# [영역] 5.기하



### 5-5-4.정다각형의 내각, 외각의 크기



- ◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
- 1) 제작연월일 : 2016-10-25
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

# 계산시 참고사항

### 1. 정다각형의 대각선의 개수

- 1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수  $\Rightarrow$  (n-3)개
- 2) n각형의 대각선의 총 개수  $\Rightarrow \frac{n(n-3)}{2}$ 개

## 2. 정다각형의 내각과 외각

- 1) 정다각형의 한 내각의 크기  $\Rightarrow$   $\frac{(내각의 크기의 합)}{n} = \frac{180\,^\circ \times (n-2)}{n}$
- 2) 정다각형의 한 외각의 크기  $\Rightarrow$   $\frac{(외각의 크기의 합)}{n} = \frac{360^{\circ}}{n}$
- : 삼각형 ABC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.



 $\odot$  n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그 어 만들어지는 삼각형의 개수

: (n-2)개

# 정다각형의 대각선의 개수

- ☑ 다음 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 대각선의 총 개수를 각각 구하여라.
- 1 정오각형
- 2. 정십각형
- 3. 정십이각형
- 정십오각형 4.
- 5. 정십구각형

- ☑ 다음 물음에 알맞은 각의 크기를 구하여라.
- 6. 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수가 7개인 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 차례로 구하여라.
- 7. 대각선의 총수가 20개인 정다각형의 한 내각의 크기를 구 하여라.
- 8. 대각선의 총 개수가 35개인 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.
- 9. 대각선의 개수가 20개, 35개인 두 정다각형에서 한 내각의 크기의 차를 구하여라.



(

)

다음	묵은에	답하여라.
-1 -	2 ~ ~ "	H 91 9191.

- 10. 한 내각의 크기가  $108\,^{\circ}$ 인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.
- 11. (한 내각의 크기): (한 외각의 크기)=4: **인 정다각형** 의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하여라.
- 12. (한 내각의 크기): (한 외각의 크기)=5: **인 정다각형** 의 대각선의 총 개수를 구하여라.
- 13. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 9:1인 정다각형의 대각 선의 총 개수를 구하여라.
- 14. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 3:2인 정다각형의 한 꼭 지점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하여라.
- 15. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 7:2인 정다각형의 대각선의 총 개수를 구하여라.
- 16. 한 내각의 크기가 한 외각의 크기보다 144°만큼 큰 정다각 형의 대각선의 개수를 구하여라.

# B

#### 정다각형의 내각과 외각의 크기

- ☐ 다음은 정다각형에 대한 설명이다. 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표 하고, 잘못된 설명은 바르게 고쳐라.
- 17. 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이다.
- 18. **정사각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 서로 같다.** ( )
- 19. 정다각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 서로 같다. ( )
- 20. 내각의 크기의 합이  $1440\,^{\circ}$ 인 정다각형의 한 내각의 크기 는  $144\,^{\circ}$ 이다.
- 21. 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수가 5개인 정다각형의 한 내각의 크기는  $108\degree$ 이다.
- 22.한 외각의 크기가 24°인 정다각형의 대각선의 총 개수는<br/>12개이다.( )
- 23. 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 3:2인 정다각형은 정육 각형이다. ( )
- 24. 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합을 모두 더하였더니  $2160\,^\circ$ 가 되는 정다각형의 한 외각의 크기는  $30\,^\circ$ 이다.

#### 25. 다음 표를 완성하여라.

	정사각형	정육각형	정팔각형	 정 $n$ 각형
내각의 크기의 합	360 °			
외각의 크기의 합	360 °			
한 내각의 크기	90°			
한 외각의 크기	90°			

# ☑ 다음 조건을 만족하는 정다각형의 이름을 말하여라.

- 26. 한 내각의 크기가 60°인 정다각형
- 27. 한 내각의 크기가 144°인 정다각형
- 28. 한 외각의 크기가 90°인 정다각형
- 29. 한 외각의 크기가 60°인 정다각형
- 30. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 3:1인 정다각형
- 31. 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 7:2인 정다각형

☑ 다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

- 32. 정삼각형
- 33. 정오각형
- 34. 정육각형
- 35. **정팔각형**
- 36. 정구각형
- 37. 정십오각형
- 38. 정이십각형

☑ 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

- 39. **정오각형**
- 40. 정육각형
- 41. 정구각형
- 42. 정십이각형
- 43. 정십팔각형
- 44. 정이십각형

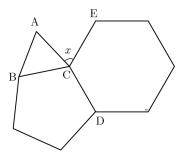
☑ 한 외각의 크기가 다음과 같은 정다각형을 구하여라.

