# (3)이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계



## 01 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 교점의 $x$좌표는 두 식을 연립한 이차방정식

$ax^2+bx+c=mx+n$, 즉

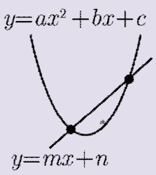
$ax^2+(b-m)x+c-n=0$ …㉠

의 실근이다.

따라서 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 ㉠의 판별식 $D$의 부호에 따라 다음과 같이 결정된다.

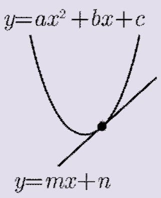
① $D>0$

서로 다른 두 점에서 만난다. ⇒ 교점이 2개



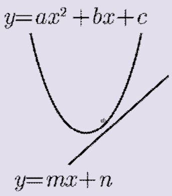

② $D=0$

한 점에서 만난다.(접한다.) ⇒ 교점이 1개




③ $D<0$

만나지 않는다. ⇒ 교점이 없다.




◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 말하여라.

**1.** $y=x^2+2x+2$, $y=-x+1$

**2.** $y=x^2-4x+5$, $y=2x-4$

**3.** $y=x^2+6x-5$, $y=-2x+4$

**4.** $y=2x^2-3x+4$, $y=x+2$

**5.** $y=2x^2-3x-1$, $y=x+2$

**6.** $y=-x^2+6x+1$, $y=2x+7$

**7.** $y=-2x^2+x-4$, $y=-5x+1$

**8.** $y=3x^2-7x-4$, $y=-x-1$

**9.** $y=3x^2-2x+1$, $y=-3x$

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 $k$의 값의 범위를 구하여라.

**10.** $y=x^2-2x+4, y=x+k$

**11.** $y=2x^2-x+1, y=2x-k$

**12.** $y=x^2-1, y=2x+k$

**13.** $y=-x^2+3x+5, y=x-2k$

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 한 점에서 만날 때, 실수 $k$의 값을 구하여라.

**14.** $y=x^2-2x+4, y=x+k$

**15.** $y=2x^2-x+1, y=2x-k$

**16.** $y=x^2-1, y=2x+k$

**17.** $y=2x^2+kx+1, y=5x-1$

**18.** $y=-x^2-2x+k, y=2x+3$

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않을 때, 실수 $k$의 값의 범위를 구하여라.

**19.** $y=x^2-2x+4, y=x+k$

**20.** $y=2x^2-x+1, y=2x-k$

**21.** $y=x^2-1, y=2x+k$

**22.** $y=x^2-2x+4, y=x+2k$

**23.** $y=4x^2-3x+2, y=x+k$

**24.** $y=x^2-3x+1, y=x-3k$

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 적어도 한 점에서 만날 때, 실수 $k$의 값의 범위를 구하여라.

**25.** $y=x^2-2x+k, y=2x-1$

**26.** $y=x^2-x+2,\ y=x+k$

**27.** $y=x^2+3x+1,\ y=2x+k$

**28.** $y=2x^2-x+2,\ y=x+k$

**29.** $y=x^2+2kx+k^2,\ y=2x+1$

**30.** $y=x^2+3kx-k,\ y=kx-k^2-1$

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 다음과 같은 위치 관계에 있을 때, 실수 $k$의 값 또는 범위를 구하여라.

**31.** $y=x^2-3x+2,\ y=x-k$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

**32.** $y=2x^2-3x+1,\ y=x+k$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

**33.** $y=x^2+x+k,\ y=3x$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

**34.** $y=-x^2+x-k,\ y=-x+2$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

**35.** $y=x^2+2kx+k^2,\ y=2x-5$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

**36.** $y=x^2-3x-4,\ y=x+k$

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

## 02 ~의 값에 관계없이 이차함수의 그래프와 직선이 접할 경우

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$이 $k$의 값에 관계없이 접할 때,

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$의 판별식 $D=0$을 이용하여 $pk+q=0$의 꼴로 정리한다.

② $k$에 대한 항등식의 성질 $p=0$, $q=0$임을 이용한다.

