



◇ 「콘텐츠산업 진흥법 시행령」 제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2016-03-14
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇ 「콘텐츠산업 진흥법」 외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

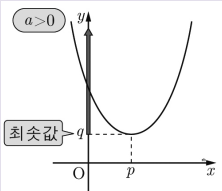
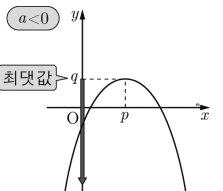
계산시 참고사항

1. 함수의 최댓값과 최솟값

- (1) 최댓값: 어떤 함수의 모든 x 의 값에 대한 함수값 중 가장 큰 값
- (2) 최솟값: 어떤 함수의 모든 x 의 값에 대한 함수값 중 가장 작은 값

2. 이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐서 a 의 부호와 꼭짓점의 좌표 (p, q) 를 이용하여 최댓값 또는 최솟값을 구할 수 있다.

$a > 0$ 일 때	$a < 0$ 일 때
	
① $x = p$ 일 때, 최솟값 q 를 갖는다. ② 최댓값은 없다.	① $x = p$ 일 때, 최댓값 q 를 갖는다. ② 최솟값은 없다.

참고

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 에서

- $a > 0$ 일 때, 이차함수의 최솟값은 그 래프의 꼭짓점의 y 좌표와 같다.
- $a < 0$ 일 때, 이차함수의 최댓값은 그 래프의 꼭짓점의 y 좌표와 같다.



이차함수의 최댓값과 최솟값

■ 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그 때의 x 의 값을 구하여라.

1. $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$

2. $y = 2(x-5)^2 - 6$

3. $y = -3(x+1)^2 - 3$

4. $y = -\frac{3}{4}(x-2)^2 + 7$

5. $y = -x^2 - 6x - 11$

6. $y = 2x^2 - 8x + 5$

7. $y = 3x^2 + 6x + 4$

8. $y = -3x^2 + 6x - 8$

9. $y = -x^2 + 4x - 4$

10. $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$

11. $y = -4x^2 - 8x + 5$

12. $y = 2x^2 - 4x + 5$

13. $y = \frac{1}{4}x^2 + x$

14. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$

15. $y = -\frac{1}{3}x^2$

16. $y = 2x^2 - 4$

▣ 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라. (단, x 는 모든 실수)

17. $y = 3x^2 + 5$

18. $y = -5(x-3)^2$

19. $y = -(x-3)^2 - 5$

20. $y = -2(x+1)^2 + 4$

21. $y = (x-5)^2$

22. $y = (x-1)^2 + 4$

23. $y = 3(x+2)^2 - 3$

24. $y = 2x^2 - 4x - 5$

25. $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 7$

26. $y = -2x^2 - 7$

27. $y = 2x^2 + 8x + 12$

28. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 5$

29. $y = -x^2 + 4x + 2$

30. $y = -3(x-4)^2 + 2$

31. $y = -3x^2 + 6x + 2$

■ 주어진 이차함수가 $x=p$ 일 때, 최솟값이 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

32. $y = x^2 - 6x + 5$

33. $y = 2x^2 - 5x + 1$

34. $y = 4x^2 + 8x + 5$

35. $y = 2x^2 + 4x$

36. $y = 2x^2 + 8x + 9$

■ 주어진 이차함수가 $x=p$ 일 때, 최댓값이 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

37. $y = -2x^2 + 4x + 4$

38. $y = -x^2 + 4x - 8$

39. $y = -3x^2 + 6x + 4$

40. $y = -2x^2 + 4x + 8$

41. $y = -2x^2 - 8x + 12$

42. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

■ 다음 주어진 조건에서 상수 a 의 값을 구하여라.

