1-1-1.여러 가지 순열_천재(이준열)

◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-10
2) 제작자 : 교육지대㈜
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[원순열]

- **원순열** : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라 한다.
- 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수 ⇨ $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

[중복순열]

- **중복순열** : 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 순열을 중복순열이라 하며, 이 중복순열의 수를 기호로 ${}_n\Pi_r$와 같이 나타낸다.
- 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수

⇨ ${}_n\Pi_r=n\times n\times n\times\cdots\times n=n^r$

<참고> ${}_nP_r$에서는 $0\le r\le n$이어야 하지만 ${}_n\Pi_r$에서는 중복하여 택할 수도 있기 때문에 $r>n$이어도 된다.

[같은 것이 있는 순열]

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 순열의 수

⇨ $\dfrac{n!}{p!\times q!\times\cdots\times r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

기본문제

[예제]

1. 부모를 포함한 8명의 가족이 둥근 식탁에 둘러앉을 때, 부모가 서로 마주 보고 앉는 방법의 수는?

① 120 ② 360
③ 720 ④ 1440
⑤ 2160

[문제]

2. A, B를 포함하여 6명으로 구성된 아이돌 그룹이 하나의 원형을 만드는 안무를 구성할 때, A, B가 이웃하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)

① 24 ② 48
③ 72 ④ 144
⑤ 216

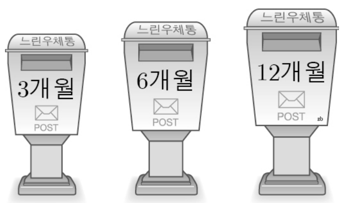
[문제]

3. 다음 중복순열의 값 중 가장 큰 값은?

① ${}_6\Pi_2$ ② ${}_3\Pi_5$
③ ${}_4\Pi_4$ ④ ${}_{10}\Pi_2$
⑤ ${}_4\Pi_5$

[예제]

4. 어느 여행지에는 3개월, 6개월, 12개월 뒤에 각각 발송되는 세 종류의 느린 우체통이 있다. 5명의 여행객이 각각 1통씩 쓴 편지를 세 종류의 우체통에 넣는 방법의 수는?



① 27 ② 64
③ 81 ④ 125
⑤ 243

[문제]

5. 진로 체험의 날에 네 명의 학생이 각각 세 개의 체험 활동 기관 A, B, C 중에서 한 곳을 택하는 방법의 수는?

① 27 ② 64
③ 81 ④ 128
⑤ 243

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[문제]

6. 다섯 개의 숫자 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ 중에서 세 개의 숫자를 택하여 세 자리 자연수를 만들려고 할 때, 만들 수 있는 짝수의 개수는? (단, 각 자리의 숫자는 서로 같아도 된다.)

① 60 ② 90
③ 120 ④ 150
⑤ 180

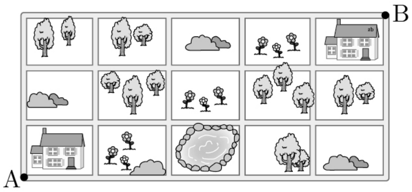
[문제]

7. 6개의 문자 $\mathrm{b},\ \mathrm{a},\ \mathrm{n},\ \mathrm{a},\ \mathrm{n},\ \mathrm{a}$을 모두 일렬로 나열할 때, 모음이 양 끝에 오도록 나열하는 방법의 수는?

① 12 ② 18
③ 24 ④ 30
⑤ 34

[예제]

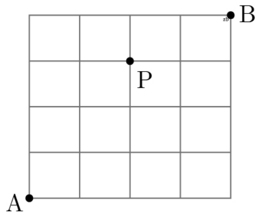
8. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는?



① 48 ② 50
③ 52 ④ 54
⑤ 56

[문제]

9. 다음 그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다. A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하시오.



① 26 ② 28
③ 30 ④ 32
⑤ 36

평가문제

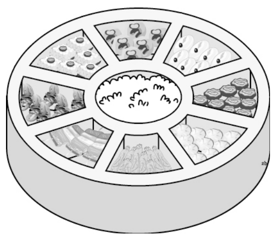
[소단원 확인 문제]

10. 여자 3명, 남자 4명을 원형으로 세울 때, 남자끼리 이웃하게 세우는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)

① 36 ② 64
③ 72 ④ 144
⑤ 180

[소단원 확인 문제]

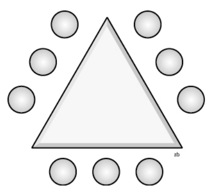
11. 다음 그림과 같은 9가지의 음식을 담을 수 있는 접시에 서로 다른 9가지의 음식을 한 칸에 한 종류씩 담는 방법의 수는? (단, 가운데 칸을 제외한 나머지 8개 칸의 모양과 크기는 모두 같고, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① $7\times7!$ ② $8\times7!$
③ $9\times7!$ ④ $8\times8!$
⑤ $9\times8!$

[소단원 확인 문제]

12. 다음 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 9명의 학생이 둘러앉는 방법의 수를 구하는 과정이다. 다음 $\dfrac{ab}{c}$의 값은?



