단원 ISSUE

이 단원에서는 **삼각함수의 그래프에 대한 문제, 여러 가지 각의 삼각함수의 성질에 대한 문제** 등이 자주 출제되며 여러 가지 각의 삼각함수의 기본 공식을 이해하고, 이를 바탕으로 한 암기가 필요합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 두 함수 $f(x)=2\sin x+1$, $g(x)=\cos 2x+1$ 에 대한 설명에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>
ㄱ. 함수 $f(x)$의 최솟값은 -1, 최댓값은 3을 가진다.
ㄴ. 함수 $g(x)$의 주기는 4π이다.
ㄷ. 함수 $y=\tan x+2$의 최댓값은 함수 $f(x)$의 최댓값과 같다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ,ㄴ
④ ㄴ,ㄷ
⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

[스스로 확인하기]

2. 함수 $y=a\sin x+1$의 치역은 $\{y|0\le y\le b\}$이고, 함수 $y=b\sin x+c$의 치역은 $\{y|-3\le y\le d\}$일 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? ($a>0$)

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

[스스로 확인하기]

3. $\tan$함수가 아닌 삼각함수 $y=f(x)$는 모든 실수 x에 대해 $f(x+p)=f(x)$을 만족하는 최소인 양의 실수 p가 2이고, $f(0)=4$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=6$을 만족할 때, $f\left(\frac{1}{3}\right)$을 구하면?

① 5
② $4+\sqrt{2}$
③ $4+\sqrt{3}$
④ $6-\sqrt{2}$
⑤ 6

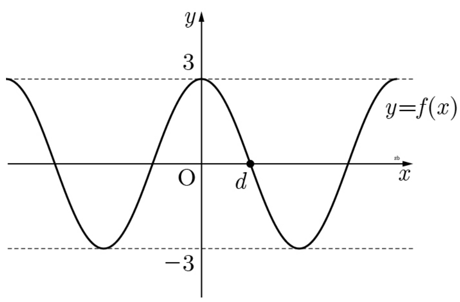
[스스로 확인하기]

4. $\cos^2\frac{1}{20}\pi+\cos^2\frac{2}{20}\pi+\cdots+\cos^2\frac{1}{2}\pi$의 값을 구하면?

① $\frac{7}{2}$
② 4
③ $\frac{9}{2}$
④ 5
⑤ $\frac{11}{2}$

[스스로 마무리하기]

5. 다음 그림은 함수 $f(x)=a\sin\pi(x+b)+c$의 그래프이다. $a+b+c+d$의 값은? (단, $a>0$, $0<b<1$)



① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

[스스로 마무리하기]

6. 함수 $y=\cos(ax)$의 그래프를 x축 방향으로 p만큼 이동시킨 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$는 항상 $f(x-\frac{\pi}{2})=f(x+\frac{\pi}{2})$을 만족하고, $f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$를 만족할 때, ap의 값을 구하면? ($0\le p\le\frac{\pi}{2}$)

① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$
③ $\frac{1}{3}\pi$ ④ $\frac{1}{2}\pi$
⑤ $\frac{2}{3}\pi$

[스스로 마무리하기]

7. $y=-2\sin(x+\frac{1}{2}\pi)\sin(\frac{1}{2}\pi-x)+3\cos x+a$ 가 $x=\theta$에서 최댓값 6을 가질 때, $\frac{a}{\cos\theta}$의 값을 구하면?

① $\frac{9}{2}$ ② 5
③ $\frac{11}{2}$ ④ 6
⑤ $\frac{13}{2}$

[스스로 확인하기]

8. 어떤 대포를 $v\,m/s$의 속도를 가지고 탄을 쏜다고 하자. 대포가 쏘는 방향과 지면이 이루는 각을 θ라 할 때, 탄이 날아가는 동안 가장 높을 때의 높이 $h(m)$ 사이에서 $h(\theta)=\frac{v^2}{2}\sin\theta$가 성립한다. 대포를 $10m/s$의 속도로 쏘았을 때, 탄이 최소 $25\sqrt{2}\,m$이상 최대 $25\sqrt{3}\,m$의 높이를 가지도록 하는 θ의 범위를 $a\le\theta\le b$라 하자. 이 때, $a+b$의 값을 구하면? ($0<\theta<\frac{\pi}{2}$)

