◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2019-08-13
2) 제작자 : 교육지대㈜
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 속도와 거리

(1) 직선 위를 움직이는 점의 위치와 움직인 거리

: 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고 시각 $t=a$에서의 점 P의 위치가 x_0일 때

① 시각 t에서의 점 P의 위치 x

⇨ $x=x_0+\int_a^t v(t)dt$

③ 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s

⇨ $s=\int_a^b |v(t)|dt$

(2) 평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리

: 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\ y)$가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리를 s라 하면

⇨ $s=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dx$

◪ 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)=e^t-1$일 때, 다음 물음에 답하여라.

1. 시각 t에서의 점 P의 위치

2. 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리

◪ 직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)=\cos t$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

3. $t=0$부터 $t=\frac{\pi}{2}$까지 점 P의 위치

4. $t=0$부터 $t=\pi$까지 점 P까지 움직인 거리

◪ 직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)=\ln t$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

5. $t=\frac{1}{e}$부터 $t=1$까지 점 P의 위치

6. $t=1$에서 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리

7. $t=\frac{1}{e}$부터 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리

◪ 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\ y)$가 다음과 같을 때, 주어진 시각에서 점 P가 움직인 거리 s를 구하여라.

8. $x=2t^2$, $y=-\frac{3}{2}t^2+1$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

9. $x=-3t$, $y=4t-1$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

10. $x=t-\frac{1}{2}t^2$, $y=\frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

11. $x=t^2$, $y=2t^2$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

12. $x=3t^2+1$, $y=t^3+1$ [$t=0$에서 $t=\sqrt{5}$까지]

13. $x=3t-2$, $y=4t+1$ [$t=1$에서 $t=2$까지]

14. $x=t-\frac{1}{3}t^3$, $y=t^2$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

15. $x=3\sin t$, $y=1-3\cos t$ [$t=0$에서 $t=2$까지]

16. $x=1-\cos t$, $y=2+\sin t$ [$t=0$에서 $t=2$까지]

17. $x=t-t^2$, $y=\frac{4\sqrt{2}}{3}t^{\frac{3}{2}}$ [$t=0$에서 $t=2$까지]

18. $x=\cos 2t$, $y=-\sin 2t+1$ [$t=0$에서 $t=2$까지]

19. $x=e^t\cos t$, $y=e^t\sin t$ [$t=0$에서 $t=2$까지]

20. $x=\sqrt{2}\,t^2+1$, $y=\frac{1}{3}t^3-2t$ [$t=1$에서 $t=2$까지]

21. $x=\ln t$, $y=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right)$ [$t=1$에서 $t=2$까지]

22. $x=2t^2-1$, $y=\frac{3}{2}t^2-1$ [$t=1$에서 $t=3$까지]

23. $x=e^t+e^{-t}$, $y=2t$ [$t=0$에서 $t=\ln 2$까지]

24. $x=2\sqrt{2}\,t$, $y=e^t+2e^{-t}$
[$t=\ln 2$에서 $t=\ln 4$까지]

25. $x=\sin t$, $y=\cos t$ [$t=1$에서 $t=5$까지]

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

26. $x=3\sin t+4\cos t$, $y=4\sin t-3\cos t$
[$t=0$에서 $t=\pi$까지]

27. $x=e^t\cos t$, $y=e^t\sin t$ [$t=0$에서 $t=3$까지]

28. $x=\sqrt{3}e^t\cos t$, $y=-\sqrt{3}e^t\sin t$
[$t=0$에서 $t=\frac{\pi}{2}$까지]

29. $x=\cos^3\frac{t}{2}$, $y=\sin^3\frac{t}{2}$ [$t=0$에서 $t=\frac{2\pi}{3}$]

30. $x=2(t-\sin t)$, $y=2(1-\cos t)$
[$t=0$에서 $t=\pi$까지]

◪ 다음 물음에 답하여라.

31. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\ y)$가 $x=1+4t^2$, $y=1+2t^3$일 때, $t=0$에서 $t=1$까지 점 P가 움직인 거리는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

32. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\ y)$가 $x=a\cos^3 t$, $y=a\sin^3 t$이다. $t=0$에서 $t=\frac{\pi}{2}$까지 점 P가 움직인 거리가 3 일 때, 양수 a의 값을 구하여라.

33. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가 $x=\frac{1}{2}t^2-t, y=\frac{4}{3}t\sqrt{t}$이다. $t=0$에서 $t=a$까지 점 P가 움직인 거리가 4일 때, 양수 a의 값을 구하여라.

34. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x,y)$의 시각 t에서의 위치가 $x=2t, y=\frac{4}{3}(t^2+1)^{\frac{3}{2}}$으로 나타난다. $t=0$에서 $t=a$까지 점 P의 이동거리가 $\frac{10}{3}$라고 할 때, $t=a$에서의 속력을 구하여라.

35. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x,y)$의 시각 t에서의 위치가 $x=k\cos^2 t$, $y=k\sin^2 t$이다. 점 P가 시각 $t=0$에서 시각 $t=\frac{\pi}{2}$까지 움직인 거리가 $5\sqrt{2}$일 때, 양수 k의 값을 구하여라.

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

02 곡선의 길이

(1) 곡선 $x=f(t)$, $y=g(t)$ $(a \le x \le b)$의 겹치는 부분이 없을 때, 곡선의 길이를 l이라 하면

$$\Rightarrow l=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$
$$=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dx$$

(2) 곡선 $y=f(x)$ $(a \le x \le b)$ 의 길이를 l이라 하면

$$\Rightarrow l=\int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

◪ 다음 곡선의 길이를 구하여라.

36. $y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-\frac{1}{2}\sqrt{x}$ $(0 \le x \le 4)$

37. $y=\sqrt{x^3}$ $\left(0 \le x \le \frac{4}{3}\right)$

38. $y=x\sqrt{x}$ $(0 \le x \le 1)$

39. $y=2\sqrt{x^3}$ $(0 \le x \le \frac{8}{9})$

40. $y=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ $(0 \le x \le 6)$

41. $y=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{4x}$ $(1 \le x \le 3)$

42. $y=\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}$ $(1 \le x \le 3)$

43. $y=\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{x^2+2}$ $(3 \le x \le 6)$

44. $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(-1 \le x \le 1)$

45. $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(0 \le x \le 1)$

46. $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}\ln x$ $(1 \le x \le e)$

47. $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln x+5$ $(1 \le x \le e)$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

48. $y=\ln(1-x^2)\ \left(0 \le x \le \dfrac{1}{2}\right)$

49. $y=\ln(x^2-1)\ (2 \le x \le 4)$

50. $y=\ln(9-9x^2)\ \left(-\dfrac{1}{2} \le x \le \dfrac{1}{2}\right)$

◪ **다음 주어진 구간에서 곡선의 길이를 구하여라.**

51. $x=3\sqrt{t},\ y=(t+2)\sqrt{t+2}\ \ (0 \le t \le 4)$

52. $x=3t^2,\ y=1-t^2\ \ (0 \le t \le 2)$

53. $x=\ln t,\ y=\dfrac{1}{2}\left(t+\dfrac{1}{t}\right)\ \ (1 \le t \le 2)$

54. $x=\ln t,\ y=\dfrac{1}{2}\left(t+\dfrac{1}{t}\right)\ \left(\dfrac{1}{e} \le t \le e\right)$

55. $x=2\sin t,\ y=1-2\cos t\ \ (0 \le t \le \pi)$

56. $x=r\cos t,\ y=r\sin t\ (0 \le t \le \pi)$

57. $x=e^{-t}\sin t,\ y=e^{-t}\cos t\ \ (0 \le t \le \pi)$

58. $x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t\ (0 \le t \le \pi)$

◪ **다음 물음에 답하여라.**

59. $0 \le x \le a$**에서 곡선** $y=\dfrac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$**의 길이가** 12**일 때, 양수** a**의 값을 구하여라.**

60. **미분가능한 함수** $f(x)$**에 대하여** $f'(x)=x\sqrt{x^2-2}$ **이다.** $1 \le x \le a$**에서 곡선** $y=f(x)$**의 길이가** $\dfrac{20}{3}$**가 되도록 하는 양수** a**의 값을 구하여라.**

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

61. 곡선 $f(x)=\frac{2}{3}(x+3)^{\frac{3}{2}}(0 \le x \le a)$의 길이가 $\frac{38}{3}$일 때, a의 값을 구하여라.

62. $\ln 2 \le x \le \ln 4$에서 곡선 $y=\int_0^x \frac{e^t-e^{-t}}{2}dt$의 길이를 l이라고 하면 $l=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수)

63. 매개변수 t로 나타내어진 곡선 $x=e^t\sin t$, $y=e^t\cos t\,(0 \le t \le a)$의 길이가 $4-\sqrt{2}$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

64. $x=1$에서 $x=2$까지 곡선 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln x$의 길이를 구하면 $p+q\ln 2$이다. $20(p+q)$의 값을 구하여라. (단, p, q는 유리수)

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

정답 및 해설

1) e^t-t-1

⇨ $t=0$에서의 위치가 0이므로
구하는 위치는

$$0+\int_0^t(e^t-1)dt=[e^t-t]_0^t$$
$$=e^t-t-1$$

2) e^4-5

⇨ 구하는 거리는

$$\int_0^4|e^t-1|dt=\int_0^4(e^t-1)dt$$
$$=[e^t-t]_0^4$$
$$=e^4-5$$

3) 2

⇨ $t=0$일 때 위치가 1이므로
구하는 위치는

$$1+\int_0^{\frac{\pi}{2}}vdt=1+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos tdt=1+[\sin t]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$=1+\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0\right)=2$$

4) 2

⇨ $t=0$부터 $t=\pi$까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_0^{\pi}|v|dt=\int_0^{\pi}|\cos t|dt$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos tdt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(-\cos t)dt$$
$$=[\sin t]_0^{\frac{\pi}{2}}-[\sin t]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$
$$=\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0\right)-\left(\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=1-(-1)=2$$

5) $\frac{2}{e}-2$

⇨ 먼저 부분적분법을 이용하여 $\int \ln t dt$를 구해보자.