- 45.  $72\degree$
- 46.  $60\degree$
- 47. 40°
- 48.  $20^{\circ}$
- 49. 18°

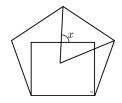
☑ 한 내각의 크기가 다음과 같은 정다각형을 구하여라.

- 50. 90°
- 51. 135 °
- 52. 144 °
- 53. 150 °
- 54.  $156\,^\circ$

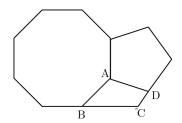
☑ 다음 그림은 한 변의 길이가 같은 정삼각형, 정오각형, 정육 각형을 한 꼭짓점 ○에서 만나도록 붙여 놓은 것이다. 물음 에 답하여라.



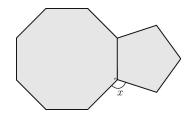
- 55. ∠ACB, ∠BCD, ∠DCE의 크기를 각각 구하여라.
- 56. ∠ x의 크기를 구하여라.
- ☑ 다음 물음에 답하여라.
- 57. 다음 그림과 같이 정오각형의 내부에 정삼각형과 정사각형 을 그렸을 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



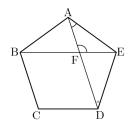
58. 다음 그림은 한 변의 길이가 같은 정팔각형과 정오각형이 다. 두 도형의 한 변의 연장선이 만나서 이루는 각 BCD의 크기를 구하여라.



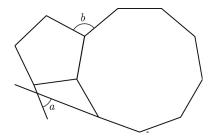
59. 한 변의 길이가 같은 정팔각형과 정오각형을 변끼리 이어 붙였을 때, ∠ x의 크기를 구하여라.



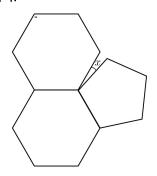
60. 정오각형 ABCDE에서 ∠EAD+∠AFE의 크기를 구하여 라.



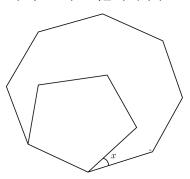
61. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 같은 정오각형과 정구각 형을 붙여 놓았을 때,  $\angle a + \angle b$ 의 값을 구하여라.



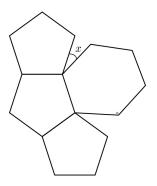
62. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 서로 같은 정육각형 2개 와 정오각형 1개가 한 꼭짓점에서 만나도록 붙일 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



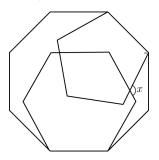
63. 그림은 한 변의 길이가 서로 같은 정오각형과 정팔각형을 그린 것이다. 이 때  $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



64. 정오각형과 정육각형으로 되어 있는 축구공의 전개도의 일 부분이다. ∠ x의 크기를 구하여라.



65. 다음 그림과 같이 정팔각형의 내부에 정육각형과 정오각형 을 그렸을 때,  $\angle x$ 의 크기는를 구하여라.(단, 세 정다각형의 한 변의 길이는 같다.)





# 정답 및 해설

- 1) 2개, 5개
- 2) 7개, 35개
- 3) 9개, 54개
- 4) 1274, 9074
- 5) 16개, 152개
- 6) 144°, 36°
- $\Rightarrow$  구하는 정다각형을 정 n각형이라 하면 n-3=7  $\therefore n=10$ 따라서 정십각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180^{\circ} \times (10-2)}{10} = 144^{\circ}$ 한 외각의 크기는  $\frac{360^{\circ}}{10}$ =36°
- 7) 135 °
- $\Rightarrow$  정n각형이라고 할 때  $\frac{n \times (n-3)}{2} = 20$  $n \times (n-3) = 40 = 8 \times 5$  이므로 n=8정팔각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180 \times (8-2)}{8} = 135^{\circ}$
- 8) 36°
- 9) 9°
- $\Rightarrow$  n 각형의 대각선의 개수는  $\frac{n(n-3)}{2}$  = 20, n(n-3) = 40 = 8×5 에서 n = 8 m 각형의 대각선의 개수는  $\frac{m(m-3)}{2}$ =35,  $m(m-3)=70=10\times7$  에서 m=10한 내각의 크기의 차는  $\frac{180° \times (10-2)}{10} - \frac{180° \times (8-2)}{8}$ = 144  $^{\circ} - 135$   $^{\circ}$

 $=9^{\circ}$ 

- $\Rightarrow \frac{180^{\circ} \times (n-2)}{n} = 108^{\circ}$ 180  $^{\circ} \times n - 360 \,^{\circ} = 108 \,^{\circ} \times n$  $72^{\circ} \times n = 360^{\circ}$   $\therefore n = 5$  $\therefore$ (정오각형의 대각선의 총 개수)= $\frac{5\times(5-3)}{2}$ =5(개)
- 11) 7개
- $\Rightarrow$  정n각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이

- $180\,^{\circ}$  이므로 한 외각의 크기는  $\frac{1}{5} \times 180\,^{\circ} = 36\,^{\circ}$
- 이때 정n각형의 한 외각의 크기가  $\dfrac{360}{n}$   $^{\circ}=36$  이므로 n=10 에서 이 도형은 정십각형이다.