① $\frac{5}{12}\pi$ ② $\frac{1}{2}\pi$
③ $\frac{7}{12}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$
⑤ $\frac{3}{4}\pi$

[스스로 확인하기]

9. θ가 $\log(\cos\theta)-\log(2\sin\theta)\le\log\frac{1}{2}$을 만족할 때, θ의 범위를 구하면? ($0<\theta<\pi$)

① $\frac{1}{4}\pi\le\theta<\frac{1}{2}\pi$ ② $\frac{1}{3}\pi<\theta<\pi$
③ $\frac{1}{2}\pi\le\theta<\frac{3}{4}\pi$ ④ $\frac{1}{3}\pi<\theta<\frac{1}{2}\pi$
⑤ $\frac{1}{2}\pi\le\theta\le\frac{5}{6}\pi$

[스스로 마무리하기]

10. $\sqrt{2\cos^2x-\sin^2x+2\cos x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$를 만족하는 x의 값을 구하면? (단, $0\le x<\pi$)

① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$
③ $\frac{1}{3}\pi$ ④ $\frac{1}{2}\pi$
⑤ $\frac{2}{3}\pi$

[스스로 마무리하기]

11. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\sin^2x+6\cos x\le a$ 이 항상 성립할 때, a의 최솟값을 구하면?

① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

[스스로 마무리하기]

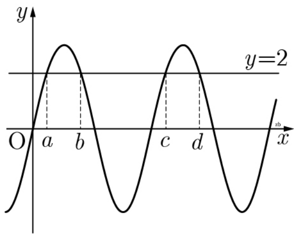
12. x에 대한 이차방정식 $x^2+2x+\cos^2\theta+\sin\theta-1=0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, θ의 범위는 $a<\theta<b$가 된다. 이 때, $a+b$의 값을 구하면? ($0\le\theta<2\pi$)

① $\frac{4}{3}\pi$ ② 2π
③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π
⑤ 4π

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

실전문제

13. 함수 $y=3\sin\frac{\pi}{2}x$의 그래프와 직선 $y=2$가 제1 사분면에서 만나는 점의 x좌표를 작은 것부터 차례로 a, b, c, d라고 할 때, $a+b+c+d$의 값은?



① 6 ② 8
③ 10 ④ 12
⑤ 14

14. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족한다. $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3}{2}\pi$의 범위에서 $f(x)$가 x축과 만나는 교점의 모든 x좌표 값의 합은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족시키는 최소의 양수 p는 π이다.
(나) $f(x)=\begin{cases}2\sin 4x+1 & \left(0\le x\le\frac{\pi}{2}\right)\\ -2\cos 4x-1 & \left(\frac{\pi}{2}<x<\pi\right)\end{cases}$

① $\frac{9\pi}{4}$ ② $\frac{15\pi}{4}$
③ $\frac{9}{2}\pi$ ④ 5π
⑤ $\frac{11\pi}{2}$

15. x에 대한 이차방정식 $2x^2-x\sin\theta+2\cos\theta+1=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 갖고, 양수인 근이 음수인 근의 절댓값보다 클 때, θ의 값의 범위를 구하면? (단, $0\le x<2\pi$)

① $\frac{2\pi}{3}<\theta<\pi$ ② $0<\theta<\pi$
③ $\frac{2\pi}{3}<\theta<\frac{4\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{6}<\theta<\frac{7\pi}{6}$
⑤ $\frac{2\pi}{3}<\theta<\frac{7\pi}{6}$

16. 모든 실수 x에 대하여 $(1-\cos\theta)x^2+2\sqrt{2}(\sin^2\theta)x+1+\cos\theta>0$이 항상 성립하는 θ의 범위가 $0\le\theta<a$, $b<\theta<c$, $d<\theta\le 2\pi$이다. 상수 $c+d-a-b$의 값은?(단, $0\le\theta\le 2\pi$)

① -2π ② -2
③ 0 ④ 1
⑤ 2π

17. 함수 $f(x)=a\cos(bx+c)+d$가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 상수 a, b, c, d의 값에 대하여 $a\times b\times c\times d$의 값은? (단, $a>0$, $b>0$, $0<c<\pi$)

(가) 함수 f의 최솟값은 -1이다.
(나) 함수 f의 주기는 4π이다.
(다) 함수 f는 $x=\frac{\pi}{4}$에서 최솟값을 갖는다.
(라) $f\left(-\frac{3}{4}\pi\right)=\frac{1}{2}$

