단원 ISSUE

이 단원에서는 **사인법칙과 코사인법칙을 이용한 문제, 삼각형의 모양을 결정하는 문제, 삼각형의 넓이를 구하는 문제** 등이 자주 출제되며 주어진 조건에 따라 사인법칙과 코사인법칙 중 어떤 공식을 이용할지에 대한 분명한 판단이 필요합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 삼각형 ABC에서 $\sin(A+B):\sin(B+C):\sin(C+A)=3:2:4$을 만족할 때, $\dfrac{bc+a^2}{b^2}$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{15}{16}$　⑤ 1

[스스로 마무리하기]

2. 반지름의 길이가 r인 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대해서 $2\sin(A+C)\sin B-\dfrac{3}{2}=0$을 만족하고, $b=4\sqrt{3}$을 만족할 때, r의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

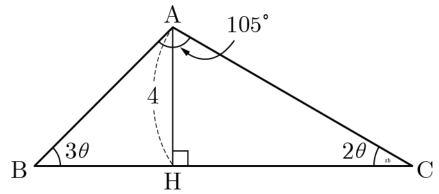
[스스로 확인하기]

3. 삼각형 ABC에서 $\dfrac{\cos A}{\tan A}=\dfrac{\sin^2 B}{\cos B}$를 만족할 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형
② $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형
⑤ $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형

[스스로 확인하기]

4. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\angle A=105^\circ$ 이고, 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 선분 AH의 길이가 4이고, $\angle B=3\theta$, $\angle C=2\theta$를 만족한다. $\overline{BH}=a$, $\overline{CH}=b$라 할 때, $\dfrac{a}{b-a}$의 의 값을 구하면?



① $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$　② $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$　③ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　④ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$

[스스로 확인하기]

5. 반지름의 길이가 r인 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대해 $\sin(A+B)\sin C=2r$, $2a=c$을 만족하고, $\sin(B+C)\sin A=\dfrac{1}{4}$일 때, r의 값을 구하면?

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[스스로 확인하기]

6. $\angle A = \angle B = 30^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC의 둘레의 길이가 $6+3\sqrt{3}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?

① $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$
③ $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ④ $\frac{9}{4}\sqrt{3}$
⑤ $3\sqrt{3}$

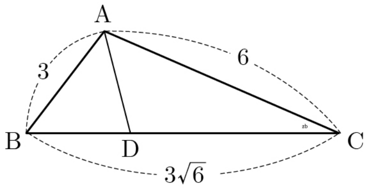
[스스로 마무리하기]

7. 삼각형 ABC의 넓이는 5이고, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 3일 때, abc의 값을 구하면?

① 30 ② 40
③ 50 ④ 60
⑤ 70

[스스로 마무리하기]

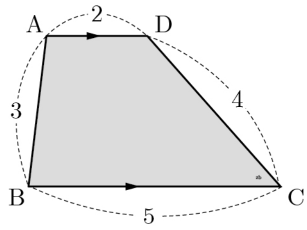
8. 다음 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=6$, $\overline{BC}=3\sqrt{6}$이고, 점 D가 선분 BC를 $1:2$로 내분한 점이다. 이 때 삼각형 ADC의 넓이를 구하면?



① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{3}{2}\sqrt{10}$
③ $\frac{3}{2}\sqrt{15}$ ④ $2\sqrt{15}$
⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{15}$

[스스로 확인하기]

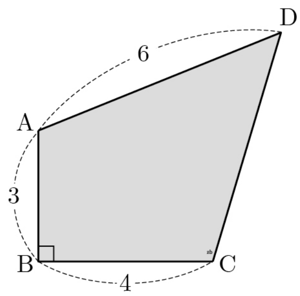
9. 다음 사각형 $ABCD$에서 선분 AD와 선분 BC가 평행이고, $\overline{AD}=2, \overline{AB}=3, \overline{CD}=4, \overline{BC}=5$ 일 때, 사각형 $ABCD$의 넓이를 구하면?



