01 독립과 종속

(1) 독립 : 두 사건 A, B에 대하여 한 사건이 일어나는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 아무런 영향을 주지 않을 때, 즉 $\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)$일 때, 두 사건 A와 B는 서로 독립이라 한다.

① $\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B|A^C)$

② $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A|B^C)$

(2) 종속 : 두 사건 A, B가 서로 독립이 아닐 때, 즉 $\mathrm{P}(B|A)\neq\mathrm{P}(B)$일 때, 두 사건 A와 B 서로 종속이라 한다.

(3) 두 사건 A, B가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ (단, $\mathrm{P}(A)\neq 0$, $\mathrm{P}(B)\neq 0$)

◪ 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 뽑을 때, 공에 적힌 수가 짝수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B, 소수인 사건을 C라 하자. 다음 각 사건의 독립과 종속을 판단하여라.

1. A와 B

2. B와 C

3. A와 C

◪ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 짝수의 눈이 나오는 사건을 A, 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 B, 홀수의 눈이 나오는 사건을 C라고 할 때, 다음 각 사건의 독립과 종속을 판단하여라.

4. A와 B

5. A와 C

◪ 한 개의 주사위를 던져 5의 약수의 눈이 나오는 사건을 A, 3 이하의 눈이 나오는 사건을 B, 소수의 눈이 나오는 사건을 C라고 하자. 이때 다음 두 사건이 독립인지 종속인지 판별하여라.

6. A와 B

7. B와 C

8. A와 C

◪ 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 5의 배수가 적힌 공이 나오는 사건을 A, 소수가 적힌 공이 나오는 사건을 B, 짝수가 적힌 공이 나오는 사건을 C라고 하자. 이때 다음 두 사건이 독립인지 종속인지 판별하여라.

9. A와 B

10. B와 C

11. A와 C

◪ 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 다음을 구하여라.

12. $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A\cap B)$의 값

13. $P(A)=0.25$, $P(B)=0.5$일 때, $P(A\cap B)$의 값

14. $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$일 때, $P(A\cap B)$의 값

15. $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A\cup B)$의 값

16. $P(A)=0.25$, $P(B)=0.5$일 때, $P(A\cup B)$의 값

17. $P(A)=0.5$, $P(A\cap B)=0.2$일 때, $P(A\cup B)$의 값

18. $P(A\cup B)=0.7$, $P(A\cap B)=0.2$일 때, $P(A)$의 값

19. $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A^C\cap B)$의 값

20. $P(A)=0.25$, $P(B)=0.5$일 때, $P(B|A)$의 값

21. $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A|B^C)$의 값

22. $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$일 때, $P(A|B^C)$의 값

23. $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$일 때, $P(B^C|A^C)$의 값

24. $P(A)=0.6$, $P(A^C\cap B^C)=0.2$일 때, $P(B)$의 값

25. $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{2}$일 때, $P(A^C\cap B^C)$의 값

◪ 다음을 구하여라.

26. 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 주사위는 짝수의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나올 확률

27. 주사위 한 개와 동전 한 개를 던질 때, 주사위는 소수의 눈이 나오고, 동전은 앞면이 나올 확률

28. 명중률이 각각 0.5, 0.7인 두 양궁 선수 A, B가 과녁을 향해 각각 화살을 한 발씩 쏘았을 때, 두 선수 모두 과녁에 화살을 명중시킬 확률

29. 명중률이 각각 0.6, 0.8인 두 사격 선수 A, B가 표적을 향해 한 발씩 쏠 때, A, B 모두 표적을 명중시킬 확률

30. 주머니 A에는 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. 두 주머니에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때, 모두 검은 공일 확률

31. 양궁 선수 A, B의 10점 명중률은 각각 0.9, 0.8이다. 두 선수 중에서 적어도 한 명이 10점에 명중할 확률

32. 10개의 제비 중 2개의 당첨제비가 들어 있는 주머니에서 찬호, 종범이가 이 순서로 제비를 하나씩 뽑는다고 할 때, 두 명 모두 당첨제비를 뽑을 확률 (단, 뽑은 제비는 다시 넣는다.)

