



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-28
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

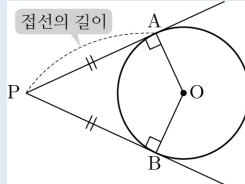
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[원의 접선의 성질]

1. 접선의 길이

- (1) 원 O 밖의 한 점 P에서 원 O에
그을 수 있는 접선은 2개이다.
- (2) 점 P에서 원 O의 접점까지의 거리를
점 P에서 원 O에 그은 접선의 길이라고
한다.



2. 접선의 성질

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$$\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PB}$$

[삼각형의 내접원]

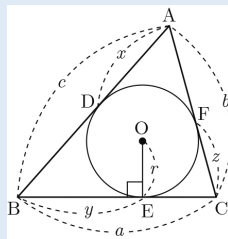
$\triangle ABC$ 의 내접원 O가

세 변 AB, BC, CA와 접하는 점을
각각 D, E, F라 하면

$$(1) \overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$$

$$(2) (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \\ = a + b + c = 2(x + y + z)$$

$$(3) (\triangle ABC \text{의 넓이}) \\ = \frac{1}{2}r(a + b + c) = r(x + y + z)$$



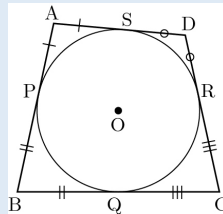
[원에 외접하는 사각형의 성질]

(1) 원에 외접하는 사각형에서

두 쌍의 대변의 길이의 합은 서로 같다.

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

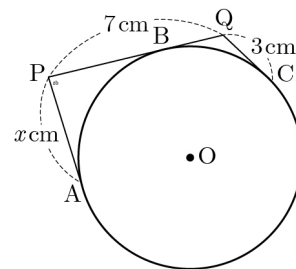
(2) 두 쌍의 대변의 길이의 합이 같은
사각형은 원에 외접한다.



기본문제

[문제]

1. 다음 그림에서 세 점 A, B, C가 원 O의 접점일
때, x 의 값을 구하면?



① 3

② 3.5

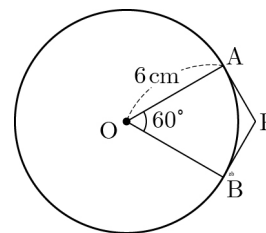
③ 4

④ 4.5

⑤ 5

[문제]

2. 다음 그림에서 반직선 PA, PB는 원 O의 접선이
다. $\angle AOB = 60^\circ$, $\overline{OA} = 6 \text{ cm}$ 일 때, 사각형 AOBP
의 둘레의 길이를 구하면?



① $(12 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$

② $(12 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}$

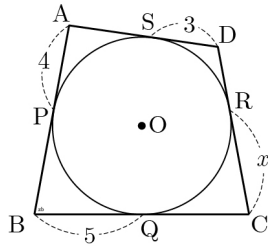
③ $(12 + 4\sqrt{2}) \text{ cm}$

④ $(12 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$

⑤ $(12 + 6\sqrt{2}) \text{ cm}$

[예제]

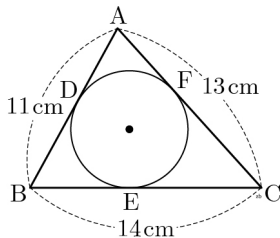
3. 다음 그림과 같이 원 O 가 네 점 P, Q, R, S 에서 $\square ABCD$ 와 접하고 있다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 32일 때, x 의 값을 구하면?



- ① 2.5 ② 3
③ 3.5 ④ 4
⑤ 4.5

[문제]

4. 다음 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 11\text{ cm}$, $\overline{BC} = 14\text{ cm}$, $\overline{AC} = 13\text{ cm}$ 일 때, \overline{CF} 의 길이를 구하면?

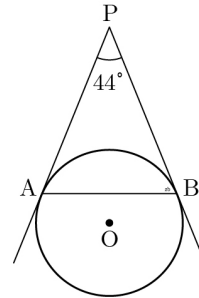


- ① 6 cm ② 6.5 cm
③ 7 cm ④ 7.5 cm
⑤ 8 cm

평가문제

[중단원 학습 점검]

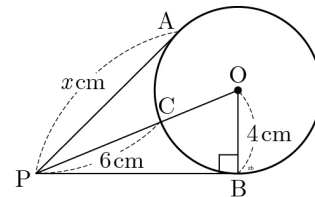
5. 다음 그림에서 두 점 A, B 는 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이고, $\angle P = 44^\circ$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하면?