① $\frac{10}{3}\sqrt{5}$ ② $\frac{11}{3}\sqrt{10}$
③ $4\sqrt{5}$ ④ $\frac{13}{3}\sqrt{5}$
⑤ $\frac{14}{3}\sqrt{5}$

[스스로 마무리하기]

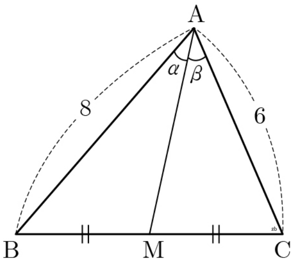
10. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 인 사각형 $ABCD$의 넓이가 11일 때 선분 CD의 길이를 l이라 하면, $l^2 = a + b\sqrt{c}$가 된다. $a+b+c$의 값은?



① 21 ② 22
③ 23 ④ 24
⑤ 25

실전문제

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$ 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점 M 에 대하여 $\angle BAM=\alpha$, $\angle CAM=\beta$ 라고 할 때, $\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ 의 값을 구하시오.



① $\frac{1}{3}$　② $\frac{5}{4}$

③ $\frac{4}{3}$　④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{3}$

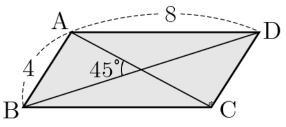
12. 삼각형 ABC 의 세 변의 길이는 각각 a, b, c 이고, 외접원의 반지름의 길이는 5, 내접원의 반지름의 길이는 2 이다.
이 때, $\dfrac{abc}{\sin A+\sin B+\sin C}$ 의 값은?

① 120　② 140

③ 160　④ 180

⑤ 200

13. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{AD}=8$이고, 두 대각선이 이루는 각의 크기가 45° 일 때, 평행사변형의 대각선의 길이를 $\overline{AC}=2a$, $\overline{BD}=2b$라고 하자. a^2+b^2의 값을 구하면?

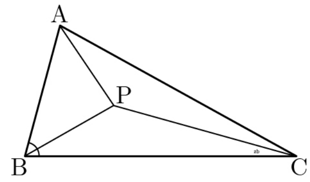


① 36　② 40

③ 45　④ 49

⑤ 53

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=10$, $\angle ABC=75^\circ$ 를 만족하는 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 내부의 점 P에 대하여 $(\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC})^2$의 최솟값은 $p+q\sqrt{2}$ 이다.
$p+q$의 값은? (단, p, q는 유리수)

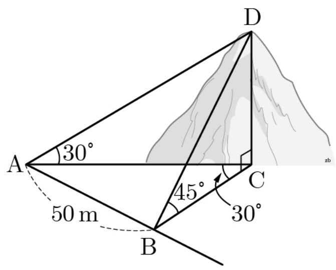


① 145　② 160

③ 175　④ 190

⑤ 205

15. 다음 그림과 같이 $50m$ 떨어진 두 지점 A, B에서 산꼭대기 D를 올려본 각의 크기는 각각 $\angle DAC=30^\circ$, $\angle DBC=45^\circ$ 이고, $\angle ACB=30^\circ$ 이다. 지면에서부터 산꼭대기까지의 높이 $\overline{CD}$는?



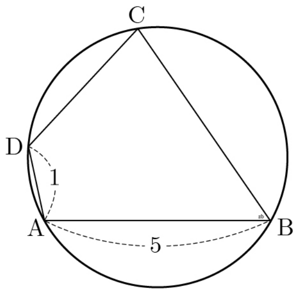
① $50m$　② $51m$

③ $52m$　④ $53m$

⑤ $54m$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

16. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 $ABCD$ 가 $\overline{AB}=5$, $\overline{AD}=1$, $\cos(\angle BCD)=\frac{3}{5}$를 만족시킨다. 이 원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값은? (단, 두 자연수 p, q는 서로소이다.)



① 26　② 27　③ 28　④ 29　⑤ 30

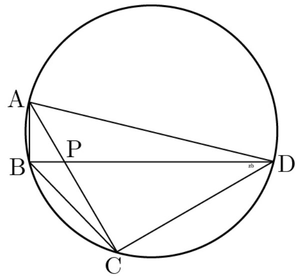
17. x 에 대한 이차방정식 $(\sin C-\sin A)x^2+(2\sin B)x-(\sin C+\sin A)=0$ 이 중근을 가질 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
② $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형
⑤ $\overline{BC}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형

18. $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 한다. $\overline{AB}=x$, $\overline{AC}=y$, $\overline{AD}=2$, $\angle BAC=120^\circ$ 일 때, $x+y$의 최솟값은?

