



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-20
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 이항분포

(1) 이항분포 : 한 번의 시행에서 사건 A 가 일어날 확률을 p , 일어나지 않을 확률을 $q(=1-p)$ 라 하고 n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 X 라고 하면 X 는 0, 1, 2, ..., n 의 값을 갖는 확률변수이고, X 의 확률질량함수는 $P(X=x) = {}_nC_x p^x q^{n-x}$ ($x=0, 1, 2, \dots, n$)이다. 이와 같은 확률변수 X 의 확률분포를 이항분포라 하고, 기호로 $B(n, p)$ 와 같이 나타낸다.

■ 다음 확률변수 X 중에서 그 확률분포가 이항분포인 것을 찾고, 이항분포인 것은 $B(n, p)$ 의 꼴로 나타내어라.

- 5개의 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수 X
- 6개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수 X
- 10개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 나오는 동전의 개수 X
- 명중률이 $\frac{1}{3}$ 인 양궁 선수가 7발의 화살을 쏠 때, 과녁에 명중하는 화살의 개수 X
- 주사위를 50번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수 X

- 주사위를 100번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수 X

- 검은 구슬 2개와 흰 구슬 5개 중에서 임의로 2개의 구슬을 한 개씩 차례대로 꺼낼 때, 흰 구슬의 개수 X

- 흰 공 3개와 검은 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 한 개씩 차례대로 꺼낼 때 나오는 검은 공의 개수 X

- 2개의 당첨 제비가 들어 있는 10개의 제비 중에서 임의로 2개의 제비를 한 개씩 차례대로 뽑을 때, 나오는 당첨 제비의 개수 X

■ 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(9, \frac{1}{2}\right)$ 을 따를 때, 다음 물음에 답하여라.

- X 의 확률질량함수를 구하여라.

- $P(X=3)$ 을 구하여라.

■ 자유투 성공률이 0.6인 어떤 농구 선수가 5번의 자유투를 시도할 때, 성공한 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음 물음에 답하여라.

12. $B(n, p)$ 의 꼴로 나타내어라.

13. X 의 확률질량함수를 구하여라.

14. $P(X=2)$ 를 구하여라.

■ 한 개의 동전을 10번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

15. $B(n, p)$ 의 꼴로 나타내어라.

16. X 의 확률질량함수를 구하여라.

17. 앞면이 4번 나올 확률을 구하여라.

■ 서로 다른 2개의 동전을 동시에 던지는 시행을 4회 반복할 때, 2개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

18. $B(n, p)$ 의 꼴로 나타내어라.

19. X 의 확률질량함수를 구하여라.

20. $P(X=2)$ 를 구하여라.

02 이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때,

(1) X 의 평균 : $E(X) = np$

(2) X 의 분산 : $V(X) = npq$ (단, $q = 1 - p$)

(3) X 의 표준편차 : $\sigma(X) = \sqrt{npq}$ (단, $q = 1 - p$)

(참고) 확률변수 X 의 확률이 독립시행의 확률로

나누어지면 X 는 이항분포를 따르며 이때 시행 횟수 n 과 한 번의 시행에서 어떤 사건이 일어날 확률 p 를 구하여 $B(n, p)$ 로 나타낸다.

■ 확률변수 X 가 다음과 같은 이항분포를 따를 때, X 의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

21. $B\left(3, \frac{1}{2}\right)$

22. $B\left(10, \frac{2}{5}\right)$

23. $B(10, 0.2)$

24. $B\left(36, \frac{1}{2}\right)$

25. $B\left(63, \frac{1}{3}\right)$

26. $B\left(100, \frac{1}{2}\right)$

27. $B\left(150, \frac{2}{5}\right)$

28. $B\left(128, \frac{3}{4}\right)$

29. $B\left(720, \frac{1}{6}\right)$

■ 한 개의 주사위를 45번 던졌을 때, 6의 약수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음을 구하여라.

30. 평균 $E(X)$

31. 분산 $V(X)$

32. 표준편차 $\sigma(X)$

■ 1개의 동전을 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 X 라고 할 때, 다음을 구하여라.

33. 평균 $E(X)$

34. 분산 $V(X)$

35. 표준편차 $\sigma(X)$

■ 다음 물음에 답하여라.

36. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(40, \frac{1}{4}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값

37. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{5}\right)$ 을 따를 때, $V(X)$ 의 값

38. 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르는 확률변수 X 의 평균이 5일 때, $E(X^2)$ 의 값

39. 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르는 확률변수 X 의 평균이 20, 표준편차가 4일 때, n 의 값

40. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여 X^2 의 평균이 19일 때, n 의 값

41. 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르는 확률변수 X 의 평균과 분산이 각각 $E(X)=50$, $V(X)=25$ 일 때, n 과 p 의 값

42. 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르는 확률변수 X 의 평균과 분산이 각각 $E(X)=40$, $V(X)=30$ 일 때, n 과 p 의 값

43. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때, 확률변수 X 의 평균이 20, 분산이 16이라고 할 때, n 과 p 의 값

44. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{45}C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{45-x} \quad (\text{단, } x=0, 1, \dots, 45)$$

일 때, $V(X)$ 의 값

45. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{36}C_x \left(\frac{5}{6}\right)^x \left(\frac{1}{6}\right)^{36-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 36)$$

일 때, $E(X)$ 의 값

46. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{100}C_x \cdot \frac{4^x}{5^{100}} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 100)$$

일 때, $V(X)$ 의 값

47. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{30}C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{30-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 30)$$

일 때, $E(X)$ 와 $V(X)$ 의 값

■ 다음 물음에 답하여라.

48. 한 개의 주사위를 30번 던져서 6의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균과 표준편차를 구하여라.

49. 타율이 3할인 야구 선수가 네 번의 타석에서 안타를 칠 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균과 표준편차를 구하여라.

50. 발아율이 20%인 씨앗 5000개를 뿌려 발아하는 씨앗의 개수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균을 구하여라.

51. 발아율이 0.8인 씨앗 100개를 심어서 발아된 씨앗의 개수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산을 구하여라.

52. 한 개의 주사위를 40번 던져서 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 표준편차를 구하여라.

53. 주머니에 파란 공 3개와 흰 공 2개가 있다. 이 중에서 한 개의 공을 꺼내고 다시 되돌려 놓는 시행을 100번 반복하여 흰 공이 나오는 횟수를 X 라 할 때, 확률변수 X 의 분산을 구하여라.

54. 흰 공 8개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는 시행을 100회 반복하여 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산을 구하여라.

55. 두 개의 주사위를 180번 던지는 시행에서 나오는 두 눈의 수의 곱이 소수가 되는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 확률변수 X 의 표준편차를 구하여라.

56. 치료율이 60%인 주사약을 1000명의 환자에게 놓았을 때, 치유된 환자의 수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 표준편차를 구하여라.

57. 두 사람 A , B 가 가위바위보를 15번 할 때, A 가 이기는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X^2 의 평균을 구하여라.

58. 서로 다른 두 개의 주사위를 6번 던지는 시행에서 두 눈의 수의 합이 3의 배수가 되는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 표준편차를 구하여라.

59. 한 개의 주사위를 n 번 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균은 $E(X) = 9$ 일 때, X^2 의 평균을 구하여라.

60. A 공장에서 제작하는 사탕은 3개 중 1개의 비율로 불량품이 있고, 상자를 포장하는 포장지는 4개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 90개 상자 각각에 사탕을 2개씩 넣어 포장할 때, 사탕과 포장지 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산을 구하여라.

■ 다음 물음에 답하여라.

61. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따를 때, 확률변수 $\sigma(3X-4)$ 의 값

62. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $E(X^2) = 13$ 일 때, $E(4X-7)$ 의 값

63. 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여 $E(2X+3)=13$ 일 때, $E(X^2)$ 의 값

64. 확률변수 X 가 이항분포 $B(200, p)$ 를 따르고 X 의 평균이 40일 때, $\sigma(2X+5)$ 의 값

65. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르고 $P(X=1)=4P(X=0)$ 일 때, $\sigma(2X-1)$ 의 값

66. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르고, 확률변수 $Y=\frac{1}{2}X-5$ 라 하자. $E(Y^2)$ 의 값

67. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고, $E(2X-4)=68$, $V(2X-4)=48$ 일 때, 자연수 n 의 값

■ 다음 물음에 답하여라.

68. 한 개의 주사위를 40번 던질 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 이때 확률변수 $3X-1$ 의 평균을 구하여라.

69. 동전 2개를 동시에 100번 던질 때, 모두 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, $2X+3$ 의 평균을 구하여라.

70. 20개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 X 라고 할 때 $\frac{1}{5}X+1$ 의 분산을 구하여라.

71. 어떤 핸드볼 선수의 슛 성공률은 90%이고 선수가 한 시합에서 10회의 슛을 던질 때, 슛을 성공하는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. $-10X+10$ 의 분산을 구하여라.

