



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
 1) 제작연월일 : 2018-06-12  
 2) 제작자 : 교육지대(주)  
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 01 세 직선의 위치관계

세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.

- (1) 세 직선이 모두 평행할 때
  - ⇒ 세 직선의 기울기가 모두 같다.
  - ⇒ 세 직선이 좌표평면을 네 부분으로 나눈다.
- (2) 세 직선 중 두 직선이 평행할 때
  - ⇒ 두 직선의 기울기는 같고, 다른 한 직선의 기울기는 다르다.
  - ⇒ 세 직선이 좌표평면을 여섯 부분으로 나눈다.
- (3) 세 직선이 한 점에서 만날 때
  - ⇒ 두 직선의 교점을 다른 한 직선이 지난다.
  - ⇒ 세 직선이 좌표평면을 여섯 부분으로 나눈다.

■ 다음 세 직선  $l_1, l_2, l_3$ 에 대하여  $l_1$ 과  $l_2$ 가 서로 수직이고  $l_1$ 과  $l_3$ 이 서로 평행할 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

1.  $l_1 : 2x + y + 1 = 0, l_2 : x + ay - 2 = 0,$   
 $l_3 : bx + (a+1)y - 4 = 0$

2.  $l_1 : ax + y + 3 = 0, l_2 : 2x + by - 1 = 0$   
 $l_3 : (b+3)x - y + 2 = 0$

3.  $l_1 : x - 3y + 2 = 0, l_2 : x + ay = 0,$   
 $l_3 : ax + by - 5 = 0$

4.  $l_1 : 2x - y + 1 = 0, l_2 : 2x + ay + 1 = 0,$   
 $l_3 : ax + by + 1 = 0$

■ 다음 세 직선  $l_1, l_2, l_3$ 에 대하여  $l_1$ 과  $l_2$ 가 서로 수직이고  $l_1$ 과  $l_3$ 이 서로 평행할 때, 상수  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

5.  $l_1 : x - ay + 3 = 0, l_2 : 4x + by + 7 = 0$   
 $l_3 : 2x - 2(b-3)y + 1 = 0$

6.  $l_1 : ax - y + 2 = 0, l_2 : bx - 3y - 4 = 0,$   
 $l_3 : (4-b)x - y + 3 = 0$

7.  $l_1 : x + ay + 1 = 0, l_2 : 3x + by + 1 = 0,$   
 $l_3 : x + (2-b)y - 1 = 0$

8.  $l_1 : y = ax + 1, l_2 : bx + 3y + 8 = 0$   
 $l_3 : y = (4-b)x - 1$

9.  $l_1 : x + ay + 1 = 0, l_2 : 2x - by + 1 = 0,$   
 $l_3 : x - (b-3)y - 1 = 0$

■ 다음 세 직선이 삼각형을 이루지 않도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

10.  $y = -x + 6, y = 3x - 2, y = kx$

11.  $y = -x, y = kx + 2, y = x - 2$

12.  $x - y + 1 = 0, 2x + y - 4 = 0, kx + y - 5 = 0$

13.  $y - x = 0, x + y - 2 = 0, 5x - ky - 15 = 0$

14.  $x - y = 0, x + y - 2 = 0, 3x - ky - 3 = 0$

15.  $x - y - 1 = 0, 3x + y - 7 = 0, kx + 2y + 1 = 0$

16.  $x - y + 2 = 0, 3x + y + 1 = 0, kx - y + 3 = 0$

17.  $x - y + 1 = 0, 2x - y - 1 = 0, kx - y - 11 = 0$

18.  $x + 2y = 0, x - y + 3 = 0, kx + y + k + 1 = 0$

19.  $x + y - 3 = 0, x - 2y + 3 = 0, 2x - ky + 1 = 0$

■ 다음 세 직선이 삼각형을 이루지 않도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 곱을 구하여라.

20.  $4x + y + 6 = 0, x + y - 3 = 0, ax + y + 1 = 0$

21.  $x + y = 0, x - y - 2 = 0, 5x + ay - 15 = 0$

22.  $2x + y + 1 = 0, x - 2y + 3 = 0, ax - y - 3 = 0$

23.  $2x + y + 3 = 0, 2x - y - 7 = 0, ax - 3y - 5 = 0$

24.  $x - 2y + 5 = 0, x + y - 4 = 0, x - ay + 8 = 0$

**02** / 두 직선의 교점을 지나는 방정식

(1) 방정식  $(ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$ 의 그래프는  
실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 두 직선  $ax+by+c=0$ ,  
 $a'x+b'y+c'=0$ 의 교점을 지나는 직선이다.

(2) 한 점에서 만나는 두 직선  $ax+by+c=0$ ,  
 $a'x+b'y+c'=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$\Rightarrow (ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$ (단,  $k$ 는 실수)

▣ 다음 직선이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 지나는  
점 P의 좌표를 구하여라.

