



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2021-11-09
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

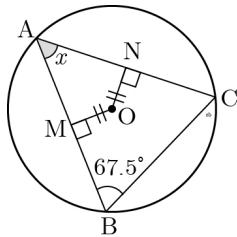
단원 ISSUE

이 단원에서는 **현의 수직이등분선에 대한 문제, 원의 접선의 성질에 대한 문제** 등이 자주 출제되며 직각삼각형의 합동을 이용하여 현의 수직이등분선, 현의 길이에 대한 성질과 원의 접선의 성질을 설명할 수 있어야 합니다. 또한 원에 외접하는 사각형의 응용문제는 틀리기 쉬우므로 원의 접선의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 풀이할 수 있도록 학습합니다.



[중단원 학습 점검]

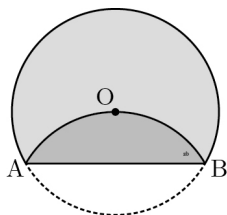
1. 다음 원 O에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{ON} \perp \overline{AC}$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기에 대하여 $\cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ 1

[중단원 학습 점검]

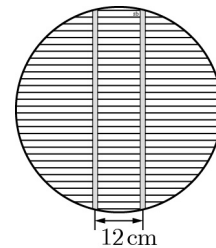
2. 다음 그림과 같이 넓이가 $24\pi \text{ cm}^2$ 인 원 모양의 종이를 \overline{AB} 를 접는 선으로 하여 \widehat{AB} 가 원의 중심 O를 지나도록 접었을 때, \overline{AB} 의 길이는?



- ① $4\sqrt{2} \text{ cm}$ ② $4\sqrt{3} \text{ cm}$
③ 8 cm ④ $6\sqrt{2} \text{ cm}$
⑤ $4\sqrt{5} \text{ cm}$

[중단원 학습 점검]

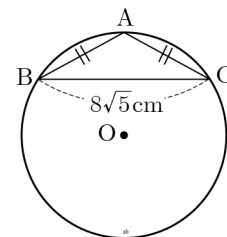
3. 다음 그림과 같이 둘레의 길이가 $48\pi \text{ cm}$ 인 원 모양의 철판이 있다. 이 철판에서 평행한 두 개의 굵은 철사의 길이는 같고, 그 사이의 간격은 12 cm 라고 한다. 이때 평행한 두 굵은 철사의 길이의 합은? (단, 철사의 굵기는 생각하지 않는다.)



- ① $8\sqrt{15} \text{ cm}$ ② $12\sqrt{15} \text{ cm}$
③ $16\sqrt{15} \text{ cm}$ ④ $20\sqrt{15} \text{ cm}$
⑤ $24\sqrt{15} \text{ cm}$

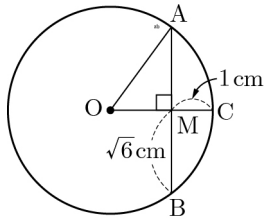
[단원 마무리]

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC가 원 O에 내접하고, 원 O의 넓이가 $144\pi \text{ cm}^2$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?



- ① 9 cm ② $3\sqrt{10} \text{ cm}$
③ $4\sqrt{6} \text{ cm}$ ④ $7\sqrt{2} \text{ cm}$
⑤ 10 cm

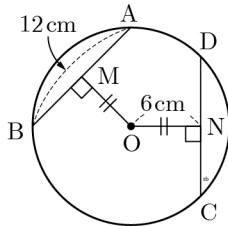
[중단원 학습 점검]

5. 다음 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 일 때, 원의 넓이는?

- ① $\frac{25}{4}\pi \text{ cm}^2$ ② $9\pi \text{ cm}^2$
 ③ $\frac{49}{4}\pi \text{ cm}^2$ ④ $16\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $\frac{81}{4}\pi \text{ cm}^2$

[단원 마무리]

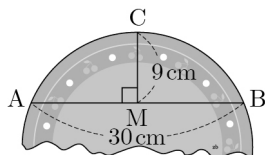
6. 다음 그림과 같이 원 O의 중심에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하자. $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $36\pi \text{ cm}^2$ ② $48\pi \text{ cm}^2$
 ③ $60\pi \text{ cm}^2$ ④ $72\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $80\pi \text{ cm}^2$

[단원 마무리]

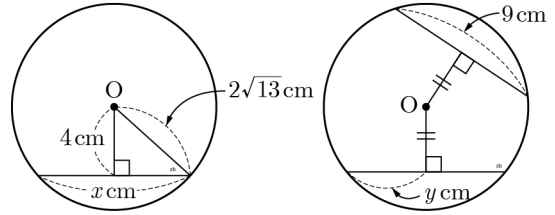
7. 다음 그림은 원 모양의 접시의 깨진 조각이다. 원래 이 접시의 둘레의 길이는?