43. 이차함수 $y = x^2 + 4x + a$ 의 최솟값이 3일 때

44. 이차함수 $y = -x^2 - 8x + a$ 의 최댓값이 12일 때

45. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + a$ 의 최댓값이 7일 때

46. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x - a + 5$ 의 최솟값이 -5일 때

47. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x + a - 3$ 의 최댓값이 3일 때

48. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + a$ 의 최솟값이 5일 때,

49. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + a$ 의 최댓값이 11일 때

50. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + a$ 의 최솟값이 -5일 때

51. 이차함수 $y = x^2 + 6x - a$ 의 최솟값이 3일 때

52. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + a$ 의 최댓값이 6일 때

53. 이차함수 $y = -3x^2 + 12x + a - 7$ 의 최댓값이 -1일 때

54. 이차함수 $y = 4x^2 - 8x + a - 1$ 의 최솟값이 -4 일 때

55. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + 2a$ 의 최댓값이 8 일 때

56. 이차함수 $y = 2x^2 + 12x + 3a$ 의 최솟값이 -3 일 때

57. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + a$ 의 최댓값이 5 일 때

58. 이차함수 $y = -5x^2 + 10x + a$ 의 최댓값이 12 일 때

59. 이차함수 $y = -3x^2 - 12x + a$ 의 최댓값이 8 일 때

■ 다음 주어진 조건에서 상수 a , b 의 값을 구하여라.

60. 이차함수 $y = 3(x - a)^2 - 5$ 가 $x = 4$ 에서 최솟값 b 를 가질 때

61. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 -5 를 가질 때

62. 이차함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값이 4 를 가질 때

63. 이차함수 $y = -3x^2 + ax - b$ 가 $x = 1$ 에서 최댓값 -1 을 가질 때

64. 이차함수 $y = 2x^2 - ax + b$ 가 $x = 3$ 에서 최솟값 -8 을 가질 때

65. 이차함수 $y = x^2 + 2ax - b$ 가 $x = 4$ 에서 최솟값 -10 을 가질 때

66. 이차함수 $y = -x^2 + ax - 3$ 이 $x = -2$ 에서 최댓값 b 를 가질 때

67. 이차함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값은 5 를 가질 때

68. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 7a$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 6 을 가지고, 점 $(3, 10)$ 을 지날 때

69. 이차함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x = 3$ 에서 최댓값 2 를 가질 때

70. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 가 $x = -5$ 에서 최댓값 3 을 가질 때

71. 이차함수 $y = 2x^2 + ax - b$ 가 $x = -1$ 에서 최솟값 7 을 가질 때

72. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 8 을 가질 때

이차함수의 식 구하기

■ 이차항의 계수와 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내어라.

73. x^2 의 계수가 1이고 $x=2$ 에서 최솟값 -5 를 갖는 이차함수

74. x^2 의 계수가 2이고 $x=1$ 일 때 최솟값 3을 갖는 이차함수

75. x^2 의 계수가 3이고 $x=4$ 일 때 최솟값 2를 갖는 이차함수

76. x^2 의 계수가 3이고, $x=1$ 에서 최솟값 4를 갖는 이차함수

77. x^2 의 계수가 -2 이고, $x=-1$ 일 때 최댓값 5를 갖는 이차함수

78. x^2 의 계수가 -5 이고, $x=-1$ 에서 최댓값 2를 갖는 이차함수

79. x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 $x=-1$ 에서 최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 갖는 이차함수

80. x^2 의 계수가 $-\frac{2}{3}$ 이고, $x=-3$ 에서 최댓값 -1 을 갖는 이차함수

81. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행 이동한 그래프가 $x=1$ 일 때, 최댓값 6을 가진다.

■ 다음 조건을 만족하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내어라.

82. $x=2$ 일 때, 최솟값 3을 가지고, 점 $(1, 4)$ 를 지난다.

83. $x=0$ 일 때, 최댓값 -1 을 가지고, 점 $(2, -3)$ 를 지난다.

84. $x=2$ 일 때 최솟값 1을 가지고, 점 $(3, 2)$ 을 지난다.

85. $x=-2$ 일 때, 최솟값 -1 을 가지고, y 축과의 교점이 $(0, 3)$ 이다.

