

[영역] 5.기하

중 2 과정

5-4-4.등변사다리꼴의 정의와 성질





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일: 2016-10-25

2) 제작자 : 교육지대㈜

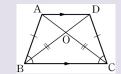
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

계산시 참고사항

1. 사다리꼴

- 1) 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
- 2) 등변사다리꼴: 아랫변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴 $\Rightarrow \overline{AD}//\overline{BC}, \angle B = \angle C$



2. 등변사다리꼴의 성질

- 1) 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다. \Rightarrow $\overline{AB} = \overline{DC}$
- 2) 두 대각선의 길이가 같다. \Rightarrow $\overline{AC} = \overline{BD}$

3. 등변사다리꼴의 성질의 활용

AD//BC 인 등변사다리꼴 ABCD에서는 다음이 성립한다.



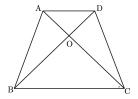
 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ (RHA 합동)

 \square AECD는 평행사변형이므로 $\overline{AE} = \overline{CD}$ 이다. 따라서 △ABE는 이등변삼각형이다.



등변사다리꼴의 성질

Arr 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳은 것에는 O표, 옳지 않은 것에는 X표를 하여라.(단, 점 O는 두 대각 선의 교점이다.)



 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이면 $\angle B = \angle C$ 이다. 1.

)

 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 2.

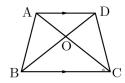
)

3. $\triangle OAB = \triangle DOC$

)

AC ⊥BD 이면 □ABCD는 마름모이다. 4

☑ 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대하여 다음 중 옳은 것에는 O표, 옳지 않은 것에는 X표를 하여라.



 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 5.

)

6. $\overline{AB} = \overline{DC}$

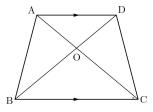
)

7. $\angle BAD = \angle ABC$

)

8. $\triangle OAB \equiv \triangle ODC$)

☐ 다음 그림과 같이 AD//BC인 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선의 교점을 ○라고 할 때, 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

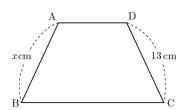


9. $\overline{AC} =$

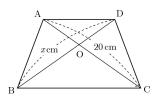
10	$\Lambda R -$	
10.	$\Delta D - $	

- 11. $\equiv \Delta DCB$
- 12. $\triangle ABD \equiv \lceil$
- 13. ∠ABC =
- 14. AO=
- ightharpoonup 다음 그림과 같이 $ightharpoonup \overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ightharpoonup ABCD에서 <math>x의 값을 구하여라.

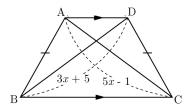
15.



16.

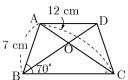


17.



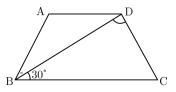
등변사다리꼴의 성질의 활용

☐ 다음 그림과 같이 AD//BC인 등변사다리꼴 ABCD에서 다음을 구하여라.



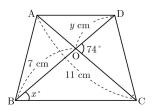
- DC 의 길이 18.
- BD 의 길이 19.
- 20. ∠BCD**의 크기**
- 21. ∠ ADC **의 크기**

 \square 다음 그림과 같은 등변사다리 \square ABCD에서 $\overline{\rm AD}//\overline{\rm BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle DBC = 30$ °일 때, 다음 물음에 답하여라.

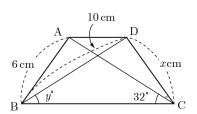


- ∠ADB**의 크기**
- 23. ∠ABD**의 크기**
- 24. ∠DCB의 크기
- 25. ∠BDC**의 크기**
- ☐ 다음 그림과 같이 AD//BC인 등변사다리꼴 ABCD에서 x, y의 값을 구하여라.

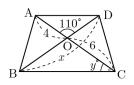
26.



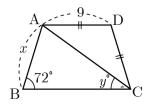
27.



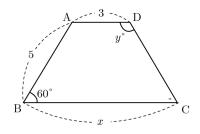
28.



29.

