



◇「콘텐츠산업 진흥법」시행령 제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-10
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 부정적분과 미분의 관계를 또는 부정적분과 도함수의 정의를 이용하여 함수를 구하는 문제가 자주 출제 된다. 문제에서 주어진 조건을 적절하게 이용하여 풀이해야 한다. 따라서 해당 단원에서 나올 수 있는 유형들에 대한 반복학습이 필요하다.

평가문제

[대단원 학습 점검]

1. 함수 $f(x)$ 의 부정적분 중 하나가

$x^3 - x^2 + 3x - 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -1 ② 1
③ 3 ④ 4
⑤ 6

[중단원 학습 점검]

2. 등식 $\int f(x)dx = x^3 - 2x^2 + 5x + C$ 를 만족하는

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)$ 의 값을 구하면? (단, C 는 적분상수)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 학습 점검]

3. 함수 $f(x) = \int (x^3 - x^2 + x + 3)dx$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2
③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$
⑤ $\frac{11}{4}$

[대단원 학습 점검]

4. 곡선 $y = f(x)$ 위의 임의의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2 - 2x + 5$ 이고, 이 곡선이 점 $(1, 7)$ 를 지날 때, $f(0)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 학습 점검]

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int (8x + 16)dx = f(x)$,

$f(0) = 12$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하면?

- ① 28 ② 32
③ 36 ④ 40
⑤ 44

[중단원 학습 점검]

6. 다항함수 $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx}(x^2 - 6x) \right\} dx$ 의 최솟값이

-10일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하면?

- ① -1 ② 1
③ 3 ④ 4
⑤ 6

[중단원 학습 점검]

7. 함수 $f(x) = 2x + 3$ 에 대하여

$F(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} x^2 f(x) \right\} dx$, $G(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int x^2 f(x) dx \right\}$

라 하자. $F(0) = 5$ 일 때, $F(1) + G(1)$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7
③ 10 ④ 13
⑤ 15

[중단원 학습 점검]

8. 선우네 농장에서는 어느 모종나무를 비닐하우스에서 키우다 노지로 옮겨 심어 키운다. 모종나무를 노지로 옮겨 심고 t 년 후에 측정한 나무의 높이를 h (cm)라고 하면 $\frac{dh}{dt} = 2t + 3$ 가 성립한다고 한다. 선우네 농장에서 비닐하우스에서 키운 나무가 10 cm일 때 노지로 옮겨 심는다고 하면 5년 후에 측정한 나무의 높이는?

- ① 40 ② 45
③ 50 ④ 55
⑤ 60

[중단원 학습 점검]

9. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $2x - 3$ 이다. 이 곡선이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $f(2)$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0
③ 2 ④ 4
⑤ 6

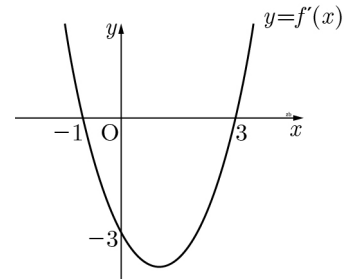
[중단원 학습 점검]

10. 함수 $f(x) = \int \frac{x^3}{x-2} dx - \int \frac{8}{x-2} dx$ 에 대하여 $f(0) = -3$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① -30 ② -27
③ 24 ④ 27
⑤ 30

[중단원 학습 점검]

11. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 이차함수이고, 함수 $y = f'(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다. 함수 $f(x)$ 가 극솟값 1을 가질 때, 극댓값을 구하면?



- ① $\frac{35}{3}$ ② 12
③ $\frac{37}{3}$ ④ $\frac{38}{3}$
⑤ 13

실전문제

12. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int (x^3 + 2x + 1) dx - 2 \int \left(\frac{1}{2}x^3 - x \right) dx \text{이고,}$$

$f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

13. 함수 $f(x) = 6x^2 - 12x + 2$ 의 한 부정적분을 $F(x)$

라고 하자. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+3h) - F(2-h)}{2h}$ 의 값은?