◪ **다음 이차함수의 그래프와 직선이 $k$의 값에 관계없이 접할 때, 상수 $m$, $n$의 값을 구하여라.**

**37.** $y=x^2-2kx+k^2-1$, $y=mx+n$

**38.** $y=x^2-2kx+k^2-2$, $y=mx+n$

**39.** $y=x^2+2kx+k^2+k$, $y=mx+n$

**40.** $y=x^2-2kx+k^2+2k$, $y=mx+n$

**41.** $y=x^2-2kx+k^2+6k$, $y=mx+n$

## 03 이차함수의 그래프와 직선의 교점

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$의 교점의 $x$좌표는

$\Rightarrow$ 이차방정식 $f(x)=g(x)$의 실근과 같다.

◪ **다음 두 함수의 그래프의 교점의 $x$좌표를 구하여라.**

**42.** $y=-x^2+4x+1$, $y=-x+5$

**43.** $y=x^2-x+5$, $y=3x+1$

**44.** $y=x^2+2x+2$, $y=-x+1$

**45.** $y=2x^2-x+3$, $y=-2x+4$

**46.** $y=3x^2-3x+2$, $y=x+1$

**47.** $y=5x^2-x$, $y=2x+2$

**48.** $y=-4x^2-2x+1$, $y=2x+2$

◪ 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 두 교점의 $x$좌표가 다음과 같을 때, 상수 $m, n$의 값을 구하여라.

**49.** $y=x^2-1$ [두 교점의 $x$좌표: $-2, 3$]

**50.** $y=2x^2+3$ [두 교점의 $x$좌표: $-3, 1$]

**51.** $y=x^2-3x-1$ [두 교점의 $x$좌표: $1, -5$]

**52.** $y=-x^2+2x+3$ [두 교점의 $x$좌표: $-2, 1$]

**53.** $y=2x^2-3x+1$ [두 교점의 $x$좌표: $-2, 3$]

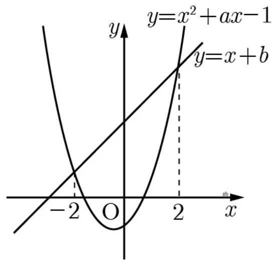
**54.** $y=-x^2-2x+3$ [두 교점의 $x$좌표: $1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$]

**55.** $y=x^2-2x+3$ [두 교점의 $x$좌표: $2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}$]

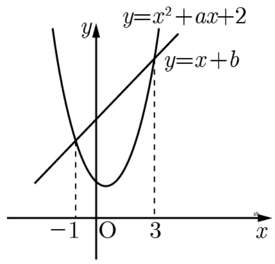
**56.** $y=x^2-4x+2$ [두 교점의 $x$좌표: $1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$]

◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선이 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 $a, b$의 값을 구하여라.

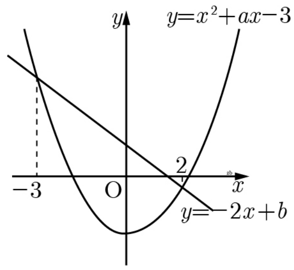
**57.** 이차함수 $y=x^2+ax-1$과 직선 $y=x+b$



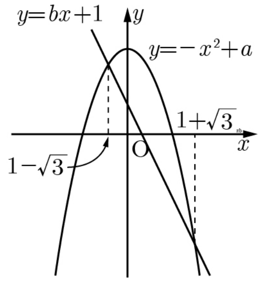

**58.** 이차함수 $y=x^2+ax+2$와 직선 $y=x+b$




**59.** 이차함수 $y=x^2+ax-3$과 직선 $y=-2x+b$



**60.** 이차함수 $y=-x^2+a$과 직선 $y=bx+1$




◪ 다음 이차함수의 그래프와 직선의 두 교점 사이의 거리를 구하여라.

**61.** $y=-x^2+4x+2,\ y=-x+1$

**62.** $y=x^2-6x+1,\ y=x-5$

**63.** $y=3x^2-3x+2,\ y=x+1$

**64.** $y=5x^2-x,\ y=2x+2$

◪ 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=mx+n$은 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 중 한 점의 $x$좌표가 [  ]안에 주어졌을 때, 유리수 $m$, $n$의 값을 구하여라.

