단원 ISSUE

이 단원에서는 **표본평균의 확률을 구하는 문제, 모표준편차를 이용하여 모평균을 추정하는 문제** 등이 자주 출제됩니다. 표본의 평균과 표본평균의 평균 등 개념에 대한 충분한 숙지가 되어있어야 하며, 모평균을 추정할 때 단순 대입하는 문제가 많이 출제되므로 실수가 생기지 않도록 주의합니다.

평가문제

[중단원평가]

1. **다음 <보기>의 자료를 조사할 때, 표본조사로 적합한 것을 모두 고른 것은?**

<보기>
ㄱ. 어느 회사에서 생산한 자전거 조명의 수명 조사
ㄴ. 사전 여론조사에서 기호2번 후보에 대한 지지율
ㄷ. 어느 드라마의 시청률

① ㄱ　② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[중단원평가]

2. **모평균이 80, 모표준편차가 3인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(80,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다. 이때 $n\times\sigma(\overline{X})$의 값은?**

① 9　② 10
③ 12　④ 16
⑤ 18

[중단원평가]

3. **어느 한의원을 찾은 환자들의 진료 시간은 평균이 14분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 한의원을 찾은 환자들 중에서 임의로 선택한 4명의 진료 시간의 합이 64분 이상일 확률 이 0.1587일 때, σ의 값은?**
(단, $\mathrm{P}(0\le Z\le 1)=0.3413$)

① 1　② $\frac{3}{2}$
③ 2　④ $\frac{5}{2}$
⑤ 4

[중단원평가]

4. **어느 회사에서 생산하는 CD플레이어의 무게는 평균이 $550\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $7\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사는 일정 기간 동안 생산된 CD플레이어 중에서 임의추출한 CD플레이어 49개 의 무게의 평균이 $(-a+1100)\,\mathrm{g}$ 이하이거나 $a\,\mathrm{g}$ 이상이면 생산 시스템에 문제가 있다고 판단한다. 이 회사에서 생산 시스템에 문제가 있다고 판단될 확률이 0.002이라 할 때, a의 값은? (단, a는 양수이고, $\mathrm{P}(0\le Z\le 3.08)=0.499$로 계산한다.)**

① 551.54　② 552.78
③ 553.08　④ 554.62
⑤ 555.64

[대단원평가]

5. **정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$ 라고 하자. 이때 $\mathrm{P}(|\overline{X}-m|\ge 2)\le 0.012$를 만족시 키는 n의 최솟값은? (단, $\mathrm{P}(0\le Z\le 2.51)=0.4940$)**

① 23　② 24
③ 25　④ 26
⑤ 27

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[대단원평가]

6. 다음은 어느 모집단에서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타낸 것이다. 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{V}(\overline{X})$은?

X	2	4	6	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$2a$	a	a	1

① $\frac{11}{16}$　② $\frac{5}{8}$
③ $\frac{9}{16}$　④ $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{7}{16}$

[대단원평가]

7. 어느 양계장에서 생산하는 달걀 한 개의 무게는 평균이 $253\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $25\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산한 달걀 중 n개를 임의추출하여 무게를 검사할 때, 달걀 13개의 무게의 합이 $3321.5\,\mathrm{g}$ 이상일 확률이 0.0228이다. 이때 n의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.4772$)

① 64　② 100
③ 225　④ 256
⑤ 400

[소단원평가]

8. 다음은 정규분포 $\mathrm{N}(150,\ 12^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 145)$을 구하는 내용이다. (가)~(마)에 들어갈 내용 중 옳지 않은 것은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)=0.4332$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)=0.4938$)

> $\mathrm{E}(\overline{X})=$ (가) , $\mathrm{V}(\overline{X})=$ (나)
> 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 (다) 을 따른다.
> 따라서 구하는 확률은
> $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 145)=\mathrm{P}(Z \ge$ (라) $)=$ (마)

① (가) 150　② (나) 4
③ (다) $\mathrm{N}(150,\ 2^2)$　④ (라) 2.5
⑤ (마) 0.9938

[소단원평가]

9. 정규분포 $\mathrm{N}(37,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $\mathrm{P}(36 \le \overline{X} \le 38)=0.7888$을 만족시 키는 σ의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.25)=0.3944$)

