● 1회차

01 ③	02 ⑤	03 ③	04 ⑤	05 ④
06 ③	07 ①	08 ④	09 ④	10 ③
11 ②	12 ②	13 ②	14 ⑤	15 ②
16 ③	17 ②			

[서술형 1] 3
[서술형 2] 12
[서술형 3] -1

01 $\lim_{x\to2-} f(x)g(x)+\lim_{x\to1+} f(x)g(x)$

$=\lim_{x\to2-} f(x)\cdot\lim_{x\to2-} g(x)+\lim_{x\to1+} f(x)\cdot\lim_{x\to1+} g(x)$

$=2\cdot0+1\cdot1=1$

02 $\lim_{x\to2}(x^2-2)=2^2-2=2$

03 $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(\sqrt{x^2+5}-3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}$

$=\frac{2}{3}$

04 $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=2$

05 $h(x)=2f(x)-g(x)$라 하면

$\lim_{x\to\infty}h(x)=1,\ g(x)=2f(x)-h(x)$

$\therefore\ \lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)+2g(x)}{9f(x)-2g(x)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)+2\{2f(x)-h(x)\}}{9f(x)-2\{2f(x)-h(x)\}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{7f(x)-2h(x)}{5f(x)+2h(x)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{7-2\cdot\frac{h(x)}{f(x)}}{5+2\cdot\frac{h(x)}{f(x)}}$

$=\frac{7}{5}$

다른 풀이

$\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty,\ \lim_{x\to\infty}\{2f(x)-g(x)\}=1$이므로

$\lim_{x\to\infty}\frac{2f(x)-g(x)}{f(x)}=0$

즉 $\lim_{x\to\infty}\left\{2-\frac{g(x)}{f(x)}\right\}=2-\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)}=0$이므로

$\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)}=2$

$\therefore\ \lim_{x\to\infty}\frac{3f(x)+2g(x)}{9f(x)-2g(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{3+2\cdot\frac{g(x)}{f(x)}}{9-2\cdot\frac{g(x)}{f(x)}}$

$=\frac{3+2\cdot2}{9-2\cdot2}=\frac{7}{5}$

06 $2x>0$이므로 $2x^2+ax\le f(x)\le3x^2+ax$의 각 변을 $2x$로 나누면

$\frac{2x^2+ax}{2x}\le\frac{f(x)}{2x}\le\frac{3x^2+ax}{2x}$

이때

$\lim_{x\to0+}\frac{2x^2+ax}{2x}=\lim_{x\to0+}\frac{2x+a}{2}=\frac{a}{2}$

$\lim_{x\to0+}\frac{3x^2+ax}{2x}=\lim_{x\to0+}\frac{3x+a}{2}=\frac{a}{2}$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$\lim_{x\to0+}\frac{f(x)}{2x}=\frac{a}{2}$

즉 $\frac{a}{2}=3$이므로 $a=6$

Lecture 함수의 극한의 대소 관계

세 함수 $f(x),g(x),h(x)$에 대하여
$f(x)\le h(x)\le g(x)$이고
$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}g(x)=\alpha$ (α는 실수)이면
$\lim_{x\to a}h(x)=\alpha$

07 ㄱ. 함수 $f(x)$는 다항함수이므로 $x=2$에서 연속이다.

ㄴ. $x=2$에서의 함숫값 $f(2)$가 정의되어 있지 않으므로 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.

ㄷ. $1\le x<2$이면 $[x]=1$이므로

$\lim_{x\to 2-} f(x)=\lim_{x\to 2-} 1=1$

$2\le x<3$이면 $[x]=2$이므로

$\lim_{x\to 2+} f(x)=\lim_{x\to 2+} 2=2$

$\therefore \lim_{x\to 2-} f(x)\ne \lim_{x\to 2+} f(x)$

즉 $\lim_{x\to 2} f(x)$가 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.

ㄹ. $\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x-2}$

$=\lim_{x\to 2}\frac{(x+1)(x-2)}{x-2}$

$=\lim_{x\to 2}(x+1)=3$

$f(2)=1$이므로 $\lim_{x\to 2} f(x)\ne f(2)$

즉 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.

따라서 $x=2$에서 연속인 함수는 ㄱ이다.