25.  $(x+y+2)+k(3x+y-4)=0$

26.  $(4x+5y+1)+k(2x+3y-1)=0$

27.  $x-y-1+k(x+2y-4)=0$

28.  $(2k+1)x+(-k+1)y-2k-1=0$

29.  $2(k+2)x-(k+1)y+5k+3=0$

30.  $(2k+3)x+(k+2)y+2k-3=0$

31.  $(k-3)x+(3k+1)y+5k+5=0$

32.  $(3k+1)x-(k-1)y+8=0$

33.  $(k-1)x+(2k-1)y+k-3=0$

34.  $x+2y+4+k(3x-y-9)=0$

35.  $(k+1)x+(k-2)y-3=0$

36.  $kx+y+k-1=0$

37.  $kx+y+k+1=0$

38.  $(k-1)x+y=3k+3$

39.  $(k+1)x-(2k-1)y+k-1=0$

■ 다음 두 직선의 교점과 점 P를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

40.  $2x - 3y - 1 = 0, x + y - 3 = 0, P(1, 1)$

41.  $x + y + 4 = 0, 2x - y - 2 = 0, P(0, 0)$

42.  $2x + y - 4 = 0, 2x - 3y + 4 = 0, P(4, -1)$

43.  $x + y - 1 = 0, 3x + 2y - 6 = 0, P(1, 1)$

44.  $2x + y - 1 = 0, x + 2y - 2 = 0, P(1, 2)$

45.  $x + y + 1 = 0, x + 3y + 5 = 0, P(4, 1)$

46.  $3x + 2y - 6 = 0, 2x - y = 3, P(0, 1)$

47.  $2x + y + 1 = 0, x - 2y + 2 = 0, P(1, 1)$

48.  $x + y - 3 = 0, 2x - 3y - 1 = 0, P(3, 3)$

49.  $x + 2y + 5 = 0, -2x + y + 3 = 0, P(0, -2)$

50.  $3x - 2y + 3 = 0, x - 3y - 3 = 0, P(0, 0)$

51.  $2x - y - 1 = 0, x + 3y - 6 = 0, P(2, 2)$

52.  $x + 2y - 5 = 0, 2x - y - 5 = 0, P(1, -5)$

53.  $2x - y + 6 = 0, 2x + y = 0, P(0, 2)$

54.  $x - 2y - 1 = 0, x + 3y + 4 = 0, P(2, 5)$

55.  $x + y - 4 = 0, 2x - y + 1 = 0, P(2, -1)$

■ 다음 두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나고 직선  $m$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

56.  $l_1 : 3x + 2y - 1 = 0, l_2 : x + y - 1 = 0,$   
 $m : x - 2y + 4 = 0$

57.  $l_1 : 2x - y - 1 = 0, l_2 : x - 2y + 1 = 0$   
 $m : x - 2y + 1 = 0$

58.  $l_1 : x - y + 4 = 0, l_2 : 2x + y - 7 = 0$   
 $m : x - 3y + 1 = 0$

59.  $l_1 : -x + y - 5 = 0, l_2 : x + 2y - 1 = 0$   
 $m : 3x + y + 2 = 0$

60.  $l_1 : x - 2y + 2 = 0, l_2 : 2x + y - 6 = 0$   
 $m : 4x - 3y = 1$

■ 다음 두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나고 직선  $m$ 에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

61.  $l_1 : x + y + 2 = 0, l_2 : x + 2y - 3 = 0,$   
 $m : 2x + 3y - 2 = 0$

62.  $l_1 : 3x + y + 1 = 0, l_2 : x - 4y - 2 = 0,$   
 $m : x - 2y + 5 = 0$

63.  $l_1 : x - y - 1 = 0, l_2 : x - 2y + 1 = 0$   
 $m : 3x + y - 1 = 0$

64.  $l_1 : x + y + 1 = 0, l_2 : 2x - y - 1 = 0$   
 $m : 4x + 2y + 1 = 0$



## 정답 및 해설

1)  $a=-2, b=-2$

 $\Rightarrow l_1$ 과  $l_2$ 가 서로 수직이므로

$$2 \cdot 1 + 1 \cdot a = 0 \quad \therefore a = -2$$

 $l_1$ 과  $l_3$ 가 서로 평행하므로

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a+1} \neq \frac{1}{-4}$$

 $b=2a+2$ 에  $a=-2$ 를 대입하면  $b=-2$ 

2)  $a=3, b=-6$

 $\Rightarrow$  직선  $ax+y+3=0$ 이 직선  $2x+by-1=0$ 과 수직이므로  $a \cdot 2 + 1 \cdot b = 0 \quad \therefore 2a+b=0 \quad \dots \textcircled{A}$ 직선  $ax+y+3=0$ 이 직선  $(b+3)x-y+2=0$ 과