서로 다른 9개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\boxed{a}$이고, 정삼각형 둘레에 위의 그림과 같이 배열하면 회전하여 일치하는 경우가 $\boxed{b}$가지씩 있으므로 구하는 방법의 수는 $\boxed{c}$이다.

① 1 ② 2
③ 4 ④ 9
⑤ 12

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[소단원 확인 문제]

13. ${}_n\Pi_3=729$을 만족시키는 자연수 n의 값은?

① 3 ② 5
③ 7 ④ 9
⑤ 11

[소단원 확인 문제]

14. 두 집합 $X=\{1,\ 2\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수는?

① 18 ② 20
③ 25 ④ 36
⑤ 48

[소단원 확인 문제]

15. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 네 개의 숫자를 택하여 네 자리 자연수를 만들 때, 4000보다 큰 자연수의 개수는? (단, 각 자리의 숫자는 서로 같아도 된다.)

① 210 ② 250
③ 280 ④ 300
⑤ 360

[소단원 확인 문제]

16. 각각 서로 다른 프로 야구 선수의 서명이 있는 야구공 다섯 개를 추첨을 통해 세 명의 학생 A, B, C에게 나누어 주는 방법의 수는? (단, 야구공을 못 받는 학생이 있을 수도 있다.)

① 27 ② 64
③ 81 ④ 128
⑤ 243

[소단원 확인 문제]

17. $\boxed{\text{뜸}}$, $\boxed{\text{북}}$, $\boxed{\text{뜸}}$, $\boxed{\text{북}}$, $\boxed{\text{뜸}}$, $\boxed{\text{북}}$, $\boxed{\text{새}}$ 의 7개의 카드 카드를 일렬로 나열하는 순열의 수는?

① 120 ② 140
③ 150 ④ 160
⑤ 180

[소단원 확인 문제]

18. 모양과 크기가 같은 빨간 깃발 2개, 파란 깃발 2개, 초록 깃발 3개를 모두 일렬로 나열하여 신호를 만들려고 할 때, 파란 깃발이 양 끝에 오도록 만들 수 있는 신호의 수는?

① 10 ② 12
③ 14 ④ 16
⑤ 18

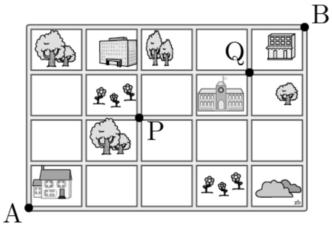
[소단원 확인 문제]

19. 올림픽 탁구의 단식 경기는 7세트 중 먼저 4세트를 이기는 사람이 승리한다. 두 선수 A, B가 6세트까지 경기를 한 후, 승리하는 선수가 A로 확정되는 경우의 수는? (단, 매 세트에 무승부는 없다.)

① 10 ② 20
③ 30 ④ 40
⑤ 50

[소단원 확인 문제]

20. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 갈 때, P지점은 지나고 Q지점은 지나지 않는 방법의 수는?

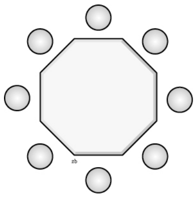


① 21 ② 22
③ 23 ④ 24
⑤ 25

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 연습 문제]

21. 토론 대회에 참여한 여덟 명의 학생이 다음 그림과 같은 모양의 정팔각형 탁자에 둘러앉아 토론을 하려고 한다. 탁자에 둘러앉는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 120　② 720
③ 5040　④ 10080
⑤ 20160

[중단원 연습 문제]

22. 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 네 개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? (단, 각 자리의 숫자는 서로 같아도 된다.)

① 120　② 148
③ 160　④ 192
⑤ 200

[중단원 연습 문제]

23. 여섯 개의 문자 A, B, B, B, B, C를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는?

