



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2018-03-05
 2) 제작자 : 교육지대(주)
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도 「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 곱셈공식의 변형 - 문자가 2개일 때

- (1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$
 (2) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$, $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
 (3) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
 (4) $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

■ a, b 의 값이 주어졌을 때, <보기>의 식의 값을 구하여라.

1. $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = 2 - \sqrt{3}$

<보기>

$$\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b}$$

2. $a = \sqrt{3} + 1$, $b = \sqrt{3} - 1$

<보기>

$$a^3 + b^3$$

3. $a = \sqrt{5} + 2$, $b = \sqrt{5} - 2$

<보기>

$$a^3 - b^3$$

4. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$

<보기>

$$a^3 - b^3$$

5. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$

<보기>

$$a^3 + b^3$$

6. $x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ 일 때

<보기>

$$x^3 + y^3 + 3xy$$

■ a, b 의 조건이 다음과 같을 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

7. $a - b = -2$, $ab = 3$ 일 때

8. $a - b = 5$, $ab = 2$ 일 때

9. $a + b = 6$, $ab = 3$ 일 때

10. $a + b = -3$, $ab = 2$ 일 때

11. $a - b = 3$, $ab = 2$ 일 때

12. $a + b = 2$, $ab = -1$ 일 때

13. $a + b = 3$, $ab = -10$ 일 때

14. $a - b = -4$, $ab = 3$ 일 때

■ a, b 의 조건이 다음과 같을 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하여라.

15. $a = \sqrt{3} + 1, b = \sqrt{3} - 1$ 일 때,

16. $a = \sqrt{2} + 2, b = \sqrt{2} - 2$ 일 때

17. $a = 2 + \sqrt{3}, b = 2 - \sqrt{3}$ 일 때

18. $a + b = 1, ab = -2$ 일 때

19. $a + b = 5, ab = 3$ 일 때

20. $a + b = -4, ab = -5$ 일 때

21. $a + b = 3, ab = -2$ 일 때

22. $a + b = 4, ab = 2$ 일 때

23. $a + b = 3, ab = -2$ 일 때

24. $a + b = 3, a^2 + b^2 = 5$ 일 때

25. $a + b = 2, a^2 + b^2 = 6$ 일 때

26. $a + b = 5, a^2 + b^2 = 21$ 일 때

27. $a + b = -1, (a - b)^2 = 9$ 일 때

28. $a^2 = 4 + 2\sqrt{3}, b^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ 일 때 ($a > 0, b > 0$)

■ a, b 의 조건이 다음과 같을 때, $a^3 - b^3$ 의 값을 구하여라.

29. $a = -1 + \sqrt{2}, b = -1 - \sqrt{2}$ 일 때

30. $a = \sqrt{3} + 1, b = \sqrt{3} - 1$ 일 때

31. $a - b = -1, ab = -5$ 일 때

32. $a - b = -4, ab = 3$ 일 때

33. $a - b = 3, ab = -2$

34. $a - b = -4, ab = -5$

35. $a - b = 3, ab = 1$ 일 때

36. $a - b = 1, ab = 4$ 일 때

37. $a-b=2, (a+b)^2=12$ 일 때

38. $a-b=-3, a^2+b^2=11$

39. $a-b=-2, a^2+b^2=6$

40. $a-b=-4, a^2+b^2=14$

41. $a+b=-1, a^2+b^2=5$ (단, $a > b$)

02 곱셈공식의 변형 - 문자가 3개일 때

(1) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

(2) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

(3) $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

■ a, b, c 의 조건이 다음과 같을 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

42. $a+b+c=\sqrt{6}, ab+bc+ca=2$ 일 때

43. $a+b+c=3, ab+bc+ca=-1$ 일 때

44. $a+b+c=9, ab+bc+ca=8$ 일 때

45. $a+b+c=-2, ab+bc+ca=-1$ 일 때

46. $a+b+c=3, ab+bc+ca=2$ 일 때

47. $a+b+c=2, ab+bc+ca=-2$ 일 때

48. $a+b+c=3, ab+bc+ca=2$ 일 때

49. $a+b+c=4, ab+bc+ca=1$ 일 때

■ a, b, c 의 조건이 다음과 같을 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값을 구하여라.

