

2021학년도 1학기 2차 지필평가

학년	과목명 <small>영문</small>	과목코드	고사일/교시
2	수학 I	03	7월 1일(목) 2교시

- 인쇄된 시험지의 과목명, 전체쪽수, 문항수, 인쇄상태를 꼭 확인 하시오.
- 답안지에 인적사항과 과목코드를 정확히 표기한 후, 답안을 작성 하시오. 표기는 컴퓨터용 사인펜으로 '●'와 같이 표시하십시오.
- 본 평가 문항은 선택형 15문항, 논술형 3문항입니다.

< 선택형 >

1. $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$ 일 때, 방정식 $4\sin x = 2$ 를 만족시키는 x 의 값은?

[4.4점]

- ① $\frac{1}{2}\pi$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$
 ④ $\frac{4}{5}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

2. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \sin(\pi + \theta)$ 의 값은? [4.6점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

3. 수열의 귀납적 정의가 다음과 같은 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에서 $a_4 + b_3$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4.6점]

- $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$ ○ $\begin{cases} b_1 = 4 \\ b_{n+1} = -2b_n \end{cases}$

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

4. 삼각형 ABC에 대하여 $b=5$, $c=8$, $A=60^\circ$ 일 때, a 의 값은? [4.8점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a\sin bx + c$ 의 최댓값이 6, 최솟값이 -4 이고, 주기가 $\frac{2}{3}\pi$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [5.3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. n 을 5로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{101}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [5.3점]

- ① 201 ② 202 ③ 203 ④ 204 ⑤ 205

7. $k > 0$ 인 상수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\tan x = k$ 의 두 근을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하자. $\tan \frac{\alpha + \beta}{2} = -\frac{4}{5}$ 일 때, k 의 값은? [5.5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

8. 첫째항이 10, 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라 할 때 T_5 의 값은?

[5.5점]

- ① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

9. 첫째항이 9, 공비가 $\frac{1}{10}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대해 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, S_5 의 값은?

[5.3점]

- ① 9.9 ② 9.99 ③ 9.999 ④ 9.9999 ⑤ 10

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 4, a_{n+1} = \frac{3n+2}{3n-1} a_n$ 을 만족시킬 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [5.5점]

- ① 300 ② 310 ③ 320
 ④ 330 ⑤ 340

11. 다음을 기호 \sum 를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것은?

[4.9점]

$$2 + 5 + 8 + 11 + \dots + (3n+2)$$

- ① $\sum_{k=1}^{n+1} (3k-1)$ ② $\sum_{k=1}^n (3k-1)$ ③ $\sum_{k=0}^{n-1} (3k+2)$
 ④ $\sum_{k=1}^n (3k+2)$ ⑤ $\sum_{k=1}^{n+1} (3k+2)$

12. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \cos^2 x - \sin x - 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [5.5점]

- ① $-\frac{9}{4}$ ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

13. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2\cdots\cdots\textcircled{1}$$

이 항상 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

① $n=1$ 일 때,

$$(\text{좌변})=1, (\text{우변})=1^2=1$$

따라서 $n=1$ 일 때 등식 ①이 성립한다.

② $n=k$ 일 때 등식 ①이 성립한다고 가정하면

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2\cdots\cdots\textcircled{2} \text{ 이므로}$$

등식 ②의 좌변에 $\boxed{(2k+1)}$ 를(을) 더하면

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{(2k+1)} = k^2 + \boxed{(2k+1)}$$

$$= \boxed{(k+1)^2}$$

이 등식은 등식 ①에 $n=k+1$ 을 대입한 것과 같다.

따라서 $n=k+1$ 일 때도 등식 ①이 성립한다.

따라서, ①, ②에 의해

모든 자연수 n 에 대하여 등식 ①이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 이라 할 때,
 $f(3)+g(-3)$ 의 값은? [5.9점]

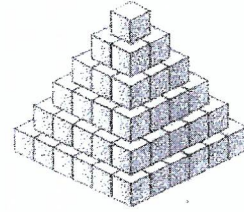
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

14. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 $x=4$ 이다. $f(n)$ 이
 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합과
 같을 때 $f(10)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [6.8점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

15. 크기가 같은 정육면체를 빈틈없이 쌓아서 n 단의 피라미드 모
 양의 입체도형을 만들 때, 이 입체도형을 만드는데 사용된 모
 든 정육면체의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_1=1$, $a_2=5$
 이다. 이때 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$ 의 값은?

(그림은 6단을 쌓아 만든 피라미드 모양의 입체도형이다.) [6.1점]

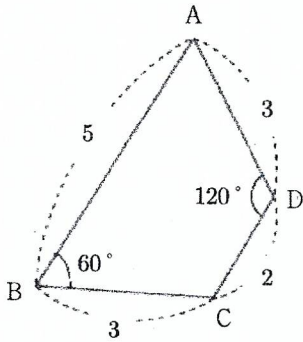


- ① 1200 ② 1210 ③ 1220
 ④ 1230 ⑤ 1240

< 논술형 >

- 논술형 답안은 OMR 답안지의 해당 논술형 답란에 검정 펜으로 정확히 기입하시오.
- 답안지에 문항번호 [1], [2] ... 등을 반드시 적으시오.
(논술형 문항번호 미기재 시 채점대상에서 제외함.)

[논술형 1] 그림과 같은 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=2$, $\overline{DA}=3$ 이고 $\angle B=60^\circ$, $\angle D=120^\circ$ 일 때, □ABCD의 넓이를 구하고 그 과정을 서술하시오. [5점]



[논술형 2] 2^{n-1} 의 모든 양의 약수의 합을 a_n 이라 하고, 3^{n-1} 의 모든 양의 약수의 합을 b_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항과 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하고, a_3+b_4 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, n 은 자연수이다.) [7점]

[논술형 3] 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2k+2} = n^2 + n$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하고 $\sum_{n=1}^5 \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. [8점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이 시험문제의 저작권은 용인고등학교에 있습니다. 무단 전재와 복제를 금하며 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.