



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[함수의 극한에 대한 성질]

• 두 함수 $f(x), g(x)$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta (\alpha, \beta \text{는 실수}) \text{일 때,}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c\alpha \text{ (단, } c \text{는 상수)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha + \beta$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha - \beta$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta} \text{ (단, } \beta \neq 0)$$

[함수의 극한값의 계산]

• $\frac{0}{0}$ 꼴

(1) 유리식인 경우

⇒ 분모, 분자를 인수분해 한 다음 약분하여 극한값을 구한다.

(2) 무리식인 경우

⇒ 분모, 분자 중 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 쪽을 먼저 유리화 한 후 약분하여 극한값을 구한다.• $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 : 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.• $\infty - \infty$ 꼴

(1) 다항식인 경우 ⇒ 최고차항으로 묶는다.

(2) 무리식인 경우 ⇒ 분모를 1로 보고 분자를 유리화 한다.

• $\infty \times 0$ 꼴 : $\infty \times c, \frac{c}{\infty}, \frac{0}{\infty}, \frac{\infty}{\infty}$ (c 는 상수) 꼴로 변형한다.

[함수의 극한의 대소 관계]

• 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta (\alpha, \beta \text{는 실수}) \text{일 때,}$$

 a 에 가까운 모든 실수 x 에 대하여(1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$ (2) 함수 $h(x)$ 에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$$

기본문제

[예제]

1. 함수의 극한 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

[문제]

2. 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ 일 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

[문제]

3. 극한 $\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ (x+3) + \frac{2}{x+1} \right\}$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

[예제]

4. 극한 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$ 의 값은?① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

[문제]

5. 두 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$,
 $g(x) = \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x+1}$ 에 대하여, $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + 4g(x))$ 의 값은?

- ① -5 ② -4
 ③ -3 ④ -2
 ⑤ -1

[예제]

6. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} \right)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[문제]

7. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+1}{2x-1} + \sqrt{x^2+4x} - x \right)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[예제]

8. 등식 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (b+1)x + b}{x-a} = 3$ 가 성립할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 0
 ⑤ 1

[문제]

9. 등식 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - a}{x-1} = b$ 가 성립할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 4

[예제]

10. 함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에서
 $\frac{x^2+4x-1}{2x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{x^2+4x+9}{2x^2+1}$
 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$
 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

[문제]

11. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서
 $-x^2+1 \leq f(x) \leq 4x+5$
 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 의 값은?

- ① -4 ② -3
 ③ -2 ④ -1
 ⑤ 0

평가문제

[스스로 확인하기]

12. 다음 극한값 중 가장 큰 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow 3} (x-2)$ ② $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$
 ③ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{x} \right)$ ④ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+1}$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

[스스로 확인하기]

13. 함수 $f(x) = \frac{|x-2|^2}{(x-2)(x-3)}$ 일 때, 다음 극한 중 수렴하지 않는 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ ② $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
 ③ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ④ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

[스스로 확인하기]

14. 어느 홈쇼핑에서는 매일 저녁 8시부터 30분 동안 100,000원짜리 A바지 한 벌을 60,000원으로 할인하여 판매하다가 8시 30분부터 다시 100,000원으로 판매하고 있다. 저녁 8시부터 x 분이 지난 후의 A바지 한 벌의 가격을 $f(x)$ 원이라 할 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 10} f(x) + \lim_{x \rightarrow 30} |f(x) - 80,000| + \lim_{x \rightarrow 50} f(x)$ 의 값은? (단, $0 \leq x \leq 60$)

- ① 150,000 ② 160,000
③ 170,000 ④ 180,000
⑤ 190,000

[스스로 확인하기]

15. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 1$ 일 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 2} [\{f(x)\}^2 - 2g(x)]$ 의 값은?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

[스스로 확인하기]

16. 극한 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4} - \frac{6\sqrt{x+7} - 18}{x - 2} \right)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

17. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 1} - x \right)$ 의 값은?
- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

18. 등식 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + ax + b}{x + 3} = 4$ 가 성립할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?
- ① 28 ② 29
③ 30 ④ 31
⑤ 32

[스스로 확인하기]

19. 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에서 $x^2 + 2x - 1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 7$ 을 만족시킬 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{f(x)}$ 의 값은?