① 1.25　② 2.5
③ 3　④ 4
⑤ 5

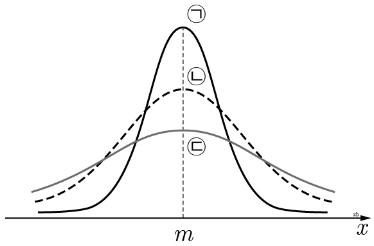
[소단원평가]

10. 어느 공장에서 생산하는 탁구공의 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 0.5^2)$을 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 탁구공 중 25개를 임의추출할 때, 탁구공의 무게의 평균을 $\overline{X}$라고 하자. 이때 $\mathrm{P}(|\overline{X}-m| \ge k)=0.03$를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.17)=0.4850$)

① 0.0217　② 0.0434
③ 0.217　④ 0.434
⑤ 2.17

[소단원평가]

11. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 크기가 $4n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라고 하자. 세 확률변수 X, $\overline{X}$, $\overline{Y}$의 확률밀도함수의 그래프 순서대로 나열한 것은? (단, n은 1보다 큰 자연수이다.)



① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉠, ㉢, ㉡
③ ㉡, ㉢, ㉠　④ ㉢, ㉠, ㉡
⑤ ㉢, ㉡, ㉠

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

[중단원평가]

12. 정규분포 $\mathrm{N}(7,\ 3^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 확률 값 중 옳지 않은 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① $\mathrm{P}(7 \le \overline{X} \le 8) = 0.3413$

② $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 9) = 0.0228$

③ $\mathrm{P}(5.5 \le \overline{X} \le 9) = 0.9104$

④ $\mathrm{P}(\overline{X} \le 9.5) = 0.9938$

⑤ $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 8.5) + \mathrm{P}(\overline{X} \le 5.5) = 0.0896$

[중단원평가]

13. 모평균이 35, 모표준편차가 σ인 모집단에서 크기가 $\dfrac{\sigma}{2}$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $\mathrm{E}(\overline{X}) + \mathrm{V}(\overline{X}) = 51$이다. 이때 σ의 값은?

① 2 ② 8
③ 18 ④ 16
⑤ 32

[중단원평가]

14. 어느 헬스장 회원들의 일주일 동안 운동하는 시간은 평균이 280분, 표준편차가 45분인 정규 분포를 따른다고 한다. 이 헬스장 회원 중에서 25명 을 임의추출하여 일주일 동안 운동하는 시간의 합이 7407.25분 이상인 회원에게 무료 PT 1회를 해주려 한다. 이 헬스장 회원 1000명의 중에서 무료 PT 1회를 받는 회원 수는?
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.81) = 0.4650$)

① 34 ② 35
③ 36 ④ 37
⑤ 38

[중단원평가]

15. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 이때 $\mathrm{P}\left(|\overline{X} - m| \le \dfrac{19}{25}\right) \ge 0.87$를 만족시키는 n의 최솟값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.13	0.370
1.52	0.435
1.88	0.470

① 64 ② 81
③ 144 ④ 196
⑤ 225

[중단원평가]

16. 어느 SNS 이용자들의 1일 사용 시간은 표준편차가 20분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 SNS 이용자 중에서 100명을 임의추출하여 1일 SNS 사용 시간을 조사하였더니 평균이 77분이었 다. 이 SNS 전체 이용자의 평균 1일 사용 시간 m분에 대한 신뢰도 $96\,\%$의 신뢰구간을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.75	0.4600
1.96	0.4750
2.05	0.4800

① $75.25 \le m \le 77.75$

② $75.04 \le m \le 78.96$

③ $74.95 \le m \le 79.05$

④ $73.25 \le m \le 80.75$

⑤ $72.9 \le m \le 81.1$

[소단원평가]

17. 어느 공장에서 신소재로 개발한 타이어의 수명은 모표준편차가 20시간인 정규분포를 따른다 고 한다. 이 타이어의 평균 수명을 신뢰도 $94\,\%$로 추정할 때, 그 신뢰구간의 길이가 5시간 이하가 되게 하려면 적어도 몇 개의 타이어를 조사해야 하는지 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.88	0.4700
2.05	0.4800
2.17	0.4850

① 225 ② 226 ③ 227 ④ 228 ⑤ 229

[중단원평가]

