



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2019-02-13
 2) 제작자 : 교육지대㈜
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 등비수열

(1) 등비수열 : 첫째항부터 차례로 일정한 수를 곱하여 만든 수열

(2) 등비 : 등비수열에서 곱하는 일정한 수

(3) 등비수열의 관계식 : 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_{n+1} = r a_n \text{ 또는 } \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ (단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

(4) 등비수열의 일반항: 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열의 일반항 a_n 은 $a_n = ar^{n-1}$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

■ 다음 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 을 구하여라.

1. $3, \sqrt{3}, 1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \dots$

2. $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$

3. $2, -2, 2, -2, 2, \dots$

4. $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

5. $0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, \dots$

6. $64, -32, 16, -8, \dots$

7. $11, 121, 1331, 14641, \dots$

8. $2, 6, 18, 54, \dots$

9. $2, -4, 8, -16, 32, \dots$

10. $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$

■ 첫째항 a 와 공비 r 가 다음과 같은 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 을 구하여라.

11. $a = 32, r = -\frac{3}{2}$

12. $a = -2, r = -2$

13. $a = 3, r = -2$

14. $a = 16, r = \frac{1}{2}$

15. $a = 2, r = \frac{1}{2}$

16. $a = 2, r = 4$

■ 다음 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 구하여라.

17. $3, -6, 12, -24, \dots$

18. $2, 12, 72, 432, \dots$

19. $a_1 = 2, a_6 = 486$

20. $a_1 = 1, a_4 = -8$

21. $a_3 = -\frac{8}{27}, a_4 = \frac{32}{243}$

22. $a_4 = 45, a_7 = 1215$

23. $a_3 = 2\sqrt{2}, a_4 = 4$

24. $a_1 = \frac{2}{27}, a_4 = 2$

25. $a_1 = 1, a_5 = \frac{1}{81}$

■ 등비수열이 다음과 같을 때, $\{a_n\}$ 과 제10항을 구하시오.

26. $2, -6, 18, -54, \dots$

27. $2, 2\sqrt{3}, 6, 6\sqrt{3}, \dots$

28. $1, 3, 9, 27, \dots$

29. $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$

30. $2, 2\sqrt{2}, 4, \dots$

31. $a_3 = 2, a_6 = 4\sqrt{2}$

32. $a_3 = 12, a_6 = -96$

33. $a_1 = \frac{2}{27}, a_4 = 2$

34. $a_4 = 12, a_7 = 96$

■ 다음을 만족하는 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항 a 와 공비 r 를 각각 구하여라. (단, $r > 0$)

35. $a_3 = 6, a_8 = 192$

36. $a_2 = 10, a_5 = 80$

37. $a_4 = 8, a_7 = 1$

38. $a_4 = 18, a_6 = 162$

39. $a_3 = 6, a_5 = 96$

■ 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음을 구하여라.

