01 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to a}f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a}g(x)=\beta$(α, β는 실수)일 때,

(1) $\lim_{x\to a}cf(x)=c\lim_{x\to a}f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to a}f(x)+\lim_{x\to a}g(x)=\alpha+\beta$

(3) $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\lim_{x\to a}f(x)-\lim_{x\to a}g(x)=\alpha-\beta$

(4) $\lim_{x\to a}f(x)g(x)=\lim_{x\to a}f(x)\lim_{x\to a}g(x)=\alpha\beta$

(5) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq0$)

◪ 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}f(x)=-2$, $\lim_{x\to a}g(x)=3$일 때, 다음 극한값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

1. $\lim_{x\to a}3f(x)$

2. $\lim_{x\to a}\{2f(x)+g(x)\}$

3. $\lim_{x\to a}f(x)g(x)$

4. $\lim_{x\to a}\{f(x)\}^2$

5. $\lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}$

6. $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)+2}{2g(x)-1}$

◪ 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}f(x)=3$, $\lim_{x\to a}g(x)=-2$일 때, 다음 극한값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

7. $\lim_{x\to a}4f(x)$

8. $\lim_{x\to a}\{f(x)-3g(x)\}$

9. $\lim_{x\to a}f(x)g(x)$

10. $\lim_{x\to a}\{g(x)\}^2$

11. $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

12. $\lim_{x\to a}\dfrac{4f(x)+1}{g(x)+3}$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 다음 극한값을 구하여라.

13. $\lim_{x \to 1}(2x+5)$

14. $\lim_{x \to 2}(x^2-2x+4)$

15. $\lim_{x \to 3}(x-2)(x^2+3)$

16. $\lim_{x \to 3}(x-1)(2x^2-3x-1)$

17. $\lim_{x \to 2}\frac{2x-1}{x+1}$

18. $\lim_{x \to 3}\frac{x^2-4}{x+1}$

19. $\lim_{x \to -2}\frac{x-1}{2x^2+1}$

20. $\lim_{x \to 1}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

02 함수의 극한값의 계산

(1) $\frac{0}{0}$꼴

① 유리식인 경우 ⇨ 분모, 분자를 인수분해 한 다음 약분하여 극한값을 구한다.

② 무리식인 경우 ⇨ 분모, 분자 중 $\sqrt{\ }$가 있는 쪽을 먼저 유리화 한 후 약분하여 극한값을 구한다.

(2) $\frac{\infty}{\infty}$꼴 : 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.

(3) $\infty-\infty$꼴

① 다항식인 경우 ⇨ 최고차항으로 묶는다.

② 무리식인 경우 ⇨ 분모를 1로 보고 분자를 유리화 한다.

(4) $\infty \times 0$꼴 : $\infty \times c$, $\frac{c}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$(c는 상수)꼴로 변형한다.

◪ 다음 극한값을 구하여라.

21. $\lim_{x \to 0}\frac{x(x^2+2)}{x}$

22. $\lim_{x \to -1}\frac{x^2-x-2}{x+1}$

23. $\lim_{x \to -1}\frac{2x^2-x-3}{x+1}$

24. $\lim_{x \to 1}\frac{x^2+3x-4}{x-1}$

25. $\lim_{x \to 1}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$

26. $\lim_{x \to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^2-1}$

27. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

28. $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

29. $\lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$

30. $\lim_{x \to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$

31. $\lim_{x \to 2} \frac{x^3-8}{x^2-4}$

32. $\lim_{x \to -1} \frac{x^3-x^2-x+1}{x^2-1}$

33. $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

34. $\lim_{x \to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

35. $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}$

36. $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$

37. $\lim_{x \to 3} \frac{2x-6}{\sqrt{x+1}-2}$

38. $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

39. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$

40. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x+7}-3}$

41. $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$

◪ **다음 극한을 조사하여라.**

42. $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$

43. $\lim_{x \to 1+} \frac{x-1}{|x-1|}$

44. $\lim_{x \to 1-} \frac{x-1}{|x-1|}$

45. $\lim_{x \to 1+} \frac{x^2-1}{|x-1|}$

46. $\lim_{x \to 1-} \frac{x^2-1}{|x-1|}$

47. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{|x-1|}$

48. $\lim_{x \to -2} \frac{x^2+2x}{x+2}$

49. $\lim_{x \to -2} \frac{x^2+2x}{|x+2|}$

◪ 다음 극한을 조사하여라.