정십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 는 10-3=7개다.

- 12) 54개
- 13) 170개
- $\Rightarrow$  정n각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이  $180^{\circ}$ 이므로 한 외각의 크기는  $180^{\circ} \times \frac{1}{10} = 18^{\circ}$

이고 
$$18^{\circ} = \frac{360}{n}^{\circ}$$
 에서  $n=20$  이므로

정이십각형의 대각선의 총 개수는  $\frac{20 \times 17}{2} = 170$ 개다.

- 14) 2개
- $\Rightarrow$  정n각형의 한 외각의 크기는  $180^{\circ} \times \frac{2}{5} = 72^{\circ}$ 이고  $\frac{360}{}$ =72 에서 n=5

정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 = 5 - 3 = 2 개

- 15) 27 개
- $\Rightarrow$  정 n각형이라 할 때  $\frac{180\,^{\circ}\, imes(n-2)}{n}: \frac{360\,^{\circ}}{n}=7:$  2이므로 (n-2):2=7:2n-2=7  $\therefore n=9$ 정구각형의 대각선의 총 개수는  $\frac{9 \times (9-3)}{2} = 27(7)$
- 16) 170개
- ⇒ 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같아야 정 다각형이다. (거짓)
- 18) ()
- ⇒ 정사각형의 내각의 크기와 외각의 크기는 90°로 같다.
- 19) ×
- ⇒ 정사각형을 제외한 모든 정다각형의 내각의 크기와 외 각의 크기는 서로 다르다. (거짓)
- $\Rightarrow$  (정n각형의 내각의 크기의 합)= $180^{\circ} \times (n-2)$  $180^{\circ} \times (n-2) = 1440^{\circ}$ ,  $180^{\circ} \times n - 360^{\circ} = 1440^{\circ}$  $180^{\circ} \times n = 1800^{\circ}$  $\therefore n = 10$

∴(정십각형의 한 내각의 크기)=  $\frac{1440\degree}{10}$ =144°

- 21) ×, 5개→2개 또는 108°→135°
- =n-30|므로 n-3=5  $\therefore n=8$ : (정팔각형의 한 내각의 크기)  $=\frac{180^{\circ}\times(8-2)}{8}=135^{\circ}$
- 22) ×. 12개→90개
- $\Rightarrow$  (정n각형의 한 외각의 크기)= $\frac{360^{\circ}}{r}$ 이므로  $\frac{360^{\circ}}{n} = 24^{\circ}$ ,  $24^{\circ} \times n = 360^{\circ}$   $\therefore n = 15$ : (정십오각형의 대각선의 총 개수)  $=\frac{15\times(15-3)}{2}=90(71)$
- 23) ×, 3:2→2:1 또는 정육각형→정오각형  $\Rightarrow$  (한 내각)=3x, (한 외각)=2x라고 하면 3x + 2x = 180°  $\therefore x = 36$ ° 따라서 (한 외각의 크기)=72°  $\frac{360^{\circ}}{n} = 72^{\circ}, 72^{\circ} \times n = 360^{\circ} \qquad \therefore n = 5$
- 24) ()
- $\Rightarrow$  180° × (n-2) + 360° = 2160°,  $180^{\circ} \times (n-2) = 1800^{\circ}, n-2 = 10$   $\therefore n = 12$  $∴ (정십이각형의 한 외각의 크기) = \frac{360^{\circ}}{12} = 30^{\circ}$
- 25) 내각의 크기의 합:  $720^{\circ}$ ,  $1080^{\circ}$ ,  $180^{\circ} \times (n-2)$

외각의 크기의 합: 360°, 360°, 360°

한 내각의 크기 :  $120\,^{\circ}$ ,  $135\,^{\circ}$ ,  $\frac{180\,^{\circ} \times (n-2)}{n}$ 

한 외각의 크기 :  $60\,^{\circ},\ 45\,^{\circ},\ \frac{360\,^{\circ}}{^{\circ}}$ 

- 26) 정삼각형
- $\Rightarrow$  구하는 다각형을 정 n각형이라 하면  $\frac{180^{\circ} \times (n-2)}{n} = 60^{\circ}$ , 120n = 360 : n = 3따라서 구하는 다각형은 정삼각형이다.
- 27) 정십각형
- $\Rightarrow$  구하는 다각형을 정 n각형이라 하면  $\frac{180^{\circ} \times (n-2)}{} = 144^{\circ} , 36n = 360 : n = 10$ 따라서 구하는 다각형은 정십각형이다.
- 28) 정사각형
- $\Rightarrow$  구하는 다각형을 정 n각형이라 하면

$$\frac{360°}{n}$$
=90°  $\therefore n=4$   
따라서 구하는 다각형은 정사각형이다.

