



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이항정리]

• 이항정리 : n 이 자연수일 때,

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + \cdots + {}_nC_r a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n b^n$$

• 이항계수 : n 이 자연수일 때, $(a+b)^n$ 의 전개식에서 각 항의 계수
 ${}_nC_0, {}_nC_1, {}_nC_2, \cdots, {}_nC_r, \cdots, {}_nC_n$ 을 이항계수라 한다.

• $(a+b)^n$ 의 전개식의 일반항 : ${}_nC_r a^{n-r}b^r$

[이항정리의 활용]

n 이 자연수일 때,

$$(1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 x + {}_nC_2 x^2 + \cdots + {}_nC_n x^n \text{ 에서}$$

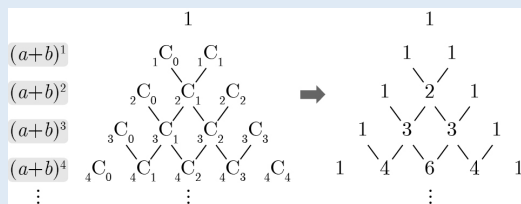
$$\bullet {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$$

$$\bullet {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - {}_nC_3 + \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$$

$$\bullet {}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots = {}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots = 2^{n-1}$$

• 파스칼의 삼각형

n 이 자연수일 때, $(a+b)^n$ 의 전개식에서 이항계수 ${}_nC_0, {}_nC_1, {}_nC_2, \cdots, {}_nC_r, \cdots, {}_nC_n$ 을 다음과 같이 배열한 것



(1) 각 단계의 양 끝에 있는 수는 모두 1이므로

$${}_nC_0 = {}_nC_n = 1 \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

(2) 각 단계의 수의 배열이 좌우 대칭이므로

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r} \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

(3) 각 단계의 수는 그 위 단계의 이웃하는 두 수의 합과 같으
로

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r \text{ (단, } 1 \leq r \leq n-1, n \text{은 자연수)}$$

기본문제

1. $(x-3y)^3$ 을 올바르게 전개한 것은?

- ① $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$
- ② $-x^3 + 9x^2y - 27xy^2 + 27y^3$
- ③ $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 9y^3$
- ④ $-x^3 + 9x^2y - 81xy^2 + 27y^3$
- ⑤ $x^3 - 9x^2y + 81xy^2 - 27y^3$

[예제]

2. $(2a+b)^4$ 을 올바르게 전개한 것은?

- ① $8a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$
- ② $8a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 16ab^3 + b^4$
- ③ $16a^4 + 8a^3b + 24a^2b^2 + 16ab^3 + b^4$
- ④ $16a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$
- ⑤ $16a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 16ab^3 + b^4$

[문제]

3. $\left(3x - \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- ① 1458
- ② -1458
- ③ 2916
- ④ -2916
- ⑤ 4374

[예제]

4. $\left(x - \frac{3}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항은?

- ① 120
- ② 60
- ③ 54
- ④ 48
- ⑤ 36

[문제]

5. $(x-y)^6$ 을 올바르게 전개한 것은?

- ① $x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$
- ② $x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 15x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$
- ③ $x^6 - 6x^5y + 20x^4y^2 - 15x^3y^3 + 20x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$
- ④ $-x^6 + 6x^5y - 15x^4y^2 + 20x^3y^3 - 15x^2y^4 + 6xy^5 - y^6$
- ⑤ $-x^6 + 6x^5y - 20x^4y^2 + 15x^3y^3 - 20x^2y^4 + 6xy^5 - y^6$

[문제]

[예제]

6. ${}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + \cdots + {}_{11}C_{11}$ 의 값은?

- ① 128 ② 256
 ③ 512 ④ 1024
 ⑤ 2048

[문제]

7. ${}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_{10}$ 의 값은?

- ① 511 ② 512
 ③ 1023 ④ 1024
 ⑤ 1025

[문제]

8. ${}_7C_0 - {}_7C_1 + {}_7C_2 - {}_7C_3 + \cdots - {}_7C_7$ 의 값은?

- ① -1 ② 0
 ③ 1 ④ 64
 ⑤ 128

평가문제

[소단원 확인 문제]

9. $(3a+b)^4$ 의 전개식에서 a^3b 의 계수는?

- ① 54 ② 81
 ③ 108 ④ 135
 ⑤ 162

[소단원 확인 문제]

10. ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = {}_7C_4$ 를 만족시키는 자연수 n, r 에 대하여 $n+r$ 의 값은?