18. 어느 양식장에서 키우는 물고기의 무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 키우는 물고기 중 121마리를 임의추출하여 무게를 측정하였더니 평균이 $350\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $5.5\,\mathrm{g}$이었다. 이 양식장에서 키우는 물고기의 평균 무게 $m\,\mathrm{g}$에 대한 신뢰도 $\alpha\ \%$의 신뢰구간이 $a \le m \le 351.05$이다.
$\mathrm{P}(|Z| \le k) = \dfrac{\alpha}{100}$ 일 때, 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 상수 α에 대하여 $\alpha - k$의 값은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.8	0.4641
2.1	0.4821
2.4	0.4918

① 91.28 ② 92.04 ③ 92.88 ④ 93.53 ⑤ 94.32

[소단원평가]

19. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 4인 표본과 크기가 16인 표본의 표본평균을 각각 $\overline{X_A}$, $\overline{X_B}$라 하고 $\overline{X_A}$와 $\overline{X_B}$의 분포를 이용하여 신뢰도 $\alpha\ \%$로 추정한 모평균 m의 신뢰구간을 각각 $a \le m \le b$, $c \le m \le d$라고 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\sigma(\overline{X_A}) > \sigma(\overline{X_B})$

ㄴ. $\mathrm{P}(\overline{X_A} \le m+1) < \mathrm{P}(\overline{X_B} \le m+1)$

ㄷ. $d-c < b-a$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[대단원평가]

20. 표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단 에서 크기가 n인 표본을 임의추출하였을 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\ \%$의 신뢰구간이 $66.02 \le m \le 67.98$이었다. 이때 같은 표본을 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 $91\,\%$의 신뢰구간의 길이를 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.69	0.4550
1.81	0.4650
1.96	0.4750

① 1.69 ② 1.81 ③ 3.38 ④ 3.62 ⑤ 3.92

[대단원평가]

21. 어느 회사에서 생산하는 테니스 라켓의 무게는 모표준편차가 $4\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 테니스 라켓 중 n개를 임의추출하여 평균 무게를 신뢰도 $90.1\,\%$로 추정할 때, 그 신뢰구간의 길이가 $1.2\,\mathrm{g}$이었다. 이때 n의 값은? (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.65) = 0.4505$)

① 81 ② 100 ③ 121 ④ 169 ⑤ 196

[소단원평가]

22. **정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4.5^2)$를 따르는 모집단에서 크기가 81인 표본을 임의추출하였더니 평균이 99이 었다. 이때 신뢰구간에 대한 내용 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?**
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$)

<보기>

ㄱ. 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\ \%$의 신뢰구간은 $98.02 \le m \le 99.98$이다.

ㄴ. 모평균 m에 대한 신뢰도 $99\ \%$의 신뢰구간의 길이는 1.29이다.

ㄷ. 모평균 m을 신뢰도 $99\ \%$로 추정하였을 때, m과 $\overline{x}$의 차의 최댓값은 1.29시간이다.

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[소단원평가]

23. **어느 과수원에서 수확된 배의 무게는 모표준편차가 $\sigma\,\mathrm{kg}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 수확된 배 중 16개를 임의추출하여 무게를 조사하였더니 평균이 $0.57\,\mathrm{kg}$이었다. 이 과수원에서 수확된 배 전체의 평균 무게 $m\,\mathrm{kg}$에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간이 $0.441 \le m \le a$일 때, $a+\sigma$의 값은? (단, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$)**

① 0.899 ② 0.851
③ 0.836 ④ 0.792
⑤ 0.767

[대단원평가]

24. **평균이 m, 표준편차가 $\dfrac{1}{2}$인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출 하였을 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 $97\ \%$의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이었다. 이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le c) = 0.485$를 만족시키는 c를 a, b로 나타낸 것은? (단, a, b, c는 상수이다.)**

① $3(b-a)$ ② $5(b-a)$
③ $8(b-a)$ ④ $10(b-a)$
⑤ $20(b-a)$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] ㄱ. 자전거 조명의 수명 조사는 생산한 배터리 전부를 조사할 수 없으므로 표본조사가 적합하다.
ㄴ. 사전 여론조사에서는 조사 대상자 전체를 조사할
필요가 없으므로 표본조사가 적합하다.
ㄷ. 드라마의 시청률은 조사 대상자 전체를 조사할
필요가 없으므로 표본조사가 적합하다.

