01 선분의 내분점의 활용

선분의 내분점을 $P(a,b)$라 할 때

(1) 점 P가 특정 사분면 위의 점인 경우

⇨ a,b의 부호를 이용

(2) 점 P가 x축 (또는 y축) 위의 점인 경우

⇨ $b=0$(또는 $a=0$)임을 이용

(3) 점 P가 직선 $y=mx+n$ 위의 점인 경우

⇨ $b=ma+n$임을 이용

◪ **두 점 $A(-2,5), B(3,-2)$에 대하여 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, t의 값을 구하여라.(단, $0<t<1$)**

1. 점 P가 x축 위에 있을 때

2. 점 P가 y축 위에 있을 때

3. 점 P가 직선 $y=x+1$ 위에 있을 때

◪ **두 점 $A(-1,5), B(2,-3)$에 대하여 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, t의 값을 구하여라.(단, $0<t<1$)**

4. 점 P가 y축 위에 있을 때

5. 점 P가 x축 위에 있을 때

6. 점 P가 직선 $y=2x-1$ 위에 있을 때

◪ **두 점 $A(-2,1), B(2,-3)$에 대하여 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, t의 값 또는 t의 값의 범위를 구하여라.(단, $0<t<1$)**

7. 점 P는 제3사분면 위에 있다.

8. 점 P는 x축 위에 있다.

9. 점 P는 직선 $y=2x+1$ 위에 있다.

10. 점 P는 y축 위에 있다.

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

◪ 다음 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P가 ( )안의 사분면 위에 있을 때, t의 값의 범위를 구하여라.(단, $0<t<1$)

11. $A(4, -3), B(-5, 1)$ [제3사분면]

12. $A(-2, 4), B(1, -1)$ [제1사분면]

13. $A(-1, -3), B(2, 7)$ [제2사분면]

02 사각형에서 중점의 활용

(1) 평행사변형의 성질
① 두 쌍의 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
즉, 두 대각선의 중점이 일치한다.

(2) 마름모의 성질
① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
즉, 두 대각선의 중점은 일치한다.

◪ 다음 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$가 평행사변형일 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

14. $A(-2, 3), B(0, -1), C(3, 0), D(a, b)$

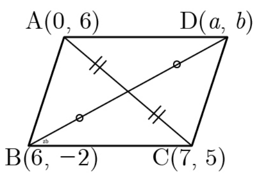
15. $A(4, 2), B(a, 5), C(2, b), D(5, -3)$

◪ 다음 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$가 마름모일 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

16. $A(-6, 1), B(-1, -3), C(a, 2), D(-2, b)$

17. $A(3, -1), B(a, b), C(3, -3), D(5, -2)$

18. 세 점 $A(0, 6), B(6, -2), C(7, 5)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $ABCD$에서 꼭짓점 $D(a, b)$의 좌표를 구하여라.

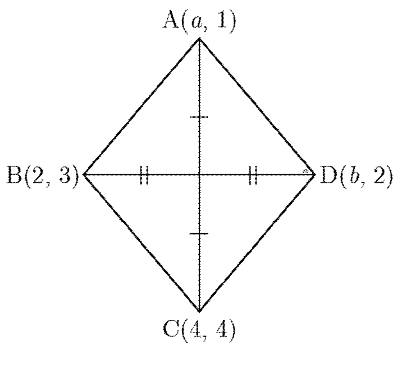


(1) $\overline{AC}$의 중점의 좌표를 구하여라.

(2) $\overline{BD}$의 중점의 좌표를 a, b를 사용하여 나타내어라.

(3) a, b의 값을 구하여라.

19. 네 점 $A(a, 1), B(2, 3), C(4, 4), D(b, 2)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 $ABCD$가 마름모일 때, a, b의 값을 구하여라.

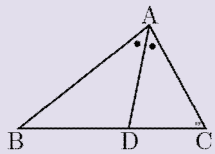


20. 네 점 $A(2,3), B(-7,a), C(-4,b), D(5,-6)$을 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$가 마름모일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.(단, $a>0$)

03 각의 이등분선의 성질

다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle BAD = \angle CAD$이면

⇨ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$



◪ 다음 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하여라.

