

평가문제

[소단원 확인 문제]

7. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 3)$ 사이의 거리는?

- ① 7 ② $5\sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{51}$ ④ $2\sqrt{13}$
 ⑤ $\sqrt{53}$

[소단원 확인 문제]

8. 세 점 $A(-3, 2)$, $B(1, -6)$, $P(a, a)$ 에서 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 일 때, a 의 값은?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5

[소단원 확인 문제]

9. 두 점 $A(-1, -2)$, $B(-2, 3)$ 에서 같은 거리에 있고, 직선 $y = x - 1$ 위에 있는 점 P 의 좌표는?

- ① $P(2, 1)$ ② $P\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{4}\right)$
 ③ $P\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ④ $P\left(\frac{11}{4}, \frac{7}{4}\right)$
 ⑤ $P(3, 2)$

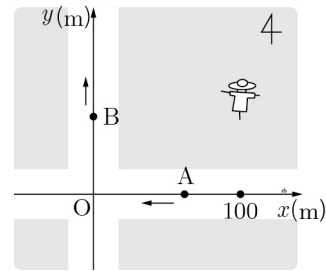
[소단원 확인 문제]

10. 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(a-b, a+b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 는 어떤 삼각형인가? (단, $ab \neq 0$)

- ① 정삼각형
 ② 둔각삼각형
 ③ $\overline{OA} = \overline{BO}$ 인 이등변삼각형
 ④ $\angle O = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
 ⑤ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

[소단원 확인 문제]

11. 다음 그림은 O 지점에서 수직으로 만나는 두 직선 도로를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 사람 A는 O 지점에서부터 동쪽으로 100m 떨어진 지점에서 출발하여 서쪽으로 1m/s의 속력으로 움직이고, 사람 B는 O 지점에서 출발하여 북쪽으로 2m/s의 속력으로 움직인다. 두 사람 A, B가 동시에 출발할 때, 두 사람 사이의 거리의 최솟값은?



- ① $50\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{15}$
 ③ $10\sqrt{70}$ ④ $40\sqrt{5}$
 ⑤ $30\sqrt{10}$

[중단원 연습 문제]

12. 두 점 $A(-2, 3)$, $B(1, -2)$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{34}$ ② $\sqrt{35}$
 ③ 6 ④ $\sqrt{37}$
 ⑤ $\sqrt{38}$

[중단원 연습 문제]

13. 두 점 $A(2, a)$, $B(1, -a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 연습 문제]

14. 세 점 $A(1, -1)$, $B(0, 2)$, $C(a, 1)$ 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[중단원 연습 문제]

15. 세 점 $A(-2, -3)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 1)$ 에서 같은 거리에 있는 점 P 의 좌표는?

- ① $P(1, 2)$ ② $P(3, -3)$
 ③ $P(2, 4)$ ④ $P(2, -2)$
 ⑤ $P(3, 6)$

[중단원 연습 문제]

16. 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 4)$, $B(4, -3)$, $C(1, -7)$ 와 한 점 P 가 있을 때, $\overline{PO} + \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 가 최소가 되게 하는 점 P 의 좌표는?

- ① $P(1, -1)$ ② $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$
 ③ $P\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ ④ $P\left(\frac{5}{2}, -\frac{7}{4}\right)$
 ⑤ $P(3, -2)$

[대단원 종합 문제]

17. 두 점 $A(5, -2)$, $B(3, 0)$ 에서 같은 거리에 있는 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = 2x - 8$ 위에 있을 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

유사문제

18. 두 점 $A(3, -1)$, $B(-1, 2)$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{5}$ ② 3
 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5
 ⑤ $4\sqrt{2}$

19. 두 점 $A(-1, 5)$, $B(6, 2)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점의 좌표는?

- ① $(-1, 0)$ ② $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
 ③ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ④ $(1, 0)$
 ⑤ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

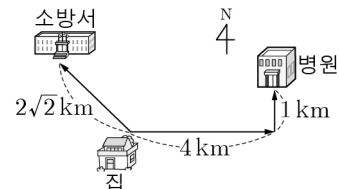
20. 두 점 $A(-2, 2)$, $B(2, 6)$ 에서 같은 거리에 있는 $y = x$ 위에 있는 점 P 의 좌표는?

- ① $(-2, -2)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(0, 0)$
 ④ $(1, 1)$ ⑤ $(2, 2)$

21. 두 점 $A(-1, 3)$, $B(1, 5)$ 와 직선 $3x - 2y - 5 = 0$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값은?