2) [정답] ⑤

[해설] $\sigma^2=9$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{1}{4}$이므로

$$\frac{\sigma^2}{n}=\frac{9}{n}=\frac{1}{4}\quad\therefore n=36$$

$$\sigma(\overline{X})=\sqrt{\mathrm{V}(\overline{X})}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore n\times\sigma(\overline{X})=36\times\frac{1}{2}=18$$

3) [정답] ⑤

[해설] 환자들의 진료 시간이 정규분포 $\mathrm{N}(14,\ \sigma^2)$을 따르므로 환자 4명의 진료 시간의 평균 $\overline{X}$는

정규분포 $\mathrm{N}\left(14,\ \left(\dfrac{\sigma}{2}\right)^2\right)$을 따른다.

4명의 진료 시간의 합이 64분 이상인 경우이므로

$X_1+X_2+X_3+X_4\geq 64$

$\overline{X}=\dfrac{X_1+X_2+X_3+X_4}{4}$이므로

$\mathrm{P}(4\overline{X}\geq 64)=\mathrm{P}(\overline{X}\geq 16)$

$$=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{16-14}{\frac{\sigma}{2}}\right)=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{4}{\sigma}\right)=0.1587$$

$$0.5-\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{4}{\sigma}\right)=0.1587$$

$$\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{4}{\sigma}\right)=0.3413$$

이때 $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 1)=0.3413$이므로

$$\frac{4}{\sigma}=1\quad\therefore\sigma=4$$

4) [정답] ③

[해설] $\mathrm{E}(\overline{X})=550$, $\sigma(\overline{X})=\dfrac{7}{\sqrt{49}}=1$이므로

$\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(550,\ 1^2)$을 따른다.

생산 시스템에 이상이 있다고 판단될 확률이 0.002이므로

$\mathrm{P}(\overline{X}\leq\ -a+1100)+\mathrm{P}(\overline{X}\geq a)=0.002$에서

$$\mathrm{P}\left(Z\leq\ -\frac{a-550}{1}\right)+\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{a-550}{1}\right)=0.002$$

$\mathrm{P}(Z\geq a-550)=0.001$

$0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq a-550)=0.001$

$\mathrm{P}(0\leq Z\leq a-550)=0.499$

이때 $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 3.08)=0.499$이므로

$a-550=3.08$에서 $a=553.08$

5) [정답] ④

[해설] 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 표준편차는 각각

$$\mathrm{E}(\overline{X})=m,\ \sigma(\overline{X})=\frac{4}{\sqrt{n}}$$

이때 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{4}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을

따르므로 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X}-m}{\frac{4}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포를

따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(|\overline{X}-m|\geq 2)$

$$=\mathrm{P}\left(|Z|\geq\frac{2}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\right)=\mathrm{P}\left(|Z|\geq\frac{\sqrt{n}}{2}\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(Z\leq-\frac{\sqrt{n}}{2}\right)+\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{\sqrt{n}}{2}\right)\leq 0.012$$

$$\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{\sqrt{n}}{2}\right)\leq 0.006$$

즉, $\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\dfrac{\sqrt{n}}{2}\right)\geq 0.494$이어야 한다.

이때 $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 2.51)=0.4940$이므로

$$\frac{\sqrt{n}}{2}\geq 2.51,\ \sqrt{n}\geq 5.02$$

$n\geq 25.2004$

따라서 구하는 n의 최솟값은 26이다.

6) [정답] ①

[해설] 모집단의 확률분포에서 확률의 총합은 1이므로

$$2a+a+a=1,\ a=\frac{1}{4}$$

이때 모평균과 모분산은

$$m=2\times\frac{2}{4}+4\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{4}=\frac{7}{2}$$

$$\sigma^2=2^2\times\frac{2}{4}+4^2\times\frac{1}{4}+6^2\times\frac{1}{4}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{11}{4}$$

따라서 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 분산은

$$\mathrm{E}(\overline{X})=m=\frac{7}{2}$$

$$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{11}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{16}$$

7) [정답] ⑤

[해설] 달걀 한 개의 무게가 정규분포 $\mathrm{N}(253,\ 25^2)$을 따르므로 달걀 n개의 무게의 평균 $\overline{X}$는 정규분포

$N\left(253,\ \left(\frac{25}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