$f(t)=\ln t,\ g'(t)=1$로 놓으면

$f'(t)=\frac{1}{t},\ g(t)=t$이므로

$$\int \ln t dt=t\ln t-\int\left(t\times\frac{1}{t}\right)dt=t\ln t-t+C$$

$t=\frac{1}{e}$일 때 위치는 -1이고,

$$-1+\int_{\frac{1}{e}}^{1}v\,dt=-1+\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln t dt$$
$$=-1+[t\ln t-t]_{\frac{1}{e}}^{1}=\frac{2}{e}-2$$

6) 1

⇨ $\int_1^e \ln t\,dt=[t\ln t-t]_1^e=(e-e)-(-1)=1$

7) $2-\frac{2}{e}$

⇨ 먼저 부분적분법을 이용하여 $\int \ln t dt$를 구해보자.

$f(t)=\ln t,\ g'(t)=1$로 놓으면

$f'(t)=\frac{1}{t},\ g(t)=t$이므로

$$\int \ln t dt=t\ln t-\int\left(t\times\frac{1}{t}\right)dt=t\ln t-t+C$$

$t=\frac{1}{e}$부터 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_{\frac{1}{e}}^{e}|v|dt=\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\ln t|dt$$
$$=-\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln t dt+\int_1^e \ln t dt$$
$$=-\left(\frac{2}{e}-1\right)+1=2-\frac{2}{e}$$

8) $\frac{45}{2}$

⇨ $x=2t^2,\ y=-\frac{3}{2}t^2+1$에서

$$\frac{dx}{dt}=4t,\ \frac{dy}{dt}=-3t$$
$$s=\int_0^3\sqrt{(4t)^2+(-3t)^2}\,dt=\int_0^3 5tdt$$
$$=\left[\frac{5}{2}t^2\right]_0^3=\frac{45}{2}$$

9) 15

⇨ $x=-3t,\ y=4t-1$에서

$$\frac{dx}{dt}=-3,\ \frac{dy}{dt}=4$$
$$s=\int_0^3\sqrt{(-3)^2+4^2}\,dt=\int_0^3 5dt$$
$$=[5t]_0^3=15$$

10) $\frac{15}{2}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=1-t,\ \frac{dy}{dt}=2t^{\frac{1}{2}}$이므로

$t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 실제로 움직인 거리는

$$s=\int_0^3\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$
$$=\int_0^3\sqrt{(1-t)^2+\left(2t^{\frac{1}{2}}\right)^2}\,dt$$
$$=\int_0^3\sqrt{(1+t)^2}\,dt=\int_0^3(1+t)dt$$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$=\left[t+\frac{1}{2}t^2\right]_0^3=3+\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$

