



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-03-12

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 함수의 최대와 최소함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 함수의 최댓값과 최솟값은 다음과 같은 순서로 구한다.① 주어진 구간에서 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 모두 구한다.② 주어진 구간의 양 끝에서의 함수값 $f(a)$, $f(b)$ 를 구한다.③ ①, ②에서 구한 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

■ 다음 함수에 대하여 주어진 구간에서의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

1. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ $[0, 3]$

2. $f(x) = x^2 - 4x + 1$ $[1, 3]$

3. $f(x) = x^3 - 3x + 2$ $[-2, 1]$

4. $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ $[-2, 3]$

6. $f(x) = -x^3 + 3x^2$ $[-1, 1]$

7. $y = x^3 + 3x^2 + 10$ $[-1, 1]$

8. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 8$ $[-2, 0]$

9. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $[0, 5]$

10. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ $[-1, 3]$

11. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ $[0, 2]$

12. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 6$ $[0, 3]$

13. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ $[-1, 1]$

14. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ $[1, 3]$

15. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ $[0, 2]$

16. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ $[0, 2]$

17. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ $[1, 3]$

18. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$ $[1, 3]$

19. $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 3$ $[-2, 2]$

20. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 3$ $[1, 4]$

21. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 3$ $[-2, 4]$

22. $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 3$ $[-2, 4]$

23. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 1$ $[0, 2]$

24. $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 1$ $[0, 2]$

25. $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x - 2$ $[-2, 2]$

26. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2$ $[-1, 1]$

27. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ $[-2, 0]$

28. $f(x) = -3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 1$ $[0, 2]$

■ 다음 물음에 답하여라.

29. 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + a$ 의 최댓값이 5일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

30. 구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + b$ 가 최댓값 2, 최솟값 -10 을 가질 때 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

31. 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = ax^3 - 6ax^2 + b$ 가 최댓값 2, 최솟값 -14 를 가질 때 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

32. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = ax^3 - \frac{9}{2}ax^2 + b$ 가 최댓값 29, 최솟값 3을 가질 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $a < 0$)

33. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = ax^3 + 3ax^2 - b$ 가 최댓값 35, 최솟값 -5 를 가질 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0$)

34. 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = ax^4 + 2ax^2 + b$ 가 최댓값 5, 최솟값 -3 을 가질 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0$)

35. 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M + m = 20$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

36. 구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = -2x^3 + 6x + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m=20$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

37. 구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = x^4 - 2x^2 + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m=5$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

38. 닫힌구간 $[-2, 0]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 의 최댓값이 2일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수)

39. 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + a$ 의 최댓값이 5일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수)

40. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + a$ 의 최댓값이 3일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수)

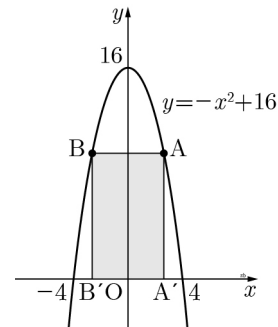
41. 닫힌구간 $[-1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + a$ 의 최솟값이 -7 일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수)

42. 구간 $[-2, 1]$ 에서 함수 $f(x) = -x^3 + 12x^2 + a$ 의 최댓값이 50일 때, 이 구간에서 최솟값을 구하여라.

43. 구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + 2$ 의 최댓값이 14일 때, 이 구간에서 최솟값을 구하여라. (단, $a < 0$)

44. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x) = x^4 - 2x^2 - a$ 의 최댓값이 4일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수)

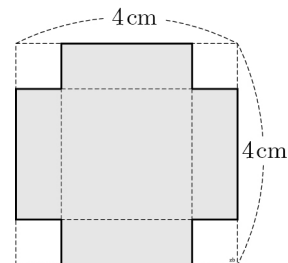
▣ 다음 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 16$ 위의 제1사분면 위의 점 A를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = -x^2 + 16$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A' , B' 이라 할 때, 다음 물음에 답하여라.



45. 직사각형 $ABB'A'$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.

46. 직사각형 $ABB'A'$ 의 넓이가 최대가 될 때의 점 A의 x 좌표를 구하여라.

