



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-02-15

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

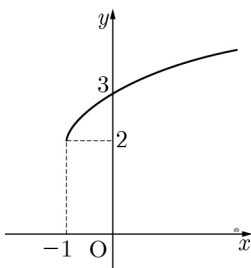
◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

**01 무리함수의 그래프를 이용하여 상수 구하기**그래프가 시작하는 점의 좌표가  $(p, q)$ 인 경우

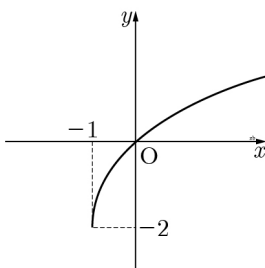
- ① 함수의 식을  $y = \pm \sqrt{a(x-p)} + q$ 로 놓는다.
- ② 그래프가 지나는 점의 좌표를 함수식에 대입하여  $a$ 의 값을 구한다.

■ 주어진 무리함수의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수  $a, b, c$ 의 값을 각각 구하여라.

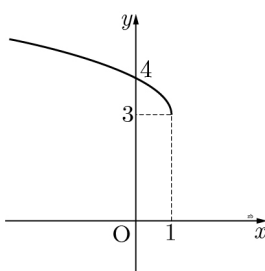
1.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



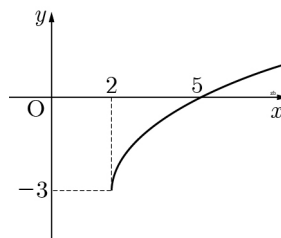
2.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



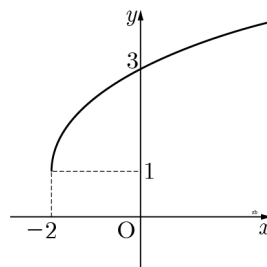
3.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



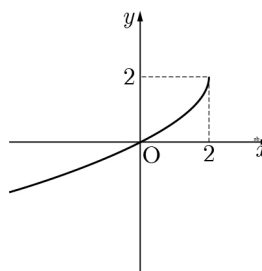
4.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



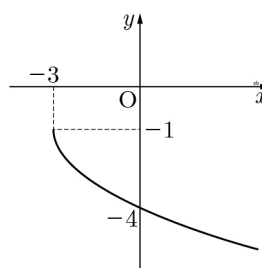
5.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



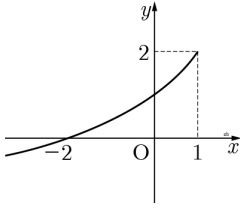
6.  $y = -\sqrt{ax+b}+c$



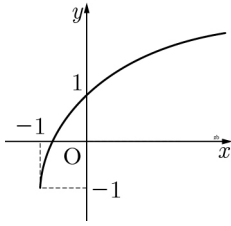
7.  $y = -\sqrt{ax+b}+c$



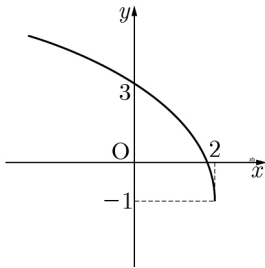
8.  $y = -\sqrt{ax+b}+c$



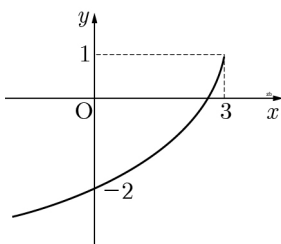
9.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



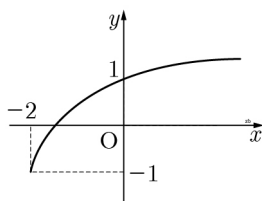
10.  $y = \sqrt{ax+b}+c$



11.  $y = -\sqrt{ax+b}+c$



12.  $y = a\sqrt{x+b}+c$



## 02 무리함수의 그래프의 최대·최소

(1) 무리함수  $f(x) = \sqrt{ax+b}+c$ 의 최대·최소정의역이  $\{x|p \leq x \leq q\}$ 일 때①  $a > 0$ 일 때 최솟값은  $f(p)$ , 최댓값은  $f(q)$ ②  $a < 0$ 일 때 최솟값은  $f(q)$ , 최댓값은  $f(p)$ ■ 주어진  $x$ 의 값의 범위에서 다음 함수의 최댓값과 최솟값을 모두 구하여라.

13.  $y = \sqrt{x+1}-1 \quad [3 \leq x \leq 8]$

14.  $y = \sqrt{2x-1}+1, \{x | 1 \leq x \leq 5\}$

15.  $y = \sqrt{x-1}-1 \quad [2 \leq x \leq 5]$

16.  $y = \sqrt{1-x}-2, \{x | -3 \leq x \leq 0\}$

17.  $y = 1 + \sqrt{2x+2} \quad [-1 \leq x \leq 7]$

18.  $y = \sqrt{4-2x}+1, \left\{x \mid -\frac{5}{2} \leq x \leq 0\right\}$

19.  $y = 2 - \sqrt{2x+2}, \{x | 1 \leq x \leq 7\}$

20.  $y = -\sqrt{\frac{4}{3}x+4}+3, \{x | 0 \leq x \leq 9\}$

■ 다음 조건을 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

21. 정의역이  $\{x \mid 1 \leq x \leq 7\}$ 인 무리함수

$$y = \sqrt{2x+k} - 2 \text{의 최솟값이 } 0 \text{이다.}$$

22. 정의역이  $\{x \mid 0 \leq x \leq 6\}$ 인 무리함수

$$y = \sqrt{2x+k} - 1 \text{의 최댓값이 } 3 \text{이다.}$$

23. 정의역이  $\{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$ 인 무리함수

$$y = \sqrt{-x+k} - 2 \text{의 최댓값이 } 2 \text{이다.}$$

24. 정의역이  $\{x \mid -5 \leq x \leq 3\}$ 인 무리함수

$$y = \sqrt{4-x} + k \text{의 최솟값이 } 3 \text{이다.}$$

25. 정의역이  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 무리함수

$$y = -2\sqrt{k-x} + 1 \text{의 최솟값이 } -3 \text{이다.}$$

26. 정의역이  $\{x \mid -6 \leq x \leq 2\}$ 인 무리함수

$$y = \sqrt{k-x} + 2 \text{의 최댓값이 } 5 \text{이다.}$$

■ 주어진 무리함수의 그래프와 직선의 위치관계가 다음과 같을 때, 실수  $k$ 의 값 또는 범위를 각각 구하여라.

27.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다.

28.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

29.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

30.  $y = \sqrt{-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 만나지 않는다.

31.  $y = \sqrt{-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 한 점에서 만난다.

32.  $y = \sqrt{-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

33.  $y = \sqrt{x+1}$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다.

34.  $y = \sqrt{x+1}$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

35.  $y = \sqrt{x+1}$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

### 03 무리함수의 그래프와 직선의 위치관계

(1) 무리함수의 그래프와 직선의 위치관계

⇒ 그래프를 직접 그려서 풀이한다.

(2) 무리함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=g(x)$ 가 접할 때

⇒ 이차방정식  $\{f(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  $D=0$

36.  $y = \sqrt{x-1}$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다.

37.  $y = \sqrt{x-1}$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

38.  $y = \sqrt{x-1}$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

39.  $y = \sqrt{x-1}+1$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다.

40.  $y = \sqrt{x-1}+1$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

41.  $y = \sqrt{x-1}+1$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

42.  $y = -\sqrt{1-x}$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다

43.  $y = -\sqrt{1-x}$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

44.  $y = -\sqrt{1-x}$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

45.  $y = \sqrt{2x-3}$ ,  $y = x+k$ 가 만나지 않는다.