50. $a+b+c=3, ab+bc+ca=2, abc=-3$ 일 때

51. $a+b+c=4, ab+bc+ca=1, abc=-6$ 일 때

52. $a+b+c=2, a^2+b^2+c^2=6, abc=-2$ 일 때

53. $a+b+c=5, a^2+b^2+c^2=11, abc=4$ 일 때

54. $a+b+c=2, a^2+b^2+c^2=12, abc=2$

03 곱셈공식의 변형 - 분수꼴

$$(1) a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$$

$$(2) \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4, \quad \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4$$

$$(3) a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

▣ x 의 조건이 다음과 같을 때, 주어진 식의 값을 구하여라.

55. $x + \frac{1}{x} = 3$

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

(3) $x - \frac{1}{x}$

56. $x + \frac{1}{x} = 4$

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

(3) $x - \frac{1}{x}$

57. $x - \frac{1}{x} = 6$

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

(3) $x + \frac{1}{x}$

58. $x - \frac{1}{x} = 5$

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

(3) $x + \frac{1}{x}$

59. $x - \frac{1}{x} = -1$ 일 때(단, $0 < x < 1$)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x + \frac{1}{x}$

(3) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

60. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

61. $x^2 - 4x + 1 = 0$ 일 때

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

62. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

63. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 일 때

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

64. $x^2 - x - 1 = 0$ 일 때,

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

65. $x^2 - x + 1 = 0$

(1) $x + \frac{1}{x}$

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(3) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

66. $x^2 - 5x + 1 = 0$

(1) $x + \frac{1}{x}$

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(3) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

67. $x^2 + 3x + 1 = 0$ 일 때

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x^3 + x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

■ a 의 조건이 다음과 같을 때, 주어진 식의 값을 구하라.

68. $a + \frac{1}{a} = 3$ 일 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$

69. $a + \frac{1}{a} = 2$ 일 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$

70. $a + \frac{1}{a} = 3$ 일 때, $a^3 + \frac{1}{a^3}$

71. $a + \frac{1}{a} = -2$ 일 때, $a^3 + \frac{1}{a^3}$

72. $a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2}$ 일 때, $a^3 + \frac{1}{a^3}$

73. $a + \frac{1}{a} = -5$ 일 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$

74. $a - \frac{1}{a} = -3$ 일 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$

75. $a - \frac{1}{a} = 1$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$

76. $a - \frac{1}{a} = 4$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$

77. $a - \frac{1}{a} = 3$ 일 때, $a^3 - \frac{1}{a^3}$

78. $a - \frac{1}{a} = -5$ 일 때, $a^3 - \frac{1}{a^3}$

79. $a - \frac{1}{a} = 4$ 일 때, $a^3 - \frac{1}{a^3}$

■ 곱셈 공식을 이용하여 다음 수를 계산하여라.

80. 193×207

81. $197 \times 203 + 202 \times 202 - 199 \times 199$

82. $101 \times (10000 - 100 + 1) - 99$

83. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$

84. $(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

85. $(9+1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1)$

86. $(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

87. $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^4}\right)$

88. $\frac{2014 \times 2016 + 1}{2015}$

89. $\frac{121 + 1011 \times 989}{100}$

90. $\frac{99 \times 101 \times (10^4 + 1)}{2017^2 - 2015 \times 2019}$



정답 및 해설

1) 52

 $\Rightarrow a+b=4, ab=1$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} &= \frac{a^3+b^3}{ab} = \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b)}{ab} \\ &= \frac{4^3 - 3 \cdot 1 \cdot 4}{1} = 52\end{aligned}$$

2) $12\sqrt{3}$ $\Rightarrow a+b=2\sqrt{3}, ab=2$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\end{aligned}$$

3) 76

 $\Rightarrow a-b=4, ab=1$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3-b^3 &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ &= 4^3 + 3 \cdot 1 \cdot 4 = 76\end{aligned}$$

4) $10\sqrt{2}$ $\Rightarrow a-b=(1+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=2\sqrt{2},$ $ab=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3-b^3 &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ &= (2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot (-1) \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}\end{aligned}$$

5) 14

 $\Rightarrow a+b=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2,$ $ab=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 2^3 - 3 \cdot (-1) \cdot 2 = 14\end{aligned}$$

6) 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^3+y^3+3xy &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 3xy \\ &= (x+y)^3 - 3xy(x+y-1)\end{aligned}$$

$$x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \text{를 대입하면}$$

$$\begin{aligned}&(x+y)^3 - 3xy(x+y-1) \\ &= (1)^3 - 3\left(\frac{1-3}{4}\right)(1-1) = 1\end{aligned}$$

7) 10

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \cdot 3 = 10$$

8) 29

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 5^2 + 2 \cdot 2 = 29$$

9) 30

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 6^2 - 2 \cdot 3 = 30$$

10) 5

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (-3)^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

