6-4-1.피타고라스 정리_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

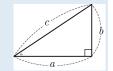
1) 제작연월일 : 2020-07-25

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[피타고라스 정리]



[피타고라스 정리의 확인]

(1) 월리스의 방법

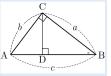
 \triangle ABC \bigcirc \triangle CBD이므로 $c: a = a: \overline{DB}$ $\therefore a^2 = c \times \overline{DB} \cdots \bigcirc$

△ABC ∽ △ACD 이므로

 $c: b = b: \overline{AD}$ $\therefore b^2 = c \times \overline{AD}$ $\cdots \mathbb{Q}$

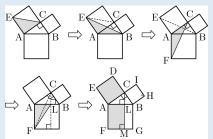
①, ⓒ에 의해서

 $a^2 + b^2 = c \times (\overline{DB} + \overline{AD})$ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$



(2) 유클리드의 방법

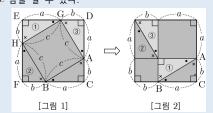
 $\Box AFGB = \Box ACDE + \Box BHIC \quad \therefore \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$



(3) 피타고라스의 방법

[그림1]과 같이 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 이용하여 한 변의 길이가 a+b인 정사각형 CDEF를 만들면 $\Box AGHB$ 는 한 변의 길이가 c인 정사각형이다.

[그림1]에서 세 개의 직각삼각형 ①, ②, ③을 [그림2]와 같이 만들면 [그림1]의 한 변의 길이가 c인 정사각형 AGHB의 넓이는 [그림2]의 한 변의 길이가 각각 a, b인 두 정사각형의 넓이의 합과 같으므로 $a^2+b^2=c^2$ 임을 알 수 있다.



[직각삼각형이 되기 위한 조건]

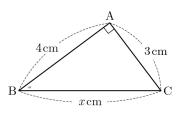
세 변의 길이가 각각 $a,\ b,\ c$ 인 삼각형 ABC에서 $a^2+b^2=c^2$ 인 관계가 성립하면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.



기본문제

[문제]

다음 그림과 같이 ∠A=90°인 직각삼각형 ABC
 에서 AB=4cm, AC=3cm일 때, x의 값을 구하면?



1 5

2 5.5

3 6

4 6.5

⑤ 7

[문제]

2. 세 변의 길이가 각각 <보기>와 같은 삼각형 중에 서 직각삼각형인 것을 모두 고른 것은?

	<보기>	
☐ 7. 3, 4, 6	∟. 5, 12, 13	
□. 6, 8, 10	ㄹ. 7, 10, 12	
① ¬ ı	2 7 F	

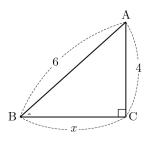
④ ∟. ≥

③ ∟, ⊏ ⑤ ⊏. ⊇

평가문제

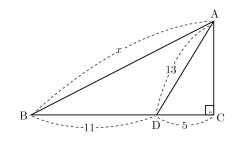
[중단원 학습 점검]

3. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90$ $^{\circ}$ 인 직각삼각형에서 x^2 의 값을 구하면?



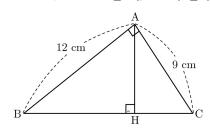
- ① 18
- 2 19
- 3 20
- 4) 21
- **⑤** 22

- [단원 마무리]
- 삼각형의 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼 각형이 <u>아닌</u> 것은?
 - ① 3, 4, 5
- 2 6, 8, 10
- 3 5, 12, 13
- **4** 7, 24, 25
- **⑤** 10, 13, 15
- 유사문제
- **5.** 직각삼각형 ABC에서 \overline{AD} =13, \overline{BD} =11, \overline{CD} =5 일 때, x의 값은?