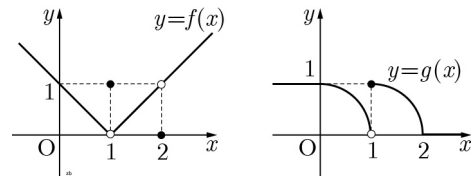
- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

20. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x^2 + 1} - 3}{x - 1} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 7} + 1}{x + 3}$ 의 값은?
- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[스스로 마무리하기]

21. 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x)g(x)\}$ 의 값은?



- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[스스로 마무리하기]

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

[스스로 마무리하기]

23. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x^2+7}-4}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
 ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$
 ⑤ $\frac{5}{3}$

[스스로 마무리하기]

24. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax-1}{\sqrt{x^2+1}+1} = 3$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[스스로 마무리하기]

25. 등식 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = \frac{5}{3}$ 이 성립할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 10

[스스로 마무리하기]

26. 두 등식 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 8,$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2bx} - x) = -2$ 이 성립할 때, 두 상수

a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[스스로 마무리하기]

27. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 3g(x)\} = 1$ 을 만족시킬

때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) + g(x)}{f(x) - g(x)}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3
 ③ 5 ④ 7
 ⑤ 9

[스스로 마무리하기]

28. 다음 두 등식을 모두 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-1)$ 의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 2, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

- ① -3 ② -1
 ③ 1 ④ 3
 ⑤ 5

[스스로 마무리하기]

29. 곡선 $y = x^2$ 위의 한 점 $P(t, t^2)$ 과 세 점

$A(3, 0), B(0, 9), C(3, 9)$ 가 있다. 삼각형 PBC와 삼각형 PCA의 넓이의 합을 $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 3^-} \frac{2f(t)}{3-t}$ 의 값은? (단, $0 < t < 3$)

- ① 18 ② 21
 ③ 24 ④ 27
 ⑤ 30

[스스로 마무리하기]

30. x 축 위의 점 $P(a, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = x^2$, 원 $x^2 + (y-6)^2 = 36$ 과 만나는 점을 아래부터 차례로 A, B라 하자. $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AP}}{\overline{BP}}$ 의 값은? (단, $0 < a < 6$ 이고 점 A의 y 좌표는 6보다 작다.)

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$
 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$
 ⑤ $\frac{1}{2}$

유사문제

31. 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt{x^2 - x} - x}$ 의 값을 구하면?

- ① -10 ② -5
 ③ -2 ④ 0
 ⑤ 5

32. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + 12}{\sqrt{x+1} - 2} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -5 ② -7
 ③ -9 ④ -11
 ⑤ -13

33. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 5$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \{3f(x) - g(x)\}$ 의 극한값을 구하시오.

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

34. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{8}$
 ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$
 ⑤ $\frac{1}{2}$

35. 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$5x - 3 < f(x) < \frac{5x^2 + 2x + 3}{x + 1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5



정답 및 해설

1) [정답] ①

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 1 \end{aligned}$$

2) [정답] ③

$$\text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

3) [정답] ②

$$\text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ (x+3) + \frac{2}{x+1} \right\} = 4 + 1 = 5$$

4) [정답] ①

$$\text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{4}$$

5) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x+1} = -5 \\ \lim_{x \rightarrow -1} 4g(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} 4 \times \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4}{\sqrt{x+5} + 2} = 1 \\ \therefore \lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + 4g(x)) &= -4 \end{aligned}$$

6) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 2 \end{aligned}$$

7) [정답] ⑤

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+1}{2x-1} + \sqrt{x^2+4x} - x \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 + \frac{1}{x}}{2 - \frac{1}{x}} + \frac{4x}{\sqrt{x^2+4x} + x} \right) \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

8) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (b+1)x + b}{x-a} &= 3 \\ \text{에서 } 1^2 - (b+1) + b &= 0 \text{ 이므로 } 1-a=0 \\ \text{즉, } a &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (b+1)x + b}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} (x-b) = 3 \\ 1-b &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } b = -2$$

$$\therefore a+b = -1$$

9) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - a}{x-1} &= b \text{ 에서 (분모)} \rightarrow 0 \text{ 이므로} \\ \text{(분자)} &\rightarrow 0 \text{ 이어야 한다.} \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \sqrt{1+3} - a = 0$$

$$a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2} = b$$

$$\text{즉, } b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore ab = \frac{1}{2}$$