33. 어느 농구 팀의 두 선수 A, B가 자유투를 성공할 확률이 각각 0.8, 0.7이다. 이 선수들이 한 번씩 자유투를 던질 때, 적어도 한 명이 성공할 확률

34. 어느 시험에서 갑, 을이 문제의 정답을 맞힐 확률이 각각 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$일 때, 두 사람 모두 정답을 맞힐 확률

35. 어느 시험에서 갑, 을이 문제의 정답을 맞힐 확률이 각각 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$일 때, 한 사람만 정답을 맞힐 확률

36. 어느 시험에서 갑, 을이 문제의 정답을 맞힐 확률이 각각 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$일 때, 적어도 한 사람이 정답을 맞힐 확률

37. 어느 시험에서 갑, 을, 병이 합격할 확률이 각각 $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$일 때, 3명 중 2명만 합격할 확률

38. 어느 농구 선수가 자유투를 두 번 던질 때, 첫 번째 자유투를 성공할 확률은 60%이고, 첫 번째 자유투의 성공 여부와 상관없이 두 번째 자유투를 성공할 확률은 90%라고 한다. 이 선수가 두 번의 자유투를 던질 때, 적어도 한 번은 성공할 확률

39. A와 B가 3번의 대결 중에서 2번을 이기면 승리하는 장기 게임을 한다. 매 경기마다 A가 B를 이길 확률이 $\frac{3}{5}$일 때, 3번의 대결에서 B가 승리할 확률 (단, 비기는 경우는 없다.)

02 독립시행의 확률

(1) 독립시행 : 동일한 시행을 반복하는 경우에 각 시행에서 일어나는 사건이 서로 독립이면 이와 같은 시행을 독립시행이라 한다.

(2) 독립시행의 확률 : 1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 $p\ (0<p<1)$일 때, 이 시행을 n회 반복하는 독립시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률은

$_{n}\mathrm{C}_{r}\,p^{r}\,(1-p)^{n-r}$ (단, $r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$)

참고 같은 시행을 여러 번 반복하고 각 시행의 결과가 다른 시행의 결과에 아무런 영향을 받지 않을 때 독립시행의 확률을 생각하면 이해하기 쉽다.

◪ 다음 각 시행이 독립시행인지, 아닌지를 판단하여라.

40. 상자에 있는 공을 하나 꺼낸 후 넣지 않고 다시 하나를 꺼내는 시행

41. 5개의 농구공를 던지는 시행

42. 6개의 동전을 동시에 던지는 시행

43. 주사위 한 개를 4번 던지는 시행

◪ 다음을 구하시오.

44. 정답이 한 개인 오지선다형 문제 3개에 임의로 답할 때, 1문제를 맞힐 확률

45. 한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 3번 나올 확률

46. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률

47. 정답이 한 개인 오지선다형 문제 4개에 임의로 답을 할 때, 3문제를 맞힐 확률

48. 3개의 5지선다형 문제에 대하여 답을 임의로 선택하였을 때, 적어도 한 문제를 맞힐 확률

49. 자유투 성공률이 80%인 농구 선수가 3번의 자유투에서 2번 골을 넣을 확률

50. 동전을 한 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 사건을 A라 할 때, 동전을 5번 던지는 시행에서 사건 A가 2번 일어날 확률

51. 주사위를 한 번 던지는 시행에서 6의 약수가 나오는 사건을 A라 할 때, 주사위를 8번 던지는 시행에서 사건 A가 한 번도 일어나지 않을 확률

52. 주사위를 한 번 던지는 시행에서 6의 약수가 나오는 사건을 A라 할 때, 주사위를 5번 던지는 시행에서 사건 A가 4번 일어날 확률

53. 주사위를 한 번 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A라 할 때, 주사위를 3번 던지는 시행에서 사건 A가 2번 일어날 확률

