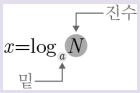
01 로그의 정의

(1) 로그의 정의

: $a>0,\ a\neq 1$일 때, 양수 N에 대하여 $a^x=N$을 만족시키는 실수 x를 a를 **밑**으로 하는 N의 로그라 하고 기호로는 $\log_a N$과 같이 나타낸다. 이때 N을 $\log_a N$의 **진수**라 한다.



(2) 로그의 밑과 진수의 조건

① 밑의 조건 : $a>0,\ a\neq 1$

② 진수의 조건 : $N>0$

◪ 다음 등식을 로그를 사용하여 나타내어라.

1. $125^{\frac{1}{3}}=5$

2. $5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

3. $3^4=81$

4. $10^{-3}=0.001$

5. $2^{-3}=\frac{1}{8}$

6. $10^4=10000$

7. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}=125$

◪ 다음 등식을 만족하는 x의 값을 구하여라.

8. $\log_x 2=4$

9. $\log_x 16=4$

10. $\log_{\frac{1}{3}} x=-2$

11. $\log_3 x=4$

12. $\log_x 100000=5$

13. $\log_3 x=-4$

14. $\log_4 \frac{1}{64}=x$

15. $\log_2 1024=x$

16. $\log_x \frac{1}{100}=-2$

◪ 다음 값이 존재하기 위한 실수 x의 값의 범위를 구하여라.

17. $\log_{x+2} 3$

18. $\log_2 (x+1)$

19. $\log_{x-1} 7$

20. $\log_3 (x+1)$

21. $\log_{x-2} (5-x)$

22. $\log_{x+3} (x-1)$

23. $\log_x (x^2+2x-3)$

24. $\log_{x-1} (-x^2+2x+24)$

25. $\log_{x+1} (x^2-2x-8)$

26. $\log_5 (x^2-x-12)$

27. $\log_3 (x-1)(x-4)$

28. $\log_{x-2} (x^2-8x+15)$

29. $\log_{x-1} (-x^2+3x+10)$

02 로그의 성질

$a>0,\ a\neq 1,\ M>0,\ N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0,\ \log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

◪ 다음 식의 값을 구하여라.

30. $\log_5 1$

31. $\log_2 2^{\frac{3}{7}}$

32. $\log_{10} \sqrt{0.01}$

33. $\log_7 7^{-4}$

34. $\log_2 0.25$

35. $\log_{49} \sqrt{343}$

36. $\log_2 \sqrt[3]{16}$

37. $\log_{12} \frac{1}{144}$

38. $2\log_5 \sqrt{5}$

39. $\log_{0.25} 4$

40. $\log_{2\sqrt{2}} \sqrt[4]{32}$

41. $\log_{125} \sqrt[3]{25}$

42. $\log_3 63 - \log_3 7$

43. $9^{\frac{3}{2}} + \log_3 81$

44. $\log_6 3 + \log_6 12$

45. $\log_2 18 - 2\log_2 6$

46. $\log_4 2 + \log_4 8$

47. $\log_2 16 + \log_2 \frac{1}{8}$

48. $\log_3 24 + 3\log_3 \frac{3}{2}$

49. $\log_{12} 4 + \log_{12} 3$

50. $\log_3 36 + \log_3 \frac{1}{4}$

51. $\log_6 \frac{8}{3} + \log_6 \frac{27}{2}$

52. $\log_8 \frac{1}{2} - \log_8 \frac{1}{128}$

53. $\log_2 \sqrt[3]{128} + \log_2 \sqrt[3]{4}$

54. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{24}$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

55. $\log_6 72-\log_6 \frac{1}{3}$

56. $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4$

57. $\log_3 \sqrt{27}-\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$

58. $\log_2 \frac{4}{3}+2\log_2 \sqrt{12}$

59. $\frac{1}{\sqrt[3]{8}}\times\log_3 81$

60. $\log_2 \sqrt{3}+\frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2}-\frac{3}{2}\log_2 \sqrt[3]{6}$

61. $\log_2 12+\log_2 \frac{1}{3}+\log_2 6-2\log_2 \sqrt{3}$

62. $\log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}-\log_9 \frac{9}{16}+2\log_{\frac{1}{3}} \frac{4}{3}$