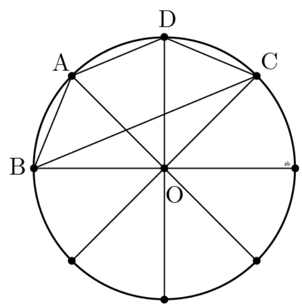
① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

19. 사각형 $ABCD$에 대하여 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 하면 $\overline{AP}=2$, $\overline{CP}=3$, $\overline{BP}=1$, $\overline{DP}=6$이다. 사각형 $ABCD$의 넓이가 최대일 때, 외접하는 원의 넓이는?



① $\frac{25\sqrt{2}}{4}\pi$　② $\frac{25}{2}\pi$　③ $\frac{25\sqrt{2}}{2}\pi$　④ 25π　⑤ $25\sqrt{2}\pi$

20. 그림과 같이 중심이 O인 원에 내접하는 사각형 $ABCD$의 꼭짓점이 원둘레를 8등분한 점에 위치하고 있다. $\overline{AB}=3$일 때, 사각형 $ABCD$의 넓이는?



① $\frac{9(2-\sqrt{2})}{4}$　② $\frac{9(2-\sqrt{2})}{2}$　③ $\frac{9(1+\sqrt{2})}{4}$　④ $\frac{9(2+\sqrt{2})}{4}$　⑤ $\frac{9(1+\sqrt{2})}{2}$

정답 및 해설

1) [정답] ⑤
[해설] 삼각형 ABC에서 $\angle A+\angle B+\angle C=\pi$이다.
$\sin(A+B):\sin(B+C):\sin(C+A)=3:2:4$
$\sin(\pi-C):\sin(\pi-A):\sin(\pi-B)=3:2:4$
$\sin(C):\sin(A):\sin(B)=3:2:4$임을 알 수 있다.
$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}$을 만족하므로
$a:b:c=\sin\angle A:\sin\angle B:\sin\angle C=2:4:3$이 된다.
따라서 $\frac{bc+a^2}{b^2}=\frac{12+4}{16}=1$이다.

2) [정답] ④
[해설] 삼각형 ABC의 외접원의 반지름을 r이라하면
$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}=2r$을 만족한다.
$2\sin(A+C)\sin B-\frac{3}{2}=0$
$\angle A+\angle B+\angle C=\pi$이므로
$2\sin(\pi-B)\sin B-\frac{3}{2}=2\sin^2 B-\frac{3}{2}=0$ 이 되어
$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$가 된다. $b=4\sqrt{3}$이므로
$2r=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$으로 $r=4$가 된다.

3) [정답] ③
[해설] $\frac{\cos A}{\tan A}=\frac{\sin^2 B}{\cos B}$ 에서 $\frac{1}{\tan x}=\frac{\cos x}{\sin x}$이므로
$\frac{\cos x}{\tan x}=\frac{\cos^2 x}{\sin x}$가 된다. 따라서 $\frac{\cos^2 A}{\sin A}=\frac{\sin^2 B}{\cos B}$을
만족하므로 $\sin A=\cos B$, $\cos A=\sin B$ 이다.
$A+B=\frac{\pi}{2}$이면 위의 조건을 만족하므로
$\angle C=\frac{\pi}{2}$ 이다.

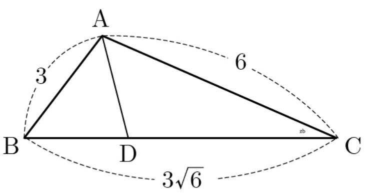
4) [정답] ④
[해설] $\angle A+\angle B+\angle C=105+5\theta=180^\circ$ 이므로
$\theta=15^\circ$를 만족하므로 $B=45^\circ, C=30^\circ$이다.
또한 사인법칙에 의해
$\frac{\overline{AH}}{\sin B}=4\sqrt{2}=\frac{a}{\sin\angle BAH}$ 임에서 $a=4$
$\frac{\overline{AH}}{\sin C}=8=\frac{b}{\sin\angle CAH}$ 임에서 $b=4\sqrt{3}$
따라서 $\frac{a}{b-a}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