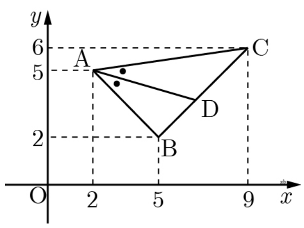
21. $A(3,6), B(-3,-2), C(6,2)$

22. $A(1,5), B(3,7), C(4,2)$

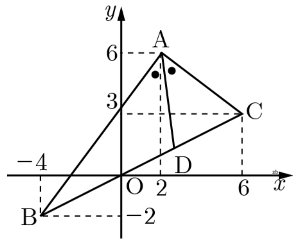
23. $A(2,1), B(1,3), C(-2,-1)$

◪ 다음 그림과 같이 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만 나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하여라.

24.

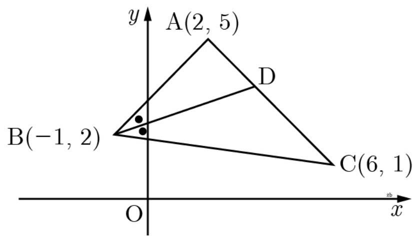


25.

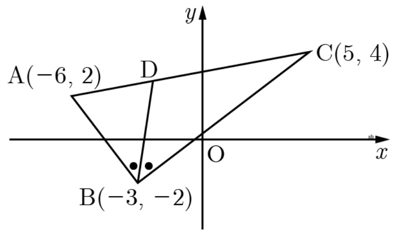


◪ 다음 그림에서 $\angle ABD = \angle CBD$일 때, 점 D의 좌표를 구하여라.

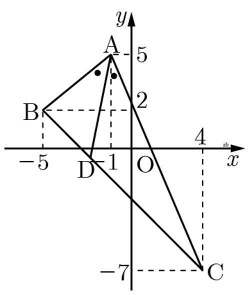
26.



27.



28. 다음 그림과 같이 세 점 $A(-1,5)$, $B(-5,2)$, $C(4,-7)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 $D(a,b)$라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.



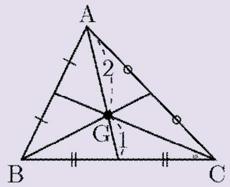
04 삼각형의 무게중심

좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G는 $G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$이다.

(1) 삼각형의 무게중심

① 정의: 삼각형의 세 중선의 교점

② 성질: 각 중선을 꼭짓점으로부터 2:1로 내분



◪ **다음 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하여라.**

29. $A(2, 1), B(-1, 0), C(3, -4)$

30. $A(1, -1), B(2, -4), C(3, -1)$

31. $A(2, -1), B(5, -6), C(-1, 1)$

32. $A(-2, 1), B(2, 3), C(3, 5)$

33. $A(-2, 3), B(4, -5), C(1, 8)$

34. $A\left(-\frac{3}{2}, 4\right)$, $B(1, 1)$, $C\left(\frac{7}{2}, 13\right)$

35. $A(3, -2)$, $B(4, 8)$, $C(-1, 6)$

36. $A(-6, 3)$, $B(-2, -1)$, $C(17, 4)$

37. $A(-3, 2)$, $B(1, 4)$, $C(5, 9)$

38. $A(1, 4)$, $B(-1, 2)$, $C(3, 0)$

39. $A(-4, -1)$, $B(-3, 1)$, $C(1, 3)$

40. $A(2, 1)$, $B(-1, -7)$, $C(5, 0)$

41. $A(2, 4)$, $B(5, 2)$, $C(-1, 3)$

42. $A(2, 1)$, $B(-3, 0)$, $C(1, 2)$

43. $A\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$, $B(2, -2)$, $C\left(\frac{9}{2}, 10\right)$

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

◪ 다음 두 점 A, B와 점 C를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심이 원점일 때, 점 C의 좌표를 구하여라.

