01 급수의 수렴과 발산

(1) 급수 : 수열 $\{a_n\}$의 각 항을 차례대로 덧셈 기호 $+$로 연결한 식을 **급수**라 하고 기호로 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 같이 나타낸다.

⇨ $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

(2) 부분합 : 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$ 에서 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n을 이 급수의 제n항까지의 **부분합**이라고 한다.

⇨ $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$

(3) 급수의 수렴과 발산

① 급수의 수렴 : 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 일정한 값 S에 수렴할 때, 즉 $\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} a_k=S$일 때, 이 급수는 S에 수렴한다고 한다.

② 급수의 발산 : 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 발산할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 발산한다고 한다.

◪ 다음 급수의 수렴과 발산을 조사하고, 수렴하면 그 합을 구하여라.

1. $1+2+3+4+\cdots+n+\cdots$

2. $2+4+6+8+\cdots+2n+\cdots$

3. $(1-\sqrt{3})+(\sqrt{3}-\sqrt{5})+(\sqrt{5}-\sqrt{7})+\cdots+(\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+1})+\cdots$

4. $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}+\cdots$

5. $\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+\cdots$

6. $\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{4\times6}+\cdots+\frac{1}{2n(2n+2)}+\cdots$

7. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots$

8. $\frac{1}{1^2+2}+\frac{1}{2^2+4}+\frac{1}{3^2+6}+\frac{1}{4^2+8}+\cdots$

9. $3+\frac{5}{1^2+2^2}+\frac{7}{1^2+2^2+3^2}+\frac{9}{1^2+2^2+3^2+4^2}+\cdots$

10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$

12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{n(n+2)}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\left\{2-\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\right\}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$

17. $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

02 급수의 수렴, 발산과 일반항 사이의 관계

(1) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty}a_n=0$

(2) $\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이면 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다.

◪ **다음 급수가 발산함을 증명하여라.**

18. $-2+1+4+7+10+\cdots$

19. $3+3^2+3^3+3^4+\cdots$

20. $5+5+5+5+\cdots$

21. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\cdots$

22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n+1}$

23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2n-1}$

24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{4n-1}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n}\right\}$

26. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{n+1}$

27. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n}{n+2}$

◪ 다음 급수가 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하여라.

28. $(a_1-2)+(a_2-2)+(a_3-2)+\cdots+(a_n-2)+\cdots$

29. $(a_1-1)+(a_2-1)+(a_3-1)+\cdots+(a_n-1)+\cdots$

30. $(a_1+1)+(a_2+1)+(a_3+1)+\cdots+(a_n+1)+\cdots$

31. $(a_1+3)+(a_2+3)+\cdots+(a_n+3)+\cdots$

32. $(a_1+1)+\left(a_2+\frac{3}{2}\right)+\left(a_3+\frac{5}{3}\right)+\left(a_4+\frac{7}{4}\right)+\cdots+\left(a_n+\frac{2n-1}{n}\right)$

33. $\sum_{n=1}^{\infty}(3a_n-2)=4$

34. $\sum_{n=1}^{\infty}(4a_n-3)=5$

◪ 수열 $\{a_n\}$에 대하여 다음 값을 구하여라.

35. $(a_1-1)+\left(a_2-\frac{3}{2}\right)+\left(a_3-\frac{5}{3}\right)+\cdots+\left(a_n-\frac{2n-1}{n}\right)+\cdots$ 이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}(2a_n+1)$의 값

36. $(a_1+1)+\left(\frac{a_2}{2}+1\right)+\left(\frac{a_3}{3}+1\right)+\cdots+\left(\frac{a_n}{n}+1\right)+\cdots$이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{4a_n+n}{3a_n-2n}$의 값

37. $(a_1-2)+\left(\frac{a_2}{2}-2\right)+\left(\frac{a_3}{3}-2\right)+\cdots+\left(\frac{a_n}{n}-2\right)+\cdots$가 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+n}{5a_n-2n}$의 값