① 26　② 28
③ 30　④ 32
⑤ 34

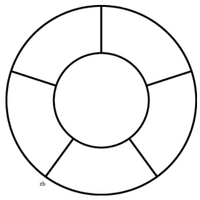
[중단원 연습 문제]

24. 네 쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 방법의 수는?

① 80　② 84
③ 88　④ 92
⑤ 96

[중단원 연습 문제]

25. 다음 그림과 같이 6개의 영역으로 나누어진 도형에 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에는 한 가지 색만 칠할 때, 도형의 각 영역을 칠하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 146　② 144
③ 142　④ 140
⑤ 138

[중단원 연습 문제]

26. 일곱 개의 문자 a, b, c, d, e, f, g를 모두 일렬로 나열할 때, b는 d의 앞에 오고 d는 f의 앞에 오도록 배열하는 방법의 수는?

① 580　② 760
③ 800　④ 840
⑤ 920

[중단원 연습 문제]

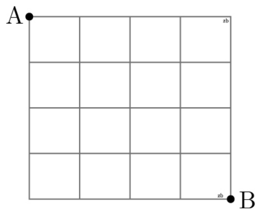
27. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 $f(1)+f(2)=4$을 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 105　② 210
③ 375　④ 430
⑤ 525

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 연습 문제]

28. 다음 그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다. 연서는 A지점에서 B지점까지, 세화는 B지점에서 A지점까지 최단 거리로 간다고 할 때, 연서와 세화가 서로 만나지 않는 방법의 수는? (단, 두 사람은 동시에 출발하여 같은 속력으로 간다.)



① 3086　② 3088　③ 3090　④ 3092　⑤ 3094

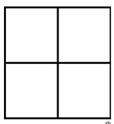
[대단원 종합 문제]

29. 다섯 사람이 가위바위보를 한 번 할 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 다섯 사람 모두 가위바위보 중 하나는 반드시 내는 것으로 한다.)

① 25　② 27　③ 81　④ 125　⑤ 243

[대단원 종합 문제]

30. 서로 다른 8가지 색 중에서 4가지 색을 골라 다음 그림과 같이 정사각형을 4등분 한 도형에 칠하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 240　② 270　③ 360　④ 420　⑤ 480

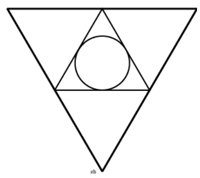
[대단원 종합 문제]

31. 일곱 개의 숫자 $1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 3$을 모두 일렬로 나열하여 일곱 자리의 수를 만들 때, 6의 배수의 개수는?

① 20　② 30　③ 40　④ 50　⑤ 60

[대단원 종합 문제]

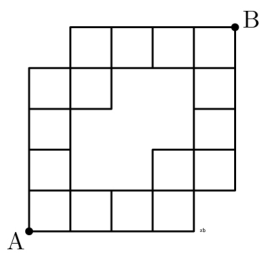
32. 다음 그림은 정삼각형의 세 변의 중점을 연결하여 정삼각형을 만들고, 그 내접원을 그린 것이다. 정삼각형 내부의 7개의 각 영역에 한 가지 색을 칠할 때, 서로 다른 9가지 색 중 7가지의 색을 사용하여 칠하는 방법의 수를 a라 할 때 $\frac{a}{90}$의 값은? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)



① 506　② 575　③ 672　④ 720　⑤ 868

[대단원 종합 문제]

33. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는?



① 80　② 81　③ 82　④ 83　⑤ 84

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[대단원 종합 문제]

34. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cap B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$을 만족시키는 두 집합 A, B를 정하는 경우의 수는?

① 16　② 27　③ 64　④ 81　⑤ 243

[대단원 종합 문제]

35. 두 집합

$A=\{a,\ b,\ c\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

에 대하여 함수 $f: A\to B$라고 할 때, $f(a)\neq 1$을 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 60　② 90　③ 120　④ 150　⑤ 180

[대단원 종합 문제]

36. 네 개의 숫자 $1,\ 2,\ 3,\ 4$와 두 개의 문자 $a,\ b$를 모두 일렬로 나열할 때, $123ab4$, $a1b234$와 같이 숫자가 작은 수부터 차례로 나열되는 경우의 수는?

① 26　② 28　③ 30　④ 32　⑤ 34

[대단원 종합 문제]

37. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$의 공집합이 아닌 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A\subset B$를 만족시키는 경우의 수는?