54. 주사위를 한 번 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A라 할 때, 주사위를 5번 던지는 시행에서 사건 A가 3번 일어날 확률

55. 한 발을 쏘아서 명중시킬 확률이 $\frac{2}{3}$인 사격 선수가 4발을 쏠 때, 3발 이상 명중시킬 확률

56. 자유투 성공률이 $\frac{3}{4}$인 농구 선수가 자유투를 4번 던질 때, 3번 성공할 확률

57. 한 발을 쏘아서 명중시킬 확률이 $\frac{2}{3}$인 사격 선수가 4발을 쏠 때, 적어도 1발 이상 명중시킬 확률

58. 각 면에 $1,\ 2,\ 3,\ 4$가 각각 하나씩 적혀 있는 정사면체를 4번 던질 때, 숫자 3이 2번 나올 확률 (단, 바닥에 놓인 면에 적힌 숫자를 읽는다.)

59. 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 주사위 한 개를 3번 던지고, 뒷면이 나오면 주사위 한 개를 2번 던진다. 이때 6의 눈이 2번 나올 확률

60. 어느 클레이 사격 선수의 표적 명중률이 80%라고 한다. 이 선수가 4발을 쏘아 3발 이상을 명중시킬 확률

61. 프로 야구 한국 시리즈에서는 먼저 4번을 이기는 팀이 우승을 한다. $\mathrm{A},\ \mathrm{B}$가 한국 시리즈에서 맞붙게 되었을 때, $\mathrm{A},\ \mathrm{B}$ 두 팀의 승률이 모두 0.5일 때, 5번째 시합에서 한국 시리즈의 우승팀이 결정될 확률 (단, 비기는 경기는 없다.)

62. 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률은 사건 A^C이 일어날 확률의 2배일 때, 5회의 독립시행에서 사건 A가 3회 일어날 확률

63. 11월부터 이른 4월초까지 맑은 날씨의 캐나다 옐로나이프에선 오로라를 쉽게 관찰할 수 있다. 전문가들의 말에 따르면 화이트홀스나 옐로우나이프에서 이 기간 동안에 머무를 경우, 오로라 관측 확률은 90%에 이른다고 한다. 수현이네 가족은 2월중에 그곳으로 오로라 투어를 5일 동안 다녀오려고 할 때, 적어도 2일 이상 오로라를 관측할 수 있을 확률

64. 프로 야구 한국 시리즈에서는 7번 경기를 해서 먼저 4번을 이기면 우승을 한다. 이길 확률이 같은 두 팀 A, B가 한국시리즈에서 맞붙게 되었을 때, 5번째 경기에서 A팀이 우승할 확률 (단, 비기는 경기는 없다.)

65. 동전을 던져 앞면이 나오면 10점을 얻고 뒷면이 나오면 5점을 감점한다고 한다. 동전을 4번 던질 때, 얻은 점수가 25점 이상일 확률

66. 프로 야구 한국 시리즈에서는 먼저 4번을 이기는 팀이 우승을 한다. A, B가 한국 시리즈에서 맞붙게 되었을 때, A, B 두 팀의 승률이 모두 0.5일 때, 7번째 시합에서 한국 시리즈의 우승팀이 결정될 확률 (단, 비기는 경기는 없다.)

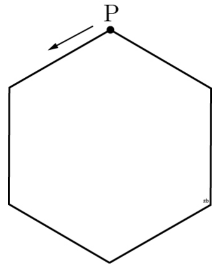
67. ○, ×로 답하는 10개의 문제에 대하여 문제를 맞히면 2점을 얻고, 틀리면 1점을 얻는다고 한다. 동덕이가 각 문제에 임의로 답할 때, 얻은 점수가 13점일 확률

68. 갑과 을이 5전 3선승제의 게임을 하여 우승자를 가리기로 하였다. 두 사람이 이길 확률이 서로 같고 비기는 경우는 없을 때, 갑이 4차전에서 우승할 확률

