



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 곡선과 축 사이의 넓이

(1) 곡선과 x 축 사이의 넓이 : 함수 $y=f(x)$ 가
 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와
 x 축 및 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의

$$\text{넓이 } S \text{는 } S = \int_a^b |f(x)| dx$$

(2) 곡선과 y 축 사이의 넓이 : 함수 $x=g(y)$ 가
 닫힌구간 $[c, d]$ 에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$ 와
 y 축 및 두 직선 $y=c, y=d$ 로 둘러싸인 도형의

$$\text{넓이 } S \text{는 } S = \int_c^d |g(y)| dy$$

■ 다음 구간에서 곡선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

1. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $[1, 4]$

2. $y = \sin x$ $[0, \pi]$

3. $y = \cos x$ $[0, \pi]$

4. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $[-1, 1]$

■ 다음 곡선과 직선 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

5. $y = \sqrt{x}, x = 9$

6. $y = \ln x, x = e$

7. $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 3$

8. $y = 1 - \frac{1}{x}, x = e^{-1}, x = e$

9. $y = e^{x-1}, x = 1, x = 4$

10. $y = xe^x, x = -1, x = 1$

11. $y = \sqrt{x} - 1, x = 0, x = 4$

12. $y = \sqrt{x} - 1, x = 0, x = 2$

13. $y = e^x, x = 0, x = 1$

14. $y = \ln x + 1, x = 2, x = e$

15. $y = \frac{x-1}{x+1}, x = 2, x = 4$

16. $y = e^x - 3, x = 0, x = 1$

■ 다음 곡선과 직선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

17. $y = \sqrt{x+4}, y = 0, y = 3$

18. $y = e^x, y = e$

19. $y = \frac{1}{x}, y = 1, y = 4$

20. $y = \ln x, y = 0, y = 1$

21. $y = \sqrt{x} + 1, y = 3, y = 6$

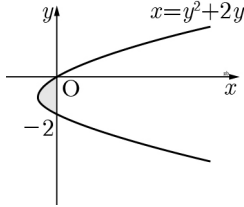
22. $y = e^x, y = 1, y = e^3$

23. $y = x^3 - 1, y = -1, y = 3$

24. $y = -\ln(x-2), y = 0, y = 2$

■ 다음 물음에 답하여라.

25. $x = y^2 + 2y$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 곡선 $x = y^2 + 2y$ 와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.



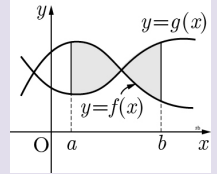
26. 곡선 $\frac{1}{3}x = 4 - y^2$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

27. 곡선 $y = \frac{1-x}{x+a}$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $2\ln 2 - 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

28. 곡선 $y = \frac{a-x}{x+1}$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

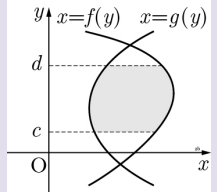
02 두 곡선 사이의 넓이

- (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 및 두 직선 $x = a$, $x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이



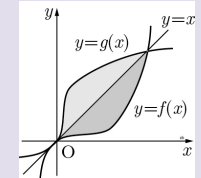
$$\Rightarrow S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

- (2) 두 함수 $f(y)$, $g(y)$ 가 닫힌구간 $[c, d]$ 에서 연속일 때, 두 곡선 $x = f(y)$, $x = g(y)$ 및 두 직선 $y = c$, $y = d$ 로 둘러싸인 도형의 넓이



$$\Rightarrow S = \int_c^d |f(y) - g(y)| dy$$

- (3) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이



- \Rightarrow 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이의 2배

■ 다음 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

29. $y = \frac{2}{x}$, $y = -x + 3$

30. $y = \frac{e}{x}$, $y = ex$, $y = \frac{1}{e}x$

31. $y = \frac{1}{27}x^2$, $y = \sqrt{x}$

32. $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$

33. $y = \sqrt[3]{x}, y = x$

34. $y = \sqrt{x-1}, y = x-1$

35. $y = 2^x, y = 2^{-x}, x = 2$

36. $y = \frac{2x}{x^2+1}, y = x$

37. $y = 2\sqrt{x}, x = 2\sqrt{y}$

38. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x}, x = 4, x = 9$

39. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$

40. $y = e^x, y = 2^{-x}, x = 1$

41. $y = 2\ln x, y = -\ln x, y = 1$

42. $y = |\ln x|, y = 2$

■ 다음 구간에서 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

43. $y = \sin x, y = \cos x, \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5}{4}\pi \right]$

44. $y = \sin x, y = \cos x, [0, \pi]$

45. $y = \sin x, y = -\cos x, [0, \pi]$

46. $y = \sin x, y = \cos 2x, \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \right]$

47. $y = \sin x, y = \sin 2x \quad [0, \pi]$

48. $y = \sin x, y = \sin^2 x \quad [0, 2\pi]$

49. $y = \sin x, y = \cos 2x \quad \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

■ 다음 물음에 답하여라.

50. 곡선 $y = \ln x$ 위의 점 $(e, 1)$ 에서의 접선과 이 곡선 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

51. 곡선 $y = x \ln x$ 와 이 곡선 위의 점 (e, e) 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

52. 곡선 $y = \ln |2x - 3|$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

53. 곡선 $y = \sqrt{x-3}$ 와 이 곡선 위의 점 $(6, \sqrt{3})$ 에서의 접선 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

54. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $(4, 2)$ 에서의 접선과 이 곡선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

55. 곡선 $y = e^x$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, e)$ 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

■ 다음 물음에 답하여라.

