

2-2.연립일차방정식 비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2021-11-09
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 계수가 복잡한 연립방정식을 푸는 문제, 해가 없는 연립방정식 문제 등이 자주 출제되며 단순한 계산문제가 많이 출 제되므로 실수가 생기지 않도록 학습합니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

 $oldsymbol{1}$. 다음 두 조건을 만족하는 두 자연수 $x,\ y$ 에 대하 여 x+y의 값은?

- (7) 2x + 3y = 36
- (나) 두 자연수 x, y의 최대공약수는 3이다.
- ① 17
- ② 16
- ③ 15
- (4) 14
- (5) 13

[중단원 학습 점검]

- **2.** 일차방정식 1.6x + 0.5y = 3의 해가 x=3, y=a일 때, 상수 a의 값은?
 - $\bigcirc -4$
- $\bigcirc -5$
- 3 6
- $\bigcirc 4 7$
- (5) 8

[단원 마무리]

- $oldsymbol{3}$. a, b에 대하여 $a \circ b = a + 2b$ 로 약속할 때, $(3x+2) \circ y = x \circ (10-y)$ 를 만족시키는 자연수의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하면?
 - 1 1
- ② 2
- ③ 3
- (4) 4
- (5) 5

[중단원 학습 점검]

해가

4. *x*, *y*가 자연수일 때,

 $2^{10} \times 2^{x-y} = 2^{4y}$ $\left\{3^{2(x+3y)} \div 3^{5x+3} = 1\right\}$ 연립방정식

x = a, y = b이다. 이때, a - b의 값을 구하면?

① 1

② 2

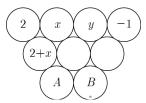
3 3

4 4

(5) 5

[중단원 학습 점검]

5. 다음 그림에서 ○ 안의 수는 바로 위의 양 옆의 \bigcirc 안의 수의 합이다. A=-9, B=1일 때, A, B를 모두 만족하는 x, y의 값을 구하면?



- ① x = -3, y = -5
- ② x = -8, y = 5
- 3 x = 5, y = -4
- ① x = 2, y = -11
- 5 x = 4, y = 8

[중단원 학습 점검]

다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 3.9x + y = 2.9 \\ 4(3x - 5) - \frac{4}{5}y = 3.2y + 3 \end{cases}$$

- $\bigcirc \left(-\frac{5}{4}, -1\right) \qquad \bigcirc \left(\frac{5}{4}, -2\right)$
- $(5) \left(\frac{4}{5}, -2\right)$

[중단원 학습 점검]

- 7. 방정식 2ax + by = bx + (a-2)y = 2x + y의 해가 x, y의 순서쌍 (1, -4)일 때, 상수 a, b에 대하여 a+b의 값은?
 - 1
- ② 2
- 3 3
- (4) 4

⑤ 5

- [중단원 학습 점검]
- **8.** 연립방정식 $\begin{cases} 3(x+y) + xy = 21 \\ 5(x+y) 3xy = 7 \end{cases}$ 만족시키는 자연수 x, y에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?
 - ① 10
- ② 13
- 3 15
- ④ 17
- (5) 20

[중단원 학습 점검]

- 9. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=8\\ cx+y=2 \end{cases}$ 을 푸는데 c를 d로 잘못보고 풀었더니 해가 $x=-2,\ y=6$ 이었고, 바르게 풀었을 때의 해가 $x=2,\ y=10$ 일 때, a+b+c+d의 값은? (단, $a,\ b,\ c,\ d$ 는 상수)
 - ① -3
- (3) -1
- **(4)** 0
- **⑤** 1

- [단원 마무리]
- $egin{aligned} {f 10.} & {\it O}$ 연립방정식 $egin{aligned} & 4x-k=-11y+13 \ x-3y=k-23 \end{aligned}$ 의 해가 일차방정 식 -3x+2y=k를 만족시킬 때, 상수 k의 값을 구하면?
 - ① 4
- ② 7
- 310
- (4) 12
- (5) 13

- [단원 마무리]
- **11.** 연립방정식 $\begin{cases} 5a-3b=c \\ -4a+3b=4c \end{cases}$ 가 성립하고 자연수 $a,\ b,\ c$ 의 최소공배수가 120일 때, a+b+c의 값을 구하면?
 - ① 15
- ② 25
- 3 30
- 42
- **⑤** 60

- [단원 마무리]
- **12.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x-4y=2a\\ -x-3y=a-1 \end{cases}$ 을 만족시키는 $x,\ y$ 에 대하여 x의 값이 y의 3배일 때, 상수 a의 값은?
 - ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{4}$
- $3\frac{1}{7}$
- $4 \frac{1}{8}$