① 662　② 663　③ 664　④ 665　⑤ 666

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 부모 중 한 사람이 앉으면 다른 한 사람은 그 맞은 편에 앉으면 되고, 다른 가족 6명이 나머지 자리에 앉으면 된다. 이때 다른 가족 6명이 나머지 자리에 앉는 방법의 수는 6!이므로 구하는 방법의 수는

$6!=720$

2) [정답] ②

[해설] A, B를 한 명으로 생각하여 5명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$(5-1)!=4!$

그 각각의 경우에 대하여 A, B가 자리를 바꾸어 앉는 경우가 2!가지씩 있으므로 구하는 경우의 수는

$4!\times 2=48$

3) [정답] ⑤

[해설] ① ${}_6\Pi_2=6^2=36$

② ${}_3\Pi_5=3^5=243$

③ ${}_4\Pi_4=4^4=256$

④ ${}_{10}\Pi_2=10^2=100$

⑤ ${}_4\Pi_5=4^5=1024$

4) [정답] ⑤

[해설] 5명의 여행객이 각각 1통씩 쓴 편지를 세 종류의 우체통에 넣는 방법의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는

${}_3\Pi_5=3^5=243$

5) [정답] ③

[해설] 네 명의 학생이 각각 세 종류의 체험 활동 기관을 택하는 방법의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는

${}_3\Pi_4=3^4=81$

6) [정답] ①

[해설] 백의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 4

십의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는 5

일의 자리에는 0, 2, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는

$4\times 5\times 3=60$

7) [정답] ①

[해설] 모음이 양 끝에 오도록 나열하려면 a, a, a 중 2개를 양 끝에 나열해야하는데 모두 같은 문자이므로 경우의 수는 1

나머지 b, a, n, n을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$1\times 12=12$

8) [정답] ⑤

[해설] 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 5개의 a와 3개의 b를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는

$\dfrac{8!}{5!\times 3!}=56$

9) [정답] ③

[해설] 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면

(ⅰ) A지점에서 출발하여 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

2개의 a와 3개의 b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{2!\times 3!}=10$

(ⅱ) P지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

2개의 a와 1개의 b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는

$\dfrac{3!}{2!\times 1!}=3$

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times 3=30$

10) [정답] ④

[해설] 남자 4명을 한 명으로 생각하여 4명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$(4-1)!=3!$

그 각각의 경우에 대하여 남자 4명이 자리를 바꾸어 앉는 경우가 4!가지씩 있으므로 구하는 경우의 수는

$3!\times 4!=144$

11) [정답] ③

[해설] 가운데 칸에 담을 음식을 택하는 경우의 수는 9

가운데 칸을 제외한 나머지 8칸의 원순열의 수는

$(8-1)!=7!$

따라서 구하는 경우의 수는

$9\times 7!$

12) [정답] ④

[해설] 서로 다른 9개를 일렬로 나열하는 순열의 수

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

는 $\boxed{9!}$이고, 정삼각형 둘레에 위의 그림과 같이 배열하면 회전하여 일치하는 경우가 $\boxed{3}$가지씩 있으므로 구하는 방법의 수는 $\boxed{\frac{9!}{3}}$이다.

$\therefore \frac{ab}{c}=\frac{9!\times 3}{\frac{9!}{3}}=9$

13) [정답] ④

[해설] ${}_n\Pi_3=n^3=9^3=729$에서 $n=9$

14) [정답] ③

[해설] 집합 Y의 원소 1, 2, 3, 4, 5의 5개 중에서 2개를 중복하여 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_5\Pi_2=5^2=25$

15) [정답] ②

[해설] 천의 자리가 4인 자연수의 개수는
백의 자리, 십의 자리, 일의자리에는 1, 2, 3, 4, 5 가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 5^3
마찬가지로 천의자리가 5인 자연수의 개수도 5^3
따라서 4000보다 큰 자연수의 개수는
$2\times 5^3=250$

16) [정답] ⑤

[해설] 세 명의 학생에게 서로 다른 야구공 다섯 개를 나누어 주는 방법의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$3^5=243$

17) [정답] ②

[해설] $\boxed{\text{뜸}}$의 카드를 a, $\boxed{\text{북}}$의 카드를 b, $\boxed{\text{새}}$의 카드를 c라 하면 $aaabbbc$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{7!}{3!\times 3!\times 1}=140$

18) [정답] ①

[해설] 빨간 깃발을 a, 파란 깃발을 b, 초록 깃발을 c라 하면 두 개의 b를 양 끝에 고정시키고 나머지 $aaccc$를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!\times 2!}=10$