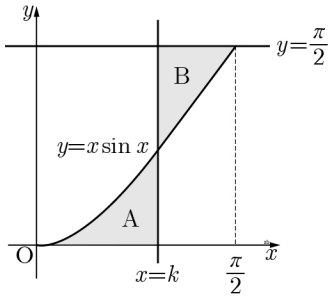
56. 곡선 $y = \sqrt{3x}$ 과 x 축 및 직선 $x = 3$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 곡선 $y = \sqrt{ax}$ 가 이등분할 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

57. 곡선 $y = x\sqrt{x}$ 와 y 축, $y = 8$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ ($k > 2$)가 이등분할 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

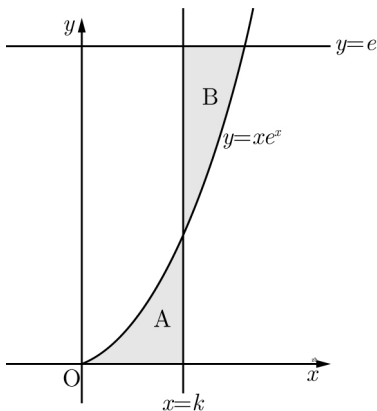
58. 곡선 $y = a\sqrt{x}$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{8}{3}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

59. 함수 $y=e^x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y=ax$ ($0 < a < e$)에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

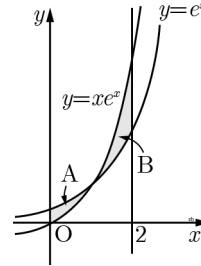
60. 그림과 같이 곡선 $y=x\sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)에 대하여 이 곡선과 직선 $x=k$, x 축으로 둘러싸인 영역을 A , 이 곡선과 직선 $x=k$, $y=\frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)



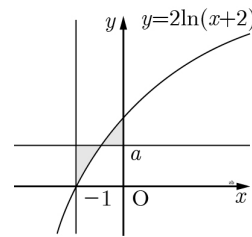
61. 곡선 $y=xe^x$ 에 대하여 이 곡선과 x 축, 직선 $x=k$ 로 둘러싸인 영역을 A , 이 곡선과 직선 $x=k$, 직선 $y=e$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $0 \leq k \leq 1$)



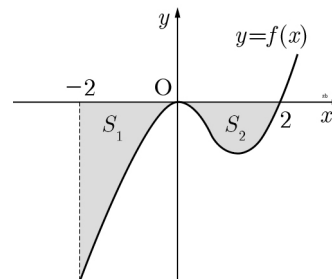
62. 다음 그림에서 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분 A 의 넓이를 a , 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$ 과 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분 B 의 넓이를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.



63. $y=2\ln(x+2)$ 와 두 직선 $x=-1$, $y=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=2\ln(x+2)$ 와 y 축 및 직선 $y=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 실수 a 의 값을 구하여라. (단, $0 < a < 2\ln 2$)



64. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=-2$ 로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 할 때, $S_1:S_2$ 의 값을 구하여라.



■ 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

65. 함수 $f(x) = 2x + 3^x$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_1^{13} g(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$

66. 함수 $f(x) = e^x + 2$ 에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_3^{e+2} g(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$

67. 함수 $f(x) = e^x + 1$ 에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_2^{e+1} g(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$

68. 함수 $f(x) = xe^x$ ($0 \leq x \leq 1$)에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_0^e g(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$

69. 함수 $f(x) = \sqrt{3x-9}$ 에 대하여

$$\int_0^3 g(x)dx + \int_3^6 f(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$

70. 함수 $f(x) = 2x + 3^x$ 에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_1^5 g(x)dx \text{의 값을 구하여라.}$$



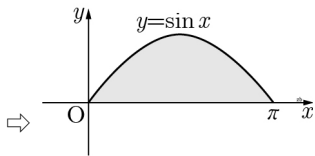
정답 및 해설

1) 2

$$\Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{x}} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\int_1^4 \left| \frac{1}{\sqrt{x}} \right| dx = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \left[2\sqrt{x} \right]_1^4 = 2$$

2) 2

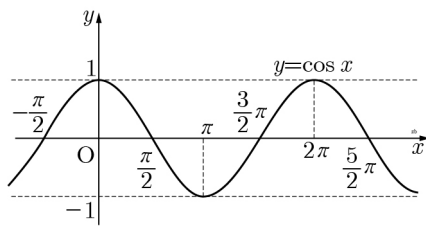

 $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $\sin x \geq 0$ 이므로

$$S = \int_0^{\pi} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\pi} = -\cos \pi - (-\cos 0) = 2$$

3) 2

$$\Rightarrow \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \text{ 에서 } \cos x \geq 0,$$

$$\left[\frac{\pi}{2}, \pi \right] \text{ 에서 } \cos x \leq 0 \text{ 이므로}$$



$$\int_0^{\pi} |\cos x| dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-\cos x) dx$$

$$= \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[-\sin x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= 1 + 1 = 2$$

$$4) e - \frac{1}{e}$$

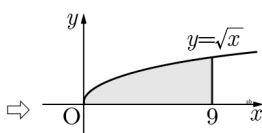
$$\Rightarrow e^x > 0, e^{-x} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\int_{-1}^1 \left| \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right| dx = \int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[e^x - e^{-x} \right]_{-1}^1$$

$$= e - \frac{1}{e}$$

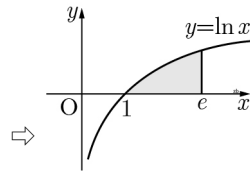
5) 18



다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\int_0^9 \sqrt{x} dx = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^9 = 18$$

6) 1



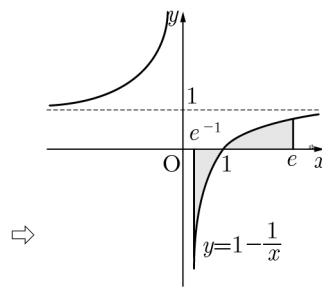
다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} \int_1^e \ln x dx &= [x \ln x]_1^e - \int_1^e 1 dx \\ &= e - [x]_1^e \\ &= e - (e - 1) = 1 \end{aligned}$$