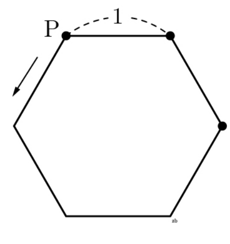
69. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 점 P를 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1만큼 움직인다. 동전을 5번 던졌을 때, 점 P와 원점 사이의 거리가 3이 될 확률

70. 원점 O를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 주사위를 한 개 던져 6의 약수의 눈이 나오면 점 P를 양의 방향으로 1만큼, 6의 약수의 눈이 나오지 않으면 점 P를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다. 주사위를 4번 던져 이 시행을 반복할 때, 4번째에 처음으로 좌표가 2인 지점에 도착할 확률

71. 한 변의 길이가 1인 정육각형의 변을 따라 시계 반대 방향으로 움직이는 점 P가 있다. 1개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 2만큼, 뒷면이 나오면 1만큼 점 P를 움직인다. 동전을 4번 던질 때, 점 P가 처음 출발 위치로 돌아올 확률



72. 한 변의 길이가 1인 정육각형의 한 꼭짓점 위에 점 P가 놓여있다. 동전을 던져 앞면이 나오면 점 P를 시계 방향으로 정육각형의 변을 따라 3만큼, 뒷면이 나오면 1만큼 이동시킨다고 할 때, 동전을 6번 던진 후 점 P가 처음의 위치에 있을 확률



정답 및 해설

1) 독립
⇨ $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $B=\{5,\ 10\}$,
$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$이므로
$P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
$A\cap B=\{10\}$이므로
$P(A\cap B)=\frac{1}{10}=P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$
따라서 A와 B는 서로 독립이다.

2) 종속
⇨ $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $B=\{5,\ 10\}$,
$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$이므로
$P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
$B\cap C=\{5\}$이므로
$P(B\cap C)=\frac{1}{10}\neq P(B)P(C)=\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}$
따라서 B와 C는 서로 종속이다.

3) 종속
⇨ $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$, $B=\{5,\ 10\}$,
$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$이므로
$P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
$A\cap C=\{2\}$이므로
$P(A\cap C)=\frac{1}{10}\neq P(A)P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$
따라서 A와 C는 서로 종속이다.

4) 독립
⇨ $A=\{2,\ 4,\ 6\}$, $B=\{3,\ 6\}$, $C=\{1,\ 3,\ 5\}$이므로
$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
$A\cap B=\{6\}$이므로
$P(A\cap B)=\frac{1}{6}=P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$
따라서 A와 B는 서로 독립이다.

5) 종속
⇨ $A=\{2,\ 4,\ 6\}$, $B=\{3,\ 6\}$, $C=\{1,\ 3,\ 5\}$이므로
$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
$A\cap C\neq\varnothing$ 이므로
$P(A\cap C)=0\neq P(A)P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
따라서 A와 C는 서로 종속이다.

6) 독립
⇨ $A=\{1,5\}$, $B=\{1,2,3\}$, $C=\{2,3,5\}$이므로
$A\cap B=\{1\}$, $B\cap C=\{2,3\}$, $A\cap C=\{5\}$
$P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{2}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)$
따라서 두 사건 A, B는 독립이다.

7) 종속
⇨ $P(B)=\frac{1}{2}$, $P(C)=\frac{1}{2}$, $P(B\cap C)=\frac{1}{3}$이므로
$P(B\cap C)\neq P(B)P(C)$
따라서 두 사건 B, C는 종속이다.

8) 독립
⇨ $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{1}{2}$, $P(A\cap C)=\frac{1}{6}$이므로
$P(A\cap C)=P(A)P(C)$
따라서 두 사건 A, C는 독립이다.

9) 종속
⇨ $A=\{5,10\}$, $B=\{2,3,5,7\}$, $C=\{2,4,6,8,10\}$
이므로
$A\cap B=\{5\}$, $B\cap C=\{2\}$, $A\cap C=\{10\}$
$P(A)=\frac{1}{5}$, $P(B)=\frac{2}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$이므로
$P(A\cap B)\neq P(A)P(B)$
따라서 두 사건 A, C는 종속이다.