평행하므로  $\frac{a}{b+3} = \frac{1}{-1} \neq \frac{3}{2} \quad \therefore a+b=-3 \quad \dots \textcircled{B}$

 $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$ax+y+3=0 \quad \therefore a=3, b=-6$$

3)  $a=\frac{1}{3}, b=-1$

 $\Rightarrow l_1$ 과  $l_2$ 가 서로 수직이므로

$$1 \cdot 1 + (-3) \cdot a = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

 $l_1$ 과  $l_3$ 가 서로 평행하므로

$$\frac{1}{a} = \frac{-3}{b} \neq \frac{2}{-5}$$

 $b=-3a$ 에  $a=\frac{1}{3}$ 를 대입하면  $b=-1$ 

4)  $a=4, b=-2$

 $\Rightarrow l_1$ 과  $l_2$ 가 서로 수직이므로

$$2 \cdot 2 + (-1) \cdot a = 0 \quad \therefore a = 4$$

또,  $l_1$ 과  $l_3$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{2}{a} = \frac{-1}{b} \neq \frac{1}{1}$$

 $2b=-a$ 에  $a=4$ 를 대입하면  $b=-2$ 

5) 17

 $\Rightarrow$  직선  $x-ay+3=0$ 이 직선  $4x+by+7=0$ 과 수직이므로  $1 \cdot 4 + (-a) \cdot b = 0 \quad \therefore ab=4$ 직선  $x-ay+3=0$ 이 직선  $2x-2(b-3)y+1=0$ 

과 평행하므로  $\frac{1}{2} = \frac{-a}{-2(b-3)} \neq \frac{3}{1}$

$$-2b+6=-2a \quad \therefore a-b=-3$$

$$\therefore a^2+b^2=(a-b)^2+2ab \\ = (-3)^2+2 \cdot 4 = 17$$

6) 10

 $\Rightarrow$  직선  $l_1: ax-y+2=0$ 과 직선  $l_2: bx-3y-4=0$ 이 수직이므로

$$a \cdot b + (-1) \cdot (-3) = 0 \quad \therefore ab = -3 \quad \dots \textcircled{A}$$

또, 직선  $l_2: bx-3y-4=0$ 과 직선 $l_3: (4-b)x-y+3=0$ 이 평행하므로

$$\frac{b}{4-b} = \frac{-3}{-1} \neq \frac{-4}{3}$$

$$-b = -3(4-b) \quad \therefore b = 3$$

이를  $\textcircled{A}$ 에 대입하면  $a = -1$ 

$$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+3^2=10$$

7) 10

8) 10

 $\Rightarrow$  직선  $y=ax+1$ , 즉  $ax-y+1=0$ 이 직선 $bx+3y+8=0$ 과 수직이므로

$$ab+(-1) \cdot 3 = 0 \quad \therefore ab = 3$$

또, 직선  $y=ax+1$ 이 직선  $y=(4-b)x-1$ 과 평행하므로

$$a = 4-b \quad \therefore a+b = 4$$

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \\ = 4^2-2 \cdot 3 = 10$$

9) 5

 $\Rightarrow l_1, l_2$ 가 수직이므로  $2-ab=0, ab=2$ 

$$l_1, l_3 \text{는 평행하므로 } \frac{1}{1} = \frac{-b+3}{a} \neq \frac{-1}{1}$$

$$a = -b+3, a+b = 3$$

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=9-4=5$$

10) 4

11) -3

 $\Rightarrow$  주어진 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.(i)  $y=kx+2$ 가  $y=-x$  또는  $y=x-2$ 와 평행할 때  $k=-1$  또는  $k=1$ (ii)  $y=kx+2$ 가  $y=-x$ 와  $y=x-2$ 의 교점을 지날 때 $y=-x, y=x-2$ 를 연립하여 풀면

$$-x = x-2, -2x = -2$$

$$\therefore x=1, y=-1$$

즉, 직선  $y=kx+2$ 가 두 직선  $y=-x$ 와  $y=x-2$ 의 교점  $(1, -1)$ 을 지나려면  $-1=k+2 \quad \therefore k=-3$ (i), (ii)에서 모든 실수  $k$ 의 값의 합은

$$-1+1+(-3)=-3$$

12) 4

 $\Rightarrow$  (i) 두 직선이 평행할 때두 직선  $x-y+1=0, kx+y-5=0$ 이 평행할 때

$$\frac{k}{1} = \frac{1}{-1} \neq \frac{-5}{1} \quad \therefore k = -1$$

두 직선  $2x+y-4=0, kx+y-5=0$ 이 평행할 때

$$\frac{k}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{-5}{-4} \quad \therefore k = 2$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때

두 직선  $x-y+1=0, 2x+y-4=0$ 의 교점  $(1, 2)$ 가 직선  $kx+y-5=0$  위의 점이어야 하므로

$$k+2-5=0 \quad \therefore k=3$$

$$\therefore k \text{의 값의 합은 } (-1)+2+3=4$$

13) -10

$$\Rightarrow -x+y=0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$x+y-2=0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$5x-ky-15=0 \quad \cdots \textcircled{C}$$

이라 하면 직선  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{B}$ 은 평행하지 않다.