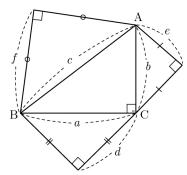


- 1 14
- 2 16
- 3 18
- **4**) 20
- ⑤ 22

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{AC} = 9cm$,



- ① 6.6cm
- ② 7.2cm
- ③ 7.6cm
- 4 8.2cm
- ⑤ 8.4cm
- 7. 삼각형의 세 변의 길이가 다음과 같이 주어졌을 때, 직각삼각형인 것은?
 - ① 2cm, 3cm, 4cm
- ② 3cm, 3cm, 5cm
- ③ 5 cm, 11 cm, 13 cm
- ④ 6cm, 9cm, 10cm
- (5) 9 cm, 12 cm, 15 cm
- 8. $\angle C = 90$ ° 인 직각삼각형의 세 변에 직각이등변삼 각형을 각각 그렸다. 그림에 대한 설명으로 옳은 것 은?



- ① a+b=c
- ② d+e=f
- $3 d^2 + e^2 = f^2$
- (4) $a^2 + b^2 = f^2$
- (5) $d^2 + e^2 = 2c^2$

9. 다음 빈 칸에 알맞은 말은?

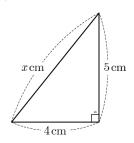
삼각형에서 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합과 같으면

- 이 삼각형은 이다.
- ① 정삼각형
- ② 직사각형
- ③ 직각삼각형
- ④ 평행사변형
- ⑤ 이등변삼각형

10. 삼각형의 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼 각형인 것은?

- ① 3 cm, 5 cm, 7 cm
- ② 5 cm, 8 cm, 9 cm
- 39 cm, 12 cm, 15 cm
- ④ 11 cm, 15 cm, 17 cm
- $513 \, \text{cm}, 15 \, \text{cm}, 20 \, \text{cm}$

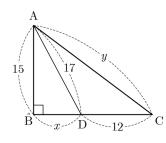
11. 직각삼각형에서 x^2 의 값은?



① 3

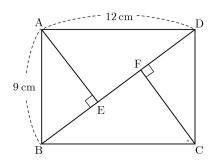
- 29
- 3 20
- **4**) 32
- ⑤ 41

12. 그림과 같이 $\angle B = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC에서 xy의 값을 구하면?



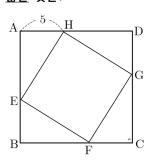
- ① 169
- ② 180
- 3 186
- (4) 194
- (5) 200

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, \overline{ED} 의 길이를 구하면?



- ① 9 cm
- ② 9.4 cm
- ③ 9.6 cm
- (4) 9.8 cm
- ⑤ 10 cm

14. 한 변의 길이가 17 인 정사각형을 합동인 4 개의 직각삼각형과 사각형을 이용하여 나타낸 것이다. □ 안에 옳지 <u>않은</u> 것은?



직각삼각형 AEH에서 $\overline{EH}^2 = 5^2 + \boxed{1} = \boxed{2}$ 이다.

- 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이므로
- $\square EFGH$ 에서 $\overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG} = \boxed{3}$ 이고,

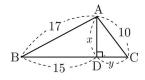
$$\angle E = \angle F = \angle G = \angle H$$

= 180° - ($\angle AHE + \boxed{\textcircled{4}}$)= 90°

이다. 즉, □*EFGH* 는 ⑤ 이므로 □*EFGH* 의 넓이는 ② 이다.

- 144
- 2 169
- $\odot \overline{EF}$
- $\textcircled{4} \angle DGH$
- ⑤ 정사각형

- **15.** 세 변의 길이가 각각 5, a, 13인 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 a의 값은? (단, a < 13)
 - 1) 8
- 2 9
- 3 10
- **4** 11
- **⑤** 12
- **16.** 그림에서 x-y의 값은?

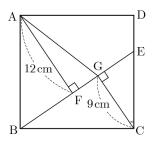


1

② 2

- 3 3
- **4**

- **⑤** 5
- ${f 17.}$ 정사각형 ABCD의 꼭짓점 B를 지나는 직선과 \overline{CD} 의 교점을 E, 두 꼭짓점 A, C에서 \overline{BE} 에 내 린 수선의 발을 각각 F, G라고 하자. $\overline{AG} = x$ cm 라 할 때, x^2 의 값은?