11) 13

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 3^2 + 2 \cdot 2 = 13$$

12) 6

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 2^2 - 2 \cdot (-1) = 6$$

13) 29

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot (-10) = 29$$

14) 22

$$\Rightarrow a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = (-4)^2 + 2 \cdot 3 = 22$$

15) $12\sqrt{3}$ $\Rightarrow a+b=2\sqrt{3}, ab=2$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\end{aligned}$$

16) $28\sqrt{2}$ $\Rightarrow a+b=2\sqrt{2}, ab=-2$ 이므로

$$\begin{aligned}a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 2\sqrt{2} = 28\sqrt{2}\end{aligned}$$

17) 52

 $\Rightarrow a+b=4, ab=1$ 이므로

$$a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 4^3 - 3 \cdot 1 \cdot 4 = 52$$

18) 7

$$\Rightarrow a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 1^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 1 = 7$$

19) 80

$$\Rightarrow a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 5^3 - 3 \cdot 3 \cdot 5 = 80$$

20) -124

$$\begin{aligned}\Rightarrow a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= (-4)^3 - 3 \cdot (-5) \cdot (-4) = -124\end{aligned}$$

21) 45

$$\begin{aligned}\Rightarrow a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 3^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 45\end{aligned}$$

22) 40

$$\Rightarrow a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 4^3 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 40$$

23) 45

$$\Rightarrow a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 3^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 45$$

24) 9

 $\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ 이므로

$$9 = 3^2 - 2ab \quad \therefore ab = 2$$

$$\therefore a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 3^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 = 9$$

25) 14

 $\Rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ 이므로

$$6 = 2^2 - 2ab \quad \therefore ab = -1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3+b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 2^3 - 3 \cdot (-1) \cdot 2 = 14\end{aligned}$$

26) 95

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{ 이므로}$$

$$21 = 5^2 - 2ab \quad \therefore ab = 2$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ = 5^3 - 3 \cdot 2 \cdot 5 = 95$$

$$27) -7$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab \text{ 이므로}$$

$$9 = (-1)^2 - 4ab \quad \therefore ab = -2$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ = (-1)^3 - 3 \cdot (-2) \cdot (-1) = -7$$

$$28) 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2b^2 = 4 \text{ 에서 } ab = 2 (\because a > 0, b > 0)$$

$$\text{이때, } a^2 + b^2 = 8 \text{ 이고 } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{ 이므로}$$

$$8 = (a+b)^2 - 2 \cdot 2, \quad (a+b)^2 = 12$$

$$\therefore a+b = 2\sqrt{3} (\because a > 0, b > 0)$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ = (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$29) 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a-b = 2\sqrt{2}, \quad ab = -1 \text{ 이므로}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot (-1) \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$30) 20$$

$$\Rightarrow a-b = 2, \quad ab = 2 \text{ 이므로}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = 2^3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 20$$

$$31) 14$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-1)^3 + 3 \cdot (-5) \cdot (-1) = 14$$

$$32) -100$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-4)^3 + 3 \cdot 3 \cdot (-4) \\ = -100$$

$$33) 9$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = 3^3 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 9$$

$$34) -4$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-4)^3 + 3 \cdot (-5) \cdot (-4) = -4$$

$$35) 36$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = 3^3 + 3 \cdot 1 \cdot 3 = 36$$

$$36) 13$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = 1^3 + 3 \cdot 4 \cdot 1 = 13$$

$$37) 20$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \text{ 이므로}$$

$$12 = 2^2 + 4ab \quad \therefore ab = 2$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = 2^3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 20$$

$$38) -36$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ 이므로}$$

$$11 = (-3)^2 + 2ab \quad \therefore ab = 1$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-3)^3 + 3 \cdot 1 \cdot (-3) = -36$$

$$39) -14$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ 이므로}$$

$$6 = (-2)^2 + 2ab \quad \therefore ab = 1$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-2)^3 + 3 \cdot 1 \cdot (-2) = -14$$

$$40) -52$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ 이므로}$$

$$14 = (-4)^2 + 2ab \quad \therefore ab = -1$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = (-4)^3 + 3 \cdot (-1) \cdot (-4) = -52$$

$$41) 9$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$5 = 1 - 2ab \quad \therefore ab = -2$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 1 + 8 = 9$$

$$\therefore a-b = 3 (\because a > b)$$

$$a-b = 3, \quad ab = -2 \text{ 이므로}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = 3^3 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 = 9$$

$$42) 2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = (\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 2 = 2$$

$$43) 11$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 3^2 - 2 \cdot (-1) = 11$$

$$44) 65$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 9^2 - 2 \cdot 8 = 65$$

$$45) 6$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = (-2)^2 - 2 \cdot (-1) = 6$$

$$46) 5$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

$$47) 8$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 2^2 - 2 \cdot (-2) = 8$$

$$48) 5$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

49) 14

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \\ = 4^2 - 2 \cdot 1 = 14$$

50) 0

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ = 3(5-2) + 3 \cdot (-3) = 0$$