7) ln 3

$$\Rightarrow \int_1^3 \frac{1}{x} dx = [\ln x]_1^3 = \ln 3$$

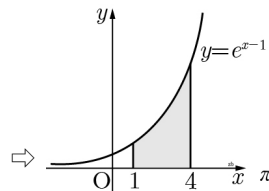
$$8) \frac{1}{e} + e - 2$$



$$0 < x < 1 \text{ 에서 } 1 - \frac{1}{x} < 0 \text{ 이고}$$

$$x \geq 1 \text{ 에서 } 1 - \frac{1}{x} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{e^{-1}}^1 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx + \int_1^e \left(1 - \frac{1}{x} \right) dx \\ &= [\ln x - x]_{e^{-1}}^1 + [x - \ln x]_1^e \\ &= \frac{1}{e} + e - 2 \end{aligned}$$

9) $e^3 - 1$ 

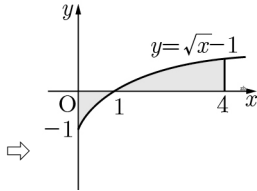
$$e^{x-1} > 0 \text{ 이므로}$$

$$S = \int_1^4 e^{x-1} dx = [e^{x-1}]_1^4 = e^3 - 1$$

$$10) 2 - \frac{2}{e}$$

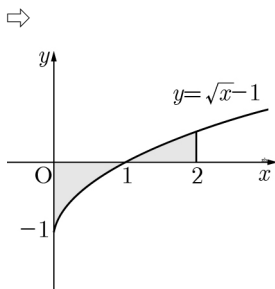
$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (\text{도형의 넓이}) &= \int_{-1}^1 |xe^x| dx \\
 &= -\int_{-1}^0 xe^x dx + \int_0^1 xe^x dx \\
 &= [e^x - xe^x]_{-1}^0 + [xe^x - e^x]_0^1 = 2 - \frac{2}{e}
 \end{aligned}$$

11) 2



$0 \leq x < 1$ 에서 $\sqrt{x} - 1 \leq 0$ 이고
 $x \geq 1$ 에서 $\sqrt{x} - 1 \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^4 |\sqrt{x} - 1| dx \\
 &= \int_0^1 (1 - \sqrt{x}) dx + \int_1^4 (\sqrt{x} - 1) dx \\
 &= \left[x - \frac{2}{3} x \sqrt{x} \right]_0^1 + \left[\frac{2}{3} x \sqrt{x} - x \right]_1^4 \\
 &= \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 2
 \end{aligned}$$

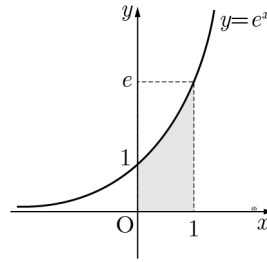
12) $\frac{4}{3}(\sqrt{2}-1)$ 

$[0, 1]$ 에서 $\sqrt{x} - 1 \leq 0$, $[1, 2]$ 에서 $\sqrt{x} - 1 \geq 0$ 이므로
 구하는 넓이는

$$\begin{aligned}
 &\int_0^2 |\sqrt{x} - 1| dx \\
 &= \int_0^1 (-\sqrt{x} + 1) dx + \int_1^2 (\sqrt{x} - 1) dx \\
 &= \frac{4}{3}(\sqrt{2} - 1)
 \end{aligned}$$

13) $e - 1$

$$\Rightarrow \int_0^1 |e^x| dx = \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 = e - 1$$

14) $e - 2\ln 2$

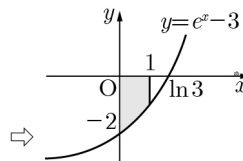
$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \int_2^e |\ln x + 1| dx &= \int_2^e (\ln x + 1) dx \\
 &= \left[x \ln x \right]_2^e \\
 &= e \ln e - 2 \ln 2 \\
 &= e - 2 \ln 2
 \end{aligned}$$

15) $2 - 2\ln 5 + 2\ln 3$

$\Rightarrow y = \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축
 방향으로 -1 , y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 것
 이다.

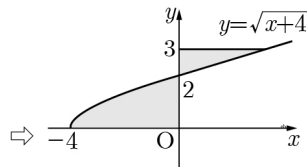
$2 \leq x \leq 4$ 에서 $1 - \frac{2}{x+1} > 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \int_2^4 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx &= \int_2^4 \left| 1 - \frac{2}{x+1} \right| dx \\
 &= \left[x - 2 \ln |x+1| \right]_2^4 \\
 &= 2 - 2 \ln 5 + 2 \ln 3
 \end{aligned}$$

16) $-e + 4$ 

다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\int_0^1 \{-(e^x - 3)\} dx = -[e^x - 3x]_0^1 = -e + 4$$

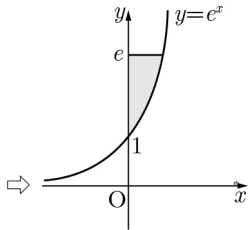
17) $\frac{23}{3}$ 

$y = \sqrt{x+4}$ 에서 $x = y^2 - 4$

다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} & \int_0^2 \{-(y^2-4)\} dy + \int_2^3 (y^2-4) dy \\ &= -\left[\frac{1}{3}y^3-4y\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}y^3-4y\right]_2^3 \\ &= \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3} \end{aligned}$$

18) 1

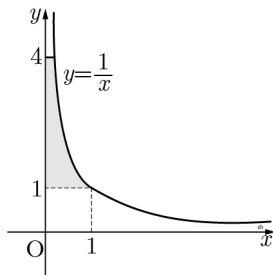
 $y = e^x$ 에서 $x = \ln y$

다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} & \int_1^e \ln y dy \\ &= [y \ln y]_1^e - \int_1^e 1 dy \\ &= e - [y]_1^e \\ &= e - (e-1) = 1 \end{aligned}$$