40. $a_4 = 24, a_8 = 384$ 일 때, a_2 의 값

41. $a_4 = 12, a_7 = 96$ 일 때, a_{10} 의 값

42. $a_1 + a_2 = 8, a_1 a_3 = 36$ 일 때, a_1 의 값

43. $a_3 = 9, a_6 = 27\sqrt{3}$ 일 때, a_9 의 값

44. $a_3 + a_4 = 24, a_3 : a_4 = 2 : 1$ 일 때, a_9 의 값

45. $a_2 = 6, a_7 = 192$ 일 때, a_5 의 값

46. $a_5 = 21, a_7 = 84$ 일 때, a_{10} 의 값

47. $a_3 = 36, a_4 + a_5 = 40$ 을 만족할 때, a_7 의 값

48. $a_1 + a_2 = 15, a_3 + a_4 = 60$ 일 때, a_5 의 값

49. $a_3 + a_5 = 10, a_4 + a_6 = 20$ 일 때, a_{10} 의 값

50. $a_3 = 2a_4, a_3 + a_5 = 25$ 일 때, a_6 의 값

51. $a_2 + a_3 = 4$, $a_4 + a_5 = 36$ 일 때, $a_6 + a_7$ 의 값

52. $a_1 + a_2 = 5$, $a_3 + a_4 = 10$ 일 때, $a_5 + a_6$ 의 값

53. $a_3 = 12$, $\frac{a_4 + a_5}{a_1 + a_2} = 8$ 일 때, a_6 의 값

54. $a_3 = 9$, $a_2 : a_5 = 8 : 1$ 일 때, a_7 의 값

55. $a_1 = 3$, $a_4 : a_6 = 1 : 4$ 일 때, a_5 의 값

56. $a_1 = 2$, $a_2 : a_5 = 1 : 27$ 일 때, a_3 의 값

57. $a_2 = 6$ 이고 $a_3 : a_5 = 1 : 9$ 일 때, $\frac{a}{r}$ 의 값

58. $a_5 = 56$, $a_9 = 224$ 일 때, $\frac{r^2}{a}$ 의 값

59. $\frac{a_5}{a_2} = 27$, $a_1 + a_2 = 8$ 일 때, a_4 의 값

60. $a_4 = 4$, $a_2 : a_5 = 8 : 1$ 일 때, a_6 의 값

61. $\frac{a_3 a_4}{a_5} = 2$, $\frac{a_3}{a_1} - 3 \times \frac{a_5}{a_4} = 4$ 일 때, a_3 의 값

■ 다음을 구하여라.

62. 두 수 $\frac{1}{8}$ 과 32 사이에 세 양수 a , b , c 를 넣어 전체가 등비수열을 이루도록 할 때, abc 의 값을 구하여라.

63. 6과 48 사이에 두 개의 실수를 넣어서 전체가 등비수열을 이룰 때, 공비를 구하여라.

64. 1과 1024 사이에 n 개의 수 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 을 넣어 전체가 공비가 2인 등비수열을 이루도록 할 때, n 의 값을 구하여라.

65. $\frac{2}{3}$ 와 54 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 전체가 등비수열을 이루도록 할 때, abc 의 값을 구하여라.

66. $\frac{3}{2}$ 과 24 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 전체가 등비수열을 이루도록 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

67. 수열 16, 8, 4, 2, 1, ...에서 처음으로 $\frac{1}{1000}$ 보다 작게 되는 항은 제 몇 항인지 구하여라.

68. $\frac{1}{4}$ 과 4 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 전체가 등비수열을 이루도록 할 때, a, b, c 의 값을 구하여라.

69. -4와 32 사이에 두 개의 수를 넣어 그 순서로 등비수열을 이루도록 할 때, 이 두 수의 곱을 구하여라.

70. 두 수 2와 162 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어서 전체가 등비수열을 이루게 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

71. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2+a_4=30$, $a_3+a_5=15$ 일 때, 처음으로 1보다 작아지는 항은 제 몇 항인지 구하여라.

72. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3=3$, $a_6=81$ 일 때, 처음으로 1000보다 커지는 항은 제 몇 항인지 구하여라.

73. 두 수 2와 162 사이에 세 양수 a, b, c 를 넣은 5개의 수 2, $a, b, c, 162$ 가 이 순서로 등비수열을 이루는 때, $2a+b-c$ 의 값을 구하여라.

74. 각 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2+a_3=2$, $a_5+a_6=-16$ 을 만족할 때, a_{10} 을 구하여라.

75. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 \cdot a_8=8$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 8항까지의 곱을 구하여라.

