



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 유리함수(무리함수)의 그래프의 평행이동과 대칭이
동에 대한 복합적인 문제 등이 자주 출제되며 유리함수(무리함수)
의 그래프의 성질에 대한 개념 학습이 중점적으로 필요합니다.

평가문제

[중단원 마무리]

1. $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = \frac{3x+k}{x+2}$ 의 최댓값이 2일
때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 6$)

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 마무리]

2. $\frac{x}{(x-y)(x-z)} + \frac{y}{(y-x)(y-z)} + \frac{z}{(z-x)(z-y)}$
를 계산하면?

- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

[중단원 마무리]

3. $1 \leq x \leq 3$ 에서 $y = \frac{2x+4}{x+1}$ 의 그래프와 직선
 $y = mx + 2$ 가 만나도록 하는 m 의 값의 범위는?

- ① $0 < m \leq \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{6} \leq m \leq 1$
③ $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$
⑤ $2 \leq m \leq 3$

[중단원 마무리]

4. 함수 $y = \frac{2x-1}{x+2}$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것
은?

- ① 정의역은 $\{x | x \neq -2 \text{인 모든 실수}\}$ 이다.
② 치역은 $\{y | y \neq 2 \text{인 모든 실수}\}$ 이다.
③ 점근선의 방정식은 $x = -2, y = 2$ 이다.
④ y 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.
⑤ 그래프는 제 4사분면을 지나지 않는다.

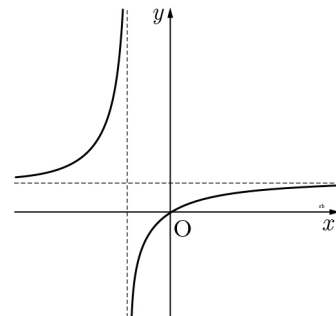
[중단원 마무리]

5. 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 이 점 $(4, -3)$ 을 중심
으로 하는 원으로 옮겨지는 평행이동에 의하여 함수
 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프와 겹쳐질
때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값은?

- ① -20 ② -22
③ -24 ④ -26
⑤ -28

[중단원 마무리]

6. 함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을
때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $a > 0$ ② $c > 0$
③ $b < 0$ ④ $\frac{b}{a} + c = 0$
⑤ $\frac{b}{1+a} + c < 0$

[중단원 마무리]

7. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 $(3, -4)$ 를 지날 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5
③ 1 ④ 12
⑤ 15

[대단원 마무리]

8. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y = \frac{5}{x-3} + 3$ 의 그래프와 겹쳐진다. 상수 m, n, a 에 대하여 $m+n+a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 마무리]

9. 함수 $y = \frac{-2x-3}{x+2}$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 점근선의 교점의 좌표는 $(-2, -2)$ 이다.
② 제 1사분면을 지나지 않는다.
③ $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여 그릴 수 있다.
④ 그래프의 y 절편은 $-\frac{3}{2}$ 이다.
⑤ 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

[대단원 마무리]

10. 함수 $f(x) = \frac{2x-2}{x-2}$ 에 대하여 $f^1 = f$, $f^n = f \circ f^{n-1}$ ($n=2, 3, 4, \dots$)로 정의할 때, $f^{2020}(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[대단원 마무리]

11. 함수 $f(x) = \frac{3x-6}{x-1}$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $(g \circ g)(4)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0
③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{6}{5}$
⑤ $\frac{8}{5}$

[대단원 마무리]

12. 함수 $y = \frac{3}{x-a} + b$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 에 대하여 대칭이고, $y = x+k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b, k 에 대하여 $a+b+k$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

13. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 에 대하여 $f(1) + f(2) + \dots + f(48)$ 의 값은?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

[대단원 마무리]

14. 두 함수 $f(x) = \frac{x+5}{x+2}$, $g(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[대단원 마무리]

15. $-3 \leq x \leq a$ 에서 함수 $y = \sqrt{3-2x} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 4일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b-2a$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[대단원 마무리]

16. 다음 중에서 $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x | x \leq 2\}$ 이다.
② 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이다.
③ 제 3사분면을 지난다.
④ $y = -\sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
⑤ 역함수는 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$ ($x \geq 1$)이다.

[중단원 마무리]

17. $y = \sqrt{-3x+6} + b$ 의 정의역이 $\{x | x \leq a\}$ 이고, 치역이 $\{y | y \geq 4\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② 0
③ 2 ④ 4
⑤ 6

[대단원 마무리]

18. 함수 $y = \sqrt{x-3} + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식을 $y = f(x)$ 라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 접할 때, a 의 값은?

- ① $-\frac{11}{4}$ ② $-\frac{7}{4}$
③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$
⑤ $\frac{7}{4}$

[중단원 마무리]

19. $\frac{x}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}$ 를 간단히 하면?