- ① 1 ② 3
 ③ 5 ④ 7
 ⑤ 9

[소단원 확인 문제]

11. $2000 < {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n < 3000$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 10 ② 11
 ③ 12 ④ 13
 ⑤ 14

[소단원 확인 문제]

12. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^4}$ 의 계수는?

- ① 1 ② 7
 ③ 14 ④ 21
 ⑤ 35

[소단원 확인 문제]

13. 회장을 포함하여 10명으로 이루어진 동아리에서 동아리 발표 대회에 참여할 5명의 대표를 뽑는 경우의 수를 회장을 포함하는 경우와 회장을 포함하지 않는 경우로 나뉘는 식은?

- ① ${}_9C_4 + {}_9C_5$ ② ${}_{10}C_4 + {}_{10}C_5$
 ③ ${}_9C_3 + {}_9C_4$ ④ ${}_{10}C_4 + {}_9C_5$
 ⑤ ${}_9C_4 + {}_{10}C_4$

[중단원 연습 문제]

14. $(x+3)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- ① 935 ② 940
 ③ 945 ④ 950
 ⑤ 955

[중단원 연습 문제]

15. ${}_{13}C_1 + {}_{13}C_3 + {}_{13}C_5 + \cdots + {}_{13}C_{13}$ 의 값은?

- ① 2^{11} ② 2^{12}
 ③ 2^{13} ④ 2^{14}
 ⑤ 2^{15}

[중단원 연습 문제]

16. $\left(x - \frac{a}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항이 -160 가 되도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 연습 문제]

17. ${}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} = 2048$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 연습 문제]

18. $(1+x)^6(1+2x^2)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 19일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 5 ② 4
③ 3 ④ 2
⑤ 1

[중단원 연습 문제]

19. $(x+a)^8$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 x^6 의 계수의 10배일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 3
③ 5 ④ 7
⑤ 9

[대단원 종합 문제]

20. $(ax-1)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 35일 때, 실수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ 1
⑤ 2

[대단원 종합 문제]

21. $(x+y)^4\left(1+\frac{1}{xy}\right)^4$ 을 전개하였을 때, xy 의 계수는?

- ① 12 ② 24
③ 36 ④ 48
⑤ 60

[대단원 종합 문제]

22. 자연수 N 에 대하여

$$N = {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times 7 + {}_{10}C_2 \times 7^2 + \cdots + {}_{10}C_{10} \times 7^{10}$$

일 때, N 의 양의 약수의 개수는?

- ① 28 ② 29
③ 30 ④ 31
⑤ 32

[대단원 종합 문제]

23. x 에 대한 항등식

$$(1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{11}x^{11}$$

에서 a_2 의 값은? (단, $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{11}$ 은 상수)

- ① 200 ② 205
③ 210 ④ 215
⑤ 220



정답 및 해설

1) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (x-3y)^3 &= \{x+(-3y)\}^3 \\
 &= {}_3C_0x^3+{}_3C_1x^2(-3y)+{}_3C_2x(-3y)^2+{}_3C_3(-3y)^3 \\
 &= x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3
 \end{aligned}$$

2) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (2a+b)^4 &= {}_4C_0(2a)^4+{}_4C_1(2a)^3b \\
 &\quad +{}_4C_2(2a)^2b^2+{}_4C_3(2a)b^3+{}_4C_4b^4 \\
 &= 16a^4+32a^3b+24a^2b^2+8ab^3+b^4
 \end{aligned}$$

3) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \left(3x-\frac{1}{x}\right)^6 \text{의 전개식의 일반항은} \\
 {}_6C_r(3x)^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_6C_r \times 3^{6-r} \times (-1)^r \times x^{6-2r} \\
 6-2r=4 \text{에서 } r=1 \\
 \text{따라서 } x^4 \text{의 계수는 } {}_6C_1 \times 3^5 \times (-1) = -1458
 \end{aligned}$$

4) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \left(x-\frac{3}{x}\right)^4 \text{의 전개식의 일반항은} \\
 {}_4C_r(x)^{4-r}\left(-\frac{3}{x}\right)^r = {}_4C_r(-3)^r x^{4-2r} \\
 4-2r=0 \text{에서 } r=2 \\
 \text{따라서 상수항은 } {}_4C_2 \times (-3)^2 = 54
 \end{aligned}$$

5) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (x-y)^6 &= \{x+(-y)\}^6 \\
 &= {}_6C_0x^6+{}_6C_1x^5(-y)+{}_6C_2x^4(-y)^2+{}_6C_3x^3(-y)^3 \\
 &\quad +{}_6C_4x^2(-y)^4+{}_6C_5x(-y)^5+{}_6C_6(-y)^6 \\
 &= x^6-6x^5y+15x^4y^2-20x^3y^3+15x^2y^4-6xy^5+y^6
 \end{aligned}$$

6) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \text{이항정리를 이용하여 } (1+x)^{11} \text{을 전개하면} \\
 (1+x)^{11} = {}_{11}C_0+{}_{11}C_1x+{}_{11}C_2x^2+\cdots+{}_{11}C_{11}x^{11} \\
 \text{이 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면} \\
 2^{11} = {}_{11}C_0+{}_{11}C_1+{}_{11}C_2+\cdots+{}_{11}C_{11} \\
 \text{따라서 } {}_{11}C_0+{}_{11}C_1+{}_{11}C_2+\cdots+{}_{11}C_{11} = 2048
 \end{aligned}$$

7) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (1+x)^{10} &= {}_{10}C_0+{}_{10}C_1x+\cdots+{}_{10}C_{10}x^{10} \\
 \text{이 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면} \\
 2^{10} &= {}_{10}C_0+{}_{10}C_1+{}_{10}C_2+\cdots+{}_{10}C_{10} \\
 \text{따라서 } {}_{10}C_1+{}_{10}C_2+\cdots+{}_{10}C_{10} &= 2^{10}-1 = 1023
 \end{aligned}$$

8) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (1+x)^7 &= {}_7C_0+{}_7C_1x+\cdots+{}_7C_7x^7 \\
 \text{이 식의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면} \\
 0 &= {}_7C_0-{}_7C_1+{}_7C_2-{}_7C_3+\cdots-{}_7C_7
 \end{aligned}$$

9) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} (3a+b)^4 \text{ 전개식의 일반항은} \\
 {}_4C_r(3a)^{4-r}(b)^r = {}_4C_r \times 3^{4-r} \times a^{4-r} \times b^r \\
 a^3b \text{인 항은 } r=1 \text{인 경우이므로} \\
 \text{따라서 } a^3b \text{의 계수는} \\
 {}_4C_1 \times 3^3 = 108
 \end{aligned}$$

10) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} {}_nC_r+{}_nC_{r+1} &= {}_{n+1}C_{r+1} = {}_7C_4 \text{에서} \\
 n=6, r=3 \\
 \therefore n+r &= 9
 \end{aligned}$$

11) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} {}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n &= 2^n \text{이므로} \\
 2000 < 2^n < 3000 \text{을 만족시키는 } n \text{의 값은 } 11 \\
 (2^{10} = 1024, 2^{11} = 2048, 2^{12} = 4096)
 \end{aligned}$$

12) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \text{전개식의 일반항은} \\
 {}_7C_r(x^2)^{7-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r &= {}_7C_r \times x^{14-2r} \times \frac{1}{x^r} \\
 &= {}_7C_r \times x^{14-3r} \\
 \text{이때 } \frac{1}{x^4} \text{인 항은 } 14-3r &= -4 \text{에서 } r=6 \\
 \text{따라서 } \frac{1}{x^4} \text{의 계수는 } {}_7C_6 &= 7
 \end{aligned}$$

13) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \text{(i) 회장이 뽑히는 경우} \\
 5 \text{명의 대표 중에서 회장을 포함하려면 회장을 제} \\
 \text{외한 9명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수이므로} \\
 {}_9C_4 \\
 \text{(ii) 회장이 뽑히지 않는 경우} \\
 5 \text{명의 대표 중에서 회장을 포함하지 않으려면 회} \\
 \text{장을 제외한 9명 중에서 5명을 뽑는 경우의 수이} \\
 \text{므로 } {}_9C_5 \\
 \text{(i)-(ii)에서 } {}_9C_4+{}_9C_5 &= {}_{10}C_5
 \end{aligned}$$

14) [정답] ③

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \text{전개식의 일반항은} \\
 {}_7C_r(x)^{7-r}(3)^r &= {}_7C_r \times 3^r \times x^{7-r} \\
 \text{이때 } x^4 \text{인 항은 } r=3 \\
 \text{따라서 } x^4 \text{의 계수는} \\
 {}_7C_3 \times 3^3 &= 945
 \end{aligned}$$

15) [정답] ②

[해설] ${}_{13}C_1 + {}_{13}C_3 + {}_{13}C_5 + \cdots + {}_{13}C_{13} = 2^{13-1} = 2^{12}$

