

2022학년도 1학기 제2차 지필평가

3학년 확률과통계

과목코드 0 5

2022. 7. 4. 1교시

- 본 시험은 선택형 [17] 문항, 논술형 [3] 문항, 쪽수는 [6] 쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR 카드 논술형 답란에 검정색 펜(블펜)으로 서술하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 확률변수 X 에 대한 평균이 10이고, 표준편차가 5일 때, $E(2X+3) + V(-X+1)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 18 ② 28 ③ 38 ④ 48 ⑤ 58

$$\begin{aligned} n &= 10 \\ \sigma &= 5 \\ 2 \times 10 + 3 + 25 \\ &= 23 + 25 \\ &= 48 \end{aligned}$$

2. 이산확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같을 때, X 의 평균은? (단, a 는 상수이다.) [3.9점]

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	a	$\frac{1}{5}$	1

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + a &= 1 \\ a &= \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} + \frac{6}{5} + \frac{3}{5} &= \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

3. 확률변수 X 가 정규분포 $N(50, 9)$ 를 따를 때, $P(X \leq 53)$ 의 값을 아래쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3.9점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.75	0.2734
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332

- ① 0.3413 ② 0.6147 ③ 0.8413
④ 0.8944 ⑤ 0.9332

$$\begin{aligned} (50, 3^2) \\ \frac{53-50}{3} &= \frac{3}{3} = 1 \\ 0.5 + 0.3413 \\ &= 0.8413 \end{aligned}$$

4. 주사위 한 개를 던져서 홀수의 눈이 나왔을 때, 이 눈의 수가 소수일 확률은? [4.0점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned} A: \frac{1}{2} \\ B: \frac{1}{3} \\ \frac{\frac{2}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

5. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A^c \cap B) = \frac{1}{15}$,
 $P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.)

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

$$(1-A) \times B = \frac{1}{15}$$

$$(1-A) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

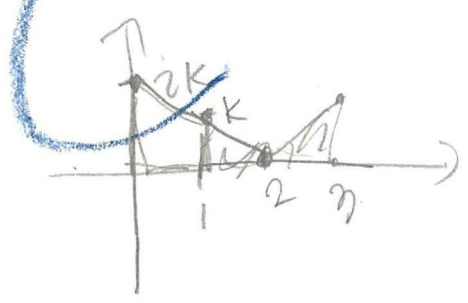
$$1-A = \frac{1}{5}$$

$$-A = -\frac{4}{5}$$

$$A = \frac{4}{5}$$

6. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = k|x-2|$ ($0 \leq x \leq 3$) 일 때, $P(X \geq 1)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4.0점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$



$$\frac{3}{2}k + 1 \times \frac{1}{2} \times k + 1 \times \frac{1}{2} \times k = 1$$

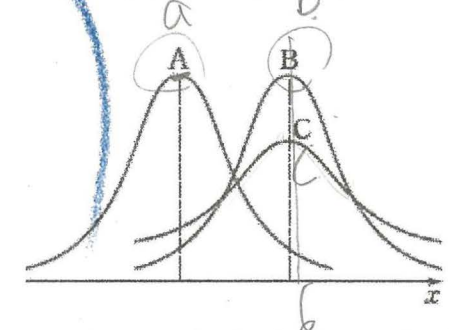
$$\frac{3}{2}k + k = 1$$

$$\frac{5}{2}k = 1$$

$$k = \frac{2}{5}$$

$$1 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 2$$

7. 세 확률변수 X_A, X_B, X_C 는 각각 정규분포 $N(4, a), N(6, b), N(c, d)$ 를 따르고 아래쪽 그림에서 세 곡선 A, B, C는 세 확률변수 X_A, X_B, X_C 의 확률밀도함수의 그래프이다.



곡선 B는 곡선 A를 평행이동한 것 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [4.0점]

<보 기>

㉠ $a=b$ ㉡ $c=4$ ㉢ $a < d$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

㉠, ㉢

8. 어느 주스 가게에서 판매하는 주스 한 잔의 양은 평균이 150mL , 표준편차가 5mL 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 가게에서 판매하는 주스 한잔의 양이 140mL 이하일 확률을 아래쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.1점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.50	0.4332
2.00	0.4772
2.50	0.4938

$$\mu = 150$$

$$\sigma = 5$$

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
 ④ 0.1587 ⑤ 0.3413

$$\frac{140-150}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$\frac{0.4772}{2} = 0.2386$$

$$0.2386 + 0.5000 = 0.7386$$

$$1 - 0.7386 = 0.2614$$

9. 어느 병원에 찾아오는 사람 중에서 A바이러스에 감염된 사람의 비율이 10%이고 이 병원에서 전문가가 A바이러스의 감염 여부를 정확하게 진단할 확률이 0.95라고 한다. 이 병원에서 A바이러스에 감염되었다고 진단받은 사람이 실제로는 A바이러스에 감염되지 않은 사람일 확률은?

