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x-1}{x-1}$ ④ $\lim_{x\to -\infty}(2x^2+3x)$
⑤ $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}$

[문제]

6. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x<1) \\ x^2 & (x\ge 1)\end{cases}$에 대하여 극한 $\lim_{x\to 1+}f(x)-\lim_{x\to 1-}f(x)$의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[예제]

7. 함수 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$에 대하여 극한 $\lim\limits_{x\to 1+}f(x)-\lim\limits_{x\to 1-}f(x)$의 값은?

① -4　　② -2
③ 0　　④ 2
⑤ 4

[문제]

8. 극한 $\lim\limits_{x\to 3-}\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|}$의 값은?

① -2　　② -1
③ 0　　④ 1
⑤ 2

[예제]

9. 함수 $y=\dfrac{x^2-4}{|x-2|}$에 대하여 $x=2$에서의 극한값은?

① 0　　② 1
③ 2　　④ 4
⑤ 존재하지 않는다.

[문제]

10. 함수 $f(x)=2x|x+1|$에 대하여 $x=-1$에서의 극한값은?

① 0　　② 1
③ 2　　④ 3
⑤ 4

평가문제

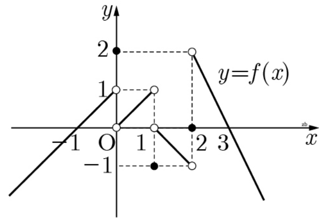
[중단원 학습 점검]

11. 함수 $f(x)=\begin{cases}-x^2-1 & (x<2)\\ x+2 & (x\geq 2)\end{cases}$에 대하여 극한 $\lim\limits_{x\to 2+}f(x)-\lim\limits_{x\to 2-}f(x)$의 값은?

① 1　　② 3
③ 5　　④ 7
⑤ 9

[대단원 학습 점검]

12. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to 0-}f(x)+f(1)+\lim\limits_{x\to 2+}f(x)$의 값은?

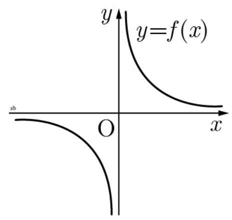
① -2　　② -1
③ 0　　④ 1
⑤ 2

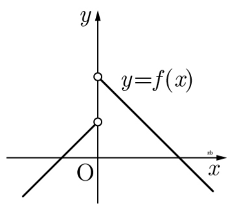
유사문제

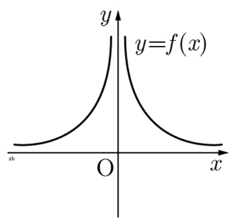
13. $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{|x|}{x}$의 값은?

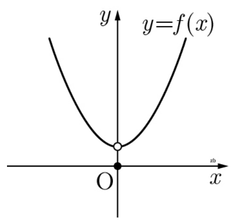
① -2　　② -1
③ 0　　④ 1
⑤ 2

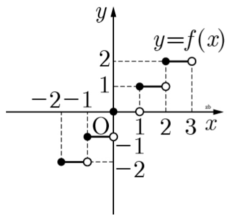
14. 함수 $f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x\to a}f(x)$의 값이 존재하는 것은?

①


②


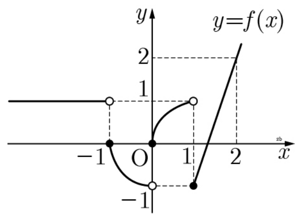
③


④


⑤


I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

15. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1+} f(x)+\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(1-x)$의 값은?

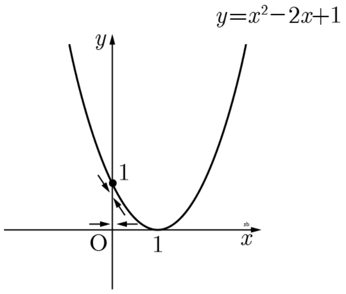
① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $y=x^2-2x+1$의 그래프는 다음과 같다.

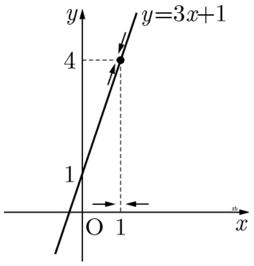


x의 값이 0에 한없이 가까워질 때, y의 값은 1에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to 0}(x^2-2x+1)=1$이다.

2) [정답] ⑤

[해설] $y=3x+1$의 그래프는 다음과 같다.