▣ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4cm인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



47. 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

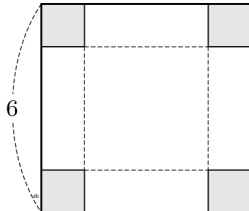
48. 상자의 부피가 최대일 때, x 의 값을 구하여라.

■ 한 변의 길이가 12 cm 인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

49. 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

50. 상자의 부피가 최대일 때, x 의 값을 구하여라.

■ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6 인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

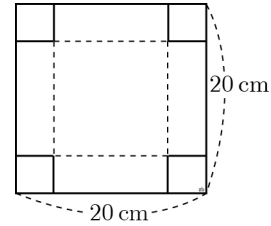


51. 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

52. 상자의 부피가 최대일 때, x 의 값을 구하여라.

53. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

■ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

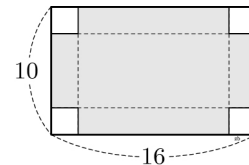


54. 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

55. 상자의 부피가 최대일 때, x 의 값을 구하여라.

56. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

■ 다음 그림과 같이 가로 길이가 16 , 세로 길이가 10 인 직사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 크기가 같은 정사각형을 잘라내고, 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



57. 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

58. 상자의 부피가 최대일 때, x 의 값을 구하여라.

59. 상자의 부피의 최댓값을 구하여라.

■ 다음 물음에 답하여라.

60. 밑면의 반지름의 길이가 6cm 이고 높이가 18cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피의 최댓값을 구하여라.

61. 밑면의 반지름의 길이가 3cm 이고 높이가 12cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥 중에서 부피가 최대인 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



정답 및 해설

1) 최댓값 6, 최솟값 2

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 3 \text{에서 } f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1$$

x	0	...	1	...	3
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	3	↘	2	↗	6

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최댓값 6, $x=1$ 일 때 최솟값 2를 갖는다.

2) 최댓값 -2, 최솟값 -3

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{에서 } f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 2$$

x	1	...	2	...	3
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	-2	↘	-3	↗	-2

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$, $x=3$ 일 때 최댓값 -2, $x=2$ 일 때 최솟값 -3를 갖는다.

3) 최댓값 4, 최솟값 0

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1) \text{에서}$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

x	-2	...	-1	...	1
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	4	↘	0

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 최댓값 4, $x=-2$, $x=1$ 에서 최솟값 0을 갖는다.

4) 최댓값 4, 최솟값 0

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x+1)(x-1) \text{에서}$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

x	$-\sqrt{3}$...	-1	...	1	...	$\sqrt{3}$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↘	2

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 4, $x=-1$ 에서 최솟값 0을 갖는다.

5) 최댓값 1, 최솟값 -19

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \text{에서}$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

x	-2	...	0	...	2	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-19	↗	1	↘	-3	↗	1

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$, $x=3$ 에서 최댓값 1, $x=-2$ 에서 최솟값 -19를 갖는다.

6) 최댓값 4, 최솟값 0

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x^2 \text{에서}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ (} \because -1 \leq x \leq 1 \text{)}$$

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	4	↘	0	↗	2

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최댓값 4, $x=0$ 일 때 최솟값 0을 갖는다.

7) 최댓값 14 최솟값 10

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ (} \because -1 \leq x \leq 1 \text{)}$$

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	12	↘	10	↗	14

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 14, $x=0$ 에서 최솟값 10을 갖는다.

8) 최댓값 13 최솟값 6

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ (} \because -2 \leq x \leq 0 \text{)}$$

x	-2	...	-1	...	0
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	6	↗	13	↘	8

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 최댓값 13, $x=-2$ 에서 최솟값 6을 갖는다.

9) 최댓값 20, 최솟값 0

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$f'(x) = 0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[0, 5]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	3	...	5
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	4	↘	0	↗	20

따라서 닫힌구간 $[0, 5]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=5$ 에서 최댓값 20을, $x=0$, $x=3$ 에서 최솟값 0을 갖는다.

10) 최댓값 3, 최솟값 -17

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$f'(x) = 0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	1	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	-17	↗	3	↘	-1

따라서 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 3을, $x=-1$ 에서 최솟값 -17을 갖는다.