11) $9\sqrt{5}$

⇨ $x=t^2,\ y=2t^2$에서 $\frac{dx}{dt}=2t,\ \frac{dy}{dt}=4t$

$s=\int_0^3\sqrt{(2t)^2+(4t)^2}\,dt=\int_0^3 2\sqrt{5}\,tdt$

$=[\sqrt{5}\,t^2]_0^3=9\sqrt{5}$

12) 19

⇨ $x=3t^2+1, y=t^3+1$이며 $\frac{dx}{dt}=6t, \frac{dy}{dt}=3t^2$

$t=0$에서 $t=\sqrt{5}$까지 움직인 거리

$s=\int_0^{\sqrt{5}}\sqrt{9t^4+36t^2}\,dt=\int_0^{\sqrt{5}}3t\sqrt{t^2+4}\,dt$

$=\int_4^9\frac{3}{2}\sqrt{u}\,du=\left[u^{\frac{3}{2}}\right]_4^9=27-8=19$

13) 5

⇨ $\frac{dx}{dt}=3, \frac{dy}{dt}=4$이므로

$s=\int_1^2\sqrt{9+16}\,dt=\int_1^2 5dt=[5t]_1^2=5$

14) 12

⇨ $x=t-\frac{1}{3}t^3,\ y=t^2$에서

$\frac{dx}{dt}=1-t^2,\ \frac{dy}{dt}=2t$

따라서 구하는 거리는

$s=\int_0^3\sqrt{(1-t^2)^2+(2t)^2}\,dt=\int_0^3\sqrt{(t^2+1)^2}\,dt$

$=\int_0^3(t^2+1)dt$

$=\left[\frac{1}{3}t^3+t\right]_0^3=12$

15) 6

⇨ $x=3\sin t,\ y=1-3\cos t$에서

$\frac{dx}{dt}=3\cos t,\ \frac{dy}{dt}=3\sin t$

$s=\int_0^2\sqrt{(3\cos t)^2+(3\sin t)^2}\,dt=\int_0^2 3dt$

$=[3t]_0^2=6$

16) 2

⇨ $x=1-\cos t,\ y=2+\sin t$에서

$\frac{dx}{dt}=\sin t,\ \frac{dy}{dt}=\cos t$

$s=\int_0^2\sqrt{\sin^2 t+\cos^2 t}\,dt=\int_0^2 dt=[t]_0^2=2$

17) 6

⇨ $\frac{dx}{dt}=1-2t,\ \frac{dy}{dt}=2\sqrt{2}\sqrt{t}$

따라서 구하는 거리는

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{(1-2t)^2+8t}=2t+1$

이고 $\int_0^2(2t+1)dt=6$이다.

18) 4

⇨ $x=\cos 2t,\ y=-\sin 2t+1$에서

$\frac{dx}{dt}=-2\sin 2t,\ \frac{dy}{dt}=-2\cos 2t$

$s=\int_0^2\sqrt{(-2\sin 2t)^2+(-2\cos 2t)^2}\,dt$

$=\int_0^2 2dt=[2t]_0^2=4$

19) $\sqrt{2}\,e^2-\sqrt{2}$

⇨ $x=e^t\cos t,\ y=e^t\sin t$에서

$\frac{dx}{dt}=e^t\cos t-e^t\sin t=e^t(\cos t-\sin t)$

$\frac{dy}{dt}=e^t\sin t+e^t\cos t=e^t(\sin t+\cos t)$

$s=\int_0^2\sqrt{\{e^t(\cos t-\sin t)\}^2+\{e^t(\sin t+\cos t)\}^2}\,dt$

$=\int_0^2\sqrt{2}\,e^t dt=[\sqrt{2}\,e^t]_0^2$

$=\sqrt{2}\,e^2-\sqrt{2}$

20) $\frac{13}{3}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=2\sqrt{2}\,t,\ \frac{dy}{dt}=t^2-2$이므로

$s=\int_1^2\sqrt{(2\sqrt{2}\,t)^2+(t^2-2)^2}\,dt$

$=\int_1^2\sqrt{(t^2+2)^2}\,dt$

$=\int_1^2(t^2+2)dt$

$=\left[\frac{1}{3}t^3+2t\right]_1^2=\frac{13}{3}$

21) $\frac{3}{4}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{t}, \frac{dy}{dt}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{t^2}\right)$이므로

$t=1$에서 $t=2$까지 P가 움직인 거리는

$s=\int_1^2\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_1^2\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{t^2}\right)dt=\left[\frac{1}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)\right]_1^2=\frac{3}{4}$

22) 20

⇨ $\frac{dx}{dt}=4t,\ \frac{dy}{dt}=3t$이므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$s=\int_1^3\sqrt{(4t)^2+(3t)^2}\,dt$

$=\int_1^3 5t\,dt=\left[\ \frac{5}{2}t^2\ \right]_1^3=20$

23) $\frac{3}{2}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=e^t-e^{-t}$, $\frac{dy}{dt}=2$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=e^t+e^{-t}$ 이다.

구하는 값은

$s=\int_0^{\ln 2}(e^t+e^{-t})\,dt=[e^t-e^{-t}]_0^{\ln 2}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

24) $\frac{5}{2}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=2\sqrt{2}$, $\frac{dy}{dt}=e^t-2e^{-t}$이므로

$\int_{\ln 2}^{\ln 4}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_{\ln 2}^{\ln 4}\sqrt{8+e^{2t}+4e^{-2t}-4}\,dt$