44. $A(2,-2), B(-5,4)$

45. $A(1,2), B(-3,5)$

46. $A(-2,1), B(-4,7)$

◪ 세 점 A, B, C와 $\triangle ABC$의 무게중심 G의 좌표가 다음과 같을 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

47. $A(5,2), B(-2,7), C(3,-6), G(a,b)$

48. $\mathrm{A}(7,\ -4),\ \mathrm{B}(-3,\ 0),\ \mathrm{C}(a,\ b), G(5,\ 2)$

49. $\mathrm{A}(1,\ 1),\ \mathrm{B}(2,\ a),\ \mathrm{C}(b,\ 3), G(2,\ 3)$

50. $A(a,b), B(-1,2), C(2a,-2b), G(2,-1)$

51. $\mathrm{A}(-1,\ a),\ \mathrm{B}(3,\ 5),\ \mathrm{C}(1,\ 6),\ \mathrm{G}(b,\ 4)$

52. $\mathrm{A}(a,\ 2),\ \mathrm{B}(4,\ 5),\ \mathrm{C}(2,\ 5), \mathrm{G}(3,\ b)$

53. $\mathrm{A}(-2,\ a),\ \mathrm{B}(0,\ 6),\ \mathrm{C}(3,\ 2), \mathrm{G}(b,\ 3)$

◪ 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 G일 때, x, y의 값을 구하여라.

54. $A(4,-5), B(-5,2), C(x,y), G(-3,0)$

55. $A(1,2), B(x,3), C(-1,y), G(1,3)$

◪ 다음의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 다음의 순서로 구하여라.

56. $A(-2,2), B(2,5), C(3,-1)$

(1) $\overline{BC}$의 중점 D의 좌표

(2) $\overline{AD}$를 $2:1$로 내분하는 점 G의 좌표

57. $A(5,-3), B(-6,2), C(4,6)$

(1) $\overline{AC}$의 중점 D의 좌표

(2) $\overline{BD}$를 $2:1$로 내분하는 점 G의 좌표

58. 세 점 $A(-2,3), B(a,4), C(5,b)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(2,3)$일 때, 상수 a, b의 값을 구하여라.

59. 세 점 $A(-2,3), B(4,5), C(-4,1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 P, Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 구하여라.

60. 세 점 $A(1,1)$, $B(2,-2)$, $C(3,10)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표를 (a,b)라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

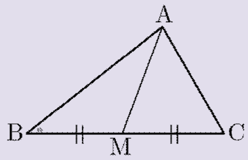
61. 두 점 $A(3,\ -4)$, $B(2,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 무게중심의 좌표를 $(\alpha,\ \beta)$라 할 때 $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

62. 점 A의 좌표가 $(2,\ 4)$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC의 중점 M의 좌표가 $(-1,\ -5)$일 때, 무게중심 G의 좌표를 구하여라.

05 중선정리(파포스의 정리)

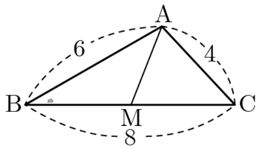
삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라고 할 때, 다음과 같은 등식이 성립한다.

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

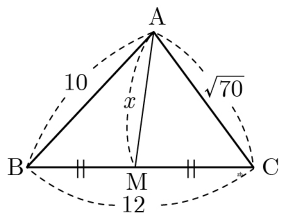


◪ 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 M이 변 BC의 중점일 때, $\overline{AM}$의 길이를 구하여라.

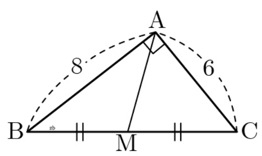
63.



64.



65.