10) [정답] ④

$$\text{[해설]} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x + 9}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{2}$$

11) [정답] ②

$$\text{[해설]} \lim_{x \rightarrow -2} (-x^2 + 1) = -3, \lim_{x \rightarrow -2} (4x + 5) = -3$$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -3$$

12) [정답] ⑤

$$\text{[해설]} \textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 1$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{x} \right) = 3$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+1} = 0$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = 4$$

따라서 가장 큰 것은 ⑤이다.

13) [정답] ⑤

[해설] ①, ②, ③은 (분모) $\neq 0$ 이므로 수렴한다.

$$\textcircled{4} \text{에서는 } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x-3} = 0$$

⑤에서는 (분모) $\rightarrow 0$ 이나 (분자) $\rightarrow 0$ 이 아니므로 수렴하지 않는다.

14) [정답] ④

$$\text{[해설]} f(x) = \begin{cases} 60,000 & (0 \leq x < 30) \\ 100,000 & (30 \leq x < 60) \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} f(x) = 60,000$$

$$\lim_{x \rightarrow 30} |f(x) - 80,000| = 20,000$$

$$\lim_{x \rightarrow 50} f(x) = 100,000 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} f(x) + \lim_{x \rightarrow 30} |f(x) - 80,000| + \lim_{x \rightarrow 50} f(x) = 180,000$$

15) [정답] ④

[해설] $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x)\}^2 = 9$

따라서 $\lim_{x \rightarrow 2} [\{f(x)\}^2 - 2g(x)] = 9 - 2 = 7$

16) [정답] ①

[해설] $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4} - \frac{6\sqrt{x+7} - 18}{x - 2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+6}{x+2} - \frac{6}{\sqrt{x+7}+3} \right)$
 $= \frac{8}{4} - \frac{6}{6} = 1$

17) [정답] ⑤

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 1} - x \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{1}{x^2}} + \frac{4x + 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x} \right)$
 $= 3 + 2 = 5$

18) [정답] ④

[해설] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + ax + b}{x + 3} = 4$ 에서 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로

(분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

즉, $9 - 3a + b = 0$, $b = 3a - 9$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x+a-3)}{x+3} = a - 6 = 4$$

$a = 10$, $b = 21$

$\therefore a + b = 31$

19) [정답] ②

[해설] $x > -1 + \sqrt{2}$ 일 때,

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 7} \leq \frac{1}{f(x)} \leq \frac{1}{x^2 + 2x - 1}$$

x 가 양의 실수이므로 각 변에 $2x^2 - 1$ 을 곱해주

면 $x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 에서

$$\frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2x + 7} \leq \frac{2x^2 - 1}{f(x)} \leq \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 1}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2x + 7} = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 1} = 2$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{f(x)} = 2$$

20) [정답] ①

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x^2+1}-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+7}+1}{x+3} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{k^2+7}+1}{-k+3} = -1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x^2+1}-3}{x-1} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+7}+1}{x+3} = 1$$

21) [정답] ③

[해답] $\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) = 1$

$\lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x)g(x)\} = 0$ 이므로

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1+} g(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} \{f(x)g(x)\} = 1$$

22) [정답] ⑤

[해답] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)(x+1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x+1} = \frac{8}{4} = 2$

23) [정답] ④

[해답] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x^2+7}-4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}{(\sqrt{x^2+7}-4)(\sqrt{x^2+7}+4)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}{x^2+7-16}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}{(x+3)(x-3)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7}+4}{x+3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

24) [정답] ③

[해답] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax-1}{\sqrt{x^2+1}+1} = 3$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{1}{x}} = 3$$

