	2022학년도 수학(하) 기말고사 대비		DATE	
	중급 10회		NAME	
			GRADE	

1. 함수 $f(x) = -2x + 7$ 에 대하여 함수 $y = f(3x + 1)$ 의 역함수가 $h(x) = ax + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $36ab$ 의 값은?

- ① -7 ② $-\frac{13}{2}$ ③ -6 ④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ -5

2. 함수 $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5} (x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리는?

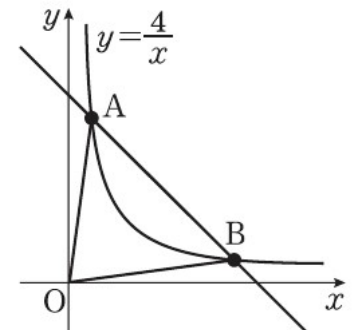
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

3. 오른쪽 그림과 같이 함수

$$y = \frac{4}{x}$$

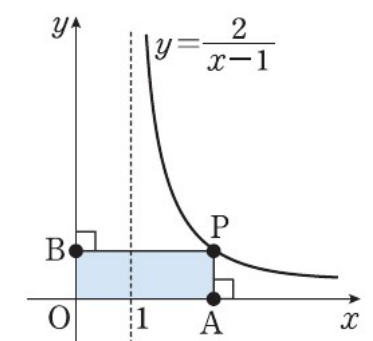
의 그래프 위의 두 점

A, B에 대하여 직선 AB의 기울기가 -1 이고, $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 16$ 을 만족시킨다. 선분 AB의 길이는? (단, O는 원점이다.)



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

4. 곡선 $y = \frac{2}{x-1}$ 위의 한 점 P에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 하자. 사각형 OAPB의 둘레의 길이가 최소일 때, 이 사각형의 넓이는? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



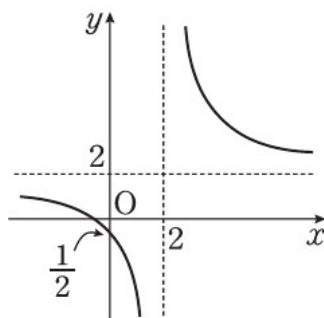
- ① $\sqrt{2}-1$ ② $2-\sqrt{2}$
④ $1+\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}+2$

- ③ $\sqrt{2}$

5. 실수 k 에 대하여 함수 $y = \left| \frac{3x-2}{x+1} \right|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수를 $f(k)$ 라 할 때,
 $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. 유리함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
 $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$
(단, n 은 자연수)으로 정의할 때,
 $(f^{-1})^{100}(1) + f^{99}(1)$ 의 값은?
(단, f^{-1} 은 f 의 역함수이다.)

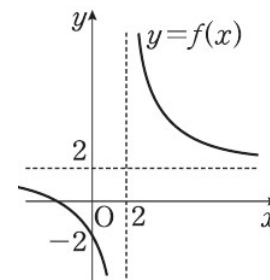


① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

7. 두 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$, $g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$, $c \neq 0$)일 때, $x \neq -3$, $x \neq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = x$ 가 되도록 하는 함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = p$, $y = q$ 일 때, 상수 p , q 에 대하여 $p+q$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

8. 유리함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 무리함수 $g(x) = a\sqrt{x+b} + c$ 에 대하여 다음 <보기> 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?



- < 보 기 >
- ㄱ. 함수 $g(x)$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$ 이고 치역은 $\{y \mid y \leq 4\}$ 이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.
 ㄷ. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 2이다.
 ㄹ. 함수 $g(x)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 할 때, $h(2)$ 의 값은 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

9. 정의역이 $\{x \mid x > 1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$, $g(x) = \sqrt{x+2}$

에 대하여 $(g \circ f^{-1})(a) = 2$ 일 때, a 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 함수 $y = (x-1)^2 - 1$ ($x \geq 1$)의 그래프와 그 역함수 그래프의 교점을 P라 할 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{2}$

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & (x > 2) \\ \sqrt{2-x} + a & (x \leq 2) \end{cases}$$

가 일대일함수이고 치역은 $\{y \mid y > 2\}$ 이다. $f(1)f(k) = 15$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

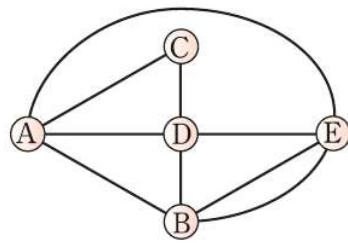
12. 두 곡선 $y = \sqrt{-2x-4}$, $y = \sqrt{-2x+4}$ 와 x 축 및 직선 $y = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 $a \in A$, $b \in B$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 실근을 가지는 경우의 수는?

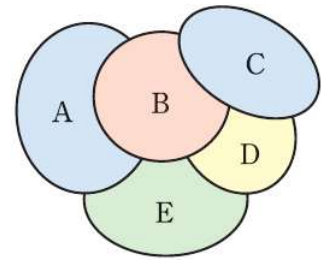
- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

14. 오른쪽 그림과 같이 지점 A, B, C, D, E 5개를 연결하는 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 E로 가는 모든 방법의 수는? (단, 같은 지점은 두 번 지나지 않는다.)



