

# 2020년 삼계고 수학(하) 중간고사

## 1. 집합이 아닌 것은? [3.6점]

- ① 유리수의 모임
- ② 4의 배수의 모임
- ③ 이차방정식  $x^2=4$ 의 해의 모임
- ④ 우리 반에서 안경을 쓰지 않은 학생의 모임
- ⑤ 인구가 적은 도시의 모임

## 2. 두 집합 $A=\{x|x\text{는 }6\text{의 약수}\}$ , $B=\{x|x\text{는 }4\text{의 배수}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.0점]

<보기>

- ㄱ.  $\emptyset \in A$
- ㄴ. 두 집합  $A$ 와  $B$ 는 서로소이다.
- ㄷ. 집합  $A$ 의 진부분집합의 개수는 15개다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

## 3. 자연수 $a, b$ 에 대하여 두 집합 $A=\{a^2, 9\}$ , $B=\{4, b^2\}$ 가 서로 같을 때, $a+b$ 의 값은? [3.9점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

## 4. 어느 학교 학생 30명을 대상으로 학교 안전 홍보물을 제작하기 위하여 두 가지 안 $A, B$ 에 대해 선호도 조사를 했더니 $A$ 안을 택한 학생은 20명, $B$ 안을 택한 학생은 15명이었다. $A$ 안과 $B$ 안을 모두 택한 학생 수의 최댓값과 최솟값의 합은? [4.5점]

- ① 5
- ② 10
- ③ 15
- ④ 20
- ⑤ 25

## 5. 세 집합 $A, B, C$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ , $A \cup C = \{3, 4, 5\}$ 일 때, $A \cup (B \cap C)$ 는? [4.2점]

- ①  $\{3\}$
- ②  $\{2, 4\}$
- ③  $\{1, 3, 5\}$
- ④  $\{1, 2, 4, 5\}$
- ⑤  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

## 6. 전체집합 $U$ 의 두 부분집합 $A, B$ 에 대하여 $(B-A) \cup (A \cup B)^c$ 와 같은 집합은? [4.4점]

- ①  $A$
- ②  $A^c$
- ③  $A-B$
- ④  $B-A$
- ⑤  $A \cup B$

7. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $n(U)=30$ ,  $n(A)=15$ ,  $n(B)=10$ ,  $n(A^c \cap B^c)=10$ 일 때,  $n(A \cap B)$ 는? [4.3점]

- ① 5                      ② 10                      ③ 15                      ④ 20                      ⑤ 25

8. 참인 명제는? [3.8점]

- ① 인생은 아름답다.  
 ②  $x$ 는 10의 약수이다.  
 ③ 7은 소수이다.  
 ④ 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2+3 < 0$ 이다.  
 ⑤ 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2-1 > 0$ 이다.

9. 명제  $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 반드시 참인 것은? [4.1점]

- ①  $p \rightarrow q$                       ②  $p \rightarrow \sim q$   
 ③  $q \rightarrow p$                       ④  $\sim q \rightarrow p$   
 ⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

10. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때, 옳은 것은? [4.4점]

- ①  $P \cup Q = Q$ 이면  $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이다.  
 ② 명제  $p \rightarrow q$ 가 참이면  $Q \subset P$ 이다.  
 ③  $P - Q = \emptyset$ 이면 명제  $p \rightarrow q$ 가 참이다.  
 ④  $P \neq U$ 이면 '모든  $x$ 에 대하여  $p$ 이다.'는 참이다.  
 ⑤  $P = \emptyset$ 이면 '어떤  $x$ 에 대하여  $p$ 이다.'는 참이다.

11. 두 조건  $p, q$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.2점]

$p$ : $x$ 는 12의 약수이다.	$q$ : $x$ 는 4의 약수이다.
-----------------------	----------------------

- ①  $p$ 의 진리집합은  $\{1, 2, 4\}$ 이다.  
 ②  $q$ 의 진리집합은  $\{1, 2, 4\}$ 이다.  
 ③  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.  
 ④ 명제 ' $p$ 이면  $q$ 이다.'는 참이다  
 ⑤  $q$ 는  $p$ 이기 위한 필요충분조건이다.

12. 두 조건  $p, q$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.3점]

$p$ : $x^2 - 8x + 16 = 0$	$q$ : $x^3 - 8x^2 + 16x = 0$
---------------------------	------------------------------

- ①  $p$ 의 진리집합은  $\{1, 2, 3\}$ 이다.  
 ②  $q$ 의 진리집합은  $\{1, 2, 3\}$ 이다.  
 ③  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.  
 ④  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.  
 ⑤  $q$ 는  $p$ 이기 위한 충분조건이다.

13. 실수  $a, b, c$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.8점]

<보기>	
ㄱ. $ac=bc$ 이면 $a=b$ 이다.	
ㄴ. $a=0, b=0$ 은 $a+b\sqrt{2}=0$ 이기 위한 필요충분조건이다.	
ㄷ. $q$ 는 $p$ 이기 위한 충분조건이다.	