72. 어느 사격 선수는 10번 중에서 6번의 비율로 과녁에 명중시킨다고 한다. 이 선수가 5발을 쏠 때, 과녁에 명중시킨 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 이때 $2X-3$ 의 평균을 구하여라.

73. 주머니 안에 흰 공 3개, 검은 공 6개가 들어있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼내 공의 색을 확인한 후 다시 주머니 안에 넣는 시행을 6번 반복할 때, 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 이 때, $3X+1$ 의 분산을 구하여라.

74. 흰 구슬 3개와 붉은 구슬 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 구슬 1개를 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 4번 반복할 때, 흰 구슬이 나오는 횟수를 X 라고 하자. 이때 확률변수 $12X-5$ 의 평균을 구하여라.

75. 상자 안에 흰 공이 1개, 검은 공이 2개, 노란 공이 3개 들어 있다. 이 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공의 색을 확인한 다음 다시 넣는 시행을 18회 반복할 때, 검은 공이 나온 횟수를 확률변수 X 라 하자. $-3X+2$ 의 표준편차를 구하여라.

76. 100원짜리 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 20번 반복할 때, 두 개 모두 같은 면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 확률변수 Y 가 $Y=(2X-1)^2$ 일 때, Y 의 평균을 구하여라.

77. 자연수 전체의 집합의 세 부분집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{5, 6, 7, 8\}$, $C=\{9, 10, 11, 12\}$ 가 있다. 세 집합에서 임의로 원소를 각각 한 개씩 뽑을 때, 뽑은 세 수 중에서 4의 배수의 개수를 확률변수 X 라 하자. $-4X+3$ 의 표준편차를 구하여라.

78. 좌표평면 위의 원점에서 출발하는 점 $P(x,y)$ 는 주사위를 던져 1, 2, 3, 4의 눈이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼, 5, 6의 눈이 나오면 y 축의 방향으로 1만큼 움직인다. 주사위를 20번 던질 때, 점 P 의 x 좌표를 확률변수 X 라고 하고 점 P 의 y 좌표를 확률변수 Y 라고 할 때, $E(3X) + V(3Y-5)$ 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) $B\left(5, \frac{1}{2}\right)$

⇒ 동전을 던지는 시행은 독립시행이므로

X는 이항분포 $B\left(5, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

2) $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$

⇒ 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로

앞면이 나오는 동전의 개수 X는

이항분포 $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

3) $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$

⇒ 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로

뒷면이 나오는 동전의 개수 X는

이항분포 $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

4) $B\left(7, \frac{1}{3}\right)$

⇒ 명중률이 $\frac{1}{3}$ 이므로

과녁에 명중하는 화살의 개수 X는

이항분포 $B\left(7, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

5) $B\left(50, \frac{1}{3}\right)$

⇒ 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$ 이므로

3의 배수의 눈이 나오는 횟수 X는

이항분포 $B\left(50, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

6) $B\left(100, \frac{1}{3}\right)$

⇒ 주사위를 던지는 시행은 독립시행이고

3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$ 이므로

X는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

7) 이항분포가 아니다.

⇒ 구슬 2개를 꺼낼 때, 처음 1개를 꺼내는 시행과 다음에 1개를 뽑는 시행은 서로 독립이 아니므로 이항분포를 따르지 않는다.

8) 이항분포가 아니다.

9) 이항분포가 아니다.

⇒ 2개의 제비를 1개씩 차례대로 뽑을 때,

첫 번째 제비를 뽑는 시행과 두 번째 제비를 뽑는 시행은 서로 독립이 아니므로 이항분포를 따르지 않는다.

$$10) \begin{cases} {}_9C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=0) \\ {}_9C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{9-x} & (x=1, 2, \dots, 8) \\ {}_9C_9 \left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=9) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} {}_9C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=0) \\ {}_9C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{9-x} & (x=1, 2, \dots, 8) \\ {}_9C_9 \left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=9) \end{cases}$$

11) $\frac{21}{128}$

$$\Rightarrow P(X=3) = {}_9C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{21}{128}$$

12) $B\left(5, \frac{3}{5}\right)$

⇒ X는 이항분포 $B\left(5, \frac{3}{5}\right)$ 을 따른다.

