



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-13
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

 $y = a \sin bx$, $y = a \cos bx$, $y = a \tan bx$ 의
 최대, 최소와 주기

삼각함수	최댓값	최솟값	주기
$y = a \sin bx$	$ a $	$- a $	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \cos bx$	$ a $	$- a $	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \tan bx$	없다.	없다.	$\frac{\pi}{ b }$

■ 다음 함수의 치역과 주기를 구하여라.

1. $y = 4 \sin 3x$

2. $y = 2 \sin x$

3. $y = \frac{5}{2} \sin 4x$

4. $y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

5. $y = 2 \sin (2x - \pi)$

6. $y = 2 |\sin \pi x|$

7. $y = -3 \sin \frac{1}{2}x$

8. $y = |2 \sin x - 1|$

9. $y = 2 |\sin 3x|$

10. $y = \left| \sin x - \frac{1}{4} \right|$

11. $y = \sqrt{2} \sin \pi x - \sqrt{2}$

12. $y = 4 \cos 3x$

13. $y = 7 \cos 6x$

14. $y = 5 \cos 2x$

15. $y = \frac{5}{2} \cos x$

16. $y = 3 |\cos \pi x|$

17. $y = \left| \cos x + \frac{1}{3} \right|$

18. $y = \frac{1}{2} |\cos 2x|$

19. $y = 2 \cos \left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3} \right) - 2$

20. $y = \sqrt{3} \cos \pi x - \sqrt{3}$

21. $y = \frac{5}{2} \cos x - 1$

22. $y = 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{2} \right)$

23. $y = 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

24. $y = |\tan x - 1|$

25. $y = 4 \tan \left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{6} \right) + 5$

26. $y = \frac{3}{2} \tan \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) - 1$

27. $y = \sqrt{3} |\tan \pi x|$

28. $y = \sqrt{5} \tan x - 2\sqrt{5}$

■ 다음 함수의 점근선의 방정식과 주기를 구하여라.

29. $y = \tan \frac{x}{2}$

30. $y = \frac{1}{2} \tan 4x$

31. $y = \frac{2}{3} \tan 4x$

32. $y = \frac{\sqrt{3}}{3} \left| \tan \frac{1}{2}x \right|$

33. $y = -2 \tan 3x$

34. $y = 2 \tan \frac{\pi}{2}x$

35. $y = 3 \tan \frac{1}{4}x$

36. $y = \frac{3}{2} \tan x$

37. $y = \frac{4}{3} \tan \frac{1}{2}x$

38. $y = \tan 2x$

■ 다음 함수의 주기, 최댓값, 최솟값을 각각 구하여라.

39. $y = \frac{1}{2} \sin 3x$

40. $y = \frac{1}{4} \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$

41. $y = 2 \sin x$

42. $y = |3 \sin x|$

43. $y = -\cos x$

44. $y = \cos 3x$

45. $y = -2 \cos 2x$

46. $y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 1$

47. $y = \left| \frac{1}{2} \cos 2x \right|$

■ 다음 삼각함수의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하고, 최댓값, 최솟값, 주기를 각각 구하여라.

48. $y = -\sin 2x \left[p = \frac{\pi}{3}, q = 2 \right]$

49. $y = \sin x \left[p = \frac{\pi}{2}, q = -1 \right]$

50. $y = -2 \cos \frac{x}{3} \left[p = \frac{\pi}{3}, q = -1 \right]$

51. $y = \frac{1}{3} \cos x \left[p = -\pi, q = \frac{4}{3} \right]$

■ 다음 조건을 만족하는 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$)

52. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 최댓값은 4, 주기는 $\frac{\pi}{3}$, $f\left(\frac{\pi}{36}\right) = 3$

53. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 주기 3π , 최댓값 5, $f(0) = 1$

54. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 최댓값 6, 최솟값 0 주기 $\frac{\pi}{2}$

55. 함수 $f(x) = a \sin \left(bx + \frac{\pi}{3} \right) - c$ 의 주기 π ,
최솟값 -2 , $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2$

56. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 최댓값 3 , 최솟값 -1 ,
주기 π

57. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 주기 $\frac{\pi}{4}$,
최댓값 8 , $f(0) = 3$

58. 함수 $f(x) = a \sin bx + c$ 의 주기 $\frac{\pi}{4}$, 최댓값 9 ,
 $f(0) = 4$

59. 함수 $f(x) = a |\sin bx| + c$ 의 최댓값 $\frac{7}{2}$, 주기
 $\frac{\pi}{3}$, $f\left(\frac{\pi}{18}\right) = 2$

60. 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최솟값 -3 , 주기 π ,
 $f(0) = 1$

61. 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최댓값 3 , 최솟값 -1 ,
주기 3π

62. 함수 $f(x) = a \cos \left(\pi - \frac{x}{b} \right) + c$ 의 주기 6π ,
최댓값 1 , $f(\pi) = -2$

63. 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최댓값 1 , 주기 $\frac{\pi}{2}$,
 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2$

64. 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최솟값 -2 ,
주기 $\frac{\pi}{6}$, $f\left(\frac{\pi}{24}\right) = 1$

65. 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최댓값 4 , 최솟값 -2 ,
주기 2π

■ 다음 조건을 만족하는 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

66. 함수 $f(x) = a \tan bx + c$ 의 주기는 2π 이고,
 $f(0) = -1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 이다. (단, $b > 0$)

67. 함수 $f(x) = a \tan bx + c$ 의 주기는 $\frac{\pi}{2}$,
 $f(0) = 1, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$

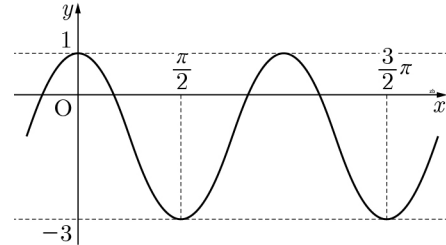
68. 함수 $f(x) = a \tan bx + c$ 의 주기는 $\frac{\pi}{2}$ 이고,
 $f(0) = 2, f\left(\frac{5}{8}\pi\right) = 5$ 이다. (단, $b > 0$)

69. 함수 $f(x) = a \tan bx + c$ ($b > 0$)의 주기는 $\frac{\pi}{2}$ 이
 고, $f(0) = \sqrt{3}, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ 이다.