19) $2\ln 2$

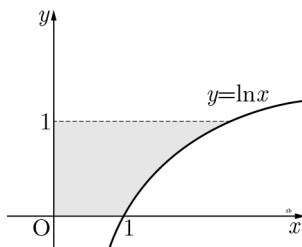
⇒

 $y = \frac{1}{x}$ 에서 $x = \frac{1}{y}$ 이므로

$$\int_1^4 \left| \frac{1}{y} \right| dy = [\ln y]_1^4 = \ln 4 = 2\ln 2$$

20) $e-1$

⇒

 $y = \ln x$ 에서 $x = e^y$ 이므로

$$\int_0^1 |e^y| dy = [e^y]_0^1 = e-1$$

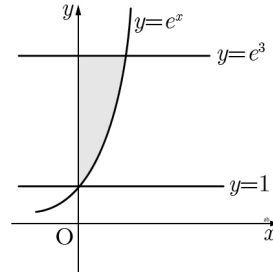
21) 39

⇒ $y = \sqrt{x+1}$ 에서 $x = (y-1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \int_3^6 |(y-1)^2| dy = \int_3^6 (y^2-2y+1) dy \\ &= \left[\frac{1}{3}y^3 - y^2 + y \right]_3^6 \\ &= 39 \end{aligned}$$

22) $2e^3+1$

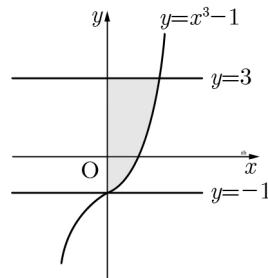
⇒

 $y = e^x$ 에서 $x = \ln y$ 이므로

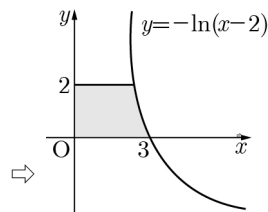
$$\int_1^{e^3} |\ln y| dy = [y \ln y - y]_1^{e^3} = 2e^3 + 1$$

23) $3\sqrt[3]{4}$

⇒

 $y = x^3 - 1$ 에서 $x = \sqrt[3]{y+1}$ 이므로

$$\int_{-1}^3 |\sqrt[3]{y+1}| dy = \left[\frac{3}{4}(y+1)^{\frac{4}{3}} \right]_{-1}^3 = 3\sqrt[3]{4}$$

24) $-\frac{1}{e^2}+5$  $y = -\ln(x-2)$ 에서 $x-2 = e^{-y} \therefore x = e^{-y} + 2$

다음 그림에서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} & \int_0^2 (e^{-y} + 2) dy \\ &= [-e^{-y} + 2y]_0^2 \\ &= -\frac{1}{e^2} + 5 \end{aligned}$$

25) $\frac{4}{3}$

⇒ 구하는 넓이는

$$\int_{-2}^0 \{-(y^2+2y)\}dy = -\left[\frac{1}{3}y^3+y^2\right]_{-2}^0 = \frac{4}{3}$$

26) 32

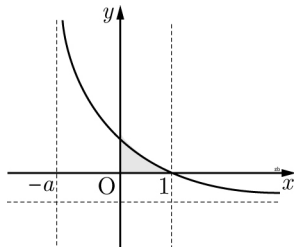
⇒ $\frac{1}{3}x = 4 - y^2$ 에서 $x = 12 - 3y^2$

$x=0$ 에서 $y=\pm 2$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 |12-3y^2|dy &= \int_{-2}^2 (12-3y^2)dy \\ &= 2 \int_0^2 (12-3y^2)dy \\ &= 2 \left[12y - y^3 \right]_0^2 \\ &= 2\{(24-8)-0\} \\ &= 32\end{aligned}$$

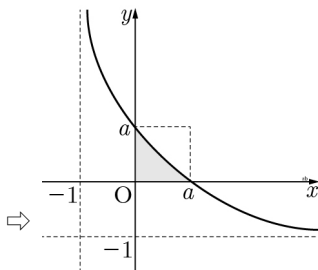
27) 1

⇒ 둘러싸인 도형은 다음 그림과 같다.



$$\begin{aligned}\int_0^1 \frac{1-x}{x+a} dx &= \int_0^1 \frac{a+1}{x+a} - 1 dx \\ &= [(a+1)\ln|x+a| - x]_0^1 \\ &= (a+1)\ln(a+1) - (a+1)\ln a - 1 \\ (a+1)\ln \frac{a+1}{a} - 1 &= 2\ln 2 - 1 \\ (a+1)\ln \frac{a+1}{a} &= 2\ln 2 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

28) $e-1$



$$\begin{aligned}\int_0^a \frac{a-x}{x+1} dx &= \int_0^a \left(-1 + \frac{1+a}{x+1}\right) dx \\ &= [-x + (1+a)\ln|x+1|]_0^a = (-a + (1+a)\ln(a+1)) = 1 \\ (1+a)\ln(a+1) &= a+1 \\ \ln(a+1) &= 1 \\ a+1 &= e \quad \text{또는} \quad a+1 = -e \\ a &= e-1 \quad \text{또는} \quad a = -1-e\end{aligned}$$

$a > 0$ 이므로 $a = e-1$

29) $\frac{3}{2} - 2\ln 2$

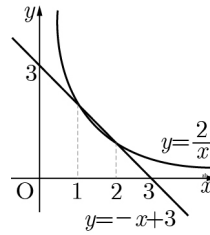
⇒ 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 직선 $y = -x+3$ 의 교점의 x 좌표는

$$\frac{2}{x} = -x+3 \text{에서}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

다음 그림에서 구하는 넓이는



$$\begin{aligned}\int_1^2 \left\{(-x+3) - \frac{2}{x}\right\} dx \\ &= \left[-\frac{1}{2}x^2 + 3x - 2\ln x\right]_1^2 \\ &= \frac{3}{2} - 2\ln 2\end{aligned}$$

30) $2e$

31) 9

⇒ 두 곡선 $y = \frac{1}{27}x^2$, $y = \sqrt{x}$ 의 교점의 x 좌표는

$$\frac{1}{27}x^2 = \sqrt{x} \text{에서 } x^4 = 729x$$

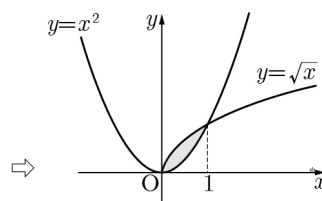
$$x(x^3 - 729) = 0, x(x-9)(x^2+9x+81) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\int_0^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{27}x^2\right) dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{81}x^3\right]_0^9 = 9$$