$$13) \begin{cases} {}_5C_0 \left(\frac{2}{5}\right)^5 & (x=0) \\ {}_5C_x \left(\frac{3}{5}\right)^x \left(\frac{2}{5}\right)^{5-x} & (x=1, 2, 3, 4) \\ {}_5C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 & (x=5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} {}_5C_0 \left(\frac{2}{5}\right)^5 & (x=0) \\ {}_5C_x \left(\frac{3}{5}\right)^x \left(\frac{2}{5}\right)^{5-x} & (x=1, 2, 3, 4) \\ {}_5C_5 \left(\frac{3}{5}\right)^5 & (x=5) \end{cases}$$

14) $\frac{144}{625}$

$$\Rightarrow P(X=2) = {}_5C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{144}{625}$$

15) $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$

$$16) {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 10)$$

$$\Rightarrow P(X=x) = {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{10-x} = {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 10)$$

17) $\frac{105}{512}$

$$\Rightarrow P(X=4) = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{105}{512}$$

$$18) B\left(4, \frac{1}{4}\right)$$

⇒ 2개 모두 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$ 이므로

2개 모두 앞면이 나오는 횟수 X 는

이항분포 $B\left(4, \frac{1}{4}\right)$ 을 따른다.

$$19) P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{4-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4)$$

$$20) \frac{27}{128}$$

$$\Rightarrow P(X=2) = {}_4C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{128}$$

$$21) E(X) = \frac{3}{2}, \quad V(X) = \frac{3}{4}, \quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow E(X) = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$22) E(X) = 4, \quad V(X) = \frac{12}{5}, \quad \sigma(X) = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

$$\Rightarrow E(X) = 10 \times \frac{2}{5} = 4$$

$$V(X) = 10 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

$$23) E(X) = 2, \quad V(X) = 1.6, \quad \sigma = \sqrt{1.6}$$

$$\Rightarrow E(X) = 10 \times 0.2 = 2$$

$$V(X) = 10 \times 0.2 \times 0.8 = 1.6$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1.6}$$

$$24) E(X) = 18, \quad V(X) = 9, \quad \sigma(X) = 3$$

$$\Rightarrow E(X) = 36 \cdot \frac{1}{2} = 18$$

$$V(X) = 36 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 9$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{9} = 3$$

$$25) E(X) = 21, \quad V(X) = 14, \quad \sigma(X) = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow E(X) = 63 \times \frac{1}{3} = 21$$

$$V(X) = 63 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 14$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{14}$$

$$26) E(X) = 50, \quad V(X) = 25, \quad \sigma(X) = 5$$

$$\Rightarrow E(X) = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$V(X) = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25$$

$$\sigma(X) = \sqrt{25} = 5$$

$$27) E(X) = 60, \quad V(X) = 36, \quad \sigma(X) = 6$$

$$\Rightarrow E(X) = 150 \times \frac{2}{5} = 60$$

$$V(X) = 150 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 36$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 6$$

$$28) E(X) = 96, \quad V(X) = 24, \quad \sigma(X) = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow E(X) = 128 \times \frac{3}{4} = 96$$

$$V(X) = 128 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = 24$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$29) E(X) = 120, \quad V(X) = 100, \quad \sigma(X) = 10$$

$$\Rightarrow E(X) = n \times p = 720 \times \frac{1}{6} = 120,$$

$$V(X) = n \times p \times (1-p) = 720 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 100$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 10$$

$$30) 30$$

⇒ 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(45, \frac{2}{3}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 45 \times \frac{2}{3} = 30$$

$$31) 10$$

⇒ 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(45, \frac{2}{3}\right)$ 를 따르므로

$$V(X) = 45 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 10$$

$$32) \sqrt{10}$$

⇒ 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(45, \frac{2}{3}\right)$ 를 따르므로

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{10}$$

$$33) 50$$

⇒ 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로

앞면이 나오는 동전의 개수 X 는

이항분포 $B\left(100, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore E(X) = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$34) 25$$

$$\Rightarrow V(X) = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25$$

$$35) 5$$

$$\Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{25} = 5$$

36) 10

37) $\frac{16}{5}$ 38) $\frac{55}{2}$

$$\Rightarrow E(X) = 10 \times p = 5 \text{이므로 } p = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = \frac{5}{2} + 5^2 = \frac{55}{2}$$