- ① $28\pi \text{ cm}$ ② $30\pi \text{ cm}$
 ③ $32\pi \text{ cm}$ ④ $34\pi \text{ cm}$
 ⑤ $36\pi \text{ cm}$

[중단원 학습 점검]

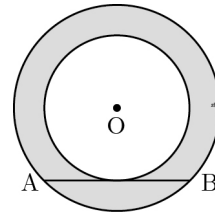
8. 다음 두 원 O, O'에서 xy의 값은?



- ① 52 ② 54
 ③ 56 ④ 58
 ⑤ 60

[단원 마무리]

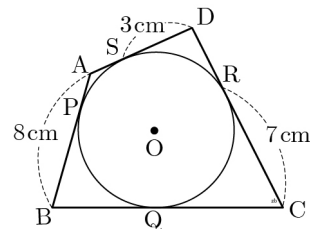
9. 다음 그림과 같이 원 O를 중심으로 하는 두 원에서 큰 원의 현 AB가 작은 원의 접선일 때, 색칠한 부분의 넓이가 $150\pi \text{ cm}^2$ 이었다. 이때 \overline{AB} 의 길이는?



- ① $15\sqrt{2} \text{ cm}$ ② $10\sqrt{6} \text{ cm}$
 ③ $15\sqrt{3} \text{ cm}$ ④ $20\sqrt{2} \text{ cm}$
 ⑤ 30 cm

[단원 마무리]

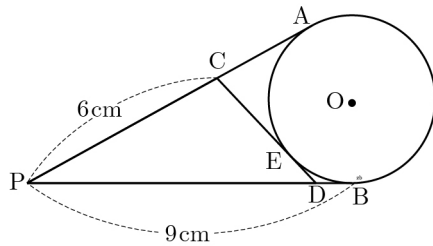
10. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O에 외접하고 네 점 P, Q, R, S는 그 접점일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



- ① 36 cm ② 38 cm
 ③ 40 cm ④ 42 cm
 ⑤ 44 cm

[단원 마무리]

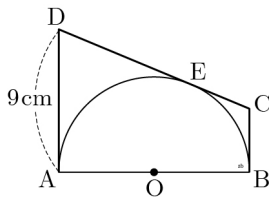
11. 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} , \overline{CD} 는 원 O의 접선이고 세 점 A, B, E는 그 접점일 때, 삼각형 PCD의 둘레의 길이는?



- ① 16 cm ② 17 cm
③ 18 cm ④ 19 cm
⑤ 20 cm

[중단원 학습 점검]

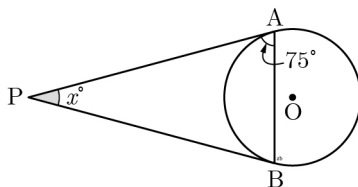
12. 다음 그림에서 \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{CD} 는 넓이가 $18\pi \text{ cm}^2$ 인 반원 O의 접선이고, 세 점 A, B, E는 그 접점이다. 이때 \overline{CD} 의 길이는?



- ① 11 cm ② 12 cm
③ 13 cm ④ 14 cm
⑤ 15 cm

[중단원 학습 점검]

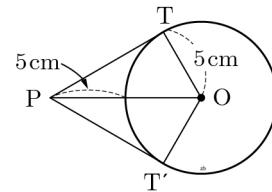
13. 다음 그림에서 두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점일 때, $\sin x$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ 1

[중단원 학습 점검]

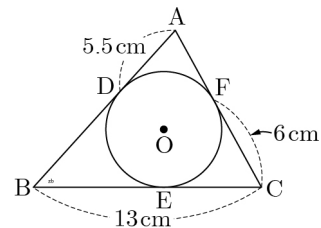
14. 다음 그림에서 두 점 T, T'은 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점일 때, $\square PTOT'$ 의 넓이는?



- ① $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ② $27\sqrt{3} \text{ cm}^2$
③ $30\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ④ $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$
⑤ $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

[중단원 학습 점검]

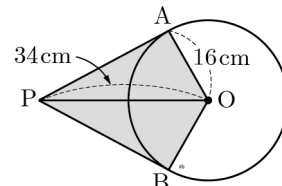
15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O에 외접하고 세 점 D, E, F는 그 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



- ① 36 cm ② 37 cm
③ 38 cm ④ 39 cm
⑤ 40 cm

[단원 마무리]

16. 다음 그림에서 두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이는?