46.  $y = \sqrt{2x-3}$ ,  $y = x+k$ 가 한 점에서 만난다.

47.  $y = \sqrt{2x-3}$ ,  $y = x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

48.  $y = \sqrt{1-3x}$ ,  $y = -x+k$ 가 만나지 않는다.

49.  $y = \sqrt{1-3x}$ ,  $y = -x+k$ 가 한 점에서 만난다.

50.  $y = \sqrt{1-3x}$ ,  $y = -x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

51.  $y = \sqrt{1-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 만나지 않는다.

52.  $y = \sqrt{1-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 한 점에서 만난다.

53.  $y = \sqrt{1-x}$ ,  $y = -x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

54.  $y = \sqrt{2-2x}$ ,  $y = -x+k$ 가 만나지 않는다.

55.  $y = \sqrt{2-2x}$ ,  $y = -x+k$ 가 한 점에서 만난다.

56.  $y = \sqrt{2-2x}$ ,  $y = -x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만난다.

#### 04 무리함수의 그래프의 합성함수와 역함수

##### (1) 무리함수의 역함수 구하기

무리함수  $y = \sqrt{ax+b}+c$  ( $a \neq 0$ )의 역함수는 다음과 같은 순서로 구한다.

①  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타낸다.

$\Rightarrow y-c = \sqrt{ax+b}$ 의 양변을 제곱하면

$$(y-c)^2 = ax+b \quad \therefore x = \frac{1}{a} \{(y-c)^2 - b\}$$

②  $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾼다.  $\Rightarrow y = \frac{1}{a} \{(x-c)^2 - b\}$

③  $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 치역이  $\{y|y \geq c\}$ 이므로 역함수의 정의역은

$\Rightarrow \{x|x \geq c\}$

##### (2) 무리함수의 역함수의 그래프의 성질

함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y=g(x)$ 의 그래프는  $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

(참고)  $\cdot (f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

$\cdot f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I, f \circ I = f, I \circ f = f$

(단,  $I(x) = x$ )

$\cdot f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow f(a) = b$

■ 다음 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여 주어진 합성함수의 함숫값을 구하여라.

57.  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x+2}$ 일 때,  
 $(g \circ f^{-1})^{-1}(2)$ 의 값

58.  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x+1}$ 일 때,  
 $(f \circ g^{-1})(3)$ 의 값

59.  $f(x) = \frac{x-2}{x}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-2}$ 일 때,  
 $(f \circ g^{-1})(2)$ 의 값

60.  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x-1}+1$ 일 때,  
 $((f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(1)$ 의 값

61.  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-1}$ 일 때,  
 $(g^{-1} \circ f)(-3)$ 의 값

62.  $f(x) = 2x-1$ ,  $g(x) = \sqrt{x+4}$ 일 때,  
 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값

63.  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{3x-1}$ 일 때,  
 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(-2)$ 의 값

64.  $f(x) = \frac{3x+4}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x-4}+3$ 일 때,  
 $(f^{-1} \circ (g \circ f^{-1})^{-1})(7)$ 의 값

65.  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x-1}$ 일 때,  
 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(5)$ 의 값

66.  $f(x) = \frac{-6}{x-4}$ ,  $g(x) = \sqrt{x+2}+1$ 일 때,  
 $((f \circ g^{-1})^{-1} \circ f)^{-1}(4)$ 의 값

67.  $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x+3}$ 일 때,  
 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3)$ 의 값

▣ 다음 무리함수의 역함수를 구하여라.

68.  $y = \sqrt{x-1}+1$

69.  $y = \sqrt{2x-1}+2$

70.  $y = \sqrt{2-x}-3$

71.  $y = 4 - \sqrt{2x+6}$

72.  $y = -\sqrt{3x-3}+1$

▣ 다음 무리함수의 그래프와 그 역함수의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

73.  $y = \sqrt{2x+4}-2$

74.  $y = \sqrt{4x-4}+1$

75.  $y = \sqrt{2x-2}+1$

76.  $y = -\sqrt{12-4x}+3$

77.  $y = -\sqrt{3-x}+3$

■ 무리함수  $f(x)$ 의 역함수를  $f^{-1}(x)$ 라고 할 때, 다음을 구하여라.

78.  $f(x) = \sqrt{2x-4}-1$ 일 때,  $f(2)+f^{-1}(5)$ 의 값

79.  $f(x) = -\sqrt{3x+15}+2$ 일 때,  $f^{-1}(-1)-f^{-1}(2)$ 의 값

80.  $f(x) = \sqrt{-2x+6}+4$ 일 때,  $f^{-1}(4)-f^{-1}(6)$ 의 값

■ 다음 무리함수의 역함수의 그래프가 주어진 점 P를 지난다고 할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

81.  $y = \sqrt{k-x}$ , P(2, 4)

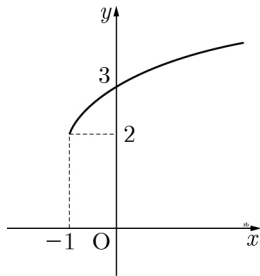
82.  $y = \sqrt{x+k}$ , P(4, 6)



## 정답 및 해설

1)  $a=1, b=1, c=2$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는



함수  $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x+1)} + 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점  $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{a} + 2, \quad \sqrt{a} = 1 \quad \therefore a = 1$$

 $a=1$ 을 ①에 대입하면  $y = \sqrt{x+1} + 2$ 

$$\therefore b=1, c=2$$

2)  $a=4, b=4, c=-2$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x+1)} - 2$$

이 그래프가 점  $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \sqrt{a} - 2, \quad a = 4$$

따라서 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{4x+4} - 2$ 

$$\therefore b=4, c=-2$$

3)  $a=-1, b=1, c=3$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이므로  $y = \sqrt{a(x-1)} + 3$  이 그래프가 점  $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \sqrt{-a} + 3, \quad a = -1$$

따라서 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{-x+1} + 3$ 

$$\therefore b=1, c=3$$

4)  $a=3, b=-6, c=-3$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x-2)} - 3$$

이 그래프가 점  $(5, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \sqrt{3a} - 3, \quad a = 3$$

따라서 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{3x-6} - 3$ 이므로

$$b=-6, c=-3$$

5)  $a=2, b=4, c=1$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x+2)} + 1$$

이 그래프가 점  $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad a = 2$$

따라서 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{2x+4} + 1$ 

$$\therefore b=4, c=1$$

6)  $a=-2, b=4, c=2$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = -\sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이므로  $y = -\sqrt{a(x-2)} + 2$

이 그래프가 점  $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\sqrt{-2a} + 2, \quad a = -2$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = -\sqrt{-2x+4} + 2$$

$$\therefore b=4, c=2$$

7)  $a=3, b=9, c=-1$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = -\sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x+3)} - 1$$

이 그래프가 점  $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = \sqrt{3a} - 1, \quad a = 3$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = -\sqrt{3x+9} - 1$$

$$\therefore b=9, c=-1$$

8)  $a=-\frac{4}{3}, b=\frac{4}{3}, c=2$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는 함수  $y = -\sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x-1)} + 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점  $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\sqrt{a(-2-1)} + 2, \quad -\sqrt{-3a} = -2$$

$$\sqrt{-3a} = 2, \quad -3a = 4 \quad \therefore a = -\frac{4}{3}$$

 $a = -\frac{4}{3}$ 를 ①에 대입하면

$$y = -\sqrt{-\frac{4}{3}(x-1)} + 2 = -\sqrt{-\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}} + 2$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = \frac{4}{3}, c = 2$$