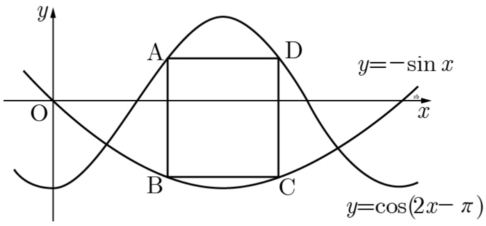
① $\frac{21}{64}\pi$ ② $\frac{7}{64}\pi$
③ $\frac{3}{64}\pi$ ④ $\frac{21}{16}\pi$
⑤ $\frac{7}{16}\pi$

18. 부등식 $\tan\frac{4}{5}\pi\le\tan x\le\tan\frac{2}{5}\pi$를 만족시키는 x에서 $\cos\frac{5}{12}x$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? (단, $0\le x\le 2\pi$)

① $-1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\sqrt{3}$
③ $-1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

19. 그림과 같이 함수 $y=-\sin x$와 $y=\cos(2x-\pi)$의 그래프로 둘러싸인 도형에 직사각형 $ABCD$가 내접한다. $\overline{BC}=\frac{\pi}{3}$일 때, 직사각형 $ABCD$의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}-1}{6}\pi$
② $\frac{\sqrt{3}+1}{6}\pi$
③ $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
④ $\frac{\sqrt{3}-1}{3}\pi$
⑤ $\frac{\sqrt{3}+1}{9}\pi$

20. 골프공이 날아가는 방향과 지면이 이루는 각의 크기를 θ로 하여 초속 $v m$로 골프공을 쳤을 때, 골프공의 수평 이동 거리를 $D m$라 하면

$$D=\frac{v^2\sin 2\theta}{10}$$

라고 한다. 초속 $20\sqrt{6}\,m$로 친 골프공의 수평 이동 거리가 $120\sqrt{3}\,m$일 때, 골프공이 날아가는 방향과 지면이 이루는 각의 크기는? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)

① $\frac{\pi}{12}$
② $\frac{\pi}{8}$
③ $\frac{\pi}{6}$
④ $\frac{\pi}{3}$
⑤ $\frac{\pi}{2}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] ㄱ. $-1 \le \sin x \le 1$에서 양변에 2를 곱하고 1을 더하면 $-1 \le 2\sin x+1 \le 3$이 되어 $f(x)$의 최솟값은 -1, 최댓값은 3이 된다. (참)

ㄴ. $g(x)=\cos 2x+1$ 이므로 주기는 $\dfrac{2\pi}{2}=\pi$이다. (거짓)

ㄷ. 함수 $y=\tan x$의 최댓값과 최솟값은 존재하지 않으므로 함수 $y=\tan x+2$의 최댓값은 존재하지 않는다. (거짓)

2) [정답] ③

[해설] 함수 $y=a\sin x+1$을 부등식으로 나타내면, $a>0$ 이므로 $-a+1 \le a\sin x+1 \le a+1$가 된다.
따라서 $\{y|\,0 \le y \le b\}=\{y|\,-a+1 \le y \le a+1\}$ 이
므로 $a=1, b=2$ 이다. 마찬가지로 $y=2\sin x+c$ 의
치역은 $\{y|\,-3 \le y \le d\}=\{y|\,-2+c \le y \le 2+c\}$
따라서 $c=-1$, $d=1$을 만족한다.
$\therefore a+b+c+d=3$

3) [정답] ③

[해설] 삼각함수 $f(x)$의 주기는 2가 된다.
따라서 $f(x)=a\cos\pi(x-c)+b$ 또는 $f(x)=a\sin\pi(x-c)+b$로 나타낼 수 있고, 두 식은 평행이동으로 겹쳐질 수 있으므로 $f(x)=a\cos\pi(x-c)+b$라 할 수 있다.
(단, $0 \le c<2$, $a \ne 0$)

$f(0)=a\cos(-c)\pi+b=a\cos c\pi+b=4$ … ㉠

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=a\cos\left(\dfrac{1}{2}-c\right)\pi+b=a\sin c\pi+b=6$ … ㉡

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=a\cos\left(-\dfrac{1}{2}-c\right)\pi+b=-a\sin c\pi+b=2$ … ㉢

㉡, ㉢의 양변을 더하면 $b=4$이고,
이를 ㉠에 대입하면 $c=\dfrac{1}{2}$이다.
또한, $a=2$이므로
$f(x)=2\cos\pi\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+4$이다.