- ① 80 cm ② 84 cm
③ 88 cm ④ 92 cm
⑤ 96 cm



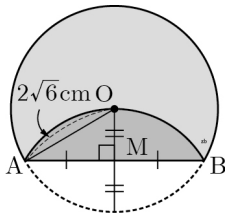
정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 원 O의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle C = \angle B = 67.5^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$
 $= 180^\circ - (67.5^\circ + 67.5^\circ) = 45^\circ$
 따라서 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2) [정답] ④

[해설] 원 O의 넓이가 $24\pi \text{ cm}^2$ 이므로 원의 반지름은 $2\sqrt{6} \text{ cm}$ 이다.
 다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} = \sqrt{6} \text{ (cm)}$$

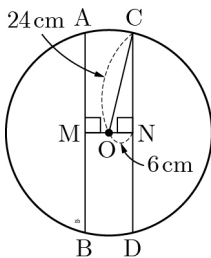
직각삼각형 OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - \sqrt{6}^2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

3) [정답] ⑤

[해설] 철판의 둘레의 길이가 $48\pi \text{ cm}$ 이므로 반지름의 길이는 24 cm 이다.
 다음 그림과 같이 평행한 두 개의 굵은 철사를 각각 현 AB와 현 CD로 나타내고, 원 O의 중심에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하자.



이때 $\overline{MN} = 12 \text{ cm}$ 이라고 한 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로

$$\overline{OM} = \overline{ON} = 6 \text{ cm이다.}$$

$$\overline{CO} = 24 \text{ cm, } \overline{ON} = 6 \text{ cm이므로}$$

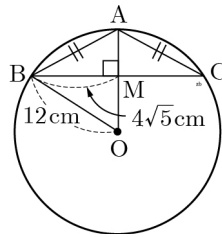
$$\overline{CN} = \sqrt{24^2 - 6^2} = 6\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이

등분하므로 $\overline{CD} = 2\overline{CN} = 2 \times 6\sqrt{15} = 12\sqrt{15} \text{ (cm)}$
 이때 $\overline{AB} = \overline{CD} = 12\sqrt{15} \text{ cm}$ 이므로 평행한 두 굵은 철사의 길이의 합은
 $12\sqrt{15} + 12\sqrt{15} = 24\sqrt{15} \text{ (cm)}$

4) [정답] ③

[해설] 원 O의 넓이가 $144\pi \text{ cm}^2$ 이므로 원의 반지름은 12 cm 이다.
 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면
 $\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$



\overline{AM} 은 현 BC의 수직이등분선이므로 \overline{AM} 의 연장선은 원 O의 중심을 지난다.

직각삼각형 OMB에서

$$\overline{OM} = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{5})^2} = 8 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AM} = \overline{OA} - \overline{OM} = 12 - 8 = 4 \text{ (cm)}$ 이므로

직각삼각형 ABM에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + 4^2} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

5) [정답] ③

[해설] 원 O의 중심에서 현에 내린 수선의 그 현을 수직이등분하므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \sqrt{6} \text{ cm}$
 $\overline{OA} = x \text{ cm}$ 라고 하면 $\overline{OM} = (x-1) \text{ cm}$ 이므로
 직각삼각형 AOM에서
 $(x-1)^2 + \sqrt{6}^2 = x^2, x = \frac{7}{2}$
 따라서 $\overline{OA} = \frac{7}{2} \text{ cm}$ 이므로 원의 넓이는 $\frac{49}{4}\pi \text{ cm}^2$ 이다.

6) [정답] ④

[해설] $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 12 \text{ cm}$

$$\overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

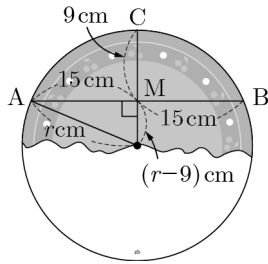
직각삼각형 OCN에서

$$\overline{OC} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

따라서 구하는 원의 넓이는 $72\pi \text{ cm}^2$ 이다.