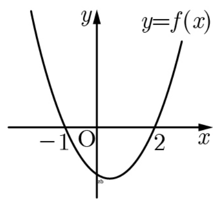
**65.** $y=x^2+2x$ $[x=1+\sqrt{5}]$

**66.** $y=x^2-3x+1$ $[x=1-\sqrt{2}]$

**67.** $y=x^2+x-3$ $[x=1-\sqrt{3}]$

**68.** $y=x^2+4x$ $[x=\sqrt{2}-1]$

◪ 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음을 구하여라.




**69.** 이차방정식 $f(x)=1$의 두 근의 합

**70.** 이차방정식 $f(x)=8$의 두 근의 합

**71.** 이차방정식 $f(x)=20$의 두 근의 합

**72.** 이차방정식 $f(x)=x$의 두 근의 곱

**73.** 이차방정식 $f(x)=-3x$의 두 근의 곱

**74.** 이차방정식 $f(x)=5x$의 두 근의 곱

## 정답 및 해설

1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
⇨ $x^2+2x+2=-x+1$, 즉 $x^2+3x+1=0$의 판별식을 $D$라 하면 $D=3^2-4\cdot1\cdot1=5>0$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

2) 한 점에서 만난다.
⇨ $x^2-4x+5=2x-4$에서 $x^2-6x+9=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot9=0$
따라서 이차함수 $y=x^2-4x+5$의 그래프와 직선 $y=2x-4$는 한 점에서 만난다.

3) 서로 다른 두 점에서 만난다.
⇨ $x^2+6x-5=-2x+4$에서
$x^2+8x-9=0$ ⋯ ㉠
이때, ㉠의 판별식을 $D$라고 하면
$\frac{D}{4}=4^2-(-9)=25>0$
따라서 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

4) 한 점에서 만난다.(접한다.)
⇨ $2x^2-3x+4=x+2$, 즉 $x^2-2x+1=0$의 판별식을 $D$라 하면 $\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot1=0$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 한 점에서 만난다. (접한다.)

5) 서로 다른 두 점에서 만난다.
⇨ $2x^2-3x-1=x+2$에서 $2x^2-4x-3=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$\frac{D}{4}=(-2)^2-2\cdot(-3)=10>0$
따라서 이차함수 $y=2x^2-3x-1$의 그래프와 직선 $y=x+2$는 서로 다른 두 점에서 만난다.

6) 만나지 않는다.
⇨ $-x^2+6x+1=2x+7$, 즉 $x^2-4x+6=0$의 판별식을 $D$라 하면 $\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot6=-2<0$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

7) 만나지 않는다.
⇨ $-2x^2+x-4=-5x+1$에서
$2x^2-6x+5=0$ ⋯ ㉠
이때, ㉠의 판별식을 $D$라고 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-2\cdot5=-1<0$
따라서 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

8) 서로 다른 두 점에서 만난다.
⇨ $3x^2-7x-4=-x-1$에서
$3x^2-6x-3=0$
$x^2-2x-1=0$ ⋯ ㉠
이때, ㉠의 판별식을 $D$라고 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-(-1)=2>0$
따라서 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

9) 만나지 않는다.
⇨ $3x^2-2x+1=-3x$에서 $3x^2+x+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$D=1^2-4\cdot3\cdot1=-11<0$
따라서 이차함수 $y=3x^2-2x+1$의 그래프와 직선 $y=-3x$는 만나지 않는다.

10) $k>\frac{7}{4}$
⇨ $x^2-2x+4=x+k$에서 $x^2-3x+4-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(4-k)=4k-7>0$ $\therefore k>\frac{7}{4}$

11) $k<\frac{1}{8}$
⇨ $2x^2-x+1=2x-k$에서 $2x^2-3x+k+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot(k+1)=1-8k>0$ $\therefore k<\frac{1}{8}$

12) $k>-2$
⇨ $x^2-1=2x+k$에서 $x^2-2x-k-1=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-k-1)=k+2>0$ $\therefore k>-2$