- ① $2x\sqrt{x}$ ② $-2x\sqrt{x}$
③ $2x\sqrt{x-1}$ ④ $-2x\sqrt{x-1}$
⑤ $2x\sqrt{x-1} + 2x\sqrt{x}$

[중단원 마무리]

20. 두 집합 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{4-2x}\}$, $B = \{(x, y) | y = -x+k\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \geq \frac{5}{2}$ ② $k < \frac{5}{2}$
③ $0 < k < \frac{5}{2}$ ④ $2 < k \leq \frac{5}{2}$
⑤ $2 \leq k < \frac{5}{2}$

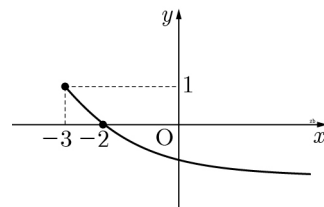
[중단원 마무리]

21. 함수 $y = \sqrt{ax+b} - 1$ 의 그래프가 점 $(2, 0)$ 을 지나고, 그 역함수가 점 $(3, -3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -21 ② -15
③ -10 ④ 8
⑤ 12

[중단원 마무리]

22. 함수 $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프의 점근선의 교점의 좌표는?



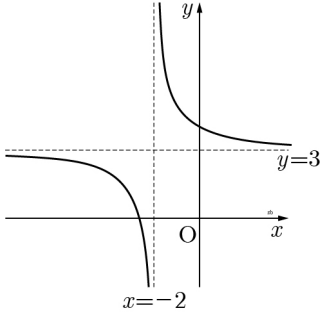
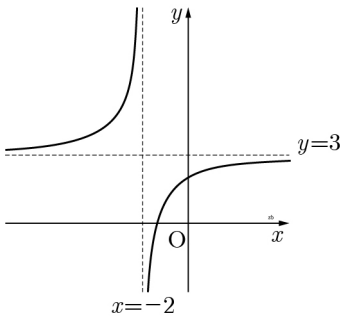
- ① $(-1, 0)$ ② $(0, 1)$
③ $(-1, 1)$ ④ $(-1, 2)$
⑤ $(1, -2)$



정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $f(x) = \frac{3x+k}{x+2} = \frac{k-6}{x+2} + 3$

i) $k > 6$  $0 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값이 2가 될 수 없음ii) $k < 6$  $0 \leq x \leq 2$ 에서 $x=2$ 일 때 최댓값 2를 갖는다.

$$f(2) = \frac{6+k}{4} = 2, \quad k = 2$$

2) [정답] ②

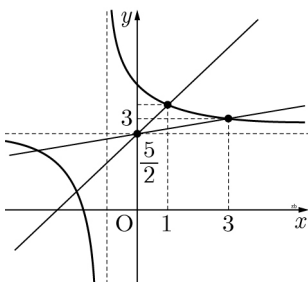
[해설] $\frac{x}{(x-y)(x-z)} + \frac{y}{(y-x)(y-z)} + \frac{z}{(z-x)(z-y)}$

$$= \frac{-x(y-z) - y(z-x) - z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 0$$

3) [정답] ②

[해설] $f(x) = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 2$

$$f(1) = 3, \quad f(3) = \frac{5}{2}$$



$y = mx + 2$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면
 $3 = m + 2, \quad m = 1$

$y = mx + 2$ 에 $(3, \frac{5}{2})$ 을 대입하면

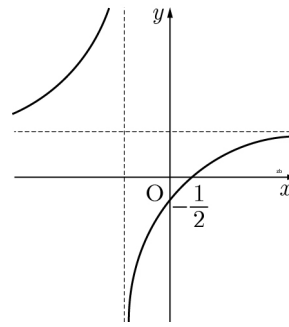
$$\frac{5}{2} = 3m + 2, \quad m = \frac{1}{6}$$

따라서 $\frac{1}{6} \leq m \leq 1$ 이다.

4) [정답] ⑤

[해설] $y = \frac{2x-1}{x+2} = \frac{-5}{x+2} + 2$ 의 그래프는

다음과 같다.

점근선의 방정식은 $x = -2, y = 2$ 이고 y 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

또한, 그래프는 모든 사분면을 지난다.

5) [정답] ③

[해설] 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 의 중심의 좌표는

 $(1, 2)$ 이다. 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 에서 $(4, -3)$ 으로 이동했으므로 이것은 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -5만큼
평행이동 한 것이다. $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면

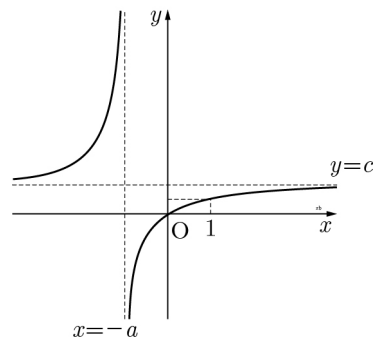
$$y = \frac{1}{x-3} - 5 = \frac{-5x+16}{x-3} \text{ 이므로}$$

 $a = -3, b = -5, c = 16$ 이다.

$$\therefore a + b - c = -24$$

6) [정답] ⑤

[해설] 함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프는 다음과 같다.