86. $x=3$ 일 때, 최댓값 0을 가지고 점 $(1, -4)$ 를 지난다.

87. $x=-1$ 일 때, 최댓값 4를 가지고 점 $(4, -21)$ 을 지난다.

88. $x=2$ 에서 최솟값을 갖고 두 점 $(0, 7)$, $(3, 1)$ 에서 만난다.

89. 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나고 최댓값이 8이다.

90. 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나고 최솟값이 -8 이다.

91. 두 점 $(1, 9)$, $(5, 9)$ 를 지나고, 최솟값이 1이다.



최댓값의 최솟값, 최솟값의 최댓값 구하기

■ 주어진 이차함수의 최댓값을 M 이라 할 때 M 의 최솟값과 그 때의 k 의 값을 구하여라. (단, k 는 상수)

92. $y = -x^2 + 2kx + 4 - 2k$

93. $y = -2x^2 + 4kx + 3k$

94. $y = -x^2 + 4kx - 8k - 3$

95. $y = -3x^2 - 6kx + k$

96. $y = -x^2 + 4kx + k$

97. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2kx - 4k$

98. $y = -x^2 + 6kx - 18k - 17$

99. $y = -2x^2 + 2kx - 6k + 1$

100. $y = -x^2 - 4kx - 3k^2 + 2k + 1$

■ 주어진 이차함수의 최솟값을 m 이라 할 때 m 의 최댓값과 그 때의 k 의 값을 구하여라. (단, k 는 상수)

101. $y = x^2 + kx + k$

102. $y = x^2 - 2kx + 6k$

103. $y = x^2 - 2x - k^2 + 6k$

104. $y = x^2 + 2kx + 4k$

105. $y = 2x^2 + 4kx + 4k + 1$

106. $y = x^2 - 2kx - 6k - 15$

107. $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x - k^2 - k$

108. $y = 2x^2 + 4kx + k$

109. $y = x^2 + 2kx + 2k$

110. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2kx + 3k$

정답 및 해설

1) $x=1$ 일 때, 최댓값 02) $x=5$ 일 때, 최솟값 -33) $x=-1$ 일 때, 최댓값 -3,4) $x=2$ 일 때, 최댓값 75) $x=-3$ 일 때, 최댓값 -2

$\Rightarrow y = -x^2 - 6x - 11 = -(x+3)^2 - 2$ 이므로
주어진 함수는 $x=-3$ 일 때, 최댓값 -2를 갖는다.

6) $x=2$ 일 때, 최솟값 -3

$\Rightarrow y = 2x^2 - 8x + 5 = 2(x-2)^2 - 3$ 이므로
주어진 함수는 $x=2$ 일 때, 최솟값 -3을 갖는다.

7) $x=-1$ 일 때, 최솟값 1

$\Rightarrow y = 3x^2 + 6x + 4 = 3(x+1)^2 + 1$ 이므로
주어진 함수는 $x=-1$ 일 때, 최솟값 1을 갖는다.

8) $x=1$ 일 때, 최댓값 -5

$\Rightarrow y = -3x^2 + 6x - 8 = -3(x-1)^2 - 5$ 이므로
주어진 함수는 $x=1$ 일 때, 최댓값 -5를 갖는다.

9) $x=2$ 일 때, 최댓값 0

$\Rightarrow y = -x^2 + 4x - 4 = -(x-2)^2$ 이므로
주어진 함수는 $x=2$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

10) $x=1$ 일 때, 최솟값 $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로
주어진 함수는 $x=1$ 일 때, 최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

11) $x=-1$ 일 때, 최댓값 9

$\Rightarrow y = -4x^2 - 8x + 5 = -4(x+1)^2 + 9$ 이므로
주어진 함수는 $x=-1$ 일 때, 최댓값 9를 갖는다.

12) $x=1$ 일 때, 최솟값 3

$\Rightarrow y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$ 이므로
주어진 함수는 $x=1$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.