63. $\log_5 \sqrt{6}-\log_{25} 3-\frac{3}{2}\log_5 \sqrt[3]{2}$

64. $3\log_3 2+\frac{1}{2}\log_3 5-\log_3 8\sqrt{5}$

65. $\log_6 45+\log_6 20-2\log_6 5$

66. $\frac{1}{2}\log_2 12+\log_2 \sqrt{6}-\log_2 \frac{3}{2}$

67. $\log_2 3-\log_2 \frac{9}{2}+\log_2 12$

68. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}+\log_{\frac{1}{3}} 2\sqrt{3}$

69. $\frac{2}{3}\log_3 \sqrt{10}-\frac{2}{3}\log_3 \frac{1}{2}+2\log_3 \sqrt[3]{5}$

70. $\log_2(\log_3 25)+\log_2(\log_5 9)$

◪ $\log_{10} 2 = a,\ \log_{10} 3 = b$**일 때, 다음을** $a,\ b$**로 나타내어라.**

71. $\log_{10} 5$

72. $\log_{10} 45$

73. $\log_{10} 60$

74. $\log_{10} \sqrt[4]{15}$

75. $\log_{10} \left(\frac{4}{5}\right)^3$

76. $\log_{10} 0.072$

77. $\log_{10} \sqrt{72}$

78. $\log_{10} 24$

79. $\log_{10} \frac{8}{27}$

80. $\log_{10} \frac{9}{32}$

81. $\log_{10} \frac{1}{125}$

정답 및 해설

1) $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

2) $\log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$

3) $4 = \log_3 81$

4) $\log_{10} 0.001 = -3$

5) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

6) $\log_{10} 10000 = 4$

7) $\log_{\frac{1}{5}} 125 = -3$

8) $\sqrt[4]{2}$

⇨ $\log_x 2 = 4$에서 $x^4 = 2$

$\therefore\ x = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$

9) 2

⇨ $\log_x 16 = 4$에서 $x^4 = 16$

$\therefore\ x = 16^{\frac{1}{4}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} = 2$

10) 9

⇨ $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$에서 $x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$