$=\int_{\ln 2}^{\ln 4}\sqrt{(e^t+2e^{-t})^2}\,dt$

$=\int_{\ln 2}^{\ln 4}(e^t+2e^{-t})\,dt$

$=[e^t-2e^{-t}]_{\ln 2}^{\ln 4}$

$=\left(4-\frac{1}{2}\right)-(2-1)=\frac{5}{2}$

25) 4

⇨ $\frac{dx}{dt}=\cos t$, $\frac{dy}{dt}=-\sin t$ 이므로

$s=\int_1^5\sqrt{(\cos t)^2+(-\sin t)^2}\,dt$

$=\int_1^5\sqrt{\cos^2 t+\sin^2 t}\,dt$

$=\int_1^5 1\,dt=\left[\ t\ \right]_1^5=4$

26) 5π

⇨ $\frac{dx}{dt}=3\cos t-4\sin t$, $\frac{dy}{dt}=4\cos t+3\sin t$이므로

$s=\int_0^\pi\sqrt{(3\cos t-4\sin t)^2+(4\cos t+3\sin t)^2}\,dt$

$=\int_0^\pi\sqrt{25(\cos^2 t+\sin^2 t)}\,dt$

$=\int_0^\pi 5\,dt=\left[\ 5t\ \right]_0^\pi=5\pi$

27) $\sqrt{2}(e^3-1)$

⇨ $\frac{dx}{dt}=e^t(\cos t-\sin t)$, $\frac{dy}{dt}=e^t(\sin t+\cos t)$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=e^t\sqrt{1-2\sin t\cos t+1+2\sin t\cos t}$

$=\sqrt{2}\,e^t$

$s=\int_0^3\sqrt{2}\,e^t\,dt=[\sqrt{2}\,e^t]_0^3=\sqrt{2}(e^3-1)$

28) $\sqrt{6}\left(e^{\frac{\pi}{2}}-1\right)$

⇨ $\frac{dx}{dt}=\sqrt{3}\,e^t(\cos t-\sin t)$,

$\frac{dy}{dt}=-\sqrt{3}\,e^t(\sin t+\cos t)$

$s=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{3e^{2t}(\cos t-\sin t)^2+3e^{2t}(\sin t+\cos t)^2}\,dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{6}\,e^t\,dt=[\sqrt{6}\,e^t]_0^{\frac{\pi}{2}}=\sqrt{6}\,e^{\frac{\pi}{2}}-\sqrt{6}$

29) $\frac{9}{8}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=-\frac{3}{2}\cos^2\frac{t}{2}\sin\frac{t}{2}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{3}{2}\sin^2\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\frac{3}{2}\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}$

$2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}=\sin t$이므로

$s=\int_0^{\frac{2}{3}\pi}\frac{3}{4}\sin t\,dt=\frac{9}{8}$

30) 8

⇨ $\frac{dx}{dt}=2(1-\cos t)$, $\frac{dy}{dt}=2\sin t$

$s=\int_0^\pi\sqrt{4(1-\cos t)^2+4\sin^2 t}\,dt$

$=\int_0^\pi 4\sin\frac{t}{2}\,dt=[-8\cos\frac{t}{2}]_0^\pi=8$

31) 149

⇨ $\frac{dx}{dt}=8t$, $\frac{dy}{dt}=6t^2$이므로

$t=0$에서 $t=1$까지 점 P가 움직인 거리는

$\int_0^1\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_0^1 2t\sqrt{16+9t^2}\,dt=\frac{122}{27}$

$\therefore p+q=149$

32) 2

⇨ $\frac{dx}{dt}=-3a\sin t\cos^2 t$, $\frac{dy}{dt}=3a\cos t\sin^2 t$ 이다.

따라서

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{9a^2\sin^2 t\cos^2 t(\cos^2 t+\sin^2 t)}$

$=3a\sin t\cos t=\frac{3a}{2}\sin 2t\ (\because a>0)$이다.

점 P가 움직인 거리가 3이므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3a}{2}\sin 2t\,dt = \left[-\frac{3a}{4}\cos 2t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= \frac{3a}{4} - \left(-\frac{3a}{4}\right) = \frac{3a}{2} = 3$$

따라서 $a=2$ 이다.

33) 2

⇨ $\frac{dx}{dt} = t-1$, $\frac{dy}{dt} = 2\sqrt{t}$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = t+1$ 이다.

$\int_0^a (t+1)dt = \left[\frac{t^2}{2}+t\right]_0^a = \frac{a^2}{2}+a = 4$ 이다.

따라서 $a=2$ 임을 알 수 있다.

34) 6

⇨ $\frac{dx}{dt} = 2$, $\frac{dy}{dt} = 4t\sqrt{t^2+1}$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = 4t^2+2$ 이다.

$\int_0^a (4t^2+2)\,dt = \frac{10}{3}$ 에서 $a=1$ 임을 알 수 있다.

시각 t 에서의 속도는 $\left(2, 4t\sqrt{t^2+1}\right)$ 이므로 $t=1$ 에서 속도는 $(2, 4\sqrt{2})$ 이다.

따라서 속력은 6 이다.