- ① 20 ② 24
 ③ 26 ④ 28
 ⑤ 30

22. 집에서 동쪽으로 4km 를 간 후, 북쪽으로 1km 를 가면 병원이 있고, 집에서 북서쪽으로 $2\sqrt{2}\text{km}$ 를 가면 소방서가 있다고 한다. 병원에서 집까지 직선 거리를 a , 병원에서 소방서까지 직선거리를 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?



- ① 17 ② 23
 ③ 37 ④ 40
 ⑤ 54



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 두 점 A(2), B(6) 사이의 거리는
 $|6-2|=4$

2) [정답] ④

[해설] 두 점 A(1, 3), B(3, -3) 사이의 거리는
 $\sqrt{(3-1)^2 + \{(-3)-3\}^2} = \sqrt{2^2 + (-6)^2}$
 $= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

3) [정답] ③

[해설] 점 P의 좌표를 (x, 0)이라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x-3)^2 + (-2)^2}, \overline{BP} = \sqrt{(x+1)^2 + 2^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x-3)^2 + (-2)^2 = (x+1)^2 + 2^2$$

$$x^2 - 6x + 13 = x^2 + 2x + 5$$

$$8x = 8, \text{ 즉 } x = 1$$

따라서 점 P의 좌표는 (1, 0)

4) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표를 (0, y)라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{2^2 + (y-1)^2}, \overline{BP} = \sqrt{4^2 + (y-3)^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$2^2 + (y-1)^2 = 4^2 + (y-3)^2$$

$$y^2 - 2y + 5 = y^2 - 6y + 25$$

$$4y = 20, \text{ 즉 } y = 5$$

따라서 점 P의 좌표는 (0, 5)

5) [정답] ①

[해설] 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 각각

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로
 피타고라스 정리에 의하여
 삼각형 ABC는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

6) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 각각

$$\overline{AB} = \sqrt{\{(-1)-(-2)\}^2 + \{(-2-1)^2\}} = \sqrt{10}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{3-(-1)\}^2 + \{-1-(-2)\}^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(-2-3)^2 + \{1-(-1)\}^2} = \sqrt{29}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 < \overline{CA}^2$ 이므로
 둔각삼각형이다.

7) [정답] ④

[해설] 두 점 A(-2, -3), B(2, 3) 사이의 거리는
 $\sqrt{\{2-(-2)\}^2 + \{3-(-3)\}^2} = \sqrt{4^2 + 6^2}$
 $= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

8) [정답] ③

[해설] $\overline{AP} = \sqrt{(a+3)^2 + (a-2)^2}$,

$$\overline{BP} = \sqrt{(a-1)^2 + (a+6)^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a+3)^2 + (a-2)^2 = (a-1)^2 + (a+6)^2$$

$$2a^2 + 2a + 13 = 2a^2 + 10a + 37$$

$$8a = -24, \text{ 즉 } a = -3$$

9) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2},$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}$$

그런데 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = (x+2)^2 + (y-3)^2$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13$$

$$2x - 10y = -8,$$

$$\text{즉 } x - 5y = -4$$

점 P는 직선 $x - 5y = -4$, $y = x - 1$ 의 교점이므로
 두 식을 연립하여 계산하면

$$x = \frac{9}{4}, y = \frac{5}{4}$$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{4}\right)$

10) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 세 변의 길이는 각각

$$\overline{OA} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\{(a-b)-a\}^2 + \{(a+b)-b\}^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\overline{BO} = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b)^2}$$

$$= \sqrt{(a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 + 2ab + b^2)} = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

따라서 $\overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BO}^2$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

삼각형 OAB는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

11) [정답] ④

[해설] t초 후 A의 위치는 A(100-t, 0)

B의 위치는 B(0, 2t)

한편 t초 후 두 사람 A, B 사이의 거리는

$$\sqrt{(100-t)^2 + (2t)^2} = \sqrt{5t^2 - 200t + 10000}$$

$$= \sqrt{5(t^2 - 40t + 400) + 8000}$$

$$= \sqrt{5(t-20)^2 + 8000}$$

즉 t=20일 때, 최솟값 $40\sqrt{5}$ 을 가진다.