13) $x=-2$ 일 때, 최솟값 -1

$\Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 + x = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 이므로
주어진 함수는 $x=-2$ 일 때, 최솟값 -1을 갖는다.

14) $x=3$ 일 때, 최댓값 $\frac{7}{2}$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1 = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{7}{2}$ 이므로 주어진 함수
는 $x=3$ 일 때, 최댓값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

15) $x=0$ 일 때, 최댓값 : 016) $x=0$ 일 때, 최솟값 -4

17) 최솟값 : 5

18) 최댓값 : 0

19) 최댓값 : -5

20) 최댓값 : 4

21) 최솟값 : 0

22) 최솟값 : 4

23) 최솟값 : -3

24) 최솟값 : -7

 $\Rightarrow y = 2(x-1)^2 - 7$ 25) 최솟값 : $-\frac{11}{2}$ $\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-5)^2 - \frac{11}{2}$

26) 최댓값 : -7

27) 최솟값 : 4

 $\Rightarrow y = 2(x+2)^2 + 4$ 이므로 $x=-2$ 일 때, 최솟값 4이다.

28) 최댓값 : -1

 $\Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - 1$

29) 최댓값 : 6

 $\Rightarrow y = -(x-2)^2 + 6$: 최댓값 6

30) 최댓값 : 2

31) 최댓값 : 5

$\Rightarrow y = -3x^2 + 6x + 2 = -3(x-1)^2 + 5$ 이므로 $x=1$ 일 때, 최
댓값은 5이다.

32) -1

$\Rightarrow y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$
 $x=3$ 일 때 최솟값 -4를 가진다.
 $\therefore p+q=-1$

33) $-\frac{7}{8}$ \Rightarrow 꼭짓점 (p, q) 에서 최솟값을 갖는다.

$$y = 2\left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}\right) - \frac{25}{8} + 1 = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{17}{8}$$

$$\therefore p = \frac{5}{4}, q = -\frac{17}{8} \text{ 이므로 } p+q = -\frac{7}{8}$$

34) 0

$$\Rightarrow y = 4x^2 + 8x + 5 = 4(x+1)^2 + 1$$

$$x = -1 \text{ 일 때, 최솟값 } 1 \text{ 을 가지므로 } p = -1, q = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = -1+1 = 0$$

35) -3

$$\Rightarrow \text{이차함수 } y = 2x^2 + 4x = 2(x+1)^2 - 2 \text{ 이므로 } x = -1 \text{ 일 때}$$

$$\text{최솟값은 } -2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = -1-2 = -3$$

36) -1

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1 \text{ 이므로 } x = -2 \text{ 일 때 최솟}$$

$$\text{값은 } 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = -2+1 = -1$$

37) 7

$$\Rightarrow y = -2(x-1)^2 + 6 \text{ 이므로 } x = 1 \text{ 일 때 최댓값은 } 6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = 1+6 = 7$$

38) -2

$$\Rightarrow y = -(x-2)^2 - 4 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ 일 때, 최댓값은 } -4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = -2$$

39) 8

$$\Rightarrow y = -3(x-1)^2 + 7 \text{ 이므로 } x = 1 \text{ 일 때, 최댓값은 } 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = 8$$

40) 11

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4x + 8 = -2(x-1)^2 + 10 \text{ 이므로 } x = 1 \text{ 일 때 최}$$

$$\text{댓값 } 10 \text{ 을 가진다.}$$

$$\therefore p+q = 11$$

41) 18

$$\Rightarrow y = -2(x+2)^2 + 20 \text{ 이므로 } x = -2 \text{ 일 때, 최댓값은 } 20 \text{ 이}$$

$$\text{다.}$$

$$\therefore p+q = 18$$

42) 6

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 4 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ 일 때, 최댓값은 } 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = 6$$

