



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[순열]

- 서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하여 일렬로 나열하는
것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호로
 ${}_nP_r$ 과 같이 나타낸다.
- 1부터 n 까지의 자연수를 모두 곱한 것을 n 의 계승이라 하고,
기호로 $n!$ 과 같이 나타낸다.
 $\Rightarrow n! = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$

[순열의 수]

- ① ${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 < r \leq n$)
② ${}_nP_n = n!$, $0! = 1$, ${}_nP_0 = 1$

기본문제

1. ${}_{10}P_2 + {}_5P_0$ 의 값은?

- ① 45 ② 46
③ 90 ④ 91
⑤ 92

[문제]

2. 철수는 어느 동물원에 있는 7종류의 동물들 중에
서로 다른 3종류의 동물들을 관람하려고 한다. 관람
순서를 고려하여 철수가 동물들을 관람하는 경우의
수는?

- ① 90 ② 120
③ 150 ④ 180
⑤ 210

[문제]

3. ${}_8P_3 = 8 \times {}_nP_2$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[예제]

[문제]

4. 다음 중 항상 성립하는 것만을 있는 대로 고른
것은? (단, $1 \leq r < n$)

- ㄱ. ${}_nP_r = \frac{n!}{r!}$
ㄴ. ${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_r$
ㄷ. ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
⑤ ㄴ, ㄷ

[예제]

5. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세
개를 이용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 홀
수의 개수는?

- ① 20개 ② 24개
③ 28개 ④ 32개
⑤ 36개

[문제]

6. 네 개의 숫자 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 개를
이용하여 만들 수 있는 자연수 중 400보다 큰 수의
개수는?

- ① 8개 ② 12개
③ 16개 ④ 20개
⑤ 24개

[예제]

7. p, h, o, n, e 에 있는 5개의 문자를 일렬로 나열
할 때, 양 끝에 자음이 오는 경우의 수는?

- ① 20 ② 18
③ 24 ④ 32
⑤ 36

[문제]

8. 어느 가로수에 서로 다른 소나무 4그루와 감나무 5그루를 일렬로 심을 때, 소나무와 감나무를 번갈아 심는 경우의 수는 $a \times 5!$ 이다. 이때, 상수 a 의 값은?

- ① 8 ② 12
③ 16 ④ 20
⑤ 24

[문제]

9. 서로 다른 세 학교에서 모인 학생들이 사진을 찍기 위해 일렬로 서기로 하였다. A학교에 온 학생이 2명, B학교에서 온 학생이 3명, C학교에서 온 학생이 3명일 때, 같은 학교의 학생들끼리 서로 이웃하도록 서는 경우의 수가 $a \times 24$ 이다. 이때, 상수 a 의 값은?

- ① 6 ② 12
③ 18 ④ 30
⑤ 36

평가문제

[중단원 마무리]

10. 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아이 2명으로 이루어진 가족이 일렬로 서서 사진을 찍으려 한다. 아이 2명이 서로 이웃하고, 아버지와 어머니가 서로 이웃하게 사진을 찍는 경우의 수는?

- ① 88 ② 96
③ 104 ④ 112
⑤ 120

[중단원 마무리]

11. 네 개의 문자 a, b, c, d 를 $abcd$ 부터 $dcb a$ 까지 24개를 배열할 때, 19번째에 오는 문자는?

- ① $cdab$ ② $cdba$
③ $dabc$ ④ $dacb$
⑤ $dbac$

[대단원 마무리]

12. 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 적힌 6장의 카드 중 3장의 카드를 이용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수를 작은 수부터 생각했을 때, 314는 n 번째 수이다. 이때, 자연수 n 의 값은?

- ① 40 ② 42
③ 44 ④ 46
⑤ 48

[대단원 마무리]

13. 두 쌍의 부부가 영화를 보러 영화관에 왔다. 일렬로 빈 연속된 6개의 자리 중에서 4개의 자리를 정해 앉을 때, 부부끼리는 이웃하게 앉는 경우의 수는?

- ① 36 ② 40
③ 44 ④ 48
⑤ 52

[대단원 마무리]

14. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 3개를 이용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수는?

- ① 20개 ② 22개
③ 24개 ④ 26개
⑤ 28개

[대단원 마무리]

15. 어느 연극 공연이 끝난 후, 이 공연의 배우인 남자 2명과 여자 2명이 일렬로 서서 기념 촬영을 하고자 한다. 남자와 여자가 교대로 서는 경우의 수는?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

유사문제

16. 다음은 $1 \leq r \leq n$ 일 때, ${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

$1 \leq r \leq n$ 일 때,

$${}_nP_r = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n-r)!} = n \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{(n-r)!} = n \times {}_{n-1}P_{r-1} \text{이므로}$$

$${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1} \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(5)}{g(3)}$ 의 값은?