(i) 두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{-k} \neq \frac{-2}{-15} \quad \therefore k=-5$$

(ii) 두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{-1}{5} = \frac{1}{-k} \neq \frac{0}{-15} \quad \therefore k=5$$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면  $x=1, y=1$ 이므로 직선  $\textcircled{C}$ 이 점  $(1,1)$ 을 지나야 한다.

$$\text{즉, } 5-k-15=0 \quad \therefore k=-10$$

(i),(ii),(iii)에서 모든 실수  $k$ 의 값의 합은

$$-5+5+(-10)=-10$$

14) 0

$$\Rightarrow x-y=0 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad x+y-2=0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

는 기울기가 다르므로 한 점에서 만나는 직선이다.

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면  $x=1, y=1$ 이므로 교점의 좌표는  $(1,1)$ 이다.

$$3x-ky-3=0 \quad \cdots \textcircled{C} \text{ 이라 두면}$$

(i)  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{C}$ 의 기울기가 같을 때,

$$1 = \frac{3}{k} \quad \therefore k=3$$

(ii)  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{C}$ 의 기울기가 같을 때,

$$-1 = \frac{3}{k} \quad \therefore k=-3$$

(iii)  $\textcircled{C}$ 이  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 의 교점을 지날 때,  $x=1, y=1$ 를

$$3x-ky-3=0 \text{에 대입하면 } 3-k-3=0 \quad \therefore k=0$$

따라서 구하는  $k$ 의 값은  $3, -3, 0$  이므로  $k$ 의 값의 합은 0이다.

15)  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow x-y-1=0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$3x+y-7=0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$kx+2y+1=0 \quad \cdots \textcircled{C}$$

이라 하면 직선  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{B}$ 은 평행하지 않다.

(i) 두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{3}{k} = \frac{1}{2} \neq \frac{-7}{1} \quad \therefore k=6$$

(ii) 두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{k} = \frac{-1}{2} \neq \frac{-1}{1} \quad \therefore k=-2$$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면  $x=2, y=1$ 이므로 직선  $\textcircled{C}$ 이 점  $(2,1)$ 을 지나야 한다.

$$\text{즉, } 2k+2+1=0 \quad \therefore k=-\frac{3}{2}$$

(i),(ii),(iii)에서 모든 실수  $k$ 의 값의 합은

$$6-2-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

16)  $\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow x-y+2=0 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad 3x+y+1=0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

는 기울기가 다르므로 한 점에서 만나는 직선이다.

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면  $x=-\frac{3}{4}, y=\frac{5}{4}$ 이므로 교

점의 좌표는  $(-\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$ 이다.

$$kx-y+3=0 \quad \cdots \textcircled{C} \text{ 이라 두면}$$

(i)  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{C}$ 의 기울기가 같을 때,  $1=k$

(ii)  $\textcircled{A}$ 과  $\textcircled{C}$ 의 기울기가 같을 때,  $-3=k$

(iii)  $\textcircled{C}$ 이  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 의 교점을 지날 때,

$$x=-\frac{3}{4}, y=\frac{5}{4} \text{를 } kx-y+3=0 \text{에 대입하면}$$

$$-\frac{3}{4}k-\frac{5}{4}+3=0 \quad \therefore k=\frac{7}{3}$$

따라서 구하는  $k$ 의 값은  $1, -3, \frac{7}{3}$  이므로  $k$ 의

값의 합은  $\frac{1}{3}$ 이다.

17) 10

$\Rightarrow$  삼각형을 만들 수 없으려면 평행이거나 한 점에서 만난다.

(1)평행할 때  $k=1,2$

(2)(2,3)을 지날 때

$$2k-3-11=0 \quad \therefore k=7$$

모든  $k$ 값의 합은 10이다.

18)  $\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow x+2y=0 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad x-y+3=0 \quad \cdots \textcircled{B},$$

$$kx+y+k+1=0 \quad \cdots \textcircled{C} \text{이라 하자}$$

(i) 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 은 평행하지 않으므로

$\textcircled{A}$  두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{k} = \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{k+1} \quad \therefore k=-1$$

$\textcircled{B}$  두 직선  $\textcircled{B}$ ,  $\textcircled{C}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{1} \neq \frac{0}{k+1} \quad \therefore k=\frac{1}{2}$$

(ii)세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$$\textcircled{A}-\textcircled{B} \text{을 하면 } 3y-3=0 \quad \therefore y=1, x=-2$$

즉, 직선  $\textcircled{C}$ 이 두 직선  $\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 의 교점  $(-2,1)$ 을 지나려면  $-2k+1+k+1=0 \quad \therefore k=2$

(i),(ii)에서 모든 실수  $k$ 의 값의 합은

$$-1+\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}$$

19)  $\frac{7}{2}$

20)  $\frac{28}{3}$

21) 250

⇒ 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 때는 다음과 같다.