43) 7

$$\Rightarrow y = (x+2)^2 + a - 4 \text{ 의 최솟값이 } 3 \text{ 이므로}$$

$$a-4=3 \quad \therefore a=7$$

44) -4

$$\Rightarrow y = -(x+4)^2 + k + 16 \text{ 의 최댓값이 } 12 \text{ 이므로}$$

$$a+16=12 \quad \therefore a=-4$$

45) -9

$$\Rightarrow y = -(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = -(x-4)^2 + 16 + k$$

$$\text{이차함수의 최댓값이 } 7 \text{ 이므로}$$

$$16+k=7 \quad \therefore k=-9$$

46) 7

$$\Rightarrow y = 3(x-1)^2 - a + 2 \text{ 의 최솟값이 } -5 \text{ 이므로}$$

$$-a+2=-5 \quad \therefore a=7$$

47) -12

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x-6)^2 + a + 15 \text{ 의 최댓값이 } 3 \text{ 이므로}$$

$$a+15=3 \quad \therefore a=-12$$

48) 7

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 4x + a = 2(x-1)^2 - 2 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=1 \text{ 일 때, 최솟값 } -2+a \text{ 를 가지므로}$$

$$-2+a=5 \quad \therefore a=7$$

49) 2

$$\Rightarrow y = -x^2 + 6x + a = -(x-3)^2 + 9 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=3 \text{ 일 때, 최댓값 } 9+a \text{ 를 가지므로}$$

$$9+a=11 \quad \therefore a=2$$

50) 7

$$\Rightarrow y = 3x^2 - 12x + a = 3(x-2)^2 - 12 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=2 \text{ 일 때,}$$

$$\text{최솟값 } -12+a \text{ 를 가지므로 } -12+a=-5$$

$$\therefore a=7$$

51) -12

$$\Rightarrow y = x^2 + 6x - a = (x+3)^2 - 9 - a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=-3 \text{ 일 때,}$$

$$\text{최솟값 } -9-a \text{ 를 가지므로 } -9-a=3$$

$$\therefore a=-12$$

52) -2

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 8x + a = -2(x-2)^2 + 8 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=2 \text{ 일 때, 최댓값 } 8+a \text{ 를 가지므로}$$

$$8+a=6 \quad \therefore a=-2$$

53) -6

$$\Rightarrow y = -3x^2 + 12x + a - 7$$

$$= -3(x-2)^2 + 5 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=2 \text{ 일 때, 최댓값 } 5+a \text{ 를 가지므로}$$

$$5+a=-1 \quad \therefore a=-6$$

54) 1

$$\Rightarrow y = 4x^2 - 8x + a - 1 = 4(x-1)^2 - 5 + a$$

$$\text{주어진 함수가 } x=1 \text{ 일 때, 최솟값 } -5+a \text{ 를 가지므로}$$

$$-5+a=-4 \quad \therefore a=1$$

55) 3

$$\Rightarrow y = -2x^2 - 4x + 2a = -2(x+1)^2 + 2 + 2a$$

주어진 함수가 $x = -1$ 일 때, 최댓값 $2 + 2a$ 를 가지므로
 $2 + 2a = 8, 2a = 6 \quad \therefore a = 3$

56) 5

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 12x + 3a = 2(x+3)^2 - 18 + 3a$$

주어진 함수가 $x = -3$ 일 때,
 최솟값 $-18 + 3a$ 를 가지므로
 $-18 + 3a = -3, 3a = 15 \quad \therefore a = 5$

57) 4

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$$

에서 $x = 1$ 일 때, 최댓값은 $1 + a$ 이다.
 최댓값이 5이므로 $1 + a = 5 \quad \therefore a = 4$

58) 7

59) -4

60) $a = 4, b = -5$

\Rightarrow 이차함수 $y = 3(x-a)^2 - 5$ 가 $x = 4$ 에서 최솟값 b 를 갖으려면 $a = 4, b = -5$

61) $a = -4, b = -1$

$\Rightarrow y = x^2 + ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 -5 를 가지므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = (x-2)^2 - 5 = x^2 - 4x - 1$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

