

2021년 고림고 수학(하) 기말고사

1. 유리함수 $y = \frac{5}{x-3} + 4$ 의 점근선의 방정식이 $x = p$, $y = q$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 상수이다.) [3.7점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. 서로 다른 상의 4가지와 서로 다른 하의 3가지 중에서 하나씩 고르는 경우의 수는? [3.7점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

3. x, y 가 자연수일 때, $x+y \leq 4$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수는? [3.7점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 두 함수 $f(x) = 2x-3$, $g(x) = x^2+3x-5$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3.8점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

5. 두 함수 $f(x) = 3x+2a$, $g(x) = -2x+1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은? [3.8점]

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

6. 함수 $y = \sqrt{x+2} - 3$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.9점]

<보기>

ㄱ. 정의역은 $\{x|x \geq -2\}$ 이다.
 ㄴ. 치역은 $\{y|y \leq -3\}$ 이다.
 ㄷ. 그래프는 제 2사분면을 지난다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

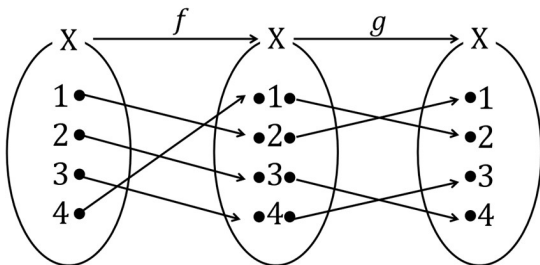
7. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(3, 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은? [4.0점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $f(x) = 2x - \frac{2}{3}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4.1점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 그림과 같이 정의된 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(2) + (g \circ f^{-1})(3)$ 의 값은? [4.1점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 남자 4명과 여자 4명 중에서 3명을 뽑아서 새로운 모듬을 만들려고 한다. 이때, 여자가 적어도 1명 포함되는 경우의 수는? [4.2점]

① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

11. 6명을 3명씩 두 개의 조로 나누는 경우의 수는 a 가지, 2명씩 세 개의 조로 나누는 경우의 수는 b 가지라고 할 때, $a + b$ 의 값은? [4.2점]

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

12. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 를 나타낸 것이다. $(f^{-1} \circ f)^{-1}(e)$ 의 값은? (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.) [4.3점]

① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

13. 유리함수 $y = \frac{3x+k-6}{x-2}$ 의 그래프가 제 3사분면을 지나지 않도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [4.4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 7 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{11}{2}$

14. 일차함수 f 의 역함수를 $f^{-1}(x) = 2x+6$ 라고 할 때, 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(3x-2) = 5f\left(x + \frac{1}{3}\right) + 2$ 를 만족시킨다. 이때, $g^{-1}(-3)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 27 ② 18 ③ 9 ④ -9 ⑤ -18

15. 81000의 양의 약수 중에서 4의 배수인 약수의 개수는? [4.5점]

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수는?

- (가) $f(1) < f(2)$
(나) $f(3) > f(4)$

- ① 180 ② 225 ③ 540 ④ 600 ⑤ 1350

17. 함수 $f(x) = \sqrt{x-k}+1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 값의 범위가 $a \leq k < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4.7점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

18. 다음 식의 값은? [4.8점]

$$\frac{4 \times {}_6P_3}{4!} + \frac{5 \times {}_5P_4}{5!} + \frac{6 \times {}_7P_5}{6!} + \frac{7 \times {}_8P_6}{7!} + \frac{8 \times {}_9P_7}{8!} + \frac{9 \times {}_{10}P_8}{9!}$$

- ① 56 ② 84 ③ 120 ④ 165 ⑤ 220

19. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = -\sqrt{-kx+2k+4}$, $y = \sqrt{kx+2k-4}$ 가 서로 만나도록 하는 정수 k 의 개수는? [4.9점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

20. 양수 k 에 대하여 함수 $y = \frac{4}{x}$ 와 직선 $y = kx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 를 지나고 x 축에 수직인 직선과 점 Q 를 지나고 y 축에 수직인 직선이 서로 만나는 점 R 에 대하여 $\overline{PR} + \overline{QR}$ 은 $k = k_1$ 일 때, 최솟값 m 를 갖는다고 한다. 이때 $k_1 + m$ 의 값은? (단, k_1 과 m 은 실수이다.) [4.9점]

- ① 9 ② $\frac{17}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 7

21. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개의 숫자를 일렬로 나열하여 7자리의 자연수를 만들 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수의 개수는? [5.0점]

(가) 짝수이다.
(나) 2, 4, 6은 서로 이웃한다.
(다) 1과 4는 이웃하지 않는다.

- ① 720 ② 576 ③ 432 ④ 144 ⑤ 132

22. 함수 $f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 3) \\ -\frac{1}{3}x & (x > 3) \end{cases}$ 에 대하여 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프와 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [5.1점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

23. 유리함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 과 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f^2 \circ f$, ..., $f^{n+1} = f^n \circ f$ 로 정의하자. 함수 $g(x) = f^{2021}(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.1점]

<보기>

- ㄱ. $g^{-1}(0) = 1$
ㄴ. $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프는 모든 사분면을 다 지난다.
ㄷ. $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 점근선은 $(-1, 1)$ 에서 만난다.
ㄹ. $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 평행이동 한 것이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

-
- 1) ④
 - 2) ③
 - 3) ①
 - 4) ②
 - 5) ①
 - 6) ①
 - 7) ②
 - 8) ⑤
 - 9) ③
 - 10) ④
 - 11) ③
 - 12) ⑤
 - 13) ④
 - 14) ③
 - 15) ②
 - 16) ⑤
 - 17) ⑤
 - 18) ④
 - 19) ②
 - 20) ①
 - 21) ⑤
 - 22) ③
 - 23) ①