76. 첫째항이 2이고 제 2항이 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_{50}}{b_5}$ 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

$$1) a_n = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-3}$$

⇒ 첫째항이 3, 공비가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-3}$$

$$2) a_n = (\sqrt{2})^{n+1}$$

⇒ 첫째항이 2, 공비가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$a_n = 2 \cdot (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^{n+1}$$

$$3) a_n = 2 \times (-1)^{n-1}$$

⇒ 첫째항이 2, $\frac{-2}{2} = -1$ 에서 공비가 -1 이므로

$$a_n = 2 \times (-1)^{n-1}$$

$$4) a_n = 3 \times 2^{n-1}$$

⇒ 첫째항이 3, $\frac{6}{3} = 2$ 에서 공비가 2이므로

$$a_n = 3 \times 2^{n-1}$$

$$5) a_n = 0.1^n$$

⇒ 첫째항이 0.1, 공비가 0.1이므로

$$a_n = 0.1 \cdot (0.1)^{n-1} = 0.1^n$$

$$6) a_n = (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}$$

⇒ 첫째항이 64, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 이므로

$$a_n = 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}$$

$$7) a_n = 11^n$$

⇒ 첫째항이 11, 공비가 11이므로

$$a_n = 11 \cdot 11^{n-1} = 11^n$$

$$8) a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

⇒ 첫째항이 2, 공비가 3이므로 $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

$$9) a_n = 2 \times (-2)^{n-1}$$

⇒ 첫째항이 2, 공비가 -2 이므로 $a_n = 2 \times (-2)^{n-1}$

$$10) a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$$

⇒ 첫째항이 9, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 에서 공비가 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$a_n = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-3}$$

$$11) a_n = 32 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$12) a_n = (-2)^n$$

$$\Rightarrow a_n = (-2) \times (-2)^{n-1} = (-2)^n$$

$$13) a_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$$

$$14) a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

$$\Rightarrow a_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

$$15) a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$$\Rightarrow a_n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$$16) a_n = 2^{2n-1}$$

$$\Rightarrow a_n = 2 \cdot 4^{n-1} = 2^{2n-1}$$

$$17) -2$$

$$18) 6$$

$$19) 3$$

⇒ 공비를 r 라고 하면

$$a_6 = 486 \text{에서 } 2 \times r^{6-1} = 486$$

$$r^5 = 243 = 3^5 \quad \therefore r = 3$$

$$20) -2$$

⇒ 공비를 r 라고 하면

$$a_4 = -8 \text{에서 } 1 \times r^{4-1} = -8$$

$$r^3 = -8 = (-2)^3 \quad \therefore r = -2$$

$$21) -\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow r = a_4 \div a_3 = \frac{32}{243} \div \left(-\frac{8}{27}\right) = \frac{32}{243} \times \left(-\frac{27}{8}\right) = -\frac{4}{9}$$

$$22) 3$$

⇒ 첫째항을 a_1 , 공비를 r 이라 하면

$$a_4 = a_1 r^3 = 45, \quad a_7 = a_1 r^6 = 1215$$

두 식을 연립하면 $r^3 = 27$ 에서 $r = 3$ 이다.

$$23) \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow r = a_4 \div a_3 = 4 \div 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$24) 3$$

⇒ 공비를 r 라 하면 $a_1 = \frac{2}{27}, a_4 = 2$ 에서

$$\frac{2}{27} \cdot r^3 = 2, \quad r^3 = 27 \quad \therefore r = 3$$

$$25) \frac{1}{3}$$

⇒ 공비를 r 라 하면 $a_1 = 1, a_5 = \frac{1}{81}$ 에서

$$1 \cdot r^4 = \frac{1}{81} \quad \therefore r = \frac{1}{3}$$

$$26) a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}, a_{10} = 2 \cdot (-3)^9$$

⇒ 첫째항이 2, 공비가 -3 이므로

$$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1} \quad \therefore a_{10} = 2 \cdot (-3)^9$$

$$27) a_n = 2 \times (\sqrt{3})^{n-1}, a_{10} = 162\sqrt{3}$$

⇒ 주어진 수열 $2, 2\sqrt{3}, 6, 6\sqrt{3}, \dots$ 은 첫째항이 2이고, 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열이다.

$$\therefore a_n = 2 \times (\sqrt{3})^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 2 \times (\sqrt{3})^9 = 2 \times 81\sqrt{3} = 162\sqrt{3}$$

$$28) a_n = 3^{n-1}, a_{10} = 3^9$$

⇒ 첫째항이 1, 공비가 3이므로

$$a_n = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1} \quad \therefore a_{10} = 3^9$$

$$29) a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}, a_{10} = \frac{1}{128}$$

