[영역] 5.기하

5-7-2.할선과 접선 사이의 관계







◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2016-10-25

2) 제작자 : 교육지대㈜

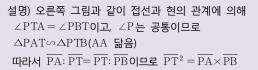
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

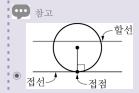
계산시 참고사항

1. 할선과 접선 사이의 관계

원의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 하면 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

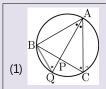


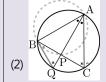




2. 할선과 접선의 활용

1) 각의 이등분선





 $\triangle ABQ \circ \triangle APC$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ $\therefore \overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

 $\angle BAP = \angle QBP$ 이므로 \overline{BQ} 는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이므로 $\therefore \overline{QB}^2 = \overline{QP} \times \overline{QA}$

2) 이등변삼각형에서의 응용



 $\angle ABP = \angle BQP$ 이므로 \overline{AB} 는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로

 $\therefore \overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

3) 외접원과 지름의 길이



 $\triangle ABQ \circ \triangle AHC$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AH} = \overline{AQ} : \overline{AC}$

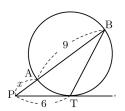
 $\therefore \overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AQ} \times \overline{AH}$



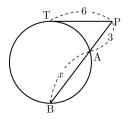
할선과 접선 사이의 관계

ightharpoonup 다음 그림에서 hoT는 점 ho를 접점으로 하는 원 ho의 접선일 때, x의 값을 구하여라.

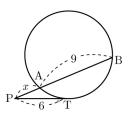
1.



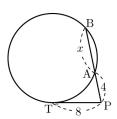
2.



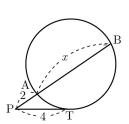
3.



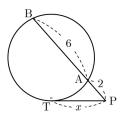
4.



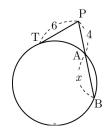
5.



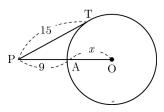
6.



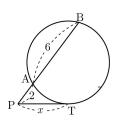
7.

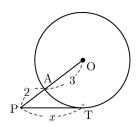


8.

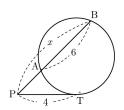


9.

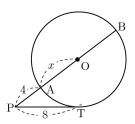




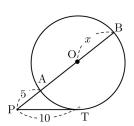
11.



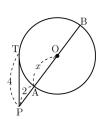
12.



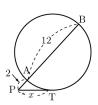
13.



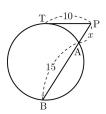
14.



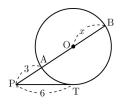
15.



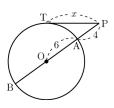
16.



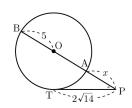
17.



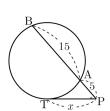
18.

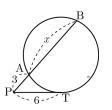


19.

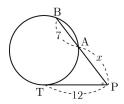


20.

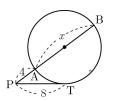




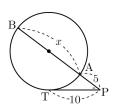
22.



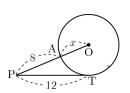
23.



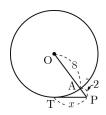
24.



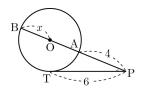
25.



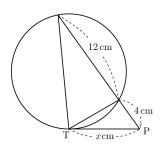
26.



27.

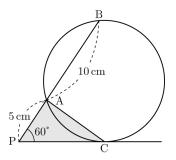


28.

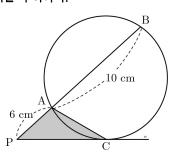


☑ 다음 물음에 답하여라.

29. 다음 그림에서 직선 PC가 원의 접선이고, 점 C는 접점이 다. $\overline{AP} = 5 \text{cm}$, $\overline{AB} = 10 \text{cm}$, $\angle P = 60$ °일 때, 삼각형 APC 의 넓이를 구하여라.



30. 다음 그림에서 직선 PC가 원의 접선이고, 점 C는 접점이 다. $\overline{AP} = 6 \text{cm}$, $\overline{AB} = 10 \text{cm}$, $\angle BPC = 45\,^{\circ}$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이를 구하여라.

