



# 01

## 지수

01 거둬제공근	013
02 지수의 확장	020
예제	
기본 다지기	040
실력 다지기	042



# 예제 01

## 거듭제곱근의 계산

다음 식을 간단히 하여라. (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $x > 0$ )

$$(1) \left\{ \left( \frac{16}{81} \right)^{\frac{3}{4}} \right\}^{-\frac{1}{3}}$$

$$(2) 8^5 \times \left( \frac{1}{16} \right)^2 \div 64$$

$$(3) \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$$

$$(4) \sqrt[3]{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}}}$$

### 접근 방법

거듭제곱근의 계산은 거듭제곱근의 성질을 이용하여 식을 간단히 할 수도 있지만 식이 복잡하면 거듭제곱근을 유리수 지수로 바꾼 후 지수법칙을 이용하는 것이 좋습니다.

### Bible

거듭제곱근의 계산은  $a > 0$ ,  $m, n$  ( $n \geq 2$ )이 정수일 때  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ,  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ 임을 이용하여 유리수 지수로 나타낸 후 지수법칙을 이용한다.

### 상세 풀이

$$\begin{aligned} (1) & \left\{ \left( \frac{16}{81} \right)^{\frac{3}{4}} \right\}^{-\frac{1}{3}} = \left( \frac{16}{81} \right)^{\frac{3}{4} \times \left( -\frac{1}{3} \right)} = \left( \frac{16}{81} \right)^{-\frac{1}{4}} = \left\{ \left( \frac{2}{3} \right)^4 \right\}^{-\frac{1}{4}} = \left( \frac{2}{3} \right)^{-1} = \frac{3}{2} \\ (2) & 8^5 \times \left( \frac{1}{16} \right)^2 \div 64 = (2^3)^5 \times \left( \frac{1}{2^4} \right)^2 \div 2^6 = 2^{15} \times \frac{1}{2^8} \times \frac{1}{2^6} = 2 \\ (3) & \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3} = (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b \\ & = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} \times b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1} \\ & = a^{\frac{1}{6}}b^0 = a^{\frac{1}{6}} \\ (4) & \sqrt[3]{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}}} = (x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} \times (x^{\frac{1}{6}} \div x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} \\ & = (x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} \times (x^{\frac{1}{6} - \frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = (x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} \times (x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{1}{2}} \\ & = x^{\frac{1}{12}} \times x^{-\frac{1}{12}} = x^{\frac{1}{12} + \left( -\frac{1}{12} \right)} = x^0 = 1 \end{aligned}$$

### 다른 풀이

(4) 거듭제곱근의 성질  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ 를 이용하면

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}} \times \frac{\sqrt{\sqrt[6]{x}}}{\sqrt{\sqrt[3]{x}}} = \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[12]{x}} \times \frac{\sqrt[12]{x}}{\sqrt[6]{x}} = 1 \quad \text{정답} \Rightarrow (1) \frac{3}{2} \quad (2) 2 \quad (3) a^{\frac{1}{6}} \quad (4) 1$$

### 보충 설명

거듭제곱근의 성질 (단,  $a > 0$ ,  $m, n$ 은 2 이상의 정수,  $p$ 는 양의 정수)

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{m^p a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}, (\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$$

**숫자** 바꾸기

01-1

다음 식을 간단히 하여라. (단,  $a > 0$ )

(1)  $\left\{ \left( \frac{4}{9} \right)^{-\frac{3}{4}} \right\}^{\frac{2}{3}}$

(2)  $\left( \frac{125}{64} \right)^{\frac{1}{4}} \times \left( \frac{64}{125} \right)^{-\frac{1}{12}}$

(3)  $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$

(4)  $\sqrt[3]{4^2} \div \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{18^2}$

**표현** 바꾸기

01-2

다음 물음에 답하여라.

(1)  $\sqrt{2^3 \sqrt[4]{8}} = 2^p$ 일 때, 유리수  $p$ 의 값을 구하여라.

(2)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt[4]{3}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[4]{3}} = 3^p$ 일 때, 유리수  $p$ 의 값을 구하여라.