62) $a = -4, b = 2$

$\Rightarrow y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 4를 가지므로 그 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = -2(x+1)^2 + 4 = -2x^2 - 4x + 2$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

63) $a = 6, b = 4$

$\Rightarrow y = -3x^2 + ax - b$ 가 $x = 1$ 에서 최댓값 -1 을 가지므로 그 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = -3(x-1)^2 - 1 = -3x^2 + 6x - 4$$

$$\therefore a = 6, b = 4$$

64) $a = 12, b = 10$

$\Rightarrow y = 2x^2 - ax + b$ 가 $x = 3$ 에서 최솟값 -8 을 가지므로 그 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = 2(x-3)^2 - 8 = 2x^2 - 12x + 10$$

$$\therefore a = 12, b = 10$$

65) $a = -4, b = -6$

$\Rightarrow y = x^2 + 2ax - b$ 가 $x = 4$ 에서 최솟값 -10 을 가지므로 그 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, -10)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = (x-4)^2 - 10 = x^2 - 8x + 6$$

$$\therefore a = -4, b = -6$$

66) $a = -4, b = 1$

$\Rightarrow y = -x^2 + ax - 3$ 이 $x = -2$ 에서 최댓값 b 를 가지므로 그 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, b)$ 이다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y = -(x+2)^2 + b = -x^2 - 4x - 4 + b$$

$$\therefore a = -4, -3 = -4 + b \text{ 이므로 } a = -4, b = 1$$

67) $a = -4, b = 3$

$$\Rightarrow y = -2(x+1)^2 + 5 \text{ 을 전개하면 } y = -2x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore a = -4, b = 3$$

68) $a = 1, b = -2$

$\Rightarrow x = 1$ 에서 최솟값 6을 가지므로 꼭짓점이 $(1, 6)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 + 6$ 이라 놓고, $(3, 10)$ 을 지나므로

$$4a + 6 = 10 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x-1)^2 + 6 = x^2 - 2x + 7$$

$$\therefore b = -2$$

69) $a = 12, b = -16$

$\Rightarrow y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x = 3$ 일 때, 최댓값 2를 가지므로

$$y = -2(x-3)^2 + 2 = -2x^2 + 12x - 16$$

$$\therefore a = 12, b = -16$$

70) $a = -10, b = -22$

$$\Rightarrow y = -(x+5)^2 + 3 = -x^2 - 10x - 22$$

$$\therefore a = -10, b = -22$$

71) $a = 4, b = -9$

\Rightarrow 이차함수 $y = 2x^2 + ax - b$ 의 최솟값은

$x = -1$ 일 때 7이므로

$$y = 2(x+1)^2 + 7 = 2(x^2 + 2x + 1) + 7 = 2x^2 + 4x + 9$$

$$\therefore a = 4, -b = 9, b = -9$$

72) $a = 2, b = 4$

$\Rightarrow x = 2$ 일 때, 최댓값 8을 가지므로

$$y = -(x-2)^2 + 8 = -x^2 + 4x + 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

73) $y = x^2 - 4x - 1$ 74) $y = 2x^2 - 4x + 5$

\Rightarrow 최솟값이 $x = 1$ 일 때, 3을 가지므로

$$y = 2(x-1)^2 + 3$$

$$= 2x^2 - 4x + 5$$

75) $y = 3x^2 - 24x + 50$

⇒ $y = 3x^2 + bx + c$ 는 $x = 4$ 일 때, 최솟값 2를 가지므로
 $y = 3(x-4)^2 + 2$ 이다.

$$\text{즉 } y = 3(x-4)^2 + 2 = 3x^2 - 24x + 50$$

76) $y = 3x^2 - 6x + 7$

77) $y = -2x^2 - 4x + 3$

⇒ $y = -2(x+1)^2 + 5$ 을 전개하면 $y = -2x^2 - 4x + 3$

78) $y = -5x^2 - 10x - 3$

79) $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

⇒ x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고, $x = -1$ 일 때, 최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 가지므로
 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 로 나타낼 수 있다.