(i) 두 직선이 평행할 때,

세 직선의 기울기는 각각  $-1$ ,  $1$ ,  $-\frac{5}{a}$  이므로

$$-\frac{5}{a} = -1 \text{ 일 때, } a = 5$$

$$-\frac{5}{a} = 1 \text{ 일 때, } a = -5$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

$x+y=0$ ,  $x-y-2=0$ 을 연립하여 풀면,

$$x=1, y=-1$$

두 직선의 교점  $(1, -1)$ 을 직선  $5x+ay-15=0$ 에 대입하면,  $5-a-15=0$ ,  $a=-10$

$a$ 의 값의 곱은  $5 \times (-5) \times (-10) = 250$

22) 4

⇒ 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 경우 다음과 같다.

(i) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

$2x+y+1=0$ ,  $x-2y+3=0$ 를 연립하여 풀면  
 $x=-1$ ,  $y=1$

점  $(-1, 1)$ 을  $ax-y-3=0$ 에 대입하면

$$-a-1-3=0 \quad \therefore a=-4$$

(ii) 두 직선이 평행할 때,

두 직선  $2x+y+1=0$ 과  $ax-y-3=0$ 이 평행할

$$\text{때 } \frac{a}{2} = \frac{-1}{1} \neq \frac{-3}{1} \quad \therefore a=-2$$

두 직선  $x-2y+3=0$ 과  $ax-y-3=0$ 이 평행할

$$\text{때 } \frac{a}{1} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{-3}{3} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  모든  $a$ 의 값의 곱은  $(-4) \times (-2) \times \frac{1}{2} = 4$

23) 360

⇒ 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 때는 다음과 같다.

(i) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

$$\begin{cases} 2x+y+3=0 \cdots \textcircled{1} \\ 2x-y-7=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{를 하면}$$

$$4x-4=0, x=1, y=-5$$

점  $(1, -5)$ 를  $ax-3y-5=0$ 에 대입하면

$$a+15-5=0 \quad \therefore a=-10$$

(ii) 두 직선이 평행할 때,

두 직선  $ax-3y-5=0$ 과  $2x+y+3=0$ 이 평행할

$$\text{때 } \frac{a}{2} = \frac{-3}{1} \neq \frac{-5}{2} \quad \therefore a=-6$$

두 직선  $ax-3y-5=0$ 과  $2x-y-7=0$ 이 평행할

$$\text{때 } \frac{a}{2} = \frac{-3}{-1} \neq \frac{-5}{-7} \quad \therefore a=6$$

$\therefore$  모든  $a$ 의 값의 곱은  $(-10) \times (-6) \times 6 = 360$

24) -6

$$\Rightarrow x-2y+5=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$x+y-4=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$x-ay+8=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{9}$$

이라 하면 직선  $\textcircled{7}$ 과  $\textcircled{8}$ 은 평행하지 않다.

(i) 두 직선  $\textcircled{8}$ ,  $\textcircled{9}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{-a} \neq \frac{-4}{8} \quad \therefore a=-1$$

(ii) 두 직선  $\textcircled{7}$ ,  $\textcircled{9}$ 이 평행한 경우

$$\frac{1}{1} = \frac{-2}{-a} \neq \frac{5}{8} \quad \therefore a=2$$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$\textcircled{7}$ ,  $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면  $x=1$ ,  $y=3$ 이므로 직선

$\textcircled{9}$ 이 점  $(1, 3)$ 을 지나야 한다.

$$\text{즉, } 1-3a+8=0 \quad \therefore a=3$$

(i), (ii), (iii)에서 모든 실수  $a$ 의 값의 곱은

$$(-1) \cdot 2 \cdot 3 = -6$$

25) P(3, -5)

⇒ 직선  $x+y+2+k(3x+y-4)=0$ 이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x+y+2=0, 3x+y-4=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=3$ ,  $y=-5$

따라서 주어진 직선은 항상 점  $(3, -5)$ 를 지난다.