5) [정답] ②
[해설] $\sin(A+B)\sin C=\sin(\pi-C)\sin C=\sin^2 C=2r$
이므로 $\sin C=\sqrt{2r}$ 이다.
같은 방법으로 $\sin(B+C)\sin A=\frac{1}{4}$을 통해
$\sin A=\frac{1}{2}$ 이다. $2a=c$ 이므로 사인법칙
$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}=2r$ 에서
$2a=\frac{2a}{\sqrt{2r}}=2r$ 가 성립한다.
따라서 $a=r=\frac{1}{2}$이다.

6) [정답] ④
[해설] $\angle A=\angle B=30^\circ$ 이므로 $\angle C=120^\circ$ 이다.
사인법칙에 의해 $\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}$
이므로 $2a=2b=\frac{2}{3}\sqrt{3}c$ 를 만족한다.
$a+b+c=\frac{2\sqrt{3}}{3}c+c=6+3\sqrt{3}$이므로
$c=3\sqrt{3}$이고, $a=b=3$임을 알 수 있다.
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}ab\sin\angle C=\frac{1}{2}\times 9\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$이 된다.

7) [정답] ④
[해설] (삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}ab\sin C=5$ 가 된다.
삼각형의 외접원의 반지름의 길이가 3이면
$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}=2r$에 의해
$\frac{c}{\sin C}=6$이 되어 $\sin C=\frac{c}{6}$이 된다.
위의 식에 대입하면 $\frac{abc}{12}=5$ 으로 $abc=60$이다.

8) [정답] ③
[해설]



그림에서 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$을 만족하고
$c=3, b=6$, $a=3\sqrt{6}$ 이므로
$\cos B=\frac{27}{18\sqrt{6}}=\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ 이고,
$\sin B=\frac{\sqrt{10}}{4}$이다.
(삼각형 ABC의 넓이) $=\frac{1}{2}ac\sin B$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

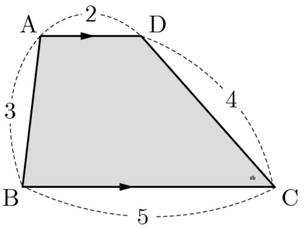
$= \frac{1}{2} \times 9\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{10}}{4} = \frac{9\sqrt{15}}{4}$

점 D는 선분 BC를 $1:2$로 내분하는 점이므로

$\triangle ADC = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{3}{2}\sqrt{15}$ 이다.

9) [정답] ⑤

[해설]



선분 AD와 선분 BC가 평행이므로

$\angle ADB = \angle DBC = \theta$ 이고, $\overline{BD} = l$이라 하면

$\cos\theta = \frac{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - \overline{AB}^2}{2\overline{AD} \times \overline{BD}} = \frac{\overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 - \overline{CD}^2}{2\overline{BC} \times \overline{BD}}$

이므로 $\cos\theta = \frac{4 + l^2 - 9}{4l} = \frac{9 + l^2}{10l}$, 따라서

$10(l^2 - 5) = 4(9 + l^2)$이 되어 $l = \sqrt{\frac{43}{3}}$ 이다.

$\cos\theta = \frac{9 + l^2}{10l} = \frac{\frac{27 + 43}{3}}{10 \times \sqrt{\frac{43}{3}}}$

$= \frac{7}{3} \times \sqrt{\frac{3}{43}} = \frac{7}{\sqrt{129}}$, $\sin\theta = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{129}}$

(사각형 $ABCD$의 넓이)$= \triangle ADB + \triangle BDC$이므로

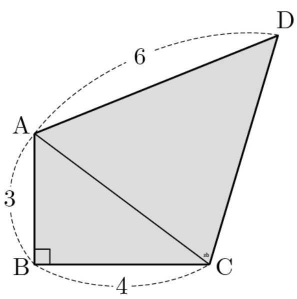
$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BD} \times \sin\theta + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{BD} \times \sin\theta$의

값이 사각형 $ABCD$넓이가 된다.

따라서 $\frac{7}{2} \times \sqrt{\frac{43}{3}} \times \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{129}} = \frac{14\sqrt{5}}{3}$가 사각형 $ABCD$의 넓이가 된다.