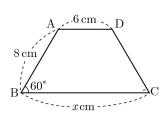


30.

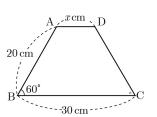


ightharpoonup 다음 그림과 같이 $ightharpoonup \overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 m ABCD에서 x의 값을 구하여라.

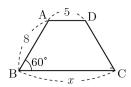
31.



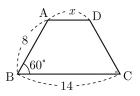
32.



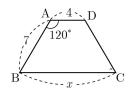
33.



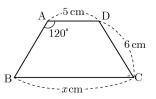
34.



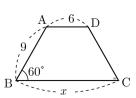
35.



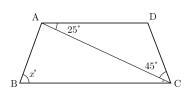
36.



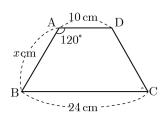
37.



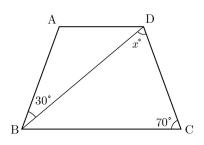
38.



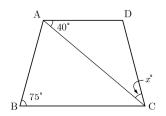
39.



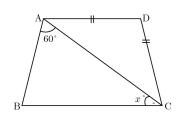
40.



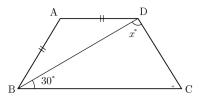
41.



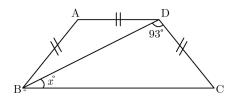
42.



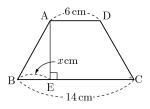
43.



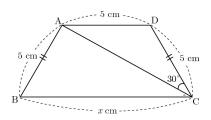
44.



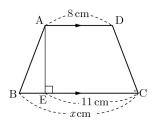
49.



45.

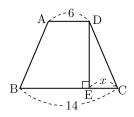


50.

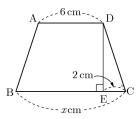


ightharpoonup 다음 그림과 같이 $ightharpoonup \overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ightharpoonup ABCD에서 <math>x의 값을 구하여라.

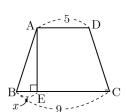
46.



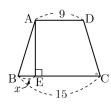
51.



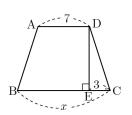
47.



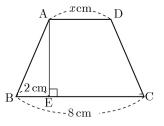
52.



48.

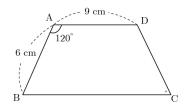


53.

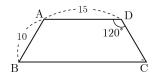


☐ 다음 그림과 같은 AD//BC 인 등변사다리꼴 ABCD의 둘레 의 길이를 구하여라.

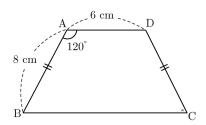
54.



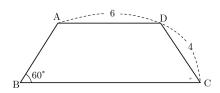
55.



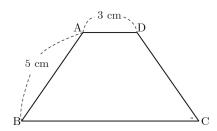
56.



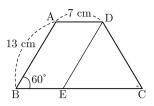
57.



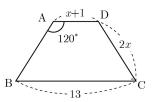
58. ∠A=2∠B**일 때**



 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 일 때



60. $\angle A = 120^{\circ}$, $\overline{AD} = x + 1$, $\overline{CD} = 2x$, $\overline{BC} = 13$ **2** \blacksquare

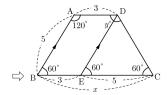




정답 및 해설

- 1) \bigcirc
- 2) ×
- ⇒ 사다리꼴에서 등변사다리꼴만 대각선의 길이가 같다.
- 3) 🔾
- 4) ×
- ⇒ 평행사변형에서 두 대각선이 수직이면 마름모이다.
- 5) 🔾
- 6) ()
- 7) ×
- 8) (
- 9) BD
- 10) DC
- 11) △ABC
- △ABC와 △DCB에서
 ĀB=DC, ∠ABC=∠DCB, BC는 공통
 따라서 △ABC ≡ △DCB(SAS 합동)이다.
- 12) △DCA
- 13) ∠DCB
- 14) $\overline{\overline{DO}}$
- 15) 13
- 16) 20
- 17) 3
- ightharpoonup ightharpoonup ightharpoonup ABCD는 등변사다리꼴이다. $5x-1=3x+5,\ 2x=6$ $\therefore x=3$
- 18) 7cm
- 19) 12 cm
- 20) 70°
- 21) 110°
- 22) 30°
- 23) 30°