80) $y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - 7$

81) $y = -2x^2 + 4x + 4$

⇒ $x = 1$ 에서 최댓값 6이므로 꼭짓점은 $(1, 6)$ 이다.

따라서 평행이동한 그래프는

$$y = -2(x-1)^2 + 6 = -2x^2 + 4x + 4$$

82) $y = x^2 - 4x + 7$

⇒ $x = 2$ 일 때, 최솟값 3을 가지므로 $y = a(x-2)^2 + 3$

$$\text{점 } (1, 4) \text{를 지나므로 } a+3=4 \quad \therefore a=1$$

$$\text{즉 } y = (x-2)^2 + 3 \text{이므로 } y = x^2 - 4x + 7$$

83) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

⇒ $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 가지므로

$$y = ax^2 - 1 \text{라 할 수 있다.}$$

이 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나므로

$$4a - 1 = -3 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

84) $y = x^2 - 4x + 5$

⇒ $y = a(x-2)^2 + 1$ 이라 놓고, $(3, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a + 1 \quad \therefore a = 1$$

$$\text{그러므로 } y = (x-2)^2 + 1$$

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 꼴로 나타내면 } y = x^2 - 4x + 5 \text{이다.}$$

85) $y = x^2 + 4x + 3$

⇒ $y = a(x+2)^2 - 1$ 이라 놓으면 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 4a - 1 \quad \therefore a = 1$$

$$y = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3$$

86) $y = -x^2 + 6x - 9$

⇒ 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 최댓값이 0이므로
 이차함수의 식은 $y = a(x-3)^2$ 이다.

$$\text{점 } (1, -4) \text{를 지나므로 } 4a = -4 \quad \therefore a = -1$$

$$\text{즉 } y = -(x-3)^2 \text{이므로 } y = -x^2 + 6x - 9$$

87) $y = -x^2 - 2x + 3$

⇒ $y = a(x+1)^2 + 4$ 라 놓고, 점 $(4, -21)$ 을 지나므로
 $-21 = 25a + 4 \quad \therefore a = -1$

$$\text{그러므로 } y = -(x^2 + 2x + 1) - 4 = -x^2 - 2x + 3$$

88) $y = 2x^2 - 8x + 7$

89) $y = -2x^2 + 4x + 6$

90) $y = 2x^2 - 4x - 6$

⇒ x 축과 만나는 점이 $-1, 3$ 이므로 $y = a(x+1)(x-3)$

$$x = 1 \text{에서 최솟값 } -8 \text{을 가지므로 대입하면}$$

$$-8 = a \times 2 \times (-2), \quad a = 2$$

$$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6.$$

91) $y = 2x^2 - 12x + 19$

92) 3, $k = 1$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 2kx + 4 - 2k = -(x-k)^2 + k^2 - 2k + 4$$

$$M = k^2 - 2k + 4 = (k-1)^2 + 3$$

따라서 M 은 $k = 1$ 일 때 최솟값 3이다.

93) $-\frac{9}{8}, k = -\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow y = -2x^2 + 4kx + 3k = -2(x-k)^2 + 2k^2 + 3k$$

$$M = 2k^2 + 3k = 2\left(k + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

따라서 M 은 $k = -\frac{3}{4}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 이다.

94) $-7, k = 1$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 4kx - 8k - 3 = -(x-2k)^2 + 4k^2 - 8k - 3$$

$$M = 4k^2 - 8k - 3 = 4(k-1)^2 - 7$$

따라서 M 은 $k = 1$ 일 때, 최솟값 -7 을 가진다.