- ① 1 ② 4
③ 7 ④ 10
⑤ 13

14. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기는 $2x - 4$ 이다. 이 곡선이 점 $(1, -2)$ 를 지날 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 6 ④ 8
⑤ 12

15. 함수 $f(x) = \int (3x^2 + ax + 9)dx$ 가 $x = -1$ 에서 극
솟값 1을 가질 때, $x = b$ 에서 극댓값 c 를 가진다.
이 때 $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- | | |
|------|------|
| ① 14 | ② 17 |
| ③ 19 | ④ 20 |
| ⑤ 22 | |



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] $f(x)$ 의 부정적분 중 하나가

$$x^3 - x^2 + 3x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 3$$

$$f(1) = 3 - 2 + 3 = 4 \text{ 이다.}$$

2) [정답] ⑤

[해설] $\int f(x)dx = x^3 - 2x^2 + 5x + C$ 에서

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

$$\therefore f(0) = 5$$

3) [정답] ③

[해설] $f(x) = \int (x^3 - x^2 + x + 3)dx$ 에서

$$f'(x) = x^3 - x^2 + x + 3 \text{ 이고,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x) - f(2)}{(x-2)} \times \frac{1}{x+2} \right\} = \frac{1}{4} f'(2)$$

$$= \frac{1}{4} (8 - 4 + 2 + 3) = \frac{9}{4}$$

4) [정답] ②

[해설] 접선의 기울기는 $f'(x) = 3x^2 - 2x + 5$ 이고

$$f(x) = x^3 - x^2 + 5x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$(1, 7) \text{을 지나므로 } 7 = 1 - 1 + 5 + C$$

$$C = 2 \text{이고, } f(x) = x^3 - x^2 + 5x + 2$$

$$\therefore f(0) = 2$$

5) [정답] ②

[해설] $\int (8x + 16)dx = f(x)$ 에서

$$f(x) = 4x^2 + 16x + C, f(0) = 12 \text{ 이므로 } C = 12$$

$$f(1) = 32$$

6) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx}(x^2 - 6x) \right\} dx$

$$f(x) = x^2 - 6x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$f(x) = (x-3)^2 - 9 + C \text{ 의 최솟값이 } -10 \text{ 이므로}$$

$$-9 + C = -10 \therefore C = -1$$

$$x^2 - 6x - 1 = 0 \text{의 두 실근 } \alpha, \beta \text{의 합은}$$

$$\text{이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 } \alpha + \beta = 6$$

7) [정답] ⑤

[해설] $f(x) = 2x + 3$ 이고

$$F(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} x^2 f(x) \right\} dx$$

$$= \int \left\{ \frac{d}{dx} (2x^3 + 3x^2) \right\} dx = 2x^3 + 3x^2 + C$$

$$\text{(단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$F(0) = 5 \text{ 이므로 } F(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5$$

$$G(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int x^2 f(x) dx \right\}$$