26) P(-4, 3)

⇒  $4x+5y+1=0, 2x+3y-1=0$ 을 연립하여 풀면

$$x=-4, y=3 \quad \therefore P(-4, 3)$$

27) P(2, 1)

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \cdots \textcircled{1} \\ x+2y-4=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \text{를 하면, } 3x-6=0 \quad \therefore x=2, y=1$$

$$\therefore P(2, 1)$$

28) P(1, 0)

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(2x-y-2)k+x+y-1=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$2x-y-2=0, x+y-1=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=1, y=0 \quad \therefore P(1, 0)$

29) P(1, 7)

$$\Rightarrow 2(k+2)x-(k+1)y+5k+3=0$$

$$(2x-y+5)k+(4x-y+3)=0$$

$$\therefore 2x-y+5=0 \cdots \textcircled{1}, 4x-y+3=0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{을 하면, } 2x-2=0, x=1, y=7$$

$$\therefore P=(1, 7)$$

30) P(-7, 12)

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면



$$(3x+2y-3)+k(2x+y+2)=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$3x+2y-3=0, 2x+y+2=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=-7, y=12$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(-7, 12)$ 이다.

31)  $P(1, -2)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(-3x+y+5)+k(x+3y+5)=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$-3x+y+5=0, x+3y+5=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=1, y=-2$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(1, -2)$ 이다.

32)  $P(-2, -6)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x+y+8)+k(3x-y)=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x+y+8=0, 3x-y=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=-2, y=-6$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(-2, -6)$ 이다.

33)  $P(-5, 2)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(-x-y-3)+k(x+2y+1)=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$-x-y-3=0, x+2y+1=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=-5, y=2$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(-5, 2)$ 이다.

34)  $P(2, -3)$

⇒ 주어진 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x+2y+4=0, 3x-y-9=0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면  $x=2, y=-3$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(2, -3)$

35)  $P(1, -1)$

⇒

주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x-2y-3)+k(x+y)=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x-2y-3=0, x+y=0$$

두 식을 연립하여 풀면  $x=1, y=-1$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(1, -1)$ 이다.

36)  $P(-1, 1)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x+1)k+y-1=0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x+1=0, y-1=0 \therefore x=-1, y=1$$

따라서 구하는 점의 좌표는  $P(-1, 1)$ 이다.

37)  $P(-1, -1)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x+1)k+y+1=0 \text{ 이므로}$$

$$x+1=0, y+1=0 \therefore x=-1, y=-1$$

$$\therefore P(-1, -1)$$

38)  $P(3, 6)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x-3)k-x+y-3=0 \text{ 이므로}$$

$$x-3=0, -x+y-3=0 \therefore x=3, y=6$$

$$\therefore P(3, 6)$$

39)  $P\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⇒ 주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(x-2y+1)k+x+y-1=0 \text{ 이므로}$$

$$x-2y+1=0, x+y-1=0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } x=\frac{1}{3}, y=\frac{2}{3}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

40)  $y=1$

⇒ 직선  $2x-3y-1+k(x+y-3)=0$  ( $k$ 는 실수)은

점  $P(1, 1)$ 을 지나므로

$$2-3-1+k(1+1-3)=0$$

$$-k=2 \therefore k=-2$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$2x-3y-1-2(x+y-3)=0$$

$$-5y+5=0 \therefore y=1$$

41)  $5x-y=0$

⇒ 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x+y+4)+k(2x-y-2)=0 (k \text{는 실수})$$

이 직선이 원점을 지나므로

$$4-2k=0 \therefore k=2$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(x+y+4)+2(2x-y-2)=0$$

$$\therefore 5x-y=0$$

42)  $x+y-3=0$

⇒ 직선  $2x+y-4+k(2x-3y+4)=0$  ( $k$ 는 실수)은

점  $P(4, -1)$ 을 지나므로

$$8-1-4+k(8+3+4)=0$$

$$15k=-3 \therefore k=-\frac{1}{5}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$2x+y-4-\frac{1}{5}(2x-3y+4)=0$$

$$10x+5y-20-2x+3y-4=0$$

$$8x+8y-24=0$$

$$\therefore x+y-3=0$$

43)  $4x+3y-7=0$

⇒ 두 직선  $x+y-1=0, 3x+2y-6=0$ 의 교점을 지

나는 직선의 방정식은

$$3x+2y-6+k(x+y-1)=0 \cdots \textcircled{1} \text{이다.}$$

점 (1, 1)을 ①에 대입하면  $-1+k=0$ ,  $k=1$   
 $\therefore k=1$ 을 ①에 대입하면  $4x+3y-7=0$

44)  $x-y+1=0$

$\Rightarrow$  두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $(2x+y-1)+k(x+2y-2)=0$  ( $k$ 는 실수)  
 이 직선이 점 P(1,2)를 지나므로  
 $(2+2-1)+k(1+4-2)=0 \quad \therefore k=-1$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $(2x+y-1)-(x+2y-2)=0$   
 $2x+y-1-x-2y+2=0$   
 $\therefore x-y+1=0$

45)  $-x+y+3=0$

$\Rightarrow$  교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $x+3y+5+k(x+y+1)=0 \dots (1)$ 이고 점 (4,1)을  
 대입하면  $12+6k=0$ 이고  $k=-2$ 이다. (1)의 식에  
 $k$ 를 대입하면 교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $-x+y+3=0$ 이다.