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ      ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ

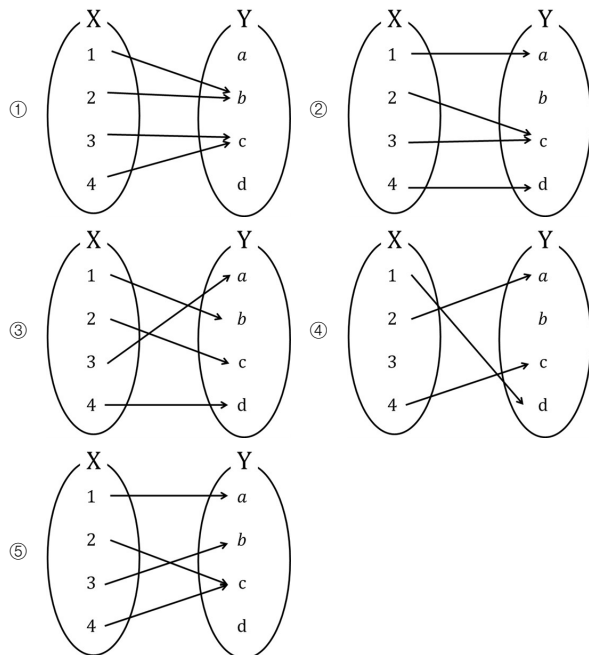
14. 양수  $a, b$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 이 각각 다음과 같다.

$p: x^2 < a$	$q: x^2 - 4 < 3x$	$r: x + b \geq 0$
--------------	-------------------	-------------------

$p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이고,  $q$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건일 때,  $a$ 의 최솟값과  $b$ 의 최솟값의 합은? [4.7점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 16      ⑤ 17

15. 다음 대응 중에서 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수가 아닌 것은? [3.7점]



16. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합일 때, 일대일 함수를 <보기>에서 모두 고른 것은? [4.0점]

<보기>	
ㄱ. $y=3x+1$	ㄴ. $y=-x^2+2$
ㄷ. $y= x $	ㄹ. $y=\begin{cases} x & (x \geq 0) \\ 2x & (x < 0) \end{cases}$

- ① ㄱ, ㄴ      ② ㄱ, ㄷ      ③ ㄱ, ㄹ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄷ, ㄹ

17. 일차함수  $f$ 에 대하여  $f^{-1}(3)=2$ ,  $(f \circ f)(2)=4$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 에 대하여  $f(2x-1)=6x+4$ 가 성립할 때, 역함수는  $f^{-1}(x)=ax+b$ 이다. 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [4.6점]

- ①  $-\frac{13}{3}$       ② -2      ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 5

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = x|x| + a$ 와 그 역함수  $f^{-1}$ 에 대하여  $f^{-1}(1) = -3$ 일 때,  $(f \circ f)^{-1}(14)$ 의 값은? [4.9점]

①  $-2\sqrt{2}$     ②  $-\sqrt{2}$     ③ 0    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{2}$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 세 함수  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = x^2 - 2x$ ,  $h(x) = -x^2 + kx$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.1점]

<보기>

- ㄱ.  $(f \circ g)(1) = 1$   
 ㄴ. 함수  $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프는  $y$ 축에 대하여 대칭이다.  
 ㄷ. 함수  $y = (g \circ f)(x) + h(x)$ 의 역함수가 존재하지 않도록 하는 정수  $k$ 의 개수는 5이다.

① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 물음에 답하시오. [총 4점]

(1) 명제 ‘ $ab=0$ 이면  $a=0$  또는  $b=0$ 이다.’의 역을 구하시오. (2점)

(2) 명제 ‘ $ab=0$ 이면  $a=0$  또는  $b=0$ 이다.’의 대우를 구하시오. (2점)

22.  $a > 2$ 일 때,  $2a + \frac{8}{a-2}$ 의 최솟값을 구하고 그 과정을 논술하시오. [5점]

23. 실수  $a, b$ 에 대하여 부등식  $|a| - |b| \leq |a - b|$ 이 성립함을 증명하고 등호가 성립할 조건을 논술하시오. [6점]

1) ⑤

2) ⑤

3) ④

4) ④

5) ①

6) ②

7) ①

8) ③

9) ②

10) ③

11) ②

12) ④

13) ③

14) ⑤

15) ④

16) ③

17) ②

18) ②

19) ①

20) ③

21) (1)  $a=0$  또는  $b=0$ 이면,  $ab=0$ 이다.  
(2)  $a \neq 0$  그리고  $b \neq 0$ 이면,  $ab \neq 0$ 이다.

22) 12

23)

①  $|a| < |b|$  일 경우

$|a| - |b| < 0$ 이고  $|a - b| \geq 0$ 이므로  $|a| - |b| < |a - b|$ 이다.

②  $|a| \geq |b|$  일 경우

$|a| - |b| \geq 0$ 이고  $|a - b| \geq 0$ 이다.

또한,

$$|a - b|^2 - (|a| - |b|)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2|a||b| - b^2$$

$$= 2(|a| \cdot |b| - ab) = 2(|ab| - ab) \text{ 이 성립하고}$$

$|ab| \geq ab$ 이므로  $(|a| - |b|)^2 \leq |a - b|^2$ 이다.

따라서  $|a| - |b| \leq |a - b|$  등호는  $|ab| = ab$  일 때, 즉  $ab \geq 0$ 이고,  
 $|a| \geq |b|$ 일 때 성립한다.