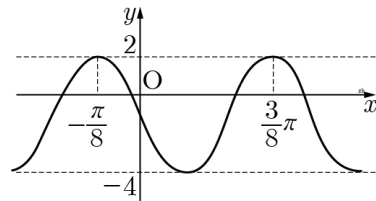
70. 함수 $f(x) = a \tan\left(x + \frac{\pi}{b}\right) + c$ 의 그래프에서 y 축
 에 가장 가까운 점근선의 방정식이 $x = \frac{\pi}{3}$ 이고,
 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 3, f\left(-\frac{5}{12}\pi\right) = -1$ 이다. (단, $b > 1$)

■ 다음 물음에 답하여라.

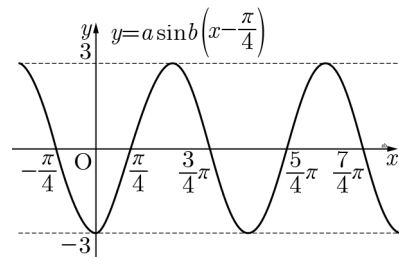
71. 함수 $y = a \sin(bx + c) + d$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0, b > 0, 0 < c < \pi$)



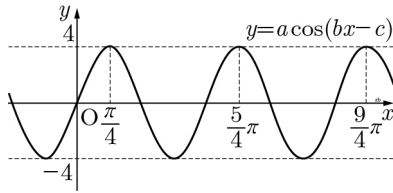
72. $y = a \sin b\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$)



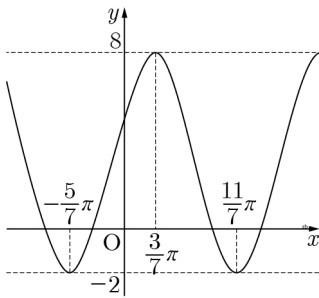
73. 함수 $y = a \sin b\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$)



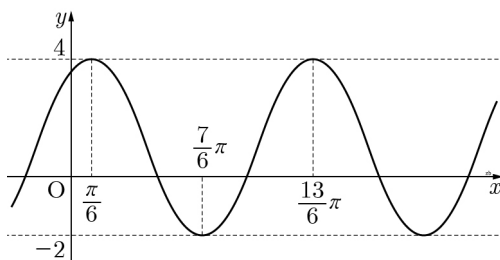
74. 함수 $y = a \cos (bx - c)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0, b > 0, 0 < c < \pi$)



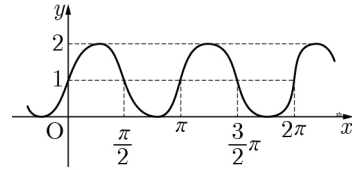
75. 함수 $y = a \cos (bx + c) + d$ 의 그래프가 그림과 같고 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + 16b + \frac{16}{\pi}c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0, -\pi < c < \pi$)



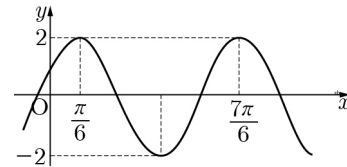
76. 함수 $y = a \cos (bx - c) + d$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $a > 0, b > 0, 0 < c < \frac{\pi}{2}$)



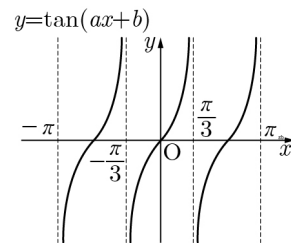
77. $y = a \cos (bx + c) + d$ 의 그래프이다. 상수 a, b, c, d 에 대하여 $abcd$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < c < \pi$)



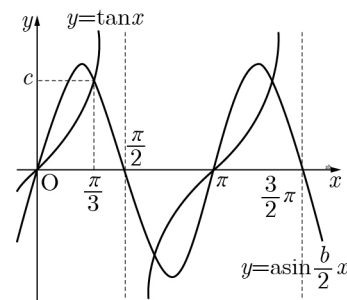
78. 다음 그림은 함수 $y = a \cos (bx - c)$ 의 그래프이다. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + \frac{c}{\pi}$ 의 최솟값을 구하여라.