- ① 64° ② 65°
③ 66° ④ 67°
⑤ 68°

[중단원 학습 점검]

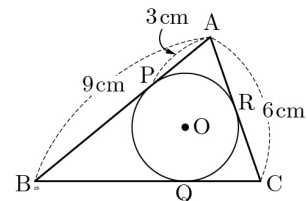
6. 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} 가 원 O 의 접선이고, 원과 \overline{PO} 의 교점을 C 라 할 때, $\overline{OB} = 4\text{ cm}$, $\overline{PC} = 6\text{ cm}$ 이다. 이때 x 의 값은?



- ① $4\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{21}$
③ $2\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{23}$
⑤ $4\sqrt{6}$

[중단원 학습 점검]

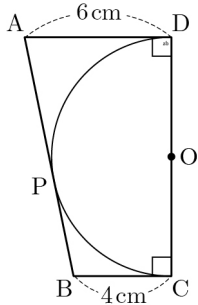
7. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 P, Q, R 은 원 O 의 접점이다. $\overline{PA} = 3\text{ cm}$, $\overline{AB} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 6\text{ cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?



- ① 8 cm ② 9 cm
③ 10 cm ④ 11 cm
⑤ 12 cm

[중단원 학습 점검]

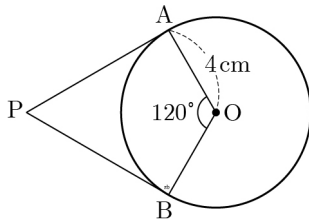
8. 다음 그림에서 \overline{CD} 는 반원 O 의 지름이고 \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{BC} 는 세 점 P , D , C 를 각각 접점으로 하는 접선이다. $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하면?



- ① 4 cm ② $4\sqrt{2}$ cm
 ③ $4\sqrt{3}$ cm ④ $4\sqrt{5}$ cm
 ⑤ $4\sqrt{6}$ cm

[단원 마무리]

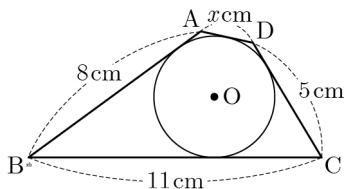
9. 다음 그림에서 두 점 A , B 는 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이다. $\overline{OA}=4\text{cm}$, $\angle AOB=120^\circ$ 일 때, $\square APBO$ 의 넓이를 구하면?



- ① $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $20\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $22\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$

[단원 마무리]

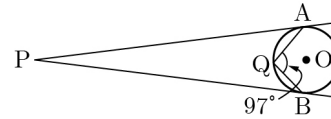
10. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=8\text{cm}$, $\overline{BC}=11\text{cm}$, $\overline{CD}=5\text{cm}$ 일 때, x 의 값은?



- ① 1.5 ② 2
 ③ 2.5 ④ 3
 ⑤ 3.5

[단원 마무리]

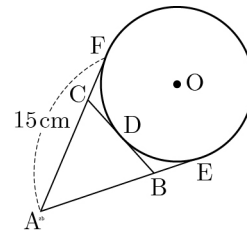
11. 다음 그림에서 두 점 A , B 는 원 O 의 접점이고 $\angle AQB=97^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하면?



- ① 11° ② 12°
 ③ 13° ④ 14°
 ⑤ 15°

[단원 마무리]

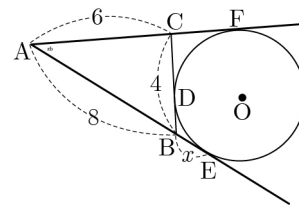
12. 다음 그림에서 \overline{BC} , \overline{AE} , \overline{AF} 는 원 O 의 접선이고 세 점 D , E , F 는 접점이다. $\overline{AF}=15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



- ① 26 cm ② 28 cm
 ③ 30 cm ④ 32 cm
 ⑤ 34 cm

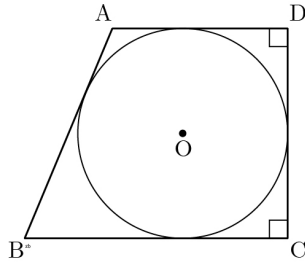
유사문제

13. 그림에서 \overline{AE} , \overline{AF} , \overline{BC} 는 원 O 의 접선이고, 점 D , E , F 는 접점이다. $\overline{AC}=6$, $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=4$, $\overline{BE}=x$ 일 때, x 의 값은?