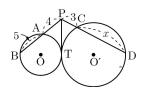




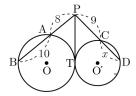
두 원의 공통접선

☑ 다음 그림에서 PT은 각각 두 원 ○와 ○'의 공통접선일 때, *x*의 값을 구하여라.

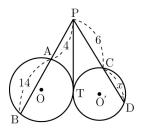
31.



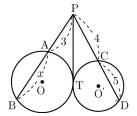
32.



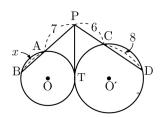
33.



34.

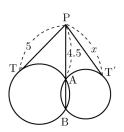


35.

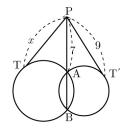


ightharpoonup 다음 그림에서 $\overline{PT}, \ \overline{PT'}$ 은 각각 점 $T, \ T'$ 을 접점으로 하는 두 원의 접선일 때, x의 값을 구하여라.

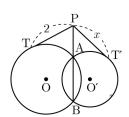
36.



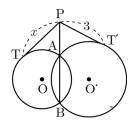
37.

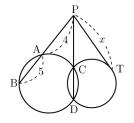


38.

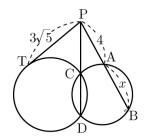


39.

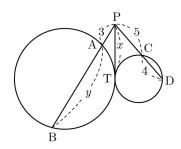




41.

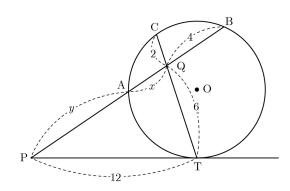


44.

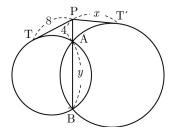


 $m{\square}$ 다음 그림에서 $\overline{\operatorname{PT}},\overline{\operatorname{PT}'}$ 은 원의 접선일 때, $x,\ y$ 의 값을 각각 구하여라.

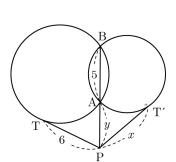
42.



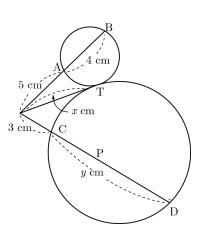
45.

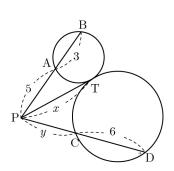


46.



43.

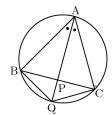






할선과 접선의 응용

Arr 다음 그림에서 $\angle BAQ = \angle CAQ$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것에는 \bigcirc 표, 옳지 않은 것에는 \times 표 하여라.



48. $\angle QBP = \angle BAP$

()

49. $\overline{BQ^2} = \overline{QP} \times \overline{PA}$

.

50. △ABP∽△AQC

, ,

51. $\overline{AB}: \overline{AC} = \overline{AP}: \overline{AQ}$

()

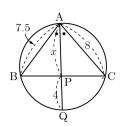
52. $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

- ()
- 53. \overline{BQ} 는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이다.

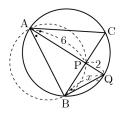
()

 \square 다음 그림에서 $\angle BAQ = \angle CAQ$ 일 때, x의 값을 구하여라.

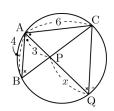
54.



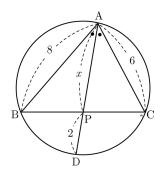
55.



56.

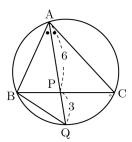


57.

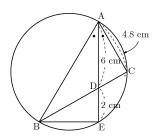


☑ 다음 물음에 답하여라.

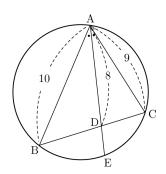
58. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원에 내접하고 \overline{AQ} 는 $\angle A$ 의 이 등분선이다. $\overline{AP}=6$, $\overline{PQ}=3$ 일 때, \overline{BQ} 의 길이를 구하여라.