38. $(a_1+2)+(2a_2+2)+(3a_3+2)+\cdots+(na_n+2)+\cdots$ 가 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2a_n+3n}{n+1}$의 값

39. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n-3}{a_n+1}$의 값

40. $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n+5)=1$일 때, $\lim_{n\to\infty}\left(a_n+\frac{1}{2}\right)$의 값

41. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}+2\right)=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{n-3a_n}{n+a_n}$의 값

42. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3-a_n}{2}=1$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{4na_n+5}{n-3}$의 값

43. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}=\frac{1}{2}$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}}{3^{n-1}+2^n}$의 값

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

44. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}=\frac{1}{2}$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}-2^{n-1}}{3^{n-1}+2^{n+1}}$의 값

45. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{2^n}-5\right)=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{4^n+3^n}{3^n+2^n a_n}$의 값

46. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{5^n}-1\right)=3$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+4^n}{5^{n+1}+3^n}$의 값

47. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{4^n}-\frac{2n}{3n+2}\right)=5$일 때,
$\lim_{n\to\infty}\frac{6a_n-2^n}{4^{n+1}+3^{n+1}+2^{n+1}}$의 값

03 급수의 성질

두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하면

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\pm b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\pm\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}ca_n=c\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ (단, c는 상수)

◪ 수렴하는 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$에 대하여 다음 급수의 합을 구하여라.

48. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=1$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=2$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-2b_n)$의 값

49. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=-1$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=-3$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+2b_n)$의 값

50. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=-3$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{1}{2}$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+4b_n)$의 값

51. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=5$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(7a_n+3b_n)$의 값

52. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=4$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=-3$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-b_n)$의 값

53. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{2}{3}$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{1}{5}$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(12a_n+25b_n)$의 값

54. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=4$, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)=6$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-3b_n)$의 값

55. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+2b_n)=10$, $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n+b_n)=2$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(5a_n+3b_n)$의 값

56. $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-b_n)=3$, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=12$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+3b_n)$의 값

57. $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n+b_n)=1$, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)=11$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(4a_n-b_n)$의 값

58. $\sum_{n=1}^{\infty}(3a_n-b_n)=8$, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=4$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}a_n-2b_n\right)$의 값

◪ 수렴하는 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=3$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=-2$에 대하여 다음 급수의 합을 구하여라.

59. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)$

60. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$

61. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+2b_n)$

62. $\sum_{n=1}^{\infty}(4a_n+5b_n)$

63. $\sum_{n=1}^{\infty}(-3a_n+2b_n)$

64. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{3}-\frac{b_n}{2}\right)$

◪ 수렴하는 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=4$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=10$에 대하여 다음 급수의 합을 구하여라.

65. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$

66. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)$

67. $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-b_n)$

68. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+5b_n)$

69. $\sum_{n=1}^{\infty}(-a_n+3b_n)$

70. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{2}-\frac{b_n}{10}\right)$

정답 및 해설

1) 양의 무한대로 발산

⇨ 제 n항까지의 부분합을 S_n이라 하면

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+1)}{2}=\infty$$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

2) 양의 무한대로 발산

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=2n$$

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}2k=2\times\frac{n(n+1)}{2}=n^2+n$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}(n^2+n)=\infty(\text{발산})$$

3) 음의 무한대로 발산

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+1}$$

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{2k-1}-\sqrt{2k+1})$$

$$=(1-\sqrt{3})+(\sqrt{3}-\sqrt{5})+(\sqrt{5}-\sqrt{7})+$$
$$\cdots+(\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+1})$$
$$=1-\sqrt{2n+1}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}(1-\sqrt{2n+1})=-\infty(\text{발산})$$

4) 수렴, 1

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=\frac{1}{n(n+1)}$$

$$S_n$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$
$$=1-\frac{1}{n+1}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1$$

5) 수렴, $\frac{1}{2}$

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

이므로

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}$$

6) 수렴, $\frac{1}{4}$

⇨ 제 n항까지의 부분합을 S_n이라 하면

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k(2k+2)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k}-\frac{1}{2k+2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)\right.$$
$$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{2n}-\frac{1}{2n+2}\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2n+2}\right)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2n+2}\right)=\frac{1}{4}$$

따라서 주어진 급수는 수렴하고, 그 합은 $\frac{1}{4}$이다.