51) 34

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ = 4(14-1) + 3 \cdot (-6) = 34$$

52) 8

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \\ 4 = 6 + 2(ab+bc+ca) \quad \therefore ab+bc+ca = -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ = 2\{6 - (-1)\} + 3 \cdot (-2) \\ = 8$$

53) 32

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \\ 25 = 11 + 2(ab+bc+ca) \quad \therefore ab+bc+ca = 7 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ = 5(11-7) + 3 \cdot 4 = 32$$

54) 38

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \\ 4 = 12 + 2(ab+bc+ca) \quad \therefore ab+bc+ca = -4 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \\ = 2\{12 - (-4)\} + 3 \cdot 2 = 38$$

55) (1) 7 (2) 5 (3) $\pm \sqrt{5}$

$$\Rightarrow (1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7 \\ (2) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 5 \\ (3) x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

56) (1) 14 (2) 12 (3) $\pm 2\sqrt{3}$

$$\Rightarrow (1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14 \\ (2) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12 \\ (3) x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

57) (1) 38 (2) 40 (3) $\pm 2\sqrt{10}$

$$\Rightarrow (1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 6^2 + 2 = 38$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 6^2 + 4 = 40$$

$$(3) \frac{x+1}{x} = \pm \sqrt{40} = \pm 2\sqrt{10}$$

58) (1) 27 (2) 29 (3) $\pm \sqrt{29}$

$$\Rightarrow (1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 5^2 + 4 = 29$$

$$(3) x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{29}$$

59) (1) 3 (2) $\sqrt{5}$ (3) -4

$$\Rightarrow (1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (-1)^2 + 2 = 3$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = (-1)^2 + 4 = 5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} (\because 0 < x < 1)$$

$$(3) x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) \\ = (-1)^3 + 3 \cdot (-1) = -4$$

60) (1) 11 (2) 36

$$\Rightarrow x \neq 0 \text{ 이므로 } x^2 - 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } x \text{ 로 나누면} \\ x - 3 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 3$$

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

$$(2) x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3^3 + 3 \cdot 3 = 36$$

61) (1) 14 (2) 52

$$\Rightarrow x \neq 0 \text{ 이므로 } x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ 의 양변을 } x \text{ 로 나누면} \\ x - 4 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 4$$

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 14$$

$$(2) x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 4^3 - 3 \cdot 4 = 52$$

62) (1) 7 (2) 18

$$\Rightarrow (1) x \neq 0 \text{ 이므로 } x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ 의} \\ \text{양변을 } x \text{ 로 나누면}$$

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$(2) x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 이므로}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$$

63) (1) 6 (2) 14

⇒ $x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 2 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 2$$

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

$$(2) x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2^3 + 3 \cdot 2 = 14$$

64) (1) 3 (2) 4

⇒ (1) $x \neq 0$ 이므로 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누

$$\text{면 } x - 1 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 1$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 1^2 + 2 = 3$$

$$(2) x - \frac{1}{x} = 1 \text{이므로}$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 1^3 + 3 \cdot 1 = 4$$

65) (1) 1 (2) -1 (3) -2

⇒ (1) $x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 1$$

$$(2) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1^2 - 2 = -1$$

$$(3) x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 1 - 3 \cdot 1 = -2$$

66) (1) 5 (2) 23 (3) 110

⇒ (1) $x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$$

$$(2) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 5^2 - 2 = 23$$

$$(3) x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 125 - 3 \cdot 5 = 110$$

67) (1) 7 (2) -14

⇒ (1) $x \neq 0$ 이므로 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누

$$\text{면 } x + 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = -3$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = (-3)^2 - 2 = 7$$

$$(2) x + \frac{1}{x} = -3 \text{이므로}$$

$$x^3 + x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\} + \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = \{(-3)^3 - 3 \cdot (-3)\} + \{(-3)^2 - 2\} + (-3) \\ = -18 + 9 - 3 = -14$$

68) 5

$$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 5$$

69) 2

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 2^2 - 2 = 2$$

70) 18

$$\Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right) = 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$$

71) -2

$$\Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ = (-2)^3 - 3 \cdot (-2) = -2$$