13) $k>-3$
⇨ $-x^2+3x+5=x-2k$에서 $x^2-2x-2k-5=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$D=(-1)^2-1\cdot(-2k-5)=2k+6>0$ $\therefore k>-3$

14) $k=\frac{7}{4}$
⇨ $x^2-2x+4=x+k$에서 $x^2-3x+4-k=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면
$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(4-k)=4k-7=0$ $\therefore k=\frac{7}{4}$

15) $k=\frac{1}{8}$
⇨ $2x^2-x+1=2x-k$에서 $2x^2-3x+k+1=0$
이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot(k+1)=1-8k=0$ $\therefore k=\dfrac{1}{8}$

16) $k=-2$

⇨ $x^2-1=2x+k$에서 $x^2-2x-k-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-k-1)=k+2=0$ $\therefore k=-2$

17) $k=1$ 또는 $k=9$

⇨ $2x^2+kx+1=5x-1$에서 $2x^2+(k-5)x+2=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(k-5)^2-4\cdot2\cdot2=k^2-10k+9=0$

$(k-1)(k-9)=0$ $\therefore k=1$ 또는 $k=9$

18) $k=-1$

⇨ $-x^2-2x+k=2x+3$에서 $x^2+4x+3-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=2^2-1\cdot(3-k)=k+1=0$ $\therefore k=-1$

19) $k<\dfrac{7}{4}$

⇨ $x^2-2x+4=x+k$에서 $x^2-3x+4-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(4-k)=4k-7<0$ $\therefore k<\dfrac{7}{4}$

20) $k>\dfrac{1}{8}$

⇨ $2x^2-x+1=2x-k$에서 $2x^2-3x+k+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot(k+1)=1-8k<0$ $\therefore k>\dfrac{1}{8}$

21) $k<-2$

⇨ $x^2-1=2x+k$에서 $x^2-2x-k-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-k-1)=k+2<0$ $\therefore k<-2$

22) $k<\dfrac{7}{8}$

⇨ $x^2-2x+4=x+2k$에서 $x^2-3x+4-2k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(4-2k)=8k-7<0$ $\therefore k<\dfrac{7}{8}$

23) $k<1$

⇨ $4x^2-3x+2=x+k$에서 $4x^2-4x+2-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-2)^2-4\cdot(2-k)=4k-4<0$ $\therefore k<1$

24) $k>1$

⇨ $x^2-3x+1=x-3k$에서 $x^2-4x+3k+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(3k+1)=-3k+3<0$ $\therefore k>1$

25) $k\le3$

⇨ 이차함수 $y=x^2-2x+k$의 그래프와 직선 $y=2x-1$이 적어도 한 점에서 만나려면 이차방정식 $x^2-2x+k=2x-1$, 즉 $x^2-4x+k+1=0$의 판별식을 $D$라고 할 때, $D\ge0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=(-2)^2-(k+1)=3-k\ge0$

$\therefore k\le3$

26) $k\ge1$

⇨ $x^2-x+2=x+k$에서

$x^2-2x+2-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(2-k)=k-1\ge0$ $\therefore k\ge1$

27) $k\ge\dfrac{3}{4}$

⇨ 이차함수 $y=x^2+3x+1$의 그래프와 직선 $y=2x+k$이 적어도 한 점에서 만나려면 이차방정식 $x^2+3x+1=2x+k$, 즉 $x^2+x+(1-k)=0$의 판별식을 $D$라고 할 때, $D\ge0$이어야 하므로

$1-4(1-k)\ge0$

$4k-3\ge0$

$\therefore k\ge\dfrac{3}{4}$

28) $k\ge\dfrac{3}{2}$

⇨ $2x^2-x+2=x+k$, 즉 $2x^2-2x+2-k=0$의 판별식을 $D$라 하면 $\dfrac{D}{4}=(-1)^2-2\cdot(2-k)=2k-3$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 적어도 한 점에서 만나려면 $D\ge0$이어야 하므로

$2k-3\ge0$ $\therefore k\ge\dfrac{3}{2}$

29) $k\le1$

⇨ $x^2+2kx+k^2=2x+1$에서

$x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-1\cdot(k^2-1)=-2k+2\ge0$ $\therefore k\le1$