7) 수렴, 2

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}k}=\frac{1}{\frac{1}{2}n(n+1)}$$
$$=\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$
$$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right\}$$
$$=2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=2$$

8) 수렴, $\frac{3}{4}$

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$a_n=\frac{1}{n^2+2n}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

S_n

$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$\therefore S=\lim_{n\to\infty}S_n$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$

9) 수렴, 6

⇨ 제 n항을 a_n, 첫째항부터 제 n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$a_n=\frac{2n+1}{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}=\frac{2n+1}{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}$

$=\frac{6}{n(n+1)}$

$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{6}{k(k+1)}=6\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=6\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right\}$

$=6\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$

$\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}6\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=6$

10) 수렴, 1

⇨ 제 n항까지의 부분합을 S_n이라 하면

$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=1-\frac{1}{n+1}$

$\therefore\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1$

따라서 주어진 급수는 수렴하고, 그 합은 1이다.

11) 수렴, $\frac{3}{4}$

⇨ 첫째항부터 제n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면 $S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+2)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)$

$=\frac{1}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

이때, $\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$이므로 주어진 급수는 수렴하고, 그 합은 $\frac{3}{4}$이다.

12) 수렴, $\frac{15}{4}$

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{n(n+2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{5}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{5}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{4}$

13) 수렴, 2

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\left\{2-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}=2$

14) 양의 무한대로 발산

⇨ 제 n항 a_n이

$a_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$이므로

첫째항부터 제 n항까지의 부분합 S_n은

S_n

$=\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

$=\sqrt{n+1}-1$

$\therefore\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-1)=\infty$(발산)

15) 양의 무한대로 발산

⇨ 제 n항 a_n이

$a_n=\frac{2}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}=\frac{2(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})}{(2n+1)-(2n-1)}$

$=\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}$

이므로 첫째항부터 제 n항까지의 부분합 S_n은

$S_n=(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})$

$=\sqrt{2n+1}-1$

$\therefore\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{2n+1}-1)=\infty$(발산)

16) 수렴, 1

⇨ 첫째항부터 제n항까지의 부분합을 S_n이라고 하면 $S_n=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$

$=1-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$

이때, $\lim_{n\to\infty}S_n=1$이므로 주어진 급수는 수렴하고, 그 합은 1이다.

17) 양의 무한대로 발산

⇨ 제 n항까지의 부분합을 S_n이라 하면

$$S_n = \sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$$
$$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$$
$$=\sqrt{n+1}-1$$

$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-1)=\infty$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

18) 주어진 급수는 첫째항이 -2, 공차가 3인 등차수열의 합이므로 제 n항을 a_n이라 하면

$a_n=-2+(n-1)\times 3=3n-5$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}(3n-5)=\infty\neq 0$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

19) 주어진 급수는 첫째항이 3, 공비가 3인 등비수열의 합이므로 제 n항을 a_n이라 하면

$a_n=3\times 3^{n-1}=3^n$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}3^n=\infty\neq 0$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

20) 주어진 급수의 제 n항을 a_n이라 하면 $a_n=5$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=5\neq 0$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

21) $a_n=\dfrac{n}{n+1}$이므로 $\lim_{n\to\infty}a_n=1$

$\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다.

22) 발산

⇨ $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\dfrac{n}{2n+1}=\dfrac{1}{2}\neq 0$ 이므로

$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{2n+1}$ 은 발산한다.

23) $a_n=\dfrac{n+1}{2n-1}$이므로

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{1}{2}$$

$\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다.

24) $a_n=\dfrac{n+1}{4n-1}$로 놓으면

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{4n-1}=\dfrac{1}{4}\neq 0$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

25) $a_n=1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$으로 놓으면

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left\{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\right\}=1\neq 0$

따라서 주어진 급수는 발산한다.