정답 및 해설

1) $\frac{5}{7}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times3+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=5t-2$

$b=\frac{t\times(-2)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-7t$

$\therefore P(5t-2,5-7t)$

점 P가 x축 위에 있으므로

$5-7t=0 \quad \therefore t=\frac{5}{7}$

2) $\frac{2}{5}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times3+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=5t-2$

$b=\frac{t\times(-2)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-7t$

$\therefore P(5t-2,5-7t)$

점 P가 y축 위에 있으므로

$5t-2=0 \quad \therefore t=\frac{2}{5}$

3) $\frac{1}{2}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times3+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=5t-2$

$b=\frac{t\times(-2)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-7t$

$\therefore P(5t-2,5-7t)$

점 P가 직선 $y=x+1$ 위에 있으므로

$5-7t=(5t-2)+1, 6=12t \quad \therefore t=\frac{1}{2}$

4) $\frac{1}{3}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-8t$

$\therefore P(3t-1,5-8t)$

점 P가 y축 위에 있으므로

$3t-1=0 \quad \therefore t=\frac{1}{3}$

5) $\frac{5}{8}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-8t$

$\therefore P(3t-1,5-8t)$

점 P가 x축 위에 있으므로

$5-8t=0 \quad \therefore t=\frac{5}{8}$

6) $\frac{4}{7}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}=5-8t$

$\therefore P(3t-1,5-8t)$

점 P가 직선 $y=2x-1$ 위에 있으므로

$5-8t=2(3t-1)-1, 8=14t \quad \therefore t=\frac{4}{7}$

7) $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=4t-2$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}=1-4t$

$\therefore P(4t-2,1-4t)$

점 $P(4t-2,1-4t)$가 제3사분면에 있으므로

$4t-2<0$에서 $t<\frac{1}{2}$

$1-4t<0$에서 $t>\frac{1}{4}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$이다.

8) $\frac{1}{4}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=4t-2$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}=1-4t$

$\therefore P(4t-2,1-4t)$

점 $P(4t-2,1-4t)$가 x축 위에 있으므로

$1-4t=0 \quad \therefore t=\frac{1}{4}$

9) $\frac{1}{3}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=4t-2$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}=1-4t$

$\therefore P(4t-2,1-4t)$

점 $P(4t-2,1-4t)$가 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로

$1-4t=2(4t-2)+1,\ 4=12t \quad \therefore t=\frac{1}{3}$

10) $\frac{1}{2}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=4t-2$

$b=\frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}=1-4t$

$\therefore P(4t-2,1-4t)$

점 $P(4t-2,1-4t)$가 y축 위에 있으므로

$4t-2=0 \quad \therefore t=\frac{1}{2}$

11) $\frac{4}{9}<t<\frac{3}{4}$

⇨ 점P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times(-5)+(1-t)\times4}{t+(1-t)}=4-9t<0 \quad \therefore t>\frac{4}{9}$

$b=\frac{t\times1+(1-t)\times(-3)}{t+(1-t)}=4t-3<0 \quad \therefore t<\frac{3}{4}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{4}{9}<t<\frac{3}{4}$이다.

12) $\frac{2}{3}<t<\frac{4}{5}$

⇨ 점 P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times1+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}=3t-2>0 \quad \therefore t>\frac{2}{3}$

$b=\frac{t\times(-1)+(1-t)\times4}{t+(1-t)}=4-5t>0 \quad \therefore t<\frac{4}{5}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3}<t<\frac{4}{5}$이다.

13) $\frac{3}{10}<t<\frac{1}{3}$

⇨ 점P의 좌표를 (a,b)라 하면

$a=\frac{t\times2+(1-t)\times(-1)}{t+(1-t)}=3t-1<0 \quad \therefore t<\frac{1}{3}$

$b=\frac{t\times7+(1-t)\times(-3)}{t+(1-t)}=10t-3>0 \quad \therefore t>\frac{3}{10}$

따라서 t의 값의 범위는 $\frac{3}{10}<t<\frac{1}{3}$

14) $a=1,b=4$

⇨ 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{-2+3}{2}=\frac{0+a}{2},\ \frac{3+0}{2}=\frac{-1+b}{2}$

$\therefore a=1,b=4$

15) $a=1,b=0$

⇨ 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{4+2}{2}=\frac{a+5}{2},\ \frac{2+b}{2}=\frac{5-3}{2}$

$\therefore a=1,b=0$

16) $a=3,b=6$

⇨ 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{-6+a}{2}=\frac{-1-2}{2},\ \frac{1+2}{2}=\frac{-3+b}{2}$