11) 최댓값 6, 최솟값 2

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	2	↗	6	↘	4

따라서 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 6을, $x=0$ 에서 최솟값 2를 갖는다.

12) 최댓값 10, 최솟값 6

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	6	↗	10	↘	6

따라서 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 10을, $x=0, x=3$ 에서 최솟값 6을 갖는다.

13) 최댓값 1, 최솟값 -4

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$ 이므로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0

따라서 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 최댓값 1을, $x=-1$ 에서 최솟값 -4를 갖는다.

14) 최댓값 9, 최솟값 4

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=2$ 이므로 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	2	...	3
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	5	↘	4	↗	9

따라서 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 최댓값 9를, $x=2$ 에서 최솟값 4를 갖는다.

15) 최댓값 5, 최솟값 0

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=2$ 이므로 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	5	↘	4

따라서 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 5를, $x=0$ 에서 최솟값 0을 갖는다.

16) 최댓값 3, 최솟값 -2

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=2$ 이므로 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	-2	↗	3	↘	2

따라서 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 3을, $x=0$ 에서 최솟값 -2를 갖는다.

17) 최댓값 4, 최솟값 -1

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

x	1	...	2	...	3
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↘	-1	↗	4

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최댓값 4, $x=2$ 일 때, 최솟값 -1을 갖는다.

18) 최댓값 3, 최솟값 -2

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

x	1	...	2	...	3
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	3

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최댓값 3, $x=2$ 일 때 최솟값 -2를 갖는다.

19) 최댓값 11, 최솟값 -97

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 3$$

$$f'(x) = 6x^2 - 24x + 18 = 6(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

x	-2	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	-97	↗	11	↘	7

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 11, $x=-2$ 일 때 최솟값 -97을 갖는다.

20) 최댓값 24, 최솟값 8

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x+1)(x-3)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

타내면 다음과 같다.

x	1	...	3	...	4
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	8	↗	24	↘	17

따라서 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 최댓값 24를, $x=1$ 에서 최솟값 8을 갖는다.

21) 최댓값 30, 최솟값 -2

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x+1)(x-3)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간 $[-2, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	3	...	4
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	5	↘	-2	↗	30	↘	23

따라서 닫힌구간 $[-2, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 최댓값 30을, $x=-1$ 에서 최솟값 -2를 갖는다.

22) 최댓값 13, 최솟값 -12

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 3 \text{에서}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 12 = 4(x+1)(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

x	-2	...	-1	...	1	...	3	...	4
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	13	↘	-12	↗	4	↘	-12	↗	13

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 또는 $x=4$ 일 때 최댓값 13, $x=-1$ 또는 $x=3$ 일 때 최솟값 -12를 갖는다.

23) 최댓값 15, 최솟값 -2

$$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$ 이므로 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	15

따라서 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 최댓값 15를, $x=1$ 에서 최솟값 -2를 갖는다.

24) 최댓값 2, 최솟값 -15

$$\Rightarrow f'(x) = -12x^3 + 12x^2 = -12x^2(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	1	↗	2	↘	-15

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 2, $x=2$ 에서 최솟값 -15를 갖는다.

25) 최댓값 30, 최솟값 -13

$$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 12x - 12 = 12(x+1)^2(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

x	-2	...	-1	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	-	0	+	
$f(x)$	14	↘	3	↘	-13	↗	30

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 최댓값 30, $x=1$ 에서 최솟값 -13을 갖는다.

26) 최댓값 2, 최솟값 -11

$$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x = 12x(x+1)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	-3	↗	2	↘	-11

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 최댓값 2, $x=1$ 에서 최솟값 -11을 갖는다.

27) 최댓값 $\frac{13}{12}$, 최솟값 0

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x \text{에서}$$

$$f'(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x+2)(x+1)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서}$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=-1 \quad (\because -2 \leq x \leq 0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최댓값 $\frac{13}{12}$, $x=0$

일 때, 최솟값 0을 갖는다.

28) 최댓값 -1, 최솟값 -9

$$\Rightarrow f(x) = -3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 1 \text{에서}$$

$$f'(x) = -12x^3 + 24x^2 - 12x = -12x(x-1)^2$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 일 때 최댓값 -1, $x=2$ 일 때, 최솟값 -9를 갖는다.