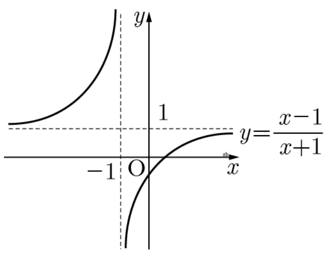


x의 값이 1에 한없이 가까워질 때, y의 값은 4에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to 1}(3x+1)=4$이다.

3) [정답] ④

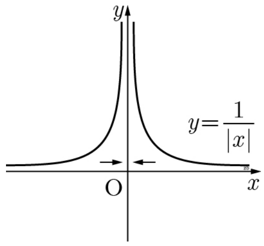
[해설] $y=\dfrac{x-1}{x+1}=1-\dfrac{2}{x+1}$의 그래프는 다음과 같다.



위의 그래프에서 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{x+1}=1$

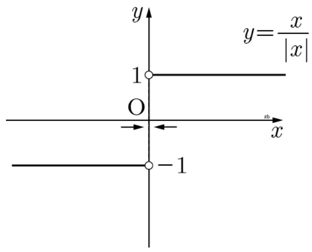
4) [정답] ③

[해설] ① 함수 $y=\dfrac{1}{|x|}$의 그래프에서



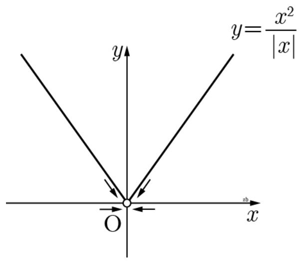
$x\to 0$일 때 y는 양의 무한대로 발산한다.

② 함수 $y=\dfrac{x}{|x|}$의 그래프에서



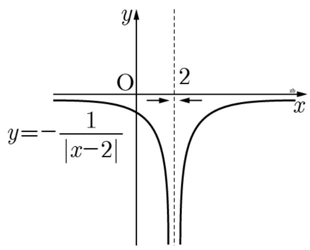
$x\to 0$일 때 극한값은 존재하지 않는다.

③ $y=\dfrac{x^2}{|x|}=|x|\ (x\neq 0)$의 그래프에서



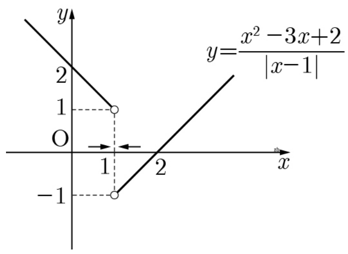
$\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2}{|x|}=0$으로 극한값이 존재한다.

④ $y=-\dfrac{1}{|x-2|}$의 그래프에서



$x\to 2$일 때 y는 음의 무한대로 발산한다.

⑤ $y=\dfrac{x^2-3x+2}{|x-1|}$의 그래프에서



$x\to 1$일 때 극한값은 존재하지 않는다.

5) [정답] ⑤

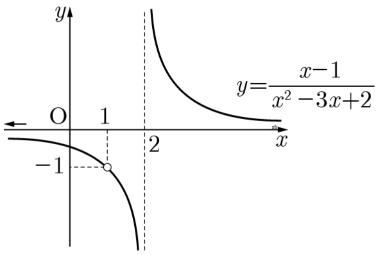
[해설] ① 음의 무한대로 발산한다.

② 음의 무한대로 발산한다.

③ 양의 무한대로 발산한다.

④ 양의 무한대로 발산한다.

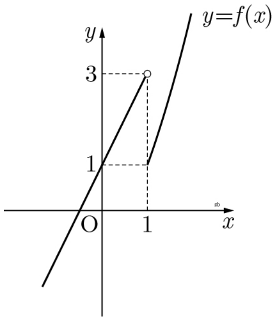
⑤ $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{1}{x-2}$ $(x\neq 1)$의 그래프에서



$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}=0$으로 극한값이 존재한다.

6) [정답] ①

[해설] $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



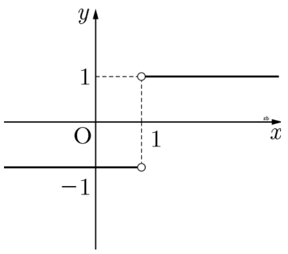
$\lim\limits_{x\to1+}f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to1-}f(x)=3$이므로

$\lim\limits_{x\to1+}f(x)-\lim\limits_{x\to1-}f(x)$

$=1-3=-2$

7) [정답] ④

[해설] 함수 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}=\begin{cases}1 & (x>1)\\ -1 & (x<1)\end{cases}$의 그래프는 다음과 같다.