10) 종속
⇨ $P(B)=\frac{2}{5}$, $P(C)=\frac{1}{2}$, $P(B\cap C)=\frac{1}{10}$이므로
$P(B\cap C)\neq P(B)P(C)$
따라서 두 사건 B, C는 종속이다.

11) 독립
⇨ $P(A)=\frac{1}{5}$, $P(C)=\frac{1}{2}$, $P(A\cap C)=\frac{1}{10}$이므로
$P(A\cap C)=P(A)P(C)$
따라서 두 사건 A, C는 독립이다.

12) $\frac{1}{6}$
⇨ 두 사건 A, B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

13) 0.125
⇨ 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.25\times0.5=0.125$

14) 0.12
⇨ 두 사건 A, B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.4\times0.3=0.12$

15) $\frac{3}{4}$
⇨ 두 사건 A, B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{3}{4}$

16) 0.625

⇨ 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})=0.25\times0.5=0.125$

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$=0.25+0.5-0.125=0.625$

17) 0.7

⇨ 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$

$0.2=0.5\times P(B)\quad\therefore P(B)=0.4$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=0.5+0.4-0.2=0.7$

18) $\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{2}{5}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$에서

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=a,\ \mathrm{P}(\mathrm{B})=b\ (0\le a\le1,\ 0\le b\le1)$이라 하면

$0.7=a+b-0.2$

$\therefore\ b=0.9-a\cdots$ ㉠

한편, 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$에서

$0.2=ab\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $a(0.9-a)=-a^2+0.9a=0.2$

$10a^2-9a+2=(2a-1)(5a-2)=0$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{5}$

$\therefore\ \mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{2}$ 또는 $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{2}{5}$

19) $\frac{1}{2}$

⇨ 두 사건 A^{C}, B도 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$=\{1-\mathrm{P}(\mathrm{A})\}\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$=\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$

20) 0.5

⇨ 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})=0.25\times0.5=0.125$

$\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{0.125}{0.25}=0.5$

21) $\frac{1}{4}$

⇨ 두 사건 A, B^{C}도 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{4}$

22) 0.4

⇨ 두 사건 A, B^C가 서로 독립이므로

$P(A|B^C)=P(A)=0.4$

23) 0.7

⇨ 두 사건 A^C, B^C가 서로 독립이므로

$P(B^C|A^C)=P(B^C)=1-0.3=0.7$

24) 0.5

⇨ $P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)$에서

$0.2=1-P(A\cup B)\quad\therefore P(A\cup B)=0.8$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.6P(B)$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$0.8=0.6+P(B)-0.6P(B)$

$0.4P(B)=0.2\quad\therefore P(B)=0.5$

25) $\frac{1}{3}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=1-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

$=1-\{\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\}$

$=1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

26) $\frac{1}{4}$

⇨ 주사위의 짝수의 눈이 나오는 사건을 A,
동전의 앞면이 나오는 사건을 B라 하면
두 사건 A, B는 서로 독립이다.
따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

27) $\frac{1}{4}$

⇨ 주사위에서 소수의 눈이 나오는 사건을 A,
동전의 앞면이 나오는 사건을 B라고 하면
A, B는 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

28) 0.35

⇨ 선수 A가 화살을 명중시키는 사건을 A,
선수 B가 화살을 명중시키는 사건을 B라 하면
두 사건 A, B는 서로 독립이다.
따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})=0.5\times0.7=0.35$

29) 0.48

⇨ 두 선수 A, B가 표적을 명중시키는 사건을
각각 A, B라고 하면 A, B는 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.6\times0.8=0.48$

30) $\frac{8}{35}$

⇨ 두 주머니에서 공을 하나씩 뽑는 사건은
서로 독립이고, 각각 검은 공이 나와야 하므로
구하는 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{35}$