50. $\lim_{x \to \infty} \frac{x}{x+1}$

51. $\lim_{x \to -\infty} \frac{4x-1}{3x+2}$

52. $\lim_{x \to \infty} \frac{3x+1}{x+1}$

53. $\lim_{x \to \infty} \frac{2x-1}{x-1}$

54. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x}{x+1}$

55. $\lim_{x \to -\infty} \frac{-2x+5}{x+3}$

56. $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2-1}{3x^3+x-1}$

57. $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+x+2}{2x^2-3}$

58. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-x+2}{2x^2+3}$

59. $\lim_{x \to \infty} \frac{(2x+3)(2x-1)}{x^2+1}$

60. $\lim_{x \to \infty} \frac{(3x+5)(2x-1)}{x^2+1}$

61. $\lim_{x \to \infty} \frac{(x+1)(2x-1)}{3x^2+x-1}$

62. $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2+3}{4x+3}$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

63. $\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{3x^2+x+1}$

◪ 다음 극한값을 구하여라.

64. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{5x+\sqrt{x^2+1}}$

65. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-1}+x}{2x+3}$

66. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{2x-3}$

67. $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$

68. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}-4}$

69. $\lim_{x\to\infty}\frac{4x-1}{3x+\sqrt{x^2+1}}$

70. $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}+4}$

71. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2}}$

72. $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{\sqrt{9x^2-1}}$

73. $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$

74. $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}-2}$

75. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}-x}$

◪ 다음 극한을 조사하여라.

76. $\lim_{x\to\infty}(x^2-2x+3)$

77. $\lim_{x\to\infty}(-2x^3+4x^2-3x+1)$

78. $\lim_{x\to-\infty}(x^3+3x^2+2x-1)$

79. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$

80. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$

81. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-x)$

82. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4x}-x)$

83. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+6x}-x)$

84. $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-2x}+x)$

85. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x})$

86. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2-2x-2})$

◪ 다음 극한값을 구하여라.

87. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+1}-1\right)$

88. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-1}+1\right)$

89. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1}{(x+1)^2}\right\}$

90. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1}{(x-1)^2}\right\}$

91. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

92. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

93. $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{5-x}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

94. $\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\left(2x-\frac{5x+2}{x+1}\right)$

95. $\lim_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}\right)$

96. $\lim_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x}}\right)$

정답 및 해설

1) -6

⇨ $\lim_{x\to a}3f(x)=3\lim_{x\to a}f(x)=3\cdot(-2)=-6$

2) -1

⇨ $\lim_{x\to a}\{2f(x)+g(x)\}=2\lim_{x\to a}f(x)+\lim_{x\to a}g(x)$

$=2\cdot(-2)+3=-1$

3) -6

⇨ $\lim_{x\to a}f(x)g(x)=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}g(x)$

$=(-2)\cdot 3=-6$

4) 4

⇨ $\lim_{x\to a}\{f(x)\}^2=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}f(x)$

$=(-2)\cdot(-2)=4$

5) $-\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{\lim_{x\to a}g(x)}{\lim_{x\to a}f(x)}=-\frac{3}{2}$

6) 0

⇨ $\lim_{x\to a}\frac{f(x)+2}{2g(x)-1}=\frac{\lim_{x\to a}f(x)+\lim_{x\to a}2}{2\lim_{x\to a}g(x)-\lim_{x\to a}1}$