26) 발산

⇨ $\lim_{n\to\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{n}{n+1}\neq 0$

$\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다.

27) 발산

⇨ $a_n=(-1)^n\dfrac{n}{n+2}$이라고 하면

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}(-1)^n\dfrac{n}{n+2}\neq 0$

$\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$이므로 주어진 급수는 발산한다.

28) 2

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-2)$가 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}(a_n-2)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=2$

29) 1

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-1)$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(a_n-1)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=1$

30) -1

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+1)$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(a_n+1)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=-1$

31) -3

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+3)$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(a_n+3)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=-3$

32) -2

⇨ $a_n+\dfrac{2n-1}{n}=b_n$이라고 하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left(b_n-\dfrac{2n-1}{n}\right)=-2$

33) $\dfrac{2}{3}$

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(3a_n-2)$가 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(3a_n-2)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=\frac{2}{3}$

34) $\frac{3}{4}$

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(4a_n-3)$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(4a_n-3)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=\frac{3}{4}$

35) 5

⇨ $a_n-\frac{2n-1}{n}=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$a_n=b_n+\frac{2n-1}{n}$이므로

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left(b_n+\frac{2n-1}{n}\right)=0+2=2$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(2a_n+1)=2\times2+1=5$

36) $\frac{3}{5}$

⇨ $\frac{a_n}{n}+1=b_n$이라고 하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다. 즉 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\lim_{n\to\infty}(b_n-1)=-1$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{4a_n+n}{3a_n-2n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4\cdot\frac{a_n}{n}+1}{3\cdot\frac{a_n}{n}-2}=\frac{4\cdot(-1)+1}{3\cdot(-1)-2}$$
$$=\frac{-3}{-5}=\frac{3}{5}$$

37) $\frac{5}{8}$

⇨ $\frac{a_n}{n}-2=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-2\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\lim_{n\to\infty}(b_n+2)=0+2=2$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+n}{5a_n-2n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2a_n}{n}+1}{\frac{5a_n}{n}-2}$$
$$=\frac{2\times2+1}{5\times2-2}=\frac{5}{8}$$

38) 1

⇨ $na_n+2=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}(na_n+2)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\lim_{n\to\infty}na_n=\lim_{n\to\infty}(b_n-2)=0-2=-2$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{n^2a_n+3n}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{na_n+3}{1+\frac{1}{n}}$$
$$=\frac{-2+3}{1}=1$$

39) 3

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}a_n=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{2a_n-3}{a_n+1}=\frac{2\cdot0-3}{0+1}=-3$

40) -2

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n+5)$가 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}(2a_n+5)=0$

$\lim_{n\to\infty}a_n=-\frac{5}{2}$

$\lim_{n\to\infty}\left(a_n+\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2$

41) -7

⇨ $\frac{a_n}{n}+2=b_n$이라고 하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\lim_{n\to\infty}(b_n-2)=-2$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{n-3a_n}{n+a_n}=\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{1-3\cdot\frac{a_n}{n}}{1+\frac{a_n}{n}}=\frac{1-3\cdot(-2)}{1+(-2)}$$
$$=-7$$

42) 12

⇨ $\frac{3-a_n}{2}=b_n$이라고 하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

즉, $\lim_{n\to\infty}\frac{3-a_n}{2}=0$, $\lim_{n\to\infty}(3-a_n)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}a_n=3$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{4na_n+5}{n-3}=\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{4a_n+\frac{5}{n}}{1-\frac{3}{n}}=4\times3=12$$

43) 9

⇨ $\frac{a_n}{3^n}=b_n$이라고 하면 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}}{3^{n-1}+2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{3^n}+3}{\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^n}=9$$

44) 9

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^n}=0$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3^{n+1}-2^{n-1}}{3^{n-1}+2^{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{3^n}+3-\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{\frac{1}{3}+2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n}$$
$$=9$$