31) 0.98

⇨ 두 양궁 선수 A, B가 10점에 명중시키는 사건을 각각 A, B라고 하면 A, B는 서로 독립이므로
두 양궁 선수가 모두 10점에 명중시키지 못할 확률은
$P(A^C\cap B^C)=P(A^C)P(B^C)$
$=(1-0.9)\times(1-0.8)=0.02$
따라서 적어도 한 사람이 10점을 명중시킬 확률은
$1-P(A^C\cap B^C)=1-0.02=0.98$

32) $\frac{1}{25}$

⇨ 뽑은 제비를 다시 넣으므로 두 사람이 제비를 뽑는 것은 서로 독립이다.
따라서 둘 다 당첨제비를 뽑을 확률은
$\frac{2}{10}\times\frac{2}{10}=\frac{1}{25}$

33) 0.94

⇨ 두 선수가 자유투를 던지는 것은 서로 독립이므로
(적어도 한 명이 성공할 확률)
$=1-$(둘 다 실패할 확률)
$=1-0.2\times0.3=0.94$

34) $\frac{1}{20}$

⇨ 갑이 1번 문제의 정답을 맞히는 사건을 A,
을이 1번 문제의 정답을 맞히는 사건을 B라고 하면
A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$

35) $\frac{7}{20}$

⇨ (ⅰ) 갑만 1번 문제의 정답을 맞힐 확률은
$P(A\cap B^C)=P(A)P(B^C)=\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{20}$
(ⅱ) 을만 1번 문제의 정답을 맞힐 확률은
$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B)=\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$
(ⅰ), (ⅱ)는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$\frac{3}{20}+\frac{1}{5}=\frac{7}{20}$

36) $\frac{2}{5}$

⇨ 두 명 모두 1번 문제의 정답을 맞히지 못할 확률은
$P(A^C\cap B^C)=P(A^C)P(B^C)=\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}$
따라서 적어도 한 사람이 정답을 맞힐 확률은
$1-P(A^C\cap B^C)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

37) $\frac{23}{50}$

⇨ 갑, 을, 병이 시험에 합격하는 사건을
각각 A, B, C라고 하면 A, B, C는 서로 독립이므로
(ⅰ) 갑, 을만 합격할 확률은
$P(A\cap B\cap C^C)=P(A)P(B)P(C^C)$
$=\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{25}$
(ⅱ) 을, 병만 합격할 확률은
$P(A^C\cap B\cap C)=P(A^C)P(B)P(C)$
$=\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{50}$
(ⅲ) 갑, 병만 합격할 확률은
$P(A\cap B^C\cap C)=P(A)P(B^C)P(C)$
$=\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{4}{25}$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)은 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$\frac{6}{25}+\frac{3}{50}+\frac{4}{25}=\frac{23}{50}$

38) 0.96

⇨ 이 선수가 매회 자유투를 던지는 것은
서로 독립이므로
(적어도 한 번 성공할 확률)
$=1-$(둘 다 실패할 확률)
$=1-0.4\times0.1=0.96$

39) $\frac{44}{125}$

⇨ A가 이길 확률이 $\frac{3}{5}$이므로
B가 이길 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$
(ⅰ) B가 연속 두 번 이길 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$
(ⅱ) (B, A, B)의 순서로 이길 확률은
$\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{12}{125}$
(ⅲ) (A, B, B)의 순서로 이길 확률은
$\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{12}{125}$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)은 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$\frac{4}{25}+\frac{12}{125}+\frac{12}{125}=\frac{44}{125}$

40) 독립시행이 아니다.

41) 독립시행

42) 독립시행

43) 독립시행

44) $\frac{48}{125}$

⇨ 오지선다형인 한 문제를 임의로 답할 때,
문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이므로 구하는 확률은
$_3C_1\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{48}{125}$

45) $\frac{1}{4}$
⇨ 동전을 한 번 던질 때 앞면이 나오는 사건을 A라 하면
$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A^C)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$
각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은
$_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$

46) $\frac{3}{32}$
⇨ 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고 주사위를 던지는 사건은 독립사건이다. 따라서 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률은
$_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{32}$이다.