10) [정답] ③

[해설] 그림에 보조선 $\overline{AC}$를 그리면 다음과 같고,



삼각형 ABC의 넓이는 6이 된다.

따라서 삼각형 ACD의 넓이는 5가 된다.

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해 선분 AC의 길이는 5가 된다.

$\angle DAC = \theta$라 하면 $\frac{1}{2}\overline{AC} \times \overline{AD}\sin\theta = 15\sin\theta = 5$

이므로 $\sin\theta = \frac{1}{3}$, $\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$이 된다.

선분 CD의 길이를 l이라 하면 코사인 법칙에 의해 $l^2 = 6^2 + 5^2 - 60\cos\theta = 61 - 40\sqrt{2}$가 된다.

$a + b + c = 23$

11) [정답] ③

[해설] $\angle AMB = \theta$라 하면 $\angle AMC = \pi - \theta$이다.

$\overline{BM} = \overline{CM} = k$라 하면

삼각형 AMB에서 사인법칙에 의하여

$\frac{8}{\sin\theta} = \frac{k}{\sin\alpha}$이므로 $\sin\alpha = \sin\theta \times \frac{k}{8}$이다.

삼각형 AMC에서 사인법칙에 의하여

$\frac{6}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{6}{\sin\theta} = \frac{k}{\sin\beta}$이므로

$\sin\beta = \sin\theta \times \frac{k}{6}$이다.

따라서 $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\frac{k}{6}\sin\theta}{\frac{k}{8}\sin\theta} = \frac{4}{3}$이다.

12) [정답] ⑤

[해설] 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 5이므로 사인법칙의 변형에 의해

$\sin C = \frac{c}{2R} = \frac{c}{10}$이다.

즉, 삼각형 ABC의 넓이를 S라고 하면

$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ab \times \frac{c}{10} = \frac{abc}{20}$이다.

또한, 내접원의 반지름의 길이가 2이므로

$S = \frac{1}{2} \times 2 \times (a + b + c) = a + b + c$이다.

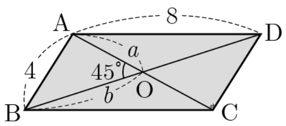
$\therefore abc = 20(a + b + c)$

이때 $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{a + b + c}{10}$이므로

$\frac{abc}{\sin A + \sin B + \sin C} = \frac{10abc}{a + b + c} = 200$이다.

13) [정답] ②

[해설]



두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{OA} = a$, $\overline{OB} = \overline{OD} = b$

삼각형 OAB에서 코사인법칙에 의하여

$4^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

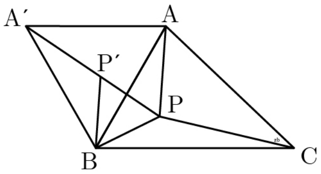
삼각형 OAD에서 코사인법칙에 의하여

$8^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

위의 두 식을 연립하면

$80=2(a^2+b^2) \qquad \therefore a^2+b^2=40$

14) [정답] ③
[해설] 다음 그림과 같이 삼각형 APB를
점 B에 대해 60°만큼 회전이동시켜 생각해보자.



이때 $\overline{PA}=\overline{A'P'}$이고,
삼각형 $BA'A$와 삼각형 $BP'P$는 정삼각형이므로
$\overline{PB}=\overline{P'P}$이다.
따라서 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}=\overline{A'P'}+\overline{P'P}+\overline{PC}$이고
이 값이 최소일 때는 점 A', P', P, C가
직선 $A'C$ 위에 있는 경우로 그 값은 $\overline{A'C}$이다.
$\angle A'BA=60^\circ$이므로 $\angle A'BC=135^\circ$이다.
따라서 코사인법칙에 의하여
$\overline{A'C}^2=5^2+10^2-2\times5\times10\times\cos135^\circ$
$=125+50\sqrt{2}$이므로 $p=125$, $q=50$이다.
따라서 $p+q=175$다.