11) 81

⇨ $\log_3 x = 4$에서 $x = 3^4 = 81$

12) 10

⇨ $\log_x 100000 = 5$에서 $x^5 = 100000$

이때, $100000 = 10^5$이므로 $x^5 = 10^5$ $\therefore\ x = 10$

13) $\frac{1}{81}$

⇨ $\log_3 x = -4$에서 $x = 3^{-4} = \frac{1}{81}$

14) -3

⇨ $\log_4 \frac{1}{64} = x$에서 $4^x = \frac{1}{64}$

이때, $\frac{1}{64} = 4^{-3}$이므로 $4^x = 4^{-3}$ $\therefore\ x = -3$

15) 10

⇨ $\log_2 1024 = x$에서 $2^x = 1024$

이때, $1024 = 2^{10}$이므로 $2^x = 2^{10}$ $\therefore\ x = 10$

16) 10

⇨ $\log_x \frac{1}{100} = -2$에서 $x^{-2} = \frac{1}{100}$

$\frac{1}{x^2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$

$x^2 = 10^2$ $\therefore\ x = \pm 10$

그런데 $x > 0$이므로 $x = 10$

17) $-2 < x < -1$ 또는 $x > -1$

⇨ 밑 조건에서 $x + 2 > 0,\ x + 2 \neq 1$

$\therefore\ x > -2,\ x \neq -1$

$\therefore\ -2 < x < -1$ 또는 $x > -1$

18) $x > -1$

⇨ 진수의 조건에서 $x + 1 > 0$ $\therefore\ x > -1$

19) $1 < x < 2$ 또는 $x > 2$

⇨ 밑의 조건에서 $x - 1 > 0,\ x - 1 \neq 1$

즉, $x > 1,\ x \neq 2$이므로 $1 < x < 2$ 또는 $x > 2$

20) $x > -1$

⇨ 진수의 조건에서 $x + 1 > 0$ $\therefore\ x > -1$

21) $2 < x < 3$ 또는 $3 < x < 5$

⇨ 밑의 조건에서 $x - 2 > 0,\ x - 2 \neq 1$

즉, $x > 2,\ x \neq 3$이므로

$2 < x < 3$ 또는 $x > 3$ …… ㉠

또, 진수의 조건에서 $5 - x > 0$

$\therefore\ x < 5$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위이므로

$2 < x < 3$ 또는 $3 < x < 5$

22) $x > 1$

⇨ 밑의 조건에서 $x + 3 > 0,\ x + 3 \neq 1$

즉, $x > -3,\ x \neq -2$이므로

$-3 < x < -2$또는 $x > -2$ …… ㉠

또, 진수의 조건에서 $x - 1 > 0$ $\therefore\ x > 1$…… ㉡

㉠, ㉡의 공통범위이므로 $x > 1$

23) $x > 1$

⇨ (i) 밑 조건에서 $x > 0,\ x \neq 1$

(ii) 진수 조건에서 $x^2 + 2x - 3 > 0$

$(x + 3)(x - 1) > 0$

$\therefore\ x < -3$ 또는 $x > 1$

(i), (ii)에서 $x > 1$

24) $1 < x < 2$ 또는 $2 < x < 6$

⇨ 밑의 조건에서 $x - 1 > 0,\ x - 1 \neq 1$

즉, $x > 1,\ x \neq 2$이므로

$1 < x < 2$ 또는 $x > 2$…… ㉠

또, 진수의 조건에서 $-x^2 + 2x + 24 > 0$,

$x^2 - 2x - 24 < 0$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위이므로

$1 < x < 2$ 또는 $2 < x < 6$

25) $x > 4$

⇨ 밑의 조건에서 $x+1>0,\ x+1\neq 1$
즉, $x>-1,\ x\neq 0$이므로
$-1<x<0$ 또는 $x>0$ …… ㉠
또, 진수의 조건에서
$x^2-2x-8>0,\ (x+2)(x-4)>0$
$\therefore\ x<-2$ 또는 $x>4$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위이므로 $x>4$

26) $x<-3$ 또는 $x>4$
⇨ 진수의 조건에서 $x^2-x-12>0$
$(x+3)(x-4)>0$ $\therefore\ x<-3$ 또는 $x>4$

27) $x<1$ 또는 $x>4$
⇨ 진수의 조건에서 $(x-1)(x-4)>0$
$\therefore\ x<1$ 또는 $x>4$

28) $2<x<3$ 또는 $x>5$
⇨ 밑의 조건에서 $x-2>0,\ x-2\neq 1$
즉, $x>2,\ x\neq 3$이므로
$2<x<3$ 또는 $x>3$ …… ㉠
또, 진수의 조건에서 $x^2-8x+15>0$
$(x-3)(x-5)>0$
$\therefore\ x<3$ 또는 $x>5$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통범위이므로 $2<x<3$ 또는 $x>5$

29) $1<x<2$ 또는 $2<x<5$
⇨ (i) 밑 조건에서 $x-1>0,\ x-1\neq 1$
$\therefore\ x>1,\ x\neq 2$
(ii) 진수 조건에서 $-x^2+3x+10>0$
$x^2-3x-10<0$
$(x+2)(x-5)<0$ $\therefore\ -2<x<5$
(i), (ii)에서 $1<x<2$ 또는 $2<x<5$

30) 0

31) $\frac{3}{7}$

32) -1

⇨ $\log_{10}\sqrt{0.01}=\log_{10}(10^{-2})^{\frac{1}{2}}=\log_{10}10^{-1}=-1$

33) -4

34) -2

⇨ $\log_2 0.25=\log_2\frac{1}{4}=\log_2 2^{-2}=-2\log_2 2=-2$

35) $\frac{3}{4}$

⇨ $\log_{49}\sqrt{343}=x$로 놓으면 로그의 정의에 의하여
$49^x=\sqrt{343}$이므로 $(7^2)^x=\sqrt{7^3}$
$7^{2x}=7^{\frac{3}{2}}$에서 $2x=\frac{3}{2}$ $\therefore\ x=\frac{3}{4}$
$\therefore\ \log_{49}\sqrt{343}=\frac{3}{4}$