72) $\frac{65}{8}$

$$\Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{65}{8}$$

73) 21

$$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = (-5)^2 - 4 = 21$$

74) 11

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = (-3)^2 + 2 = 11$$

75) 5

$$\Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 1^2 + 4 = 5$$

76) 20

$$\Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 4^2 + 4 = 20$$

77) 36

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ = 3^3 + 3 \cdot 3 = 36$$

78) -140

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ = (-5)^3 + 3 \cdot (-5) = -140$$

79) 76

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right) = 4^3 + 3 \cdot 4 = 76$$

80) 39951

$$\Rightarrow 193 = 200 - 7, 207 = 200 + 7 \text{ 이므로}$$

200 = a로 놓으면

$$\begin{aligned} 193 \times 207 &= (a-7)(a+7) = a^2 - 49 \\ &= 200^2 - 49 = 39951 \end{aligned}$$

81) 41194

$$\Rightarrow 197 \times 203 + 202 \times 202 - 199 \times 199$$

$$\begin{aligned} &= (200-3)(200+3) + (200+2)^2 - (200-1)^2 \\ &= 200^2 - 9 + 200^2 + 800 + 4 - 200^2 + 400 - 1 \\ &= 40000 + 1200 - 6 \\ &= 41194 \end{aligned}$$

82) 999902

$$\Rightarrow 100 = a \text{로 놓으면}$$

$$\begin{aligned} &101 \times (10000 - 100 + 1) - 99 \\ &= (a+1)(a^2 - a + 1) - (a-1) \\ &= (a^3 + 1) - (a-1) = a^3 - a + 2 \\ &= 100^3 - 100 + 2 = 999902 \end{aligned}$$

83) 255

$$\Rightarrow (a-1)(a+1) = a^2 - 1 \text{을 이용하여}$$

주어진 식에 $(2-1) = 1$ 을 곱하면

$$\begin{aligned} &(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1) \\ &= 2^8 - 1 = 255 \end{aligned}$$

84) $\frac{2^{16}-1}{3}$

$$\Rightarrow \text{주어진 식의 좌변에 } \frac{1}{3}(2^2-1) \text{을 곱하면}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{3}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= \frac{1}{3}(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= \frac{1}{3}(2^8-1)(2^8+1) = \frac{2^{16}-1}{3} \end{aligned}$$

85) $\frac{3^{32}-1}{8}$

$$\Rightarrow \text{주어진 식의 좌변에 } \frac{1}{8}(9-1) \text{을 곱하면}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8}(9-1)(9+1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1) \\ &= \frac{1}{8}(9^2-1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1) \\ &= \frac{1}{8}(9^4-1)(9^4+1)(9^8+1) \\ &= \frac{1}{8}(9^8-1)(9^8+1) \\ &= \frac{1}{8}(9^{16}-1) = \frac{3^{32}-1}{8} \end{aligned}$$

86) $\frac{3^{16}-1}{2}$

$$\Rightarrow \text{주어진 식에 } \frac{1}{2}(3-1) \text{을 곱하면}$$

$$\frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2}(3-1) = 1$$

$$= \frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1) = \frac{3^{16}-1}{2}$$

87) $\frac{255}{128}$

$$\Rightarrow \text{주어진 식에 } 2\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 \text{을 곱하면}$$

$$2\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^4}\right)$$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^2}\right)\left(1 + \frac{1}{2^4}\right)$$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{2^4}\right)\left(1 + \frac{1}{2^4}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{2^8}\right)$$

$$= 2 \cdot \frac{2^8-1}{2^8} = \frac{255}{128}$$

88) 2015

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2014 \times 2016 + 1}{2015} &= \frac{(2015-1)(2015+1) + 1}{2015} \\ &= \frac{2015^2 - 1 + 1}{2015} \\ &= 2015 \end{aligned}$$

89) 10000

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{121 + 1011 \times 989}{100} &= \frac{121 + (1000+11)(1000-11)}{100} \\ &= \frac{121 + 10^6 - 121}{100} \\ &= 10000 \end{aligned}$$

90) $\frac{10^8-1}{4}$

$$\Rightarrow 2017 = a \text{라 하면}$$

$$\begin{aligned} \frac{99 \times 101 \times (10^4+1)}{2017^2 - 2015 \times 2019} &= \frac{(10^2-1)(10^2+1)(10^4+1)}{a^2 - (a-2)(a+2)} \\ &= \frac{10^8-1}{a^2 - a^2 + 4} \\ &= \frac{10^8-1}{4} \end{aligned}$$