46)  $x+3y-3=0$

$\Rightarrow$  두 직선  $3x+2y-6=0$ ,  $2x-y=3$ 의 교점을 지나는  
 직선의 방정식을  
 $3x+2y-6+k(2x-y-3)=0$  ( $k$ 는 실수)라고 하  
 면 이 직선은 점 P(0,1)을 지나므로  
 $2-6+k(-1-3)=0$   
 $-4k=4 \quad \therefore k=-1$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $3x+2y-6-(2x-y-3)=0$   
 $\therefore x+3y-3=0$

47)  $2x-9y+7=0$

$\Rightarrow$  두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $(2x+y+1)+k(x-2y+2)=0 \dots ①$ 이다.  
 점 (1, 1)을 ①에 대입하면,  $4+k=0$ ,  $k=-4$   
 $\therefore k=-4$ 를 ①에 대입하면  
 $2x+y+1-4x+8y-8=0$   
 $\therefore 2x-9y+7=0$

48)  $2x-y-3=0$

$\Rightarrow$  두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $(x+y-3)+k(2x-3y-1)=0$  ( $k$ 는 실수)  
 이 직선이 점 P(3,3)을 지나므로  
 $(3+3-3)+k(2\cdot3-3\cdot3-1)=0 \quad \therefore k=\frac{3}{4}$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $(x+y-3)+\frac{3}{4}(2x-3y-1)=0$   
 $\therefore 2x-y-3=0$

49)  $3x+y+2=0$

$\Rightarrow$  직선  $x+2y+5+k(-2x+y+3)=0$  ( $k$ 는 실수)은  
 점 P(0, -2)를 지나므로  
 $-4+5+k(-2+3)=0 \quad \therefore k=-1$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x+2y+5-(-2x+y+3)=0$$

$$x+2y+5+2x-y-3=0 \quad \therefore 3x+y+2=0$$

50)  $4x-5y=0$

$\Rightarrow$  주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을  
 $3x-2y+3+k(x-3y-3)=0$  ( $k$ 는 실수)  $\dots ①$ 으로  
 놓으면 이 직선이 점 P(0, 0)를 지나므로  
 $3-3k=0 \quad \therefore k=1$   
 $k=1$ 을 ①에 대입하면  
 $3x-2y+3+(x-3y-3)=0$   
 $\therefore 4x-5y=0$

51)  $3x-5y+4=0$

$\Rightarrow$  직선  $2x-y-1+k(x+3y-6)=0$  ( $k$ 는 실수)은  
 점 P(2, 2)를 지나므로  
 $4-2-1+k(2+6-6)=0$   
 $2k=-1 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $2x-y-1-\frac{1}{2}(x+3y-6)=0$   
 $4x-2y-2-x-3y+6=0$   
 $\therefore 3x-5y+4=0$

52)  $3x-y-8=0$

53)  $2x+3y-6=0$

$\Rightarrow$  두 직선  $2x-y+6=0$ ,  $2x+y=0$ 을 지나는 직선  
 의 방정식은  $2x-y+6+k(2x+y)=0 \dots ①$ 이다.  
 점 (0, 2)를 지나므로  $-2+6+2k=0$ ,  $k=-2$   
 $k=-2$ 를 ①에 대입하면,  
 $2x-y+6-2(2x+y)=0 \quad \therefore 2x+3y-6=0$

54)  $2x-y+1=0$

$\Rightarrow x-2y-1=0$ ,  $x+3y+4=0$ 을 연립하여 풀면  
 $x=-1$ ,  $y=-1$   
 $\therefore$  두 점  $(-1, -1)$ ,  $(2, 5)$ 를 지나는 직선의 방  
 정식은  $y+1=\frac{5+1}{2+1}(x+1) \quad \therefore 2x-y+1=0$ 이다.

55)  $4x+y-7=0$

$\Rightarrow$  두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은  
 $(x+y-4)+k(2x-y+1)=0$  ( $k$ 는 실수)  
 이 직선이 점 P(2, -1)을 지나므로  
 $(2-1-4)+k(4+1+1)=0 \quad \therefore k=\frac{1}{2}$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $(x+y-4)+\frac{1}{2}(2x-y+1)=0$   
 $2x+2y-8+2x-y+1=0$   
 $\therefore 4x+y-7=0$