- ① 55 ② 60
 ③ 65 ④ 70
 ⑤ 75
17. 문자 c, h, a, n, g, e 6개를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 자음과 모음이 한 개씩 오는 경우의 수는?
- ① 384 ② 396
 ③ 420 ④ 448
 ⑤ 480

18. 1학년 학생 n 명과 2학년 학생 3명이 일렬로 설 때, 2학년 학생 3명이 모두 이웃하여 서는 방법의 수는 720이다. 이때 자연수 n 의 값을 구하면? (단, k 는 상수)
- ① 4 ② 6
 ③ 8 ④ 10
 ⑤ 12

19. 어른 4명과 어린이 3명으로 구성된 가족이 모여 가족사진을 찍으려고 한다. 어린이 3명이 서로 이웃하고, 어른이 양 끝에 오도록 7명이 한 줄로 서는 경우의 수는?
- ① 72 ② 144
 ③ 216 ④ 432
 ⑤ 864

20. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 짝수의 개수는?

- ① 44 ② 48
 ③ 52 ④ 56
 ⑤ 60

21. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 12345부터 54321까지 숫자를 중복하여 사용하지 않고 크기순으로 배열하면 24135는 n 번째 위치한다. 이때, n 의 값은?

- ① 37 ② 39
 ③ 41 ④ 43
 ⑤ 45

22. 5개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 한 번씩 사용하여 만든 단어들을 사전식으로 배열할 때, $eadbc$ 는 몇 번째에 오는 문자인가?

- ① 98 ② 99
 ③ 100 ④ 101
 ⑤ 102



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] ${}_{10}P_2 = 10 \times 9 = 90$, ${}_5P_0 = 1$ 이므로
 ${}_{10}P_2 + {}_5P_0 = 91$ 이다.

2) [정답] ⑤

[해설] 문제 상황을 수학적으로 분석하면
 서로 다른 7개 중에서 순서를 고려하여 3개를
 선택하는 경우의 수이므로 ${}_7P_3$ 이다.
 따라서 구하는 경우의 수는 210이다.

3) [정답] ②

[해설] ${}_8P_3 = 8 \times {}_nP_2$
 $8 \times 7 \times 6 = 8 \times n(n-1)$
 $42 = n^2 - n$
 $(n-7)(n+6) = 0$
 $n > 0$ 이므로 $n = 7$ 이다.

4) [정답] ③

[해설] \neg . ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ 이다. (거짓)
 \therefore . ${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 이다. (거짓)
 \therefore . ${}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1} = \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!} + r \frac{(n-1)!}{(n-r)!}$
 $= \frac{(n-r)+r}{(n-r)!} (n-1)! = \frac{n!}{(n-r)!} = {}_nP_r$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

5) [정답] ⑤

[해설] 홀수를 만들기 위해서는 일의 자리에
 1, 3, 5중의 하나가 와야 한다. 이후에
 십의 자리, 백의 자리에 올 수를 정하는 경우의
 수는 ${}_4P_2$ 이므로 구하는 경우의 수는
 $3 \times {}_4P_2 = 36$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] 400보다 큰 수를 만들기 위해서는
 백의 자리에 4 또는 5가 와야 한다. 이후에
 십의 자리, 일의 자리에 올 수를 정하는 경우의
 수는 ${}_3P_2$ 이므로 구하는 경우의 수는
 $2 \times {}_3P_2 = 12$ 이다.

7) [정답] ⑤

[해설] 양 끝에 자음을 먼저 배치하는 경우의 수는
 ${}_3P_2 = 6$ 이다. 이후 나머지 3개의 문자를 가운데에
 배치하는 경우의 수가 $3!$ 이므로 구하는 경우의
 수는 $6 \times 6 = 36$ 이다.

8) [정답] ⑤

[해설] 소나무를 배열하는 경우의 수는 $4! = 24$,
 감나무를 배열하는 경우의 수는 $5!$ 이다.
 교대로 놓을 수 있는 방법은

감-소-감-소-감-소-감-소-감
 뿐이므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 5!$ 이다.
 따라서 $a = 24$ 이다.

9) [정답] ③

[해설] A학교 묶음, B학교 묶음, C학교 묶음을
 순서대로 나열하는 경우의 수는 $3! = 6$ 이다.
 이후, 각 학교 안에서 나열하는 경우를 생각하면
 구하는 경우의 수는 $6 \times 2! \times 3! \times 3! = 18 \times 24$
 따라서 $a = 18$ 이다.

10) [정답] ②

[해설] 할아버지, 할머니, 부모 묶음, 아이 묶음을
 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4! = 24$ 이다.
 부모의 순서, 아이의 순서를 생각하면
 구하는 경우의 수는
 $24 \times 2! \times 2! = 96$ 이다.

11) [정답] ③

[해설] 네 개의 문자를 사전식으로 배열할 때,
 처음 오는 문자가 a인 경우의 수는 $3! = 6$ 이다.
 또한, b가 처음에 오는 경우의 수도 6이고,
 c가 처음에 오는 경우의 수도 6이므로,
 19번째에 오는 문자는 처음에 오는 문자가 d인
 첫 번째 사전식 배열 문자이다.
 따라서 구하는 문자는 dabc이다.