⇒ 첫째항이 4, 공비가 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 이므로

$$a_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$$

$$a_{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10-3} = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$$

$$30) a_n = 2^{\frac{n+1}{2}}, a_{10} = 32\sqrt{2}$$

⇒ 첫째항이 2, 공비가 $\sqrt{2}$ 에서

$$a_n = 2^{\frac{n+1}{2}} \text{ 이므로 } a_{10} = 2^{\frac{11}{2}} = 32\sqrt{2}$$

$$31) a_n = (\sqrt{2})^{n-1}, a_{10} = 16\sqrt{2}$$

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$a_3 = ar^2 = 2 \quad \dots \textcircled{A}$$

$$a_6 = ar^5 = 4\sqrt{2} \quad \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} \div \textcircled{A}$ 에서 $r^3 = 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^3$ 이고, r 는 실수이므로 $r = \sqrt{2}$

이것은 \textcircled{A} 에 대입하면 $2a = 2 \quad \therefore a = 1$

$$\therefore a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = (\sqrt{2})^9 = 16\sqrt{2}$$

$$32) a_n = 3 \times (-2)^{n-1}, a_{10} = -1536$$

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$a_3 = ar^2 = 12 \quad \dots \textcircled{A}$$

$$a_6 = ar^5 = -96 \quad \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} \div \textcircled{A}$ 에서 $r^3 = -8$ 이고, 공비 r 는 실수이므로

$$r = -2$$

이것을 \textcircled{A} 에 대입하면 $4a = 12 \quad \therefore a = 3$

$$\therefore a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 3 \times (-2)^9 = -1536$$

$$33) a_n = 2 \times 3^{n-4}, a_{10} = 1458$$

⇒ 공비를 r 라 하면 $a_1 = \frac{2}{27}, a_4 = 2$ 에서

$$\frac{2}{27} \cdot 4^3 = 2, r^3 = 27 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{27} \times 3^{n-1} = 2 \times 3^{n-4}$$

$$\therefore a_{10} = 2 \times 3^6 = 1458$$

$$34) a_n = 3 \times 2^{n-2}, a_{10} = 768$$

$$35) a = \frac{3}{2}, r = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a_8}{a_3} = \frac{ar^7}{ar^2} = r^5 \text{이므로 } r^5 = \frac{192}{6} = 32 \quad \therefore r = 2$$

$$ar^2 = 6 \text{에서 } a = \frac{3}{2}$$

$$36) a = 5, r = 2$$

⇒ 등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하자.

$$a_2 = ar = 10, a_5 = ar^4 = 80$$

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{ar^4}{ar} = \frac{80}{10}, r^3 = 8 \quad \therefore r = 2$$

따라서 첫째항 $a = 5$ 이고, 공비는 2이다.

$$37) a = 64, r = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_7}{a_4} = \frac{ar^6}{ar^3} = r^3 \text{이므로 } r^3 = \frac{1}{8} \quad \therefore r = \frac{1}{2}$$

$$ar^3 = 8 \text{에서 } a = 64$$

$$38) a = \frac{2}{3}, r = 3$$

$$\Rightarrow a_4 = ar^3 = 18 \quad \dots \textcircled{A}$$

$$a_6 = ar^5 = 162 \quad \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} \div \textcircled{A}$ 을 하면

$$r^2 = 9 \quad \therefore r = 3 (\because r > 0)$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } a = \frac{2}{3}$$

$$39) a = \frac{3}{8}, r = 4$$

$$\Rightarrow a_3 = ar^2 = 6 \quad \dots \textcircled{A}$$

$$a_5 = ar^4 = 96 \quad \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} \div \textcircled{A}$ 을 하면

$$r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 (\because r > 0)$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } a = \frac{3}{8}$$