$=\frac{(-2)+2}{2\cdot 3-1}=\frac{0}{5}=0$

7) 12

⇨ $\lim_{x\to a}4f(x)=4\lim_{x\to a}f(x)=4\times 3=12$

8) 9

⇨ $\lim_{x\to a}\{f(x)-3g(x)\}=\lim_{x\to a}f(x)-3\lim_{x\to a}g(x)$

$=3-3\times(-2)=9$

9) -6

⇨

$\lim_{x\to a}f(x)g(x)=\lim_{x\to a}f(x)\times\lim_{x\to a}g(x)=3\times(-2)=-6$

10) 4

⇨ $\lim_{x\to a}\{g(x)\}^2=\lim_{x\to a}g(x)\times\lim_{x\to a}g(x)$

$=(-2)\times(-2)=4$

11) $-\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)}=-\frac{3}{2}$

12) 13

⇨ $\lim_{x\to a}\frac{4f(x)+1}{g(x)+3}=\frac{\lim_{x\to a}\{4f(x)+1\}}{\lim_{x\to a}\{g(x)+3\}}$

$=\frac{4\lim_{x\to a}f(x)+\lim_{x\to a}1}{\lim_{x\to a}g(x)+\lim_{x\to a}3}$

$=\frac{4\times 3+1}{-2+3}=13$

13) 7

⇨ $\lim_{x\to 1}(2x+5)=2\cdot 1+5=7$

14) 4

⇨ $\lim_{x\to 2}(x^2-2x+4)=\lim_{x\to 2}x^2-2\lim_{x\to 2}x+\lim_{x\to 2}4$

$=2^2-2\cdot 2+4=4$

15) 12

⇨ $\lim_{x\to 3}(x-2)(x^2+3)=\lim_{x\to 3}(x-2)\cdot\lim_{x\to 3}(x^2+3)$

$=1\cdot 12=12$

16) 16

⇨ $\lim_{x\to 3}(x-1)(2x^2-3x-1)$

$=(3-1)\cdot(2\cdot 3^2-3\cdot 3-1)=2\cdot 8=16$

17) 1

⇨ $\lim_{x\to 2}\frac{2x-1}{x+1}=\frac{2\cdot 2-1}{2+1}=\frac{3}{3}=1$

18) $\frac{5}{4}$

⇨ $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4}{x+1}=\frac{\lim_{x\to 3}(x^2-4)}{\lim_{x\to 3}(x+1)}=\frac{5}{4}$

19) $-\frac{1}{3}$

⇨ $\lim_{x\to -2}\frac{x-1}{2x^2+1}=\frac{\lim_{x\to -2}(x-1)}{\lim_{x\to -2}(2x^2+1)}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$

20) $\sqrt{2}$

⇨ $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}=\frac{\sqrt{2}-0}{1}=\sqrt{2}$

21) 2

⇨ $\lim_{x\to 0}\frac{x(x^2+2)}{x}=\lim_{x\to 0}(x^2+2)=2$

22) -3

⇨ $\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x-2}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x-2)(x+1)}{x+1}$
$=\lim_{x\to-1}(x-2)=-3$

23) -5

⇨ $\lim_{x\to-1}\frac{2x^2-x-3}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(2x-3)}{x+1}$
$=\lim_{x\to-1}(2x-3)=-5$

24) 5

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+4)}{x-1}$
$=\lim_{x\to1}(x+4)=5$

25) 4

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$
$=\lim_{x\to1}(x+3)=4$

26) 2

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^2-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+x+2)}{(x+1)(x-1)}$
$=\lim_{x\to1}\frac{x^2+x+2}{x+1}=2$

27) 4

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}$
$=\lim_{x\to2}(x+2)=4$

28) 6

⇨ $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x+3)(x-3)}{x-3}$
$=\lim_{x\to3}(x+3)=6$

29) $\frac{3}{2}$

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$
$=\lim_{x\to1}\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{3}{2}$

30) 12

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}$
$=\lim_{x\to2}(x^2+2x+4)=12$

31) 3

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}$
$=\lim_{x\to2}\frac{x^2+2x+4}{x+2}=\frac{12}{4}=3$

32) -2

⇨ $\lim_{x\to-1}\frac{x^3-x^2-x+1}{x^2-1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x-1)^2(x+1)}{(x-1)(x+1)}$
$=\lim_{x\to-1}(x-1)=-2$

33) 4

⇨ $\lim_{x\to4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}=\lim_{x\to4}\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4}$
$=\lim_{x\to4}(\sqrt{x}+2)=4$