9)  $a=4, b=4, c=-1$ 

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는 함수

$y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이므로



로

$$y = \sqrt{a(x+1)} - 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로

$$1 = \sqrt{a} - 1, \sqrt{a} = 2$$

$$\therefore a = 4$$

 $a = 4$ 를 ①에 대입하면

$$y = \sqrt{4(x+1)} - 1 \\ = \sqrt{4x+4} - 1$$

$$\therefore a = 4, b = 4, c = -1$$

$$10) a = -8, b = 16, c = -1$$

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax}$  ( $a < 0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x-2)} - 1$$

이 그래프가 점 (0, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-2a} - 1, a = -8$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = \sqrt{-8x+16} - 1$$

$$\therefore b = 16, c = -1$$

$$11) a = -3, b = 9, c = 1$$

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는  $y = -\sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x-3)} + 1$$

이 그래프가 점 (0, -2)을 지나므로

$$-2 = -\sqrt{-3a} + 1, a = -3$$

따라서 무리함수의 그래프는  $y = -\sqrt{-3x+9} + 1$ 이므로

$$b = 9, c = 1$$

$$12) a = \sqrt{2}, b = 2, c = -1$$

⇒ 주어진 무리함수의 그래프는 함수

$y = a\sqrt{x}$  ( $a > 0$ )의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -2만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$$y = a\sqrt{x+2} - 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

주어진 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로

$$1 = a\sqrt{2} - 1, a\sqrt{2} = 2$$

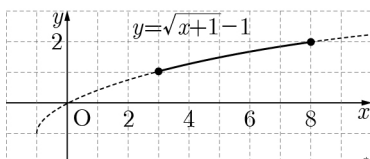
$$\therefore a = \sqrt{2}$$

 $a = \sqrt{2}$ 를 ①에 대입하면

$$y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}, b = 2, c = -1$$

$$13) \text{최댓값: } 2, \text{최솟값: } 1$$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x+1} - 1$ 의 그래프는 다음과 같다.

$$(i) x = 8 \text{일 때, 최댓값 } \sqrt{8+1} - 1 = 2$$

$$(ii) x = 3 \text{일 때, 최솟값 } \sqrt{3+1} - 1 = 1$$

$$14) \text{최댓값: } 4 \quad \text{최솟값: } 2$$

⇒ 함수  $y = \sqrt{2x-1} + 1 = \sqrt{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} + 1$ 의 그래프는

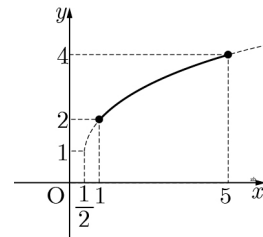
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{2}$ 만큼,  $y$

축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

정의역  $\{x | 1 \leq x \leq 5\}$ 에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

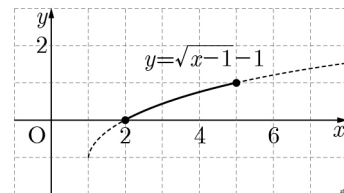
$$\text{최댓값은 } x = 5 \text{일 때 } \sqrt{10-1} + 1 = 4,$$

$$\text{최솟값은 } x = 1 \text{일 때 } \sqrt{2-1} + 1 = 2$$



$$15) \text{최댓값: } 1, \text{최솟값: } 0$$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x-1} - 1$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 다음과 같다.



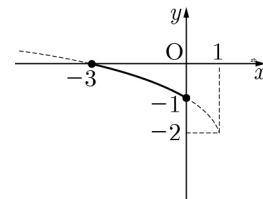
$$(i) x = 5 \text{일 때, 최댓값 } \sqrt{5-1} - 1 = 1$$

$$(ii) x = 2 \text{일 때, 최솟값 } \sqrt{2-1} - 1 = 0$$

$$16) \text{최댓값: } 0 \quad \text{최솟값: } -1$$

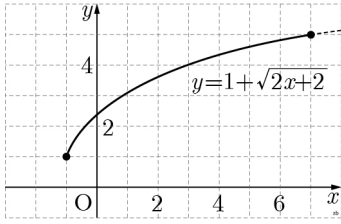
⇒ 함수  $y = \sqrt{1-x} - 2 = \sqrt{-(x-1)} - 2$ 의 그래프는  $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

정의역  $\{x | -3 \leq x \leq 0\}$ 에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x = -3$ 일 때,  $\sqrt{1-(-3)} - 2 = 0$ , 최솟값은  $x = 0$ 일 때,  $\sqrt{1-0} - 2 = -1$



$$17) \text{최댓값: } 5, \text{최솟값: } 1$$

⇒  $y = 1 + \sqrt{2x+2}$ , 즉  $y = \sqrt{2(x+1)} + 1$ 의 그래프는 다음과 같다.



(i)  $x=7$ 일 때, 최댓값  $M=1+\sqrt{2 \cdot 7+2}=5$

(ii)  $x=-1$ 일 때, 최솟값  $m=1+\sqrt{2 \cdot (-1)+2}=1$

18) 최댓값 : 4    최솟값 : 3

⇒ 함수  $y=\sqrt{4-2x}+1=\sqrt{-2(x-2)}+1$ 의 그래프는  $y=\sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고,  $x$ 의 값이 증가할 때  $y$ 의 값은 감소한다.

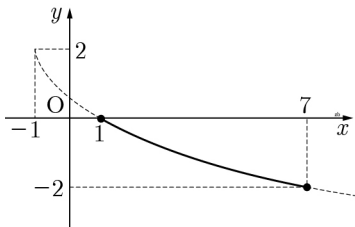
∴ 최댓값은  $x=-\frac{5}{2}$ 일 때  $\sqrt{4-2\left(-\frac{5}{2}\right)}+1=4$ ,

최솟값은  $x=0$ 일 때  $\sqrt{4-0}+1=3$

19) 최댓값 : 0    최솟값 : -2

⇒ 함수  $y=2-\sqrt{2x+2}=-\sqrt{2(x+1)}+2$ 의 그래프는  $y=-\sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

정의역  $\{x \mid 1 \leq x \leq 7\}$ 에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은  $x=1$ 일 때  $2-\sqrt{2+2}=0$ , 최솟값은  $x=7$ 일 때  $2-\sqrt{2 \cdot 7+2}=-2$



20) 최댓값 : 1    최솟값 : -1

⇒ 함수  $y=-\sqrt{\frac{4}{3}x+4}+3=-\sqrt{\frac{4}{3}(x+3)}+3$ 의 그래프는  $y=-\sqrt{\frac{4}{3}x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이고,  $x$ 의 값이 증가할 때  $y$ 의 값은 감소한다.

∴ 최댓값은  $x=0$ 일 때  $-\sqrt{4}+3=1$ ,

최솟값은  $x=9$ 일 때  $-\sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9+4}+3=-1$

21) 2

⇒ 함수  $y=\sqrt{2x+k}-2=\sqrt{2\left(x+\frac{k}{2}\right)}-2$ 의 그래프는  $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-\frac{k}{2}$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이고,  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값도 증가한다.  
따라서  $x=1$ 일 때 최솟값 0을 갖는다.

$x=1, y=0$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$0=\sqrt{2+k}-2, \sqrt{k+2}=2 \quad \therefore k=2$$

22) 4

⇒ 함수  $y=\sqrt{2x+k}-1$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값도 증가한다.