**개념** 넓히기 ★★★

◆ 보충 설명

01-3

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기  
ㄱ.  $(\sqrt{2})^{2/2} = (2\sqrt{2})^{1/2}$     ㄴ.  $(\sqrt{3})^{3/3} = (3\sqrt{3})^{1/3}$     ㄷ.  $(\sqrt{5})^{5/5} = (5\sqrt{5})^{1/5}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**정답** 01-1 (1)  $\frac{3}{2}$  (2)  $\frac{5}{4}$  (3) 1 (4) 6

01-2 (1)  $\frac{23}{24}$  (2)  $\frac{5}{64}$

01-3 ②

예제  
02다음 식을 간단히 하여라. (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a \neq b$ )

(1)  $(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})$  (2)  $(a - b) \div (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})$

## 접근 방법

공통부분을 치환하여 다음과 같은 공식을 이용합니다.

(1)  $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$  (2)  $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

## Bible

공통부분이 있는 식은 치환하여 계산한다.

## 상세 풀이

(1)  $a^{\frac{1}{4}} = x$ ,  $b^{\frac{1}{4}} = y$ 로 놓으면  $a^{\frac{1}{2}} = x^2$ ,  $b^{\frac{1}{2}} = y^2$ 이므로

$$\begin{aligned}
 (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}) &= (x - y)(x + y)(x^2 + y^2) \\
 &= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) \\
 &= x^4 - y^4 \\
 &= (a^{\frac{1}{4}})^4 - (b^{\frac{1}{4}})^4 \\
 &= a - b
 \end{aligned}$$

(2)  $a^{\frac{1}{3}} = x$ ,  $b^{\frac{1}{3}} = y$ 로 놓으면  $a = x^3$ ,  $b = y^3$ 이므로

$$\begin{aligned}
 (a - b) \div (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}) &= (x^3 - y^3) \div (x - y) \\
 &= (x - y)(x^2 + xy + y^2) \div (x - y) \\
 &= x^2 + xy + y^2 \\
 &= (a^{\frac{1}{3}})^2 + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + (b^{\frac{1}{3}})^2 \\
 &= a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

정답  $\Rightarrow$  (1)  $a - b$  (2)  $a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$

## 보충 설명

다음은 수학 &lt;상&gt;에서 배운 곱셈 공식입니다. 자주 이용되므로 꼭 기억해 둡니다.

(1)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(2)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

(3)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(4)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ,  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

**숫자** 바꾸기

**02-1**

 다음 식을 간단히 하여라. (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a \neq b$ )

(1)  $(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})$

(2)  $(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}})$

(3)  $(a + b^{-1}) \div (a^{\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}})$

(4)  $\frac{a^{\frac{3}{2}} - ab^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}b - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$

01

**표현** 바꾸기

**02-2**
 $a > 1$ 일 때,  $\frac{2}{1-a^{\frac{1}{8}}} + \frac{2}{1+a^{\frac{1}{8}}} + \frac{4}{1+a^{\frac{1}{4}}} + \frac{8}{1+a^{\frac{1}{2}}} + \frac{16}{1+a}$ 을 간단히 하여라.

**개념** 넓히기 ★☆☆

**02-3**

 다음 물음에 답하여라. (단,  $x > 0$ )

(1)  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때,  $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값을 구하여라.

(2)  $x + x^{-1} = 7$ 일 때,  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$ 의 값을 구하여라.

**정답** 02-1 (1)  $a-b$  (2)  $a-b$  (3)  $a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}$  (4)  $a+b$ 

 02-2  $\frac{32}{1-a^2}$ 

02-3 (1) 52 (2) 3

# 예제 03

## 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

$a^{2x} = \sqrt{2} - 1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

(1)  $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$

(2)  $\frac{a^{3x} - a^{-x}}{a^x + a^{-3x}}$

### 접근 방법

$a^{2x}$ 의 값이 주어져 있으므로 (1), (2)의 식을  $a^{2x}$ 만 포함한 식으로 변형합니다.