79. 함수 $y = \tan (ax + b)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 $2ab$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < b < 2\pi$)



80. 그림은 두 함수 $y = \tan x$ 와 $y = a \sin \frac{b}{2}x$ 의 그래프이다. 두 함수의 그래프가 점 $(\frac{\pi}{3}, c)$ 에서 만날 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$)





정답 및 해설

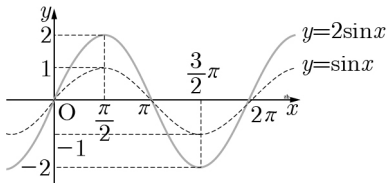
1) 치역 : $\{y | -4 \leq y \leq 4\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

⇒ 함수 $y = 4 \sin 3x$ 의

치역 : $\{y | -4 \leq y \leq 4\}$, 주기 : $\frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$

2) 치역 : $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$, 주기 : 2π

⇒ 함수 $y = 2 \sin x$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 치역 : $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$, 주기 : 2π

3) 치역 : $\left\{y \mid -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{5}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

⇒ 함수 $y = \frac{5}{2} \sin 4x$ 의 치역 : $\left\{y \mid -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{5}{2}\right\}$

주기 : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

4) 치역 : $\left\{y \mid -\frac{4}{3} \leq y \leq -\frac{2}{3}\right\}$, 주기 : 4π

⇒ 함수 $y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ 의

최댓값은 $\frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$, 최솟값은 $-\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$ 이

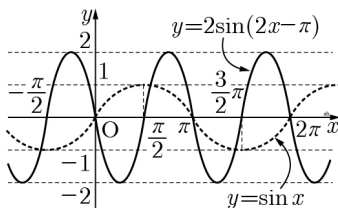
므로 치역 : $\left\{y \mid -\frac{4}{3} \leq y \leq -\frac{2}{3}\right\}$

주기 : $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

5) 치역 : $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$, 주기 : π

⇒ $y = 2 \sin(2x - \pi) = 2 \sin 2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프는

$y = \sin x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 배, y 축의 방향으로 2배한 후, x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 치역은 $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$, 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 이다.

6) 치역 : $\{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 주기 : 1

⇒ 함수 $y = \sin \pi x$ 의 치역은 $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$, 주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ 이므로 함수 $y = |\sin \pi x|$ 의

치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 1\}$, 주기는 1이다.

따라서 함수 $y = 2 |\sin \pi x|$ 의

치역 : $\{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 주기 : 1

7) 치역 : $\{y | -3 \leq y \leq 3\}$, 주기 : 4π

⇒ 함수 $y = -3 \sin \frac{1}{2}x$ 의 치역 : $\{y | -3 \leq y \leq 3\}$

주기 : $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

8) 치역 : $\{y | 0 \leq y \leq 3\}$, 주기 : 2π

⇒ 함수 $y = 2 \sin x - 1$ 의 최댓값은 $2 - 1 = 1$, 최솟값은 $-2 - 1 = -3$ 이므로

치역은 $y = \{y | -3 \leq y \leq 1\}$, 주기는 2π

따라서 함수 $y = |2 \sin x - 1|$ 의

치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 3\}$, 주기는 2π

9) 치역 : $\{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

⇒ 함수 $y = \sin 3x$ 의 치역은 $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$,

주기는 $\frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$

함수 $y = |\sin 3x|$ 의 치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 1\}$,

주기는 $\frac{\pi}{3}$

따라서 함수 $y = 2 |\sin 3x|$ 의

치역 : $\{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

10) 치역 : $\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{5}{4}\right\}$, 주기 : 2π

⇒ 함수 $y = \sin x - \frac{1}{4}$ 의 최댓값은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

최솟값은 $-1 - \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$ 이므로

치역은 $\left\{y \mid -\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{3}{4}\right\}$, 주기는 2π

따라서 함수 $y = \left|\sin x - \frac{1}{4}\right|$ 의 치역은

$\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{5}{4}\right\}$, 주기 : 2π

11) 치역 : $\{y | -2\sqrt{2} \leq y \leq 0\}$, 주기 : 2

⇒ 함수 $y = \sqrt{2} \sin \pi x - \sqrt{2}$ 의

최댓값은 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$,

최솟값은 $-\sqrt{2} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}$ 이므로

치역은 $\{y | -2\sqrt{2} \leq y \leq 0\}$

주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

12) 치역 : $\{y \mid -4 \leq y \leq 4\}$, 주기 : $\frac{2}{3}\pi$

13) 치역 : $\{y \mid -7 \leq y \leq 7\}$, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

⇒ 함수 $y = 7 \cos 6x$ 의 치역 : $\{y \mid -7 \leq y \leq 7\}$
 주기는 $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

14) 치역 : $\{y \mid -5 \leq y \leq 5\}$, 주기 : π

15) 치역 : $\left\{y \mid -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{5}{2}\right\}$, 주기 : 2π

16) 치역 : $\{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$, 주기 : 1

⇒ 함수 $y = \cos \pi x$ 의 치역은 $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$,
 주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

함수 $y = |\cos \pi x|$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$,
 주기는 1

따라서 함수 $y = 3 |\cos \pi x|$ 의
 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$, 주기는 1

17) 치역 : $\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{4}{3}\right\}$, 주기 : 2π

⇒ 함수 $y = \cos x + \frac{1}{3}$ 의 최댓값은 $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$,

최솟값은 $-1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$ 이므로

치역은 $\left\{y \mid -\frac{2}{3} \leq y \leq \frac{4}{3}\right\}$, 주기는 2π 이다.

따라서 함수 $y = \left|\cos x + \frac{1}{3}\right|$ 의

치역은 $\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{4}{3}\right\}$, 주기는 2π 이다.

18) 치역 : $\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$, 주기 : $\frac{\pi}{2}$

⇒ 함수 $y = \cos 2x$ 의 치역은 $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$,
 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 이므로 함수 $y = |\cos 2x|$ 의

치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$, 주기는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

따라서 함수 $y = \frac{1}{2} |\cos 2x|$ 의

치역은 $\left\{y \mid 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$, 주기는 $\frac{\pi}{2}$

19) 치역 : $\{y \mid -4 \leq y \leq 0\}$, 주기 : 4π

⇒ 함수 $y = 2 \cos \left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$ 의

최댓값은 $2 - 2 = 0$, 최솟값은 $-2 - 2 = -4$ 이므로

치역은 $\{y \mid -4 \leq y \leq 0\}$, 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ 이다.