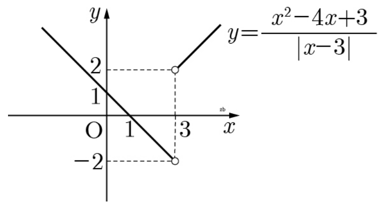
$\lim\limits_{x\to1+}f(x)-\lim\limits_{x\to1-}f(x)=1-(-1)=2$

8) [정답] ①

[해설] 함수 $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{|x-3|}$

$=\begin{cases}-x+1 & (x<3)\\ x-1 & (x>3)\end{cases}$이므로

함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



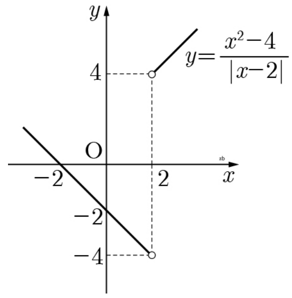
$\therefore \lim\limits_{x\to3-}\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|}=-2$

9) [정답] ⑤

[해설] 함수 $f(x)=\dfrac{x^2-4}{|x-2|}=\dfrac{(x+2)(x-2)}{|x-2|}$

$=\begin{cases}-x-2 & (x<2)\\ x+2 & (x>2)\end{cases}$이므로

함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$\lim\limits_{x\to2-}f(x)=-4$

$\lim\limits_{x\to2+}f(x)=4$이므로

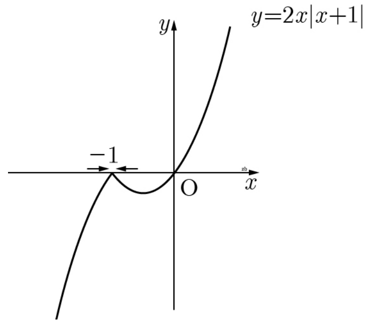
$\lim\limits_{x\to2-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to2+}f(x)$이다.

따라서 $\lim\limits_{x\to2}f(x)$는 존재하지 않는다.

10) [정답] ①

[해설] 함수 $f(x)=2x|x+1|=\begin{cases}-2x^2-2x & (x\leq-1)\\ 2x^2+2x & (x\geq-1)\end{cases}$

의 그래프는 다음과 같다.



따라서 $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=0$

11) [정답] ⑤

[해설] $\lim\limits_{x\to2+}f(x)=\lim\limits_{x\to2+}(x+2)=2+2=4$

$\lim\limits_{x\to2-}f(x)=\lim\limits_{x\to2-}(-x^2-1)=-4-1=-5$이므로

$\lim\limits_{x\to2+}f(x)-\lim\limits_{x\to2-}f(x)=4-(-5)=9$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

12) [정답] ⑤

[해설] $\lim_{x\to0-}f(x)=1$

$f(1)=-1$

$\lim_{x\to2+}f(x)=2$

이므로 $\lim_{x\to0-}f(x)+f(1)+\lim_{x\to2+}f(x)=2$

13) [정답] ④

[해설] $\lim_{x\to0+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to0+}\frac{x}{x}=1$

14) [정답] ④

[해설] ① $\lim_{x\to0+}f(x)=\infty$, $\lim_{x\to0-}f(x)=-\infty$이므로

$\lim_{x\to0}f(x)$의 값이 존재하지 않는다.

② $\lim_{x\to0+}f(x)\neq\lim_{x\to0-}f(x)$이므로 $\lim_{x\to0}f(x)$의 값이 존재하지 않는다.

③ $\lim_{x\to0}f(x)=\infty$이므로 발산한다. 즉 $\lim_{x\to0}f(x)$의 값이 존재하지 않는다.

⑤ a가 정수일 때, $\lim_{x\to a}f(x)$의 값이 존재하지 않는다.

15) [정답] ③

[해설] $\lim_{x\to-1+}f(x)=0$, $\lim_{x\to1-}f(x)=1$

$\lim_{x\to1+}f(1-x)$에서 $1-x=t$로 치환하면

$x\to1+$이면 $t\to0-$이므로

$\lim_{x\to1+}f(1-x)=\lim_{t\to0-}f(t)=-1$

$\therefore\ \lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(1-x)$

$=0+1-1=0$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125