[단원 마무리]

- **13.** 연립방정식 $\begin{cases} 5x-3y=10\\ bx-4y=2 \end{cases}$ 의 해가 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=1\\ ax+3y=-1 \end{cases}$ 의 해보다 각각 3만큼 작다고 할 때, 상수 $a,\ b$ 에 대하여 a+b의 값을 구하면?
 - (1) 3
- $\bigcirc 2 2$
- (3) -1
- 4 1
- (5) 2

실전문제

- **14.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2 & \cdots & \bigcirc \\ 3x-4y=12 & \cdots & \bigcirc \end{cases}$ 에서 y 를 없애서 해를 구할 때 필요한 식은?
 - ① ①-①
- $\bigcirc \bigcirc \times 4 \bigcirc \times 3$
- $\bigcirc \times 4 + \bigcirc \times 3$
- $\textcircled{4} \textcircled{3} \times 3 \textcircled{2} \times 4$
- $\textcircled{5} \ \, \textcircled{3} \! \times \! 3 \! + \! \textcircled{\square} \! \times \! 4$
- **15.** 2x+3y=24 를 만족시키는 y 값이 x 값의 2 배 라 할 때, y의 값을 구하면?
 - 1) 2

2 4

3 6

- **4** 8
- **⑤** 10

- **16.** 연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=-6 \\ 5x-2y=16 \end{cases}$ 을 만족시키는 x, y의 값의 비가 2:1이다. 연립방정식의 해가 일차방정 식 bx + 2ay = 4 의 해가 될 때, 상수 b 의 값을 구하 면?
 - 1 1

② 2

- ③ 3
- (4) 4

- **⑤** 5
- **17.** 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y=7 \\ y=2x-5 \end{cases}$ 을 푸는데 y=2x-5의 2 를 다른 수로 잘못 보고 풀어서 y=-1을 얻었다. 2 를 어떤 수로 잘못 보았는지 구하면?
 - (1) 2
- ③ 1
- **4** 3
- ⑤ 4
- **18.** 연립방정식 $\begin{cases} -9x + 2y = -1 \\ 3x = y \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 3x-2y-k=0을 만족시킬 때, 상수 k의 값은?
 - (1) 2
- (2) -1
- ③ 1
- **4**) 2
- ⑤ 3
- 19. 해가 오직 한 쌍만 존재하는 연립방정식은?
 - $\textcircled{1} \begin{array}{l} \left\{ \begin{matrix} y=-3x-4 \\ 3x+y=4 \end{matrix} \right. & \textcircled{2} \begin{array}{l} \left\{ \begin{matrix} 3x-4y=5 \\ 6x-8y=5 \end{matrix} \right. \end{array}$
- **20.** 방정식 $\frac{x}{2} + 7y = \frac{2x y}{3} = x + y + 4$ 의 해가 x = a, y = b일 때, -a + 4b의 값은?
 - ① 6
- ② 7
- 3 8
- **4** 9
- (5) 10

21. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x - 0.2(y-2) = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y+1}{4} = 0 \end{cases}$ 의 해를 (a, b)

라고 할 때, a-b의 값은?

- $\bigcirc -5$
- 3 4

(4) 5

- (5) 6
- **22.** 연립방정식 $\begin{cases} x-ay=2 \\ bx+2y=-4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?
 - \bigcirc 2
- ② 1
- 30
- $\bigcirc (4) -2$
- (5) 1

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 2x+3y=36의 자연수인 해를 구하면 (15, 2), (12, 4), (9, 6), (6, 8), (3, 10)이고 두 자연수의 최대공약수가 3이므로 두 조건을 모두 만족하는 해는 (9, 6)이다. 따라서 x+y=9+6=15이다.

2) [정답] ①

[해설]
$$1.6x + 0.5y = 3$$
에서
$$\frac{5}{3}x + \frac{1}{2}y = 3, \ 10x + 3y = 18$$
$$x = 3이므로 \ 30 + 3y = 18, \ 3y = -12 \quad \therefore \ y = -4$$
따라서 $a = -4$ 이다.

3) [정답] ④

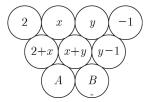
[해설] 주어진 방정식을 간단히 하면 3x+2+2y=x+2(10-y), 2x+4y=18 ∴ x+2y=9 자연수 해의 개수는 (7, 1), (5, 2), (3, 3), (1, 4)의 4개이다.