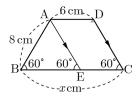
- 24) 60°
- 25) 90°
- 26) x = 37, y = 4
- \Rightarrow $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로 y+7=11, y=4 $2x^{\circ} = 74^{\circ}$ 이므로 x=37
- 27) x = 6, y = 32
- $ightharpoonup \overline{DC} = \overline{AB} = 6 \text{ (cm)}$ 이므로 x = 6또, $\triangle ABC = \triangle DCB \text{ (SAS 합동)}$ 이므로 $\angle DBC = \angle ACB = 32^{\circ}$ $\therefore y = 32$
- 28) x = 10, y = 35
- 다 x=4+6=10 $\angle BOC=110\,^{\circ}$ 이고, $\overline{OB}=\overline{OC}\,$ 이므로 $\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180\,^{\circ}-110\,^{\circ})=35\,^{\circ}$ $\therefore y=35\,^{\circ}$
- 29) x = 9, y = 36
- $x = \overline{DC} = \overline{AD} = 9$ $\angle D = 180^{\circ} 72^{\circ} = 108^{\circ} \text{ 이 } \mathbf{Z}$ $\angle DAC = \frac{1}{2} \times (180^{\circ} 108^{\circ}) = 36^{\circ} \text{ 이 므로}$
 - \angle ACB = \angle DAC = 36 $^{\circ}$ (엇각) $\therefore y = 36 \,^{\circ}$
 - 30) x = 8, y = 120



점 D를 지나고 \overline{AB} 에 평행인 선을 그어 \overline{BC} 와 만나는 점을 E라 하면 $\overline{BE}=3$ 이고, $\Box ABCD$ 는 등변사다리꼴이 므로 $\angle C=60^\circ$, $\angle DEC=60^\circ$ 이다. 이 때, $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{CE}=5$ 이다.

또, \angle B+ \angle ADC=180°이고 \angle B=60°이므로 y°= \angle ADC= \angle 120°이다.

- 31) 14
- ightharpoonup 점 ightharpoonup 지나고 ightharpoonup 전을 ightharpoonup 지나고 ightharpoonup 전을 ightharpoonup 하면

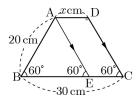


- \square AECD는 평행사변형이므로 $\overline{EC} = \overline{AD} = 6$ (cm)
- 또, \angle DCE = \angle ABE = 60° 이고 $\overline{AE}//\overline{DC}$ 이므로 \angle AEB = \angle DCE = 60° (동위각)
- 즉, $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BE} = \overline{AB} = 8(cm)$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC}$ 에서 x = 8 + 6 = 14

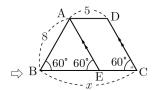
32) 10

ightharpoonup 점 ightharpoonup 지나고 ightharpoonup DC 와 평행한 선을 그어 ightharpoonup BC 와 만나는 점을 ightharpoonup E라 하면



 \square AECD는 평행사변형이므로 $\overline{EC} = \overline{AD} = x (cm)$ 또, $\angle DCE = \angle ABE = 60 \degree$ 이고 $\overline{AE}//\overline{DC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle DCE = 60 \degree (동위각)$ 따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BE} = \overline{AB} = 20 (cm)$ $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC}$ 에서 30 = 20 + x $\therefore x = 10$

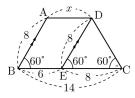
33) 13



 \overline{AE} 를 그으면 $\angle AEB = \angle C = 60^{\circ}$ $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ $\Box AECD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{EC} = \overline{AD} = 5$ $\therefore x = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 5 = 13$

34) 6

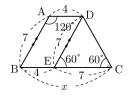
 \Rightarrow 점 D에서 \overline{AB} 에 평행한 \overline{DE} 를 그으면