45) $\frac{1}{5}$

⇨ $\frac{a_n}{2^n}-5=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{2^n}-5\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2^n}=\lim_{n\to\infty}(b_n+5)=0+5=5$

따라서 구해야 하는 식의 분자와 분모를 4^n으로 나누면

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^n+3^n}{3^n+2^n a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\left(\frac{3}{4}\right)^n}{\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{a_n}{2^n}}=\frac{1+0}{0+5}=\frac{1}{5}$$

46) $\frac{1}{5}$

⇨ $\frac{a_n}{5^n}-1=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{5^n}-1\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{5^n}=\lim_{n\to\infty}(b_n+1)=0+1=1$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n+4^n}{5^{n+1}+3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{5^n}+\left(\frac{4}{5}\right)^n}{5+\left(\frac{3}{5}\right)^n}$$
$$=\frac{1+0}{5+0}=\frac{1}{5}$$

47) 1

⇨ $\frac{a_n}{4^n}-\frac{2n}{3n+2}=b_n$이라고 하면

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{4^n}-\frac{2n}{3n+2}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=0$이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{4^n}=\lim_{n\to\infty}\left(b_n+\frac{2n}{3n+2}\right)=0+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{6a_n-2^n}{4^{n+1}+3^{n+1}+2^{n+1}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{6\times\frac{a_n}{4^n}-\left(\frac{2}{4}\right)^n}{4+3\left(\frac{3}{4}\right)^n+2\left(\frac{2}{4}\right)^n}$$
$$=\frac{6\times\frac{2}{3}-0}{4+0+0}=1$$

48) -3

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-2b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\sum_{n=1}^{\infty}2b_n$

$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n-2\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=1-2\times2=-3$

49) -7

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+2b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+\sum_{n=1}^{\infty}2b_n$

$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=-1+2\times(-3)=-7$

50) -1

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+4b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+4\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=-3+4\times\frac{1}{2}=-1$

51) 38

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(7a_n+3b_n)=7\sum_{n=1}^{\infty}a_n+3\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=7\times5+3\times1=38$

52) 11

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-b_n)=2\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=2\times4-(-3)=11$

53) 13

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(12a_n+25b_n)=12\sum_{n=1}^{\infty}a_n+25\sum_{n=1}^{\infty}b_n$

$=12\times\frac{2}{3}+25\times\frac{1}{5}=8+5=13$

54) 13

⇨ 두 급수가 수렴하므로

$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\alpha$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\beta$(단, α와 β는 상수)로 놓자.

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=4$ 에서 $\alpha+\beta=4\cdots$ ㉠

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n) = 6$ 에서 $\alpha - \beta = 6 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

㉠+㉡에서 $2\alpha = 10$ $\quad \therefore \alpha = 5,\ \beta = -1$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(2a_n - 3b_n) &= 2\sum_{n=1}^{\infty}a_n - 3\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 2\alpha - 3\beta \\ &= 2\times5 - 3\times(-1) = 13\end{aligned}$$

55) 8

⇨ 두 급수가 수렴하므로

$\sum_{n=1}^{\infty}a_n = \alpha,\ \sum_{n=1}^{\infty}b_n = \beta$(단, α와 β는 상수)로 놓자.

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + 2b_n) = 10$에서 $\alpha + 2\beta = 10 \cdots$ ㉠

$\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n + b_n) = 2$에서 $2\alpha + \beta = 2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

㉠+㉡에서 $3\alpha + 3\beta = 12$, 즉 $\alpha + \beta = 4 \cdots$ ㉢

㉡−㉢에서 $\alpha = -2$

㉠−㉢에서 $\beta = 6$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(5a_n + 3b_n) &= 5\sum_{n=1}^{\infty}a_n + 3\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 5\alpha + 3\beta \\ &= 5\times(-2) + 3\times6 = 8\end{aligned}$$

56) 26

⇨ 두 급수가 수렴하므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n = \alpha,\ \sum_{n=1}^{\infty}b_n = \beta$(단, α, β는 상수)로 놓자.