95) $-\frac{1}{12}, k = -\frac{1}{6}$

$$\Rightarrow y = -3x^2 - 6kx + k = -3\left(x + \frac{k}{3}\right)^2 + k^2 + k$$

$$M = 3k^2 + k = 3\left(k^2 + \frac{1}{3}k + \frac{1}{36}\right) - \frac{1}{12}$$

$$= 3\left(k + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$$

96) $-\frac{1}{16}, k = -\frac{1}{8}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= -(x^2 - 4kx + 4k^2 - 4k^2) + k \\ &= -(x - 2k)^2 + 4k^2 + k \\ M &= 4k^2 + k = 4\left(k^2 + \frac{1}{4}k + \frac{1}{64} - \frac{1}{64}\right) \\ &= 4\left(k + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16}\end{aligned}$$

$$97) -2, k=1$$

$$98) -26, k=1$$

$$99) -17, k=6$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= -2x^2 + 2kx - 6k + 1 \\ &= -2\left(x - \frac{k}{2}\right)^2 + \frac{k^2}{2} - 6k + 1\end{aligned}$$

$$M = \frac{1}{2}k^2 - 6k + 1 = \frac{1}{2}(k - 6)^2 - 17$$

따라서 M 은 $k=6$ 일 때, 최솟값은 -17 을 가진다.

$$100) 0, k=-1$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= -x^2 - 4kx - 3k^2 + 2k + 1 \\ &= -(x^2 + 4kx + 4k^2) + k^2 + 2k + 1 \\ &= -(x + 2k)^2 + k^2 + 2k + 1\end{aligned}$$

$$M = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$$

따라서 M 은 $k=-1$ 일 때, 최솟값 0 을 가진다.

$$101) 1, k=2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k \\ m &= -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k - 2)^2 + 1\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다.

$$102) 9, k=3$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= x^2 - 2kx + 6k = (x - k)^2 - k^2 + 6k \\ m &= -k^2 + 6k = -(k - 3)^2 + 9\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=3$ 일 때, 최댓값 9 를 가진다.

$$103) 8, k=3$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= x^2 - 2x - k^2 + 6k = (x - 1)^2 - k^2 + 6k - 1 \\ m &= -k^2 + 6k - 1 = -(k - 3)^2 + 8\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=3$ 일 때, 최댓값 8 을 가진다.

$$104) 4, k=2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= x^2 + 2kx + 4k = (x + k)^2 - k^2 + 4k \\ m &= -k^2 + 4k = -(k^2 - 4k + 4) + 4 = -(k - 2)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=2$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

$$105) 3, k=1$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= 2x^2 + 4kx + 4k + 1 = 2(x + k)^2 - 2k^2 + 4k + 1 \\ m &= -2k^2 + 4k + 1 = -2(k^2 - 2k + 1) + 3 = -2(k - 1)^2 + 3\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=1$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다.

$$106) -6, k=-3$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2kx - 6k - 15 = (x - k)^2 - k^2 - 6k - 15$$

$$m = -k^2 - 6k - 15 = -(k + 3)^2 - 6$$

따라서 m 은 $k=-3$ 일 때, 최댓값 -6 을 가진다.

$$107) -\frac{11}{4}, k=-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9 - 9) - k^2 - k = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 3 - k^2 - k$$

$$\begin{aligned}m &= -k^2 - k - 3 = -\left(k^2 + k + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) - 3 \\ &= -\left(k + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4}\end{aligned}$$

따라서 m 은 $k=-\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{11}{4}$ 을 가진다.

$$108) \frac{1}{8}, k=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 4kx + k = 2(x + k)^2 - 2k^2 + k$$

$$m = -2k^2 + k = -2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{1}{8} = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}$$

따라서 m 은 $k=\frac{1}{4}$ 일 때, 최댓값 $\frac{1}{8}$ 을 가진다.

$$109) 1, k=1$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 2kx + 2k = (x + k)^2 - k^2 + 2k$$

$$m = -k^2 + 2k = -(k - 1)^2 + 1$$

따라서 m 은 $k=1$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다.

$$110) \frac{9}{8}, k=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 2kx + 3k = \frac{1}{2}(x - 2k)^2 - 2k^2 + 3k$$

$$m = -2k^2 + 3k = -2\left(k - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

따라서 m 은 $k=\frac{3}{4}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{8}$ 을 가진다.