$\therefore f\left(\dfrac{1}{3}\right)=2\cos\dfrac{\pi}{6}+4=4+\sqrt{3}$

4) [정답] ③

[해설] $\cos^2\dfrac{1}{20}\pi+\cos^2\dfrac{2}{20}\pi+\cdots+\cos^2\dfrac{1}{2}\pi$에서

$\cos\dfrac{9}{20}\pi=\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi-\dfrac{1}{20}\pi\right)=\sin\dfrac{1}{20}\pi$

$\cos\dfrac{8}{20}\pi=\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi-\dfrac{2}{20}\pi\right)=\sin\dfrac{2}{20}\pi$

⋮

$\cos\dfrac{6}{20}\pi=\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi-\dfrac{4}{20}\pi\right)=\sin\dfrac{4}{20}\pi$

$\cos^2\dfrac{1}{20}\pi+\cos^2\dfrac{2}{20}\pi+\cdots+\cos^2\dfrac{1}{2}\pi$

$=\left(\cos^2\dfrac{1}{20}\pi+\sin^2\dfrac{1}{20}\pi\right)+\left(\cos^2\dfrac{2}{20}\pi+\sin^2\dfrac{2}{20}\pi\right)$

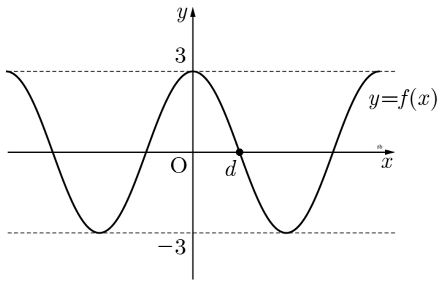
$+\left(\cos^2\dfrac{3}{20}\pi+\sin^2\dfrac{3}{20}\pi\right)+\left(\cos^2\dfrac{4}{20}\pi+\sin^2\dfrac{4}{20}\pi\right)$

$+\cos^2\dfrac{5}{20}\pi+\cos^2\dfrac{1}{2}\pi$

$=4+\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}$가 된다.

5) [정답] ①

[해설] $f(x)=a\sin\pi(x+b)+c$



$-a+c \le a\sin\pi(x+b)+c \le a+c$ 이므로
$-a+c=-3$, $a+c=3$을 만족하므로 $c=0, a=3$ 이다. 그리고 $y=3\sin\pi(x+b)$의 주기는 2이고,
점 $(0,3)$을 지나므로 $3=3\sin b\pi$ 이고 $b=\dfrac{1}{2}+2n$ (n은 정수) 임을 알 수 있다. $0<b<1$이므로
$b=\dfrac{1}{2}$가 된다. $f(x)=3\sin\pi\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ 이므로
$d=\dfrac{1}{2}$이다. $a+b+c+d=4$

6) [정답] ①

[해설] 함수 $y=\cos(ax)$을 평행이동 해도 주기는 바뀌지 않는다. x축 방향으로 p만큼 이동시킨 함수 $y=f(x)$가 $f\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 을 만족하므로 주기는 π이고, $a=2$가 된다.
따라서 $f(x)=\cos 2(x-p)$ 가 된다.
$f(0)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\cos(-2p)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,
$0 \le p \le \dfrac{\pi}{2}$ 이므로 $p=\dfrac{1}{12}\pi$를 만족한다.
따라서 $ap=\dfrac{\pi}{6}$

7) [정답] ⑤

[해설] $y=-2\sin\left(x+\dfrac{1}{2}\pi\right)\sin\left(\dfrac{1}{2}\pi-x\right)+3\cos x+a$

$=-2\cos^2 x+3\cos x+a=-2\left(\cos x-\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}+a$

$\cos x=\dfrac{3}{4}$일 때, 최댓값 $\dfrac{9}{8}+a=6$이므로 $a=\dfrac{39}{8}$

$x=\theta$일 때 최댓값을 가지므로 $\cos\theta=\frac{3}{4}$가 된다.