$\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n - b_n) = 3$에서 $2\alpha - \beta = 3 \cdots$ ㉠

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n) = 12$에서 $\alpha + \beta = 12 \cdots$ ㉡

㉠+㉡에서 $3\alpha = 15$, 즉 $\alpha = 5$

이 값을 ㉡에 대입하면 $\beta = 7$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(a_n + 3b_n) &= \sum_{n=1}^{\infty}a_n + 3\sum_{n=1}^{\infty}b_n = \alpha + 3\beta \\ &= 5 + 3\times7 = 26\end{aligned}$$

57) 23

⇨ 두 급수가 수렴하므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n = \alpha,\ \sum_{n=1}^{\infty}b_n = \beta$(단, α, β는 상수)로 놓자.

$\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n + b_n) = 1$ 에서 $2\alpha + \beta = 1 \cdots$ ㉠

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n) = 11$ 에서 $\alpha - \beta = 11 \cdots$ ㉡

㉠+㉡에서 $3\alpha = 12$, 즉 $\alpha = 4$

이 값을 ㉡에 대입하면 $\beta = -7$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(4a_n - b_n) &= 4\sum_{n=1}^{\infty}a_n - \sum_{n=1}^{\infty}b_n = 4\alpha - \beta \\ &= 4\times4 - (-7) = 23\end{aligned}$$

58) 0

⇨ 두 급수가 수렴하므로

$\sum_{n=1}^{\infty}a_n = \alpha,\ \sum_{n=1}^{\infty}b_n = \beta$(단, α와 β는 상수)로 놓자.

$\sum_{n=1}^{\infty}(3a_n - b_n) = 8$에서 $3\alpha - \beta = 8 \cdots$ ㉠

$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n) = 4$에서 $\alpha + \beta = 4 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

㉠+㉡에서 $4\alpha = 12$, 즉 $\alpha = 3$

이 값을 ㉡에 대입하면 $\beta = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}a_n - 2b_n\right) &= \frac{2}{3}\sum_{n=1}^{\infty}a_n - 2\sum_{n=1}^{\infty}b_n = \frac{2}{3}\alpha - 2\beta \\ &= \frac{2}{3}\times3 - 2\times1 = 0\end{aligned}$$

59) 5

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n) &= \sum_{n=1}^{\infty}a_n - \sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 3 - (-2) \\ &= 5\end{aligned}$$

60) 1

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n) &= \sum_{n=1}^{\infty}a_n + \sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 3 + (-2) \\ &= 1\end{aligned}$$

61) -1

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}(a_n + 2b_n) &= \sum_{n=1}^{\infty}a_n + 2\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 3 + 2\times(-2) \\ &= -1\end{aligned}$$

62) 2

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}(4a_n + 5b_n) &= 4\sum_{n=1}^{\infty}a_n + 5\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= 4\times3 + 5\times(-2) \\ &= 2\end{aligned}$$

63) -13

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}(-3a_n + 2b_n) &= -3\sum_{n=1}^{\infty}a_n + 2\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= -3\times3 + 2\times(-2) \\ &= -13\end{aligned}$$

64) 2

$$\begin{aligned}⇨ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{3} - \frac{b_n}{2}\right) &= \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{\infty}a_n - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}b_n \\ &= \frac{1}{3}\times3 - \frac{1}{2}\times(-2) \\ &= 1 + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

65) 14

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=4+10=14$

66) -6

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=4-10=-6$

67) -2

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-b_n)=2\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=2\times4-10=-2$

68) 54

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+5b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n+5\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=4+5\cdot10=54$

69) 26

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}(-a_n+3b_n)=-\sum_{n=1}^{\infty}a_n+3\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=-4+3\cdot10=26$

70) 1

⇨ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{2}-\frac{b_n}{10}\right)=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{\infty}b_n$
$=\frac{1}{2}\times4-\frac{1}{10}\times10$
$=2-1$
$=1$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110