29) 1

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

구간 $[-1, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	$a-5$	↗	a	↘	$a+4$

이때 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $a+4$ 이므로

$$a+4=5 \quad \therefore a=1$$

30) $a=3, b=2$

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 6ax = 3ax(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \quad (\because -1 \leq x \leq 1)$$

구간 $[-1, 1]$ 에서 $f(x)$ 의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-4a+b$	↗	b	↘	$-2a+b$

이때, $a > 0$ 이므로 $-4a+b < -2a+b < b$
 따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x=0$ 일 때 최댓값 b ,
 $x=-1$ 일 때 최솟값 $-4a+b$
 를 가지므로 $b=2$, $-4a+b=-10$
 $\therefore a=3, b=2$

31) $a=1, b=2$

$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 12ax = 3ax(x-4)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=0$ ($\because -1 \leq x \leq 2$)
 구간 $[-1, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 증감표는 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-7a+b$	\nearrow	b	\searrow	$-16a+b$

이때 $a > 0$ 이므로 $-16a+b < -7a+b < b$
 따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x=0$ 일 때 최댓값 b ,
 $x=2$ 일 때 최솟값 $-16a+b$
 를 가지므로 $b=2$, $-16a+b=-14$
 $\therefore a=1, b=2$

32) $a=-1, b=3$

$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 9ax = 3ax(x-3)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=3$ 이므로 닫힌구간
 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나
 타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$b-26a$	\searrow	b	\nearrow	$b-10a$

이때, $a < 0$ 이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$
 는 $x=-2$ 에서 최댓값 $b-26a$ 를, $x=0$ 에서 최솟
 값 b 를 갖는다.
 즉, $b-26a=29$, $b=3$ 이므로
 $a=-1, b=3$

33) $a=2, b=5$

$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 6ax = 3ax(x+2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-2$ 또는 $x=0$ 이므로 닫힌구간
 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나
 타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	$4a-b$	\searrow	$-b$	\nearrow	$20a-b$

이때, $a > 0$ 이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$
 는 $x=2$ 에서 최댓값 $20a-b$ 를, $x=0$ 에서 최솟
 값 $-b$ 를 갖는다. 즉, $20a-b=35$, $-b=-5$ 이므
 로
 $a=2, b=5$

34) $a=\frac{1}{3}, b=-3$

$\Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 4ax = 4ax(x^2+1)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 이므로 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함
 수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과
 같다.

x	-1	...	0	...	2
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	$3a+b$	\searrow	b	\nearrow	$24a+b$

이때, $a > 0$ 이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$
 는 $x=2$ 에서 최댓값 $24a+b$ 를, $x=0$ 에서 최솟
 값 b 를 갖는다.

즉 $24a+b=5$, $b=-3$ 이므로

$$a=\frac{1}{3}, b=-3$$

35) 4

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=2$ ($\because 1 \leq x \leq 4$)

x	1	...	2	...	4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$a-2$	\searrow	$a-4$	\nearrow	$a+16$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=4$ 에서 최댓값 $a+16$,
 $x=2$ 에서 최솟값 $a-4$ 를 가지므로
 $M=a+16, m=a-4$
 $M+m=20$ 이므로 $(a+16)+(a-4)=20$
 $2a=8 \therefore a=4$

36) 10

$\Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 6 = -6(x+1)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

x	-2	...	-1	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$a+4$	\searrow	$a-4$	\nearrow	$a+4$	\searrow	$a-4$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=1$ 에서 최댓값 $a+4$,
 $x=-1, x=2$ 에서 최솟값 $a-4$ 를 가지므로
 $M=a+4, m=a-4$
 $M+m=20$ 이므로 $(a+4)+(a-4)=20$
 $2a=20 \therefore a=10$

37) -1

$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=1$
 $f(-2)=16-8+a=a+8, f(-1)=1-2+a=a-1$,
 $f(0)=a, f(1)=1-2+a=a-1$,
 $f(2)=16-8+a=a+8$
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=2$ 에서 최댓값 $a+8$,
 $x=-1, x=1$ 에서 최솟값 $a-1$ 을 가지므로
 $M=a+8, m=a-1$
 $M+m=5$ 이므로 $(a+8)+(a-1)=5$
 $2a=-2 \therefore a=-1$

38) -2

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=1$ 이므로 닫힌구간

$[-2, 0]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	0
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$a-2$	\nearrow	$a+2$	\searrow	a

즉, 닫힌구간 $[-2, 0]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 최댓값 $a+2$ 를, $x=-2$ 에서 최솟값 $a-2$ 을 갖는다.