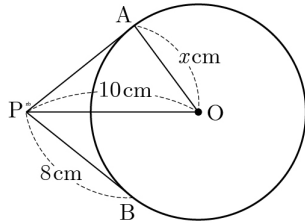
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
 ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{3}$

14. 그림과 같이 사다리꼴 $ABCD$ 가 원 O 에 외접하고, $\overline{AD}=6$, $\overline{BC}=9$ 일 때, 이 사다리꼴의 넓이는?



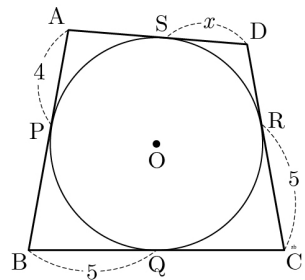
- ① 27 ② 36
③ 45 ④ 54
⑤ 63

15. 두 점 A, B 는 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이다. x 의 값은?



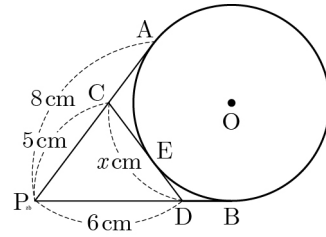
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$
③ 6 ④ $\frac{13}{2}$
⑤ 7

16. 그림과 같이 원 O 가 네 점 P, Q, R, S 에서 $\square ABCD$ 와 접하고 있다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 32일 때, x 의 값은?



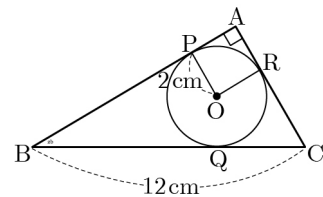
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$
③ 2 ④ $\frac{5}{2}$
⑤ 3

17. 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} , \overline{CD} 는 원 O 의 접선이고 점 E 는 원 O 의 접점이다. $\overline{PA}=8\text{cm}$, $\overline{PD}=6\text{cm}$, $\overline{PC}=5\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이는?



- ① 3 cm ② 4 cm
③ 5 cm ④ 6 cm
⑤ 7 cm

18. 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 P, Q, R 은 각각 삼각형 ABC 의 세 변과 원 O 의 접점이다. $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{OP}=2\text{cm}$, $\angle A=90^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



- ① 20 cm ② 22 cm
③ 24 cm ④ 26 cm
⑤ 28 cm



정답 및 해설

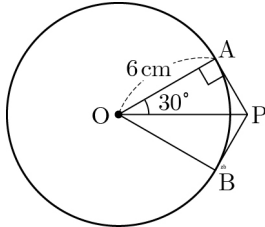
1) [정답] ③

[해설] $\overline{QC} = \overline{QB} = 3\text{ cm}$

$$\overline{PB} = \overline{PA} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

$$\therefore x = 4$$

2) [정답] ④



[해설]

 \overline{OP} 를 연결하면

$$\triangle OAP \cong \triangle OBP \text{ 이므로 } \angle AOP = 30^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle OAP \text{ 에서 } \overline{AP} = 6 \times \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

그러므로 사각형 AOBP의 둘레의 길이는

$$\therefore 2(6 + 2\sqrt{3}) = (12 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$$

3) [정답] ④

[해설] $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$2(\overline{AP} + \overline{BQ} + \overline{CR} + \overline{DS}) = 32 \text{ 이므로}$$

$$2(4 + 5 + x + 3) = 32$$

$$12 + x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

4) [정답] ⑤

[해설] $\overline{CF} = \overline{CE} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 13 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = 14 - x$$

$$\overline{AB} = (13 - x) + (14 - x) = 11$$

$$27 - 2x = 11, \quad x = 8$$

$$\therefore \overline{CF} = 8 \text{ cm}$$

5) [정답] ⑤

[해설] 원 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 접선의 길

$$\text{이가 같으므로 } \overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = (180^\circ - 44^\circ) \div 2 = 68^\circ$$