- ① 148
- ② 153
- 3 160
- **4** 169
- **⑤** 193

4

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
이므로
 $x^2 = 4^2 + 3^2 = 25$
 $\therefore x = 5$

2) [정답] ③

[해설] L. $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로 직각삼각형이다. C. $6^2 + 8^2 = 10^2$ 이므로 직각삼각형이다.

3) [정답] ③

[해설] 피타고라스 정리에 의하여

BC²+AC²=AB²이므로

$$x^2+4^2=6^2$$

 $\therefore x^2=36-16=20$

4) [정답] ⑤

[해설] ⑤
$$10^2 + 13^2 = 269$$
, $15^2 = 225$ 이므로 $10^2 + 13^2 \neq 15^2$

5) [정답] ④

[해설]
$$\triangle ADC$$
에서 $\overline{AC^2}=13^2-5^2=12^2, \ \overline{AC}=12$ $\triangle ABC$ 에서 $x^2=16^2+12^2=20^2, \ x=20$

6) [정답] ②

[해설]
$$\overline{BC}^2 = 12^2 + 9^2 = 225 = 15^2$$
, $\overline{BC} = 15$
 $\triangle ABC$ 에서 $12 \times 9 = 15 \times \overline{AH}$
 $\overline{AH} = \frac{108}{15} = 7.2$

7) [정답] ⑤

[해설] ⑤ $9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$ 이므로 빗변의 길이가 15cm인 직각삼각형이다.

8) [정답] ③

[해설]
$$2d^2 = a^2$$
, $2e^2 = b^2$, $2f^2 = c^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ $2d^2 + 2e^2 = 2f^2$ $\therefore d^2 + e^2 = f^2$

9) [정답] ③

[해설] 피타고라스의 정리에 의해 세 변의 길이가 a, b, c(단, c가 가장 긴 변)인 삼각형에서 $a^2+b^2=c^2$ 이면 이 삼각형은 직각삼각형이다.

10) [정답] ③

[해설] ③ 9²+12²=81+144=225=15²이므로 15를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.

11) [정답] ⑤

[해설]
$$x^2 = 5^2 + 4^2 = 41$$

12) [정답] ⑤

[해설] $\triangle ABD$ 에서

$$x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64$$
 $\therefore x = 8$ $\triangle ABC$ $|A|$ $y^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$ $\therefore y = 25$ $\therefore xy = 8 \times 25 = 200$

13) [정답] ③

[해설] 직각삼각형 ABD에서

$$\overline{BD}^2 = 12^2 + 9^2 = 15^2$$
, $\overline{BD} = 15$ (cm)
이때 $\overline{AD}^2 = \overline{ED} \times \overline{BD}$ 이므로
 $12^2 = 15\overline{ED}$ $\therefore \overline{ED} = \frac{48}{5} = 9.6$ (cm)

14) [정답] ④

[해설] ④ ∠*DHG*

15) [정답] ⑤

[해설]
$$a < 13$$
이면 13 이 빗변의 길이가 되므로 $5^2 + a^2 = 13^2, \ a^2 = 169 - 25 = 144 \ \therefore a = 12$

16) [정답] ②

[해설]
$$x^2 = 17^2 - 15^2 = 8^2$$
, $x = 8$
 $y^2 = 10^2 - 8^2 = 6^2$, $y = 6$
 $\therefore x - y = 2$

17) [정답] ②

[해설]
$$\triangle ABF$$
와 $\triangle BCG$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$

$$\angle AFB = \angle BGC = 90^{\circ},$$

$$\angle BAF + \angle ABF = 90^{\circ}$$

$$\angle CBG + \angle ABF = 90^{\circ} \quad \therefore \angle BAF = \angle CBG$$
따라서 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG(RHA$ 합동)
$$\overline{BG} = \overline{AF} = 12cm, \ \overline{BF} = \overline{CG} = 9cm$$
이므로
$$\overline{FG} = \overline{BG} - \overline{BF} = 3cm$$
이다.
$$\triangle AFG$$
가 $\angle AFG = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형이므로
$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

$$\therefore x^2 = 12^2 + 3^2 = 153$$