40) 6

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$a_4 = ar^3 = 24 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$a_8 = ar^7 = 384 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{에서 } r^4 = 16 \quad \therefore r = \pm 2$$

그런데 $r > 0$ 이므로 $r = 2$

$$\text{이것을 } \textcircled{7} \text{에 대입하면 } 8a = 24 \quad \therefore a = 3$$

$$\text{따라서 } a_n = 3 \times 2^{n-1} \text{이므로 } a_2 = 3 \times 2^{2-1} = 6$$

41) 768

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_4 = 12, a_7 = 96 \text{에서}$$

$$ar^3 = 12, ar^6 = 96$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a = \frac{3}{2}, r = 2$$

$$\text{따라서 } a_n = \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1} \text{이므로 } a_{10} = \frac{3}{2} \cdot 2^9 = 768$$

42) 2

⇒ 등비수열 a_n 에 대하여 $a_1 + a_2 = a_1(1+r) = 8$,

$$a_1 a_3 = a_1^2 r^2 = 36 \Rightarrow a_1 r = 6 \text{을 만족한다.}$$

$$\text{따라서 } a_1 = 2, r = 3 \text{을 만족한다.}$$

43) 243

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{ar^5}{ar^2} = r^3 \text{이므로}$$

$$r^3 = \frac{27\sqrt{3}}{9} = 3\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3}$$

$$ar^2 = 9 \text{에서 } a = 3$$

$$\therefore a_9 = 3 \cdot (\sqrt{3})^8 = 243$$

44) $\frac{1}{4}$ ⇒ $a_3 = ar^2, a_4 = ar^3$ 이므로 $a_3 : a_4 = 2 : 1$ 일 때, $r = \frac{1}{2}$

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = \frac{3}{8}a = 24$$

$$\therefore a = 64$$

$$a_n = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}$$

$$a_9 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

45) 48

⇒ 등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하자.

$$\frac{a_7}{a_2} = \frac{ar^6}{ar} = \frac{192}{6}, r^5 = 32 \quad \therefore r = 2, a = 3$$

$$\therefore a_5 = ar^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$$

46) 672

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_5 = ar^4 = 21 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$a_7 = ar^6 = 84 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면 } r^2 = 4$$

이때, 각 항이 모두 양수이므로 $r = 2$

$$\textcircled{7} \text{에서 } 16a = 21 \quad \therefore a = \frac{21}{16}$$

$$\therefore a_{10} = \frac{21}{16} \cdot 2^9 = 672$$

47) $\frac{64}{9}$ ⇒ 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_3 = ar^2 = 36 \quad \dots \textcircled{7}$$

$$a_4 + a_5 = ar^3 + ar^4 = 40 \quad \dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7} \text{을 } \textcircled{8} \text{에 대입하면}$$

$$36r + 36r^2 = 40$$

$$9r^2 + 9r - 10 = 0$$

$$(3r-2)(3r+5) = 0$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } \therefore r = \frac{2}{3}, a = 81$$

$$\therefore a_7 = ar^6 = 81 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{9}$$

48) 80

⇒ $a_1 + a_2 = 15$ 에서

$$a + ar = 15 \quad \therefore a(1+r) = 15 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$a_3 + a_4 = 60 \text{에서}$$

$$ar^2 + ar^3 = 60 \quad \therefore ar^2(1+r) = 60 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면 } r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\textcircled{7} \text{에서 } a = 5$$

$$\text{따라서 } a_n = 5 \cdot 2^{n-1} \text{이므로 } a_5 = 5 \cdot 2^4 = 80$$

49) 256

⇒ $a_3 + a_5 = 10$ 에서

$$ar^2 + ar^4 = 10 \quad \therefore ar^2(1+r^2) = 10 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$a_4 + a_6 = 20 \text{에서}$$

$$ar^3 + ar^5 = 20 \quad \therefore ar^3(1+r^2) = 20 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면 } r = 2$$

$$\textcircled{7} \text{에서 } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } a_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2} \text{이므로 } a_{10} = 2^8 = 256$$

