



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-03-10  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [중복조합]

서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허용하여  $r$ 개를 택하는 조합을 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호로  ${}_nH_r$ 와 같이 나타낸다.

- 서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허용하여  $r$ 개를 택하는 중복조합의 수

$$\Rightarrow {}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$$

<참고> (1)  ${}_nC_r$ 에서는  $0 \leq r \leq n$ 이어야 하지만  ${}_nH_r$ 에서는 중복하여 택할 수도 있기 때문에  $r > n$ 이어도 된다.

$$(2) {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ (단, } 0 \leq r \leq n), {}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r \text{ (단, } 0 \leq r \leq n)$$

### 기본문제

[문제]

1. 흰색, 주황색, 연두색 세 종류의 골프공 중에서 중복을 허용하여 6개를 택하는 방법의 수는?

- ① 26                      ② 28  
③ 30                      ④ 32  
⑤ 34

[예제]

2. 다항식  $(a+b+c)^7$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수는?

- ① 120                      ② 60  
③ 56                      ④ 48  
⑤ 36

[문제]

3. 다항식  $(a+b+c+d)^4$ 을 전개할 때 생기는 서로 다른 항의 개수는?

- ① 30                      ② 35  
③ 40                      ④ 45  
⑤ 50

[예제]

4. 방정식  $x+y+z=7$ 에 대하여 양의 정수해의 개수는?

- ① 12                      ② 13  
③ 14                      ④ 15  
⑤ 16

[문제]

5. 방정식  $x+y+z+w=5$ 에 대하여 음이 아닌 정수해의 개수는?

- ① 52                      ② 53  
③ 54                      ④ 55  
⑤ 56

### 평가문제

[소단원 확인 문제]

6.  ${}_7H_4 = {}_nC_4$  을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 7                      ② 8  
③ 9                      ④ 10  
⑤ 11

[소단원 확인 문제]

7. 흰 우유, 초코 우유, 딸기 우유, 바나나 우유, 커피 우유 중에서 4개의 우유를 구입하려고 할 때, 중복을 허용하여 우유를 구입하는 방법의 수는?

- ① 68                      ② 70  
③ 72                      ④ 74  
⑤ 76

[소단원 확인 문제]

8. 방정식  $x+y+z=10$ 에 대하여  $x \geq 3$ ,  $y \geq 2$ ,  $z \geq 1$ 인 정수해의 개수는?

① 12                                  ② 13  
③ 14                                  ④ 15  
⑤ 16

[소단원 확인 문제]

9. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 으로의 함수  $f$ 에 대하여  $f(1) \leq f(2) \leq f(3)$ 을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는?

① 21                                  ② 35  
③ 42                                  ④ 49  
⑤ 56

[소단원 확인 문제]

10. 유권자가 10명인 어느 선거에 3명의 후보가 출마하였다. 무기명으로 후보자 한 명에게 투표를 할 때, 가능한 투표 결과의 모든 경우의 수는? (단, 무효표나 기권은 없다.)

① 62                                  ② 63  
③ 64                                  ④ 65  
⑤ 66

[중단원 연습 문제]

11. 세 종류의 과일을 섞어서 아홉 개의 과일이 들어 있는 과일 바구니를 만들려고 한다. 만들 수 있는 서로 다른 종류의 과일 바구니의 개수는? (단, 각 종류의 과일은 한 개 이상씩 과일 바구니에 넣는다.)

① 26                                  ② 28  
③ 30                                  ④ 32  
⑤ 34

[중단원 연습 문제]

12. 방정식  $x+y+z=9$ 을 만족시키는 양의 정수해 중에서  $x, y, z$ 가 모두 홀수인 것의 개수는?

① 10                                  ② 12  
③ 14                                  ④ 16  
⑤ 18

[대단원 종합 문제]

13. 빨간색, 파란색, 노란색, 보라색 색연필이 각각 6개씩 있다. 이 색연필 중에서 6개를 선택하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 색연필끼리는 구별하지 않는다.)

① 90                                  ② 88  
③ 86                                  ④ 84  
⑤ 82

[대단원 종합 문제]

14. 직사각형을 여덟 개의 칸으로 등분한 도형에서 각 칸을 왼쪽부터 빨간색, 노란색, 초록색, 파란색, 보라색의 순서로 다섯 가지 색을 모두 이용하여 칠하려고 한다. 이때 색을 칠하여 도형을 다섯 부분으로 나누는 모든 방법의 수는?



① 35                                  ② 48  
③ 56                                  ④ 64  
⑤ 72

[대단원 종합 문제]

15. 방정식  $x+y+z+w=14$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해 중에서  $x, y$ 는 모두 짝수,  $z, w$ 는 모두 홀수인 것의 개수는? (단, 0은 짝수로 본다.)

① 35                                  ② 56  
③ 70                                  ④ 84  
⑤ 96

[대단원 종합 문제]

**16. 두 집합**

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$Y = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

에 대하여 함수  $f: X \rightarrow Y$  중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는?