20) 치역 : $\{y \mid -2\sqrt{3} \leq y \leq 0\}$, 주기 : 2

⇒ 함수 $y = \sqrt{3} \cos \pi x - \sqrt{3}$ 의

최댓값은 $\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$,

최솟값은 $-\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$ 이므로

치역은 $\{y \mid -2\sqrt{3} \leq y \leq 0\}$

주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

21) 치역 : $\left\{y \mid -\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}$, 주기 : 2π

⇒ 함수 $y = \frac{5}{2} \cos x - 1$ 의 최댓값은 $\frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$,

최솟값은 $-\frac{5}{2} - 1 = -\frac{7}{2}$ 이므로

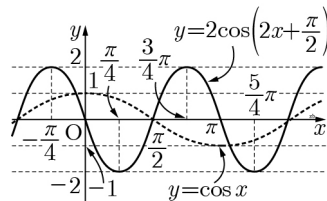
치역은 $\left\{y \mid -\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}$, 주기는 2π 이다.

22) 치역 : $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$, 주기 : π

⇒ $y = 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프는

$y = \cos x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 배, y 축

의 방향으로 2배한 후, x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{4}$ 만큼
 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

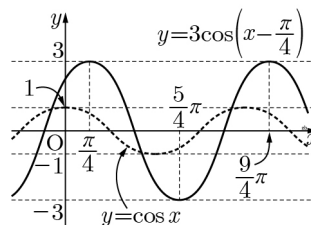


따라서 치역은 $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$, 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$
 이다.

23) 치역 : $\{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$, 주기 : 2π

⇒ $y = 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프는 $y = \cos x$ 의 그래프

를 y 축의 방향으로 3배한 후 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{4}$
 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 치역은 $\{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$, 주기는 2π 이다.

24) 치역 : $\{y \mid y \geq 0\}$, 주기 : π

⇒ 함수 $y = \tan x - 1$ 의 치역은 실수 전체의 집합, 주
 기는 π 이므로 함수 $y = |\tan x - 1|$ 의
 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$, 주기는 π 이다.

25) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : 3π

⇒ 함수 $y = 4 \tan \left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{6} \right) + 5$ 의 치역은 실수 전체의 집합, 주기는 $\frac{\pi}{\frac{1}{3}} = 3\pi$ 이다.

26) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : $\frac{\pi}{3}$

⇒ 함수 $y = \frac{3}{2} \tan \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) - 1$ 의 치역은 실수 전체의 집합, 주기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

27) 치역 : $\{y | y \geq 0\}$, 주기 : 1

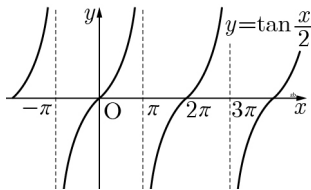
⇒ 함수 $y = \tan \pi x$ 의 치역은 실수 전체의 집합, 주기는 $\frac{\pi}{\pi} = 1$

함수 $y = |\tan \pi x|$ 의 치역은 $\{y | y \geq 0\}$, 주기 : 1
따라서 함수 $y = \sqrt{3} |\tan \pi x|$ 의 치역은 $\{y | y \geq 0\}$, 주기는 1이다.

28) 치역 : 실수 전체의 집합, 주기 : π

29) 점근선의 방정식 : $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)
주기 : 2π ,

⇒ $y = \tan \frac{x}{2}$ 의 그래프는 $y = \tan x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2배한 것이므로 다음 그림과 같다.

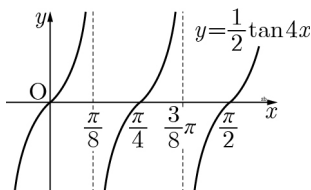


따라서 주기는 $\frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$, 점근선의 방정식은 $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)이다.

30) 점근선의 방정식 : $x = \frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{8}$ (n 은 정수),

주기 : $\frac{\pi}{4}$,

⇒ $y = \frac{1}{2} \tan 4x$ 의 그래프는 $y = \tan x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{4}$ 배한 후 y 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 배한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 주기는 $\frac{\pi}{4}$, 점근선의 방정식은

$x = \frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{8}$ (n 은 정수)이다.

31) 점근선의 방정식 : $x = \frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{8}$ (n 은 정수)

주기 : $\frac{\pi}{4}$

32) 점근선의 방정식 : $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)
주기 : 2π

⇒ 함수 $y = \tan \frac{1}{2}x$

점근선의 방정식은 $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)

주기는 $\frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$ 이므로

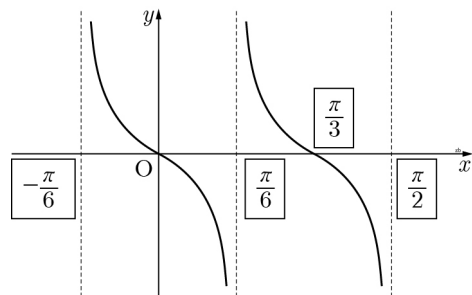
함수 $y = \frac{\sqrt{3}}{3} \left| \tan \frac{1}{2}x \right|$ 의

점근선의 방정식 : $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)
주기 : 2π

33) 점근선의 방정식 : $x = \frac{\pi}{6}(2n+1)$ (n 은 정수),

주기 : $\frac{\pi}{3}$

⇒ $y = -2 \tan 3x$ 의 그래프는 $y = 2 \tan 3x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 것이므로 $y = -2 \tan 3x$ 의 그래프는 다음과 같다.