13개의 무게의 합이 3321.5g 이상인 경우이므로

$X_1+X_2+\cdots+X_{13}\geq 3321.5$

$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_{13}}{13}$이므로

$P(13\overline{X}\geq 3321.5)=P(\overline{X}\geq 255.5)$

$=P\left(Z\geq\frac{255.5-253}{\frac{25}{\sqrt{n}}}\right)=P\left(Z\geq\frac{\sqrt{n}}{10}\right)=0.0228$

$0.5-P\left(0\leq Z\leq\frac{\sqrt{n}}{10}\right)=0.0228$

$P\left(0\leq Z\leq\frac{\sqrt{n}}{10}\right)=0.4772$

이때 $P(0\leq Z\leq 2)=0.4772$이므로

$\frac{\sqrt{n}}{10}=2\quad\therefore n=400$

8) [정답] ④

[해설] 다음은 정규분포 $N(150,\ 12^2)$을 따르는 모집단에서

크기가 36인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에

대하여

$E(\overline{X})=\boxed{150}$, $V(\overline{X})=\boxed{\frac{12^2}{36}=2^2=4}$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\boxed{N(150,\ 2^2)}$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$P(\overline{X}\geq 145)=P\left(Z\geq\boxed{\frac{145-150}{2}}\right)$

$=P(Z\geq\boxed{-2.5})=0.5+P(0\leq Z\leq 2.5)$

$=\boxed{0.9938}$

9) [정답] ④

[해설] 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(37,\ \left(\frac{\sigma}{5}\right)^2\right)$을 따른다.

$P(36\leq\overline{X}\leq 38)$

$=P\left(\frac{36-37}{\frac{\sigma}{5}}\leq Z\leq\frac{38-37}{\frac{\sigma}{5}}\right)=P\left(-\frac{5}{\sigma}\leq Z\leq\frac{5}{\sigma}\right)$

$=2P\left(0\leq Z\leq\frac{5}{\sigma}\right)=0.7888$

$P\left(0\leq Z\leq\frac{5}{\sigma}\right)=0.3944$

이때 $P(0\leq Z\leq 1.25)=0.3944$이므로

$\frac{5}{\sigma}=1.25\quad\therefore\sigma=4$

10) [정답] ③

[해설] $E(\overline{X})=m$, $\sigma(\overline{X})=\frac{0.5}{\sqrt{25}}=0.1$이므로

$\overline{X}$는 정규분포 $N(m,\ 0.1^2)$을 따른다.

$P(|\overline{X}-m|\geq k)$

$=P\left(|Z|\geq\frac{k}{0.1}\right)=P(|Z|\geq 10k)$

$=P(Z\leq -10k)+P(Z\geq 10k)=0.03$

$P(Z\geq 10k)=0.015$

즉, $P(0\leq Z\leq 10k)=0.485$이다.

이때 $P(0\leq Z\leq 2.17)=0.4850$ 이므로

$10k=2.17\quad\therefore k=0.217$

11) [정답] ⑤

[해설] 표본평균 X는 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따른다.

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\ \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

표본평균 $\overline{Y}$는 정규분포 $N\left(m,\ \left(\frac{\sigma}{2\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

이때 표본의 크기는 자연수이므로 표준편차를

비교해 보면 $\sigma(\overline{Y})<\sigma(\overline{X})<\sigma(X)$

따라서 표준편차가 작아지면 그래프는 높아지면서

뾰족해지므로 세 확률변수 X, $\overline{X}$, $\overline{Y}$의

확률밀도함수의 그래프 순서대로 나열하면

㉢, ㉡, ㉠이다.

12) [정답] ⑤

[해설] $E(\overline{X})=7$, $\sigma(\overline{X})=\frac{3}{\sqrt{9}}=1$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(7,\ 1^2)$을 따른다.

① $P(7\leq\overline{X}\leq 8)=P(0\leq Z\leq 1)=0.3413$

② $P(\overline{X}\geq 9)=P(Z\geq 2)=0.5-0.4772=0.0228$

③ $P(5.5\leq\overline{X}\leq 9)=P(-1.5\leq Z\leq 2)$

$=0.4332+0.4772=0.9104$

④ $P(\overline{X}\leq 9.5)=P(Z\leq 2.5)=0.5+0.4938$

$=0.9938$

⑤ $P(\overline{X}\geq 8.5)+P(\overline{X}\leq 5.5)$

$=P(Z\geq 1.5)+P(Z\leq -1.5)=2(0.5-0.4332)$

$=0.1336$

13) [정답] ②

[해설] $E(\overline{X})=m=35$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{\sigma^2}{\frac{\sigma}{2}}=2\sigma$

$E(\overline{X})+V(\overline{X})=51$에서

$35+2\sigma=51$에서 $2\sigma=16$

$\therefore\ \sigma=8$

14) [정답] ②

[해설] 일주일 동안 운동하는 시간이 정규분포

$N(280,\ 45^2)$을 따르므로 25명의 운동하는 시간의

평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(280,\ 9^2)$을 따른다.