34) $\frac{1}{6}$

⇨ $\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}=\lim_{x\to9}\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}$
$=\lim_{x\to9}\frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}=\lim_{x\to9}\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{1}{6}$

35) 4

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{x+4}-2}=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{x+4}+2)}{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}$
$=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{x+4}+2)}{x}$
$=\lim_{x\to0}(\sqrt{x+4}+2)=4$

36) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{x+1}+1)}{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}$
$=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{x+1}+1)}{x}=\lim_{x\to0}(\sqrt{x+1}+1)=2$

37) 8

⇨ $\lim_{x\to3}\frac{2x-6}{\sqrt{x+1}-2}=\lim_{x\to3}\frac{2(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}$
$=\lim_{x\to3}\frac{2(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3}=\lim_{x\to3}2(\sqrt{x+1}+2)=8$

38) $\frac{1}{4}$

⇨ $\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}$
$=\lim_{x\to3}\frac{1}{\sqrt{x+1}+2}=\frac{1}{4}$

39) 8

⇨ $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}=\lim_{x\to1}\frac{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}$
$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1}$
$=\lim_{x\to1}(x+1)(\sqrt{x+3}+2)=2\times4=8$

40) 24

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x+7}-3}=\lim_{x\to2}\frac{(x^2-4)(\sqrt{x+7}+3)}{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+7}+3)}{x-2}$

$=\lim_{x\to2}(x+2)(\sqrt{x+7}+3)=4\cdot6=24$

41) $\frac{2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(\sqrt{x^2+5}-3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}=\frac{2}{3}$

42) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to0+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to0+}\frac{x}{x}=1$

$\lim_{x\to0-}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to0-}\frac{-x}{x}=-1$

즉, $\lim_{x\to0+}\frac{|x|}{x}\neq\lim_{x\to0-}\frac{|x|}{x}$이므로

극한 $\lim_{x\to0}\frac{|x|}{x}$는 존재하지 않는다.

43) 1

⇨ $x>1$일 때, $|x-1|=x-1$이므로

$\lim_{x\to1+}\frac{x-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1+}\frac{x-1}{x-1}=1$

44) -1

⇨ $x<1$일 때, $|x-1|=-(x-1)$이므로

$\lim_{x\to1-}\frac{x-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1-}\frac{x-1}{-(x-1)}=-1$

45) 2

⇨ $x>1$일 때, $|x-1|=x-1$이므로

$\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1+}(x+1)=2$

46) -2

⇨ $x<1$일 때, $|x-1|=-(x-1)$이므로

$\lim_{x\to1-}\frac{x^2-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1-}\frac{x^2-1}{-(x-1)}=\lim_{x\to1-}\{-(x+1)\}=-2$

47) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1+}(x+1)=2,$

$\lim_{x\to1-}\frac{x^2-1}{|x-1|}=\lim_{x\to1-}\frac{x^2-1}{-(x-1)}=\lim_{x\to1-}\{-(x+1)\}=-2$

즉, $\lim_{x\to1+}\frac{x^2-1}{|x-1|}\neq\lim_{x\to1-}\frac{x^2-1}{|x-1|}$이므로

극한 $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{|x-1|}$은 존재하지 않는다.

48) -2

⇨ $x\neq-2$일 때, $\frac{x^2+2x}{x+2}=x$이므로

$\lim_{x\to-2+}\frac{x^2+2x}{x+2}=\lim_{x\to-2+}x=-2,$

$\lim_{x\to-2-}\frac{x^2+2x}{x+2}=\lim_{x\to-2-}x=-2$

$\therefore\ \lim_{x\to-2}\frac{x^2+2x}{x+2}=-2$

49) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to-2+}\frac{x^2+2x}{|x+2|}=\lim_{x\to-2+}x=-2,$

$\lim_{x\to-2-}\frac{x^2+2x}{|x+2|}=\lim_{x\to-2-}(-x)=2$

즉, $\lim_{x\to-2+}\frac{x^2+2x}{|x+2|}\neq\lim_{x\to-2-}\frac{x^2+2x}{|x+2|}$이므로

극한 $\lim_{x\to-2}\frac{x^2+2x}{|x+2|}$는 존재하지 않는다.

50) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1$

51) $\frac{4}{3}$

⇨ $\lim_{x\to-\infty}\frac{4x-1}{3x+2}=\lim_{t\to\infty}\frac{-4t-1}{-3t+2}=\lim_{t\to\infty}\frac{-4-\frac{1}{t}}{-3+\frac{2}{t}}=\frac{4}{3}$

52) 3

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{3x+1}{x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=3$

53) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$

54) 1

⇨ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x+1}=\lim_{t\to\infty}\frac{-t}{-t+1}=\lim_{t\to\infty}\frac{-1}{-1+\frac{1}{t}}=1$

55) -2

⇨ $\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x+5}{x+3}=\lim_{t\to\infty}\frac{2t+5}{-t+3}=\lim_{t\to\infty}\frac{2+\frac{5}{t}}{-1+\frac{3}{t}}=-2$

56) 0

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{3x^3+x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^3}}{3+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}=0$

57) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x+2}{2x^2-3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}{2-\frac{3}{x^2}}=\frac{1}{2}$

58) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x+2}{2x^2+3}=\lim_{t\to\infty}\frac{t^2+t+2}{2t^2+3}$

$=\lim_{t\to\infty}\frac{1+\frac{1}{t}+\frac{2}{t^2}}{2+\frac{3}{t^2}}=\frac{1}{2}$

59) 4

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{(2x+3)(2x-1)}{x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+4x-3}{x^2+1}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=4$

60) 6

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{(3x+5)(2x-1)}{x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{6x^2+7x-5}{x^2+1}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{6+\frac{7}{x}-\frac{5}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=6$

61) $\frac{2}{3}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)(2x-1)}{3x^2+x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-1}{3x^2+x-1}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}=\frac{2}{3}$

62) ∞

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{4x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+\frac{3}{x}}{4+\frac{3}{x}}=\infty$

63) 0

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{3x^2+x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=0$

64) $\frac{1}{3}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{5x+\sqrt{x^2+1}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{5+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{3}$

65) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-1}+x}{2x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}+1}{2+\frac{3}{x}}=\frac{1+1}{2}=1$

66) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{2x-3}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1}{2-\frac{3}{x}}=\frac{1+1}{2}=1$

67) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-\frac{1}{x}}=1$

68) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}-\frac{4}{x}}=2$

69) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{4x-1}{3x+\sqrt{x^2+1}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{1}{x}}{3+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\frac{4}{3+1}=1$

70) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}+\frac{4}{x}}=2$

71) -1

⇨ $x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로

$\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2}}=\lim_{t\to\infty}\frac{-t}{\sqrt{t^2}}=-1$

72) -1

⇨ $-x=t$라 하면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로

$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{\sqrt{9x^2-1}}=\lim_{t\to\infty}\frac{-3t+2}{\sqrt{9t^2-1}}=\lim_{t\to\infty}\frac{-3+\frac{2}{t}}{\sqrt{9-\frac{1}{t^2}}}=-1$

73) -2

⇨ $-x=t$라 하면 $x \to -\infty$일 때 $t \to \infty$이므로

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}=\lim_{t\to\infty}\frac{\sqrt{4t^2+1}}{-t+1}=\lim_{t\to\infty}\frac{\sqrt{4+\frac{1}{t^2}}}{-1+\frac{1}{t}}=-2$$

74) -2

⇨ $x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}-2}=\lim_{t\to\infty}\frac{-2t}{\sqrt{t^2+1}-2}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-2}{\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}-\frac{2}{t}}=-2$$

75) $-\frac{1}{2}$

⇨ $x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}-x}=\lim_{t\to\infty}\frac{-t+1}{\sqrt{t^2-t}+t}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-1+\frac{1}{t}}{\sqrt{1-\frac{1}{t}}+1}=-\frac{1}{2}$$

76) ∞

⇨ $\lim_{x\to\infty}(x^2-2x+3)$

$$=\lim_{x\to\infty}x^2\left(1-\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)=\infty$$

77) $-\infty$

⇨ $\lim_{x\to\infty}(-2x^3+4x^2-3x+1)$

$$=\lim_{x\to\infty}x^3\left(-2+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)=-\infty$$