30) $k\ge1$

⇨ $x^2+3kx-k=kx-k^2-1$에서

$x^2+2kx+k^2-k+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-1\cdot(k^2-k+1)=k-1\geq 0 \quad \therefore k\geq 1$

31) (1) $k<2$ (2) $k=2$ (3) $k>2$

⇨ $x^2-3x+2=x-k$에서

$x^2-4x+2+k=0$의 판별식을 $D$라고 하면

(1) $\frac{D}{4}=(-2)^2-(2+k)=2-k>0 \quad \therefore k<2$

(2) $\frac{D}{4}=2-k=0 \quad \therefore k=2$

(3) $\frac{D}{4}=2-k<0 \quad \therefore k>2$

32) (1) $k>-1$ (2) $k=-1$ (3) $k<-1$

⇨ $2x^2-3x+1=x+k$에서

$2x^2-4x+1-k=0$의 판별식을 $D$라고 하면

(1) $\frac{D}{4}=(-2)^2-2(1-k)=4-2+2k=2+2k>0$

$\therefore k>-1$

(2) $\frac{D}{4}=2+2k=0 \quad \therefore k=-1$

(3) $\frac{D}{4}=2+2k<0 \quad \therefore k<-1$

33) (1) $k<1$ (2) $k=1$ (3) $k>1$

⇨ $x^2+x+k=3x$에서

$x^2-2x+k=0$의 판별식을 $D$라고 하면

(1) $\frac{D}{4}=(-1)^2-k=1-k>0 \quad \therefore k<1$

(2) $\frac{D}{4}=1-k=0 \quad \therefore k=1$

(3) $\frac{D}{4}=1-k<0 \quad \therefore k>1$

34) (1) $k<-1$ (2) $k=-1$ (3) $k>-1$

⇨ $-x^2+x-k=-x+2$에서

$x^2-2x+k+2=0$의 판별식을 $D$라고 하면

(1) $\frac{D}{4}=(-1)^2-(k+2)=-1-k>0 \quad \therefore k<-1$

(2) $\frac{D}{4}=-1-k=0 \quad \therefore k=-1$

(3) $\frac{D}{4}=-1-k<0 \quad \therefore k>-1$

35) (1) $k<-2$ (2) $k=-2$ (3) $k>-2$

⇨ $x^2+2kx+k^2=2x-5$에서

$x^2+2(k-1)x+k^2+5=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\cdot(k^2+5)=-2k-4$

(1) $\frac{D}{4}=-2k-4>0 \quad \therefore k<-2$

(2) $\frac{D}{4}=-2k-4=0 \quad \therefore k=-2$

(3) $\frac{D}{4}=-2k-4<0 \quad \therefore k>-2$

36) (1) $k>-8$ (2) $k=-8$ (3) $k<-8$

⇨ $x^2-3x-4=x+k$에서

$x^2-4x-4-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(-4-k)=k+8$

(1) $\frac{D}{4}=k+8>0 \quad \therefore k>-8$

(2) $\frac{D}{4}=k+8=0 \quad \therefore k=8$

(3) $\frac{D}{4}=k+8<0 \quad \therefore k<-8$

37) $m=0, n=-1$

⇨ 이차함수와 직선이 접하므로

이차방정식 $x^2-2kx+k^2-1=mx+n$

즉, $x^2-(2k+m)x+k^2-n-1=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=\{-(2k+m)\}^2-4\cdot1\cdot(k^2-n-1)=0$

$\therefore 4mk+m^2+4n+4=0$

위 식은 $k$에 대한 항등식이므로

$4m=0,\ m^2+4n+4=0$

$\therefore m=0,\ n=-1$

38) $m=0, n=-2$

⇨ 이차방정식 $x^2-2kx+k^2-2=mx+n$

즉, $x^2-(2k+m)x+k^2-n-2=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=(2k+m)^2-4\cdot1\cdot(k^2-n-2)=0$

$\therefore 4mk+m^2+4n+8=0$

위 식은 $k$에 대한 항등식이므로

$4m=0, m^2+4n+8=0 \quad \therefore m=0, n=-2$

39) $m=-1, n=-\frac{1}{4}$

⇨ 이차방정식 $x^2+2kx+k^2+k=mx+n$

즉, $x^2+(2k-m)x+k^2+k-n=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=(2k-m)^2-4\cdot1\cdot(k^2+k-n)=0$