주어진 식의 분모, 분자에  $a^x$ 을 각각 곱하면  $a^{2x}$ 을 포함하는 식으로 바꿀 수 있습니다.

### Bible

조건식이 주어진 경우, 값을 구하려는 식을 조건식의 꼴로 변형한다.

### 상세 풀이

(1) 주어진 식의 분모, 분자에  $a^x$ 을 각각 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} &= \frac{a^x(a^x - a^{-x})}{a^x(a^x + a^{-x})} = \frac{a^{2x} - 1}{a^{2x} + 1} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - 1) - 1}{(\sqrt{2} - 1) + 1} = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}\end{aligned}$$

(2) 주어진 식의 분모, 분자에  $a^x$ 을 각각 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{a^{3x} - a^{-x}}{a^x + a^{-3x}} &= \frac{a^x(a^{3x} - a^{-x})}{a^x(a^x + a^{-3x})} = \frac{a^{4x} - 1}{a^{2x} + a^{-2x}} = \frac{(a^{2x})^2 - 1}{a^{2x} + \frac{1}{a^{2x}}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - 1)^2 - 1}{(\sqrt{2} - 1) + \frac{1}{\sqrt{2} - 1}} = \frac{2 - 2\sqrt{2} + 1 - 1}{\sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} + 1} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2}{2}\end{aligned}$$

정답  $\Rightarrow$  (1)  $1 - \sqrt{2}$  (2)  $\frac{\sqrt{2} - 2}{2}$

### 보충 설명

(1)  $a^x = t > 0$ 이면  $a^{2x} = t^2$ ,  $a^{-2x} = \frac{1}{t^2}$ ,  $a^{3x} = t^3$ ,  $a^{-3x} = \frac{1}{t^3}$

(2)  $a^{2x} + a^{-2x} = (a^x + a^{-x})^2 - 2 = (a^x - a^{-x})^2 + 2$

$a^{3x} + a^{-3x} = (a^x + a^{-x})^3 - 3(a^x + a^{-x})$ ,  $a^{3x} - a^{-3x} = (a^x - a^{-x})^3 + 3(a^x - a^{-x})$

**숫자** 바꾸기

**03-1**  $2^{2x}=3$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1)  $\frac{2^{3x}+2^{-3x}}{2^x+2^{-x}}$

(2)  $\frac{2^{3x}-2^{-3x}}{2^x-2^{-x}}$

**표현** 바꾸기

**03-2**  $a^{2x}+a^{-2x}=6$ 일 때,  $a^{3x}+a^{-3x}$ 의 값은? (단,  $a>1$ )

①  $2\sqrt{2}$

②  $4\sqrt{2}$

③  $8\sqrt{2}$

④  $10\sqrt{2}$

⑤  $14\sqrt{2}$

**개념** 넓히기 ★★★

◆ 다른 풀이

**03-3** 1이 아닌 양수  $a$ 에 대하여

$$f(x)=\frac{1}{2}(a^x-a^{-x})$$

이면  $f(p)=2$ 일 때,  $f(2p)$ 의 값을 구하여라.

**정답** 03-1 (1)  $\frac{7}{3}$  (2)  $\frac{13}{3}$

03-2 ④

03-3  $4\sqrt{5}$



## 예제 04

$a^x=b^y$ 의 조건이 주어진 식의 계산

다음 물음에 답하여라.

- (1) 세 양수  $a, b, c$ 가  $abc=4$ ,  $a^x=b^y=c^z=16$ 을 만족시킬 때,  $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ 의 값을 구하여라.
- (2)  $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$ 을 만족시키는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $8^x=4^y=k$ 가 성립할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

### 접근 방법

(1)에서  $a^x=b^y=c^z=16$ 이므로  $a=16^{\frac{1}{x}}$ ,  $b=16^{\frac{1}{y}}$ ,  $c=16^{\frac{1}{z}}$ 임을 이용합니다.