56)  $2x+y=0$

$\Rightarrow$  두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(3x+2y-1)+k(x+y-1)=0(k\text{는 실수})$$

$$\therefore (k+3)x+(k+2)y-k-1=0 \dots \textcircled{7}$$

이 직선이  $x-2y+4=0$ 과 수직이므로

$$(k+3) \cdot 1 + (k+2) \cdot (-2) = 0 \quad \therefore k = -1$$

$k = -1$ 을  $\textcircled{7}$ 에 대입하면  $2x+y=0$

$$57) 2x+y-3=0$$

$\Rightarrow$  두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2x-y-1)+k(x-2y+1)=0(k\text{는 실수})$$

$$\therefore (k+2)x-(2k+1)y+k-1=0 \dots \textcircled{7}$$

이 직선이  $x-2y+1=0$ 과 수직이므로

$$(k+2) \cdot 1 - (2k+1) \cdot (-2) = 0$$

$$k+2+4k+2=0 \quad \therefore k = -\frac{4}{5}$$

$k = -\frac{4}{5}$ 를  $\textcircled{7}$ 에 대입하여 정리하면  $2x+y-3=0$

$$58) 3x+y-8=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $x-y+4=0$ ,  $2x+y-7=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$x-y+4+k(2x+y-7)=0 (k\text{는 실수})\text{라고 하면}$$

$$(2k+1)x+(k-1)y-7k+4=0 \dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 은 직선  $x-3y+1=0$ 에 수직이므로

$$(2k+1) \cdot 1 + (k-1) \cdot (-3) = 0$$

$$2k+1-3k+3=0 \quad \therefore k = 4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-y+4+4(2x+y-7)=0$$

$$\therefore 3x+y-8=0$$

$$59) x-3y+9=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $-x+y-5=0$ ,  $x+2y-1=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$-x+y-5+k(x+2y-1)=0 (k\text{는 실수})\text{라고 하면}$$

$$(-1+k)x+(1+2k)y-5-k=0 \dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 은 직선  $3x+y+2=0$ 에 수직이므로

$$(-1+k) \cdot 3 + (1+2k) \cdot 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$-x+y-5+\frac{2}{5}(x+2y-1)=0 \quad \therefore x-3y+9=0$$

$$60) 3x+4y-14=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x-2y+2)+k(2x+y-6)=0(k\text{는 실수})$$

$$\therefore (2k+1)x+(k-2)y-6k+2=0 \dots \textcircled{7}$$

이 직선이  $4x-3y=1$ 과 수직이므로

$$(2k+1) \cdot 4 + (k-2) \cdot (-3) = 0 \quad \therefore k = -2$$

$k = -2$ 를  $\textcircled{7}$ 에 대입하면  $3x+4y-14=0$

$$61) 2x+3y-1=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x+y+2)+k(x+2y-3)=0(k\text{는 실수})$$

$$\therefore (k+1)x+(2k+1)y-3k+2=0 \dots \textcircled{7}$$

이 직선이  $2x+3y-2=0$ 과 평행하므로

$$\frac{k+1}{2} = \frac{2k+1}{3} \neq \frac{-3k+2}{-2}$$

$$3k+3=4k+2 \quad \therefore k=1$$

$k=1$ 을  $\textcircled{7}$ 에 대입하면  $2x+3y-1=0$

$$62) 13x-26y-12=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $l_1, l_2$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(3x+y+1)+k(x-4y-2)=0(k\text{는 실수})$$

$$\therefore (k+3)x+(1-4k)y-2k+1=0 \dots \textcircled{7}$$

이 직선이  $x-2y+5=0$ 과 평행하므로

$$\frac{k+3}{1} = \frac{1-4k}{-2} \neq \frac{-2k+1}{5}$$

$$-2k-6=1-4k \quad \therefore k = \frac{7}{2}$$

$k = \frac{7}{2}$ 을  $\textcircled{7}$ 에 대입하면  $13x-26y-12=0$

$$63) 3x+y-11=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $x-y-1=0$ ,  $x-2y+1=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$x-y-1+k(x-2y+1)=0(k\text{는 실수})\text{라고 하면}$$

$$(1+k)x-(1+2k)y-(1-k)=0 \dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 이 직선  $3x+y-1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1+k}{3} = \frac{-1-2k}{1} \neq \frac{-1+k}{1} \quad \therefore k = -\frac{4}{7}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-y-1-\frac{4}{7}(x-2y+1)=0$$

$$\therefore 3x+y-11=0$$

$$64) 2x+y+1=0$$

$\Rightarrow$  두 직선  $x+y+1=0$ ,  $2x-y-1=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$x+y+1+k(2x-y-1)=0(k\text{는 실수})\text{라고 하면}$$

$$(1+2k)x+(1-k)y+1-k=0 \dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 이 직선  $4x+2y+1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1+2k}{4} = \frac{1-k}{2} \neq \frac{1-k}{1}$$

$$\frac{1+2k}{4} = \frac{1-k}{2} \text{에서 } k = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x+y+1+\frac{1}{4}(2x-y-1)=0$$

$$\therefore 2x+y+1=0$$