

2019년 용인고 수학(하) 기말고사

1. 함수 $y = \sqrt{-x-1} + 2$ 의 정의역과 치역을 차례로 나열한 것은?

- ① $\{x|x \leq -1\}, \{y|y \geq 2\}$ ② $\{x|x \leq -1\}, \{y|y \leq 2\}$
 ③ $\{x|x \geq -1\}, \{y|y \geq 2\}$ ④ $\{x|x \leq 1\}, \{y|y \geq 2\}$
 ⑤ $\{x|x \geq 1\}, \{y|y \leq 2\}$

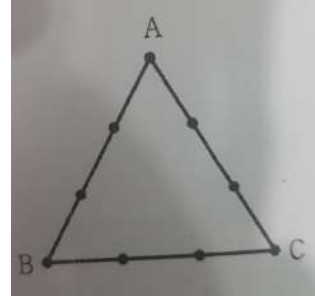
2. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $f(-1) = 1, f^{-1}(5) = 0$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

3. 자연수 n, r 에 대하여 ${}_nP_r = 42, {}_nC_r = 21$ 일 때, $n+r$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 그림과 같이 삼각형 ABC 위에 있는 9개의 점 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 72 ② 73 ③ 74 ④ 75 ⑤ 76

5. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 함수 $y = \frac{5x-4}{x-1}$ 의 그래프와 일치한다고 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ 의 값은?

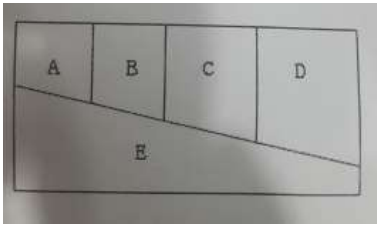
- ① $-4\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

7. <보기> 중 항상 옳은 문장을 있는 대로 고른 개수는?

- ㄱ. 일대일함수는 일대일대응이다.
 ㄴ. 항등함수는 일대일대응이다.
 ㄷ. 상수함수는 치역의 원소가 1개이다.
 ㄹ. 일대일 대응은 정의역, 공역, 치역의 원소의 개수가 같다.
 ㅁ. 정의역이 $\{-1, 0, 1\}$ 인 두 함수 $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2$ 에 대하여 $f = g$ 이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

8. 다음 그림의 영역 A, B, C, D, E 5개를 서로 다른 5가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 모든 방법의 수는?

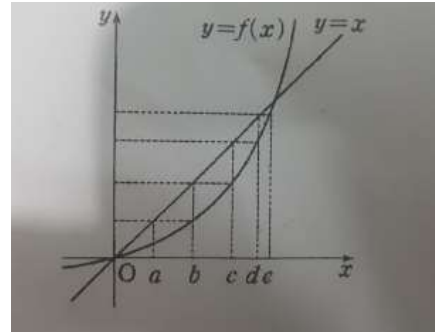


- ① 180 ② 240 ③ 360 ④ 460 ⑤ 540

9. 남학생과 여학생을 합하여 모두 10명인 동아리에서 대표 3명을 뽑을 때, 적어도 1명이 남학생인 모든 경우의 수는 116이다. 이 동아리의 여학생의 수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 함수 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의 그래프가 그림과 같고 함수 f 의 역함수가 존재할 때, $(f \circ f)^{-1}(a)$ 는? (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

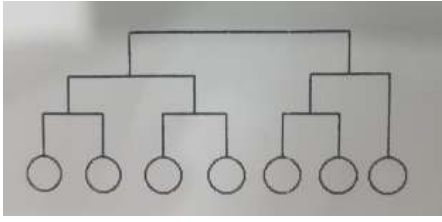
11. 함수 $y = \frac{2x+7}{x+1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않는 것은?

- ① y 절편은 7이다.
 ② 직선 $y = -x + 1$ 에 대칭인 그래프이다.
 ③ 점 $(-1, 2)$ 에 대하여 대칭인 그래프이다.
 ④ $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 ⑤ $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

12. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 사용하여 네자리 자연수를 만들 때, 짝수의 개수는?

- ① 60 ② 96 ③ 108 ④ 128 ⑤ 156

13. 교내 체육대회에서 그림과 같이 7개의 팀이 참가하는 농구시합을 토너먼트 방식으로 경기를 하려고 한다. 대진표를 작성하는 경우의 수는?



- ① 45 ② 167 ③ 249 ④ 315 ⑤ 630

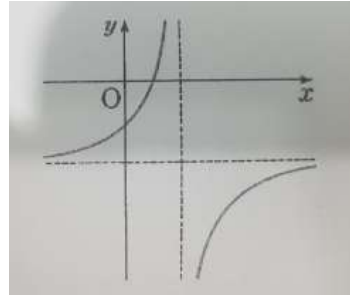
14. 서로 다른 상자 6개에 서로 다른 공 5개를 넣을 때, 빈 상자가 4개가 되도록 공을 넣는 모든 경우의 수는?