① $-a < 0$ 이므로 $a > 0$ ② $c > 0$

③ 함수의 그래프가 점근선의 교점에서 왼쪽 위, 오른쪽 아래에 위치하므로 $b < 0$ 이다.

④ $x=0$ 일 때, $\frac{b}{a}+c=0$ 이다.

⑤ $x=1$ 일 때 $\frac{b}{1+a}+c>0$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

7) [정답] ④

[해설] $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 가 모두 점

$(3, -4)$ 를 지나므로

$f(3)=-4, f(-4)=3$ 이다.

$f(x)=\frac{ax+b}{x-1}$ 에서

$f(3)=\frac{3a+b}{2}=-4, 3a+b=-8$

$f(-4)=\frac{-4a+b}{-5}=3, -4a+b=-15$

따라서 $a=1, b=-11$ 이므로 $a-b=12$ 이다.

8) [정답] ⑤

[해설] $y=\frac{ax+1}{x-1}=\frac{a+1}{x-1}+a$

점근선의 방정식이 $x=1, y=a$ 이다.

$y=\frac{5}{x-3}+3$ 의 점근선의 방정식은

$x=3, y=3$ 이다. 두 유리함수의 그래프가

평행이동하여 겹쳐지므로 $a+1=5, a=4$ 이다.

평행이동 $f:(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 이라 하면

$(1, a) \rightarrow (1+m, a+n)$

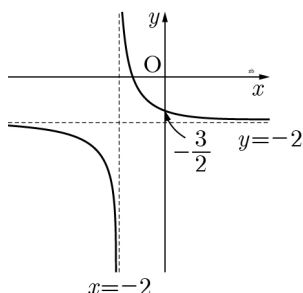
따라서 $a+m=3, a+n=3$ 이다.

$m=2, n=-1, a=4$

9) [정답] ⑤

[해설] $y=\frac{-2x-3}{x+2}=\frac{1}{x+2}-2$ 의 그래프는

다음과 같다.



⑤ 그래프는 $(-2, -2)$ 에 대하여 대칭이므로 옳지 않다.

10) [정답] ④

[해설] $f(x)=\frac{2x-2}{x-2}=\frac{2}{x-2}+2$

$f(1)=-2+2=0$

$f^2(1)=f(0)=-1+2=1$

⋮

$f^{2022}(1)=1$

11) [정답] ⑤

[해설] $f(x)=\frac{3x-6}{x-1}$ 의 역함수 $g(x)$ 는

$g(x)=\frac{x-6}{x-3}$ 이다.

따라서 $g(g(4))=g(-2)=\frac{8}{5}$ 이다.

12) [정답] ④

[해설] $y=\frac{3}{x-a}+b$ 의 점근선의 방정식은

$x=a, y=b$ 이다.

$y=\frac{3}{x-a}+b$ 의 그래프는 두 점근선의 교점

(a, b) 에 대하여 대칭이므로 $a=1, b=2$ 이다.

$y=x+k$ 가 선대칭축이 되려면 주어진 직선이

점 $(1, 2)$ 를 지나야하므로 $2=k+1, k=1$ 이다.

따라서 $a+b+k=4$

13) [정답] ③

[해설] $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

$f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(48)$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\dots+(\sqrt{49}-\sqrt{48})$
 $=6$

14) [정답] ②

[해설] $f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f = g^{-1} \circ f$ 이므로

$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (g^{-1} \circ f)(1)$ 이다.

$f(x)=\frac{x+5}{x+2}$ 에서 $f(1)=2$ 이고

$g^{-1}(2)=k$ 라고 하면 $g(k)=2$ 이다.