따라서  $x=0$ 일 때 최솟값,  $x=6$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$x=6$ 일 때, 최댓값이 3이므로

$$3=\sqrt{2 \cdot 6+k}-1$$

$$4=\sqrt{12+k}$$

$$16=12+k \quad \therefore k=4$$

23) 13

⇒ 함수  $y=\sqrt{-x+k}-2$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값은 감소한다.

따라서  $x=-3$ 일 때 최댓값,  $x=4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$x=-3$ 일 때, 최댓값이 2이므로

$$2=\sqrt{3+k}-2, \sqrt{3+k}=4$$

$$3+k=16 \quad \therefore k=13$$

24) 2

⇒ 함수  $y=\sqrt{4-x}+k=\sqrt{-(x-4)}+k$ 의 그래프는  $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행이동한 것이므로  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값은 감소한다.

따라서  $x=3$ 일 때 최솟값 3을 갖는다.

$x=3, y=3$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$3=\sqrt{4-3}+k \quad \therefore k=2$$

25) 3

⇒ 함수  $y=-2\sqrt{k-x}+1=-2(-(x-k))+1$ 의 그래프는  $y=-2\sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고,  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값도 증가한다.

따라서  $x=-1$ 일 때 최솟값 -3을 갖는다.

$x=-1, y=-3$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$-3=-2\sqrt{k-(-1)}+1, \sqrt{k+1}=2 \quad \therefore k=3$$

26) 3

⇒ 함수  $y=\sqrt{k-x}+2=\sqrt{-(x-k)}+2$ 의 그래프는  $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이고,  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값은 감소한다.

따라서  $x=-6$ 일 때 최댓값 5를 갖는다.

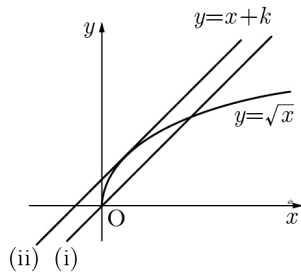
$x=-6, y=5$ 를 주어진 함수의 식에 대입하면

$$5=\sqrt{k-(-6)}+2, \sqrt{k+6}=3$$

$$\therefore k=3$$

27)  $k > \frac{1}{4}$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 의 위치 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

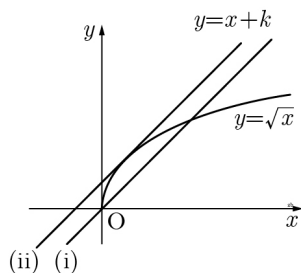


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{x} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = (2k - 1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{1}{4}$

28)  $k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 의 위치 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

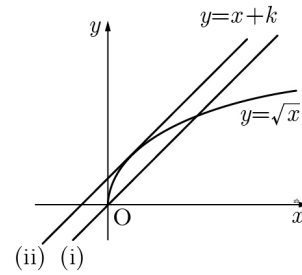


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{x} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = (2k - 1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

29)  $0 \leq k < \frac{1}{4}$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 의 위치 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

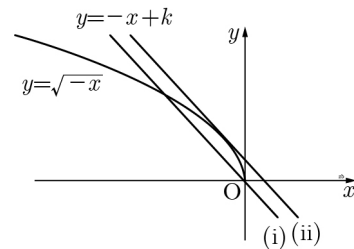


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{x} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = (2k - 1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$

30)  $k > \frac{1}{4}$

⇒ 직선  $y = -x + k$ 는 기울기가 -1이고 y절편이 k이다.

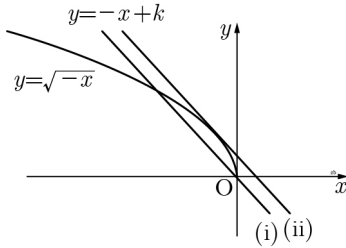


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x - 1}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{-x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $-x = x^2 - 2kx + k^2 \quad (\because x \leq 0)$   
 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $D = 0$ 이므로  $(2k - 1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{1}{4}$

31)  $k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

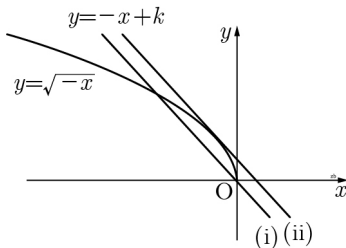
⇒ 직선  $y = -x + k$ 는 기울기가 -1이고 y절편이 k이다.



- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{-x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $-x = x^2 - 2kx + k^2$  ( $\because x \leq 0$ )  
 $x^2 - (2k-1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $D = 0$ 이므로  $(2k-1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$   
 한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

32)  $0 \leq k < \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$  직선  $y = -x + k$ 는 기울기가  $-1$ 이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.

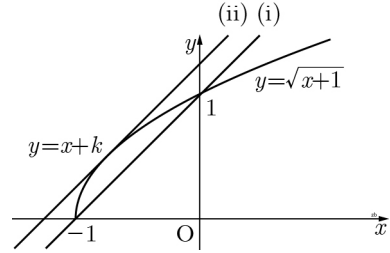


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{-x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $-x = x^2 - 2kx + k^2$  ( $\because x \leq 0$ )  
 $x^2 - (2k-1)x + k^2 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $D = 0$ 이므로  $(2k-1)^2 - 4k^2 = 0$   
 $-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$

33)  $k > \frac{5}{4}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이고, 직선  $y = x + k$ 는 기울기가  $1$ 이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.

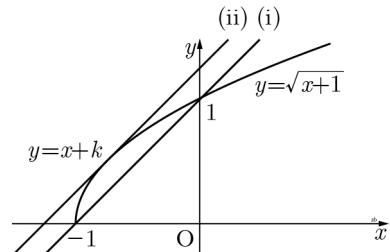


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 점  $(-1, 0)$ 을 지날 때  
 $0 = -1 + k$   
 $\therefore k = 1$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때,  
 $\sqrt{x+1} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x+1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$   
 $-4k + 5 = 0$   
 $\therefore k = \frac{5}{4}$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{5}{4}$

34)  $k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이고, 직선  $y = x + k$ 는 기울기가  $1$ 이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.

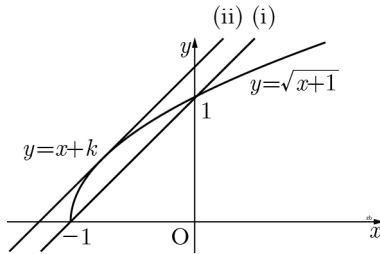


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 점  $(-1, 0)$ 을 지날 때  
 $0 = -1 + k$   
 $\therefore k = 1$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 접할 때,  
 $\sqrt{x+1} = x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x+1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$   
 $-4k + 5 = 0$   
 $\therefore k = \frac{5}{4}$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$

35)  $1 \leq k < \frac{5}{4}$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이고, 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



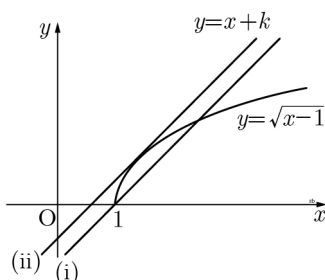
(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(-1, 0)$ 을 지날 때  
 $0 = -1 + k$   
 $\therefore k = 1$

(ii) 함수  $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때,  
 $\sqrt{x+1} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x+1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  
 $D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$   
 $-4k+5 = 0$   
 $\therefore k = \frac{5}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 1 \leq k < \frac{5}{4}$

36)  $k > -\frac{3}{4}$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = -1$