(가)  $f(2)f(3) = 4$

(나)  $f(n) \leq f(n+1)$  (단,  $n$ 은 5 이하의 자연수)

- ① 414                      ② 416  
 ③ 418                      ④ 420  
 ⑤ 422

유사문제

**17.  ${}_nH_2 = 45$ 일 때,  $n$ 의 값은?**

- ① 5                          ② 6  
 ③ 7                          ④ 8  
 ⑤ 9

**18. 방정식  $x+y+z=5$ 에 대하여 음이 아닌 정수해의 개수는?**

- ① 16                          ② 21  
 ③ 30                          ④ 55  
 ⑤ 84

**19. 부등식  $a+b+c \leq 10$ 의 해 중에서  $a, b, c$ 가 모두 양의 정수인 해의 개수는?**

- ① 100                        ② 105  
 ③ 110                        ④ 115  
 ⑤ 120

**20. 같은 종류의 과자 8개를 학생 3명에게 남김없이 모두 나누어주는 경우의 수는? (단, 과자를 못 받은 학생이 있을 수 있다.)**

- ① 45                          ② 56  
 ③ 81                          ④ 120  
 ⑤ 240

**21. 같은 종류의 주스 3병, 같은 종류의 생수 2병을 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 한 병도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)**

- ① 36                          ② 40  
 ③ 48                          ④ 54  
 ⑤ 60



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ②

[해설] 흰색 골프공을  $a$ 개, 주황색 골프공을  $b$ 개, 연두색 골프공을  $c$ 개라 하면  
구하는 해의 개수는 3개의 문자  $a, b, c$  중에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로  
 ${}_3H_6 = {}_8C_6 = 28$

## 2) [정답] ⑤

[해설]  $(a+b+c)^7$   
 $= \underbrace{(a+b+c)(a+b+c) \times \cdots \times (a+b+c)}_{7\text{개}}$ 이므로

다항식  $(a+b+c)^7$ 을 전개할 때 생기는 각 항은 다음과 같은 꼴이다.

$$a^7, a^6b, \dots, abc^5, \dots, bc^6, c^7$$

따라서 구하는 항의 개수는 3개의 문자  $a, b, c$  중에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = 36$$

## 3) [정답] ②

[해설]  $(a+b+c+d)^4 = (a+b+c+d)(a+b+c+d)(a+b+c+d)(a+b+c+d)$ 로

다항식  $(a+b+c+d)^4$ 의 구하는 항의 개수는 4개의 문자  $a, b, c, d$  중에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_4 = {}_{4+4-1}C_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = 35$$

## 4) [정답] ④

[해설]  $x=1+a, y=1+b, z=1+c$ 로 놓으면 방정식  $x+y+z=7$ 의 양의 정수해의 개수는 방정식  $a+b+c=4$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.  
따라서 방정식  $a+b+c=4$ 의 음이 아닌 정수해의 개수는 3개의 문자  $a, b, c$  중에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로  
 ${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$

## 5) [정답] ⑤

[해설] 방정식  $x+y+z+w=5$ 의 음이 아닌 정수해의 개수는 4개의 문자  $x, y, z, w$  중에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로  
 ${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$

## 6) [정답] ④

[해설]  ${}_7H_4 = {}_{7+4-1}C_4 = {}_{10}C_4 = {}_nC_4$ 에서  $n=10$

## 7) [정답] ②

[해설] 흰 초코 우유를  $a$ 개, 초코 우유를  $b$ 개, 딸기 우유를  $c$ 개, 바나나 우유를  $d$ 개, 커피 우유를  $e$ 개라 하면  
구하는 해의 개수는  $a, b, c, d, e$  중에서 4개를

택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_5H_4 = {}_8C_4 = 70$$

## 8) [정답] ④

[해설]  $x=3+a, y=2+b, z=1+c$ 로 놓으면  
방정식  $x+y+z=10$ 의  $x \geq 3, y \geq 2, z \geq 1$ 인 정수해의 개수는 방정식  $a+b+c=4$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.  
따라서 구하고자 하는 해의 개수는  
방정식  $a+b+c=4$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수와 같으므로  
 ${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$

## 9) [정답] ②

[해설] 집합  $Y$ 의 원소 5개 중에서 중복을 허용하여 3개의 원소를 뽑아서 이것을 집합  $X$ 의 각 원소에 크기순으로 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는  
 ${}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 = 35$

## 10) [정답] ⑤

[해설] 3명의 후보가 받은 투표수를 각각  $a$ 개,  $b$ 개,  $c$ 개라 하면, 3개의 문자  $a, b, c$  중에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로  
 ${}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = 66$