50) $\frac{5}{2}$ ⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_3 = 2a_4 \text{에서 } ar^2 = 2ar^3 \quad \therefore r = \frac{1}{2}$$

$$a_3 + a_5 = ar^2(1+r^2) = \frac{a}{4}\left(1+\frac{1}{4}\right) = 25 \text{이므로 } a = 80$$

$$\text{따라서 } a_n = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{이므로}$$

$$a_6 = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{2}$$

51) 324

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r ($r > 0$)라 하면

$$a_2 + a_3 = 4 \text{에서}$$

$$ar + ar^2 = 4 \quad \therefore ar(1+r) = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$a_4 + a_5 = 36 \text{에서}$$

$$ar^3 + ar^4 = 36 \quad \therefore ar^3(1+r) = 36 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면 } r^2 = 9 \quad \therefore r = 3 \quad (\because r > 0)$$

$$\therefore a_6 + a_7 = ar^5 + ar^6 = ar^5(1+r)$$

$$= r^2 \times ar^3(1+r) = 9 \times 36 = 324$$

52) 20

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$a_1 + a_2 = a + ar = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = r^2(a + ar) = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{에서 } r^2 = 2$$

$$\therefore a_5 + a_6 = ar^4 + ar^5 = r^2(ar^2 + ar^3)$$

$$= r^2(a_3 + a_4) = 2 \times 10 = 20$$

53) 96

⇒ 첫째항을 a_1 , 공비를 r 이라 하면

$$a_3 = a_1 r^2 = 12 \cdots \textcircled{7}$$

$$\frac{a_4 + a_5}{a_1 + a_2} = \frac{a_1 r^3(1+r)}{a_1(1+r)} = 8 \text{에서 } r^3 = 8, r = 2 \text{이다.}$$

$$\textcircled{7} \text{에 대입하면 } a_1 = 3 \text{이므로}$$

$$a_6 = a_1 r^5 = 3 \cdot 32 = 96 \text{이다.}$$

54) $\frac{9}{16}$ ⇒ 첫째항을 a , 공비를 r ($r > 0$)라 하면

$$a_3 = 9 \text{에서 } ar^2 = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$a_2 : a_5 = 8 : 1 \text{에서 } a_2 = 8a_5$$

$$ar = 8ar^4, r^3 = \frac{1}{8} \quad \therefore r = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{을 } \textcircled{7} \text{에 대입하면 } a = 36$$

$$\text{따라서 } a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 9 \cdot 2^{3-n} \text{이므로}$$

$$a_7 = 9 \cdot 2^{-4} = \frac{9}{16}$$

55) 48

⇒ 공비를 r ($r > 0$)라 하면

$$a_4 : a_6 = 1 : 4 \text{에서 } 4a_4 = a_6$$

$$4 \cdot 3r^3 = 3r^5, r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \text{이므로 } a_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$$

56) 18

⇒ 공비를 r ($r > 0$)라 하면

$$a_2 : a_5 = 1 : 27 \text{에서 } 27a_2 = a_5$$

$$27 \cdot 2r = 2r^4, r^3 = 27 \quad \therefore r = 3$$

$$\text{따라서 } a_n = 2 \cdot 3^{n-1} \text{이므로 } a_3 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

57) $\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow a_2 = ar = 6, a_5 = 9a_3 \text{이므로 } ar^4 = 9ar^2, r^2 = 9$$

$$ar = 6 \text{의 양변을 } r^2 \text{으로 나누면 } \frac{a}{r} = \frac{6}{r^2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

58) $\frac{1}{7}$

$$\Rightarrow a_5 = ar^4 = 56 \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$a_9 = ar^8 = 224 \quad \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면}$$

$$\therefore r^4 = 4, a = 14$$

$$\therefore \frac{r^2}{a} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

59) 54

⇒ 등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하자.