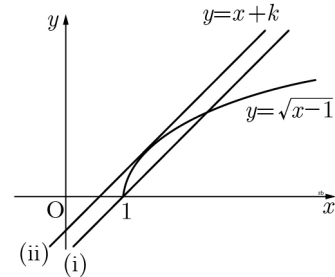
(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{x-1} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k-1)x + k^2 + 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D = 0$ 이므로  
 $(2k-1)^2 - 4(k^2+1) = 0$

$$-4k-3=0 \quad \therefore k = -\frac{3}{4}$$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > -\frac{3}{4}$

37)  $k = -\frac{3}{4}$  또는  $k < -1$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



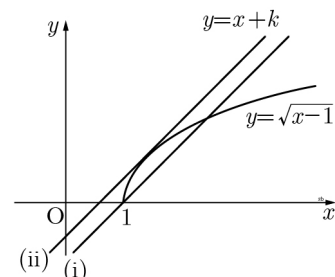
(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = -1$

(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{x-1} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k-1)x + k^2 + 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D = 0$ 이므로  
 $(2k-1)^2 - 4(k^2+1) = 0$   
 $-4k-3=0 \quad \therefore k = -\frac{3}{4}$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = -\frac{3}{4}$  또는  $k < -1$

38)  $-1 \leq k < -\frac{3}{4}$

⇒ 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = -1$

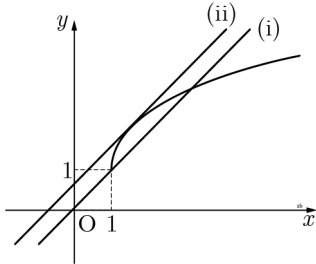
(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{x-1} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1 = x^2 + 2kx + k^2$   
 $x^2 + (2k-1)x + k^2 + 1 = 0$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D=0$ 이  
 므로  $(2k-1)^2-4(k^2+1)=0$   
 $-4k-3=0 \quad \therefore k=-\frac{3}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow -1 \leq k < -\frac{3}{4}$

39)  $k > \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 은 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼  
 평행이동한 것이고 직선  $y=x+k$ 는 기울기가 1  
 이고  $y$ 절편이  $k$ 인 직선이다.



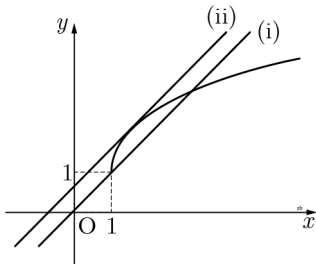
(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 1)$ 을 지날 때  
 $k=0$

(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$   
 가 접할 때  $\sqrt{x-1}+1=x+k$   
 $\sqrt{x-1}=x+(k-1)$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1=x^2+2(k-1)x+(k-1)^2$   
 $x^2+(2k-3)x+k^2-2k+2=0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  
 $D=(2k-3)^2-4(k^2-2k+2)=0$   
 $-4k+1=0 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{1}{4}$

40)  $k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 은 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼  
 평행이동한 것이고 직선  $y=x+k$ 는 기울기가 1  
 이고  $y$ 절편이  $k$ 인 직선이다.



(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 1)$ 을 지날 때  
 $k=0$

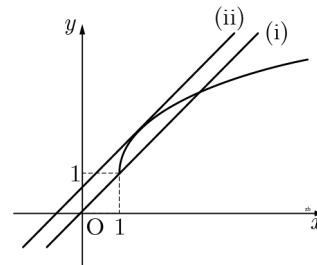
(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$   
 가 접할 때  $\sqrt{x-1}+1=x+k$

$\sqrt{x-1}=x+(k-1)$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1=x^2+2(k-1)x+(k-1)^2$   
 $x^2+(2k-3)x+k^2-2k+2=0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  
 $D=(2k-3)^2-4(k^2-2k+2)=0$   
 $-4k+1=0 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = \frac{1}{4}$  또는  $k < 0$

41)  $0 \leq k < \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 은 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼  
 평행이동한 것이고 직선  $y=x+k$ 는 기울기가 1  
 이고  $y$ 절편이  $k$ 인 직선이다.

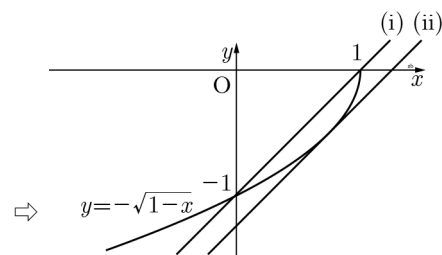


(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 1)$ 을 지날 때  
 $k=0$

(ii) 함수  $y = \sqrt{x-1}+1$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$   
 가 접할 때  $\sqrt{x-1}+1=x+k$   
 $\sqrt{x-1}=x+(k-1)$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $x-1=x^2+2(k-1)x+(k-1)^2$   
 $x^2+(2k-3)x+k^2-2k+2=0$   
 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  
 $D=(2k-3)^2-4(k^2-2k+2)=0$   
 $-4k+1=0 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$

42)  $k < -\frac{5}{4}$



(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0=1+k \quad \therefore k=-1$

(ii) 함수  $y = -\sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$ 가  
 접할 때,  $-\sqrt{1-x}=x+k, 1-x=x^2+2kx+k^2$   
 $\therefore x^2+(2k+1)x+k^2-1=0$

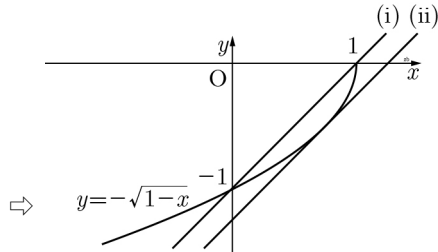
이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$$D = (2k+1)^2 - 4(k^2-1) = 0, 4k+5=0$$

$$\therefore k = -\frac{5}{4}$$

만나지 않는다.  $\Leftrightarrow k < -\frac{5}{4}$

$$43) k > -1 \text{ 또는 } k = -\frac{5}{4}$$



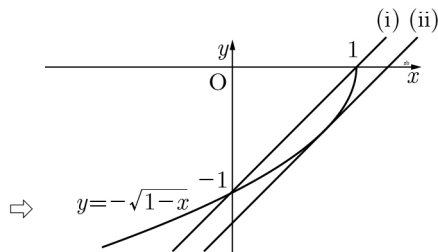
(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0=1+k \quad \therefore k=-1$

(ii) 함수  $y=-\sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$ 가  
 접할 때,  $-\sqrt{1-x}=x+k, 1-x=x^2+2kx+k^2$   
 $\therefore x^2+(2k+1)x+k^2-1=0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D=(2k+1)^2-4(k^2-1)=0, 4k+5=0$

$$\therefore k = -\frac{5}{4}$$

한 점에서 만난다.  $\Leftrightarrow k > -1$  또는  $k = -\frac{5}{4}$

$$44) -\frac{5}{4} < k \leq -1$$



(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0=1+k \quad \therefore k=-1$

(ii) 함수  $y=-\sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$ 가  
 접할 때,  $-\sqrt{1-x}=x+k, 1-x=x^2+2kx+k^2$   
 $\therefore x^2+(2k+1)x+k^2-1=0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D=(2k+1)^2-4(k^2-1)=0, 4k+5=0$

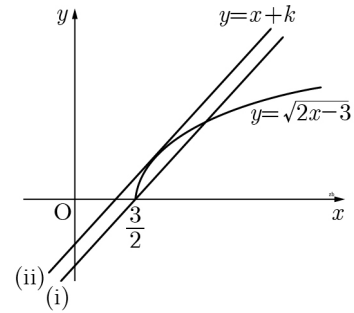
$$\therefore k = -\frac{5}{4}$$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Leftrightarrow -\frac{5}{4} < k \leq -1$

$$45) k > -1$$

$\Leftrightarrow$  함수  $y=\sqrt{2x-3}$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{2x}$ 의  
 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것