32) $\frac{1}{3}$



두 곡선 $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$x^2 = \sqrt{x}, x^4 - x = 0$$

$$x(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

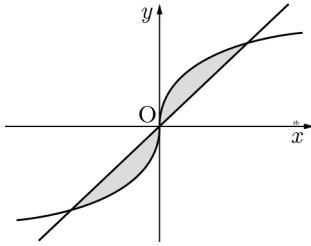
$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 구하는 넓이 S 는

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

33) $\frac{1}{2}$

⇒ 곡선과 직선을 그래프로 나타내면



곡선과 직선의 교점을 구하면

$$\sqrt[3]{x} = x, \quad x = x^3,$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

$$S = 2 \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x) dx = 2 \left[\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = 2 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

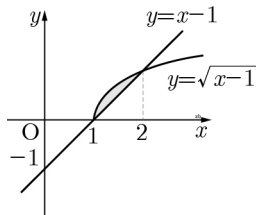
34) $\frac{1}{6}$

⇒ 곡선 $y = \sqrt{x-1}$ 과 직선 $y = x-1$ 의 교점의 x 좌표는 $\sqrt{x-1} = x-1$ 에서

$$x-1 = x^2 - 2x + 1, \quad x^2 - 3x + 2 = 0, \quad (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

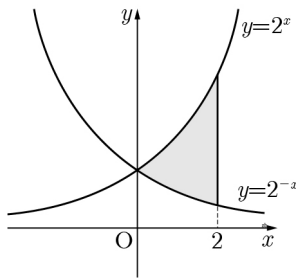
다음 그림에서 구하는 넓이는



$$\begin{aligned} & \int_1^2 \{ \sqrt{x-1} - (x-1) \} dx \\ &= \left[\frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} x^2 + x \right]_1^2 \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

35) $\frac{9}{4\ln 2}$

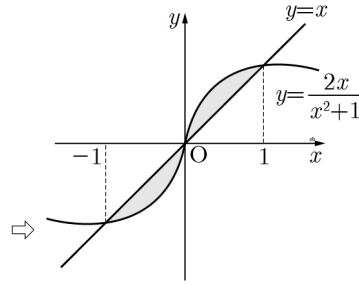
⇒



두 곡선의 교점의 x 좌표는 $2^x = 2^{-x}$ 에서 $x = 0$

$$\int_0^2 (2^x - 2^{-x}) dx = \left[\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{2^{-x}}{\ln 2} \right]_0^2 = \frac{9}{4\ln 2}$$

36) $2\ln 2 - 1$



곡선 $y = \frac{2x}{x^2+1}$ 와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표는

$$\frac{2x}{x^2+1} = x \text{에서}$$

$$2x = x^3 + x, \quad x^3 - x = 0, \quad x(x-1)(x+1) = 0$$

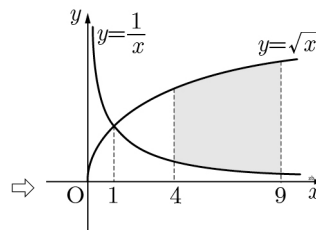
$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

곡선과 직선은 원점에 대하여 대칭이므로 구하는 도형의 넓이는

$$\begin{aligned} 2 \int_0^1 \left(\frac{2x}{x^2+1} - x \right) dx &= 2 \left[\ln(x^2+1) - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 \\ &= 2 \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) \\ &= 2\ln 2 - 1 \end{aligned}$$

37) $\frac{16}{3}$

38) $\frac{38}{3} + 2\ln \frac{2}{3}$



두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\sqrt{x} = \frac{1}{x}, \quad x\sqrt{x} = 1$$

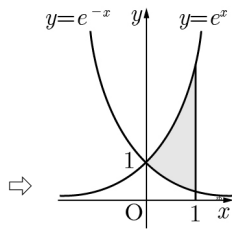
$$\therefore x = 1$$

$$4 \leq x \leq 9 \text{일 때 } \sqrt{x} > \frac{1}{x}$$

따라서 구하는 넓이 S 는

$$\begin{aligned} S &= \int_4^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx = \left[\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \ln x \right]_4^9 \\ &= (18 - 2\ln 3) - \left(\frac{16}{3} - 2\ln 2 \right) \\ &= \frac{38}{3} + 2\ln \frac{2}{3} \end{aligned}$$

39) $e + \frac{1}{e} - 2$



두 곡선 $y=e^x$, $y=e^{-x}$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$e^x = e^{-x}, e^{2x} = 1 \therefore x=0$$

$$0 \leq x \leq 1 \text{ 일 때, } e^{-x} \leq e^x$$

따라서 구하는 넓이 S 는

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |e^x - e^{-x}| dx \\ &= \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx \\ &= [e^x + e^{-x}]_0^1 = \left(e + \frac{1}{e}\right) - 2 = e + \frac{1}{e} - 2 \end{aligned}$$

40) $e - 1 - \frac{1}{2\ln 2}$

41) $2\sqrt{e} + e^{-1} - 3$

⇒

$y=1$ 일 때, $y=-\ln x$ 의 $x=\frac{1}{e}$ 이고, $y=2\ln x$ 의

$x=\sqrt{e}$ 이므로

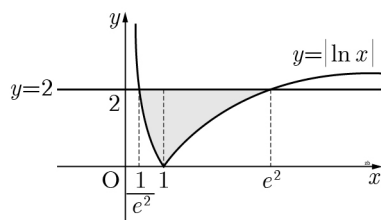
구하고자 하는 도형의 넓이는

$$\begin{aligned} &\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx + \int_1^{\sqrt{e}} (1 - 2\ln x) dx \\ &= [x + x \ln x]_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 1 dx + [x - 2x \ln x]_1^{\sqrt{e}} + \int_1^{\sqrt{e}} 2 dx \end{aligned}$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{e}\right) + (-1) + 2(\sqrt{e} - 1) = \frac{1}{e} + 2\sqrt{e} - 3$$