78) $-\infty$

⇨ $\lim_{x\to-\infty}(x^3+3x^2+2x-1)$

$$=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(1+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)=-\infty$$

79) 0

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$$

80) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-x)$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+x}-x)(\sqrt{x^2+x}+x)}{\sqrt{x^2+x}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1}=\frac{1}{2}$$

81) 1

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-x)$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1}=1$$

82) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4x}-x)$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+4x}-x)(\sqrt{x^2+4x}+x)}{\sqrt{x^2+4x}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{\sqrt{x^2+4x}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{\sqrt{1+\frac{4}{x}}+1}=\frac{4}{1+1}=2$$

83) 3

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+6x}-x)$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+6x}-x)(\sqrt{x^2+6x}+x)}{\sqrt{x^2+6x}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{6x}{\sqrt{x^2+6x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{6}{\sqrt{1+\frac{6}{x}}+1}=\frac{6}{1+1}=3$$

84) 1

⇨ $-x=t$로 놓으면 $x \to -\infty$일 때, $t \to \infty$이므로

$$\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-2x}+x)=\lim_{t\to\infty}(\sqrt{t^2+2t}-t)$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{(\sqrt{t^2+2t}-t)(\sqrt{t^2+2t}+t)}{\sqrt{t^2+2t}+t}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{2t}{\sqrt{t^2+2t}+t}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{t}}+1}=1$$

85) -3

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x})$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2-3x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-6x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-6}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1+\frac{3}{x}}}=-3$$

86) 2

⇨ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2-2x-2})$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2-2x-2})(\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2-2x-2})}{\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2-2x-2}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x+4}{\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2-2x-2}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{4}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}}=2$

87) -1

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+1}-1\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{-x}{x+1}$

$=\lim_{x\to0}\frac{-1}{x+1}=-1$

88) -1

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-1}+1\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{1+(x-1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x-1}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x-1}=-1$

89) 2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1}{(x+1)^2}\right\}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x+1}\right)\left(1+\frac{1}{x+1}\right)$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x+2}{x+1}$

$=\lim_{x\to0}\frac{x+2}{(x+1)^2}=2$

90) -2

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1}{(x-1)^2}\right\}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x-1}\right)\left(1+\frac{1}{x-1}\right)$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x-2}{x-1}\cdot\frac{x}{x-1}=\lim_{x\to0}\frac{x-2}{(x-1)^2}=-2$

91) $-\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{-x}{\sqrt{2}(x+\sqrt{2})}$

$=\lim_{x\to0}\frac{-1}{\sqrt{2}(x+\sqrt{2})}=-\frac{1}{2}$

92) $\frac{1}{3}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-x}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-x)}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{3-\sqrt{3}x}=\frac{1}{3}$

93) $\frac{1}{5}$

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{5}-x}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-x)}$

$=\lim_{x\to0}\frac{1}{5-\sqrt{5}x}=\frac{1}{5}$

94) $\frac{5}{3}$

⇨ $\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\left(2x-\frac{5x+2}{x+1}\right)$

$=\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\cdot\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$

$=\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\cdot\frac{(2x+1)(x-2)}{x+1}$

$=\lim_{x\to2}\frac{2x+1}{x+1}=\frac{5}{3}$

95) -1

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}\right)$

$=\lim_{x\to\infty}x\cdot\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$

$=\lim_{x\to\infty}x\cdot\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{x+\sqrt{x^2+2x}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2}{1+\sqrt{1+\frac{2}{x}}}=\frac{-2}{1+1}=-1$

96) $-\frac{1}{4}$

⇨ $\lim_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x}}\right)$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{x(\sqrt{2x}-\sqrt{2x+1})}{\sqrt{2x}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{x(\sqrt{2x}-\sqrt{2x+1})(\sqrt{2x}+\sqrt{2x+1})}{\sqrt{2x}(\sqrt{2x}+\sqrt{2x+1})}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{2x+\sqrt{4x^2+2x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{2+\sqrt{4+\frac{2}{x}}}$

$=\frac{-1}{2+2}=-\frac{1}{4}$