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{ar^4}{ar} = r^3 = 27, r = 3$$

$$a_1 + a_2 = a + ar = 8, 4a = 8, a = 2$$

$$\therefore a_4 = ar^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$$

60) 1

⇒ 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하자.

$$a_4 = ar^3 = 4 \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$a_2 : a_5 = 8 : 1 \Rightarrow 8a_5 = a_2$$

$$8ar^4 = ar$$

$$8r^3 = 1$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{7} \text{에 } r = \frac{1}{2} \text{을 대입하면 } a = 32$$

$$\therefore a_6 = ar^5 = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1$$

61) 8

⇒ 등비수열의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면, 모든 항이 양수이므로 $a > 0, r > 0$

$$\frac{a_3 a_4}{a_5} = \frac{ar^2 \cdot ar^3}{ar^4} = ar, \therefore ar = 2$$

$$\frac{a_3}{a_1} - 3 \times \frac{a_5}{a_4} = \frac{ar^2}{a} - 3 \times \frac{ar^4}{ar^3} = r^2 - 3r = 4,$$

$$r^2 - 3r - 4 = 0$$

$$(r-4)(r+1) = 0 \quad \therefore r = 4, a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a_3 = ar^2 = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

62) 8

⇒ 공비를 r 라 하면 수열 $\frac{1}{8}, a, b, c, 32$ 는 첫째항이

$\frac{1}{8}$, 제5항이 32인 등비수열이므로

$$32 = \frac{1}{8} \cdot r^4 \text{에서 } r^4 = 256$$

$$r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 \quad (\because r > 0)$$

따라서

$$a = \frac{1}{8} \cdot r = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{8} \cdot r^2 = 2, \quad c = \frac{1}{8} \cdot r^3 = 8 \text{이므로 } abc = 8$$

63) 2

⇒ 등비수열의 공비를 r 이라 하면 첫째항이 6, 제 4항이 48이므로 $a_4 = 6 \cdot r^3 = 48 \quad \therefore r = 2$

64) 9

⇒ 수열 $1, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, 1024$ 는 첫째항이 1, 제 $n+2$ 항이 1024인 등비수열이고, 공비가 2이므로 $1024 = 1 \cdot 2^{n+1}$ 에서 $2^{n+1} = 1024$ 이때, $1024 = 2^{10}$ 이므로 $n+1 = 10 \quad \therefore n = 9$

65) 216

⇒ 공비를 r 라 하면 수열 $\frac{2}{3}, a, b, c, 54$ 는 첫째항이

$\frac{2}{3}$, 제5항이 54인 등비수열이므로

$$54 = \frac{2}{3} \cdot r^4, \quad r^4 = 81, \quad r^2 = 9$$

$$\therefore r = 3 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{2}{3} \cdot r = 2, \quad b = \frac{2}{3} \cdot r^2 = 6,$$

$$c = \frac{2}{3} \cdot r^3 = 18 \text{이므로 } abc = 2 \times 6 \times 18 = 216$$

66) 21

⇒ 공비를 r 라 하면 수열 $\frac{3}{2}, a, b, c, 24$ 는 첫째항이

$\frac{3}{2}$, 제5항이 24인 등비수열이므로

$$24 = \frac{3}{2} \cdot r^4 \text{에서}$$

$$r^4 = 16, \quad r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{3}{2} \cdot r = 3, \quad b = \frac{3}{2} \cdot r^2 = 6,$$

$$c = \frac{3}{2} \cdot r^3 = 12 \text{이므로 } a+b+c = 3+6+12 = 21$$

67) 제15항

⇒ 첫째항이 16, 공비가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$a_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{-n+5} \text{ 이고}$$

$$\frac{1}{1024} = 2^{-10} < \frac{1}{1000} \text{ 이므로 } n = 15 \text{ 이다.}$$

$$68) a = \frac{1}{2}, \quad b = 1, \quad c = 2$$

⇒ 공비를 r 라 하면 수열 $\frac{1}{4}, a, b, c, 4$ 는 첫째항이

$\frac{1}{4}$, 제5항이 4인 등비수열이므로

$$4 = \frac{1}{4} \cdot r^4 \text{에서 } r^4 = 16$$

$$r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\therefore a = \frac{1}{4} \cdot r = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4} \cdot r^2 = 1, \quad c = \frac{1}{4} \cdot r^3 = 2$$