25명의 운동하는 시간의 합이 7407.25분 이상인 경우이므로

$X_1+X_2+\cdots+X_{25}\geq 7407.25$

$\overline{X}=\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_{25}}{25}$이므로

$\mathrm{P}(25\overline{X}\geq 7407.25)=\mathrm{P}(\overline{X}\geq 296.29)$

$=\mathrm{P}\left(Z\geq\dfrac{296.29-280}{9}\right)=\mathrm{P}(Z\geq 1.81)=0.0350$

따라서 무료 PT 1회 받을 확률이 0.0350이므로 그 회원 수는 $1000\times 0.0350=35$

15) [정답] ①

[해설] $\mathrm{P}\left(|\overline{X}-m|\leq\dfrac{19}{25}\right)=\mathrm{P}\left(|Z|\leq\dfrac{\frac{19}{25}}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\right)$

$=\mathrm{P}\left(|Z|\leq\dfrac{19}{100}\sqrt{n}\right)\geq 0.87$

이때 $\mathrm{P}(|Z|\leq 1.52)=0.87$이므로

$\dfrac{19}{100}\sqrt{n}\geq 1.52$, $\sqrt{n}\geq 8$ $\therefore n=64$

16) [정답] ⑤

[해설] $n=100$, $\overline{x}=77$, $\sigma=20$이고,

$\mathrm{P}(|Z|\leq 2.05)=0.96$이므로

모평균 m의 신뢰도 96 %의 신뢰구간은

$77-2.05\times\dfrac{20}{\sqrt{100}}\leq m\leq 77+2.05\times\dfrac{20}{\sqrt{100}}$

$72.9\leq m\leq 81.1$

17) [정답] ③

[해설] 모표준편차가 20이고, $\mathrm{P}(|Z|\leq 1.88)=0.94$이다.

신뢰도 94 %로 추정한 모평균 m의 신뢰구간의 길이가

5 이하이어야 하므로 표본의 크기를 n이라고 하면

$b-a=2\times 1.88\times\dfrac{20}{\sqrt{n}}\leq 5$

$\sqrt{n}\geq 15.04$, $n\geq 226.2016$

따라서 구하는 표본의 크기의 최솟값은 227이다.

18) [정답] ⑤

[해설] $n=121$, $\overline{x}=350$, $s=5.5$이고,

$\mathrm{P}(|Z|\leq k)=\dfrac{\alpha}{100}$라 하면

모평균 m의 신뢰도 α %의 신뢰구간은

$350-k\times\dfrac{5.5}{\sqrt{121}}\leq m\leq 350+k\times\dfrac{5.5}{\sqrt{121}}$

이때 $350+k\times\dfrac{5.5}{\sqrt{121}}=351.05$이므로

$k\times\dfrac{5.5}{11}=1.05$ $\therefore k=2.1$

$\therefore a=350-2.1\times\dfrac{5.5}{\sqrt{121}}=348.95$

이때 $\mathrm{P}(|Z|\leq 2.1)=0.9642$이므로 $\alpha=96.42$

$\therefore \alpha-k=94.32$

19) [정답] ⑤

[해설] 모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 1^2)$이므로

$\overline{X_A}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$을 따르고,

$\overline{X_B}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{1}{4}\right)^2\right)$을 따른다.