35) 5

⇨ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sqrt{2}\,k \sin t \cos t\,dt$ 이므로 $\sqrt{2}\,k = 5\sqrt{2}$ $\quad\therefore k=5$

36) $\frac{19}{3}$

⇨ $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$ 에서

$\frac{dy}{dx} = x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4}x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{x} - \frac{1}{4\sqrt{x}}$

$$l = \int_0^4 \sqrt{1+\left(\sqrt{x}-\frac{1}{4\sqrt{x}}\right)^2}\,dx$$
$$= \int_0^4 \sqrt{x+\frac{1}{2}+\frac{1}{16x}}\,dx$$
$$= \int_0^4 \sqrt{\left(\sqrt{x}+\frac{1}{4\sqrt{x}}\right)^2}\,dx$$
$$= \int_0^4 \left(\sqrt{x}+\frac{1}{4\sqrt{x}}\right)dx$$
$$= \left[\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{x}\right]_0^4$$
$$= \frac{19}{3}$$

37) $\frac{56}{27}$

⇨ $y = x^{\frac{3}{2}}$ 이므로 $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ 이다.

$$l = \int_0^{\frac{4}{3}} \sqrt{1+\frac{9}{4}x}\,dx = \frac{8}{27}(8-1) = \frac{56}{27}$$

38) $\frac{1}{27}(13\sqrt{13}-8)$

⇨ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ 이므로 곡선의 길이 l 은

$$l = \int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$
$$= \int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)^2}\,dx$$
$$= \frac{1}{2}\int_0^1 \sqrt{9x+4}\,dx$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{9}\times\frac{2}{3}(9x+4)^{\frac{3}{2}}\right]_0^1$$
$$= \frac{1}{27}(13\sqrt{13}-8)$$

39) $\frac{52}{27}$

⇨ $\sqrt{1+(f'(x))^2} = \sqrt{1+9x}$ 이므로 구하는 값은

$\int_0^{\frac{8}{9}} \sqrt{1+9x}\,dx$ 이다.

$1+9x=t$ 로 치환하면 $9dx = dt$ 이고 다음과 같다.

$$l = \int_0^{\frac{8}{9}} \sqrt{1+9x}\,dx = \frac{1}{9}\int_1^9 \sqrt{t}\,dt = \frac{52}{27}$$

40) 78

⇨ $y' = \frac{1}{3}\times\frac{3}{2}(x^2+2)^{\frac{1}{2}}\times 2x = x\sqrt{x^2+2}$

$$\therefore l = \int_0^6 \sqrt{1+\left(x\sqrt{x^2+2}\right)^2}\,dx$$
$$= \int_0^6 \sqrt{x^4+2x^2+1}\,dx$$
$$= \int_0^6 \sqrt{(x^2+1)^2}\,dx$$
$$= \int_0^6 (x^2+1)dx$$
$$= \left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_0^6$$
$$= 78$$

41) $\frac{53}{6}$

⇨ $\frac{dy}{dx} = x^2 - \frac{1}{4x^2}$ 이므로

$$l = \int_1^3 \sqrt{1+\left(x^2-\frac{1}{4x^2}\right)^2}\,dx$$
$$= \int_1^3 \sqrt{x^4+\frac{1}{2}+\frac{1}{16x^4}}\,dx$$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$$=\int_1^3\sqrt{\left(x^2+\frac{1}{4x^2}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_1^3\left(x^2+\frac{1}{4x^2}\right)dx$$
$$=\left[\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4x}\ \right]_1^3=\frac{53}{6}$$

42) $\frac{58}{3}$

⇨ $y=\frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}}$ 이므로 $y'=2x(x^2+1)^{\frac{1}{2}}$

따라서 $\sqrt{1+(y')^2}=\sqrt{1+4x^2(x^2+1)}=2x^2+1$이다.

$$l=\int_1^3(2x^2+1)dx=\left[\frac{2}{3}x^3+x\right]_1^3$$
$$=(18+3)-\left(\frac{2}{3}+1\right)=\frac{58}{3}$$

이다.

43) 66

⇨ $y=\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{x^2+2}=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ 이므로

길이를 구하면 다음과 같다.

$$l=\int_3^6\sqrt{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+1}\,dx=\int_3^6\sqrt{\left(x(x^2+2)^{\frac{1}{2}}\right)^2+1}\,dx$$
$$=\int_3^6\sqrt{x^2(x^2+2)+1}\,dx=\int_3^6\sqrt{x^4+2x^2+1}\,dx$$
$$=\int_3^6(x^2+1)dx$$
$$=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_3^6=(72+6)-(9+3)=66$$

44) $e-\frac{1}{e}$

⇨ $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$에서 $\frac{dy}{dx}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

따라서 구하는 곡선의 길이는

$$l=\int_{-1}^1\sqrt{1+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_{-1}^1\sqrt{\frac{e^{2x}+2+e^{-2x}}{4}}\,dx$$
$$=\int_{-1}^1\sqrt{\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_{-1}^1\frac{e^x+e^{-x}}{2}dx$$
$$=\frac{1}{2}\left[e^x-e^{-x}\right]_{-1}^1$$
$$=e-\frac{1}{e}$$