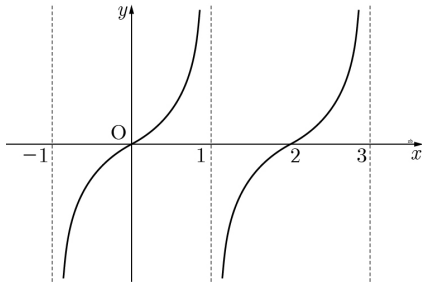
따라서 점근선의 방정식은 $3x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$x = \frac{\pi}{6}(2n+1)$, (단, n 은 정수),

주기는 $\frac{\pi}{3}$

34) 점근선의 방정식 : $x = 2n+1$ (n 은 정수),
주기 : 2

⇒ $y = 2 \tan \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 점근선의 방정식은 $\frac{\pi}{2}x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서
 $x = 2n + 1$ (단, n 은 정수), 주기는 2

35) 점근선의 방정식 : $x = 4n\pi + 2\pi$ (n 은 정수)

주기 : $\frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$

⇒ 함수 $y = 3 \tan \frac{1}{4}x$ 의 점근선의 방정식은

$x = 4n\pi + 2\pi$ (n 은 정수), 주기는 $\frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$

36) 점근선의 방정식 : $x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n 은 정수)

주기 : π

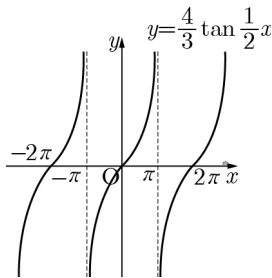
⇒ 함수 $y = \frac{3}{2} \tan x$ 의 점근선의 방정식은

$x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n 은 정수), 주기는 π 이다.

37) 점근선의 방정식 : $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수)

주기 : 2π

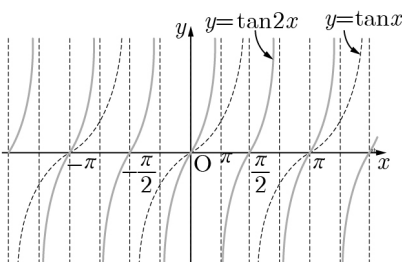
⇒ 그래프는 다음과 같다.



38) 점근선의 방정식 : $x = \frac{n}{2}\pi + \frac{\pi}{4}$ (n 은 정수)

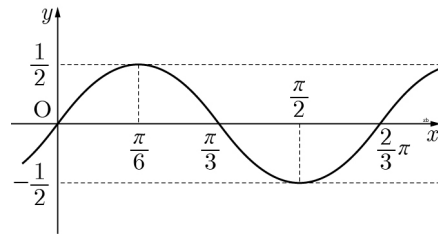
주기 : $\frac{\pi}{2}$

⇒ 그래프는 다음과 같다.



39) 주기 : $\frac{2}{3}\pi$, 최댓값 : $\frac{1}{2}$, 최솟값 : $-\frac{1}{2}$

⇒ $y = \frac{1}{2} \sin 3x$ 의 그래프는 다음과 같다.



∴ 주기 : $\frac{2}{3}\pi$, 최댓값 : $\frac{1}{2}$, 최솟값 : $-\frac{1}{2}$

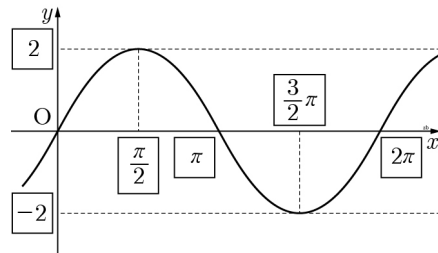
40) 주기 : π , 최댓값 : $\frac{1}{4}$, 최솟값 : $-\frac{1}{4}$

⇒ $y = \frac{1}{4} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 에서 최댓값은 $\frac{1}{4}$,

최솟값은 $-\frac{1}{4}$, 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$

41) 주기 : 2π , 최댓값 : 2, 최솟값 : -2

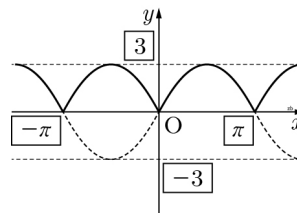
⇒ $y = 2 \sin x$ 의 그래프는 다음과 같다.



∴ 주기 : 2π , 최댓값 : 2, 최솟값 : -2

42) 주기 : π , 최댓값 : 3, 최솟값 : 0

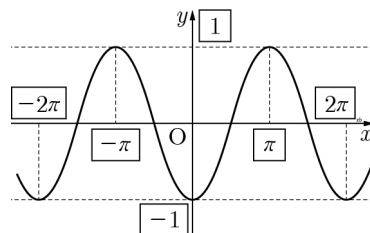
⇒ $y = |3 \sin x|$ 의 그래프는 다음과 같이 $y = 3 \sin x$ 의 그래프에서 x 축의 아랫부분을 x 축에 대하여 대칭이동한다.



∴ 주기 : π , 최댓값 : 3, 최솟값 : 0

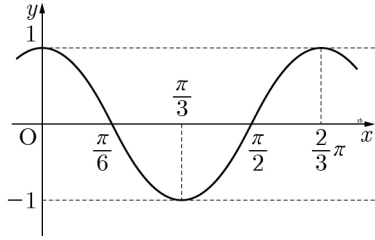
43) 주기 : 2π , 최댓값 : 1, 최솟값 : -1

⇒ $y = -\cos x$ 의 그래프는 다음과 같다.



