

# 2021학년도 1학기( 2 )차 지필평가 문제지 (확률과 통계)과

2021년 7 월 5일 1교시 ( 3 )학년 ( 4 ~ 8 )반 ( 5 )학급

과목코드 ( 04 )

이 시험문제의 저작권은 용인상계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 18문항(80점), 논술형: 3문항(20점), • 총점: 100점

1. 다음 확률변수 중 이산확률변수인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3.5점]

< 보 기 >

- ㄱ. 어느 가게에서 계산하기 위해 기다리는 시간
- ㄴ. 어느 축구 선수가 승부차기에서 슈트를 성공한 횟수
- ㄷ. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수

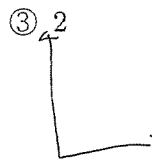
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$5 \times \frac{1}{5} = 1$$

$$5 \times \frac{1}{2} = 1$$

2. 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가  $f(x) = k$  ( $0 \leq x \leq 5$ )일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3.6점]

- ①  $\frac{1}{5}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{5}{2}$
- ④  $\frac{5}{2}$
- ⑤ 5



$$2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$5 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$5 \times k \times \frac{1}{2} = 1$$

$$k \times \frac{5}{2} = 1$$

$$k = \frac{2}{5}$$

2021학년도 1학기 ( 확률과 통계 ) ( 6 )면 중 ( 1 )면

3. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포가 표와 같을 때,  $X$ 의 평균을 구하면? [3.7점]

$X$	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	1

- ①  $\frac{1}{10}$
- ②  $\frac{19}{25}$
- ③  $\frac{11}{5}$
- ④  $\frac{121}{25}$
- ⑤  $\frac{28}{5}$

$$E(X) = \frac{2 + 10 + 6 + 4}{10} = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$$

4. 파란 구슬 6개와 빨간 구슬 5개가 들어있는 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 한 개씩 차례로 꺼낼 때, 첫 번째에는 파란 구슬을 꺼내고, 두 번째에는 빨간 구슬을 꺼낼 확률은? (단, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.) [3.8점]

- ①  $\frac{2}{11}$
- ②  $\frac{3}{11}$
- ③  $\frac{4}{11}$
- ④  $\frac{5}{11}$
- ⑤  $\frac{6}{11}$

파 6 빨 5

$$\frac{6}{11} \times \frac{5}{10} = \frac{3}{11}$$

5. 어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 활동 A와 활동 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 활동 A와 활동 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 활동을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	활동 A	활동 B	합계
남학생	4	4	8
여학생	7	5	12
합계	11	9	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 활동 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은?

[3.9점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{4}{11}$       ③  $\frac{4}{9}$   
 ④  $\frac{9}{20}$       ⑤  $\frac{1}{2}$
- $\frac{4}{9}$

6. 두 사건 A, B가 서로 독립이고  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값을 구하면? [4.0점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

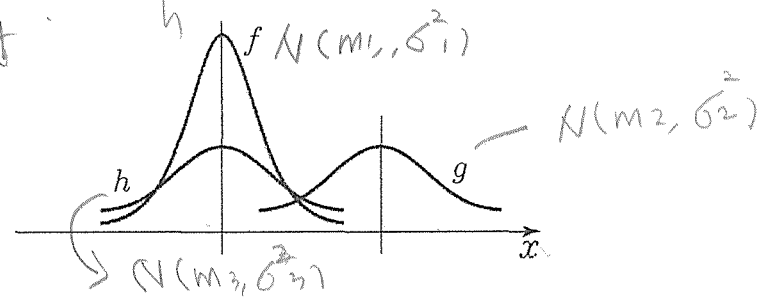
$$\frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{f} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$A \cap B = \{ (2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6) \}$$

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

7. 세 확률변수  $X_1, X_2, X_3$ 는 각각 정규분포  $N(m_1, \sigma_1^2)$ ,  $N(m_2, \sigma_2^2)$ ,  $N(m_3, \sigma_3^2)$ 를 따른다. 세 확률변수  $X_1, X_2, X_3$ 의 정규분포곡선을 각각 f, g, h라 할 때, 옳은 것은? [4.2점]



- ①  $m_1 > m_2$       ②  $m_1 \geq m_3$       ③  $m_2 = m_3$   
 ④  $\sigma_1 < \sigma_2$       ⑤  $\sigma_1 > \sigma_3$

6 표준편차 ↓ 그래프 ↑  
 ↑ " ↓

8. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 사건 A, B, C는 다음과 같다. 옳은 것은? [4.3점]

A: 첫 번째에 나오는 눈의 수가 4의 약수인 사건  
 B: 나오는 눈의 수가 모두 짝수인 사건  
 C: 나오는 눈의 수의 합이 7인 사건

- ①  $P(A) = \frac{1}{12}$       (4)  
 ②  $P(B|A) = \frac{1}{2}$   
 ③  $P(B \cap C) = \frac{1}{6}$   
 ④  $P(A \cap C) = P(A)P(C)$

- ⑤ 사건 A와 사건 B는 서로 독립이다.

