

2022년 포곡고 수학2 중간고사

1. 함수 $y = x^2$ 의 도함수는?

- ① $y' = x$ ② $y' = 2x$ ③ $y' = 4x$
 ④ $y' = x^2$ ⑤ $y' = 2x^2$

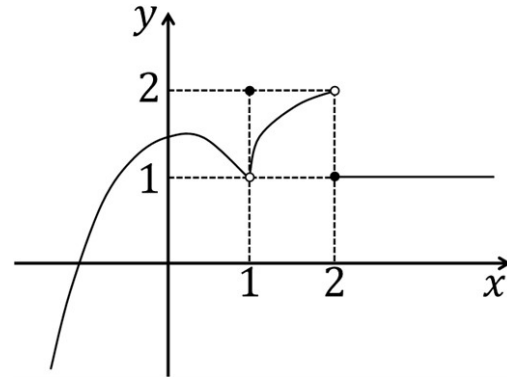
2. 함수 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ 에서 $f(0) = 1$, $f'(0) = 4$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다음 중 극한값의 계산 결과가 옳지 않은 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+1} = 0$ ② $\lim_{x \rightarrow 1} (2x+1) = 3$
 ③ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x+4} = -\frac{2}{3}$ ④ $\lim_{x \rightarrow 2} \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) = 3$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{-x^2 + 3x} = 5$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = a$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = b$ 라 할 때, $a - 2b$ 의 값은?



- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

5. 극한 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & (x \geq 1) \\ bx^2 + 2 & (x < 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 연속함수 $f(x)$ 가

$f(-2)=2, f(-1)=0, f(0)=-1, f(1)=1, f(2)=2$ 이다. 방정식 $f(x)=0$ 이 적어도 하나의 실근을 갖는 열린구간은?

- ① $(-2, -1)$ ② $(-1, 0)$ ③ $(0, 1)$
 ④ $(1, 2)$ ⑤ $(2, \infty)$

8. 두 함수 $f(x)=x+2, g(x)=x^2-1$ 에 대하여 모든 실수 x 에서 연속인 함수만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

| <보기> | |
|---------------------|---------------------------|
| ㉠. $\frac{1}{f(x)}$ | ㉡. $\frac{f(x)}{f(g(x))}$ |
| ㉢. $f(x)g(x)$ | ㉤. $f(x)-g(x)$ |

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤
 ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

9. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x$ 에 대하여 닫힌구간 $[-1, 5]$ 에서 물의 정리를 만족시키는 실수 c 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 5

10. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x-1}=4, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-2}{x-1}=3$ 을 만족시킬 때, 함수 $f(x)g(x)$ 의 $x=1$ 에서 미분계수는?

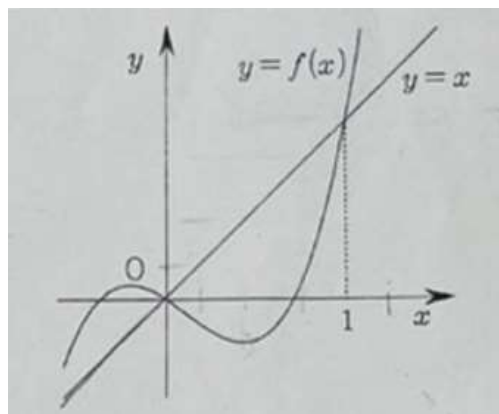
- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

11. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-1}{x-3}=2$ 일 때,

극한 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9f(x)}{x-3}$ 의 값은?

- ① 14 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 26

12. 그림과 같은 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 에 대하여 $0 < a < b < c < 1 < d$ 이고 $f(b)=0$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



| <보기> | |
|--------------------------------------|--|
| ㉠. $f'(1)=1$ | |
| ㉡. $\frac{f(a)}{a} < \frac{f(c)}{c}$ | |
| ㉢. $f(d) > d-b$ | |
| ㉤. $f(a)-f(c) > a-c$ | |