08 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이므로 $x=1$에서 연속이다.

즉 $\lim_{x\to 1-} f(x)=\lim_{x\to 1+} f(x)=f(1)$이므로

$\lim_{x\to 1-} 2x=\lim_{x\to 1+}(x^2-2x+a)=f(1)$

$a-1=2 \qquad \therefore a=3$

따라서 $f(x)=\begin{cases} 2x & (x<1) \\ x^2-2x+3 & (x\ge 1)\end{cases}$이므로

$f(3)=9-6+3=6$

09 $x\ne a$일 때, $f(x)=\frac{x^2-2x+b}{x-a}$

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이므로 $x=a$에서 연속이다.

즉 $f(a)=\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a}\frac{x^2-2x+b}{x-a}$이므로

$\lim_{x\to a}\frac{x^2-2x+b}{x-a}=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠에서 $\lim_{x\to a}(x-a)=0$이므로

$\lim_{x\to a}(x^2-2x+b)=a^2-2a+b=0$

$\therefore b=-a^2+2a \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 $\lim_{x\to a}\frac{x^2-2x+b}{x-a}$에 대입하면

$$\lim_{x\to a}\frac{x^2-2x+b}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{x^2-2x-a^2+2a}{x-a}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(x+a-2)}{x-a}$$
$$=\lim_{x\to a}(x+a-2)$$
$$=2a-2$$

즉 $2a-2=4$이므로 $a=3$

$a=3$을 ㉡에 대입하면 $b=-9+6=-3$

따라서 $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-2x-3}{x-3} & (x\ne 3) \\ 4 & (x=3)\end{cases}$이므로

$f(1)=\frac{1-2-3}{1-3}=2$

Lecture 미정계수의 결정

미정계수가 포함된 분수 꼴의 함수에서 $x\to a$일 때

(1) (분모)$\to 0$이고 극한값이 존재하면
(분자)$\to 0$

(2) (분자)$\to 0$이고 0이 아닌 극한값이 존재하면
(분모)$\to 0$

10 $f(x)=x^2-4x+k$라 하면 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에서 연속이다. 이때 방정식 $f(x)=0$이 열린구간 $(-2, 1)$에서 적어도 하나의 실근을 가지려면 사잇값의 정리에 의하여 $f(-2)f(1)<0$이어야 하므로

$(k+12)(k-3)<0$

$\therefore -12<k<3$

따라서 정수 k의 최댓값은 2이다.

Lecture 사잇값의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

11 x의 값이 a에서 $a+1$까지 변할 때의 평균변화율은

$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(a+1)-f(a)}{(a+1)-a}$
$=\{2(a+1)^2-(a+1)\}-(2a^2-a)$
$=4a+1$
즉 $4a+1=-3$이므로 $a=-1$

12 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+2h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+2h)-f(3)}{2h}\cdot 2$
$=2f'(3)$
$=2\cdot 2=4$

13 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하므로 $x=1$에서 연속이다.
즉 $\lim_{x\to 1-}f(x)=\lim_{x\to 1+}f(x)=f(1)$이므로
$\lim_{x\to 1-}x^3=\lim_{x\to 1+}(ax+b)=f(1)$
$1=a+b \qquad \therefore b=-a+1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
또 $f'(1)$이 존재하므로
$\lim_{x\to 1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$
이때
$\lim_{x\to 1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1-}\frac{x^3-(a+b)}{x-1}$
$=\lim_{x\to 1-}\frac{x^3-1}{x-1}$ ($\because$ ㉠)
$=\lim_{x\to 1-}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}$
$=\lim_{x\to 1-}(x^2+x+1)=3$
$\lim_{x\to 1+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1+}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}$
$=\lim_{x\to 1+}\frac{ax-a}{x-1}$
$=\lim_{x\to 1+}\frac{a(x-1)}{x-1}$
$=a$
이므로 $a=3$
$a=3$을 ㉠에 대입하면 $b=-3+1=-2$
$\therefore a-b=3-(-2)=5$

14 $f(x)=x^2+ax+b$에서 $f'(x)=2x+a$
$f(2)=3$, $f'(0)=2$이므로
$4+2a+b=3$, $a=2$
따라서 $a=2$, $b=-5$이므로
$a-b=2-(-5)=7$