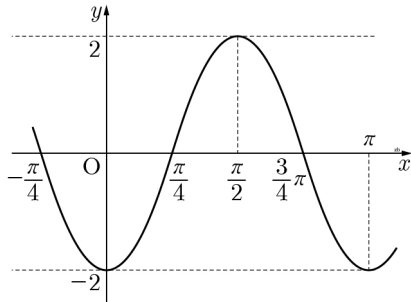
44) 주기 : $\frac{2}{3}\pi$, 최댓값 : 1, 최솟값 : -1

$\Rightarrow y = \cos 3x$ 의 그래프는 다음과 같다.



45) 주기 : π , 최댓값 : 2, 최솟값 : -2

$\Rightarrow y = -2 \cos 2x$ 의 그래프는 다음과 같다.



46) 주기 : 2π , 최댓값 : 3, 최솟값 : -1,

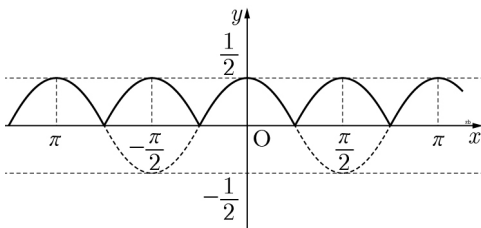
$\Rightarrow y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 에서 최댓값은 $2+1=3$,

최솟값은 $-2+1=-1$, 주기는 2π

47) 주기 : $\frac{\pi}{2}$, 최댓값 : $\frac{1}{2}$, 최솟값 : 0

$\Rightarrow y = \left|\frac{1}{2} \cos 2x\right|$ 의 그래프는 다음과 같이

$y = \frac{1}{2} \cos 2x$ 의 그래프에서 x 축의 아랫부분을 x 축에 대하여 대칭이동한다.



\therefore 주기 : $\frac{\pi}{2}$, 최댓값 : $\frac{1}{2}$, 최솟값 : 0

48) $y = -\sin\left(2x - \frac{2}{3}\pi\right) + 2$, 최댓값 : 3,

최솟값 : 1, 주기 : π

$\Rightarrow y - 2 = -\sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$ 에서 $y = -\sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) + 2$

\therefore 최댓값 : $1+2=3$, 최솟값 : $-1+2=1$,

주기 : $\frac{2\pi}{2} = \pi$

49) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$, 최댓값 : 0

최솟값 : -2, 주기 : 2π

$\Rightarrow y - (-1) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 에서

$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$

\therefore 최댓값 : $1-1=0$, 최솟값 : $-1-1=-2$,
주기 : 2π

50) $y = -2 \cos\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{9}\right) - 1$, 최댓값 : 1,

최솟값 : -3, 주기 : 6π

$\Rightarrow y + 1 = -2 \cos\left(\frac{1}{3}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$ 에서

$y = -2 \cos\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{9}\right) - 1$

\therefore 최댓값 : $2-1=1$, 최솟값 : $-2-1=-3$,

주기 : $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$

51) $y = \frac{1}{3} \cos(x + \pi) + \frac{4}{3}$, 최댓값 : $\frac{5}{3}$,

최솟값 : 1, 주기 : 2π

$\Rightarrow y - \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \cos(x + \pi)$ 에서 $y = \frac{1}{3} \cos(x + \pi) + \frac{4}{3}$

\therefore 최댓값 : $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$, 최솟값 : $-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1$,

주기 : 2π

52) $a=2$, $b=6$, $c=2$

$\Rightarrow f(x) = a \sin bx + c$ 의 주기가 $\frac{\pi}{3}$ 이므로

$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \quad \therefore b=6$

최댓값이 4이므로 $a+c=4$ ($\because a>0$) ㉠

$f\left(\frac{\pi}{36}\right) = 3$ 이므로

$a \sin \frac{\pi}{6} + c = 3 \quad \therefore \frac{1}{2}a + c = 3$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $c=2$

53) $a=4$, $b=\frac{2}{3}$, $c=1$

\Rightarrow 주기가 3π 이므로 $\frac{2\pi}{b} = 3\pi \quad \therefore b = \frac{2}{3}$

$f(0) = 1$ 에서 $a \sin 0 + c = 1 \quad \therefore c = 1$

따라서 $f(x) = a \sin \frac{2}{3}x + 1$ 의 최댓값이 5이므로

$a+1=5 \quad \therefore a=4$

54) $a=3$, $b=4$, $c=3$

\Rightarrow 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore b=4$

최댓값이 6이므로 $a+c=6$ ㉢

최솟값이 0이므로 $-a+c=0$ ㉞

㉞, ㉝을 연립하여 풀면 $a=3, c=3$

55) $a=4, b=2, c=-2$

⇒ 주기가 π 이므로 $\frac{2\pi}{|b|}=\pi \therefore b=2 (\because b>0)$

최솟값이 -2 이므로 $-|a|-c=-2$

$-a-c=-2 (\because a>0) \therefore a+c=2$ ㉟

$f(x)=a \sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-c$ 에서 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=2$ 이므로

$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=a \sin 0-c=-c=2$

$\therefore c=-2, a=4 (\because ㉟)$

56) $a=2, b=2, c=1$

⇒ 주기가 π 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi \therefore b=2$

최댓값이 3이므로 $a+c=3$ ㉡

최솟값이 -1 이므로 $-a+c=-1$ ㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=2, c=1$