36) $\frac{4}{3}$

⇨ $\log_2\sqrt[3]{16}=\log_2 16^{\frac{1}{3}}=\log_2 2^{\frac{4}{3}}=\frac{4}{3}$

37) -2

⇨ $\log_{12}\frac{1}{144}=\log_{12}\left(\frac{1}{12}\right)^2=\log_{12}12^{-2}=-2$

38) 1

⇨ $2\log_5\sqrt{5}=\log_5(\sqrt{5})^2=\log_5 5=1$

39) -1

⇨ $\log_{0.25}4=x$로 놓으면 로그의 정의에 의하여
$0.25^x=4$이므로 $\left(\frac{1}{4}\right)^x=4$
$4^{-x}=4$ $\therefore\ x=-1$
$\therefore\ \log_{0.25}4=-1$

40) $\frac{5}{6}$

⇨ $\log_{2\sqrt{2}}\sqrt[4]{32}=x$로 놓으면 로그의 정의에 의하여
$(2\sqrt{2})^x=\sqrt[4]{32}$이므로 $(2^{\frac{3}{2}})^x=2^{\frac{5}{4}}$
$2^{\frac{3}{2}x}=2^{\frac{5}{4}}$에서
$\frac{3}{2}x=\frac{5}{4}$ $\therefore\ x=\frac{5}{6}$
$\therefore\ \log_{2\sqrt{2}}\sqrt[4]{32}=\frac{5}{6}$

41) $\frac{2}{9}$

⇨ $\log_{125}\sqrt[3]{25}=x$로 놓으면 로그의 정의에 의하여
$125^x=\sqrt[3]{25}$이므로 $(5^3)^x=5^{\frac{2}{3}}$
$5^{3x}=5^{\frac{2}{3}}$에서
$3x=\frac{2}{3}$ $\therefore\ x=\frac{2}{9}$
$\therefore\ \log_{125}\sqrt[3]{25}=\frac{2}{9}$

42) 2

⇨ $\log_3 63-\log_3 7=\log_3\frac{63}{7}=\log_3 9=\log_3 3^2=2$

43) 31

⇨ $9^{\frac{3}{2}}+\log_3 81=(3^2)^{\frac{3}{2}}+\log_3 3^4=3^{2\times\frac{3}{2}}+4\log_3 3$
$=27+4=31$

44) 2

⇨ $\log_6 3+\log_6 12=\log_6 (3\times 12)=\log_6 36$
$=\log_6 6^2=2\log_6 6=2$

45) -1
⇨ $\log_2 18-2\log_2 6$
$=\log_2 (2\cdot 3^2)-2\log_2 (2\cdot 3)$
$=\log_2 2+2\log_2 3-2(\log_2 2+\log_2 3)$
$=1+2\log_2 3-2-2\log_2 3$
$=-1$

46) 2

47) 1
⇨ $\log_2 16+\log_2 \frac{1}{8}=\log_2 \left(16\times\frac{1}{8}\right)=\log_2 2=1$

48) 4
⇨ $\log_3 24+3\log_3 \frac{3}{2}$
$=\log_3 (2^3\cdot 3)+3(\log_3 3-\log_3 2)$
$=\log_3 2^3+\log_3 3+3\log_3 3-3\log_3 2$
$=3\log_3 2+1+3-3\log_3 2$
$=4$

49) 1
⇨ $\log_{12} 4+\log_{12} 3=\log_{12} (4\times 3)=\log_{12} 12=1$

50) 2
⇨$\log_3 36+\log_3 \frac{1}{4}=\log_3 \left(36\times\frac{1}{4}\right)=\log_3 9=\log_3 3^2=2$

51) 2
⇨ $\log_6 \frac{8}{3}+\log_6 \frac{27}{2}=\log_6 \left(\frac{8}{3}\times\frac{27}{2}\right)$
$=\log_6 36=\log_6 6^2=2$

52) 2
⇨ $\log_8 \frac{1}{2}-\log_8 \frac{1}{128}$
$=\log_8 \left(\frac{1}{2}\div\frac{1}{128}\right)=\log_8 \left(\frac{1}{2}\times 128\right)$
$=\log_8 64=\log_8 8^2=2$