4) [정답] ②

[해설] 연립방정식
$$\begin{cases} 2^{10} \times 2^{x-y} = 2^{4y} \\ 3^{2(x+3y)} \div 3^{5x+3} = 1 \end{cases}$$
 에서 $2^{10} \times 2^{x-y} = 2^{4y}$ 에서 $2^{10+x-y} = 2^{4y}$ $\therefore -x+5y=10 \cdots$ $3^{2(x+3y)} \div 3^{5x+3} = 1$ 에서 $2(x+3y)=5x+3$ $\therefore x-2y=-1 \cdots$ \bigcirc $3+\bigcirc$ 을 하면 $3y=9 \therefore y=3$ $y=3$ 을 \bigcirc 에 대입하면 $x=5$ 따라서 $x-y=2$

5) [정답] ②

[해설] 주어진 그림에서



6) [정답] ②

[해설]
$$\begin{cases} 3.9x + y = 2.9 \\ 4(3x - 5) - \frac{4}{5}y = 3.2y + 3 \\ & = 3.23$$
 정리하면

$$\begin{cases} 4x+y=3 & \cdots & \bigcirc \\ 12x-4y=23 & \cdots & \bigcirc \end{cases}$$
 $4\times\bigcirc$ 하면 $28x=35 & \therefore \ x=\frac{5}{4}$ $x=\frac{5}{4}$ 을 \bigcirc 에 대입하면 $y=-2$

7) [정답] ⑤

8) [정답] ②

[해설] 연립방정식
$$\begin{cases} 3(x+y)+xy=21 & \cdots & \bigcirc \end{cases}$$
에서 $3\times\bigcirc -\bigcirc$ 하면 $14(x+y)=70 & \therefore x+y=5$ $x+y=5$ 를 \bigcirc 에 대입하면 $15+xy=21 & \therefore xy=6$ 따라서 $x+y=5$, $xy=6$ 을 모두 만족하는 자연수 x,y 는 $x=2,y=3$ 또는 $x=3,y=2$ 따라서 $x^2+y^2=13$

9) [정답] ②

[해설]
$$x=-2$$
, $y=6$ 는 $\begin{cases} ax+by=8\\ dx+y=2 \end{cases}$ 의 해이므로, $-2a+6b=8$, $-2d+6=2$ \therefore $d=2$ $x=2$, $y=10$ 는 $\begin{cases} ax+by=8\\ cx+y=2 \end{cases}$ 의 해이므로 $2a+10b=8$, $2c+10=2$ \therefore $c=-4$ $\begin{cases} -2a+6b=8\\ 2a+10b=8 \end{cases}$ \dots 에서 $3c=2$ 이에 대입하면 $a=-1$ 따라서 $a+b+c+d=(-1)+1+(-4)+2=-2$

10) [정답] ④

[해설] k=-3x+2y이므로 주어진 연립방정식에 대입하면 $\begin{cases} 4x-(-3x+2y)=-11y+13\\ x-3y=(-3x+2y)-23 \end{cases}, 즉 \\ \begin{cases} 7x+9y=13\\ 4x-5y=-23 \end{cases} \cdots \bigcirc \\ 4x\bigcirc -7\times \bigcirc \Rightarrow \text{ 하면 } 71y=213 \end{cases} \therefore y=3$ y=3을 \bigcirc 에 대입하면 x=-2 x=-2, y=3을 -3x+2y=k에 대입하면 k=6+6=12

11) [정답] ④

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} 5a-3b=c & \cdots & \bigcirc \\ -4a+3b=4c & \cdots & \bigcirc \end{cases}$ 에서

①+①하면 a=5c

a=5c를 \bigcirc 에 대입하면

-3b = -24c $\therefore b = 8c$

자연수 a, b, c의 최소공배수는 5c, 8c, c의 최소 공배수와 같으므로 $120 = c \times 5 \times 8$ $\therefore c = 3$ 따라서 a=15, b=24, c=3이므로 a+b+c=42이다.

12) [정답] ③

[해설] x = 3y를 주어진 연립방정식에 대입하면

$$\begin{cases} 6y-4y=2a\\ -3y-3y=a-1 \end{cases} \stackrel{\textstyle \frown}{\hookrightarrow} \begin{cases} y=a\\ -6y=a-1 \end{cases} \cdots \bigcirc$$