$$A = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

$$B = \{ (2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6) \}$$

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

$$C = \{ (1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3) \}$$

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

1,6 (2,5) 31 = 1/2  
 4,3 용인삼계고등학교 36 = 1/2  
 12

9. 확률변수  $X$ 의 평균이  $m$ , 분산이  $\sigma^2$ 일 때, 이산확률변수  $Y=5X-2$ 의 평균과 분산은 각각 0, 1이다.  $m+\sigma^2$ 의 값은? [4.5점]

- ①  $\frac{1}{25}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{11}{25}$   
④  $\frac{12}{25}$       ⑤  $\frac{21}{25}$

$m$        $\sigma^2$

$$5X - 2 = 0 \quad V = \frac{1}{25}$$

$$5X = 2$$

$$X = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3}$$

$$25(V) = E(X^2) - \frac{4}{25}$$

$$\frac{11}{25}$$

10. 다섯 개의 구멍에서 물이 올라오는 바닥 분수대가 있다. 어느 순간 각 구멍에서 물이 나올 확률이  $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 세 개의 구멍에서만 물이 나올 확률은? [4.6점]

- ①  $\frac{27}{1024}$       ②  $\frac{81}{1024}$       ③  $\frac{81}{512}$   
④  $\frac{243}{1024}$       ⑤  $\frac{135}{512}$

$$5 \left( 3 \left( \frac{3}{4} \right)^3 \left( \frac{1}{4} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{10 \cdot 27}{4^5} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 27}{2^{10}}$$

$$= \frac{5 \times 27}{2^9} = \frac{3 \cdot 27}{135}$$

11. 발아율이 25%로 일정한 씨앗  $n$ 개를 뿌릴 때, 발아되는 씨앗의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(X^2)=70$ 을 만족시키는  $n$ 의 값은? [4.7점]

- ① 32      ② 35      ③ 40  
④ 44      ⑤ 48

$$B(n, \frac{1}{4})$$

$$p = \frac{n}{4}$$

$$V = \frac{n}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3n}{16}$$

$$\frac{3n}{16} = E(X^2) - \frac{n^2}{16}$$

$$\frac{3n+n^2}{16} = \frac{70}{1}$$

$$\frac{4 \cdot 16 \cdot 70}{112}$$

$$3n+n^2=1120$$

$$n^2+3n-1120=0$$

$$(n-32)(n+35)$$

12. 정규분포  $N(200, 20^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 100 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을  $\bar{X}$ 라고 하자.

- $E(\bar{X}) =$  (가)  
•  $V(\bar{X}) =$  (나)  
•  $P(\bar{X} \leq 198) = P(Z \leq$  (다))

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 이라 할 때,  $p+q+r$ 의 값을 구하면? (단,  $Z$ 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4.8점]

- ① 198      ② 199      ③ 200  
④ 201      ⑤ 203

$$E(\bar{X}) = 200$$

$$V(\bar{X}) = 4$$

$$P(Z \leq -1)$$

$$P(Z \leq \frac{19}{2})$$

13. 어느 제과 회사에서 생산하는 과자의 무게는 평균이 82 g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 과자 한 개를 임의로 택할 때, 과자의 무게가 78 g 이상 88 g 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4.9점]

z	P(0 ≤ Z ≤ z)
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915      ② 0.7745      ③ 0.8664  
④ 0.9332      ⑤ 0.9544

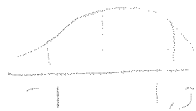
$$\mu = 82 \quad \sigma = 4 \quad Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(78 \leq X \leq 88)$$

$$P\left(\frac{78-82}{4} \leq X \leq \frac{88-82}{4}\right) \quad \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$P(-1 \leq X \leq 1.5)$$

$$P(0.3413 + 0.4332 = 0.7745)$$



14. 확률변수 Z가 표준정규분포 N(0, 1)을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 P(|Z| ≥ a) = 0.6170을 만족시키는 양수 a의 값을 구하면? [5.0점]

z	P(0 ≤ Z ≤ z)
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5      ② 1.0      ③ 1.5  
④ 1.75      ⑤ 2.0

$$P(|Z| \geq a) = 0.6170$$

$$P(|Z| \geq \frac{a-0}{1}) = 0.6170$$

$$2 \times (0.5 - a) = 0.6170$$

$$0.5 - a = 0.3065 \quad a = 0.1935$$



15. 한 개의 주사위를 450번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수가 140번 이상 160번 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [5.0점]

z	P(0 ≤ Z ≤ z)
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228      ② 0.1557      ③ 0.3830  
④ 0.5328      ⑤ 0.6826

$$(450, \frac{1}{6}) = np(150, \frac{1}{6})$$

$$P(140 \leq X \leq 160)$$

$$P\left(\frac{140-150}{10} \leq X \leq \frac{160-150}{10}\right)$$

$$P(-1 \leq X \leq 1)$$

$$2 \times 0.3413 = 0.6826$$

16. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모표준편차가 5g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 제품의 평균 무게를 신뢰도 95%로 추정할 때, 그 신뢰구간의 길이가 2g 이하가 되려면 적어도 몇 개의 제품을 조사해야 하는가? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, P(0 ≤ Z ≤ 1.96) = 0.475로 계산한다.) [5.1점]