이고 직선  $y=x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때  $k=-\frac{3}{2}$

(ii) 함수  $y=\sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$ 가  
 접할 때  $\sqrt{2x-3}=x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리  
 하면

$$2x-3=x^2+2kx+k^2$$

$$x^2+2(k-1)x+k^2+3=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $\frac{D}{4}=0$ 이

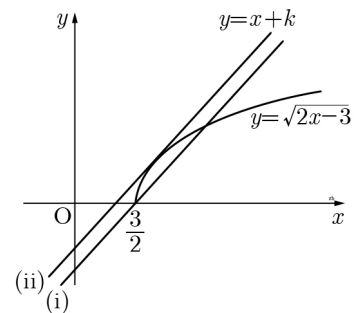
$$\text{므로 } (k-1)^2-(k^2+3)=0$$

$$-2k-2=0 \quad \therefore k=-1$$

만나지 않는다.  $\Leftrightarrow k > -1$

$$46) [\text{정답 } k=-1 \text{ 또는 } k < -\frac{3}{2}]$$

$\Leftrightarrow$  함수  $y=\sqrt{2x-3}$ 의 그래프는 함수  $y=\sqrt{2x}$ 의  
 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이  
 고 직선  $y=x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이  
 다.



(i) 직선  $y=x+k$ 가 점  $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때  $k=-\frac{3}{2}$

(ii) 함수  $y=\sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선  $y=x+k$ 가  
 접할 때  $\sqrt{2x-3}=x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리  
 하면

$$2x-3=x^2+2kx+k^2$$

$$x^2+2(k-1)x+k^2+3=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $\frac{D}{4}=0$ 이

$$\text{므로 } (k-1)^2-(k^2+3)=0$$

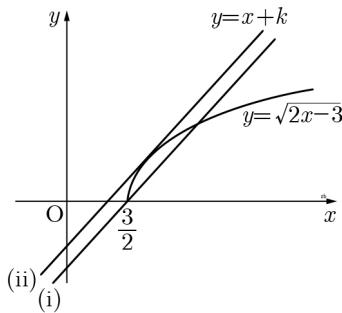
$$-2k-2=0 \quad \therefore k=-1$$



한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = -1$  또는  $k < -\frac{3}{2}$

47)  $-\frac{3}{2} \leq k < -1$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = x+k$ 는 기울기가 1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



- (i) 직선  $y = x+k$ 가 점  $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때  $k = -\frac{3}{2}$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{2x-3} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$2x-3 = x^2+2kx+k^2$$

$$x^2+2(k-1)x+k^2+3=0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $\frac{D}{4} = 0$ 이

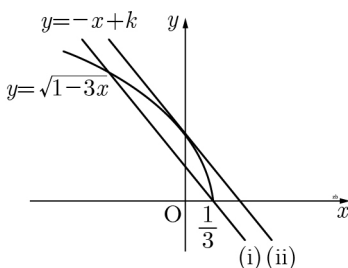
$$\text{므로 } (k-1)^2 - (k^2+3) = 0$$

$$-2k-2=0 \quad \therefore k = -1$$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq k < -1$

48)  $k > \frac{13}{12}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-3x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{3}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x+k$ 는 기울기가 -1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



- (i) 직선  $y = -x+k$ 가 점  $(\frac{1}{3}, 0)$ 을 지날 때  $k = \frac{1}{3}$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{1-3x} = -x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$1-3x = x^2-2kx+k^2$$

$$x^2-(2k-3)x+k^2-1=0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D = 0$ 이

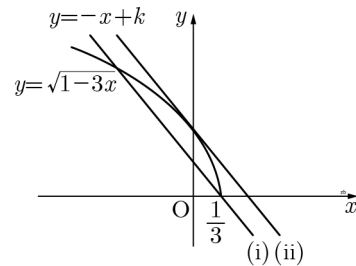
$$\text{므로 } (2k-3)^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-12k+13=0 \quad \therefore k = \frac{13}{12}$$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{13}{12}$

49) [정답]  $k = \frac{13}{12}$  또는  $k < \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-3x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{3}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x+k$ 는 기울기가 -1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



- (i) 직선  $y = -x+k$ 가 점  $(\frac{1}{3}, 0)$ 을 지날 때  $k = \frac{1}{3}$   
 (ii) 함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x+k$ 가 접할 때  $\sqrt{1-3x} = -x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$1-3x = x^2-2kx+k^2$$

$$x^2-(2k-3)x+k^2-1=0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D = 0$ 이

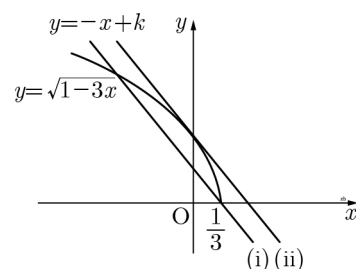
$$\text{므로 } (2k-3)^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-12k+13=0 \quad \therefore k = \frac{13}{12}$$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = \frac{13}{12}$  또는  $k < \frac{1}{3}$

50)  $\frac{1}{3} \leq k < \frac{13}{12}$

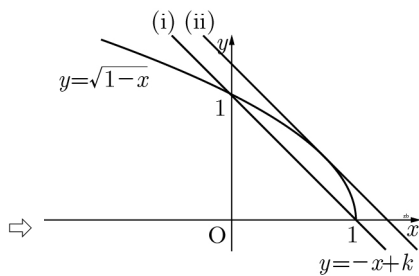
$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-3x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{3}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x+k$ 는 기울기가 -1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.





- (i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 을 지날 때  $k = \frac{1}{3}$
- (ii) 함수  $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{1-3x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면
- $$1-3x = x^2 - 2kx + k^2$$
- $$x^2 - (2k-3)x + k^2 - 1 = 0$$
- 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $D = 0$ 이므로  $(2k-3)^2 - 4(k^2-1) = 0$
- $$-12k + 13 = 0 \quad \therefore k = \frac{13}{12}$$
- 서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow \frac{1}{3} \leq k < \frac{13}{12}$

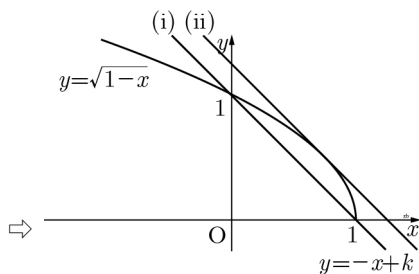
51)  $k > \frac{5}{4}$



- (i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$
- (ii) 함수  $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때,  $\sqrt{1-x} = -x + k$ ,  $1-x = x^2 - 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 - (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0, -4k+5=0$   
 $\therefore k = \frac{5}{4}$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{5}{4}$

52)  $k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$

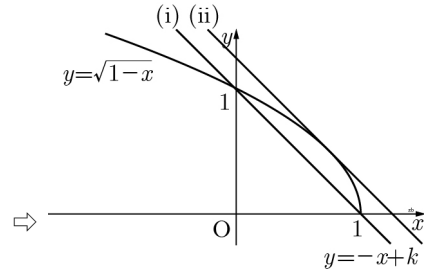


- (i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$
- (ii) 함수  $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때,  $\sqrt{1-x} = -x + k$ ,  $1-x = x^2 - 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 - (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0, -4k+5=0$

$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k < 1$  또는  $k = \frac{5}{4}$

53)  $1 \leq k < \frac{5}{4}$

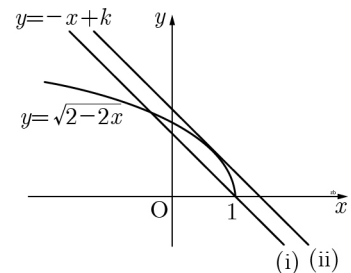


- (i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때,  
 $0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$
- (ii) 함수  $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때,  $\sqrt{1-x} = -x + k$ ,  $1-x = x^2 - 2kx + k^2$   
 $\therefore x^2 - (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$   
 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  
 $D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0, -4k+5=0$   
 $\therefore k = \frac{5}{4}$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 1 \leq k < \frac{5}{4}$

54)  $k > \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x + k$ 는 기울기가 -1이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.