[4.1점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{9}{28}$ ③ $\frac{1}{29}$ ④ $\frac{19}{28}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$$\frac{1}{10} \times \frac{95}{100} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{100}$$

45

95 + 45

459

140

2828

28

140

10. 주머니에 빨간 공 n 개를 포함한 공 30개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공 1개를 꺼내어 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는 시행을 12번 반복하였다. 빨간 공이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, $E(X) = 2$ 이다. 이때, $E(X^2)$ 의 값은? [4.1점]

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 5 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$

$(12, \frac{n}{30})$

$12 \times \frac{n}{30} = \frac{2n}{5} = 2$

$2n = 10$

$n = 5$

$12 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{3}$

$\frac{5}{3} = E(X^2) - 4$

$E(X^2) = 4 + \frac{5}{3}$

$= \frac{17}{3}$

11. 어느 고등학교에서 남학생 4명과 여학생 6명으로 구성된 교육 봉사 동아리가 있다. 이 동아리에서 초등학교를 가르칠 학생 2명을 임의로 뽑으려고 한다. 뽑힌 학생 중에서 여학생 수를 확률변수 X 라 할 때, 다음은 X 의 평균과 분산을 구하는 과정이다.

i) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2 이고,

확률질량함수는 $P(X=x) = \frac{(가)}{10C_2}$ ($x=0,1,2$)이다.

ii) 이를 활용하여 작성한 확률분포표는 아래와 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{(나)}{15}$	$\frac{1}{3}$	1

즉 $E(X) = \frac{(다)}{15}$ 이고,

$V(X) = E(X^2) - \frac{(다)^2}{25} = \frac{(라)}{25}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(x)$ 라 하고, (나) (다), (라)에 알맞은 수를

각각 a, b, c 라 할 때, $f(\frac{2ab}{3c})$ 의 값은? [4.2점]

- ① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

$\frac{2}{15} + x + \frac{1}{15} = 1$

$x = \frac{8}{15}$

$\frac{140}{15} - \frac{32}{15} = \frac{108}{15} = 7.2$

12. 4개의 당첨 제비를 포함하여 12개의 제비가 들어있는 상자에서 학생 A, B, C의 순서로 각각 제비를 1개씩 임의로 뽑기로 하였다. 학생 C가 당첨이 되었을 때, 학생 A도 당첨이 되었을 확률은? (단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.) [4.2점]

- ① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{10}{33}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{11}$ ⑤ $\frac{13}{33}$

A B C 당 4

$\frac{4}{12} \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{55}$

$\frac{4}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} = \frac{2}{165}$

$\frac{4}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{165}$

$\frac{4}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{165}$

$\frac{4}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{165}$

13. 어느 학교 학생들을 대상으로 실시한 적성검사 점수는 평균이 72점, 표준편차가 5점인 정규분포를 따른다고 한다. 이때, 상위 5% 이내에 속하는 학생의 적성검사 점수는 최소한 몇 점 이상인가? (단, Z 가 표준정규분포표를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.64) = 0.45$ 이다.) [4.2점]

- ① 77.8 ② 78.4 ③ 79.0
④ 79.6 ⑤ 80.2

$$\mu = 72$$

$$\sigma = 5$$

$$\frac{x - 72}{5} = 1.64$$

$$x - 72 = \frac{1.64}{100} \times 5 = \frac{8.2}{100}$$

$$x = 72 + 8.2 = 80.2$$

14. 자연수 n 에 대하여 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_n C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{n-x} \quad (x=0,1,2,\dots,n)$$

이고, $V(X) = 36$ 이다. $P(138 \leq X \leq 150)$ 의 값을 아래쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.75	0.2734
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332

- ① 0.5468 ② 0.6147 ③ 0.6826
④ 0.7357 ⑤ 0.7888

$$n \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 36$$

$$n = 9 \times \frac{4}{3}$$

$$= 12$$

$$(12, \frac{3}{4})$$

$$\frac{9}{6}$$

15. 확률변수 X 가 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다.

$P(X \leq 2) = P(2 < X < 80) = 0.3$ 일 때, $m + \sigma$ 의 값은?

(단, m, σ 상수이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 0.26) = 0.1$, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.)