47) $\frac{16}{625}$
⇨ 오지선다형 한 문제에 임의로 답하여 정답을 맞히는 사건을 A라 하면
$P(A)=\frac{1}{5}$, $P(A^C)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$
각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은
$_4C_3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^1=\frac{16}{625}$

48) $\frac{61}{125}$
⇨ 3개의 문제를 풀 때 적어도 한 문제를 맞히는 사건을 A라 하면 모두 틀리는 사건은 A^C이므로
$P(A^C)={}_3C_3\left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)^0=\frac{64}{125}$이다.
따라서 $P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{64}{125}=\frac{61}{125}$이다.

49) $\frac{48}{125}$
⇨ 농구 선수가 1번의 자유투에서 골을 넣는 사건을 A라 하면
$P(A)=\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$, $P(A^C)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$
각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은
$_3C_2\left(\frac{4}{5}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^1=\frac{48}{125}$

50) $\frac{5}{16}$
⇨ $_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$

51) $\frac{1}{3^8}$
⇨ $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$이므로
$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
$_8C_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^8=\frac{1}{3^8}$

52) $\frac{80}{243}$
⇨ $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$이므로
$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
$_5C_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{5\times16}{3^5}=\frac{80}{243}$

53) $\frac{2}{9}$
⇨ $_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{2}{9}$

54) $\frac{40}{243}$
⇨ $_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{243}$

55) $\frac{16}{27}$
⇨ 4발을 쏘아서 3발 이상 명중시킬 확률은
3발 또는 4발을 명중시킬 확률이다.
(ⅰ) 3발을 명중시킬 확률 $_4C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{32}{81}$
(ⅱ) 4발을 명중시킬 확률 $_4C_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{16}{81}$
(ⅰ), (ⅱ)는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은
$\frac{32}{81}+\frac{16}{81}=\frac{16}{27}$

56) $\frac{27}{64}$
⇨ $_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1=\frac{27}{64}$

57) $\frac{80}{81}$
⇨ 적어도 한 발 이상 명중시킬 확률은
전체 확률에서 1발도 명중시키지 못할 확률을
뺀 것과 같으므로
$1-{}_4C_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^4=1-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}$

58) $\frac{27}{128}$

⇨ 정사면체를 한 번 던져서 바닥에 놓인 면에 적힌 숫자가 3일 확률은 $\frac{1}{4}$이므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$

59) $\frac{7}{144}$

⇨ 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 한 개의 주사위를 한 번 던져서 6의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이다.

(ⅰ) 동전의 앞면이 나와서 주사위를 3번 던질 때, 6의 눈이 2번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{5}{144}$

(ⅱ) 동전의 뒷면이 나와서 주사위를 2번 던질 때, 6의 눈이 2번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{1}{72}$

(ⅰ), (ⅱ)는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{144}+\frac{1}{72}=\frac{7}{144}$

60) $\frac{512}{625}$

⇨ 사격 선수가 표적을 명중시킬 확률 : $\frac{4}{5}$

(ⅰ) 4발 중 3발을 명중시키는 경우

${}_4C_3\times\left(\frac{4}{5}\right)^3\times\frac{1}{5}=\frac{256}{625}$

(ⅱ) 4발 중 4발을 명중시키는 경우

${}_4C_4\times\left(\frac{4}{5}\right)^4=\frac{256}{625}$

따라서 선수가 4발을 쏘아 3발 이상을 명중시킬 확률은 $\frac{256}{625}+\frac{256}{625}=\frac{512}{625}$이다.

61) $\frac{1}{4}$

⇨ 5번째 시합에서 A가 우승팀으로 결정될 확률은 4번의 시합에서 A가 3회 이기고 5번째 시합에서 한 번 더 이겨야 하므로

${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

5번째 시합에서 B가 우승팀으로 결정될 확률도 마찬가지 방법으로 $\frac{1}{8}$이다.