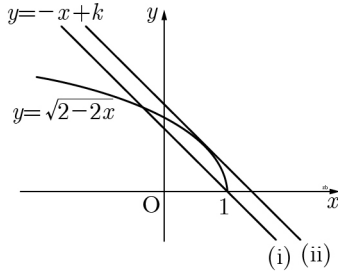


- (i) 직선  $y = x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = 1$
- (ii) 함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{2-2x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면
- $$2-2x = x^2 - 2kx + k^2 \quad (\because x \leq 1)$$
- $$x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 2 = 0$$
- 이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면  $\frac{D}{4} = 0$ 이므로  $(k-1)^2 - (k^2-2) = 0, -2k+3=0$
- $$\therefore k = \frac{3}{2}$$

만나지 않는다.  $\Rightarrow k > \frac{3}{2}$

55)  $k = \frac{3}{2}$  또는  $k < 1$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x + k$ 는 기울기가  $-1$ 이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = 1$

(ii) 함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{2-2x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$2-2x = x^2 - 2kx + k^2 \quad (\because x \leq 1)$$

$$x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $\frac{D}{4} = 0$ 이

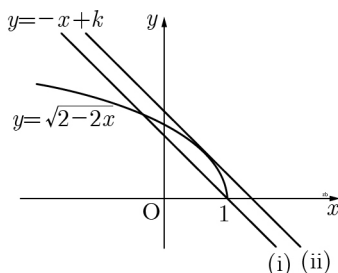
$$\text{므로 } (k-1)^2 - (k^2 - 2) = 0, \quad -2k + 3 = 0$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}$$

한 점에서 만난다.  $\Rightarrow k = \frac{3}{2}$  또는  $k < 1$

56)  $1 \leq k < \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선  $y = -x + k$ 는 기울기가  $-1$ 이고  $y$ 절편이  $k$ 이다.



(i) 직선  $y = -x + k$ 가 점  $(1, 0)$ 을 지날 때  $k = 1$

(ii) 함수  $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 가 접할 때  $\sqrt{2-2x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$2-2x = x^2 - 2kx + k^2 \quad (\because x \leq 1)$$

$$x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $\frac{D}{4} = 0$ 이

$$\text{므로 } (k-1)^2 - (k^2 - 2) = 0, \quad -2k + 3 = 0$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}$$

서로 다른 두 점에서 만난다.  $\Rightarrow 1 \leq k < \frac{3}{2}$

57) 3

$$\Rightarrow (g \circ f^{-1})^{-1}(2) = (f \circ g^{-1})(2) = f(g^{-1}(2))$$

이때,  $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 2$ 에서

$$\sqrt{k+2} = 2 \quad \therefore k = 2$$

따라서 구하는 함수값은  $f(g^{-1}(2)) = f(2) = 3$

58)  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow (f \circ g^{-1})(3) = (g^{-1}(3))$$

이때,  $g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 3$ 에서

$$\sqrt{2k+1} = 3 \quad \therefore k = 4$$

따라서 구하는 함수값은  $f(g^{-1}(3)) = f(4) = \frac{5}{2}$

59)  $\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow (f \circ g^{-1})(2) = f(g^{-1}(2))$$

이때,  $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 2$ 에서

$$\sqrt{k-2} = 2 \quad \therefore k = 6$$

따라서 구하는 함수값은  $f(g^{-1}(2)) = f(6) = \frac{2}{3}$

60)  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow ((f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(1) = (g^{-1} \circ f \circ g)(1)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(g(1))$$

$$= (g^{-1} \circ f)(2)$$

$$= g^{-1}(f(2))$$

$$= g^{-1}(3)$$

이때,  $g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 3$ 에서

$$\sqrt{2k-1} + 1 = 3, \quad \sqrt{2k-1} = 2 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$$

따라서 구하는 함수값은  $g^{-1}(3) = \frac{5}{2}$

61) 17

$$\Rightarrow (g^{-1} \circ f)(-3) = g^{-1}(f(-3))$$

$$= g^{-1}(4)$$

이때,  $g^{-1}(4) = k$ 로 놓으면  $g(k) = 4$ 에서

$$\sqrt{k-1} = 4 \quad \therefore k = 17$$

따라서 구하는 함수값은  $g^{-1}(4) = 17$

62)  $-3$

$$\Rightarrow (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(1)$$

$$= g^{-1}(f(1))$$

$$=g^{-1}(1)$$

이때,  $g^{-1}(1)=k$ 로 놓으면  $g(k)=1$ 에서

$$\sqrt{k+4}=1 \quad \therefore k=-3$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(1)=-3$

$$63) \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow (f^{-1} \circ g)^{-1}(-2) = (g^{-1} \circ f)(-2)$$

$$=g^{-1}(f(2))$$

$$=g^{-1}(1)$$

이때,  $g^{-1}(1)=k$ 로 놓으면  $g(k)=1$ 에서

$$\sqrt{3k-1}=1 \quad \therefore k=\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(1)=\frac{2}{3}$

$$64) 10$$

$$\Leftrightarrow (f^{-1} \circ (g \circ f^{-1})^{-1})(7) = (f^{-1} \circ f \circ g^{-1})(7)$$

$$=g^{-1}(7)$$

이때,  $g^{-1}(7)=k$ 로 놓으면  $g(k)=7$ 에서

$$\sqrt{2k-4}+3=7 \quad \therefore k=10$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(7)=10$

$$65) 13$$

$$\Leftrightarrow (f \circ (g \circ f)^{-1})(5) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(5)$$

$$=g^{-1}(5)$$

이때,  $g^{-1}(5)=k$ 로 놓으면  $g(k)=5$ 에서

$$\sqrt{2k-1}=5 \quad \therefore k=13$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(5)=13$

$$66) 7$$

$$\Leftrightarrow ((f \circ g^{-1})^{-1} \circ f)^{-1}(4) = (g \circ f^{-1} \circ f)^{-1}(4)$$

$$=g^{-1}(4)$$

이때,  $g^{-1}(4)=k$ 로 놓으면  $g(k)=4$ 에서

$$\sqrt{k+2}+1=4 \quad \therefore k=7$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(4)=7$

$$67) 11$$

$$\Leftrightarrow (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$$

$$=(g^{-1} \circ f)(3)$$

$$=g^{-1}(f(3))$$

$$=g^{-1}(5)$$

이때,  $g^{-1}(5)=k$ 로 놓으면  $g(k)=5$ 에서

$$\sqrt{2k+3}=5 \quad \therefore k=11$$

따라서 구하는 함숫값은  $g^{-1}(5)=11$

$$68) y=(x-1)^2+1 \quad (x \geq 1)$$

$\Leftrightarrow$  함수  $y=\sqrt{x-1}+1$ 의 치역이  $\{y|y \geq 1\}$ 이므로

역함수의 정의역은  $\{x|x \geq 1\}$ 이다.

