

2019년 고림고 수학2 기말고사

1. $\int f'(x)dx = -x^3 + x^2 + C$ (C 는 적분 상수)라고 할 때, $f(3) - f(-3)$ 의 값은? [4.5점]

① -54 ② -38 ③ -12 ④ 3 ⑤ 18

2. 정적분 $\int_1^3 (3x^2 - 4x + 1)dx + \int_3^4 (3t^2 - 4t + 1)dt$ 의 값은? [4.5점]

① 2 ② 20 ③ 36 ④ 54 ⑤ 80

3. 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{d}{dx} \int (ax^3 - 3x + b)dx = 4x^3 - 3x + 2$ 가 성립할 때, ab 의 값은? [4.5점]

① -8 ② -6 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

4. 점 $(1, 3)$ 을 지나는 곡선 $y = f(x)$ 위의 임의의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $6x^2 - 2x$ 일 때, 함수 $f(2)$ 의 값은? [4.7점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

5. 곡선 $y = x^3 + 2x$ 와 직선 $y = 5x + k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 개수는? [4.7점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

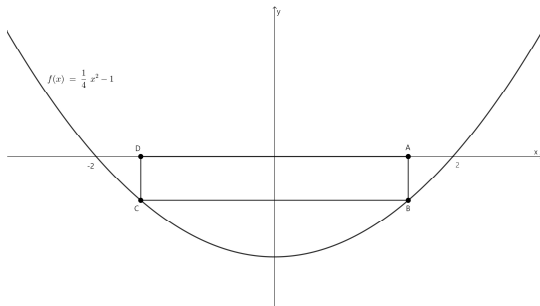
6. 일정한 속도로 달리던 자동차가 제동을 건 후 t 초 동안 움직인 거리 $s(t)$ 가 $s(t) = 14t - t^2$ 인 관계가 성립할 때, 제동을 건 뒤 정지할 때까지 움직인 거리는? [4.7점]

① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

7. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면 $F(x) = xf(x) - x^3 + 2x^2$ 이 성립하고, $f(0) = 1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 [5.0점]

- ① $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4x - 1$ ② $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4x + 1$
 ③ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4x - 1$ ④ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4x + 1$
 ⑤ $f(x) = 3x^2 - 4x - 1$

8. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 있는 직사각형 ABCD가 있다. 직사각형 ABCD의 넓이가 최대일 때, 선분 AB의 길이는? [5.0점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

9. 9)수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = t^2 - 4t + 3$ 일 때, P가 다시 출발점으로 돌아올 때의 시각은? [5.0점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$ 와 함수 $g(x) = \begin{cases} -2x+16 & (x \geq 4) \\ 2x & (x < 4) \end{cases}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5.0점]

- ① 32 ② 16 ③ $\frac{32}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{32}{5}$

11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+1)f(x) = (x+1)^3 + \int_1^x f(t)dt$$

를 만족할 때, $f(-1)$ 의 값은? [5.3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [5.3점]

〈조건〉

(가) $f(0) = 8$

(나) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -2$ 에서만 미분가능하지 않다.

(다) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 곡선 $y = x^2 - 4x + 3$ 와 직선 $y = ax + 3 (a < 0)$ 및 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 각각 A, B라고 하자. A=B일 때, 상수 a 의 값은? [5.3점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

14. 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때,

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & f(x) = \int (x^2 - 2ax - 3a^2) dx \\ \text{(나)} \quad & f(0) = -f'(0) \end{aligned}$$

함수 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 가 극댓값 극솟값을 모두 갖도록 하는 양의 정수 a 의 최솟값을 b 라 한다.

이때, $\int_{-b}^b (x^{101} + x^{99} + x + 2) dx$ 의 값을 구하면? [5.5점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 함수 $f(x) = (x-1)|x+a|$ 의 극솟값이 -1일 때, 함수 $g(t)$ 를 $g(t) = \int_{t-1}^{t+1} f(x) dx$ 라고 하자. 이때, $-2 \leq t \leq 4$ 에서 $g(t)$ 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m+M$ 의 값은? [5.5점]

- ① $\frac{74}{3}$ ② 24 ③ $\frac{71}{3}$ ④ $\frac{68}{3}$ ⑤ 22

16. 길이가 a 인 정사각형 OABC의 둘레 또는 내부의 동점을 P라 하고 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 Q라 한다. 이때, $\overline{BP} + \overline{BQ} = a$ 를 만족하면서 움직이는 점 P가 그리는 곡선이 정사각형 OABC를 두 도형으로 나눌 때, 큰 도형의 넓이를 $s(a)$ 라 하자. 이때, $\lim_{t \rightarrow 3} \left(\frac{3t-1}{t^2-9} \int_3^t s(a) da \right)$ 의 값은? [5.3점]

- ① -3 ② 1 ③ 5 ④ 8 ⑤ 12

[서술형1] 다음은 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $3x^4 - 8x^3 + 20 > 0$ 이 성립함을 보이는 과정이다.

$f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 20$ 로 놓으면
 $f'(x) = 12x^3 - 24x^2 = 12x^2(x - 2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$
함수 $f(x)$ 는 $x = \boxed{2}$ 에서 극소이면서 최소이므로 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 $\boxed{20}$ 이다.
즉, $f(x) \geq \boxed{20} > 0$ 이므로
 $3x^4 - 8x^3 + 20 > 0$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 써 놓으시오. [6.0점]

- (가) [2.0점]
(나) [2.0점]
(다) [2.0점]

[서술형2] 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x^2 + 1 & (x \leq 0) \\ x + 1 & (x > 0) \end{cases}$ 에 대하여 정적분 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 의 값을 구하고 풀이과정을 서술하시오.

[서술형3] 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, 정적분 $\int_{-4}^4 (x+3)f(x) dx$ 의 값을 구하고 풀이과정을 서술하시오. [7.0점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
(나) $f(x) = f(x+2)$
(다) $\int_0^2 f(x) dx = 3$

1) ①

2) ③

3) ⑤

4) ①

5) ③

6) ⑤

7) ②

8) ⑤

9) ①

10) ③

11) ④

12) ④

13) ②

14) ②

15) ②

16) ④

17) [서술형1] (가) 2 (나) 4 (다) >

18) [서술형2] $\frac{35}{12}$

19) [서술형3] 36