57) $a=5, b=8, c=3$

⇒ 주기가 $\frac{\pi}{4}$ 이므로

$\frac{2\pi}{|b|}=\frac{\pi}{4} \therefore b=8 (\because b>0)$

최댓값이 8이므로 $|a|+c=8$

$\therefore a+c=8 (\because a>0)$ ㉣

$f(x)=a \sin 8x+c$ 에서 $f(0)=3$ 이므로

$f(0)=a \sin 0+c=c=3 \therefore c=3$

㉣에 $c=3$ 을 대입하면 $a=5$

58) $a=5, b=8, c=4$

⇒ 주기가 $\frac{\pi}{4}$ 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\frac{\pi}{4} \therefore b=8$

$f(0)=4$ 에서 $a \sin 0+c=4 \therefore c=4$

따라서 $f(x)=a \sin 8x+4$ 의 최댓값이 9이므로

$a+4=9 \therefore a=5$

59) $a=3, b=3, c=\frac{1}{2}$

⇒ 주기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고 $b>0$ 이므로 $\frac{\pi}{b}=\frac{\pi}{3} \therefore b=3$

최댓값이 $\frac{7}{2}$ 이고 $a>0$ 이므로 $a+c=\frac{7}{2}$ ㉥

$f(x)=a |\sin 3x|+c$ 에서 $f\left(\frac{\pi}{18}\right)=2$ 이므로

$f\left(\frac{\pi}{18}\right)=a \left|\sin \frac{\pi}{6}\right|+c=2$

$\therefore \frac{1}{2}a+c=2$ ㉦

㉥, ㉦을 연립하여 풀면 $a=3, c=\frac{1}{2}$

60) $a=2, b=2, c=-1$

⇒ 주기가 π 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi \therefore b=2$

최솟값이 -3 이므로

$-a+c=-3 (\because a>0)$ ㉧

$f(0)=1$ 이므로 $a \cos 0+c=a+c=1$ ㉨

㉧, ㉨을 연립하여 풀면 $a=2, c=-1$

61) $a=2, b=\frac{2}{3}, c=1$

⇒ 주기가 3π 이므로 $\frac{2\pi}{b}=3\pi \therefore b=\frac{2}{3}$

최댓값이 3이므로 $a+c=3 (\because a>0)$ ㉩

최솟값이 -1 이므로

$-a+c=-1 (\because a>0)$ ㉪

㉩, ㉪을 연립하여 풀면 $a=2, c=1$

62) $a=2, b=3, c=-1$

⇒ 주기가 6π 이므로 $\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{b}\right|}=6\pi$

$\therefore b=3 (\because b>0)$

최댓값이 1이므로 $|a|+c=1$

$\therefore a+c=1 (\because a>0)$ ㉫

$f(x)=a \cos\left(\pi-\frac{x}{3}\right)+c$ 에서 $f(\pi)=-2$ 이므로

$f(\pi)=a \cos \frac{2}{3}\pi+c=-\frac{a}{2}+c=-2$ ㉬

㉫, ㉬을 연립하여 풀면 $a=2, c=-1$

63) $a=3, b=4, c=-2$

⇒ 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\frac{\pi}{2} \therefore b=4$

최댓값이 1이므로 $a+c=1 (\because a>0)$ ㉭

$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=-2$ 이므로 $a \cos \frac{\pi}{2}+c=c=-2$ ㉮

㉮을 ㉭에 대입하면 $a=3$

64) $a=3, b=12, c=1$

⇒ $f(x)=a \cos bx+c$ 의

주기가 $\frac{\pi}{6}$ 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\frac{\pi}{6} \therefore b=12$

최솟값이 -2 이므로

$-a+c=-2 (\because a>0)$ ㉯

$f\left(\frac{\pi}{24}\right)=1$ 이므로

$a \cos \frac{\pi}{2}+c=1 \therefore c=1$ ㉺

㉮을 ㉹에 대입하면 $a=3$

65) $a=3, b=1, c=1$

⇒ 주기가 2π 이므로 $\frac{2\pi}{b}=2\pi \therefore b=1$

최댓값이 4이므로 $a+c=4 (\because a>0)$ ㉻

최솟값이 -2 이므로

$-a+c=-2 (\because a>0)$ ㉼

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3, c=1$

66) $a=2, b=\frac{1}{2}, c=-1$

$\Rightarrow f(x)=a \tan bx+c$ 의

주기는 $\frac{\pi}{b}=2\pi \quad \therefore b=\frac{1}{2}$

$f(0)=-1$ 에서 $a \tan 0+c=c=-1$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ 에서 $a \tan \frac{\pi}{4}-1=a-1=1 \quad \therefore a=2$

67) $a=\sqrt{3}, b=2, c=1$

$\Rightarrow f(x)=a \tan bx+c$ 의 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로

$\frac{\pi}{b}=\frac{\pi}{2} \quad \therefore b=2$

$f(0)=1$ 이므로 $a \tan 0+c=c=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=4$ 이므로

$a \tan \frac{\pi}{3}+c=4 \quad \therefore \sqrt{3}a+c=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $a=\sqrt{3}$

68) $a=3, b=2, c=2$

$\Rightarrow f(x)=a \tan bx+c$ 의

주기는 $\frac{\pi}{b}=\frac{\pi}{2} \quad \therefore b=2$

$f(0)=2$ 에서 $a \tan 0+c=c=2$

$f\left(\frac{5}{8}\pi\right)=5$ 에서

$a \tan \frac{5}{4}\pi+2=a \tan \frac{\pi}{4}+2=a+2=5 \quad \therefore a=3$

69) $a=-1, b=2, c=\sqrt{3}$

\Rightarrow 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\frac{\pi}{|b|}=\frac{\pi}{2} \quad \therefore b=2 (\because b>0)$