그러므로 확률변수 $Z_{\overline{X_A}}=\dfrac{\overline{X_A}-m}{\frac{1}{2}}$,

$Z_{\overline{X_B}}=\dfrac{\overline{X_B}-m}{\frac{1}{4}}$

은 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

ㄱ. $\sigma(\overline{X_A})=\dfrac{1}{2}$, $\sigma(\overline{X_B})=\dfrac{1}{4}$이므로

$\sigma(\overline{X_A})>\sigma(\overline{X_B})$ (참)

ㄴ. $\mathrm{P}(\overline{X_A}\leq m+1)$

$=\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_A}}\leq\dfrac{(m+1)-m}{\frac{1}{2}}\right)=\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_A}}\leq 2\right)$

$\mathrm{P}(\overline{X_B}\leq m+1)$

$=\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_B}}\leq\dfrac{(m+1)-m}{\frac{1}{4}}\right)=\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_B}}\leq 4\right)$

에서 $\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_A}}\leq 2\right)<\mathrm{P}\left(Z_{\overline{X_B}}\leq 4\right)$이다. (참)

ㄷ. $b-a$, $d-c$는 신뢰도 α %로 추정한 모평균 m의

신뢰구간의 길이이므로 $\mathrm{P}(|Z|\leq k)=\dfrac{\alpha}{100}$를

만족시키는 양수 k에 대하여

$b-a=2k\times\dfrac{1}{2}=k$, $d-c=2k\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{k}{2}$

에서 $d-c<b-a$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

20) [정답] ①

[해설] 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 표본의 크기가 n이고,

$\mathrm{P}(|Z|\leq 1.96)=0.95$이므로 모평균 m에 대한

신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq m\leq\overline{x}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

이때 신뢰구간의 양 끝 값은

$\overline{x}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=66.02$, $\overline{x}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=67.98$

의 두 식을 연립하여 풀면

$\overline{x}=67$, $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{1}{2}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

따라서 $\mathrm{P}(|Z| \le 1.69) = 0.91$이므로
모평균 m에 대한 신뢰도 $91\,\%$의 신뢰구간은
$\overline{x} - 1.69\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x} + 1.69\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
$67 - 1.69 \times \dfrac{1}{2} \le m \le 67 + 1.69 \times \dfrac{1}{2}$
이므로 신뢰구간의 길이는
$2 \times 1.69 \times \dfrac{1}{2} = 1.69$

21) [정답] ③
[해설] 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 표본의 크기가 n이고,
$\mathrm{P}(|Z| \le 1.65) = 0.901$이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 $90.1\,\%$의 신뢰구간은
$\overline{x} - 1.65\dfrac{4}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x} + 1.65\dfrac{4}{\sqrt{n}}$
이므로 신뢰구간의 길이는
$2 \times 1.65 \times \dfrac{4}{\sqrt{n}} = 1.2$에서 $\sqrt{n} = 11$
$\therefore n = 121$

22) [정답] ③
[해설] ㄱ. 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간은
$99 - 1.96 \times \dfrac{4.5}{\sqrt{81}} \le m \le 99 + 1.96 \times \dfrac{4.5}{\sqrt{81}}$
$98.02 \le m \le 99.98$이다. (참)
ㄴ. 모평균 m에 대한 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간의 길이는 $2 \times 2.58 \times \dfrac{4.5}{\sqrt{81}} = 2.58$이다. (거짓)
ㄷ. $|m - \overline{x}| \le 2.58 \times \dfrac{4.5}{\sqrt{81}} = 1.29$ (참)

23) [정답] ①
[해설] $n = 16$, $\overline{x} = 0.57$이고,
모평균 m의 신뢰도 $99\,\%$의 신뢰구간은
$0.57 - 2.58 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{16}} \le m \le 0.57 + 2.58 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{16}}$
이때 $0.57 - 2.58 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{16}} = 0.441$이므로
$2.58 \times \dfrac{\sigma}{4} = 0.129 \quad \therefore \sigma = \dfrac{1}{5}$
$\therefore a = 0.57 + 2.58 \times \dfrac{\frac{1}{5}}{\sqrt{16}} = 0.699$
$\therefore a + \sigma = 0.899$

24) [정답] ②
[해설] 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 표본의 크기가 25이고,
$\mathrm{P}(|Z| \le c) = 0.97$이므로
모평균 m에 대한 신뢰도 $97\,\%$의 신뢰구간은
$\overline{x} - c\dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{25}} \le m \le \overline{x} + c\dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{25}}$
$\overline{x} - \dfrac{c}{10} \le m \le \overline{x} + \dfrac{c}{10}$
이때 $b - a = 2 \times \dfrac{c}{10} = \dfrac{c}{5}$ 이므로 $c = 5(b-a)$