 $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 14 - 8 = 6$ $x = \overline{BE} = 6$

35) 11

 \Rightarrow 점 D에서 \overline{AB} 에 평행한 \overline{DE} 를 그으면

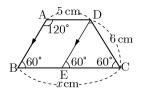


 $x = \overline{BE} + \overline{EC} = 4 + 7 = 11$

36) 11

 \Rightarrow 점 D를 지나고 \overline{AB} 와 평행한 선을 그어 \overline{BC} 와 만나는

점을 E라 하면



 \square ABED는 평행사변형이므로 $\overline{BE} = \overline{AD} = 5 (cm)$ $\angle B = \angle C = 180 \degree - 120 \degree = 60 \degree$ 이고 $\overline{AB}//\overline{DE}$ 이므로 $\angle DEC = \angle B = 60 \degree (동위각)$ 즉, $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{DC} = 6 (cm)$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{EC}}$ 에서 x = 5 + 6 = 11

37) 15

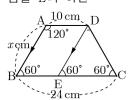
다 점 A를 지나고 \overline{DC} 와 평행한 \overline{AE} 를 그으면 $\angle AEB = \angle C = 60$ °(동위각) $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BE} = \overline{AB} = 9$ $\Box AECD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{EC} = \overline{AD} = 6$ $\therefore x = \overline{BE} + \overline{EC} = 9 + 6 = 15$

38) 70

ightharpoonup ig

39) 14

ightharpoonup 점 D를 지나고 $ightharpoonup \overline{AB}$ 와 평행한 선을 그어 $ightharpoonup \overline{BC}$ 와 만나는 점을 $ightharpoonup \overline{BC}$ 하면



 \square ABED는 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AD}} = 10 (\mathrm{cm})$ \angle B = \angle C = $180\,^{\circ} - 120\,^{\circ} = 60\,^{\circ}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 \angle DEC = \angle B = $60\,^{\circ}$ (동위각) 따라서 \triangle DEC는 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{AB}} = x (\mathrm{cm})$ $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{EC}}$ 에서 10 + x = 24 $\therefore x = 14$

40) 70

Arr Arr

41) 35

다 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로 \angle ACB = \angle CAD = 40° (엇각) $75^{\circ} = 40^{\circ} + \angle$ ACD 이므로 \angle ACD = 35° $\therefore x = 35$

42) 40

43) 90

44) 29°

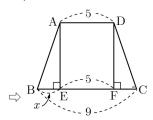
$$ightharpoonup$$
 $ightharpoonup$ ig

45) 10

46) 4

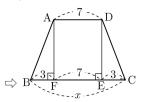
다
$$\overline{AF}$$
를 그으면 $\triangle ABF$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$, $\angle BFA = \angle CED = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABF = \triangle DCE$ (RHA 합동) $\overline{FE} = \overline{AD} = 6$ 이고 $\overline{BF} = \overline{CE}$ 이므로 $x = \frac{1}{2} \times (14 - 6) = 4$

47) 2



 $\Delta ABE \equiv \Delta DCF (RHA 합동)$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{CF}$, $\overline{EF} = \overline{AD} = 5$ 이므로 $x = \frac{1}{2} \times (9-5) = 2$

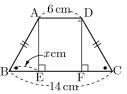
48) 13



 $\triangle ABF \equiv \triangle DCE(RHA 함동)$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{CE} = 3$, $\overline{FE} = \overline{AD} = 7$ 이므로 x = 3 + 7 + 3 = 13

49) 4

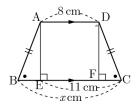
 \Rightarrow 점 D에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 F라 하면



 \square AEFD는 직사각형이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{AD}} = 6 (\mathrm{cm})$ $\triangle \mathrm{ABE}$ 와 $\triangle \mathrm{DCF}$ 에서 $\angle \mathrm{AEB} = \angle \mathrm{DFC} = 90\,^\circ$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$, $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$ 즉, $\triangle \mathrm{ABE} \equiv \triangle \mathrm{DCF} (\mathrm{RHA} \ \mathrm{Tr})$ 이므로 $\overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{BE}} = x (\mathrm{cm})$ 따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로 x + 6 + x = 14 $\therefore x = 4$