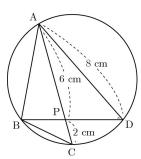
 $\overline{AC}=4.8 cm$, $\overline{AD}=6 cm$, $\overline{DE}=2 cm$ 일 때, $\overline{AB}+\overline{BE}$ 의 값을 구하여라.



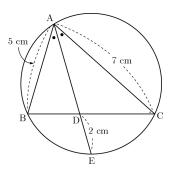
60. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원에 내접하고 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AD} = 8$, $\overline{AC} = 9$ **or.** $\angle BAD = \angle CAD$ **2 m**, \overline{DE} **2 2 3** 구하여라.



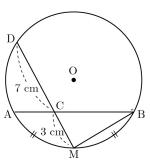
61. 다음 그림에서 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이고 $\overline{AD} = 8 \text{cm}$, $\overline{AP} = 6 \text{cm}$, $\overline{PC} = 2cm$ 일 때, $\overline{AB} + 2\overline{BC}$ 의 값은?



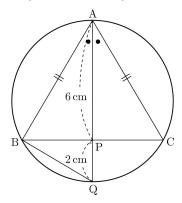
62. **다음** 그림에서 $\angle BAD = \angle CAD$ **이고**, $\overline{AB} = 5 \text{cm}$, $\overline{AC} = 7 \text{cm}$, $\overline{DE} = 2 \text{cm}$ 일 때, \overline{AD} 의 길이를 구하 여라.



63. 다음 그림에서 점 M은 \widehat{AB} 의 중점이고 \overline{MC} 의 연장선이 원 \bigcirc 와 만나는 점을 \Box 라 한다. $\overline{MC} = 3 \text{cm}$, $\overline{CD} = 7 \text{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{MB}}$ 의 길이를 구하여라.



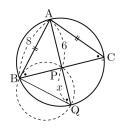
☑ 원에 내접하는 이등변삼각형 ABC의 꼭깃점 A의 각의 이등분선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 P, 원과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{AP} = 6 \text{ cm}$, $\overline{PQ} = 2 \text{ cm}$ 일 때, 다음을 구하여라.



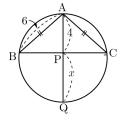
- 64. AB 의 길이를 구하여라.
- 65. BP 의 길이를 구하여라.
- 66. BQ 의 길이를 구하여라.

☑ 다음 그림과 같이 원에 내접하는 이등변삼각형 ABC에 대하여 x의 값을 구하여라.

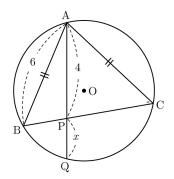
67.



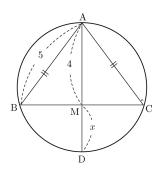
68.



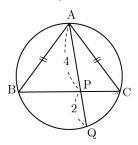
69.



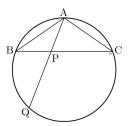
70.



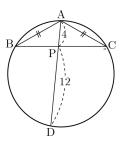
- ☑ 다음 물음에 답하여라.
- 71. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{AP} = 4$, $\overline{PQ} = 2$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



72. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 는 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{AP}=4$, $\overline{PQ}=8$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구 하여라.

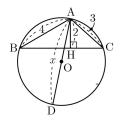


73. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 는 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{AP}=4$, $\overline{PD}=12$ 일 때, \overline{AC} 의 길이를 구 하여라.

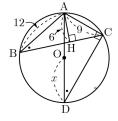


ightharpoonup 다음 그림의 원 ho에서 r의 값을 구하여라.

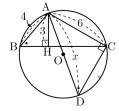
74.



75.

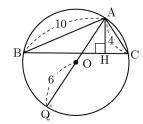


76.



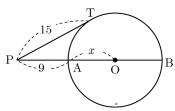
☑ 다음 물음에 답하여라.

77. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 는 반지름의 길이가 6인 원 \bigcirc 에 내접한다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB}=10$, $\overline{AC}=4$ 일 때, \overline{AH} 의 길이를 구하여라.