53) 3
⇨ $\log_2 \sqrt[3]{128}+\log_2 \sqrt[3]{4}$
$=\log_2 (\sqrt[3]{128}\times\sqrt[3]{4})=\log_2 \sqrt[3]{512}$
$=\log_2 2^{\frac{9}{3}}=\log_2 2^3=3$

54) -3
⇨ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}-\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{24}$
$=\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\div\frac{1}{24}\right)=\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\times 24\right)$
$=\log_{\frac{1}{2}} 8=\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=-3$

55) 3
⇨ $\log_6 72-\log_6 \frac{1}{3}=\log_6 \left(72\div\frac{1}{3}\right)=\log_6 (72\times 3)$
$=\log_6 216=\log_6 6^3=3$

56) 1
⇨ $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4=\log_3 \frac{6\times 2}{4}=\log_3 3=1$

57) 2
⇨ $\log_3 \sqrt{27}-\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$
$=\log_3 \frac{\sqrt{27}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\log_3 \sqrt{81}=\log_3 9$
$=\log_3 3^2=2$

58) 4
⇨ $\log_2 \frac{4}{3}+2\log_2 \sqrt{12}$
$=\log_2 \frac{4}{3}+\log_2 12=\log_2 \left(\frac{4}{3}\times 12\right)$
$=\log_2 16=\log_2 2^4=4\log_2 2=4$

59) 2
⇨ $\frac{1}{\sqrt[3]{8}}\times\log_3 81=\frac{1}{\sqrt[3]{2^3}}\times\log_3 3^4=\frac{1}{2}\times 4=2$

60) -1

61) 3
⇨ $\log_2 12+\log_2 \frac{1}{3}+\log_2 6-2\log_2 \sqrt{3}$
$=\log_2 \left(\frac{12\cdot\frac{1}{3}\cdot 6}{3}\right)=\log_2 8=3$

62) 2
⇨ $\log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}-\log_9 \frac{9}{16}+2\log_{\frac{1}{3}} \frac{4}{3}$
$=\log_{3^{\frac{1}{2}}} 2\sqrt{3}-\log_{3^2} \frac{9}{16}+2\log_{3^{-1}} \frac{4}{3}$
$=\log_3 12-\log_3 \frac{3}{4}-\log_3 \frac{16}{9}$
$=\log_3 \left(\frac{12}{\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{9}}\right)$
$=\log_3 9=2$

63) 0

⇨ $\log_5\sqrt{6}-\log_{25}3-\frac{3}{2}\log_5\sqrt[3]{2}$

$=\frac{1}{2}\log_5 6-\frac{1}{2}\log_5 3-\frac{1}{2}\log_5 2$

$=\frac{1}{2}\log_5\left(\frac{6}{3\cdot 2}\right)$

$=\frac{1}{2}\log_5 1=0$

64) 0

65) 2

⇨ $\log_6 45+\log_6 20-2\log_6 5$

$=\log_6 45+\log_6 20-\log_6 5^2$

$=\log_6\frac{45\times 20}{25}=\log_6 36$

$=\log_6 6^2=2$

66) $\frac{5}{2}$

⇨ $\frac{1}{2}\log_2 12+\log_2\sqrt{6}-\log_2\frac{3}{2}$

$=\log_2 12^{\frac{1}{2}}+\log_2\sqrt{6}-\log_2\frac{3}{2}$

$=\log_2\sqrt{12}+\log_2\sqrt{6}-\log_2\frac{3}{2}$

$=\log_2\left(\sqrt{12}\times\sqrt{6}\div\frac{3}{2}\right)$

$=\log_2 4\sqrt{2}=\log_2 2^{\frac{5}{2}}=\frac{5}{2}$

67) 3

⇨ $\log_2 3-\log_2\frac{9}{2}+\log_2 12=\log_2\frac{3\times 12}{\frac{9}{2}}=\log_2 8$

$=\log_2 2^3=3$

68) -1

⇨ $\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}+\log_{\frac{1}{3}}2\sqrt{3}=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}\right)$

$=\log_{\frac{1}{3}}3=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=-1$

69) $\log_3 10$

⇨ $\frac{2}{3}\log_3\sqrt{10}-\frac{2}{3}\log_3\frac{1}{2}+2\log_3\sqrt[3]{5}$

$=\log_3\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}-\log_3(2^{-1})^{\frac{2}{3}}+\log_3\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^2$