Bible

$a, b$ 가 양수일 때,  $a^x=b \iff a=b^{\frac{1}{x}}$

### 상세 풀이

(1)  $a^x=b^y=c^z=16$ 에서

$$a=16^{\frac{1}{x}}, b=16^{\frac{1}{y}}, c=16^{\frac{1}{z}}$$

위의 세 식을 변끼리 곱하면

$$abc=16^{\frac{1}{x}} \times 16^{\frac{1}{y}} \times 16^{\frac{1}{z}}=16^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}=2^{4(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})}$$

따라서  $2^{4(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})}=4=2^2$ 이므로  $4(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})=2$

$$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$$

(2)  $8^x=4^y=k$ 에서

$$8=k^{\frac{1}{x}}, 4=k^{\frac{1}{y}} (\because k>0)$$

위의 두 식을 변끼리 곱하면

$$8 \times 4=k^{\frac{1}{x}} \times k^{\frac{1}{y}}, 32=k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=k^1$$

$$\therefore k=32$$

정답  $\Rightarrow$  (1)  $\frac{1}{2}$  (2) 32

### 보충 설명

지수를 계산하기 위해서 밑을 통일해야 합니다. 따라서 위의 예제에서

$$(1) a^x=b^y=c^z=16 \Rightarrow a=16^{\frac{1}{x}}, b=16^{\frac{1}{y}}, c=16^{\frac{1}{z}} \leftarrow \text{밑을 16으로 통일}$$

$$(2) 8^x=4^y=k \Rightarrow 8=k^{\frac{1}{x}}, 4=k^{\frac{1}{y}} \leftarrow \text{밑을 } k \text{로 통일}$$

과 같이 식을 변형하여 지수의 밑을 통일하였습니다.

**숫자** 바꾸기

**04-1**

다음 물음에 답하여라.

- (1) 세 양수  $a, b, c$ 가  $abc=9$ ,  $a^x=b^y=c^z=81$ 을 만족시킬 때,  $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ 의 값을 구하여라.
- (2)  $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2$ 를 만족시키는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $81^x=9^y=k$ 가 성립할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

**표현** 바꾸기

**04-2**

다음 물음에 답하여라.

- (1)  $a^x=2^y=3^z$ 이고,  $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=0$ 일 때,  $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라. (단,  $a>0, xyz\neq 0$ )
- (2)  $\frac{3}{a}+\frac{4}{b}=\frac{6}{c}$ 이고  $16^a=27^b=x^c$ 일 때,  $x$ 의 값을 구하여라. (단,  $x>0$ )

**개념** 넓히기 ★★★

**04-3**

다음 물음에 답하여라.

- (1) 1이 아닌 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $a^x=b^y$ ,  $a^2b=1$ 일 때,  $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $xy\neq 0$ )
- (2) 세 양수  $a, b, c$ 가  $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}=\frac{6}{c}$ ,  $27^a=x^b=6^c$ 을 만족시킬 때,  $x$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $x>0$ )

**정답** 04-1 (1)  $\frac{1}{2}$  (2) 27

04-2 (1) 108 (2) 36

04-3 (1) 0 (2) 4

## 예제 05

### 거듭제곱 또는 거듭제곱근의 대소 비교

다음 중 가장 큰 수는?

①  $\sqrt{5^3\sqrt{6}}$

②  $\sqrt{6^3\sqrt{5}}$

③  $\sqrt[3]{\sqrt{5}\times 6}$

④  $\sqrt[3]{5\sqrt{6}}$

⑤  $\sqrt[3]{6\sqrt{5}}$

#### 접근 방법

$a > 0, b > 0$ 일 때,  $a > b \iff a^6 > b^6$ 이므로 주어진 수들을 모두 여섯제곱합니다.

또는 거듭제곱근의 성질  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ 를 이용하여 주어진 수들을 모두  $\sqrt[6]{\square}$  꼴로 변형합니다.

#### Bible

거듭제곱근의 대소를 비교할 때에는 밑을 통일하거나 똑같이 거듭제곱하여 비교한다.