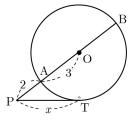


- 1) 3
- $\Rightarrow 6^2 = x \times (x+9)$ 에서 $x^2 + 9x - 36 = 0$, (x+12)(x-3) = 0 $\therefore x = 3(\because x > 0)$
- 2) 9
- \Rightarrow $6^2 = 3 \times (3+x)$ $\therefore x = 9$
- 3) 3
- \Rightarrow 6² = x(x+9), x²+9x-36=0 (x-3)(x+12) = 0 $\therefore x = 3 \ (x > 0)$
- 4) 12
- \Rightarrow $8^2 = 4 \times (4+x)$ $\therefore x = 12$
- 5) 6
- $\Rightarrow 4^2 = 2 \times (2+x)$ $\therefore x = 6$
- 6) 4
- $\Rightarrow x^2 = 2 \times (2+6)$ 에서 $x^2 = 16$ $\therefore x = 4 (\because x > 0)$
- 7) 5
- $\Rightarrow 6^2 = 4 \times (4+x) \text{ odd} \quad 4+x=9$ $\therefore x = 5$
- 8) 8
- \Rightarrow 다음 그림과 같이 \overline{AO} 의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 B라 하면



- $15^2 = 9 \times (9 + 2x), 9 + 2x = 25$

- 9) 4
- $\Rightarrow x^2 = 2 \times (2+6)$ $\therefore x = 4(x > 0)$
- 10) 4
- \Rightarrow 다음 그림과 같이 \overline{AO} 의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 B라 하면



$$x^2 = 2 \times (2+6), x^2 = 16$$
 $\therefore x = 4 (\because x > 0)$

- 11) 8
- $\Rightarrow 4^2 = (x-6) \times x \text{ on } A$ $x^2-6x-16=0$, (x-8)(x+2)=0 $\therefore x = 8 (\because x > 0)$
- $\Rightarrow 8^2 = 4 \times (4 + 2x) \text{ of } 4 + 2x = 16 \qquad \therefore x = 6$
- 13) $\frac{15}{2}$
- $\Rightarrow 10^2 = 5 \times (5 + 2x)$ 에서 5 + 2x = 20
- 14) 3
- $\Rightarrow 4^2 = 2(2+2x)$ $\therefore x = 3$
- 15) $2\sqrt{7}$
- $\Rightarrow x^2 = 2 \times (2+12)$ $\therefore x = 2\sqrt{7} \quad (x > 0)$
- 16) 5
- $\Rightarrow 10^2 = x(x+15), x^2+15x-100=0$ (x-5)(x+20) = 0 $\therefore x = 5 \ (x > 0)$
- 17) $\frac{9}{2}$
- \Rightarrow $6^2 = 3(3+2x)$ $\therefore x = \frac{9}{2}$
- 18) 8
- $\Rightarrow x^2 = 4 \times (4+6+6)$ $\therefore x = 8 \ (x > 0)$
- 19) 4
- $\Rightarrow (2\sqrt{14})^2 = x(x+5+5), x^2+10x-56=0$ (x-4)(x+14) = 0 $\therefore x = 4 \ (x > 0)$
- 20) 10
- $\Rightarrow x^2 = 5 \times (5+15) \qquad \therefore x = 10(x > 0)$
- 21) 9
- \Rightarrow $6^2 = 3 \times (3 + x)$ $\therefore x = 9$
- 22) 9
- $\Rightarrow 12^2 = x \times (x+7), \ x^2 + 7x 144 = 9$ (x-9)(x+16) = 0 $\therefore x = 9(x > 0)$

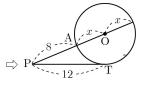
23) 12

$$\Rightarrow$$
 $8^2 = 4 \times (4+x)$ $\therefore x = 12$

24) 15

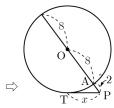
$$\Rightarrow 10^2 = 5 \times (5+x)$$
 $\therefore x = 15$