$=\log_3\left\{\frac{(10)^{\frac{1}{3}}\cdot(5)^{\frac{2}{3}}}{(2)^{-\frac{2}{3}}}\right\}$

$=\log_3\left\{\frac{(2)^{\frac{1}{3}}\cdot(5)^{\frac{1}{3}}\cdot(5)^{\frac{2}{3}}}{(2)^{-\frac{2}{3}}}\right\}$

$=\log_3(2\cdot 5)$

$=\log_3 10$

70) 2

⇨ $\log_2(\log_3 25)+\log_2(\log_5 9)$

$=\log_2\{(\log_3 25)\times(\log_5 9)\}$

$=\log_2\{(2\log_3 5)\times(\log_5 9)\}$

$=\log_2(2\log_3 9)$

$=\log_2(4\log_3 3)$

$=\log_2 4$

$=2$

71) $1-a$

⇨ $\log_{10}5=\log_{10}\frac{10}{2}=\log_{10}10-\log_{10}2=1-a$

72) $-a+2b+1$

⇨ $\log_{10}45=\log_{10}(5\times 3^2)=\log_{10}5+\log_{10}3^2$

$=\log_{10}\frac{10}{2}+2\log_{10}3$

$=\log_{10}10-\log_{10}2+2\log_{10}3$

$=-a+2b+1$

73) $a+b+1$

⇨ $\log_{10}60=\log_{10}(2\times 3\times 10)$

$=\log_{10}2+\log_{10}3+\log_{10}10=a+b+1$

74) $\frac{1}{4}(-a+b+1)$

⇨ $\log_{10}\sqrt[4]{15}=\frac{1}{4}\log_{10}15=\frac{1}{4}\log_{10}(3\times 5)$

$=\frac{1}{4}(\log_{10}3+\log_{10}5)$

$=\frac{1}{4}(\log_{10}3+\log_{10}10-\log_{10}2)$

$=\frac{1}{4}(-a+b+1)$

75) $9a-3$

⇨ $\log_{10}\left(\frac{4}{5}\right)^3=3(\log_{10}4-\log_{10}5)$

$=3(\log_{10}2^2-\log_{10}5)$

$=3\left(2\log_{10}2-\log_{10}\frac{10}{2}\right)$

$=3\{2\log_{10}2-(\log_{10}10-\log_{10}2)\}$

$=3\{2a-(1-a)\}=3(3a-1)$

$=9a-3$

76) $3a+2b-3$

⇨ $\log_{10} 0.072 = \log_{10} \frac{72}{1000} = \log_{10} \frac{2^3 \times 3^2}{10^3}$

$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 - \log_{10} 10^3$

$= 3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 - 3$

$= 3a + 2b - 3$

77) $\frac{3}{2}a + b$

⇨ $\log_{10} \sqrt{72} = \log_{10} 72^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_{10} 72$

$= \frac{1}{2}\log_{10} (2^3 \times 3^2)$

$= \frac{1}{2}(3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3)$

$= \frac{1}{2}(3a + 2b) = \frac{3}{2}a + b$

78) $3a + b$

⇨ $\log_{10} 24 = \log_{10} (2^3 \times 3) = \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3$

$= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 3$

$= 3a + b$

79) $3a - 3b$

⇨ $\log_{10} \frac{8}{27} = \log_{10} \frac{2^3}{3^3} = \log_{10} 2^3 - \log_{10} 3^3$

$= 3\log_{10} 2 - 3\log_{10} 3 = 3a - 3b$

80) $2b - 5a$

⇨ $\log_{10} \frac{9}{32} = \log_{10} \frac{3^2}{2^5} = \log_{10} 3^2 - \log_{10} 2^5$

$= 2\log_{10} 3 - 5\log_{10} 2 = 2b - 5a$

81) $3a - 3$

⇨ $\log_{10} \frac{1}{125} = \log_{10} 5^{-3} = -3\log_{10} 5$

$= -3\log_{10} \frac{10}{2} = -3(1 - a) = 3a - 3$