12) [정답] ②

[해설] 처음에 오는 수가 1인 수는 ${}_5P_2 = 20$ 개다.
 처음에 오는 수가 2인 수는 ${}_5P_2 = 20$ 개다.
 즉, 41번째 수는 312, 42번째 수는 314이므로
 n의 값은 42이다.

13) [정답] ④

[해설] 6개의 의자 중에서 부부가 앉을 2개끼리 이웃
 한 네 의자를 정하는 경우의 수는 6이다.
 두 쌍의 부부를 앉히는 경우의 수는
 $2 \times 2! \times 2! = 8$ 이므로 구하는 경우의 수는
 $8 \times 6 = 48$ 이다.

14) [정답] ①

[해설] 세 자리 자연수가 3의 배수이려면
 각 자리의 수의 합이 3의 배수여야 한다.
 (i) 합이 9인 경우는
 세 숫자가 2, 3, 4이므로 만들 수 있는
 수의 개수는 $3! = 6$ 이다.
 (ii) 합이 6인 경우는
 세 숫자가 1, 2, 3인 경우의 수는 $3! = 6$ 이고,
 세 숫자가 4, 2, 0인 경우의 수는 $2 \times 2! = 4$ 이다.
 (iii) 합이 3인 경우는
 세 숫자가 1, 2, 0인 경우의 수는 $2 \times 2! = 4$ 이다.
 따라서 구하는 경우의 수는 20이다.

15) [정답] ③

[해설] 남자를 일렬로 나열하는 경우의 수가 2,
여자를 일렬로 나열하는 경우의 수가 2,
남녀를 교대로 서는 경우의 수는
남-여-남-여/여-남-여-남으로 2
따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 이다.

16) [정답] ②

[해설] $1 \leq r \leq n$ 일 때,

$${}_nP_r = \frac{(\overline{[7]}n)!}{(n-r)!} = n \times \frac{(\overline{[4]}(n-1)!}{(n-r)!}$$

$$= n \times {}_{n-1}P_{r-1} \text{이므로}$$

$${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1} \text{이다.}$$

따라서 $f(n) = n!$, $g(n) = (n-1)!$ 이고

$$\frac{f(5)}{g(3)} = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{이다.}$$

17) [정답] ①

[해설] 자음 4개, 모음 2개에서 각각 1개씩 택하는
방법은 $4 \times 2 = 8$ 가지고,

양 끝에 세우는 방법은 2가지고,

사이에 나머지 4개를 세우는 방법은 4!가지다.

따라서 구하는 경우의 수는 $8 \times 2! \times 4! = 384$ 가지다.

18) [정답] ①

[해설] 2학년 학생 3명을 묶어서 한 명으로 보면
(n+1)명을 일렬로 세우는 방법은 (n+1)!가지이고,
그 각각에 대하여 묶음 속에서 2학년 학생 3명을
세우는 방법은 3!가지다.

$$(n+1)! \times 3! = 720$$

$$(n+1)! = 120$$

$$\therefore n = 4$$

19) [정답] ④

[해설] 양끝에 어른 2명을 줄 세우는 경우는

$${}_4P_2 = 12 \text{이고 나머지 5명 중 어린이 3명이 이웃하게}$$

$$\text{줄 세우는 경우는 } 3! \times 3! = 36 \text{이므로}$$

$$\text{구하는 경우의 수는 } 12 \times 36 = 432 \text{이다.}$$

20) [정답] ③

[해설] (i) 일의 자리의 숫자가 0일 때 ${}_5P_2 = 20$ 가지

(ii) 일의 자리의 숫자가 짝수일 때

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4로 2가지이고,
백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 백의 자
리에 올 수 있는 숫자는 4가지이다. 십의 자리
에는 0이 올 수 있으므로 십의 자리에 올 수 있는
숫자는 4가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 4 \times 4 = 32$ 가지이다.

(i),(ii)에 의해 세 자리 자연수 중 짝수의 개수는
 $20 + 32 = 52$ 이다.

21) [정답] ①

[해설] $\boxed{1}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 다섯 자리 자연수는

$4! = 24$ 개, $\boxed{2}\boxed{1}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 다섯 자리 자연수는

$3! = 6$ 개, $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 다섯 자리 자연수는

$3! = 6$ 개이고, 그 다음 수가 $\boxed{2}\boxed{4}\boxed{1}\boxed{3}\boxed{5}$ 이므로
24135는 $24 + 6 + 6 + 1 = 37$ 번째 수이다.

$$\therefore n = 37$$

22) [정답] ④

[해설] $a\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \rightarrow 4! = 24$ 가지

$$b\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \rightarrow 4! = 24$$

$$c\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \rightarrow 4! = 24$$

$$d\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \rightarrow 4! = 24$$

$$eab\boxed{}\boxed{} \rightarrow 2! = 2$$

$$eac\boxed{}\boxed{} \rightarrow 2! = 2$$

$$eadbc$$

$$\therefore eadbc \text{는 } 101 \text{번째 수이다.}$$