16) [정답] ②

[해설] 전개식의 일반항은

$${}_6C_r (x)^{6-r} \left(-\frac{a}{x}\right)^r = {}_6C_r \times (-a)^r \times x^{6-r} \times \frac{1}{x^r}$$

$$= {}_6C_r \times (-a)^r \times x^{6-2r}$$

이때 상수항은 $6-2r=0$ 에서 $r=3$

따라서 상수항은 ${}_6C_3 \times (-a^3) = -20a^3$

$-20a^3 = -160$ 에서 $a^3 = 8$

$\therefore a = 2$

17) [정답] ⑤

[해설] ${}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} = 2^{2n-1}$ 이므로

로 $2^{2n-1} = 2048$, $2^{2n-1} = 2^{11}$

$2n-1 = 11$ 에서 $n = 6$

18) [정답] ④

[해설] $(1+x)^6$ 의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r x^r$

$(1+2x^2)^n$ 의 전개식의 일반항은

$${}_nC_s (2x^2)^s = {}_nC_s 2^s x^{2s}$$

$(1+x)^6(1+2x^2)^n$ 의 전개식에서 x^2 이 되는 경우

는 $x^2 \times x^0 = x \times x = x^0 \times x^2$

$2s=0$ 에서 $s=0$

$2s=1$ 을 만족시키는 정수 s 는 없다.

$2s=2$ 에서 $s=1$

즉, $s=0$ 일 때 $r=2 : {}_6C_2 \times {}_nC_0 \times 2^0 = 15$

$s=1$ 일 때 $r=0 : {}_6C_0 \times {}_nC_1 \times 2^1 = 2n$

따라서 x^2 의 계수는 $15+2n=19$ 이므로 $n=2$

19) [정답] ③

[해설] 전개식의 일반항은

$${}_8C_r (x)^{8-r} (a)^r = {}_8C_r \times a^r \times x^{8-r}$$

이때 x^5 인 항은 $r=3$ 일 때 이므로

x^5 의 계수는 ${}_8C_3 \times a^3$

x^6 인 항은 $r=2$ 일 때 이므로

x^6 의 계수는 ${}_8C_2 \times a^2$

x^5 의 계수가 x^6 의 계수의 10배이므로

$${}_8C_3 \times a^3 = 10 \times {}_8C_2 \times a^2$$

$56 \times a = 280$ 에서 $a = 5$

20) [정답] ④

[해설] 전개식의 일반항은

$${}_7C_r (ax)^{7-r} (-1)^r = {}_7C_r \times a^{7-r} \times (-1)^r \times x^{7-r}$$

이때 x^3 인 항은 $r=4$

따라서 x^3 의 계수는

$${}_7C_4 \times a^3 \times (-1)^4 = 35a^3 \text{에서 } 35a^3 = 35 \text{이므로}$$

$a = 1$

21) [정답] ②

[해설] $(x+y)^4$ 의 전개식의 일반항은 ${}_4C_r x^{4-r} y^r$

$$\left(1 + \frac{1}{xy}\right)^4 \text{의 전개식의 일반항은 } {}_4C_s \left(\frac{1}{xy}\right)^s$$

$(x+y)^4 \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^4$ 의 전개식에서 xy 가 되는 경우

는 $x^2 y^2 \times \left(\frac{1}{xy}\right)^1$ 일 때이므로

$$r=2 \text{일 때 } s=1 : {}_4C_2 \times {}_4C_1 = 24$$

따라서 xy 의 계수는 24

22) [정답] ④

[해설] 이항정리를 이용하여

$$(1+x)^{10} = {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 x + {}_{10}C_2 x^2 + \cdots + {}_{10}C_{10} x^{10}$$

위의 식에 $x=7$ 을 대입하면

$$(1+7)^{10}$$

$$= {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times 7 + {}_{10}C_2 \times 7^2 + \cdots + {}_{10}C_{10} \times 7^{10}$$

따라서 $N = 8^{10} = 2^{30}$ 이므로 2^{30} 의 양의 약수의 개수는 $30+1=31$

23) [정답] ⑤

[해설] a_2 는

$$(1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{11}$$

전개식에서 x^2 의 계수이다.

$(1+x)^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는 ${}_2C_2$,

$(1+x)^3$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는 ${}_3C_2$,

\vdots

$(1+x)^{11}$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는 ${}_{11}C_2$

즉,

$$a_2 = {}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{11}C_2$$

$$= {}_3C_3 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{11}C_2$$

$$= {}_4C_3 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{11}C_2$$

$$= {}_5C_3 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{11}C_2$$

\vdots

$$= {}_{11}C_3 + {}_{11}C_2$$

$$= {}_{12}C_3$$

따라서 구하는 값은

$${}_{12}C_3 = 220$$