즉 $a+2=2$ 이므로 $a=0$

따라서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -2 이다.

39) 1

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-2$ 또는 $x=0$ 이므로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	1
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$a+2$	\searrow	a	\nearrow	$a+4$

즉, 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최댓값 $a+4$ 를, $x=0$ 에서 최솟값 a 를 갖는다.

즉 $a+4=5$ 이므로 $a=1$

따라서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 1 이다.

40) -37

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$ 이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$a-40$	\nearrow	a	\searrow	$a-8$

즉, 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 최댓값 a 를, $x=-2$ 에서 최솟값 $a-40$ 을 갖는다.

따라서 $a=3$ 이므로 최솟값은 $a-40=3-40=-37$ 이다.

41) 33

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$ 이므로 닫힌구간 $[-1, 4]$ 에서

$$f(-1) = -2 - 6 + a = a - 8, \quad f(0) = a,$$

$$f(2) = 16 - 24 + a = a - 8, \quad f(4) = 128 - 96 + a = a + 32$$

함수 $f(x)$ 는 $x=4$ 에서 최댓값 $a+32$, $x=-1$, $x=2$ 에서 최솟값 $a-8$ 을 가지므로

$$a-8=-7 \quad \therefore a=1$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은

$$1+32=33$$

42) -6

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 24x = -3x(x-8)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ ($\because -2 \leq x \leq 1$)

x	-2	...	0	...	1
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$56+a$	\searrow	a	\nearrow	$11+a$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 에서 최댓값 $56+a$,

$x=0$ 에서 최솟값 a 를 가지므로

$$56+a=50 \quad \therefore a=-6$$

따라서 구하는 최솟값은 $x=0$ 일 때 -6 이다.

43) -46

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 6ax = 3ax(x-2)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$

x	0	...	2	...	4
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	2	\nearrow	$-4a+2$	\searrow	$16a+2$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 최댓값 $-4a+2$,

$x=4$ 에서 최솟값 $16a+2$ 를 가지므로

$$-4a+2=14 \quad \therefore a=-3$$

따라서 구하는 최솟값은 $x=4$ 일 때, -46 이다.

44) -5

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=1$ 이므로

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서

$$f(-2) = 8 - a, \quad f(-1) = -1 - a, \quad f(0) = -a,$$

$$f(1) = -1 - a, \quad f(2) = 8 - a$$

함수 $f(x)$ 는 $x=-2$, $x=2$ 에서 최댓값 $8-a$,

$x=-1$, $x=1$ 에서 최솟값 $-1-a$ 를 가지므로

$$8-a=4 \quad \therefore a=4$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은

$$-1-4=-5$$

45) $\frac{256\sqrt{3}}{9}$

\Rightarrow 점 A의 x좌표를 $a(0 < a < 4)$ 라 하면 점 A의 좌표는 $(a, -a^2+16)$ 이다.

한편, 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선

$y=-x^2+16$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점 B의 좌표

는 $(-a, -a^2+16)$ 이고 두 점 A, B에서 x축에

내린 수선의 발 A', B'의 좌표는 각각

$(a, 0)$, $(-a, 0)$ 이다.