$\therefore a=3,b=6$

17) $a=1,b=-2$

⇨ 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+3}{2}=\frac{a+5}{2},\ \frac{-1-3}{2}=\frac{b-2}{2}$

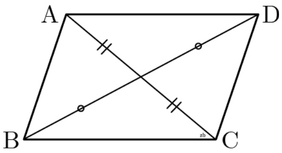
$\therefore a=1,b=-2$

18) (1)$\left(\frac{7}{2},\frac{11}{2}\right)$ (2)$\left(\frac{6+a}{2},\frac{-2+b}{2}\right)$

(3)$a=1,b=13$

⇨ (1)$\left(\frac{0+7}{2},\frac{6+5}{2}\right)=\left(\frac{7}{2},\frac{11}{2}\right)$

(3)평행사변형의 성질에 의하여 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

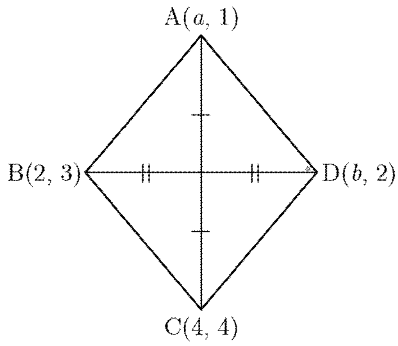


$\frac{7}{2}=\frac{6+a}{2},\ \frac{11}{2}=\frac{-2+b}{2}$

$\therefore a=1,b=13$

19) $a=1,b=3$ 또는 $a=3,b=5$

⇨ 마름모의 성질에 의하여 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로



$\frac{a+4}{2}=\frac{2+b}{2},\ \frac{1+4}{2}=\frac{3+2}{2}$

$\therefore b=a+2 \cdots$ ㉠

또, 마름모의 정의에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\sqrt{(2-a)^2+(3-1)^2}=\sqrt{(4-2)^2+(4-3)^2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-4a+3=0$, $(a-1)(a-3)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=3 \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$a=1,b=3$ 또는 $a=3,b=5$

20) 3

⇨ 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

두 중점의 y좌표가 같다.

$\frac{3+b}{2}=\frac{a-6}{2}$ $\quad\therefore b=a-9$ $\cdots$ ㉠

또, $\overline{AB}=\overline{AD}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2$이므로

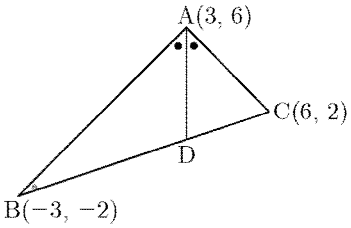
$(-7-2)^2+(a-3)^2=(5-2)^2+(-6-3)^2$

$a^2-6a=0$, $a(a-6)=0$ $\quad\therefore a=6(\because a>0)$ $\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $b=-3$

$\therefore a+b=3$

21) $\left(3, \frac{2}{3}\right)$

⇨ 

$\overline{AB}=\sqrt{(-3-3)^2+(-2-6)^2}=\sqrt{100}=10$

$\overline{AC}=\sqrt{(6-3)^2+(2-6)^2}$
$=\sqrt{25}=5$

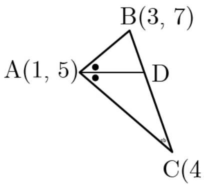
이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $2:1$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{2\times6+1\times(-3)}{2+1}, \frac{2\times2+1\times(-2)}{2+1}\right)$ $\quad\therefore D\left(3, \frac{2}{3}\right)$

22) $\left(\frac{17}{5}, 5\right)$

⇨ 

$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(7-5)^2}$
$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(4-1)^2+(2-5)^2}$
$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

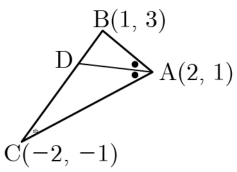
이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:3$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $2:3$으로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{2\times4+3\times3}{2+3}, \frac{2\times2+3\times7}{2+3}\right)$ $\quad\therefore D\left(\frac{17}{5}, 5\right)$

23) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$

⇨ 

$\overline{AB}=\sqrt{(1-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{(-2-2)^2+(-1-1)^2}$
$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=1:2$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{1\times(-2)+2\times1}{1+2}, \frac{1\times(-1)+2\times3}{1+2}\right)$ $\quad\therefore D\left(0, \frac{5}{3}\right)$

24) $\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$

⇨ 세 점 $A(2,5), B(5,2), C(9,6)$에 대하여

$\overline{AB}=\sqrt{(5-2)^2+(2-5)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(9-2)^2+(6-5)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=3:5$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $3:5$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{3\times9+5\times5}{3+5}, \frac{3\times6+5\times2}{3+5}\right)$ $\quad\therefore D\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$

25) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$

⇨ 세 점 $A(2,6), B(-4,-2), C(6,3)$에 대하여

$\overline{AB}=\sqrt{(-4-2)^2+(-2-6)^2}=\sqrt{100}=10$

$\overline{AC}=\sqrt{(6-2)^2+(3-6)^2}=\sqrt{25}=5$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $2:1$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{2\times6+1\times(-4)}{2+1}, \frac{2\times3+1\times(-2)}{2+1}\right)$

$\therefore D\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$

26) $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

⇨ 세 점 $A(2,5), B(-1,2), C(6,1)$에 대하여

$\overline{BA}=\sqrt{(2+1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(6+1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

이때, $\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{BA}:\overline{BC}=3:5$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$를 $3:5$로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{3\times6+5\times2}{3+5}, \frac{3\times1+5\times5}{3+5}\right)$ $\quad\therefore D\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

27) $\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$

⇨ 세 점 $A(-6,2), B(-3,-2), C(5,4)$에 대하여

$\overline{BA}=\sqrt{(-6+3)^2+(2+2)^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{BC}=\sqrt{(5+3)^2+(4+2)^2}=\sqrt{100}=10$

이때, $\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{BA}:\overline{BC}=1:2$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로

I410-ECN-0199-2017-001-000057208

$D\left(\frac{1\times5+2\times(-6)}{1+2}, \frac{1\times4+2\times2}{1+2}\right)$ $\quad\therefore D\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$

28) -3

⇨ 세 점 $A(-1,5), B(-5,2), C(4,-7)$에 대하여

$\overline{AB}=\sqrt{(-5+1)^2+(2-5)^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{AC}=\sqrt{(4+1)^2+(-7-5)^2}=\sqrt{169}=13$

이때, $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:13$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $5:13$으로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{5\times4+13\times(-5)}{5+13}, \frac{5\times(-7)+13\times2}{5+13}\right)$

$\therefore D\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad\therefore a+b=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3$

29) $G\left(\frac{4}{3}, -1\right)$

⇨ $\frac{2-1+3}{3}=\frac{4}{3}, \frac{1+0-4}{3}=-1$ $\quad\therefore G\left(\frac{4}{3}, -1\right)$

30) $(2, -2)$

⇨ $G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1-4-1}{3}\right)$, 즉 $G(2, -2)$