- 29) 정육각형
- $\Rightarrow$  구하는 다각형을 정 n각형이라 하면  $\frac{360°}{}$  = 60°  $\therefore n = 6$ 따라서 구하는 다각형은 정육각형이다.
- 30) 정팔각형
- 이때 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면  $\frac{360^{\circ}}{n} = 45^{\circ}$   $\therefore n = 8$ 따라서 구하는 정다각형은 정팔각형이다.
- 31) 정구각형
- $\Rightarrow$  (한 외각의 크기)= $180\,^{\circ} imesrac{2}{7+9}$ = $40\,^{\circ}$ 이때 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면  $360^{\circ}$  =  $40^{\circ}$   $\therefore n = 9$ 따라서 구하는 정다각형은 정구각형이다.
- 32) 120°
- $\Rightarrow$  (정삼각형의 한 외각의 크기)= $\frac{360^{\circ}}{3}$ =120 $^{\circ}$
- 33) 72°
- $\Rightarrow$  (정오각형의 한 내각의 크기)= $\frac{360\,^{\circ}}{5}$ =72 $^{\circ}$
- 34) 60°  $\Rightarrow \frac{360^{\circ}}{6} = 60^{\circ}$
- $\Rightarrow \frac{360^{\circ}}{8} = 45^{\circ}$
- $\Leftrightarrow$  (정구각형의 한 외각의 크기)=  $\frac{360\,^{\circ}}{\rm o}$   $=40\,^{\circ}$
- 37) 24°  $\Rightarrow \frac{360^{\circ}}{15} = 24^{\circ}$
- 38) 18°  $\Rightarrow \frac{360^{\circ}}{20} = 18^{\circ}$
- 39) 108°

$$\Rightarrow \frac{180^{\circ} \times (5-2)}{5} = 108^{\circ}$$

40) 120°

$$\Rightarrow$$
 (정육각형의 한 내각의 크기) 
$$=\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$$

41) 140°

$$\Rightarrow \frac{180^{\circ} \times (9-2)}{9} = 140^{\circ}$$

42) 150

$$\Rightarrow \frac{180° \times (12-2)}{12} = 150°$$

43) 160°

$$\Rightarrow \frac{180^{\circ} \times (18-2)}{18} = 160^{\circ}$$

44) 162°

$$\Rightarrow$$
 (정이십각형의 한 내각의 크기) 
$$=\frac{180\,^\circ imes(20-2)}{20}=162\,^\circ$$

45) 정오각형

$$\Rightarrow$$
 (정 $n$ 각형의 한 외각의 크기)=  $\frac{360\,^\circ}{n}$ 이므로  $\frac{360\,^\circ}{n}$ =  $72\,^\circ$ ,  $72\,^\circ \times n = 360\,^\circ$   $\therefore n = 5$ 

46) 정육각형

$$\Rightarrow \frac{360^{\circ}}{n} = 60^{\circ}, 60^{\circ} \times n = 360^{\circ} \qquad \therefore n = 6$$

47) 정구각형

$$\Rightarrow \frac{360°}{n} = 40°, 40° \times n = 360° \qquad \therefore n = 9$$

$$\Rightarrow \frac{360°}{n} = 20°, 20° \times n = 360° \qquad \therefore n = 18$$

49) 정이십각형

$$\Rightarrow \frac{360°}{n} = 18°, 18° \times n = 360° \qquad \therefore n = 20$$

50) 정사각형

$$( 점 n$$
각형의 한 내각의 크기 $) = rac{180\,^\circ imes (n-2)}{n}$   $\frac{180\,^\circ imes (n-2)}{n} = 90\,^\circ$  ,  $180\,^\circ imes n - 360\,^\circ = 90\,^\circ imes n$   $: n = 4$ 