따라서 5번째 시합에서 우승팀이 결정된 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$이다.

62) $\frac{80}{243}$

⇨ $P(A)=2P(A^C)$이므로 $P(A)=x$라 하면

$x=2(1-x)\ \Rightarrow\ x=\frac{2}{3}$이다.

따라서 구하는 확률은 ${}_5C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{80}{243}$이다.

63) $\frac{99954}{100000}$

⇨ 오로라를 한 번도 관측하지 못하는 확률은

${}_5C_0\left(\frac{9}{10}\right)^0\left(\frac{1}{10}\right)^5=\frac{1}{10^5}$이고,

오로라를 한 번 관측하는 확률은

${}_5C_1\left(\frac{9}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^4=\frac{45}{10^5}$이다.

따라서 구하는 확률은

$1-\left(\frac{1}{10^5}+\frac{45}{10^5}\right)=\frac{99954}{10^5}$이다.

64) $\frac{1}{8}$

⇨ 한 경기에서 A팀이 이길 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

A팀이 5번째 경기에서 우승하려면 4번째 경기까지는 3승 1패가 되어야 하고, 5번째 경기에서는 승리해야 한다. 4번째 경기까지 3승 1패일 확률은

${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$

따라서 A팀이 5번째 경기에서 우승할 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

65) $\frac{5}{16}$

⇨ 앞면이 나오는 횟수를 x라 하면

$10x-5(4-x)\geq 25\ \Rightarrow\ x\geq 3$

이때, $x=3$이면 ${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$이고

$x=4$이면 ${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$이다.

66) $\frac{5}{16}$

⇨ 6번째 시합까지 A와 B팀이 각각 3회씩 이기면 7번째 시합에서 이기는 팀이 우승팀으로 결정된다. 따라서 구하는 확률은

${}_6\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{20}{64}=\frac{5}{16}$

67) $\frac{15}{128}$

⇨ 맞은 문제 수를 x, 틀린 문제 수를 y라고 하면

연립방정식 $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=13 \end{cases}$을 세울 수 있다.

연립방정식을 풀면 $x=3$, $y=7$이므로

10개의 문제 중에서 3개의 문제를 맞출 확률은

${}_{10}C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{15}{128}$이다.

68) $\frac{3}{16}$

⇨ 갑이 4차전에서 우승하려면 3차전까지

갑이 2번 이기고, 4차전에서 한 번 더 이기면 되므로

구하는 확률은

${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

69) $\frac{5}{16}$

70) $\frac{16}{81}$

71) $\frac{3}{8}$

⇨ 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}$이다. 동전을 4번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 x,

뒷면이 나오는 횟수를 y라고 하면 동전을 4번

던지므로

$x+y=4$ ⋯⋯ ㉠

점 P가 처음 위치로 돌아올 때까지 움직인 거리는

6이므로

$2x+y=6$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2, y=2$

따라서 동전을 4번 던졌을 때, 앞면이 2번,

뒷면이 2번 나오면 되므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

72) $\frac{11}{32}$

⇨ 동전을 던졌을 때 앞면이 나오는 횟수를 x,

뒷면이 나오는 횟수를 y라 하면

$x+y=6$

$3x+y=6k$(단, k는 양의 정수)

두 식을 빼면

$2x=6k-6$

$\therefore x=3k-3$

이를 만족하는 음이 아닌 정수를 순서쌍 (x, k)로

나타내보면 $(0, 1), (3, 2), (6, 3)$이므로

(ⅰ) $x=0$, $y=6$인 경우의 확률은

${}_6C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$

(ⅱ) $x=3$, $y=3$인 경우의 확률은

${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$

(ⅲ) $x=6$, $y=0$인 경우의 확률은

${}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{64}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{64}+\frac{5}{16}+\frac{1}{64}=\frac{11}{32}$