39) 100

$$\Rightarrow E(X) = np = 20 \dots\dots \textcircled{A}$$

$$V(X) = np(1-p) = 16 \dots\dots \textcircled{B}$$

ⓐ에 ⓑ를 대입하면

$$20(1-p) = 16, \quad 1-p = \frac{4}{5} \quad \therefore p = \frac{1}{5}$$

$$p = \frac{1}{5} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } \frac{1}{5}n = 20$$

$$\therefore n = 100$$

40) 16

\Rightarrow 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = n \times \frac{1}{4} = \frac{n}{4},$$

$$V(X) = n \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3n}{16}$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2$$

$$\frac{3n}{16} + \left(\frac{n}{4}\right)^2 = 19, \quad n^2 + 3n - 304 = 0$$

$$(n+19)(n-16) = 0$$

$$\therefore n = 16$$

41) $n = 100, \quad p = \frac{1}{2}$ 42) $n = 160, \quad p = \frac{1}{4}$ 43) $n = 100, \quad p = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow X$ 의 평균이 20, 분산이 16이므로

$$E(X) = np = 20 \text{이고, } V(X) = np(1-p) = 16 \text{에서}$$

$$20(1-p) = 16, \quad 1-p = \frac{4}{5}$$

$$\therefore p = \frac{1}{5}$$

$$\text{이를 } np = 20 \text{에 대입하면 } n \times \frac{1}{5} = 20$$

$$\therefore n = 100$$

44) 10

45) 30

46) 16

47) $E(X) = 10, \quad V(X) = \frac{20}{3}$

\Rightarrow 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(30, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 30 \times \frac{1}{3} = 10$$

$$V(X) = 30 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$$

48) $E(X) = 5, \quad \sigma(X) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$

\Rightarrow 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 6의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이므로 X 는 이항분포 $B\left(30, \frac{1}{6}\right)$ 을 따른다.

따라서 평균과 표준편차를 구하면

$$E(X) = np = 30 \times \frac{1}{6} = 5$$

$$V(X) = np(1-p) = 5 \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{25}{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

49) $E(X) = 1.2, \quad \sigma(X) = \sqrt{0.84}$

\Rightarrow 타율이 3할이면 안타를 칠 확률이 0.3이므로 X 는 이항분포 $B(4, 0.3)$ 을 따른다.

$$E(X) = np = 4 \times 0.3 = 1.2$$

$$V(X) = np(1-p) = 1.2 \times 0.7 = 0.84$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0.84}$$

50) 1000

\Rightarrow 발아율이 20%이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(5000, \frac{1}{5}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore E(X) = 5000 \times \frac{1}{5} = 1000$$

51) 16

\Rightarrow 발아된 씨앗의 개수를 확률변수 X 라 하면

확률변수 X 는 이항분포 $B(100, 0.8)$ 을 따르므로

$$E(X) = 100 \times 0.8 = 80$$

$$V(X) = 100 \times 0.8 \times 0.2 = 16$$

52) $\sqrt{10}$

\Rightarrow 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 수가 나올

확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 확률변수 X 는

이항분포 $B\left(40, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{40 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

53) 24

54) 16

⇒ 흰 공이 나올 확률이 $\frac{4}{5}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{4}{5}\right)$ 를 따른다.

$$\therefore V(X) = 100 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = 16$$

55) 5

⇒ 두 개의 주사위에서 나오는 두 수의 곱이 소수가 되기 위해서는 하나의 주사위에서는 1의 눈이 나와야 되고, 다른 하나의 주사위에서 소수의 눈이 나와야 하며, 가능한 경우를 순서쌍으로 나타내보면 $(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (5, 1)$ 이다.

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(180, \frac{1}{6}\right)$ 을

따르므로

$$E(X) = 180 \times \frac{1}{6} = 30$$

$$V(X) = 180 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 25$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{25} = 5$$

56) $4\sqrt{15}$

⇒ 치료율이 60%이므로 확률변수 X 는

이항분포 $B\left(1000, \frac{3}{5}\right)$ 을 따른다.

$$V(X) = 1000 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = 240$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{240} = 4\sqrt{15}$$

57) $\frac{85}{3}$

⇒ A가 이길 확률이 $\frac{1}{3}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(15, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

$$E(X) = 15 \times \frac{1}{3} = 5, \quad V(X) = 15 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

이므로 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에서

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = \frac{10}{3} + 5^2 = \frac{85}{3}$$

58) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

⇒ 두 개의 주사위의 눈의 수의 합이

3의 배수의 수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

59) 87

⇒ 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

$$E(X) = 9 \text{ 이므로 } n \times \frac{1}{3} = 9 \quad \therefore n = 27$$

$$V(X) = 27 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 6$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 6 + 9^2 = 87$$