## 11) [정답] ②

[해설] 세 종류의 과일이 각각  $x$ 개,  $y$ 개,  $z$ 개 있다고 하면 방정식  $x+y+z=9$ 을 만족시키는 양의 정수해의 개수와 같고,  
 $x=1+a, y=1+b, z=1+c$ 로 놓으면 방정식  $x+y+z=9$ 을 만족시키는 양의 정수해의 개수는 방정식  $a+b+c=6$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.  
따라서 구하고자 하는 해의 개수는  
방정식  $a+b+c=6$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수와 같으므로  
 ${}_3H_6 = {}_{3+6-1}C_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = 28$

## 12) [정답] ①

[해설]  $x+y+z=9$ 의 음이 아닌 홀수 해의 개수는  $x=2a+1, y=2b+1, z=2c+1$ 로 놓으면 방정식  $a+b+c=3$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.  
따라서 구하고자 하는 해의 개수는  
방정식  $a+b+c=3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수와 같으므로  
 ${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3 = {}_5C_3 = 10$

## 13) [정답] ④

[해설] 빨간색, 파란색, 노란색, 보라색 색연필의 개수를 각각  $a, b, c, d$ 라 하면

4개의 문자  $a, b, c, d$  중에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = 84$$

14) [정답] ①

[해설] 여덟 개의 칸 중에서 빨간색, 노란색, 초록색, 파란색, 보라색 칸의 개수를 각각  $a$ 개,  $b$ 개,  $c$ 개,  $d$ 개,  $e$ 개라 하면  $a+b+c+d+e=8$ 의 양의 정수해의 개수와 같고,

$a=x+1, b=y+1, c=z+1, d=w+1, e=v+1$ 로 놓으면 방정식  $x+y+z+w+v=3$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

따라서 구하고자 하는 해의 개수는

방정식  $x+y+z+w+v=3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, w, v$ 의 순서쌍  $(x, y, z, w, v)$ 의 개수와 같으므로

$${}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 = 35$$

15) [정답] ④

[해설]  $x+y+z+w=14$ 에서

$x=2a, y=2b, z=1+2c, w=1+2d$ 로 놓으면 방정식  $a+b+c+d=6$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

따라서 구하는 해의 개수는 4개의 문자  $a, b, c, d$  중에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = 84$$

16) [정답] ①

[해설] 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 경우는

$f(2)=1, f(3)=4$ 일 때와  $f(2)=2, f(3)=2$ 일 때이다.

(i)  $f(2)=1, f(3)=4$ 일 때

조건 (나)에서  $f(1) \leq f(2)$ 이므로  $f(1)=1$  이때  $f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$ 이어야 하므로  $f(4), f(5), f(6)$ 의 값이 될 수 있는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 중 각각 한 개씩이다.

따라서 함수  $f$ 의 개수는

$${}_7H_3 = {}_{7+3-1}C_3 = {}_9C_3 = 84$$

(ii)  $f(2)=2, f(3)=2$ 일 때

조건 (나)에서  $f(1) \leq f(2)$ 이므로

$f(1)$ 은 1, 2 중 한 개

이때  $f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$ 이어야 하므로  $f(4), f(5), f(6)$ 의 값이 될 수 있는 자연수는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 중 각각 한 개씩이다.

따라서 함수  $f$ 의 개수는

$$2 \times {}_9H_3 = 2 \times {}_{9+3-1}C_3 = 2 \times {}_{11}C_3 = 2 \times 165 = 330$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 함수  $f$ 의 개수는

$$84 + 330 = 414$$

17) [정답] ⑤

[해설]  ${}_nH_2 = {}_{n+2-1}C_2 = {}_{n+1}C_2 = 45$

$$\rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 45 \rightarrow n(n+1) = 90 = 9 \times 10$$

$$\therefore n=9$$

18) [정답] ②

[해설] 방정식  $x+y+z=5$ 에 대하여 음이 아닌 정수해의 개수는  ${}_3H_5 = {}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$ 개다.

19) [정답] ⑤

[해설]  $a, b, c$ 가 모두 양의 정수이면서 부등식  $a+b+c \leq 10$ 을 만족하는 경우의 수는

$a+b+c=0, \dots, a+b+c=7$ 을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

$$\therefore {}_3H_0 + {}_3H_1 + \dots + {}_3H_7 = {}_2C_0 + {}_3C_1 + \dots + {}_9C_7$$

$$= {}_3C_0 + {}_3C_1 + \dots + {}_9C_7$$

$$= {}_4C_1 + {}_4C_2 + \dots + {}_9C_7$$

$$= {}_5C_2 + {}_5C_3 + \dots + {}_9C_7$$

$$\vdots$$

$$= {}_9C_6 + {}_9C_7$$

$$= {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = 120$$

20) [정답] ①

[해설] 같은 종류의 과자 8개를 학생 3명에게 남김없이 모두 나누어주는 경우의 수는 중복조합을 이용해서 구한다.

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_3H_8 = {}_{10}C_8 = 45$$

21) [정답] ⑤

[해설] 같은 종류의 주스 3병을 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는  ${}_3H_3 = {}_5C_3 = 10$

같은 종류의 생수 2병을 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는  ${}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는  $10 \times 6 = 60$