31) $(2, -2)$

⇨ $G\left(\frac{2+5-1}{3}, \frac{-1-6+1}{3}\right)$, 즉 $G(2, -2)$

32) $(1, 3)$

⇨ $G\left(\frac{-2+2+3}{3}, \frac{1+3+5}{3}\right)$, 즉 $G(1, 3)$

33) $G(1, 2)$

⇨ $\frac{-2+4+1}{3}=1, \frac{3-5+8}{3}=2$ $\quad\therefore G(1, 2)$

34) $G(1, 6)$

⇨ $\left(\frac{-\frac{3}{2}+1+\frac{7}{2}}{3}, \frac{4+1+13}{3}\right)=(1, 6)$

35) $G(2, 4)$

⇨ $\left(\frac{3+4-1}{3}, \frac{-2+8+6}{3}\right)=(2, 4)$

36) $G(3, 2)$

⇨ $\left(\frac{-6-2+17}{3}, \frac{3-1+4}{3}\right)=(3, 2)$

37) $G(1, 5)$

⇨ $\left(\frac{-3+1+5}{3}, \frac{2+4+9}{3}\right)=(1, 5)$

38) $G(1,2)$

⇨ $\left(\frac{1-1+3}{3}, \frac{4+2+0}{3}\right)=(1,2)$

39) $G(-2, 1)$

⇨ $\left(\frac{-4-3+1}{3}, \frac{-1+1+3}{3}\right)=(-2, 1)$

40) $G(2, -2)$

⇨ $\left(\frac{2-1+5}{3}, \frac{1-7+0}{3}\right)=(2, -2)$

41) $G(2,3)$

⇨ $\left(\frac{2+5-1}{3}, \frac{4+2+3}{3}\right)=(2,3)$

42) $G(0, 1)$

⇨ $\left(\frac{2+(-3)+1}{3}, \frac{1+0+2}{3}\right)=(0, 1)$

43) $G(2, 3)$

⇨ $\left(\frac{-\frac{1}{2}+2+\frac{9}{2}}{3}, \frac{1-2+10}{3}\right)=(2, 3)$

44) $(3, -2)$

⇨ $C(a,b)$라 하면 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(0,0)$이므로

$\frac{2-5+a}{3}=0, \frac{-2+4+b}{3}=0$ $\quad\therefore a=3, b=-2$

따라서 점 C의 좌표는 $(3, -2)$이다.

45) $(2, -7)$

⇨ $C(a,b)$라 하면 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(0,0)$이므로

$\frac{1-3+a}{3}=0, \frac{2+5+b}{3}=0$ $\quad\therefore a=2, b=-7$

따라서 점 C의 좌표는 $(2, -7)$이다.

46) $(6, -8)$

⇨ $C(a,b)$라 하면 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(0,0)$이므로

$\frac{-2-4+a}{3}=0, \frac{1+7+b}{3}=0$ $\quad\therefore a=6, b=-8$

따라서 점 C의 좌표는 $(6, -8)$이다.

47) $a=2, b=1$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 (a,b)이므로

$\frac{5-2+3}{3}=a, \frac{2+7-6}{3}=b$

$\therefore a=2, b=1$

48) $a=11, b=10$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(5,2)$이므로

$(5, 2)=\left(\frac{7-3+a}{3}, \frac{-4+0+b}{3}\right)$

$\therefore a=11, b=10$

49) $a=5, b=3$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(2,3)$이므로

$\left(\frac{1+2+b}{3}, \frac{1+a+3}{3}\right)=(2, 3)$

$\therefore a=5,\ b=3$

50) $a=\frac{7}{3}, b=5$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(2, -1)$이므로

$\frac{a-1+2a}{3}=2,\ \frac{b+2-2b}{3}=-1$

$\therefore a=\frac{7}{3}, b=5$

51)$a=1,\ b=1$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(b,4)$이므로

$(b,\ 4)=\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{a+5+6}{3}\right)$

$\therefore a=1,\ b=1$

52)$a=3, b=4$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(3,b)$이므로

$\left(\frac{a+4+2}{3}, \frac{2+5+5}{3}\right)=(3,b)$

$\therefore a=3, b=4$

53)$a=1,\ b=\frac{1}{3}$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(b,3)$이므로

$\left(\frac{-2+0+3}{3}, \frac{a+6+2}{3}\right)=(b,\ 3)$

$\therefore a=1,\ b=\frac{1}{3}$

54) $x=-8, y=3$

⇨ 삼각형 ABC의 무게중심이 $G(-3, 0)$이므로

$\frac{4-5+x}{3}=-3 \cdots\cdots$ ㉠, $\frac{-5+2+y}{3}=0 \cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $4-5+x=-9$ $\quad\therefore x=-8$

㉡에서 $-5+2+y=0$ $\quad\therefore y=3$

55) $x=3, y=4$

⇨ $\frac{1+x-1}{3}=1,\ \frac{2+3+y}{3}=3$이므로 $x=3, y=4$

56) (1)$D\left(\frac{5}{2}, 2\right)$ (2)$G(1,2)$

⇨ (1)$D\left(\frac{2+3}{2}, \frac{5-1}{2}\right)$ $\quad\therefore D\left(\frac{5}{2}, 2\right)$