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

15. 오른쪽 그림과 같이 구분된 5개의 영역을 서로 다른 4가지 색 중 전부 또는 일부를 사용하여 칠하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 사용해도 좋으나 이웃한 영역은 서로 다른 색으로 칠하여 구분할 때, 칠하는 경우의 수는?



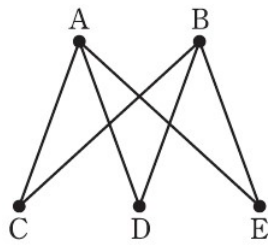
- ① 64 ② 72 ③ 96 ④ 108 ⑤ 144

16. 5개의 영문자 G, R, E, A, T에 대하여 다음 각각의 조건에 따라 일렬로 세우려 한다. 각각의 경우의 수를 a , b , c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- (가) E, A, T가 서로 이웃하도록 5개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수
(나) 양 끝에 G, R이 오도록 5개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수
(다) R, E가 서로 이웃하지 않도록 5개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수

- ① 72 ② 81 ③ 110 ④ 120 ⑤ 160

17. 5개의 도시 A, B, C, D, E를 연결하는 도로를 오른쪽 그림과 같이 나타내 보았다. 이 도로를 이용하여 5개의 도시를 여행하는 경우의 수는? (단, 한 번 여행한 도시는 다시 지나가지 않는다.)



- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

18. 0, 1, 2, 3, 4의 5개 숫자 중 서로 다른 3개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 321과 같이 일의 자리의 수보다 십의 자리의 수가 더 크고 십의 자리의 수보다 백의 자리의 수가 더 큰 자연수의 개수는?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 24 ⑤ 120

19. 집합 A 를 다음과 같이 정의하면 집합 A 의 원소의 개수는 ${}_{10}C_3 = 120$ 개다.

$$A = \{100a + 10b + c \mid a > b > c, a, b, c \text{는 } 0 \text{부터 } 9 \text{까지의 정수}\}$$

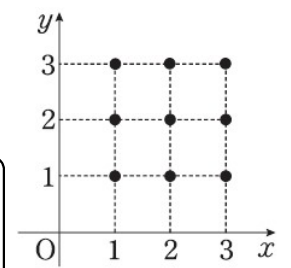
집합 A 의 원소를 가장 작은 것부터 가장 큰 것까지

순서대로 나열할 때, 30번째 수는?

- ① 631 ② 632 ③ 642 ④ 643 ⑤ 650

20. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 9개의 점이 놓여 있다. 다음 조건을 만족하는 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은?

- (가) 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수 p
(나) 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수 q



- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 96

21. 오른쪽 그림과 같이 원에 같은
간격으로 놓인 12개의 점 중에서
4개의 점을 이어서 만들 수 있는
직사각형의 개수는?



- ① 8 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 52

22. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에
대하여 다음 조건을 만족하는 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수는?

(가) $f(4) = 5$
(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

서술형 논술형 주관식 [21 ~ 24]

23. $1 \leq x \leq 3$ 인 임의의 실수 x 에 대하여

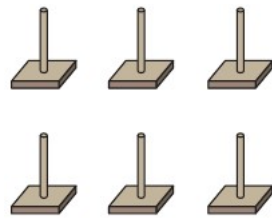
$$ax + 3 \leq \frac{3x+5}{x+1} \leq bx + 3$$

이 항상 성립할 때, $b - a$ 의 최솟값을 구하여라.

(단, a, b 는 상수이다.)

24. 실수 a 에 대하여 두 함수 $y = \sqrt{|x|+x}$, $y = |x+a|$ 의
그래프의 교점이 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 a 의
값의 범위를 구하여라.

- 25.** 서로 다른 흰색 모자 2개와
서로 다른 검은색 모자 3개를
오른쪽 그림과 같이 놓인
모자걸이 6개에 진열하려고 한다.
같은 가로줄에 같은 색 모자를
진열하는 모든 경우의 수를 구하여라.



- 26.** 운전석을 포함한 5인승 승용차 3대에 12명이 나누어 타려고
한다. 운전면허를 가진 사람이 3명이고 이들은 각각 자신의
승용차를 운전한다. 이때 12명이 차에 나누어 타는 방법의
수를 구하여라.

-
- 1) [정답] : ⑤
 - 2) [정답] : ①
 - 3) [정답] : ④
 - 4) [정답] : ⑤
 - 5) [정답] : ①
 - 6) [정답] : ②
 - 7) [정답] : ③
 - 8) [정답] : ③
 - 9) [정답] : ①
 - 10) [정답] : ⑤
 - 11) [정답] : ②
 - 12) [정답] : ④
 - 13) [정답] : ①
 - 14) [정답] : ②
 - 15) [정답] : ③
 - 16) [정답] : ④
 - 17) [정답] : ①
 - 18) [정답] : ②
 - 19) [정답] : ④
 - 20) [정답] : ⑤
 - 21) [정답] : ③
 - 22) [정답] : ②
 - 23) [정답] : $\frac{5}{6}$
 - 24) [정답] : $0 < a < \frac{1}{2}$
 - 25) [정답] : 72가지
 - 26) [정답] : 11130