- ① 225 ② 300 ③ 450 ④ 750 ⑤ 900

15. 점 $A(-2, -4)$ 와 함수 $y = \frac{-4x-3}{x+2}$ 의 그래프 위의 점 P 에 대하여 점 A 를 중심으로 하고 점 P 를 지나는 원의 넓이의 최솟값은?

- ① 5π ② 6π ③ 8π ④ 9π ⑤ 10π

16. 함수 $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $y = a\sqrt{x+b+c}$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하면?(단, a, b, c 는 상수)



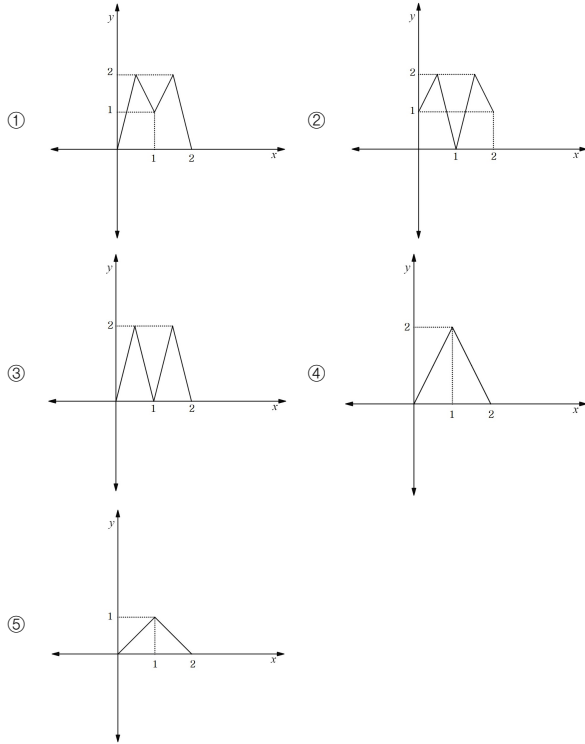
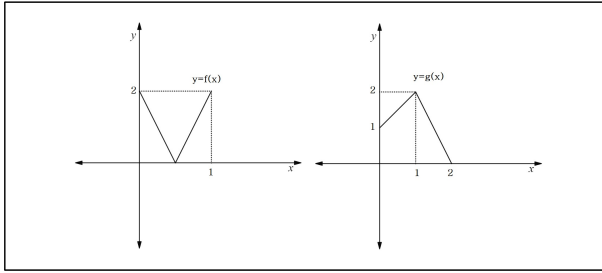
- ① 제 1사분면 ② 제 1사분면, 제 2사분면
③ 제 2사분면, 제 3사분면 ④ 제 3사분면, 제 4사분면
⑤ 제 1사분면, 제 2사분면, 제 3사분면

17. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

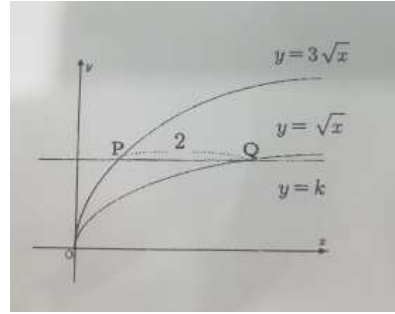
(가) $f(2)$ 는 짝수이다.
(나) $a \in X, b \in X$ 일 때, $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 이다.

- ① 33 ② 38 ③ 43 ④ 48 ⑤ 53

18. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프는?



[논술형1] 직선 $y=k$ 와 두 함수 $y=3\sqrt{x}$, $y=\sqrt{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 P , Q 라고 하자. 두 점 P , Q 사이의 거리가 2일 때, 양수 k 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.



[논술형2] 어른 5명과 어린이 3명으로 구성된 가족이 모여 가족사진을 찍으려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

[2-1] 어린이 3명이 서로 이웃하지 않도록 8명이 한 줄로 서는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오.

[2-2] 가족 8명 중에서 3명을 뽑을 때, 어른과 어린이가 적어도 1명씩 포함되는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오.

1) ①

2) ⑤

3) ③

4) ①

5) ⑤

6) ②

7) ④

8) ⑤

9) ②

10) ③

11) ④

12) ⑤

13) ④

14) ③

15) ⑤

16) ①

17) ②

18) ①

19) [서술형1] $\frac{3}{2}$

20) [서술형2] (1) $5! \times {}_6P_3 = 14400$ (2) 45