[4.3점]

- ① 151 ② 152 ③ 153 ④ 154 ⑤ 155



16. 어느 고등학교에 다니는 학생 60명을 대상으로 통학시간을 조사하였더니 30분 이상 걸리는 남학생이 15명, 30분 미만 걸리는 여학생이 14명이고 조사한 학생 중 임의로 택한 1명이 남학생인 사건과 통학시간이 30분 미만인 사건이 서로 독립이다. 조사한 학생 중 임의로 택한 1명이 여학생일 때, 이 여학생의 통학시간이 30분 이상 걸릴 확률은? (단, 조사한 남학생의 수가 여학생 수보다 크다.) [4.4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} 60 & \\ 30 \uparrow &= 15 \text{ 남} \\ 30 \downarrow &= 14 \text{ 여} \end{aligned}$$

$$\frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ 남}$$

$$\frac{14}{60} = \frac{7}{30} \text{ 여}$$

$$a \times \frac{1}{4} + (1-a) \times \frac{7}{30} = a$$

17. 흰색 공이 n 개, 검은색 공이 2개 들어있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 집어넣는 시행에서 흰색 공이 2개 나오는 사건을 A 라 하자. 이 시행을 5번 반복했을 때, 사건 A 가 3번 발생할 확률을 p 라 하고 이 시행을 6번 반복했을 때, 사건 A 가 4번 발생할 확률을 q 라 할 때, $3p=5q$ 가 성립한다. n 의 값은? [4.4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

흰 n

검 2

$n+2$

$$\frac{n!2}{n+2!2} = A \quad (\text{4번})$$

$$2 \cdot \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \left(\frac{n!2}{n+2!2} \right)^3 (1-\square)^2 = p$$

$$6 \left(\frac{n!2}{n+2!2} \right)^4 (1-\square)^2$$

$$2 \left(\frac{n!2}{n+2!2} \right)^3 (1-\square)^2 = 5 \left(\frac{n!2}{n+2!2} \right)^4 (1-\square)^2$$

$$2 \square^3 (1-\square)^2 = 5 \square^4 (1-\square)^2$$

$$\left(\frac{1}{6} \right)^3 \left(\frac{5}{6} \right)$$

[논술형 1] 유전자형이 Rr 인 등근 완두콩을 자가수분하였을 때, 유전자형이 rr 인 주름진 완두콩이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 유전자형이 Rr 인 등근 완두콩 432개를 자가수분하여 주름 여부를 조사하였을 때, 이 중에서 유전자형이 rr 인 주름진 완두콩이 117개 이상 126개 이하일 확률을 아래쪽 표준 정규분포표를 이용하여 구하고, 그 과정을 논술하시오. [10.0점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.50	0.4332
2.00	0.4772
2.50	0.4938

$$Rr \rightarrow rr \quad \frac{1}{4}$$

$$Rr \quad 432 \quad \left(432 \cdot \frac{1}{4} \right) \quad \sqrt{432} \quad \frac{108 \times 3}{2n}$$

$$np = 432 \times \frac{1}{4} \geq 5 \quad 81$$

$$nq = 432 \times \frac{3}{4} \geq 5$$

0.103

$$(108, 9^2) \text{을 따른다}$$

$$\frac{117-108}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{126-108}{9} = \frac{18}{9} = 2$$

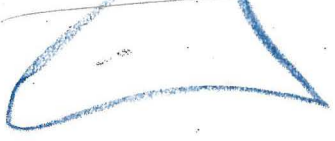
$$(1 \leq z \leq 2)$$



$$0.4112 - 0.3413 = 0.0699$$

$$0.1359$$

[논술형 2] 주머니에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 숫자가 하나씩 적혀 있는 공 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공 3개를 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한다. 공에 적힌 수의 합이 짝수일 때, 세 개의 공 중에서 숫자 1이 적힌 공이 있을 확률을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [10.0점]



h13

홀 1, 3, 5, 7

짝 2, 4, 6

합 짝

홀 홀 짝 4C2 x 3C1

짝 짝 짝 3C3

~~10C3~~

1 3
1 5
1 7

x 3C1

3
3C3

4C2 x 3C1 + 3C3

3

6 x 3 + 1

3
19

[논술형3] 수직선 위를 움직이는 점 P가 원점에 있다. 크기가 서로 다른 두 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

크기가 서로 다른 동전 두 개를 동시에 던져서
모두 앞면이 나오면 점 P를 양의 방향으로 2만큼 이동시키고,
그 외의 경우에는 점 P를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 6회 반복했을 때, 점 P가 수직선 위의 좌표 3에 처음으로 도착할 확률을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [10.0점]

크기 2, 1

1/4 앞 +2

3/4 뒤 -1

a + b = 6

2a - b = 3

3a = 9

a = 3

6 x 5 x 4 x 3 (1/4)^3 (3/4)^3

= 20 x 1/64 x 27/64

27
1024

64
16
384
64
1024

※ 확인사항
답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.