즉, 직사각형 ABB'A'의 가로의 길이는

$$\overline{AB} = a - (-a) = 2a \text{이고 세로의 길이는}$$

$$\overline{AA'} = (-a^2+16) - 0 = -a^2+16 \text{이므로 직사각형}$$

ABB'A'의 넓이를 $S(a)$ 라 하면

$$S(a) = \overline{AB} \times \overline{AA'} = 2a \times (-a^2+16) = -2a^3+32a \text{이고}$$

$$S'(a) = -6a^2+32$$

$$S'(a)=0 \text{에서 } -6a^2+32=0, \quad a^2=\frac{16}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

따라서 구간 $(0, 4)$ 에서 $S(a)$ 의 증가와 감소를 표로

나타내면 다음과 같다.

x	(0)	...	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$...	(4)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	$\frac{256\sqrt{3}}{9}$	↘	

즉, $S(a)$ 는 $a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 일 때 극대이면서 최대이므로

직사각형 $ABB'A'$ 의 넓이의 최댓값은

$$S\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right) = -2 \times \frac{64\sqrt{3}}{9} + 32 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{256\sqrt{3}}{9}$$

46) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

⇒ 점 A의 x 좌표를 $a(0 < a < 4)$ 라 하고, 직사각형 $ABB'A'$ 의 넓이를 $S(a)$ 라 하면

$$S(a) = \overline{AB} \times \overline{AA'} = 2a \times (-a^2 + 16) = -2a^3 + 32a$$

$$S'(a) = -6a^2 + 32$$

$$S'(a) = 0 \text{에서 } -6a^2 + 32 = 0, a^2 = \frac{16}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

따라서 구간 $(0, 4)$ 에서 $S(a)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	...	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$...	(4)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	극대	↘	

즉, $S(a)$ 는 $a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 일 때 극대이면서 최대이므로

직사각형 $ABB'A'$ 의 넓이가 최대일 때의 점 A의

x 좌표는 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 이다.

47) $0 < x < 2$

⇒ 잘라낸 정사각형의 한 변의 길이를 xcm 라고 하면
상자의 가로와 세로의 길이는 $(4-2x)$ 이므로 x 의 값의 범위는 $0 < x < 2$ 이다.

48) $\frac{2}{3}cm$

⇒ 상자의 부피를 $V(x)cm^3$ 라 하면

$$V(x) = x(4-2x)^2 = 4x^3 - 16x^2 + 16x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 32x + 16 = 4(x-2)(3x-2)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = \frac{2}{3} \quad (\because 0 < x < 2)$$

a	(0)	...	$\frac{2}{3}$...	(2)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = \frac{2}{3}$ 일 때 극대이면서 최대이므로

잘라낸 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{2}{3}cm$ 이다.

49) $0 < x < 6$

⇒ 잘라낸 정사각형의 한 변의 길이를 xcm 라고 하면
상자의 가로와 세로의 길이는 $(12-2x)$ 이므로 x 의 값의 범위는 $0 < x < 6$ 이다.

50) $2cm$

⇒ 상자의 부피를 $V(x)cm^3$ 라고 하면

$$V(x) = x(12-2x)^2 = 4x^3 - 48x^2 + 144x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 96x + 144 = 12(x-6)(x-2)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \quad (\because 0 < x < 6)$$

x	(0)	...	2	...	(6)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = 2$ 일 때 극대이면서 최대이므로
잘라낸 정사각형의 한 변의 길이는 $2cm$ 이다.

51) $0 < x < 3$

⇒ 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$6-2x > 0 \quad \therefore x < 3$$

이때 $x > 0$ 이므로 $0 < x < 3$

52) 1

⇒ 상자의 부피를 $V(x)$ 라 하면

$$V(x) = x(6-2x)^2 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 48x + 36 = 12(x-1)(x-3)$$

$V'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ 또는 $x = 3$ 이므로 구간 $(0, 3)$ 에서 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	...	1	...	(3)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 극대이면서 최대이므로
상자의 부피가 최대일 때, x 의 값은 1이다.

53) 16

$$\Rightarrow V(x) = x(6-2x)^2 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 48x + 36 = 12(x-1)(x-3)$$

$V'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ 또는 $x = 3$ 이므로 구간 $(1, 3)$ 에서 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	...	1	...	(3)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	16	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 극대이면서 최대이므로
구하는 상자의 부피의 최댓값은 $V(1) = 16$ 이다.