12) [정답] ①

[해설] 두 점 A(-2, 3), B(1, -2) 사이의 거리는

$$\sqrt{\{1-(-2)\}^2 + \{(-2)-3\}^2} = \sqrt{3^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{34}$$

13) [정답] ⑤

[해설] 두 점 $A(2, a)$, $B(1, -a)$ 사이의 거리는

$$\sqrt{(1-2)^2 + (-a-a)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2a)^2}$$

$$= \sqrt{4a^2 + 1} = \sqrt{17}$$

$$\sqrt{4a^2 + 1} = \sqrt{17}, \text{ 즉 } a^2 = 4, a = \pm 2$$
따라서 양수 a 는 2

14) [정답] ⑤

[해설] $\overline{AC} = \sqrt{(a-1)^2 + \{1-(-1)\}^2}$

$$= \sqrt{a^2 - 2a + 5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{a^2 + (1-2)^2} = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC}, \text{ 즉 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 2a + 5 = a^2 + 1, 2a = 4$$
따라서 $a = 2$

15) [정답] ②

[해설] 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+2)^2 + (y+3)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 1}$$

$$\overline{CP} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2y + 1}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP}, \text{ 즉 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 = \overline{CP}^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 = x^2 + y^2 + 2x + 1$$

$$= x^2 + y^2 - 2y + 1,$$
즉 $4x + 6y + 13 = 2x + 1 = -2y + 1$
 $2x + 1 = -2y + 1$ 에서 $x = -y$,
 $4x + 6y + 13 = 2x + 1$ 에서 $x + 3y + 6 = 0$
따라서 $x = 3, y = -3$ 이므로
점 P의 좌표는 $(3, -3)$

16) [정답] ③

[해설] $\overline{PO} + \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 가 최소가 되는 점 P는
선분 \overline{OB} 와 선분 \overline{AC} 의 교점이다.
점 O와 점 B를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-3}{4}x = -\frac{3}{4}x$$
점 A와 점 C를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{4-(-7)}{3-1}(x-3) + 4 = \frac{11}{2}x - \frac{25}{2}$$
한편 $-\frac{3}{4}x = \frac{11}{2}x - \frac{25}{2}$ 에서 $\frac{25}{4}x = \frac{25}{2}, x = 2$
이므로

$$y = -\frac{3}{2}$$
따라서 점 P의 좌표는 $(2, -\frac{3}{2})$

17) [정답] ①

[해설] $A(5, -2)$, $B(3, 0)$ 에서 같은 거리에 있는 점
P는 점 A, 점 B의 수직이등분선 위에 있다.
점 A, 점 B의 중점은

$$\left(\frac{5+3}{2}, \frac{-2+0}{2}\right), \text{ 즉 } (4, -1)$$

점 A, 점 B를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{0+2}{3-5} = -1$$

즉 점 A, 점 B의 수직이등분선의 방정식은
 $y+1 = (x-4)$, 즉 $y = x-5$

점 P는 $y = x-5$, $y = 2x-8$ 위에 있으므로
두 직선의 교점 $(3, -2)$

따라서 $a = 3, b = -2$ 이고 $a+b = 1$

18) [정답] ④

[해설] $\sqrt{(3+1)^2 + (-1-2)^2} = 5$

19) [정답] ④

[해설] $P(p, 0)$ 이라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

$$(p+1)^2 + 5^2 = (p-6)^2 + 2^2$$

$$p^2 + 2p + 1 + 25 = p^2 - 12p + 36 + 4$$

$$14p = 14$$

$$\therefore p = 1$$

따라서 $P(1, 0)$

20) [정답] ⑤

[해설] 점 P의 좌표를 (a, a) 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$(a+2)^2 + (a-2)^2 = (a-2)^2 + (a-6)^2 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore P(2, 2)$$

21) [정답] ⑤

[해설] 직선 $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ 위의 점 $P(a, \frac{3}{2}a - \frac{5}{2})$ 라
하면

$$\overline{AP}^2 = (a+1)^2 + \left(\frac{3}{2}a - \frac{11}{2}\right)^2$$

$$\overline{BP}^2 = (a-1)^2 + \left(\frac{3}{2}a - \frac{15}{2}\right)^2$$

$$\therefore \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \frac{13}{2}a^2 - 39a + \frac{177}{2}$$

$$= \frac{13}{2}(a-3)^2 + 30$$

따라서 최솟값은 30

22) [정답] ⑤

[해설] 집을 원점으로 하는 좌표평면을 세우면 병원의
좌표는 $(4, 1)$, 소방서의 좌표는 $(-2, 2)$ 이다.

$$a = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$b = \sqrt{(4+2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{37}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 17 + 37 = 54$$