$4k^2-4mk+m^2-4k^2-4k+4n=0$

$\therefore (-4m-4)k+m^2+4n=0$

위 식은 $k$에 대한 항등식이므로

$-4m-4=0, m^2+4n=0 \quad \therefore m=-1, n=-\frac{1}{4}$

40) $m=2, n=-1$

⇨ 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+2k=mx+n$

즉, $x^2-(2k+m)x+k^2+2k-n=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=\{-(2k+m)\}^2-4\cdot1\cdot(k^2+2k-n)=0$
$4k^2+4mk+m^2-4k^2-8k+4n=0$
$\therefore (4m-8)k+m^2+4n=0$
위 식은 $k$에 대한 항등식이므로
$4m-8=0, m^2+4n=0 \quad \therefore m=2, n=-1$

41) $m=6, n=-9$
⇨ 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+6k=mx+n$
즉, $x^2-(2k+m)x+k^2+6k-n=0$의 판별식을 $D$라 하면
$D=(2k+m)^2-4\cdot1\cdot(k^2+6k-n)=0$
$\therefore (4m-24)k+m^2+4n=0$
위 식은 $k$에 대한 항등식이므로
$4m-24=0, m^2+4n=0 \quad \therefore m=6, n=-9$

42) $x=1$ 또는 $x=4$
⇨ $-x^2+4x+1=-x+5$에서
$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

43) $x=2$
⇨ $x^2-x+5=3x+1$에서
$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$

44) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$
⇨ $x^2+2x+2=-x+1$에서
$x^2+3x+1=0$
$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-4}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

45) $x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=-1$
⇨ $2x^2-x+3=-2x+4$에서
$2x^2+x-1=0$, $(2x-1)(x+1)=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

46) $x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$
⇨ $3x^2-3x+2=x+1$에서
$3x^2-4x+1=0$, $(3x-1)(x-1)=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

47) $x=-\dfrac{2}{5}$ 또는 $x=1$
⇨ $5x^2-x=2x+2$에서
$5x^2-3x-2=0$, $(5x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-\dfrac{2}{5}$ 또는 $x=1$

48) $x=-\dfrac{1}{2}$
⇨ $-4x^2-2x+1=2x+2$에서
$4x^2+4x+1=0$, $(2x+1)^2=0$
$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$

49) $m=1, n=5$
⇨ 이차방정식 $x^2-1=mx+n$
즉, $x^2-mx-n-1=0$의 두 근이 $-2, 3$이므로
근과 계수의 관계에 의해
$(-2)+3=m, (-2)\cdot3=-n-1$
$\therefore m=1, n=5$

50) $m=-4, n=9$
⇨ 이차방정식 $2x^2+3=mx+n$, 즉
$2x^2-mx+3-n=0$의 두 근이 $-3, 1$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$(-3)+1=\dfrac{m}{2}$, $(-3)\cdot1=\dfrac{3-n}{2}$
$m=-4, 3-n=-6$
$\therefore m=-4, n=9$

51) $m=-7, n=4$
⇨ 이차방정식 $x^2-3x-1=mx+n$
즉, $x^2-(m+3)x-n-1=0$의 두 근이 $1, -5$이므로
근과 계수의 관계에 의해
$1+(-5)=m+3$, $1\cdot(-5)=-n-1$
$\therefore m=-7, n=4$

52) $m=3, n=1$
⇨ 이차방정식 $-x^2+2x+3=mx+n$, 즉
$x^2+(m-2)x+n-3=0$의 두 근이 $-2, 1$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$(-2)+1=-m+2$, $(-2)\cdot1=n-3$
$\therefore m=3, n=1$

53) $m=-1$, $n=13$
⇨ 이차방정식 $2x^2-3x+1=mx+n$, 즉
$2x^2-(m+3)x+1-n=0$의 두 근이 $-2, 3$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$(-2)+3=\dfrac{m+3}{2}$, $(-2)\cdot3=\dfrac{1-n}{2}$
$m+3=2$, $1-n=-12$
$\therefore m=-1$, $n=13$