15 $\lim_{h\to 0}\frac{f(-1-2h)-f(-1)}{h}$
$=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1-2h)-f(-1)}{-2h}\cdot(-2)$
$=-2f'(-1)$
즉 $-2f'(-1)=4$이므로 $f'(-1)=-2$
이때 $f'(x)=2(x+a)+(2x+1)\cdot 1=4x+2a+1$
이므로 $f'(-1)=-2$에서
$2a-3=-2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

16 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$, a, b, c는 상수)라 하면
$f'(x)=2ax+b$이므로
$(x+1)f'(x)=2f(x)$에서
$(x+1)(2ax+b)=2(ax^2+bx+c)$
$2ax^2+(2a+b)x+b=2ax^2+2bx+2c$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$2a+b=2b$, $b=2c$
$\therefore a=\frac{1}{2}b$, $c=\frac{1}{2}b$
즉 $f(x)=\frac{1}{2}bx^2+bx+\frac{1}{2}b$이고 $f(0)=2$이므로
$\frac{1}{2}b=2 \qquad \therefore b=4$
따라서 $f(x)=2x^2+4x+2$이므로
$f(-1)=2-4+2=0$

17 $f(x)=(x^2-x)(2x-3)$이라 하면
$f'(x)=(2x-1)(2x-3)+(x^2-x)\cdot 2$
$=6x^2-10x+3$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 2)$에서의 접선의 기울기는 $f'(2)=24-20+3=7$

즉 구하는 접선의 방정식은
$y-2=7(x-2)$ $\quad\therefore y=7x-12$
따라서 $a=7$, $b=-12$이므로
$a+b=7+(-12)=-5$

[서술형 1] $\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax+b}{x-1}=3$에서
$\lim_{x\to1}(x-1)=0$이므로
$\lim_{x\to1}(x^2+ax+b)=1+a+b=0$
$\therefore b=-a-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
❶

㉠을 주어진 식에 대입하면
$$\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax+b}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax-a-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+a+1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+a+1)=a+2$$
즉 $a+2=3$이므로 $a=1$
$a=1$을 ㉠에 대입하면 $b=-1-1=-2$
❷

$\therefore a-b=1-(-2)=3$
❸

채점 기준	배점
❶ b를 a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	4점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2-x+1}=2$에서 $f(x)$는 x^2의 계수가 2인 이차식임을 알 수 있다.
또 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-3x+2}=-10$에서
$\lim_{x\to1}(x^2-3x+2)=0$이므로
$\lim_{x\to1}f(x)=0$ $\quad\therefore f(1)=0$
즉 $f(x)=2(x-1)(x-a)$ (a는 상수)로 놓을 수 있으므로
❶

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to1}\frac{2(x-1)(x-a)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to1}\frac{2(x-a)}{x-2}=2a-2$$
즉 $2a-2=-10$이므로 $a=-4$
따라서 $f(x)=2(x-1)(x+4)$이므로
❷

$f(2)=2\cdot1\cdot6=12$
❸

채점 기준	배점
❶ $f(x)$를 x^2의 계수가 2인 이차식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ $f(x)$를 구할 수 있다.	4점
❸ $f(2)$의 값을 구할 수 있다.	1점

Lecture **인수정리**
(1) 다항식 $f(x)$가 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어지면 $f(\alpha)=0$
(2) $f(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어진다. ⇨ 다항식 $f(x)$는 $x-\alpha$를 인수로 갖는다.

[서술형 3] $g(x)=(x^2+x+1)f(x)$의 양변에 $x=1$을 대입하면 $g(1)=3f(1)$
$3f(1)=6$ $\quad\therefore f(1)=2$
❶

$g(x)=(x^2+x+1)f(x)$의 양변을 x에 대하여 미분하면
$g'(x)=(2x+1)f(x)+(x^2+x+1)f'(x)$
위의 식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$g'(1)=3f(1)+3f'(1)$
$3=3\cdot2+3f'(1)$
$\therefore f'(1)=-1$
❷

채점 기준	배점
❶ $f(1)$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $f'(1)$의 값을 구할 수 있다.	4점