(2)점 G의 좌표를 (x,y)라고 하면

$x=\frac{2\times\frac{5}{2}+1\times(-2)}{2+1}=\frac{3}{3}=1$

$y=\frac{2\times2+1\times2}{2+1}=\frac{6}{3}=2$ $\quad\therefore G(1,2)$

57) (1)$D\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (2)$G\left(1, \frac{5}{3}\right)$

⇨ (1)$D\left(\frac{5+4}{2}, \frac{-3+6}{2}\right)$ $\quad\therefore D\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

(2)점 G의 좌표를 (x,y)라고 하면

$x=\frac{2\times\frac{9}{2}+1\times(-6)}{2+1}=\frac{3}{3}=1$

$y=\frac{2\times\frac{3}{2}+1\times2}{2+1}=\frac{5}{3}$ $\quad\therefore G\left(1, \frac{5}{3}\right)$

58) $a=3, b=2$

⇨ $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(2,3)$이므로

$\frac{-2+a+5}{3}=2,\ \frac{3+4+b}{3}=3$

$\therefore a=3, b=2$

59) $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

⇨ 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

$\therefore P(1,4)$

선분 BC의 중점의 좌표는 $\left(\frac{4-4}{2}, \frac{5+1}{2}\right)$

$\therefore Q(0,3)$

선분 CA의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-2-4}{2}, \frac{3+1}{2}\right)$

$\therefore R(-3, 2)$

따라서 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{1+0-3}{3}, \frac{4+3+2}{3}\right)$, 즉 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$

60) 5

⇨ $G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{1-2+10}{3}\right)=(2,3)$

$a=2, b=3$

$a+b=5$

61) 0

⇨ 점 $P(0\ ,\ y)$라고 하자.

$\overline{AP}=\overline{BP}$ 이므로

$\sqrt{(3-0)^2+(-4-y)^2}=\sqrt{(2-0)^2+(1-y)^2}$

양변을 제곱하면

$9+16+8y+y^2=4+1-2y+y^2$

$10y=-20$

$\therefore y=-2$

따라서 삼각형 ABP의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{3+2+0}{3}\ ,\ \frac{-4+1-2}{3}\right)=\left(\frac{5}{3}\ ,\ \frac{-5}{3}\right)=(\alpha\ ,\ \beta)$이다.

$\therefore \alpha+\beta=0$

62) $(0,-2)$

⇨ 점B, C의 좌표를 $(a,b), (c,d)$로 두면

$\frac{a+c}{2}=-1, \frac{b+d}{2}=-5$

$\therefore a+c=-2, b+d=-10$

무게중심의 좌표는

$\left(\frac{2+a+c}{3}, \frac{4+b+d}{3}\right)=(0,-2)$이다.

63) $\sqrt{10}$

⇨ 점 M이 변 BC의 중점이므로 중선정리에 의하여

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

$6^2+4^2=2(\overline{AM}^2+4^2)$

$26=\overline{AM}^2+16$, $\overline{AM}^2=10$

$\therefore \overline{AM}=\sqrt{10}$ ($\because \overline{AM}>0$)

64) 7

⇨ 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BM}=6$

따라서 중선정리에 의해

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

$10^2+\sqrt{70}^2=2(\overline{AM}^2+6^2)$, $100+70=2\overline{AM}^2+72$

$\overline{AM}^2=49$ $\therefore \overline{AM}=7(\because \overline{AM}>0)$

65) 5

⇨ $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{BC}^2=8^2+6^2=10^2$ $\therefore \overline{BC}=10(\because \overline{BC}>0)$

이때, 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BM}=5$

따라서 중선정리에 의해

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

$8^2+6^2=2(\overline{AM}^2+5^2)$, $64+36=2\overline{AM}^2+50$

$\overline{AM}^2=25$ $\therefore \overline{AM}=5(\because \overline{AM}>0)$