45) $\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)$

⇨ $\frac{dy}{dx}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$이므로 곡선의 길이 l은

$$l=\int_0^1\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_0^1\sqrt{1+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_0^1\sqrt{\frac{1}{4}(e^x+2+e^{-x})^2}\,dx$$
$$=\int_0^1\sqrt{\frac{1}{4}(e^x+e^{-x})^2}\,dx$$
$$=\frac{1}{2}\int_0^1(e^x+e^{-x})dx$$
$$=\frac{1}{2}\left[e^x-e^{-x}\right]_0^1$$
$$=\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)$$

46) $\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{4}$

⇨ $\frac{dy}{dx}=x-\frac{1}{4x}$이므로

$1\le x\le e$에서 곡선의 길이는

$\int_1^e\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx=\int_1^e(x+\frac{1}{4x})dx=\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{4}$이다.

47) $\frac{1}{4}(e^2+1)$

⇨ $y'=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}$이므로 $[1,e]$에서 곡선의 길이는

$\int_1^e\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}\right)^2}=\int_1^e\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2x}\right)dx$이다.

식을 정리하면 $\therefore\frac{1}{4}(e^2+1)$이다.

48) $-\frac{1}{2}+\ln 3$

⇨ 곡선의 길이를 l이라 하면

$$l=\int_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{1+\left(\frac{-2x}{1-x^2}\right)^2}\,dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1+x^2}{1-x^2}dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{-(1-x^2)+2}{1-x^2}dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\left\{-1-\frac{2}{(x+1)(x-1)}\right\}dx$$
$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\left(-1+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}\right)dx$$
$$=\left[-x+\ln|x+1|-\ln|x-1|\right]_0^{\frac{1}{2}}$$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$=-\frac{1}{2}+\ln 3$

49) $2+\ln\frac{9}{5}$

⇨ $l=\int_2^4\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\int_2^4\sqrt{1+(\frac{2x}{x^2-1})^2}\,dx$

식을 간단히 하면

$\int_2^4 1-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}dx$

$=[x-\ln(x+1)+\ln(x-1)]_2^4=2+\ln\frac{9}{5}$

50) $2\ln 3-1$

⇨ $\frac{dy}{dx}=\frac{-18x}{9-9x^2}=\frac{2x}{x^2-1}$ 이다.

$l=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\sqrt{1+\frac{4x^2}{(x^2-1)^2}}\,dx=2\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^2+1}{1-x^2}dx$ 이므로

식을 정리하면

$-1+2\int_0^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}\right)dx=2\ln 3-1$

51) 14

⇨ $\frac{dx}{dt}=\frac{3}{2\sqrt{t}}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{3}{2}\sqrt{t+2}$ 이므로

$0\le t\le 4$일 때 주어진 곡선의 길이 l은

$l=\int_0^4\sqrt{\left(\frac{3}{2\sqrt{t}}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\sqrt{t+2}\right)^2}\,dt$

$=\int_0^4\frac{3}{2}\sqrt{\frac{t^2+2t+1}{t}}\,dt$

$=\frac{3}{2}\int_0^4\left(\sqrt{t}+\frac{1}{\sqrt{t}}\right)dt$

$=\frac{3}{2}\left[\ \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+2\sqrt{t}\ \right]_0^4=14$

52) $4\sqrt{10}$

⇨ $x=3t^2$, $y=1-t^2$에서 $\frac{dx}{dt}=6t$, $\frac{dy}{dt}=-2t$

$l=\int_0^2\sqrt{(6t)^2+(-2t)^2}\,dt=\int_0^2 2\sqrt{10}\,t\,dt$

$=[\sqrt{10}\,t^2]_0^2=4\sqrt{10}$

53) $\frac{3}{4}$

⇨ $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{t}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{t^2}\right)$ 이므로

$l=\int_1^2\sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{t^2}\right)\right)^2}\,dt$

$=\int_1^2\sqrt{\frac{1}{4t^4}+\frac{1}{2t^2}+\frac{1}{4}}\,dt$

$=\int_1^2\left(\frac{1}{2t^2}+\frac{1}{2}\right)dt=\left[-\frac{1}{2t}+\frac{1}{2}t\right]_1^2=\frac{3}{4}$

54) $e-\frac{1}{e}$

⇨

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{t^2}+\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{t^2}\right)^2}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{t^2}\right)$

$l=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{t^2}\right)dt=e-\frac{1}{e}$ 이다.