19) [정답] ①

[해설] 6세트까지 경기를 한 후, 승리하는 선수가 A이려면 5세트까지 경기에서 A가 3번 이기고 2번 진 후 6세트의 경기에서 이겨야한다.
따라서 A가 이기는 세트를 a, 지는 세트를 b라 할 때, 3개의 a와 2개의 b를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{5!}{3!\times 2!}=10$

20) [정답] ④

[해설] 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b로 나타내면
(ⅰ) A지점에서 출발하여 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수
2개의 a와 2개의 b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{4!}{2!\times 2!}=6$
(ⅱ) P지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수
3개의 a와 2개의 b를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!\times 2!}=10$
(ⅲ) P지점에서 출발하여 Q지점을 거쳐 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는
$\frac{3!}{2!\times 1!}\times\frac{2!}{1!\times 1!}=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times(10-6)=24$

21) [정답] ③

[해설] 8명의 학생이 원탁에 둘러앉는 경우의 수와 같으므로 $(8-1)!=7!=5040$

22) [정답] ④

[해설] 천의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3이 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3
백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3이 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_4\Pi_3=4^3=64$
따라서 구하는 다섯 자리 자연수의 개수는
$3\times 64=192$

23) [정답] ③

[해설] 1개의 A와 4개의 B, 1개의 C를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{6!}{1!\times 4!\times 1!}=30$

24) [정답] ⑤

[해설] 네 쌍의 부부를 각각 한 명으로 생각하여 4명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는
$(4-1)!=3!$
그 각각의 경우에 대하여 부부끼리 자리를 바꾸어 앉는 경우가 2! 가지씩 있으므로 구하는 경우의 수는
$3!\times 2!\times 2!\times 2!\times 2!=96$

25) [정답] ②

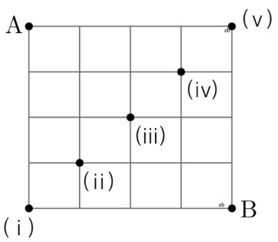
족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[해설] 가운데 영역에 칠하는 경우의 수는 6
나머지 5가지의 색으로 남은 5개의 영역을 칠하는 경우의 수는 원순열의 수와 같으므로
$(5-1)!=4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times24=144$

26) [정답] ④
[해설] b와 d, d와 f의 순서가 정해져 있으므로 b, d, f를 같은 문자 △로 본다면 $aceg$△△△를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{7!}{3!}=840$

27) [정답] ③
[해설] $f(1)+f(2)=4$을 만족시키려면
$f(1)=1$이면 $f(2)=3$
$f(1)=2$이면 $f(2)=2$
$f(1)=3$이면 $f(2)=1$
의 3가지 경우로 $f(1)$의 값이 정해지면 $f(2)$의 값도 정해진다.
따라서 $f(1)$, $f(2)$이 대응되는 경우의 수는 3
$f(3)$, $f(4)$, $f(5)$가 대응되는 경우의 수는 각각 5가지이므로 구하는 경우의 수는
$3\times5^3=375$

28) [정답] ③
[해설]



위의 그림에서와 같이 (i)~(v)의 점을 동시에 지날 때 연서와 세화가 서로 만나므로 연서는 A지점에서 B지점까지, 세화는 B지점에서 A지점까지의 전체 경우의 수에서 연서와 세화가 동시에 (i)~(v)의 점을 지나는 경우를 빼면 된다.
전체 경우의 수는 $\frac{8!}{4!\times4!}\times\frac{8!}{4!\times4!}=4900$
(i)을 지나는 경우는 $1\times1=1$
(ii)을 지나는 경우는 $\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right)\times\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right)=256$
(iii)을 지나는 경우는
$\left(\frac{4!}{2!2!}\times\frac{4!}{2!2!}\right)\times\left(\frac{4!}{2!2!}\times\frac{4!}{2!2!}\right)=1296$
(iv)을 지나는 경우는 $\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right)\times\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right)=256$
(v)을 지나는 경우는 $1\times1=1$
따라서 구하는 경우의 수는
$4900-(1+256+1296+256+1)=3090$

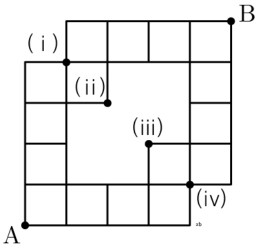
29) [정답] ⑤
[해설] 한 사람이 가위바위보를 한 번 할 때 낼 수 있는 경우의 수는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
${}_3\Pi_5=3^5=243$