42) $e^2 + \frac{1}{e^2} - 2$

⇒ 이를 그림으로 나타내면

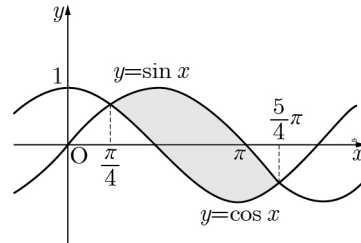


$$\begin{aligned} &\int_{\frac{1}{e^2}}^1 2 + \ln x dx + \int_1^{e^2} 2 - \ln x dx \\ &= [2x + x \ln x - x]_{\frac{1}{e^2}}^1 + [2x - x \ln x + x]_1^{e^2} \\ &= [x + x \ln x]_{\frac{1}{e^2}}^1 + [3x - x \ln x]_1^{e^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 - \left(\frac{1}{e^2} - \frac{2}{e^2}\right) + (3e^2 - 2e^2) - 3 \\ &= \frac{1}{e^2} + e^2 - 2 \end{aligned}$$

43) $2\sqrt{2}$

⇒



구간 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 에서 두 곡선 $y=\sin x$ 와 $y=\cos x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

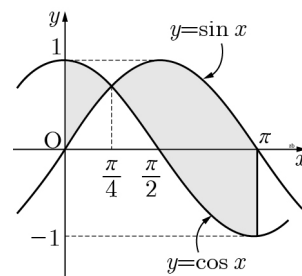
$$\sin x = \cos x \text{에서 } x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$$

$\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 에서 $\sin x \geq \cos x$ 이므로

$$\begin{aligned} &\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} |\sin x - \cos x| dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx \\ &= \left[-\cos x - \sin x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

44) $2\sqrt{2}$

⇒



구간 $[0, \pi]$ 에서 두 곡선 $y=\sin x$ 와 $y=\cos x$ 의 교점의 x 좌표는 $\sin x = \cos x$ 에서 $x = \frac{\pi}{4}$ ($0 \leq x \leq \pi$)

$$\begin{aligned} &\int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \\ &= \left[\sin x + \cos x\right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \left[-\cos x - \sin x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

45) $2\sqrt{2}$

⇒

$y = \sin x$ 와 $y = -\cos x$ 의 교점은 $x = \frac{3}{4}\pi$ 이므로

구하고자 하는 도형의 넓이는

$$\int_0^{\frac{3}{4}\pi} (\sin x + \cos x) dx + \int_{\frac{3}{4}\pi}^{\pi} (-\cos x - \sin x) dx$$

$$= [-\cos x + \sin x]_0^{\frac{3}{4}\pi} + [\cos x - \sin x]_{\frac{3}{4}\pi}^{\pi}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

46) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

⇒ 구간 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right]$ 에서 두 곡선 $y = \sin x$ 와

$y = \cos 2x$ 의 교점의 x 좌표는

$$\sin x = \cos 2x \text{에서 } \sin x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

주어진 구간에서 $\sin x > 0$ 이므로 $\sin x = \frac{1}{2}$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} |\sin x - \cos 2x| dx = \left[-\cos x - \frac{1}{2}\sin 2x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

47) $\frac{5}{2}$

⇒

$$\sin x = \sin 2x, \sin x = 2\sin x \cos x$$

$$2\sin x \left(\cos x - \frac{1}{2} \right) = 0 \text{이므로}$$

$y = \sin x$ 와 $y = \sin 2x$ 의 교점을 구하면 $x = \frac{\pi}{3}$ 이므로

구하고자 하는 도형의 넓이는

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 2x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (\sin x - \sin 2x) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos 2x + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \left[\frac{1}{2}\cos 2x - \cos x \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$$

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{2}$$

48) 4

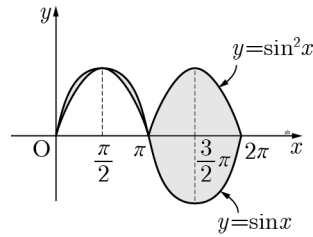
$$\Rightarrow \sin x = \sin^2 x, \sin^2 x - \sin x = 0,$$

$$\sin x(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ 또는 } \sin x = 1$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = 2\pi \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2}$$

그래프는 다음 그림과 같다.



$$S = \int_0^{\pi} (\sin x - \sin^2 x) dx + \int_{\pi}^{2\pi} (\sin^2 x - \sin x) dx$$

$$= \int_0^{\pi} \left(\sin x - \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx + \int_{\pi}^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} - \sin x \right) dx$$

$$= \left[-\cos x - \frac{1}{2}x + \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{\pi} + \left[\frac{1}{2}x - \frac{\sin 2x}{4} + \cos x \right]_{\pi}^{2\pi}$$

$$= \left\{ 1 - \frac{\pi}{2} - (-1) \right\} + \left\{ (\pi + 1) - \left(\frac{1}{2}\pi - 1 \right) \right\}$$

$$= 2 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 2 = 4$$

49) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1$

⇒

우선 $\sin x = \cos 2x$ 의 교점을 구하면

$$\sin x = 1 - 2\sin^2 x, 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0 \quad \therefore x = \frac{\pi}{6}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\cos 2x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos 2x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}\sin 2x + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{6}} + \left[-\frac{1}{2}\sin 2x - \cos x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

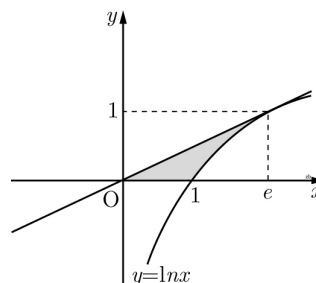
$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2}\sqrt{3} - 1$$

50) $\frac{e}{2} - 1$

⇒

$y = \ln x$ 와 $(e, 1)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = \frac{1}{e}(x - e) + 1 = \frac{1}{e}x$$

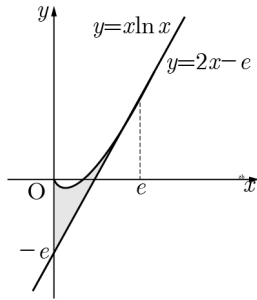


구하고자 하는 영역의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 1 \times e - \int_1^e \ln x dx = \frac{e}{2} - [x \ln x]_1^e + (e - 1) = \frac{e}{2} - 1$$