6) [정답] ②

[해설] $\overline{OB} = \overline{OC} = 4 \text{ cm}$ $\angle OBP = 90^\circ$ 이므로 $\triangle OBP$ 에서

$$\overline{PB} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

이제 $\overline{PA} = \overline{PB} = 2\sqrt{21} \text{ cm}$ 이므로

$$\therefore x = 2\sqrt{21}$$

7) [정답] ②

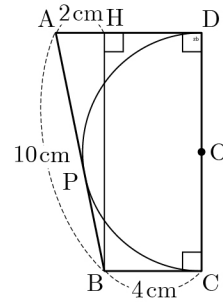
[해설] $\overline{AP} = \overline{AR} = 3 \text{ cm}$

$$\overline{CR} = \overline{CQ} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BP} = \overline{BQ} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$$

8) [정답] ⑤



[해설]

$$\overline{AD} = \overline{AP} = 10 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = \overline{BP} = 4 \text{ cm}$$

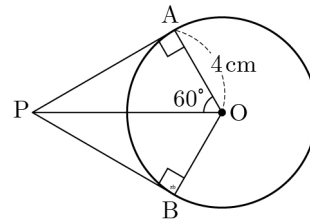
$$\text{그러므로 } \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

이제 점 B에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH} = \overline{CB} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AH} = 2 \text{ cm}$ 이제 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{BH} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

9) [정답] ①



[해설]

$$\triangle PAO \cong \triangle PBO \text{ 이므로}$$

$$\angle POA = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$$

$$\overline{PA} = 4 \times \tan 60^\circ = 4\sqrt{3} \text{ cm 이므로}$$

$$\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\therefore \square APBO = 2\triangle PAO = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

10) [정답] ②

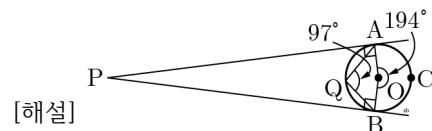
[해설] 원에 외접하는 사각형 ABCD에서

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$8 + 5 = 11 + x$$

$$\therefore x = 2$$

11) [정답] ④



[해설]

$$\widehat{ACB} \text{의 원주각 } \angle AQB = 97^\circ \text{ 이므로}$$

$$\widehat{ACB} \text{의 중심각의 크기는 } 2 \times 97^\circ = 194^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle AOB = 360^\circ - 194^\circ = 166^\circ$$

$$\text{이제 사각형 APBO에서 } \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$\text{이므로 } \angle APB = 180^\circ - 166^\circ = 14^\circ$$

12) [정답] ③

[해설] $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} & \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{AB} + \overline{BD} \\ &= \overline{AC} + \overline{CF} + \overline{AB} + \overline{BE} \\ &= \overline{AF} + \overline{AE} \\ &= 2\overline{AF} \\ &= 30\text{cm} \end{aligned}$$

13) [정답] ③

[해설] $\overline{BE} = \overline{BD} = x$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{CF} = 4 - x$
 이때 $\overline{AF} = \overline{AE}$ 이므로
 $6 + (4 - x) = 8 + x, 2x = 2 \quad \therefore x = 1$

14) [정답] ④

[해설] $\overline{CD} = x$ 라 하면 원의 외접하는 사각형의 성질에 의하여

$$\begin{aligned} & \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{에서} \\ & \overline{AB} + x = 6 + 9 \quad \therefore \overline{AB} = 15 - x \end{aligned}$$

점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH} = 9 - 6 = 3$ 이므로

$$3^2 + x^2 = (15 - x)^2$$

$$30x = 216 \quad \therefore x = \frac{36}{5}$$

따라서 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (6 + 9) \times \frac{36}{5} = 54$$

15) [정답] ③

[해설] $\triangle APO$ 에서 $\overline{PA} = \overline{PB} = 8$ 이므로
 $x = \overline{AO} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

16) [정답] ③

[해설] $\overline{AP} = \overline{AS} = 4, \quad \overline{BP} = \overline{BQ} = 5, \quad \overline{CQ} = \overline{CR} = 5,$
 $\overline{DR} = \overline{DS} = x$
 이때 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 32이므로
 $2(4 + 5 + 5 + x) = 32$
 $14 + x = 16 \quad \therefore x = 2$

17) [정답] ③

[해설] $\overline{CA} = \overline{CE} = 8 - 5 = 3$
 $\overline{PA} = \overline{PB} = 8$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = 8 - 6 = 2$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = 3 + 2 = 5$

18) [정답] ⑤

[해설] $\overline{AP} = \overline{AR} = 2, \quad \overline{BP} = \overline{BQ} = x$ 라 하면
 $\overline{CQ} = \overline{CR} = 12 - x$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
 $(2 + x) + 12 + (14 - x) = 28$