$\therefore a = 3$

25) [정답] ②

[해답] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = \frac{5}{3}$ 에서

(분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

즉, $1 + a + b = 0$

$b = -1 - a$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+a+1)(x-1)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a+1}{x+2} = \frac{2+a}{3} = \frac{5}{3}$$

$$2+a=5$$

$$a=3, b=-4$$

$$\therefore a-b=7$$

26) [정답] ②

[해설] $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} (x + a) = 8$

$$a=4$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2bx} - x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2bx}{\sqrt{x^2 + 2bx} + x} = \frac{2b}{2} = -2$$

$$b=-2$$

$$\therefore a+b=2$$

27) [정답] ③

[해설] $f(x) - 3g(x) = h(x)$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 1, f(x) = 3g(x) + h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{h(x)}{g(x)} = 0$$

따라서 구하는 극한값은

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) + g(x)}{f(x) - g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10g(x) + 3h(x)}{2g(x) + h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10 + 3 \times \frac{h(x)}{g(x)}}{2 + \frac{h(x)}{g(x)}} = \frac{10}{2} = 5$$

28) [정답] ②

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 2$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수

가 2인 이차함수임을 알 수 있다.

$$\text{또, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 0} x = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \text{ 즉 } f(0) = 0$$

따라서 $f(x) = 2x^2 + ax$ (a 는 상수)로 놓고

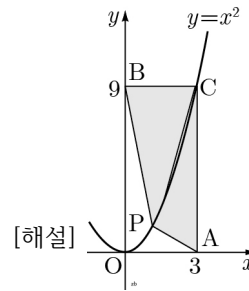
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3 \text{에 대입하면}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + a) = a = 3$$

$$\text{즉 } f(x) = 2x^2 + 3x$$

$$\therefore f(-1) = -1$$

29) [정답] ④



[해설]

$$f(t) = \triangle PBC + \triangle PCA$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times (9 - t^2) + \frac{1}{2} \times 9 \times (3 - t)$$

$$\text{따라서 } 2f(t) = -3t^2 - 9t + 54$$

$$\lim_{t \rightarrow 3^-} \frac{2f(t)}{3-t} = \lim_{t \rightarrow 3^-} \frac{(3-t)(3t+18)}{3-t} = 27$$

30) [정답] ①

[해설] $A(a, 6 - \sqrt{36 - a^2}), B(a, a^2)$ 이므로

$$\overline{PA} = 6 - \sqrt{36 - a^2}, \overline{PB} = a^2$$

따라서 구하는 극한값은

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{6 - \sqrt{36 - a^2}}{a^2}$$

$$= \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{(6 - \sqrt{36 - a^2}) \times (6 + \sqrt{36 - a^2})}{a^2 \times (6 + \sqrt{36 - a^2})}$$

$$= \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{1}{6 + \sqrt{36 - a^2}} = \frac{1}{12}$$

31) [정답] ①

[해설] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt{x^2 - x} - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5(\sqrt{x^2 - x} + x)}{-x}$

$$= \frac{5(1+1)}{-1} = -10$$

32) [정답] ④

[해설] $x \rightarrow 3$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax + 12) = 0 \text{에서}$$

$$9 + 3a + 12 = 0, 3a = -21 \quad \therefore a = -7$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{\sqrt{x+1} - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x-4)(\sqrt{x+1}+2) = -4$$

따라서 $a = -7, b = -4$ 이므로

$$a+b = -11$$

33) [정답] ④

[해설] $\lim_{x \rightarrow 0} \{3f(x) - g(x)\} = 3\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

$$= 9 - 5 = 4$$

34) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
& \text{[해설]} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 (\sqrt{x^2+1} + x)}{\sqrt{x^2+1}} \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 (\sqrt{x^2+1} + x) (\sqrt{x^2+1} - x)}{\sqrt{x^2+1} (\sqrt{x^2+1} - x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1} (\sqrt{x^2+1} - x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 + 1 - x \sqrt{x^2+1}} \\
&= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k^2}{k^2 + 1 + k \sqrt{k^2+1}} \\
&= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{k^2} + \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

35) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
& \text{[해설]} \frac{5x-3}{x} < \frac{f(x)}{x} < \frac{5x^2+2x+3}{x^2+x} \text{에서} \\
& \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-3}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+2x+3}{x^2+x} = 5 \text{이므로} \\
& \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 5
\end{aligned}$$