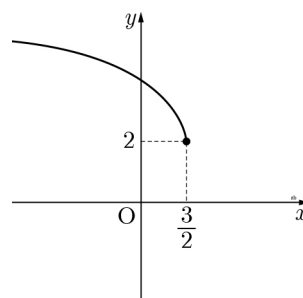
$g(x)=\sqrt{2x-4}$ 에서 $\sqrt{2k-4}=2, k=4$

따라서 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (g^{-1} \circ f)(1)$

$=g^{-1}(2)=4$

15) [정답] ④

[해설] 함수 $y=\sqrt{3-2x}+2$ 의 그래프는



$x=-3$ 일 때 최댓값 b ,

$x=a$ 일 때, 최솟값 2를 갖는다. 따라서

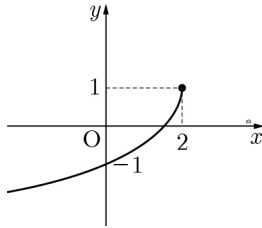
$f(x)=\sqrt{3-2x}+2$

$f(-3)=\sqrt{9}+2=5, b=5$

$$f(a) = \sqrt{3-2a} + 2 = 4, \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$b-2a = 5 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 6$$

16) [정답] ⑤

[해설] $y = -\sqrt{-2x+4} + 1 = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$ 

$$\textcircled{5} \quad y = -\sqrt{-2x+4} + 1$$

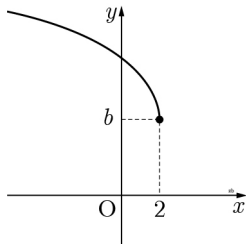
$$y-1 = -\sqrt{-2(x-2)}$$

$$(y-1)^2 = -2x+4$$

$$x = -\frac{1}{2}(y-1)^2 + 2$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 \quad (x \leq 1) \text{이므로 옳지 않다.}$$

17) [정답] ⑤

[해설] $y = \sqrt{-3x+6} + b = \sqrt{-3(x-2)} + b$
그래프는 다음과 같다.정의역이 $\{x | x \leq a\}$ 이고,치역이 $\{y | y \geq 4\}$ 이므로 $a = 2, b = 4$ 이다.

$$\therefore a+b = 6$$

18) [정답] ②

[해설] $y = \sqrt{x-3} + 1$ 의 그래프를 x 의 방향으로
 a 만큼 평행이동 한 식은 $y = \sqrt{x-a-3} + 1$ 이다. $f(x) = \sqrt{x-a-3} + 1$ 와 그 역함수의 그래프가
접하려면 $f(x) = x$ 가 중근을 가져야 한다.

$$\sqrt{x-a-3} + 1 = x$$

$$\sqrt{x-a-3} = x-1$$

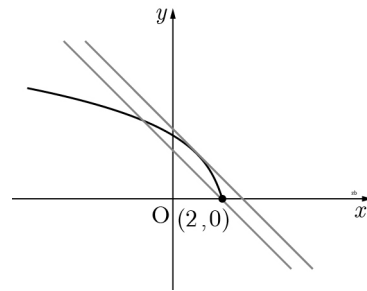
$$x^2 - 3x + a + 4 = 0 \text{에서}$$

$$D = 9 - 4(a+4) = 0, \quad a = -\frac{7}{4}$$

19) [정답] ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad & \frac{x}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} \\ &= \frac{x(\sqrt{x-1}+\sqrt{x}) - x(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})}{(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})(\sqrt{x-1}+\sqrt{x})} \\ &= -2x\sqrt{x} \end{aligned}$$

20) [정답] ⑤

[해설] $A = \{(x, y) | y = \sqrt{4-2x}\}$ $B = \{(x, y) | y = -x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 이므로i) $y = -x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때,

$$0 = -2+k, \quad k = 2$$

ii) $y = -x+k$ 가 $y = \sqrt{4-2x}$ 에 접할 때,

$$\sqrt{4-2x} = -x+k$$

$$x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 - 4) = 0 \text{에서 } k = \frac{5}{2}$$

따라서 $2 \leq k < \frac{5}{2}$ 일 때, $n(A \cap B) = 2$ 이다.

21) [정답] ①

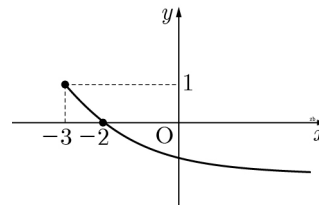
[해설] $f(x) = \sqrt{ax+b} - 1$ 이 점 $(2, 0)$ 을 지나고,그 역함수가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로

$$f(2) = 0, \quad f(-3) = 3 \text{이다.}$$

$$\sqrt{2a+b} - 1 = 0, \quad \sqrt{-3a+b} - 1 = 3 \text{에서}$$

$$a = -3, \quad b = 7 \text{이므로 } ab = -21 \text{이다.}$$

22) [정답] ③

[해설] $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음과 같으므로 $y = -\sqrt{a(x+3)} + 1$ 이 점 $(-2, 0)$ 을 지나고

$$0 = -\sqrt{a} + 1, \quad a = 1$$

$$y = -\sqrt{x+3} + 1 \text{에서 } b = 3, \quad c = 1 \text{이다.}$$

$$y = \frac{ax+b}{x+c} \text{이므로 } y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1$$

점근선의 방정식은 $x = -1, y = 1$ 이다.따라서 점근선의 교점은 $(-1, 1)$ 이다.