51) $\frac{1}{4}e^2$

⇒



$$y = x \ln x \text{에서 } y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

따라서 점 (e, e) 에서의 접선의 방정식은

$$y - e = (\ln e + 1)(x - e)$$

$$\therefore y = 2x - e$$

$$\int_0^e \{x \ln x - (2x - e)\} dx$$

$$= \int_0^e \{x \ln x - 2x + e\} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{5}{4} x^2 + ex \right]_0^e$$

$$= \frac{1}{2} e^2 - \frac{5}{4} e^2 + e^2 = \frac{1}{4} e^2$$

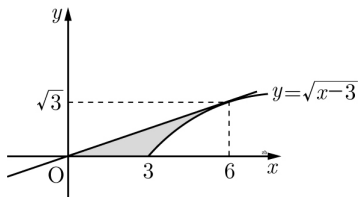
52) 1

53) $\sqrt{3}$

⇒

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} \text{이므로}$$

$$\text{접선의 방정식은 } y = \frac{1}{2\sqrt{3}}(x-6) + \sqrt{3} = \frac{1}{2\sqrt{3}}x$$



따라서 구하고자 하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} - \int_3^6 \sqrt{x-3} dx = 3\sqrt{3} - \left[\frac{2}{3} (x-3)^{\frac{3}{2}} \right]_3^6$$

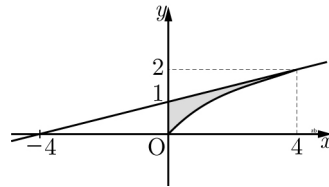
$$= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

54) $\frac{2}{3}$

⇒ 점 $(4, 2)$ 에서 접선의 방정식은

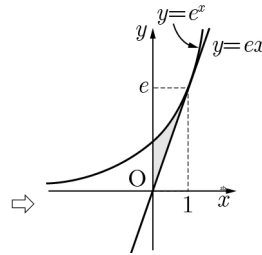
$$y = \frac{1}{4}(x-4) + 2 = \frac{1}{4}x + 1$$

접선과 이 곡선, y 축으로 둘러싸인 부분은 다음 그림에 색칠된 부분과 같다.



그림에서 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\int_0^4 \frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x} dx = \left[\frac{1}{8}x^2 + x - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 = \frac{2}{3}$$

55) $\frac{e}{2} - 1$ 

$f(x) = e^x$ 이라 놓으면 $f'(x) = e^x$

점 $(1, e)$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(1) = e$

점 $(1, e)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - e = e(x - 1) \therefore y = ex$$

따라서 구하는 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_0^1 (e^x - ex) dx = \left[e^x - \frac{e}{2}x^2 \right]_0^1 = \frac{e}{2} - 1$$

56) $\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{3x} dx = \int_0^3 \sqrt{ax} dx$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} (3x)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} \right]_0^3 = \left[\frac{2}{3} (ax)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{a} \right]_0^3$$

$$3 = 2\sqrt{3a} \text{이므로 } a = \frac{3}{4}$$

57) $\frac{10}{3}$

⇒ 둘러싸인 부분의 넓이를 $y = kx$ 가 이등분하고,

$y = kx$ 와 $y = 8$ 의 교점은 $\left(\frac{8}{k}, 8\right)$ 이므로

$$32 - \int_0^4 x \sqrt{x} dx = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{8}{k} \right)$$

$$32 - \left[\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \right]_0^4 = \frac{64}{k}$$

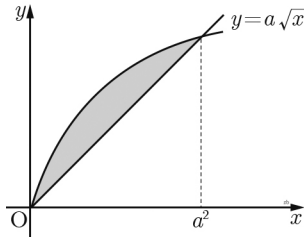
$$\frac{96}{5} = \frac{64}{k} \therefore k = \frac{10}{3}$$

58) 2

⇒ 곡선과 직선의 교점은

$$a\sqrt{x} = x, x(x-a^2) = 0 \therefore x = 0, a^2$$

곡선과 직선으로 둘러싸인 부분은 다음 그림과 같다.



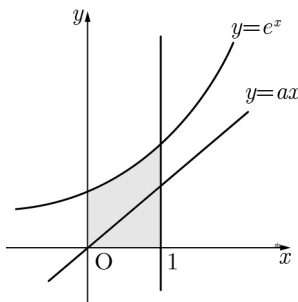
빛금 친 부분의 넓이는

$$\int_0^{a^2} a\sqrt{x} - x dx = \left[\frac{2}{3}ax^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}x^2 \right]_0^{a^2} = \frac{a^4}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a = 2$$

59) $e - 1$

⇒



함수 $y = e^x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S 라 할 때,

$$S = \int_0^1 e^x dx = \left[e^x \right]_0^1 = e - 1$$

이 영역의 넓이가 직선 $y = ax$ 에 의하여 이등분되므로

$$\int_0^1 ax dx = \frac{1}{2}S$$

$$\left[\frac{1}{2}ax^2 \right]_0^1 = \frac{1}{2}(e - 1)$$

$$\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}(e - 1)$$

$$\therefore a = e - 1$$

60) $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$

⇒

$$S_A = \int_0^k x \sin x dx = \left[-x \cos x \right]_0^k - \int_0^k (-\cos x) dx$$

$$= -k \cos k + \int_0^k \cos x dx$$

$$= -k \cos k + \left[\sin x \right]_0^k$$

$$= -k \cos k + \sin k$$

$$S_B = \int_k^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \sin x \right) dx$$

$$= \left[\frac{\pi}{2}x \right]_k^{\frac{\pi}{2}} - \int_k^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$= \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}k - \left\{ \left[-x \cos x \right]_k^{\frac{\pi}{2}} - \int_k^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x) dx \right\}$$

$$= \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}k - k \cos k - \left[\sin x \right]_k^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}k - k \cos k - 1 + \sin k$$