 ①을 ©에 대입하면

$$-6a = a - 1$$
 $\therefore a = \frac{1}{7}$

13) [정답] ③

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} 5x-3y=10 \\ bx-4y=2 \end{cases}$ 해를

$$x=m, y=n$$
라고 하면

$$\begin{cases} 5m - 3n = 10 & \cdots \bigcirc \\ bm - 4n = 2 & \cdots \bigcirc \end{cases}$$

$$bm-4n=2$$
 ... \bigcirc

연립방정식
$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ ax+3y=-1 \end{cases}$$
의 해는

$$x = m + 3, y = n + 3$$
이므로

$$\begin{cases} 2(m+3) - 3(n+3) = 1 \\ a(m+3) + 3(n+3) = -1 \end{cases} \ \stackrel{\nwarrow}{\lnot} \$$

$$\int 2m - 3n = 4 \qquad \cdots \bigcirc$$

$$am+3n=-3a-10$$
 ··· $\textcircled{2}$

 \bigcirc , ②을 연립하면 m=2, n=0

m=2, n=0을 \bigcirc , ②에 대입하면

2b=2 \therefore b=1

2a = -3a - 10 : a = -2

따라서 a+b=-1

14) [정답] ③

[해설] 소거하려는 y의 계수의 절댓값이 같아지도록

①, ①에 각각 4, 3을 곱한 후 *y*의 계수의 부호 가 다르므로 두 식을 변끼리 더한다.

따라서 필요한 식은 ①×4+Û×3이다.

15) [정답] ③

[해설] y값이 x값의 2배이므로 y=2x

2x + 3y = 24에 y = 2x를 대입하면

 $2x + 3 \times (2x) = 24$

2x + 6x = 24

8x = 24 : x = 3

x=3을 y=2x에 대입하면 y=6

16) [정답] ④

[해설] 연립방정식을 만족하는 x의 값과 y의 값의 비 가 2:1이므로 x:y=2:1 $\therefore x=2y$

x=2y를 연립방정식에 대입하면

$$\int 2ay + 3y = -6$$

$$10y - 2y = 16$$

10y - 2y = 16을 풀면 8y = 16 : y = 2

$$x=2y$$
이므로 $x=4$

2ay + 3y = -6에 y = 2를 대입하면

$$4a + 6 = -6$$

$$4a = -12$$
 : $a = -3$

따라서 bx + 2ay = 4에서

4b - 12 = 4

4b = 16 : b = 4

17) [정답] ⑤

[해설] y=2x-5에서 2를 k로 잘못 보았다고 하면

$$y = kx - 5$$

y = -1을 5x - 2y = 7에 대입하면

5x + 2 = 7 : x = 1

y = kx - 5에 x = 1, y = -1을 대입하면

-1 = k - 5 : k = 4

18) [정답] ②

[해설] $\begin{cases} -9x + 2y = -1 \cdots \bigcirc \\ 3x = y \cdots \bigcirc \end{cases}$

(□)읔 (□)에 대입하면

$$-9x + 2 \times (3x) = -1$$

$$-9x + 6x = -1$$

$$-3x = -1 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$$

©에 $x=\frac{1}{3}$ 을 대입하면 $y=3\times\frac{1}{3}=1$

3x-2y-k=0에 $x=\frac{1}{3}$, y=1을 대입하면

1-2-k=0 : k=-1

19) [정답] ③

[해설] ① $\frac{3}{3} = \frac{1}{1} \neq \frac{-4}{4}$ 이므로 해가 존재하지 않는

② $\frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} \neq \frac{5}{5}$ 이므로 해가 존재하지 않는다.

③ $\frac{2}{6} \neq \frac{1}{3}$ 이므로 해가 오직 한 쌍 존재한다.

④ $\frac{1}{-2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{3}{6}$ 이므로 해가 존재하지 않는

⑤ $\frac{2}{6} = \frac{-5}{-15} = \frac{4}{12}$ 이므로 해가 무수히 많이 있

20) [정답] ⑤

[해설] 주어진 연립방정식의 해는 다음 연립방정식의 해와 같다.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + 7y = x + y + 4 \\ \frac{2x - y}{3} = x + y + 4 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 12y = 8 \cdots \bigcirc \\ -x - 4y = 12 \cdots \bigcirc \end{cases}$$
 \Rightarrow 하면 $16y = -4$ $\therefore y = -\frac{1}{4}$ $y = -\frac{1}{4}$ 를 \Rightarrow 에 대입하면 $-x - 3 = 8$ $\therefore x = -11$ 따라서 $a = -11$, $b = -\frac{1}{4}$ 이므로 $-a + 4b = 11 - 1 = 10$ 이다.

21) [정답] ④

[해설]
$$\begin{cases} 0.3x - 0.2(y - 2) = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y + 1}{4} = 0 \end{cases}$$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 6 \cdots \bigcirc \\ 2x - y = 1 \cdots \bigcirc \\ \bigcirc - \bigcirc \times 2 \stackrel{?}{=} \text{ 하면 } -x = 4 \therefore x = -4 \\ x = -4 \stackrel{?}{=} \bigcirc \text{에 대입하면 } -8 - y = 1 \therefore y = -9 \\ \text{따라서 } a - b = -4 - (-9) = 5 \end{cases}$

22) [정답] ④