50) 14

 \Rightarrow 점 D에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 F라 하면

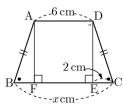


□ AEFD는 직사각형이므로

$$\overline{\text{EF}} = \overline{\text{AD}} = 8 \text{ (cm)}$$
 $\therefore \overline{\text{CF}} = 11 - 8 = 3 \text{ (cm)}$ $\triangle \text{ABE} = \triangle \text{DEF} \text{ (RHA 합동)}$ 이므로 $\overline{\text{BE}} = \overline{\text{CF}} = 3 \text{ (cm)}$ 따라서 $\overline{\text{BC}} = \overline{\text{BE}} + \overline{\text{EC}}$ 이므로 $x = 3 + 11 = 14$

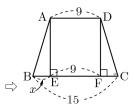
51) 10

 \Rightarrow 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 F라 하면



 \square AFED는 직사각형이므로 $\overline{\rm FE} = \overline{\rm AD} = 6 ({
m cm})$ $\triangle {
m ABF} \equiv \triangle {
m DCE}({
m RHA} \ \ {
m Tr} \overline{
m E})$ 이므로 $\overline{
m BF} = \overline{
m EC} = 2 ({
m cm})$ 따라서 $\overline{
m BC} = \overline{
m BF} + \overline{
m FE} + \overline{
m EC}$ 이므로 x = 2 + 6 + 2 = 10

52) 3

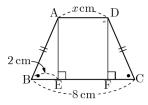


 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF(RHA 합동)이므로$

$$\overline{\text{BE}} = \overline{\text{CF}}, \overline{\text{EF}} = \overline{\text{AD}} = 90$$
 므로 $x = \frac{1}{2} \times (15 - 9) = 3$

53) 4

 \Rightarrow 점 D에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 F라 하면



 \square AEFD는 직사각형이므로 $\overline{\rm EF} = \overline{\rm AD} = x ({
m cm})$ $\triangle {
m ABE} \equiv \triangle {
m DCF} ({
m RHA} \ \ {
m TeV})$ 이므로 $\overline{
m CF} = \overline{
m BE} = 2 ({
m cm})$ 따라서 $\overline{
m BC} = \overline{
m BE} + \overline{
m EF} + \overline{
m FC}$ 이므로 2+x+2=8 $\therefore x=4$

- 54) 36cm
- 55) 60
- 56) 36cm
- 다 점 D를 지나고 \overline{AB} 에 평행한 선을 그어 \overline{BC} 와 만나는 점을 E라 하자. $\angle B = \angle DEC = 60\,^\circ \text{이고}, \quad \angle C = 60\,^\circ \text{이므로} \quad \Delta DEC 는 \\ \text{정삼각형이다. 이 때, } \overline{EC} = 8 \text{cm} \text{이다. 따라서 } \Box ABCD \\ 의 둘레의 길이는 <math>36 \text{cm} \text{이다.}$
- 57) 24
- 58) 21cm
- Arr Arr
- 59) 53cm
- □ AD // BE, AD = BE 이므로 □ABED는 평행사변형이다.
 이 때, ∠B = ∠C, ∠B = ∠DEC(동위각)이므로
 △DEC는 한 변의 길이가 13cm인 정삼각형이다.
 ∴ (□ABCD의 둘레의 길이)=7+2×13+20=53(cm)
- 60) 34
- 점 A를 지나고 $\overline{\text{CD}}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{\text{BC}}$ 와 만나는 점을 E라 하면 $\overline{\text{AE}} = 2x$ 이고, $\overline{\text{BE}} = 12 x$ 이다. 이 때 ΔABE 는 정삼각형이므로 2x = 12 x, 3x = 12 $\therefore x = 4$ □ABCD의 둘레의 길이는 5 + 8 + 8 + 13 = 34이다.