$\frac{a}{\cos\theta}=\frac{39}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{13}{2}$

8) [정답] ③
[해설] $v=10$일 때

$h(\theta)=\frac{10^2}{2}\sin\theta=50\sin\theta$

$25\sqrt{2}\le h(\theta)\le 25\sqrt{3}$에서

$25\sqrt{2}\le 50\sin\theta\le 25\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\le\sin\theta\le\frac{\sqrt{3}}{2}$

이 부등식의 해는 함수 $y=\sin\theta$의 그래프가 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$보다 아래쪽에 있거나 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 보다 위쪽에 있는 θ의 값의 범위와 같으므로

$\frac{\pi}{4}\le\theta\le\frac{\pi}{3}$ 이다. 따라서 $a+b=\frac{7}{12}\pi$

9) [정답] ①
[해설] $\log(\cos\theta)-\log(2\sin\theta)=\log\frac{\cos\theta}{2\sin\theta}\le\log\frac{1}{2}$

이므로 $\frac{\cos\theta}{2\sin\theta}\le\frac{1}{2}$이 되어 $1\le\tan\theta$를 만족해야

하므로 $\frac{\pi}{4}\le\theta<\frac{\pi}{2}$ 이다. (로그가 정의될 조건)

10) [정답] ③
[해설] $\sqrt{2\cos^2x-\sin^2x+2\cos x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 양변을

제곱하면 $2\cos^2x-\sin^2x+2\cos x=\frac{3}{4}$ 가 되고,

$\sin^2x=1-\cos^2x$이므로

$3\cos^2x+2\cos x-\frac{7}{4}=0$

$12\cos^2x+8\cos x-7=(\cos x-\frac{1}{2})(12\cos x+14)=0$

$-1\le\cos x\le 1$이므로 $\cos x=\frac{1}{2}$ 이다.

$0\le x<\pi$ 이므로 $x=\frac{\pi}{3}$이다.

11) [정답] ②
[해설] $f(x)=\sin^2x+6\cos x=-\cos^2x+6\cos x+1$

$\cos x=t$로 놓으면 $-1\le t\le 1$이고

$f(t)=-t^2+6t+1=-(t-3)^2+10$ 이므로

$f(1)=6, f(-1)=-6$ 이고 $-6\le f(t)\le 6$이다.

따라서 모든 실수 x에 대해 $f(t)\le a$ 를 만족하는 a의 최솟값은 6이다.

12) [정답] ④
[해설] 이차방정식 $x^2+2x+\cos^2\theta+\sin\theta-1=0$을 변형하면 $x^2+2x-\sin^2\theta+\sin\theta=0$ 이 된다.

이것이 서로 다른 부호의 실근을 가지기 위해선

$D=1-(-\sin^2\theta+\sin\theta)>0$ 이 성립해야한다.

$\sin^2\theta-\sin\theta+1=(\sin\theta-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$ 이므로

$D>0$이 항상 성립한다.

또한 $f(x)=x^2+2x-\sin^2\theta+\sin\theta$라 하면

$f(0)<0$을 만족해야한다.

따라서 $-\sin^2\theta+\sin\theta=-\sin\theta(\sin\theta-1)<0$으로

$1<\sin\theta$ 또는 $\sin\theta<0$ 이어야 한다.

$-1\le\sin\theta\le 1$이므로 $-1\le\sin\theta<0$ 이고,

$0\le\theta<2\pi$ 이므로 $\pi<\theta<2\pi$ 이다.

따라서 $a+b=3\pi$

13) [정답] ④
[해설] 함수 $y=3\sin\frac{\pi}{2}x$의 주기가 $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4$이므로

구하는 값은

$a+b+c+d=a+(2-a)+(4+a)+(6-a)$

$=12$이다.

14) [정답] ③
[해설] 조건 (가)에서 주기가 π임을 알 수 있다.

조건 (나)에서

(ⅰ) $0\le x\le\frac{\pi}{2}$일 때,

$2\sin 4x+1=0,\ \sin 4x=-\frac{1}{2}$를 풀면

$4x=\frac{7}{6}\pi$ 또는 $4x=\frac{11}{6}\pi$ $(\because 0\le 4x\le 2\pi)$

따라서 $x=\frac{7}{24}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{24}\pi$

그러므로 주기 π만큼 이동한 $\pi\le x\le\frac{3}{2}\pi$의

해는 $x=\frac{7}{24}\pi+\pi$ 또는 $x=\frac{11}{24}\pi+\pi$

따라서 x의 값의 합은

$\frac{7}{24}\pi+\frac{11}{24}\pi+\left(\frac{7}{24}\pi+\pi\right)+\left(\frac{11}{24}\pi+\pi\right)=\frac{7}{2}\pi$