60) 20

⇒ 사탕이 합격품일 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고

포장지가 합격품일 확률은 $\frac{3}{4}$ 이므로

사탕 2개와 포장지가 모두 합격품일 확률은

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

따라서 사탕 2개와 포장지 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(90, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 90 \times \frac{1}{3} = 30$$

$$V(X) = 90 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 20$$

61) 12

⇒ 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} = 20$$

$$V(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = 16$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore \sigma(3X-4) = 3 \cdot 4 = 12$$

62) 6

$$\Rightarrow E(X) = n \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}n$$

$$V(X) = n \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}n$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{이므로}$$

$$\frac{3}{16}n = 13 - \left(\frac{1}{4}n\right)^2, \quad n^2 + 3n - 208 = 0$$

$$(n+16)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = 13$$

따라서 $E(X) = 13 \times \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ 이므로

$$E(4X-7) = 4E(X) - 7 = 4 \times \frac{13}{4} - 7 = 6$$

63) $\frac{55}{2}$

64) $8\sqrt{2}$

65) 3

⇒ 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$P(X=1) = {}_nC_1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = n \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

$$P(X=0) = {}_nC_0 \left(\frac{3}{4}\right)^n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$\text{에서 } n \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$\frac{n}{4} = 4 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\therefore n = 12$$

$$\text{따라서 } \sigma(X) = \sqrt{12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$\sigma(2X-1) = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

66) 29

$$\Rightarrow X \sim N(20, 4^2)$$

$$E(X^2) - 20^2 = 16$$

$$\therefore E\left(\frac{1}{4}X^2 - 5X + 25\right) = \frac{1}{4}E(X^2) - 5E(X) + 25 = 29$$

67) 54

68) 59

69) 53

70) $\frac{1}{5}$

⇒ 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$$V(X) = 20 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\therefore V\left(\frac{1}{5}X + 1\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 V(X) = \frac{1}{25} \times 5 = \frac{1}{5}$$

71) 90

⇒ 핸드볼 선수가 슈트를 성공할 확률은

$$\frac{90}{100} = \frac{9}{10} \text{이므로 확률변수 } X \text{는}$$

이항분포 $B\left(10, \frac{9}{10}\right)$ 를 따른다.

$$\text{따라서 } V(X) = 10 \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \text{이므로}$$

$$V(-10X + 10) = 100 V(X) = 100 \cdot \frac{9}{10} = 90$$

72) 3

⇒ 과녁에 명중시킬 확률이 $\frac{3}{5}$ 이므로

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(5, \frac{3}{5}\right)$ 을 따른다.

$$E(X) = 3$$

$$\therefore E(2X-3) = 3$$

73) 12

⇒ 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하면

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

$$V(X) = 6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$V(3X+1) = 9V(X) = 9 \times \frac{4}{3} = 12$$

74) 13

$$\Rightarrow P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{3}{8}\right)^x \left(\frac{5}{8}\right)^{4-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4) \text{이므로}$$

흰 구슬이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하면

확률변수 X 는 이항분포 $B\left(4, \frac{3}{8}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

$$E(12X-5) = 12 \times \frac{3}{2} - 5 = 13$$

75) 6

76) 381

⇒ 두 개의 동전이 같은 면이 나오는 횟수를

확률변수 X 라 하면 확률변수 X 는

이항분포 $B\left(20, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 20 \times \frac{1}{2} = 10$$

$$V(X) = 20 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\text{에서 } E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 5 + 10^2 = 105$$

$$\therefore E(Y) = E(4X^2 - 4X + 1) = 4E(X^2) - 4E(X) + 1 \\ = 4 \times 105 - 4 \times 10 + 1 = 381$$

77) 3

⇒ 각 집합에서 4의 배수를 뽑을 확률은 $\frac{1}{4}$ 로

동일하므로 $X \sim B\left(3, \frac{1}{4}\right)$ 이다.

$$\sigma(X) = \sqrt{3 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sigma(-4X+3) = 4\sigma(X) = 3$$

78) 80

⇒ 주사위를 한 번 던졌을 때 x 축의 방향으로

움직일 확률은 $\frac{2}{3}$, y 축의 방향으로 움직일 확률은

$\frac{1}{3}$ 이다. 즉, 20번을 던졌을 때 x 축으로 움직이는

횟수가 X , y 축으로 움직이는 횟수가 Y 이므로

$X \sim B\left(20, \frac{2}{3}\right)$, $Y \sim B\left(20, \frac{1}{3}\right)$ 이다.

$\therefore E(3X) + V(3Y-5)$

$$= 3E(X) + 3^2 V(Y) = 3 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} + 3^2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= 40 + 40 = 80$$