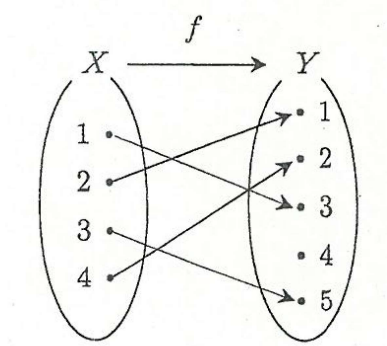


# 2020년 포곡고 수학(하) 기말고사

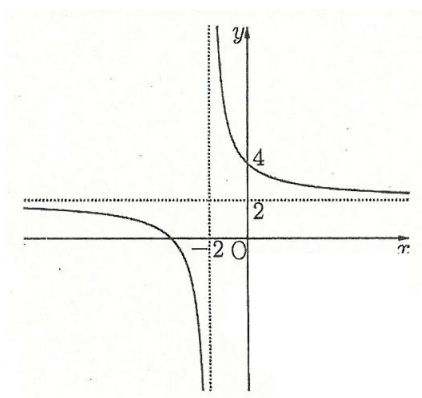
1. 그림과 같은 함수  $f: X \rightarrow Y$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?  
[3.9점]



- ① 일대일함수이다.  
②  $f(2) + f(3) = 6$ 이다.  
③ 역함수  $f^{-1}$ 가 존재한다.  
④ 정의역은  $\{1, 2, 3, 4\}$ 이다.  
⑤ 공역은  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.
2.  $(a+b)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때 나타나는 모든 항의 개수는?  
[3.9점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 6      ⑤ 8

3. 그림과 같이 함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가  $(0, 4)$ 를 지날 때,  $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수) [4.1점]



- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 4      ⑤ 8

4. 5가지 과목 '경제, 세계사, 세계 지리, 윤리와 사상, 정치와 법' 중에서 3가지 과목을 선택하는 방법의 수는? [4.1점]

- ① 10      ② 20      ③ 30      ④ 40      ⑤ 50

5. 함수  $f(x) = x + k$ 가  $(f \circ f)(5) = 7$ 을 만족시킬 때, 실수  $k$ 의 값은?  
[4.1점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

6. 함수  $f(x) = ax + b$ 의 그래프는 점  $(1, -3)$ 을 지나고, 그 역함수의 그래프는 점  $(-1, 5)$ 를 지날 때  $a-b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)  
[4.3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

7.  ${}_nC_2 + {}_nP_2 = 108$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? (단,  $n \geq 2$ ) [4.3점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

8. 집합  $X = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$ 에서 집합  $Y = \{y | -8 \leq y \leq 7\}$ 으로의 함수  $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a < 0, a, b$ 는 실수) [4.3점]

- ① -16                      ② -14                      ③ -12                      ④ -10                      ⑤ -8

9. 다음은  $m, n$ 이 자연수일 때, 명제  
‘ $m^2 + n^2$ 이 홀수이면  $mn$ 은 짝수이다.’  
가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다.

주어진 명제의 대우  
‘ $mn$ 이 (가) 이면  $m^2 + n^2$ 은 (나) 이다.’  
가 참임을 보이면 된다.  
 $mn$ 이 (가) 이면  $m, n$  모두 홀수 이므로  
(다) ( $k, l$ 은 자연수)  
로 나타낼 수 있다. 이때  
 $m^2 + n^2 = (2k-1)^2 + (2l-1)^2 =$  (라)  
이므로  $m^2 + n^2$ 은 (마) 이다.  
따라서 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 (가)~(마)에 대한 내용으로 옳지 않은 것은? [4.5점]

- ① (가) 홀수                      ② (나) 짝수  
③ (다)  $m = 2k-1, n = 2l-1$                       ④ (라)  $2k^2 - 2k + 2l^2 - 2l + 1$   
⑤ (마) 짝수

10. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 일대일대응인 함수  $f: X \rightarrow X$ 가

$f(1) = 3, f^{-1}(1) = 2, f^{-1}(2) = 4$ 을 만족시킬 때,  
 $(f \circ f \circ f)(3) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

11. 함수  $y = \sqrt{a(x-3)} - 2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $b$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $c$ 만큼 평행이동하면  $y = \sqrt{-3x-6} + 1$ 의 그래프와 일치할 때,  $abc$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수) [4.5점]

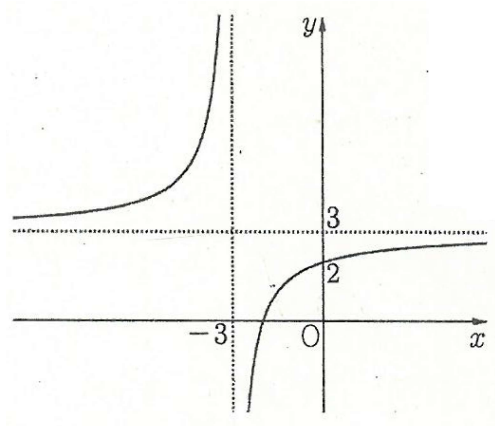
- ① -60                      ② -50                      ③ -30                      ④ 15                      ⑤ 45

12. 간식으로 선택할 수 있는 서로 다른 종류의 과일 4개와 서로 다른 종류의 빵 5개가 있다. 이 중에서 적어도 1개의 과일을 포함하여 서로 다른 간식 4개를 선택하는 경우의 수는? [4.5점]