이때, $S_A = S_B$ 이므로

$$-k \cos k + \sin k = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2}k - k \cos k - 1 + \sin k,$$

$$\frac{\pi}{2}k = \frac{\pi^2}{4} - 1 \quad \therefore k = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$$

61) $1 - \frac{1}{e}$

$$\Rightarrow (A \text{의 넓이}) = \int_0^k x e^x dx$$

$$(B \text{의 넓이}) = (1 - k)e - \int_k^1 x e^x dx$$

(A의 넓이) = (B의 넓이)이므로

$$\int_0^k x e^x dx = (1 - k)e - \int_k^1 x e^x dx$$

$$\int_0^k x e^x dx + \int_k^1 x e^x dx = (1 - k)e$$

$$\int_0^1 x e^x dx = (1 - k)e$$

$$1 = e - ke \quad \therefore k = 1 - \frac{1}{e}$$

62) 2

⇒ $x e^x = e^x$ 인 $x = 1$ 이므로

$$a = \int_0^1 e^x - x e^x dx = 2[e^x]_0^1 - [x e^x]_0^1 = e - 2$$

$$b = \int_1^2 x e^x - e^x dx = [x e^x]_1^2 - 2[e^x]_1^2 = e$$

$$\therefore b - a = 2$$

63) $4 \ln 2 - 2$

64) 7 : 1

⇒ $x = 0$ 에서 중근을 $x = 2$ 에서 근을 가지므로

$$f(x) = ax^2(x - 2)$$

$$S_1 = - \int_{-2}^0 f(x) dx = - \int_{-2}^0 ax^2(x - 2) dx = - \int_{-2}^0 (ax^3 - 2ax^2) dx$$

$$= - \left[\frac{a}{4}x^4 - \frac{2}{3}ax^3 \right]_{-2}^0 = \left(4a + \frac{16}{3}a \right) = \frac{28}{3}a$$

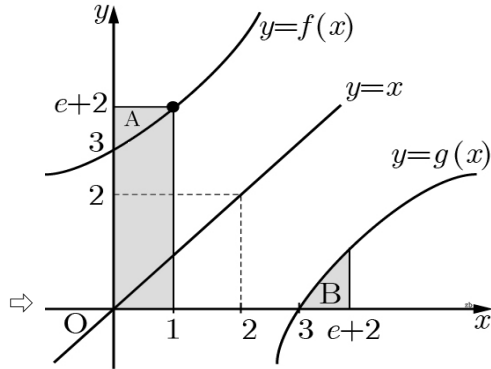
$$S_2 = - \int_0^2 f(x) dx = - \int_0^2 ax^2(x - 2) dx = - \int_0^2 (ax^3 - 2ax^2) dx$$

$$= - \left[\frac{a}{4}x^4 - \frac{2}{3}ax^3 \right]_0^2 = - \left(4a - \frac{16}{3}a \right) = \frac{4}{3}a$$

$$\therefore S_1 : S_2 = \frac{28}{3}a : \frac{4}{3}a = 7 : 1$$

65) 26

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(0)=1 \text{ 이므로 } g(1)=0 \\ f(2)=13 \text{ 이므로 } g(13)=2 \\ \therefore \int_0^2 f(x)dx + \int_1^{13} g(x)dx = 2 \times 13 = 26 \end{aligned}$$

66) $e+2$ 역함수는 $y=x$ 에 대해 대칭이니

$$\int_3^{e+2} g(x)dx = A \text{ 이다.}$$

따라서 구해야 하는 정적분의 값은
직사각형 넓이 $e+2$ 와 같다.

67) $e+1$

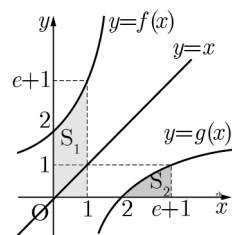
\Rightarrow 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프는 [그림 1]

과 같고 $\int_0^1 f(x)dx = S_1$, $\int_2^{e+1} g(x)dx = S_2$ 라 하자.

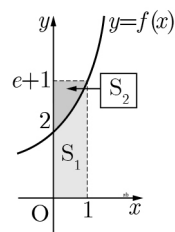
이때, S_2 에 해당하는 부분을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 [그림 2]와 같으므로

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_2^{e+1} g(x)dx = S_1 + S_2 = 1 \times (e+1) = e+1$$

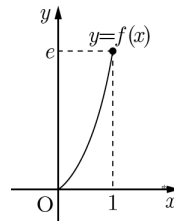
[그림 1]



[그림 2]

68) e

\Rightarrow 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이므로

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_0^e g(x)dx \text{는 가로가 1이고 세로가 } e \text{인}$$

직사각형의 넓이와 같다.

그러므로 구하고자 하는 값은 e 이다.

69) 18

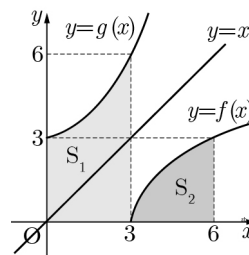
\Rightarrow 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프는 [그림 1]

과 같고 $\int_0^3 g(x)dx = S_1$, $\int_3^6 f(x)dx = S_2$ 라 하자.

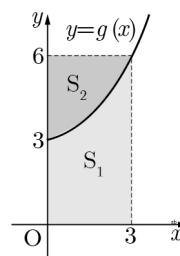
S_2 에 해당하는 부분을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 [그림 2]와 같다.

$$\therefore \int_0^3 g(x)dx + \int_3^6 f(x)dx = S_1 + S_2 = 3 \times 6 = 18$$

[그림 1]

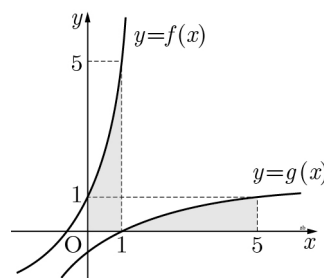


[그림 2]



70) 5

$\Rightarrow f(0)=1$, $f(1)=5$ 이므로 역함수의 그래프로 나타내보면 다음 그림과 같다.



$$\therefore \int_0^1 f(x)dx + \int_1^5 g(x)dx = 1 \times 5 = 5$$