54) $m=-4, n=2$
⇨ 이차방정식 $-x^2-2x+3=mx+n$
즉, $x^2+(m+2)x+n-3=0$의 두 근이 $1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}$이므로 근과 계수의 관계에 의해
$(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=-m-2 \quad \therefore m=-4$
$(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=n-3 \quad \therefore n=2$

55) $m=2, n=1$

⇨ 이차방정식 $x^2-2x+3=mx+n$

즉, $x^2-(m+2)x-n+3=0$의 두 근이 $2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}$이므로 근과 계수의 관계에 의해

$(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=m+2$,

$(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=-n+3$

$\therefore m=2, n=1$

56) $m=-2, n=4$

⇨ 이차방정식 $x^2-4x+2=mx+n$

즉, $x^2-(m+4)x-n+2=0$의 두 근이 $1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$이므로 근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=m+4$,

$(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-n+2$

$\therefore m=-2, n=4$

57) $a=1, b=3$

⇨ 이차함수 $y=x^2+ax-1$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 $x$좌표가 $-2, 2$이므로 이차방정식 $x^2+ax-1=x+b$, 즉 $x^2+(a-1)x-1-b=0$의 두 실근이 $-2, 2$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-2)+2=-(a-1), (-2)\cdot 2=-1-b$

$\therefore a=1, b=3$

58) $a=-1, b=5$

⇨ 이차함수 $y=x^2+ax+2$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 $x$좌표가 $-1, 3$이므로 이차방정식 $x^2+ax+2=x+b$, 즉 $x^2+(a-1)x+2-b=0$의 두 실근이 $-1, 3$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-1)+3=-(a-1), (-1)\cdot 3=2-b$

$\therefore a=-1,\ b=5$

59) $a=-1, b=3$

⇨ 이차함수 $y=x^2+ax-3$의 그래프와 직선 $y=-2x+b$의 두 교점의 $x$좌표가 $-3, 2$이므로

이차방정식 $x^2+ax-3=-2x+b$,

즉 $x^2+(a+2)x-3-b=0$의 두 근이 $-3, 2$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-3)+2=-(a+2),\ (-3)\cdot 2=-3-b$

$\therefore a=-1, b=3$

60) $a=3, b=-2$

⇨ 이차함수 $y=-x^2+a$의 그래프와 직선 $y=bx+1$의 두 교점의 $x$좌표가 $1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$이므로 이차방정식 $-x^2+a=bx+1$, 즉 $x^2+bx+1-a=0$의 두 실근이 $1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=-b, (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=1-a$

$\therefore a=3, b=-2$

61) $\sqrt{58}$

⇨ 이차함수 $y=-x^2+4x+2$의 그래프와 직선 $y=-x+1$의 교점의 좌표를 $(p, -p+1)$, $(q, -q+1)$이라고 하면

이차방정식 $-x^2+4x+2=-x+1$, 즉

$x^2-5x-1=0$의 두 근이 $p, q$이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$p+q=5,\ pq=-1$

따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(q-p)^2+\{(-q+1)-(-p+1)\}^2}$

$=\sqrt{2(p-q)^2}$

$=\sqrt{2\{(p+q)^2-4pq\}}$

$=\sqrt{2(25+4)}=\sqrt{58}$

62) $5\sqrt{2}$

⇨ 이차함수 $y=x^2-6x+1$의 그래프와 직선 $y=x-5$의 교점의 좌표를 $(p, p-5)$, $(q, q-5)$라고 하면 이차방정식

$x^2-6x+1=x-5$, 즉 $x^2-7x+6=0$의 두 근이 $p, q$이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $p+q=7, pq=6$

따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(q-p)^2+\{(q-5)-(p-5)\}^2}$