#### 상세 풀이

주어진 수를 각각 여섯제곱하면

①  $(\sqrt{5^3\sqrt{6}})^6 = (5^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{6}})^6 = 5^3 \times 6 = 750$

②  $(\sqrt{6^3\sqrt{5}})^6 = (6^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{6}})^6 = 6^3 \times 5 = 1080$

③  $(\sqrt[3]{\sqrt{5}\times 6})^6 = \{(5 \times 6)^{\frac{1}{6}}\}^6 = 5 \times 6 = 30$

④  $(\sqrt[3]{5\sqrt{6}})^6 = (5^{\frac{1}{3}} \times 6^{\frac{1}{6}})^6 = 5^2 \times 6 = 150$

⑤  $(\sqrt[3]{6\sqrt{5}})^6 = (6^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{6}})^6 = 6^2 \times 5 = 180$

따라서 가장 큰 수는 ②  $\sqrt{6^3\sqrt{5}}$ 입니다.

#### 다른 풀이

거듭제곱근의 성질에 의하여

①  $\sqrt{5^3\sqrt{6}} = \sqrt[3]{\sqrt{5^3 \times 6}} = \sqrt[6]{5^3 \times 6}$

②  $\sqrt{6^3\sqrt{5}} = \sqrt[3]{\sqrt{6^3 \times 5}} = \sqrt[6]{6^3 \times 5}$

③  $\sqrt[3]{\sqrt{5}\times 6} = \sqrt[6]{5 \times 6}$

④  $\sqrt[3]{5\sqrt{6}} = \sqrt[3]{\sqrt{5^2 \times 6}} = \sqrt[6]{5^2 \times 6}$

⑤  $\sqrt[3]{6\sqrt{5}} = \sqrt[3]{\sqrt{6^2 \times 5}} = \sqrt[6]{6^2 \times 5}$

정답 → ②

#### 보충 설명

두 실수  $a, b$ 의 대소를 비교할 때에는  $a-b$ 의 부호를 조사하는 것이 기본이지만 거듭제곱근이나 거듭제곱 꼴의 수의 뺄셈은 계산이 쉽지 않으므로 밑이나 지수를 일치시키는 방법을 이용합니다.

따라서 거듭제곱근이나 거듭제곱 꼴의 수의 대소를 비교할 때에는 세 양의 실수  $a, b, n$ 에 대하여

①  $a^n > b^n \iff a > b$       ②  $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \iff a > b$  (단,  $n \geq 2$ 인 정수)

가 성립함을 이용합니다. 특히, 거듭제곱근 꼴로 주어진 수들은 지수를 유리수에서 정수로 고칠 수 있도록 똑같이 거듭제곱하여 비교하면 편리합니다.

**숫자** 바꾸기

**05-1** 다음 중 가장 큰 수는?

①  $\sqrt[4]{4\sqrt[3]{5}}$

②  $\sqrt[4]{5\sqrt[3]{4}}$

③  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4 \times 5}}$

④  $\sqrt[3]{4\sqrt[4]{5}}$

⑤  $\sqrt[3]{5\sqrt[4]{4}}$

01

**표현** 바꾸기

**05-2** 세 수  $3^{55}$ ,  $4^{44}$ ,  $5^{33}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

◆ 보충 설명

①  $3^{55} < 4^{44} < 5^{33}$

②  $3^{55} < 5^{33} < 4^{44}$

③  $4^{44} < 3^{55} < 5^{33}$

④  $5^{33} < 4^{44} < 3^{55}$

⑤  $5^{33} < 3^{55} < 4^{44}$

**개념** 넓히기 ★★★

**05-3** <보기>의 네 수 중 가장 작은 수와 가장 큰 수를 차례대로 나열하면?

보기  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}, \sqrt[6]{12}$

①  $\sqrt{2}, \sqrt[6]{12}$

②  $\sqrt{2}, \sqrt[4]{6}$

③  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$

④  $\sqrt[6]{12}, \sqrt[4]{6}$

⑤  $\sqrt[6]{12}, \sqrt[3]{4}$

정답 05-1 ⑤

05-2 ⑤

05-3 ③