51) 정팔각형

$$\Rightarrow \frac{180° \times (n-2)}{n} = 135°$$

$$180° \times n - 360° = 135° \times n$$

$$45° \times n = 360° \qquad \therefore n = 8$$

52) 정십각형

$$\Rightarrow \frac{180° \times (n-2)}{n} = 144°$$

$$180° \times n - 360° = 144° \times n$$

$$36° \times n = 360° \qquad \therefore \quad n = 10$$

53) 정십이각형

$$\Rightarrow \frac{180° \times (n-2)}{n} = 150°$$

$$180° \times n - 360° = 150° \times n$$

$$30° \times n = 360° \qquad \therefore n = 12$$

54) 정십오각형

$$\Rightarrow \frac{180° \times (n-2)}{n} = 156°$$

$$180° \times n - 360° = 156° \times n$$

$$24° \times n = 360° \qquad \therefore n = 15$$

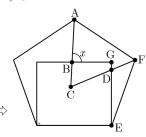
- 55)  $\angle ACB = 60^{\circ}, \angle BCD = 108^{\circ},$  $\angle$  DCE = 120  $^{\circ}$
- ⇒ 정오각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180^{\circ} \times (5-2)}{5} = 108^{\circ}$

정육각형의 한 내각의 크기는 
$$\frac{180\,^{\circ} \times (6-2)}{6}$$
= $120\,^{\circ}$ 

56) 72°

$$\Rightarrow$$
 360° - (60° + 108° + 120°) = 72°

57) 84°



정오각형의 한 내각의 크기는 
$$\frac{180° \times (5-2)}{5} = 108°$$
 $\angle$  DEF =  $108° - 90° = 18°$ 
 $\angle$  DFE =  $108° - 60° = 48°$ 
 $\angle$  EDF =  $180° - (18° + 48°) = 114° =  $\angle$  GDC
이제 □BCDG 에서
 $(180° - \angle x) + 60° + 114° + 90° = 360°$ 
 $444° - \angle x = 360°$ 
 $\therefore \angle x = 84°$$ 

58) 126°

- □ 정오각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180°×(5-2)}{5}$  = 108° 

   정팔각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180°×(8-2)}{8}$  = 135° 

   ∠BAD = 360° (108° + 135°) = 117° 

   ∠ABC = 180° 135° = 45° 

   ∠ADC = 180° 108° = 72° 

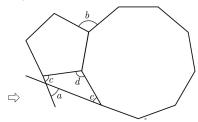
   ∴ ∠BCD = 360° (117° + 45° + 72°) = 126°
- 59) 117°

정팔각형의 한 내각의 크기는 
$$\frac{180\,^\circ imes(8-2)}{8}$$
=135 $^\circ$   
  $\therefore$   $\angle x$  = 360 $^\circ$  - (108 $^\circ$  +135 $^\circ$ ) = 117 $^\circ$ 

- 60) 144°
- ⇒ 정오각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180\,^{\circ} \times (5-2)}{5} = 108\,^{\circ}$  이때  $\triangle$ ABE,  $\triangle$ EAD는 꼭지각이  $108\,^{\circ}$ 인 이등변 삼각 형이므로

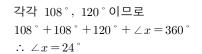
$$\angle$$
 ABE =  $\angle$  AEB =  $\angle$  EAD =  $\frac{1}{2} \times (180\degree - 108\degree) = 36\degree$   
 $\triangle$  AEF에서  $\angle$  AFE =  $180\degree - 2 \times 36\degree = 108\degree$   
 $\therefore$   $\angle$  EAD +  $\angle$  AFE =  $36\degree + 108\degree = 144\degree$ 

61) 156°

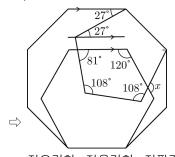


정오각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180° \times (5-2)}{5} = 108°$  정구각형의 한 내각의 크기는  $\frac{180° \times (9-2)}{9} = 140°$  따라서  $\angle b = 360° - (108° + 140°) = 112°$   $\angle c = 180° - 108° = 72°, \ \angle e = 180° - 140° = 40°$   $\angle d = \angle b = 112°$  이제 사각형의 네 내각의 합에서  $\angle c + \angle d + \angle e + (180° - \angle a) = 360°$  이므로  $\angle a = (\angle c + \angle d + \angle e) - 180° = (72° + 112° + 40°) - 180° = 44°$   $\therefore \angle a + \angle b = 44° + 112° = 156°$ 

- 62) 12°
- 63) 27°
- 64) 24°
- ⇒ 정오각형과 정육각형의 한 내각의 크기는



65) 123°



정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기가 각각  $108^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$  정팔각형과 정오각형의 한 변과 평행한 선분을 그으면 엇각의 크기가 같고 동위각의 크기가 같다.  $81^\circ + 108^\circ + 120^\circ + \angle x = 540^\circ$  이므로  $\angle x = 123^\circ$