(ⅱ) $\frac{\pi}{2}<x<\pi$일 때,

$-2\cos 4x-1=0,\ \cos 4x=-\frac{1}{2}$를 풀면

$4x=\frac{8}{3}\pi$ 또는 $4x=\frac{10}{3}\pi$ $(\because 2\pi\le 4x\le 4\pi)$

따라서 $x=\frac{8}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{10}{12}\pi$

그러므로 주기 $-\pi$만큼 이동한 $-\frac{\pi}{2}<x<0$의

해는 $x=\frac{8}{12}\pi-\pi$ 또는 $x=\frac{10}{12}\pi-\pi$

따라서 x의 값의 합은

$\frac{8}{12}\pi+\frac{10}{12}\pi+\left(\frac{8}{12}\pi-\pi\right)+\left(\frac{10}{12}\pi-\pi\right)=\pi$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 모든 x의 값의 합은 $\frac{9}{2}\pi$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574

15) [정답] ①

[해설] 이차방정식 $2x^2-x\sin\theta+2\cos\theta+1=0$의 두 근을 α, β (단, $\alpha<\beta$)라 하면
근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta=\dfrac{\sin\theta}{2}$, $\alpha\beta=\dfrac{2\cos\theta+1}{2}$이다.
또한, $f(x)=2x^2-x\sin\theta+2\cos\theta+1$라 할 때,
함수 $y=f(x)$의 그래프와
직선 $y=0$의 교점의 x좌표가 α, β이므로
이차방정식 $2x^2-x\sin\theta+2\cos\theta+1=0$이
서로 다른 부호의 두 실근을 갖고,
양수인 근이 음수인 근의 절댓값보다 크려면
$\alpha+\beta>0$, $\alpha\beta<0$, $f(0)<0$이어야 한다.
$\therefore \dfrac{\sin\theta}{2}>0$, $\cos\theta+\dfrac{1}{2}<0$, $2\cos\theta+1<0$
$0\le\theta<2\pi$에서
(ⅰ) 부등식 $\sin\theta>0$의 해는 $0<\theta<\pi$이다.
(ⅱ) 부등식 $\cos\theta<-\dfrac{1}{2}$의 해는
$\dfrac{2}{3}\pi<\theta<\dfrac{4}{3}\pi$이다.
(ⅲ) 부등식 $2\cos\theta+1<0$의 해는
(ⅱ)의 경우와 같으므로 $\dfrac{2}{3}\pi<\theta<\dfrac{4}{3}\pi$이다.
따라서 (ⅰ)~(ⅲ)에 의하여
구하고자 하는 θ의 값의 범위는
$\dfrac{2}{3}\pi<\theta<\pi$이다.

16) [정답] ⑤

[해설] (ⅰ) $1-\cos\theta=0$일 때, 주어진 부등식은
항상 성립한다. $\therefore \theta=0,\ 2\pi$
(ⅱ) $1-\cos\theta>0$일 때, $0<\theta<2\pi$
주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여
성립하려면
$D/4=(\sqrt{2}\sin^2\theta)^2-(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)<0$
$2\sin^4\theta-(1-\cos^2\theta)<0$, $2\sin^4\theta-\sin^2\theta<0$
$\sin^2\theta(2\sin^2\theta-1)<0$
$\sin^2\theta\ge0$이므로 $2\sin^2\theta-1<0$
$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sin\theta<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore\ 0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{3}{4}\pi<\theta<\dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{7}{4}\pi<\theta<2\pi$
(ⅰ)과 (ⅱ)에 의하여
$0\le\theta<\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{3}{4}\pi<\theta<\dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{7}{4}\pi<\theta\le2\pi$이다.
$\therefore\ a=\dfrac{\pi}{4}$, $b=\dfrac{3}{4}\pi$, $c=\dfrac{5}{4}\pi$, $d=\dfrac{7}{4}\pi$
따라서 $c+d-a-b=\dfrac{5}{4}\pi+\dfrac{7}{4}\pi-\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{3}{4}\pi=2\pi$