- ① 96      ② 97      ③ 98  
④ 99      ⑤ 100

$$\sigma = 5$$

$$2 \times 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} \leq 2$$

$$1.96 \leq \sqrt{n}$$

$$4 \leq n$$

$$n \geq 15.36 \Rightarrow n = 16$$

17. 어느 지역의 학생 1000명의 수학 성적은 평균이 70점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따르고 있다. 표준정규분포표를 이용하여 수학 성적이 상위 20등 이내에 들기 위해서는 최소 몇 점 이상을 받아야 하는가? [5.2점]

z	P(0 ≤ Z ≤ z)
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① 86점  
④ 89점

② 87점  
⑤ 90점

③ 88점

$m = 70$   
 $\sigma = 10$   
 $B(1000, 0.02)$   
 $F(x) = 70$   
 $V(x) = 10 \times 0.02 = 0.2$   
 $P(X \geq 100)$   
 $P(Z \geq \frac{100 - 70}{10}) = P(Z \geq 3)$   
 $\frac{70 - 50}{10} = 2$

18. 이항분포 B(n, p)를 따르는 확률변수 X가 다음 두 조건을 만족시킬 때, 확률변수 X의 평균을 구하면? [5.2점]

(가) X의 분산은  $\frac{9}{4}$ 이다.

(나) X가 n-1일 때의 확률은 X가 n일 때의 확률의 4배이다.

① 3

② 4

③  $\frac{9}{2}$

④  $\frac{21}{4}$

⑤ 9

⑥ 12

$n \times p \times q = \frac{9}{4}$   
 $\frac{4}{3} \times p \times q = \frac{9}{4} \times \frac{3}{4}$   
 $B(n-1, p)$        $B(n, p)$   
 $p(n-1)$        $p \times q = \frac{27}{16}$

$4p(n-1) = np$

$4np - 4p = np$

$4np - 4p = np$

$4np - 4p = np$

3학년 ( 확률과 통계 ) ( 6 )면 중 ( 5 )면

n = 4

[논술형 1]

남학생 6명, 여학생 3명으로 이루어진 동아리에서 임의로 3명의 학생을 선발할 때, 선발되는 남학생의 수를 확률변수 X라고 하자. 다음을 구하시오. [총 6.0점]

1-1. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (4.0점)

$\frac{3 \times 6}{14 \times 6} = \frac{18}{84}$   
 $\frac{15 \times 3}{28 \times 3} = \frac{15}{28}$   
 $P(X=x)$       1   18   45   20   =  $\frac{5}{21}$   
 $84$   
 $\frac{2 \times 5 \times 2}{3 \times 4 \times 17}$

$9C3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}$

$19 + 65 = 84$

$3C3 = 1$   
 $3C2 \times 6C1 = 3 \times 6$   
 $3C1 \times 6C2 = 3 \times 15$   
 $6C3 = 20$

$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$

$\frac{3 \times 3 \times 5}{3 \times 4 \times 17} = \frac{15}{28}$

$\frac{2 \times 9 \times 3 \times 3}{3 \times 4 \times 17} = \frac{3}{14}$

1-2. 남학생이 1명 이하로 선발될 확률을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (2.0점)

$P(X=0) + P(X=1)$   
 $= \frac{1+18}{84} = \frac{19}{84}$

용인삼계고등학교

[논술형 2]

A, B 두 사람이 가위바위보를 한 번 할 때마다 이기면 2개의 상품을 받고, 지거나 비기면 1개의 상품을 받는 게임을 한다. 게임을 시작하고 A가 받은 상품의 총 개수가 5개일 확률을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, 두 사람이 각각 가위, 바위, 보를 낼 확률은 같다.) [7.0점]

(x) A  
(y) B

이기면 +2  
지거나 / 비기면 +1

$$2x + y = 5$$

$$x=1, y=3$$

$$x=2, y=1$$

$$x=0, y=5$$

$$x=1, y=3$$

$$\hookrightarrow {}^5C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$x=2, y=1$$

$${}^5C_2$$

$${}^4C_1 \quad 4$$

$$x=1, y=3$$

$$3 \times 9$$

$$140$$

$$12 + 27 + 1 = 28 + 12$$

$$\frac{{}^5C_1 + 2 \times {}^5C_2 + 1}{3^5} = \frac{12 + 27 + 1}{3^5} = \frac{40}{243}$$

[논술형 3]

세 쇼핑물 A, B, C에서만 판매되는 어떤 화장품은 각 쇼핑물에서 판매되는 양의 2%, 1%, 1%가 반품된다고 한다. 반품된 화장품 중 하나를 선택했을 때, (이것이 쇼핑물 A 또는 B에서 판매되었을 확률은  $\frac{7}{12}$ 이라고 한다.) 이 화장품 총 판매량의 20%가 쇼핑물 A에서 판매되었을 때, 총 판매량의 몇 %가 쇼핑물 C에서 판매되었는지 구하고 그 풀이 과정을 서술하시오. [7.0점]

$$A: 0.02$$

$$B = 0.01$$

$$C = 0.01$$

$$0.12$$

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.