69) -128

⇒ -4와 32 사이에 넣은 두 개의 수를 x, y 라고 하면 -4, $x, y, 32$

이때, 공비를 r 라고 하면 첫째항이 $a = -4$, 제4항이 32이므로 $a_4 = ar^3 = 32$

$$-4r^3 = 32 \text{이므로 } r^3 = -8$$

$$\therefore xy = ar \times ar^2 = a^2 r^3 = (-4)^2 \times (-8) = -128$$

70) 78

⇒ 첫째항 $a_1 = 2$, 공비를 r 이라 하면

$$a_1 r^4 = 162 \text{이므로 } r = 3 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a = a_1 r = 6, \quad b = a_1 r^2 = 18, \quad c = a_1 r^3 = 54 \text{이므로 } a+b+c = 78 \text{이다.}$$

71) 제7항

⇒ $a_2 + a_4 = 30$ 에서

$$ar + ar^3 = 30 \quad \therefore ar(1+r^2) = 30 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$a_3 + a_5 = 15 \text{에서}$$

$$ar^2 + ar^4 = 15 \quad \therefore ar^2(1+r^2) = 15 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면 } r = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{7} \text{에서 } a = 48$$

$$\therefore a_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3 \cdot 2^{5-n}$$

$a_6 = \frac{3}{2}, \quad a_7 = \frac{3}{4}$ 이므로 처음으로 1보다 작아지는 항은 제7항이다.

72) 제9항

⇒ 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{ar^5}{ar^2} = r^3 \text{이므로}$$

$$r^3 = \frac{81}{3} = 27 \quad \therefore r = 3$$

$$ar^2 = 3 \text{에서 } a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}$$

$3^{n-2} > 1000$ 에서 $3^6 = 729$, $3^7 = 2187$ 이므로
 $n-2=7$
 즉, $n=9$ 일 때, 처음으로 1000보다 커진다.
 따라서 처음으로 1000보다 커지는 항은 제9항이다.

73) -24

⇒ 공비를 r 라고 하면 첫째항이 2, 제5항이 162이므로
 $a_5 = 2r^4 = 162$
 $r^4 = 81 \quad \therefore r = 3 \quad (\because r > 0)$
 따라서 $a = 2r = 6$, $b = 2r^2 = 18$, $c = 2r^3 = 54$ 이므로
 $2a + b - c = 2 \times 6 + 18 - 54 = -24$

74) -512

⇒ 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라고 하자.
 $a_2 + a_3 = ar + ar^2 = 2 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $a_5 + a_6 = ar^4 + ar^5 = -16 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 을 하면 $r^3 = -8 \quad \therefore r = -2$
 $\textcircled{1}$ 에 $r = -2$ 를 대입하면
 $-2a + 4a = 2, 2a = 2 \quad \therefore a = 1$
 $\therefore a_n = (-2)^{n-1}$
 $\therefore a_{10} = (-2)^9 = -512$

75) 2^{12}

⇒ a_n 은 공비가 r 인 등비수열이므로 $a_n = ar^{n-1}$ 이다.
 $a_1 \cdot a_8 = ar^{1-1} \times ar^7 = 8$, $a^2 r^7 = 8$ 이다.
 $\therefore a_1 \times \cdots \times a_8 = a \times ar \times \cdots \times ar^7 = a^8 \times r^{28} = (a^2 r^7)^4$
 $= 8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

76) $\frac{11}{9}$

⇒ $a_1 = 2$, $a_2 = 6$ 이므로
 $a_n = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 2$, $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ 이다.
 따라서 $a_{50} = 4 \cdot 50 - 2 = 198$, $b_5 = 2 \cdot 3^{5-1} = 162$
 가 되어 $\frac{a_{50}}{b_5} = \frac{198}{162} = \frac{11}{9}$ 이다.