17) [정답] ①

[해설] 함수 f의 주기가 4π이므로
$\dfrac{2\pi}{b}=4\pi$에서 $b=\dfrac{1}{2}$이다.
함수 f의 최솟값이 -1이므로 $-a+d=-1$이다.
$x=\dfrac{\pi}{4}$에서 최솟값 -1을 가지므로
$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$이다.
$a\cos\left(\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\pi}{4}+c\right)+d=-1$
$-a+d=-1$에서 $d=a-1$이므로
위 식에 대입하여 정리하면
$a\cos\left(\dfrac{\pi}{8}+c\right)=-a$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}+c\right)=-1$이다.
$\dfrac{\pi}{8}+c=\pi$이므로 $c=\dfrac{7}{8}\pi$이다.
$f\left(-\dfrac{3}{4}\pi\right)=\dfrac{1}{2}$이므로
$f\left(-\dfrac{3}{4}\pi\right)=a\cos\left(-\dfrac{3}{8}\pi+\dfrac{7}{8}\pi\right)+d=\dfrac{1}{2}$이다.
$a\cos\dfrac{\pi}{2}+d=\dfrac{1}{2}$, $d=\dfrac{1}{2}$
$-a+d=-1$에서 $-a+\dfrac{1}{2}=-1$에서 $a=\dfrac{3}{2}$이다.
$\therefore\ a\times b\times c\times d=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{8}\pi\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{21}{64}\pi$

18) [정답] ④

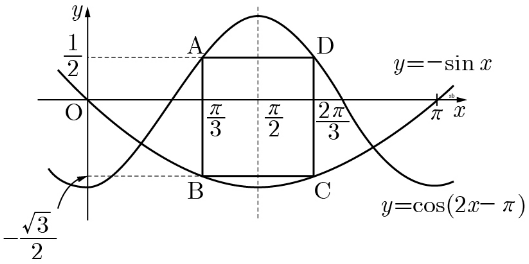
[해설] $0\le x\le2\pi$에서
부등식 $\tan\dfrac{4}{5}\pi=\tan\left(-\dfrac{\pi}{5}\right)\le\tan x\le\tan\dfrac{2}{5}\pi$를
만족시키는 x의 범위는
$0\le x\le\dfrac{2}{5}\pi$ 또는 $\dfrac{4\pi}{5}\le x\le\dfrac{7\pi}{5}$ 또는
$\dfrac{9\pi}{5}\le x\le2\pi$이다.
즉, $0\le\dfrac{5}{12}x\le\dfrac{\pi}{6}$ 또는 $\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{5}{12}x\le\dfrac{7}{12}\pi$ 또는
$\dfrac{3}{4}\pi\le\dfrac{5}{12}x\le\dfrac{5}{6}\pi$에서 $\cos\dfrac{5}{12}x$는
$\dfrac{5}{12}x=0$일 때, 최댓값 $M=\cos0=1$을 갖고,
$\dfrac{5}{12}x=\dfrac{5}{6}\pi$일 때, 최솟값 $m=\cos\dfrac{5}{6}\pi=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
을 갖는다.
$\therefore\ M+m=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

19) [정답] ②

[해설] 두 점 A, D의 중점의 x좌표는 $\dfrac{\pi}{2}$이므로
A, D의 x좌표는 각각 $\dfrac{\pi}{2}-a$, $\dfrac{\pi}{2}+a$라 하면
$\overline{BC}=\overline{AD}=\dfrac{\pi}{3}$에서 $a=\dfrac{\pi}{6}$이다.
따라서 두 점 A, B의 좌표는 $\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{1}{2}\right)$,

$\left(\frac{\pi}{3},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이므로 직사각형 $ABCD$의 넓이는

$\overline{AD}\times\overline{AB}=\frac{\pi}{3}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}+1}{6}\pi$



20) [정답] ③

[해설] 초속이 $v=20\sqrt{6}\,m$,

골프공의 수평 이동거리가 $D=120\sqrt{3}\,m$,

골프공이 날아가는 방향과 지면이

이루는 각의 크기가 θ일 때,

$120\sqrt{3}=\frac{(20\sqrt{6})^2\sin2\theta}{10}$,

$120\sqrt{3}=\frac{400\times6\times\sin2\theta}{10}$, $\sin2\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0<\theta<\frac{\pi}{4}$일 때, $0<2\theta<\frac{\pi}{2}$이므로

$2\theta=\frac{\pi}{3}\qquad\therefore\ \theta=\frac{\pi}{6}$

I410-ECN-0199-2021-001-001401574