7) [정답] ④

[해설] 다음 그림과 같이 원 모양이 접시의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면 직각삼각형 AOM에서



$$(r-9)^2 + 15^2 = r^2$$

$$18r = 306, r = 17$$

따라서 접시의 반지름의 길이가 17 cm 이므로 접시의 둘레의 길이는 34π cm 이다.

8) [정답] ②

[해설] $x = 2\sqrt{(2\sqrt{13})^2 - 4^2} = 12$

$$y = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$$

따라서 $xy = 54$

9) [정답] ②

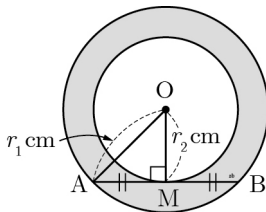
[해설] 다음 그림과 같이 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이를 각각 r_1 , cm, r_2 cm 라 하고, 작은 원과 \overline{AB} 의 접점을 M이라고 하면 색칠한 부분의 넓이가 $150\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$\pi(r_1^2 - r_2^2) = 150\pi \text{ 에서 } r_1^2 - r_2^2 = 150$$

따라서 직각삼각형 OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{r_1^2 - r_2^2} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6} \text{ (cm) 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 10\sqrt{6} \text{ (cm)}$$



10) [정답] ①

[해설] 접선의 길이의 성질에 의하여

$$\overline{DS} = \overline{DR} = 3 \text{ cm 이므로 } \overline{CD} = 10 \text{ cm}$$

이때 원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합이 같으므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{ 에서 } \overline{AD} + \overline{BC} = 8 + 10 = 18$$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$$18 + 18 = 36 \text{ cm}$$

11) [정답] ③

[해설] $\overline{PA} = \overline{PB} = 9 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CE} = \overline{CA} = 9 - 6 = 3 \text{ (cm)}$$

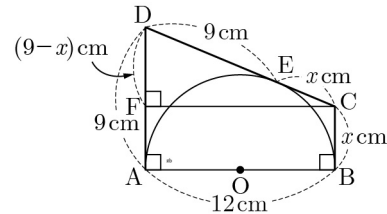
$$\text{또 } \overline{DE} = \overline{DB} \text{ 이므로 } \overline{PD} + \overline{DE} = \overline{PB} = 9 \text{ (cm)}$$

따라서 삼각형 PCD의 둘레의 길이는

$$6 + 3 + 9 = 18 \text{ (cm)}$$

12) [정답] ③

[해설] 반원 O의 넓이가 $18\pi \text{ cm}^2$ 이므로 원 O의 넓이는 $36\pi \text{ cm}^2$ 이다. 즉, 반지름의 길이는 6 cm 이므로 $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ 이다.



위의 그림과 같이 점 C에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 F라 하고, $\overline{CB} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{CE} = \overline{CB} = x \text{ cm}, \overline{FA} = \overline{CB} = x \text{ cm}$$

$$\overline{DE} = \overline{DA} = 9 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{DF} = (9-x) \text{ cm}, \overline{CD} = (9+x) \text{ cm}$$

직각삼각형 DFC에서 $\overline{FC} = \overline{AB} = 12 \text{ cm}$ 이므로

$$(9-x)^2 + 12^2 = (9+x)^2, 36x = 144, x = 4$$

따라서 $\overline{CD} = 9 + 4 = 13 \text{ cm}$ 이다.

13) [정답] ①

[해설] 원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이다. 즉,

△APB는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PAB = \angle PBA = 75^\circ$$

$$\angle APB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

따라서 $\sin x = \frac{1}{2}$ 이다.

14) [정답] ①

[해설] 원 O와 선분 OP의 교점을 M이라고 하면

$$\overline{OM} = \overline{OT} = 5 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{OP} = 5 + 5 = 10 \text{ (cm)}$$

이때 △OPT에서

$$\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\triangle OPT \cong \triangle OPT' \text{ (RHS합동) 이므로}$$

△OPT와 △OPT'의 넓이는 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$2\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3}\right) = 25\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

15) [정답] ②

[해설] $\overline{CE} = \overline{CF} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 13 - 6 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\text{또 } \overline{AF} = \overline{AD} = 5.5 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AB} = 12.5 \text{ (cm)}, \overline{AC} = 11.5 \text{ (cm)}$ 이므로

구하는 길이는

$$11.5 + 12.5 + 13 = 37 \text{ cm 이다.}$$

16) [정답] ④

[해설] △APO는 $\angle PAO = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30 \text{ (cm)}$$

$\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS는 합동)이므로 구하는 둘
레의 길이는 $2(30+16)=92\text{ cm}$ 이다.