$$y=\sqrt{x-1}+1 \text{에서}$$

$$y-1=\sqrt{x-1}, (y-1)^2=x-1$$

$$\therefore x=(y-1)^2+1$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=(x-1)^2+1 \quad (x \geq 1)$$

$$69) y=\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{1}{2} \quad (x \geq 2)$$

$\Leftrightarrow y=\sqrt{2x-1}+2$ 를  $x$ 에 대하여 풀면

$$\sqrt{2x-1}=y-2, 2x-1=(y-2)^2$$

$$x=\frac{1}{2}(y-2)^2+\frac{1}{2}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{1}{2}$$

한편  $y=\sqrt{2x-1}+2$ 의 치역이  $\{y|y \geq 2\}$ 이므로 역함수의 정의역은  $\{x|x \geq 2\}$ 이다.

$$70) y=-(x+3)^2+2 \quad (x \geq -3)$$

$\Leftrightarrow y=\sqrt{2-x}-3$ 을  $x$ 에 대하여 풀면

$$\sqrt{2-x}=y+3, 2-x=(y+3)^2$$

$$x=-(y+3)^2+2$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=-(x+3)^2+2$$

한편  $y=\sqrt{2-x}-3$ 의 치역이  $\{y|y \geq -3\}$ 이므로 역함수의 정의역은  $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

$$71) y=\frac{1}{2}(x-4)^2-3 \quad (x \leq 4)$$

$\Leftrightarrow$  함수  $y=4-\sqrt{2x+6}$ 의 치역이  $\{y|y \leq 4\}$ 이므로 역함수의 정의역은  $\{x|x \leq 4\}$ 이다.

$$y=4-\sqrt{2x+6} \text{에서}$$

$$y-4=-\sqrt{2x+6}, (y-4)^2=2x+6$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}(y-4)^2-3$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x-4)^2-3 \quad (x \leq 4)$$

$$72) y=\frac{1}{3}(x-1)^2+1 \quad (x \leq 1)$$

$\Leftrightarrow y=-\sqrt{3x-3}+1$ 을  $x$ 에 대하여 풀면

$$-\sqrt{3x-3}=y-1, 3x-3=(y-1)^2$$

$$x=\frac{1}{3}(y-1)^2+1$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{3}(x-1)^2+1$$

한편  $y=-\sqrt{3x-3}+1$ 의 치역이  $\{y|y \leq 1\}$ 이므로 역함수의 정의역은  $\{x|x \leq 1\}$ 이다.

$$73) 2\sqrt{2}$$

$\Leftrightarrow$  함수  $y=\sqrt{2x+4}-2$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은  $y=\sqrt{2x+4}-2$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{2x+4}-2=x, \quad \sqrt{2x+4}=x+2$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$2x+4=x^2+4x+4, \quad x^2+2x=0$$

$$x(x+2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0$$

따라서 두 교점이  $(-2, -2)$ ,  $(0, 0)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(0+2)^2+(0+2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

74)  $4\sqrt{2}$

$\Rightarrow y=\sqrt{4x-4}+1$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은  $y=\sqrt{4x-4}+1$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{4x-4}+1=x, \quad \sqrt{4x-4}=x-1$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4x-4=x^2-2x+1, \quad x^2-6x+5=0$$

$$(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 두 교점이  $(1, 1)$ ,  $(5, 5)$ 이므로 두 점 사이의 거리는  $\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{2}$

75)  $2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$  함수  $y=\sqrt{2x-2}+1$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은  $y=\sqrt{2x-2}+1$ 의 그래프와 직선  $y=\boxed{x}$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{2x-2}+1=x, \quad \sqrt{2x-2}=x-1$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$2x-2=x^2-2x+1, \quad x^2-4x+3=0$$

$$(x-1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점이  $(1, 1)$ ,  $(3, 3)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$$

76)  $4\sqrt{2}$

$\Rightarrow$  함수  $y=-\sqrt{12-4x}+3$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은  $y=-\sqrt{12-4x}+3$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$-\sqrt{12-4x}+3=x, \quad -\sqrt{12-4x}=x-3$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$12-4x=x^2-6x+9, \quad x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점이  $(-1, -1)$ ,  $(3, 3)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3+1)^2+(3+1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

77)  $\sqrt{2}$

$\Rightarrow y=-\sqrt{3-x}+3$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은  $y=-\sqrt{3-x}+3$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$-\sqrt{3-x}+3=x, \quad -\sqrt{3-x}=x-3$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$3-x=x^2-6x+9, \quad x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점이  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$ 이므로 두 점 사이의

$$\text{거리는 } \sqrt{(3-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$$

78) 19

$\Rightarrow y=\sqrt{2x-4}-1$ 이라고 하고  $x$ 에 대하여 풀면

$$\sqrt{2x-4}=y+1, \quad 2x-4=(y+1)^2$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}(y+1)^2+2$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x+1)^2+2$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+2 \quad (x \geq -1)$$

$$f(2))=\sqrt{2 \cdot 2-4}-1=-1, \quad f^{-1}(5)=\frac{1}{2}(5+1)^2+2=20$$

$$\therefore f(2)+f^{-1}(5)=-1+20=19$$

79) 3

$\Rightarrow y=-\sqrt{3x+15}+2$ 라 하고  $x$ 에 대하여 풀면

$$-\sqrt{3x+15}=y-2, \quad 3x+15=(y-2)^2$$

$$\therefore x=\frac{1}{3}(y-2)^2-5$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{3}(x-2)^2-5$$

$$\therefore f^{-1}(-1)=\frac{1}{3}(x-2)^2-5 \quad (x \leq 2)$$

$$f^{-1}(-1)=\frac{1}{3}(-1-2)^2-5=-2$$

$$f^{-1}(2)=\frac{1}{3}(2-2)^2-5=-5$$

$$\therefore f^{-1}(-1)-f^{-1}(2)=-2+5=3$$

80) 2

$\Rightarrow y=\sqrt{-2x+6}+4$ 라고 하고  $x$ 에 대하여 풀면

$$\sqrt{-2x+6}=y-4, \quad -2x+6=(y-4)^2$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2}(y-4)^2+3$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+3$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2+3 \quad (x \geq 4)$$

$$f^{-1}(4)=-\frac{1}{2}(4-4)^2+3=3, \quad f^{-1}(6)=-\frac{1}{2}(6-4)^2+3=1$$

$$\therefore f^{-1}(4)-f^{-1}(6)=3-1=2$$

81)  $k=8$

$\Rightarrow$  함수  $y=\sqrt{k-x}$ 의 역함수의 그래프가 점  $P(2, 4)$ 를 지나고, 점  $P(2, 4)$ 와 직선  $y=x$ 에

대하여 대칭인 점은 점  $(4, 2)$ 이다.

따라서 함수  $y = \sqrt{k-x}$ 의 그래프는 점  $(4, 2)$ 를 지난다.

$$\text{즉, } 2 = \sqrt{k-4} \text{ 이므로 } 4 = k-4$$

$$\therefore k=8$$

82)  $k=10$

$\Rightarrow$  함수  $y = \sqrt{x+k}$ 의 역함수의 그래프가 점  $P(4, 6)$ 을 지나고, 점  $P(4, 6)$ 과 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭인 점은 점  $(6, 4)$ 이다.

따라서 함수  $y = \sqrt{x+k}$ 의 그래프는 점  $(6, 4)$ 를 지난다.

$$\text{즉, } 4 = \sqrt{6+k} \text{ 이므로 } 16 = 6+k$$

$$\therefore k=10$$