$=\sqrt{2(p-q)^2}=\sqrt{2\{(p+q)^2-4pq\}}=\sqrt{2(7^2-4\cdot 6)}=5\sqrt{2}$

63) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

⇨ 이차함수 $y=3x^2-3x+2$의 그래프와 직선 $y=x+1$의 교점의 좌표를 $(p, p+1)$, $(q, q+1)$이라 하면 이차방정식

$3x^2-3x+2=x+1$, 즉 $3x^2-4x+1=0$의 두 근이 $p$, $q$이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $p+q=\frac{4}{3}$, $pq=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(q-p)^2+\{(q+1)-(p+1)\}^2}$

$=\sqrt{2(p-q)^2}=\sqrt{2\{(p+q)^2-4pq\}}$

$=\sqrt{2\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^2-4\cdot\frac{1}{3}\right\}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

64) $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

⇨ 이차함수 $y=5x^2-x$의 그래프와 직선 $y=2x+2$의 교점의 좌표를 $(p, 2p+2)$, $(q, 2q+2)$라 하면 이차방정식

$5x^2-x=2x+2$, 즉 $5x^2-3x-2=0$의 두 근이 $p$, $q$이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $p+q=\frac{3}{5}$, $pq=-\frac{2}{5}$

따라서 구하는 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(q-p)^2+\{(2q+2)-(2p+2)\}^2}$

$=\sqrt{5(p-q)^2}=\sqrt{5\{(p+q)^2-4pq\}}$

$=\sqrt{5\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}}=\sqrt{\frac{49}{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{5}$

65) $m=4, n=4$

⇨ 이차방정식 $x^2+2x=mx+n$, 즉 $x^2+(2-m)x-n=0$의 계수는 모두 유리수이고, 한 근이 $1+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{5}$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$(1+\sqrt{5})+(1-\sqrt{5})=-(2-m)$ $\quad\therefore m=4$

$(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})=-n$ $\quad\therefore n=4$

66) $m=-1, n=2$

⇨ 이차방정식 $x^2-3x+1=mx+n$, 즉 $x^2-(m+3)x-n+1=0$의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=m+3$,

$(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-n+1$

$\therefore m=-1, n=2$

67) $m=3$, $n=-1$

⇨ 이치방정식 $x^2+x-3=mx+n$, 즉 $x^2+(1-m)x-3-n=0$의 한 근이 $1-\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{3}$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=-(1-m)$ $\quad\therefore m=3$

$(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=-3-n$ $\quad\therefore n=-1$

68) $m=2, n=1$

⇨ 이차방정식 $x^2+4x=mx+n$, 즉 $x^2+(4-m)x-n=0$의 한 근이 $\sqrt{2}-1$이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{2}-1$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(\sqrt{2}-1)+(-\sqrt{2}-1)=-(4-m)$ $\quad\therefore m=2$

$(\sqrt{2}-1)(-\sqrt{2}-1)=-n$ $\quad\therefore n=1$

69) 1

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

이때, 두 근의 합은 $-1+2=1$이므로 $-\frac{b}{a}=1$

방정식 $f(x)=1$에서 $ax^2+bx+c-1=0$이므로

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=1$

70) 1

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 합은 1이므로

$-\frac{b}{a}=1$

방정식 $f(x)=8$에서 $ax^2+bx+c-8=0$이므로

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=1$

71) 1

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 합은 1이므로

$-\frac{b}{a}=1$

방정식 $f(x)=20$에서 $ax^2+bx+c-20=0$이므로

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=1$

72) $-2$

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 곱은 $-2$이므로

$\frac{c}{a}=-2$

방정식 $f(x)=x$에서 $ax^2+(b-1)x+c=0$이므로

두 근의 곱은 $\frac{c}{a}=-2$

73) $-2$

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 곱은 $-2$이므로

$\frac{c}{a}=-2$

방정식 $f(x)=-3x$에서 $ax^2+(b+3)x+c=0$이므로

두 근의 곱은 $\frac{c}{a}=-2$

74) $-2$

⇨ $f(x)=ax^2+bx+c$라고 하면

$y=f(x)$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표는

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이 된다.

방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근의 곱은 $-2$이므로

$\frac{c}{a}=-2$

방정식 $f(x)=5x$에서 $ax^2+(b-5)x+c=0$이므로

두 근의 곱은 $\frac{c}{a}=-2$


I410-ECN-0199-2017-001-000057208