55) 2π

⇨ $x=2\sin t$, $y=1-2\cos t$에서

$\frac{dx}{dt}=2\cos t$, $\frac{dy}{dt}=2\sin t$

$l=\int_0^\pi\sqrt{(2\cos t)^2+(2\sin t)^2}\,dt=\int_0^\pi 2dt$

$=[2t]_0^\pi=2\pi$

56) πr

⇨ $\frac{dx}{dt}=-r\sin t$, $\frac{dy}{dt}=r\cos t$이므로

곡선의 길이 l은

$l=\int_0^\pi\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_0^\pi\sqrt{(-r\sin t)^2+(r\cos t)^2}\,dt$

$=\int_0^\pi r\sqrt{\sin^2 t+\cos^2 t}\,dt$

$=\int_0^\pi r\,dt$

$=[rt]_0^\pi=\pi r$

57) $\sqrt{2}(1-e^{-\pi})$

⇨ $\frac{dx}{dt}=-e^{-t}\sin t+e^{-t}\cos t=-e^{-t}(\sin t-\cos t)$,

$\frac{dy}{dt}=-e^{-t}\cos t-e^{-t}\sin t=-e^{-t}(\sin t+\cos t)$이므로

$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$

$=e^{-2t}\{(\sin t-\cos t)^2+(\sin t+\cos t)^2\}$

$=2e^{-2t}(\sin^2 t+\cos^2 t)=2e^{-2t}$

$0\le t\le\pi$일 때, 곡선의 길이를 l이라 하면

$l=\int_0^\pi\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_0^\pi\sqrt{2e^{-2t}}\,dt$

$=\int_0^\pi\sqrt{2}\,e^{-t}dt$

$=[-\sqrt{2}\,e^{-t}]_0^\pi=\sqrt{2}(1-e^{-\pi})$

58) 3

⇨ $\frac{dx}{dt}=-3\cos^2 t\sin t$, $\frac{dy}{dt}=3\sin^2 t\cos t$이므로

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

$l=\int_0^{\pi}\sqrt{(-3\cos^2 t\sin t)^2+(3\sin^2 t\cos t)^2}\,dt$

$=\int_0^{\pi}\sqrt{9\sin^2 t\cos^2 t(\cos^2 t+\sin^2 t)}\,dt$

$=\int_0^{\pi}\sqrt{9\sin^2 t\cos^2 t}\,dt$

$=\int_0^{\pi}\sqrt{\frac{9}{4}(2\sin t\cos t)^2}\,dt$

$=\frac{3}{2}\int_0^{\pi}\sqrt{\sin^2 2t}\,dt$

$=\frac{3}{2}\int_0^{\pi}|\sin 2t|\,dt$

$=\frac{3}{2}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2t\,dt-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin 2t\,dt\right)$

$=\frac{3}{2}\left(\left[-\frac{1}{2}\cos 2t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\left[-\frac{1}{2}\cos 2t\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right)$

$=\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)\right\}=\frac{3}{2}\times 2=3$

59) 3

⇨ $\int_0^a\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\int_0^a\sqrt{1+(\sqrt{x^2+2}\times x)^2}\,dx$

식을 정리하면

$\int_0^a x^2+1dx=[\frac{1}{3}x^3+x]_0^a=\frac{1}{3}a^3+a=12 \quad \therefore a=3$

60) 3

⇨ $\sqrt{1+(f'(x))^2}=x^2-1$ 이고 $1\le x\le a$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는

$\int_1^a(x^2-1)dx=\frac{a^3}{3}-a+\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$ 이다.

여기서 $a=3$ 임을 알 수 있다.

61) 5

⇨ $\int_0^a\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\int_0^a\sqrt{1+\{(x+3)^{\frac{1}{2}}\}^2}\,dx$

$=\int_0^a\sqrt{x+4}\,dx$

$=[\frac{2}{3}(x+4)^{\frac{3}{2}}]_0^a=\frac{2}{3}(a+4)^{\frac{3}{2}}-\frac{16}{3}=\frac{38}{3}$

이므로 $\frac{2}{3}(a+4)^{\frac{3}{2}}=\frac{54}{3}$, $(a+4)^{\frac{3}{2}}=27 \quad \therefore a=5$

62) 17

⇨ $\ln 2\le x\le \ln 4$에 대해서

$y=\int_0^x\frac{e^t-e^{-t}}{2}dt$이므로 $\frac{dy}{dx}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$이다.

길이 l은

$\int_{\ln 2}^{\ln 4}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_{\ln 2}^{\ln 4}\frac{e^x+e^{-x}}{2}dx=\frac{9}{8}$이므로

$p+q=17$이다.

63) $\ln 2\sqrt{2}$

⇨ $\int_0^a\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_0^a\sqrt{2}\,e^t dt=\sqrt{2}(e^a-1)=4-\sqrt{2}$

$\therefore e^a=2\sqrt{2}$

64) 25

⇨ 곡선을 x에 대해서 미분하면 $\frac{dy}{dx}=\frac{x}{2}-\frac{1}{2x}$ 이므로 $x=1$에서 $x=2$까지 곡선의 길이는

$\int_1^2\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_1^2\sqrt{\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2x}\right)^2}\,dx$이다.

$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\ln 2$가 나오므로 $20(p+q)=25$이다.

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331