15) [정답] ①
[해설] $\overline{BC}=\overline{CD}=a$라 하면 $\overline{AC}=\sqrt{3}a$이고,
삼각형 ABC에서
$\cos30^\circ=\dfrac{(\sqrt{3}a)^2+a^2-50^2}{2\times\sqrt{3}a\times a}$,
$a^2=2500 \quad \therefore a=50$

16) [정답] ②
[해설] 선분 BD를 그으면 삼각형 ABD에서
$\cos(\angle DAB)=\cos(\pi-\angle BCD)=\dfrac{1^2+5^2-\overline{BD}^2}{2\times1\times5}$
$-\dfrac{3}{5}=\dfrac{26-\overline{BD}^2}{10}$, $\overline{BD}^2=32 \quad \therefore \overline{BD}=4\sqrt{2}$
삼각형 BCD의 외접원의 반지름을 R라 하면
$2R=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sin(\angle BCD)}$에서 $2R=\dfrac{4\sqrt{2}}{\frac{4}{5}}$, $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$
따라서 원의 넓이는 $\dfrac{25}{2}\pi$이므로 $p+q=27$이다.

17) [정답] ②
[해설] 이차방정식이 중근을 가지므로
주어진 방정식의 판별식을 D라 하면
$D/4=\sin^2B+(\sin C-\sin A)(\sin C+\sin A)$
$=\sin^2B+\sin^2C-\sin^2A=0$이다.
$\therefore \sin^2A=\sin^2B+\sin^2C$
사인법칙의 변형에 의해
$\sin A=\dfrac{a}{2R}$, $\sin B=\dfrac{b}{2R}$, $\sin C=\dfrac{c}{2R}$이므로
이를 대입하면 $a^2=b^2+c^2$이다.
따라서 삼각형 ABC는
$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다.

18) [정답] ③
[해설] 삼각형 ABC의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이와
삼각형 ACD의 넓이의 합과 같으므로
$\dfrac{1}{2}xy\sin120^\circ$
$=\left(\dfrac{1}{2}\times2\times x\times\sin60^\circ\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times2\times y\times\sin60^\circ\right)$
이다.
즉, $xy=2x+2y$이고, $x>0$이고 $y>0$이므로
산술기하평균에 의하여 $x+y\ge2\sqrt{xy}$이다.
(단, 등호는 $x=y$일 때 성립)
즉, $x+y=\dfrac{1}{2}xy\ge2\sqrt{xy}$에서
$(xy)^2-16xy\ge0$이다. $\quad \therefore xy\ge16$
따라서 $x+y\ge2\sqrt{xy}\ge2\sqrt{16}=8$이므로
$x+y$의 최솟값은 8이다.

19) [정답] ②
[해설] 두 대각선 AC와 BD가 이루는 각 중
둔각이 아닌 각을 θ라 하면
사각형 $ABCD$의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times(2+3)\times(1+6)\times\sin\theta$이다.
이 값이 최대이기 위해서는 $\theta=90^\circ$이어야 한다.
즉, $\theta=90^\circ$일 때
$\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$, $\overline{BC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이고,
삼각형 ABC에서 코사인법칙의 변형에 의해
$\cos B=\dfrac{5+10-(2+3)^2}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이다.
즉, $\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이고, $\overline{AC}=5$이므로
사각형 $ABCD$에 외접하는 원의 반지름의 길이를
R라 할 때, 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의해
$\dfrac{5}{\sin B}=2R$에서 $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$이다.
따라서 외접원의 넓이는 $\dfrac{25}{2}\pi$이다.

20) [정답] ⑤
[해설] 8등분된 부채꼴들의 중심각의 크기는 45°
이다.
원의 반지름을 r이라 하면
삼각형 OAB에서 코사인법칙에 의하여
$3^2=r^2+r^2-2\times r\times r\times\cos45^\circ$
$\therefore r^2=\dfrac{9(2+\sqrt{2})}{2}$
사각형 $ABCD$은
$(\triangle OAB+\triangle ODA+\triangle OCD)-\triangle OBC$와
같으므로
사각형 $ABCD$의 넓이는

$3\times\left(\frac{1}{2}r^2\sin 45^\circ\right)-\left(\frac{1}{2}r^2\sin(90^\circ+45^\circ)\right)$

$=\frac{27(\sqrt{2}+1)}{4}-\frac{9(\sqrt{2}+1)}{4}=\frac{9(1+\sqrt{2})}{2}$ 이다.