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

13. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

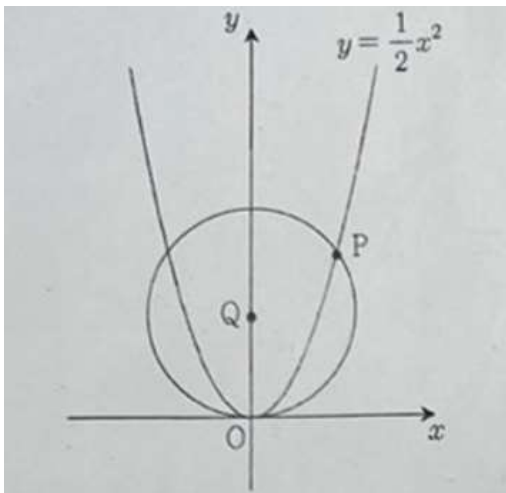
(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - g(x)\} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 2g(x)}{-3f(x) + g(x)}$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -3 ④ -2 ⑤ 0

14. 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 위의 원점이 아닌 점 P 에 대하여 점 P 와 원점 O 를 지나고 y 축 위의 점 Q 를 중심으로 하는 원이 있다. 점 P 가 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 을 따라 원점 O 에 한없이 가까워질 때, 점 Q 는 점 $(0, a)$ 에 한없이 가까워진다. 이때 a 의 값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

15. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + ax^2y + bxy + axy^2$ 이다.

(나) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점에서 접하는 접선의 기울기는 $x=1$ 에서 최소이다.

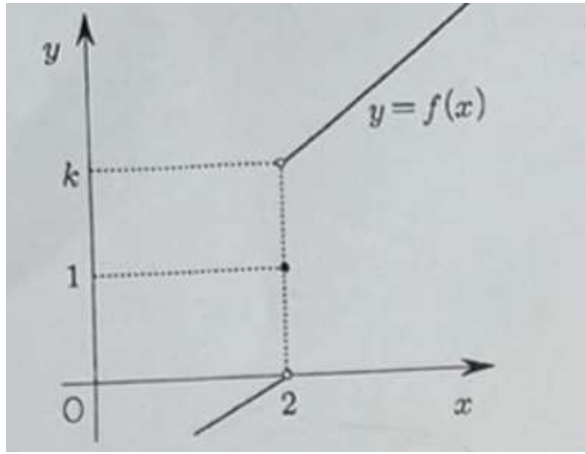
(다) x 가 0에서 a 까지 변할 때 $y = f'(x)$ 의 평균변화율은 3이다.

이때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

16. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

두 함수 $y = f(x), g(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이다. a 가 최대일 때 상수 b 의 값은? (단, $k > 1$ 인 정수)



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

17. 곡선 $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 개수를 $f(m)$ 이라고 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(1) = 0$ 이다.

ㄴ. 함수 $y = f(m)$ 가 불연속인 m 의 값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

ㄷ. $f(m) = 2$ 일 때, 곡선 $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 접점의 x 좌표의 합은 $\frac{4}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 함수 $f(x), g(x)$ 의 극한에 대한 설명 중 옳지 않은 것만을 보기에서 있는 대로 고르고, 옳지 않은 이유를 각각 반례를 들어 논술하시오.(단, 반례는 명확한 함수식을 이용하여 제시하시오.)

<보기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 의 값이 존재하면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$ 의 값이 존재하면 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ 의 값도 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x) + g(x)\}, \lim_{x \rightarrow 2} \{f(x) - g(x)\}$ 의 값이 존재하면 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값도 존재한다.

19. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x + a}{x - 1} & (x \neq 1) \\ b + 1 & (x = 1) \end{cases}$ 이 모든 실수 x 에서 연속이 되도록하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하고 그 과정을 논술하시오.

20. 점 $P(3, 5)$ 에서 곡선 $y = -x^2 + 6x - 5$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B 라고 할 때, 삼각형 PAB 의 넓이를 구하고 그 과정을 논술하시오.

-
- 1) ②
 - 2) ③
 - 3) ⑤
 - 4) ①
 - 5) ①
 - 6) ④
 - 7) ③
 - 8) ⑤
 - 9) ⑤
 - 10) ④
 - 11) ④
 - 12) ②
 - 13) ②
 - 14) ③
 - 15) ①
 - 16) ①
 - 17) ③
 - 18) 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄴ이다.
 - 19) 0
 - 20) 2