- ① 61                      ② 81                      ③ 100                      ④ 121                      ⑤ 126

13. 두 함수  $f(x)=3x-1, g(x)=2x+9$ 와 함수  $h(x)$ 가 등식  $(h \circ f)(x)=(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$  를 만족시킬 때,  $h(5)$ 의 값은? [4.5점]
- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

14. 그림과 같이 함수  $y=\frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가  $(0,2)$ 을 지날 때,  $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수  $y=-\sqrt{ax+b+c}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단,  $a, b, c$ 는 상수) [4.7점]



- ①  $6-3\sqrt{3}$     ②  $6-\sqrt{3}$     ③ 0    ④  $0-\sqrt{3}$     ⑤  $2\sqrt{3}$

15. 6개의 문자  $a, b, c, d, e, f$ 를 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4.7점]

(가)  $c$ 와  $d$ 는 서로 이웃한다.  
(나)  $e$ 와  $f$ 는 서로 이웃한다.  
(다)  $d$ 와  $e$ 는 서로 이웃하지 않는다.

- ① 66      ② 84      ③ 90      ④ 100      ⑤ 120

16. 실수 전체의 집합에서 함수  $f(x)=|ax+3a|+5x-7$ 의 역함수가 존재하기 위한 정수  $a$ 의 개수는? [4.9점]
- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

17. 함수  $y=\sqrt{x-2}+4$  위의 서로 다른 두점 A,B에 대하여 선분 AB의 중점의  $y$ 좌표가 6이다. 직선 AB와 평행하고 점  $(-4,7)$ 을 지나는 직선의 방정식이  $y=mx+n$ 일 때,  $mn$ 의 값은? (단,  $m, n$ 은 상수) [5.1점]

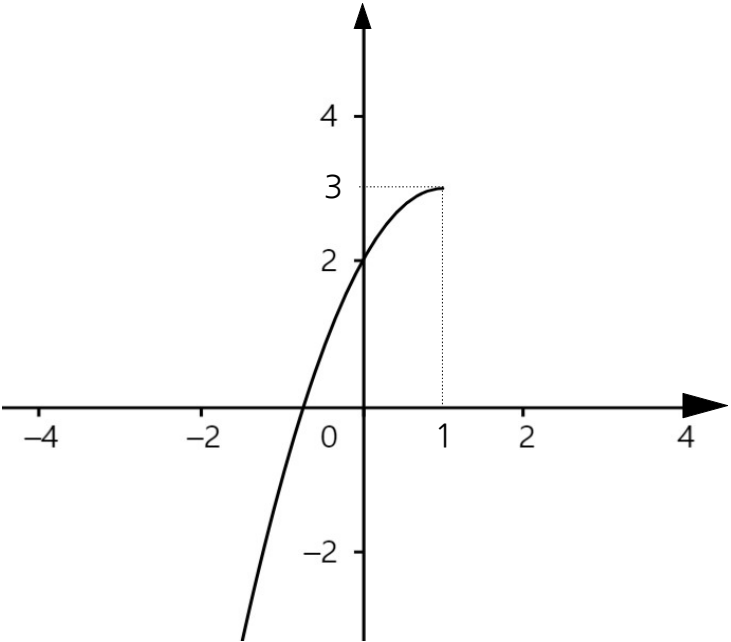
- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

18. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 각 숫자를 많아야 한번 사용하여 만들 수 있는 자연수 중에 짝수를 작은 수부터 차례로 나열하였다. 이 때 420은  $a$ 번째, 20은  $b$ 번째로 나열된 수가 된다.  $a+b$ 의 값은? [5.1점]

- ① 55      ② 56      ③ 57      ④ 58      ⑤ 59

**[논술형1]**  $x > 0, y > 0, x + y = 4$ 일 때,  $(2x + y)(\frac{1}{x} + \frac{8}{y})$ 은  $x = a, y = b$ 에서  
최솟값  $m$ 을 갖는다.  $a, b, m$ 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오.  
[9.0점]

**[논술형2]** 그림은 함수  $y = -\sqrt{ax - b} + c$ 의 역함수의 그래프이다. [11.0점]



**2-1.** 실수  $a, b, c$ 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [6.0점]

**2-2.** 정의역과 공역이 실수 전체의 집합이고 역함수가 존재하는 함수

$f(x) = \begin{cases} 2x - d & (x < 3) \\ \frac{1}{2}x + e & (x \geq 3) \end{cases}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 하자.

$y = g(x)$ 의 그래프와 함수  $y = -\sqrt{ax - b} + c$ 의 그래프가  $x$ 축 위의 한  
점에서 만날 때, 실수  $d, e$ 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오.  
[5.0점]

- 1) ③

- 2) ④

- 3) ⑤

- 4) ①

- 5) ②

- 6) ③

- 7) ⑤

- 8) ③

- 9) ④

- 10) ①

- 11) ⑤

- 12) ④

- 13) ②

- 14) ①

- 15) ②

- 16) ⑤

- 17) ①

- 18) ③

- 19) [논술형1]  $a = \frac{4}{5}, b = \frac{16}{5}, m = 18$

- 20) [논술형2] 2-1)  $a=-1, b=-3, c=1$  2-2)  $d=-2, e=\frac{5}{2}$