54) $0 < x < 10$

⇒ 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$20-2x > 0 \quad \therefore x < 10$$

이때 $x > 0$ 이므로 $0 < x < 10$

55) $\frac{10}{3}$

⇒ 상자의 부피를 $V(x)$ 라 하면

$$V(x) = x(20-2x)^2 = 4x^3 - 80x^2 + 400x \text{ 이고}$$

$$V'(x) = 12x^2 - 160x + 400 = 4(3x-10)(x-10)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = \frac{10}{3} \text{ 또는 } x = 10 \text{이므로 구간}$$

$(0, 10)$ 에서 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	...	$\frac{10}{3}$...	(10)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = \frac{10}{3}$ 일 때 극대이면서 최대이므로

상자의 부피가 최대일 때, x 의 값은 $\frac{10}{3}$ 이다.

56) $\frac{16000}{27}$

$$\Rightarrow V(x) = x(20-2x)^2 = 4x^3 - 80x^2 + 400x \text{ 이고}$$

$$V'(x) = 12x^2 - 160x + 400 = 4(3x-10)(x-10)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = \frac{10}{3} \text{ 또는 } x = 10 \text{이므로 구간}$$

$(0, 10)$ 에서 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다

x	(0)	...	$\frac{10}{3}$...	(10)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = \frac{10}{3}$ 일 때 극대이면서 최대이므로

구하는 상자의 부피의 최댓값은

$$V\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{10}{3} \times \left(\frac{40}{3}\right)^2 = \frac{16000}{27} \text{ 이다.}$$

57) $0 < x < 5$

⇒ 잘라내고 남은 부분을 접어서 만든 상자의 밑면은 가로의 길이가 $16-2x$, 세로의 길이가 $10-2x$ 인 직사각형이므로

$$16-2x > 0, 10-2x > 0$$

$$\therefore x < 5$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $0 < x < 5$

58) 2

⇒ 상자의 부피를 $V(x)$ 라 하면

$$V(x) = x(16-2x)(10-2x)$$

$$= 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

$$\therefore V'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 4(x-2)(3x-20)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ (} \because 0 < x < 5 \text{)}$$

따라서 $V(x)$ 는 $x = 2$ 일 때 극대이자, 최대이므로 상

자의 부피가 최대일 때, x 의 값은 2이다.

59) 144

$$\Rightarrow V(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x \text{에서}$$

$$V'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 4(x-2)(3x-20)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ (} \because 0 < x < 5 \text{)}$$

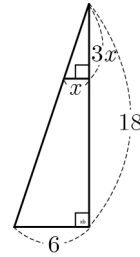
x	0	...	2	...	5
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	144	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = 2$ 일 때 극대이자, 최대이므로 그 값은

$$V(2) = 2 \cdot 12 \cdot 6 = 144$$

60) $96\pi \text{ cm}^3$

⇒ 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $x \text{ cm}$ ($0 < x < 6$)라고 하면 원기둥의 높이는 $(18-3x) \text{ cm}$ 이다.



원기둥의 부피를 $V(x) \text{ cm}^3$ 라고 하면

$$V(x) = \pi x^2(18-3x) = -3\pi x^3 + 18\pi x^2$$

$$V'(x) = -9\pi x^2 + 36\pi x = -9\pi x(x-4)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 4 \text{ (} \because 0 < x < 6 \text{)}$$

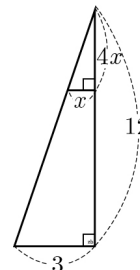
x	(0)	...	4	...	(6)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x = 4$ 일 때 극대이면서 최대이므로

원기둥의 부피의 최댓값은 $V(4) = 96\pi (\text{cm}^3)$ 이다.

61) 2 cm

⇒ 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $x \text{ cm}$ ($0 < x < 3$)라고 하면 원기둥의 높이는 $(12-4x) \text{ cm}$ 이다.



원기둥의 부피를 $V(x) \text{ cm}^3$ 라고 하면

$$V(x) = \pi x^2(12-4x) = -4\pi x^3 + 12\pi x^2$$

$$V'(x) = -12\pi x^2 + 24\pi x = -12\pi x(x-2)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ (} \because 0 < x < 3 \text{)}$$

x	(0)	...	2	...	(3)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	극대	↘	

따라서 $V(x)$ 는 $x=2$ 일 때 극대이면서 최대이므로
이때 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 $2cm$ 이다.