30) [정답] ④
[해설] 서로 다른 8가지 색 중에서 4가지 색을 고르는 경우의 수는 ${}_8C_4=70$
고른 4가지 색으로 정사각형을 4등분 한 도형에 칠하는 방법의 수는 원순열이므로
$(4-1)!=3!=6$
따라서 구하는 방법의 수는
$70\times6=420$

31) [정답] ⑤
[해설] 6의 배수이려면 일의 자리가 짝수이어야 하고 일곱 자리의 수의 합이 3의 배수이어야 한다.
주어진 일곱 개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3의 합은 3의 배수이므로 일의 자리가 짝수만 만족하면 된다.
따라서 구하는 일곱 자리 자연수의 개수는 일의 자리의 2를 제외한 1, 1, 2, 3, 3, 3의 여섯 개를 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{6!}{2!\times3!}=60$

32) [정답] ③
[해설] 서로 다른 9가지 색 중에서 7가지의 색을 고르는 경우의 수는 ${}_9C_7=36$
고른 7가지의 색 중에서 내접원의 내부를 칠하는 경우의 수는 7
남은 6개의 색 중에서 원이 내접하고 있는 정삼각형의 3개의 영역에 칠할 경우의 수는 원순열이므로 ${}_6C_3\times(3-1)!=40$
나머지 3개의 색을 남은 3개의 영역에 칠할 경우의 수는 $3!=6$
따라서 구하는 방법의 수는
$a=36\times7\times40\times6$에서 $\frac{a}{90}=672$

33) [정답] ③
[해설]



위의 그림에서와 같이 (i)~(iv)의 점을 지나는 경우를 각각 더해오면 되므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

(ⅰ)을 지나는 경우는 $\frac{5!}{4!} \times \frac{5!}{4!} = 25$

(ⅱ)을 지나는 경우는 $\frac{4!}{3!} \times 1 \times \frac{4!}{3!} = 16$

(ⅲ)을 지나는 경우는 $\frac{4!}{3!} \times 1 \times \frac{4!}{3!} = 16$

(ⅳ)을 지나는 경우는 $\frac{5!}{4!} \times \frac{5!}{4!} = 25$

따라서 구하는 경우의 수는

$25 + 16 + 16 + 25 = 82$

34) [정답] ②

[해설] 집합 U의 원소는 $A-B$, $B-A$, $A\cap B$, $(A\cup B)^C$의 네 집합 중에서 하나에 속한다.
$A\cap B$의 원소는 정해져 있으므로 $\{2, 4, 6\}$은 나머지 세 집합 중에서 하나에 속하면 되므로 두 집합 A, B를 정하는 경우의 수는
${}_3\Pi_3 = 3^3 = 27$

35) [정답] ⑤

[해설] $f(a) \neq 1$이어야 하므로 $f(a)$가 대응 되는 값은 $2, 3, 4, 5, 6$의 5가지
$f(b)$, $f(c)$의 값은 $1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지씩 있으므로 $f(a) \neq 1$을 만족시키는 함수 f의 개수는
$5 \times 6 \times 6 = 180$
[다른 풀이] 전체 함수의 개수에서 $f(a) = 1$인 함수의 개수를 빼면 되므로
전체 함수의 개수는 6^3
$f(a) = 1$인 함수의 개수는 $f(b)$, $f(c)$의 값이 대응 되는 경우가 각각 6가지이므로 6^2
$\therefore 6^3 - 6^2 = 180$

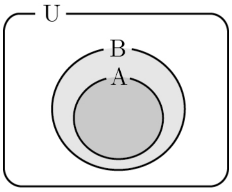
36) [정답] ③

[해설] 숫자 1, 2, 3, 4의 순서가 정해져 있으므로 1, 2, 3, 4를 모두 X로 바꾸어 생각한다.
즉, X, X, X, X, a, b를 일렬로 나열한 후 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 X를 차례로 1, 2, 3, 4로 바꾸면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\frac{6!}{4!} = 30$

37) [정답] ④

[해설] 집합 U의 원소는 A, $B-A$, B^C의 세 집합 중에서 하나에 속하고 각 경우에 A, B가 하나씩 정해지므로 구하는 순서쌍 (A, B)의 개수는
${}_3\Pi_6 = 729$
집합 A가 공집합이 아니면 집합 B도 공집합이아니므로 집합 A가 공집합인 경우의 수는 집합 U의 원소가 $B-A$, B^C의 두 집합 중에서 하나에 속하면 되므로
${}_2\Pi_6 = 2^6 = 64$

따라서 구하는 경우의 수는
$729 - 64 = 665$



Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125