$f(x)=a \tan 2x+c$ 에서 $f(0)=\sqrt{3}, f\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$ 이므로

$f(0)=a \tan 0+c=c=\sqrt{3} \quad \therefore c=\sqrt{3}$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=a \tan \frac{\pi}{3}+c=\sqrt{3}a+\sqrt{3}=0 \quad \therefore a=-1$

70) $a=2, b=6, c=1$

$\Rightarrow f(x)=a \tan \left(x+\frac{\pi}{b}\right)+c$ 의 그래프에서 점근선의

방정식은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{b}$

이때, y 축에 가장 가까운 점근선의 방정식이

$x=\frac{\pi}{3}$ 이므로 $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{b}=\frac{\pi}{3} (\because b>1) \therefore b=6$

$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=3$ 에서 $a+c=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$

$f\left(-\frac{5}{12}\pi\right)=-1$ 에서 $-a+c=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, c=1$

71) $a=2, b=2, c=\frac{\pi}{2}, d=-1$

\Rightarrow 주어진 그래프에서 주기가 $\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{2}=\pi$ 이고

$b>0$ 이므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi \quad \therefore b=2$

주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 1, 최솟값이 -3이고 $a>0$ 이므로 $a+d=1, -a+d=-3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2, d=-1$

주어진 함수의 식은 $y=2 \sin (2x+c)-1$ 이고 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$1=2 \sin (0+c)-1$ 에서 $\sin c=1$

이때, $0<c<\pi$ 이므로 $c=\frac{\pi}{2}$

72) 6

73) $a=3, b=2$

\Rightarrow 함수 $y=a \sin b\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 의 주기가 $\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$ 이

므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi \quad \therefore b=2$

치역이 $\{y|-3 \leq y \leq 3\}$ 이므로 $a=3$

74) $a=4, b=2, c=\frac{\pi}{2}$

\Rightarrow 함수 $y=a \cos (bx-c)$ 의 주기가 $\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$ 이

므로 $\frac{2\pi}{b}=\pi \quad \therefore b=2$

치역이 $\{y|-4 \leq y \leq 4\}$ 이므로 $a=4$

따라서 함수 $y=4 \cos (2x-c)$ 의 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $\cos (-c)=\cos c=0$

$\therefore c=\frac{\pi}{2} (\because 0<c<\pi)$

75) 16

\Rightarrow 주어진 그래프에서 최댓값 8, 최솟값이 -2이므로 $\frac{8-(-2)}{2}=3$ 으로 삼각함수를 y 축 방향으로 3만큼 평

행이동 시킨 것이다. 즉 $d=3$

이때 $8-3=3-(-2)=5$

따라서 \cos 항의 계수는 5인 것을 알 수 있다.

$a=5$

주어진 그래프는 $x=\frac{3}{7}\pi$ 에서 최댓값을 가진다.

즉 \cos 함수를 x 축으로 $\frac{3}{7}\pi$ 만큼 평행시킨 것이다.

즉, $-\frac{c}{b}=\frac{3}{7}\pi$

주어진 그래프의 주기는 $\frac{11}{7}\pi-\left(-\frac{5}{7}\pi\right)=\frac{16}{7}\pi$ 이

다.

$\frac{16}{7}\pi \times b=2\pi \quad \therefore b=\frac{7}{8}$

$$c = \frac{3}{7}\pi \times (-b) = -\frac{3}{8}\pi$$

따라서 $a=5$, $b=\frac{7}{8}$, $c=-\frac{3}{8}\pi$, $d=3$ 이므로

$$a+16b+\frac{16}{\pi}c+d=5+14-6+3=16$$

76) $a=3$, $b=1$, $c=\frac{\pi}{6}$, $d=1$

⇒ 주어진 그래프에서 주기가 $\frac{13}{6}\pi - \frac{\pi}{6} = 2\pi$ 이고

$$b > 0 \text{이므로 } \frac{2\pi}{b} = 2\pi \quad \therefore b = 1$$

주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 4, 최솟값이 -2이고 $a > 0$ 이므로 $a+d=4$, $-a+d=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $d=1$

주어진 함수의 식은 $y=3\cos(x-c)+1$ 이고 그래

프가 점 $\left(\frac{\pi}{6}, 4\right)$ 를 지나므로

$$4 = 3\cos\left(\frac{\pi}{6}-c\right)+1 \text{에서 } \cos\left(\frac{\pi}{6}-c\right)=1$$

$$\text{이때, } 0 < c < \frac{\pi}{2} \text{이므로 } \frac{\pi}{6}-c=0 \quad \therefore c=\frac{\pi}{6}$$

77) $-\pi$

78) $\frac{13}{3}$

79) 3π

⇒ 함수 $y=\tan(ax+b)$ 의

$$\text{주기는 } \frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{3} - \left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $\tan b = 0$

$$\therefore b = \pi \quad (\because 0 < b < 2\pi)$$

$$\therefore 2ab = 2 \times \frac{3}{2} \times \pi = 3\pi$$

80) $8\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \text{이므로 } c = \sqrt{3}$$

주어진 사인함수의 주기가 π 이므로

$$\frac{b}{2} = \frac{2\pi}{\pi} \quad \therefore b = 4$$

주어진 사인함수가 점 $\left(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3}\right)$ 을 지나므로

$$\sqrt{3} = a \sin\left(2\frac{\pi}{3}\right) = a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore abc = 2 \times 4 \times \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$