$$= \frac{d}{dx} \left\{ \int (2x^3 + 3x^2) dx \right\} = 2x^3 + 3x^2$$

$$F(1) + G(1) = (2 + 3 + 5) + (2 + 3) = 15$$

8) [정답] ③

[해설] $\frac{dh}{dt} = 2t + 3$ 에서

$$h = t^2 + 3t + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수) 이고}$$

$$t = 0 \text{일 때 } h = 10 \text{ 이므로 } C = 10$$

$$\text{즉, } h = t^2 + 3t + 10 \text{ 이고 5년 후 이 나무의 높이는}$$

$$h = 50 \text{ (cm)}$$

9) [정답] ②

[해설] $f'(x) = 2x - 3$ 이고,

$$f(x) = x^2 - 3x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)이고}$$

$$\text{곡선 } y = f(x) \text{가 점 } (0, 2) \text{를 지나므로}$$

$$f(0) = C = 2$$

$$\text{즉, } C = 2 \text{ 이므로 } f(x) = x^2 - 3x + 2,$$

$$f(2) = 4 - 6 + 2 = 0$$

10) [정답] ④

[해설] $f(x) = \int \frac{x^3}{x-2} dx - \int \frac{8}{x-2} dx$

$$= \int \frac{x^3 - 8}{x-2} dx$$

$$= \int \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x-2} dx$$

$$= \int (x^2 + 2x + 4) dx$$

$$= \frac{1}{3} x^3 + x^2 + 4x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$f(0) = -3 \text{ 이므로 } f(0) = C = -3$$

$$f(x) = \frac{1}{3} x^3 + x^2 + 4x - 3,$$

$$f(3) = 9 + 9 + 12 - 3 = 27 \text{ 이다.}$$

11) [정답] ①

[해설] 이차함수 $f'(x) = a(x-3)(x+1)$

(단, a 는 상수)의 그래프가 $(0, -3)$ 을 지나므로

$$f(0) = -3a = -3, \text{ 즉 } a = 1$$

$$f'(x) = (x-3)(x+1) \text{ 이고}$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 3 \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 의 증감표를 그리면 다음과 같다.

| x | \dots | -1 | \dots | 3 | \dots |
|---------|---------|------|---------|-----|---------|
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$ | | ↗ | 극대 | ↘ | 극소 |

$$f(x) = \int (x-3)(x+1) dx$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - x^2 - 3x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수) 이고}$$

$$\text{함수 } f(x) \text{의 극솟값이 } 1 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = 9 - 9 - 9 + C = 1, \quad C = 10$$

$$\text{즉, } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 10 \text{ 이고}$$

함수 $f(x)$ 의 극댓값은

$$f(-1) = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 10 = \frac{35}{3} \text{ 이다.}$$

12) [정답] ④

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad f(x) &= \int (x^3 + 2x + 1)dx - 2 \int \left(\frac{1}{2}x^3 - x \right) dx \\ &= \int (4x + 1)dx = 2x^2 + x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수}) \\ \text{이때 } f(0) &= 1 \text{ 이므로 } C = 1 \\ \text{따라서 } f(x) &= 2x^2 + x + 1 \text{ 이므로} \\ f(1) &= 4 \end{aligned}$$

13) [정답] ②

$$\text{[해설]} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+3h) - F(2-h)}{2h} = 2F'(2) = 2f(2) = 4$$

14) [정답] ③

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad f'(x) &= 2x - 4 \text{ 이므로 } f(x) = x^2 - 4x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수}) \\ \text{이때 이 곡선이 점 } (1, -2) &\text{를 지나므로 } C = 1 \\ \text{따라서 } f(x) &= x^2 - 4x + 1 \text{ 이므로} \\ f(5) &= 6 \end{aligned}$$

15) [정답] ①

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad \text{함수 } f(x) &\text{가 } x = -1 \text{에서 극솟값 1을 가지므로} \\ f(-1) &= 1, \quad f'(-1) = 0 \\ f(x) &= \int (3x^2 + ax + 9)dx \text{에서} \\ f'(x) &= 3x^2 + ax + 9 \\ \text{이때 } f'(-1) &= 0 \text{ 이므로 } a = 12 \\ f(x) &= \int (3x^2 + 12x + 9)dx = x^3 + 6x^2 + 9x + C \\ \text{이때 } f(-1) &= 1 \text{ 이므로 } C = 5 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 6x^2 + 9x + 5 \\ f'(x) &= 3x^2 + 12x + 9 = 3(x+1)(x+3) \text{ 이므로} \\ f'(x) &= 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \\ \text{즉 함수 } f(x) &\text{는 } x = -3 \text{에서 극댓값 5를 갖는다.} \\ \text{따라서 } b &= -3, \quad c = 5 \text{ 이므로} \\ a + b + c &= 14 \end{aligned}$$