25) 5



$$12^2 = 8 \times (8 + 2x)$$
$$2x = 10 \qquad \therefore x = 5$$

26) 6



$$x^2 = 2 \times (2 + 2 \times 8)$$
 $\therefore x = 6(x > 0)$

27)
$$\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 6^2 = 4 \times (4 + 2x), 2x = 5$$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$

28) 8

$$ightharpoonup$$
 $ightharpoonup$ 권의 접선이 되어서
$$x^2 = 4 imes (4 + 12) = 64 \qquad \therefore \quad x = 8 \ (x > 0)$$

29)
$$\frac{75}{4}$$
 cm²

 $ightharpoonup \overline{PC}$ 가 접선이 되어서 $ightharpoonup \overline{PC}\,^2 = 5 imes 15 = 75 \quad \therefore \quad \overline{PC} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \, (\text{cm}) \, (\overline{PC} > 0)$ $(\triangle \text{APC 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \sin 60\,^\circ \times 5 \times 5\sqrt{3} = \frac{75}{4} \, (\text{cm}^2)$

30) $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$$ightarrow \overline{PC}^2 = \overline{PA} imes \overline{PB} = 6 imes 16 = 96$$
이므로 $\overline{PC} = 4\sqrt{6} (\mathrm{cm}) \quad (\overline{PC} > 0)$ 이제 $\triangle \mathrm{APC}$ 에서 $\angle \mathrm{APC} = 45\,^\circ$ 이므로 넓이는 $\frac{1}{2} imes 6 imes 4\sqrt{6} imes \sin 45\,^\circ = 12\sqrt{6} imes \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{3} \, (\mathrm{cm}^2)$

31) 9

$$\Rightarrow$$
 원 이에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT}^2$ 이므로 $4 \times (4+5) = \overline{PT}^2$ 원 이'에서 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PT}^2$ 이므로 $3 \times (3+x) = \overline{PT}^2$

따라서
$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$
이므로 $4 \times (4+5) = 3 \times (3+x)$ $\therefore x = 9$

32) 7

$$\Rightarrow 8 \times (8+10) = 9 \times (9+x)$$
 $\therefore x = 7$

33) 6

$$\Rightarrow 4 \times (4+14) = 6 \times (6+x)$$
 $\therefore x = 6$

34) 9

$$\Rightarrow$$
 3×(3+x)=4×(4+5) \therefore x=9

35) 5

$$ightharpoonup$$
 $ightharpoonup$ ig

36) 5

$$\Rightarrow$$
 $\overline{PT} = \overline{PT'}$ 에서 $x = 5$

37) 9

$$\Rightarrow \overline{PT} = \overline{PT'}$$
에서 $x = 9$

38) 2

당 원 이에서
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$
이고, 원 O'에서 $\overline{PT'}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PT} = \overline{PT'}$ 이다. $x = 2$

39) 3

40) 6

$$\Rightarrow x^2 = 4 \times (4+5) \qquad \therefore x = 6(x > 0)$$

41) $\frac{29}{4}$

$$\Rightarrow (3\sqrt{5})^2 = 4 \times (4+x) \qquad \therefore x = \frac{29}{4}$$

42) x = 3, y = 9

$$\overrightarrow{QA} imes \overrightarrow{QB} = \overrightarrow{QC} imes \overrightarrow{QT}$$
이므로, $4x = 2 imes 6$ $\therefore x = 3$

접선과 할선의 관계에 따라 $\overline{\text{PT}}^2 = \overline{\text{PA}} \times \overline{\text{PB}}$ 가 성립하므로, $12^2 = y(y+7)$ $\therefore y=9 \ (y>0)$

43)
$$x = 3\sqrt{5}$$
, $y = 12$

44) $x = 3\sqrt{5}, y = 12$

$$\Rightarrow x^2 = 5 \times (5+4)$$
이므로
$$x^2 = 45 \qquad \therefore x = 3\sqrt{5} \ (\because x > 0)$$

$$x^2 = 3 \times (3+y)$$
이므로
$$45 = 3 \times (3+y), 3y = 36 \qquad \therefore y = 12$$

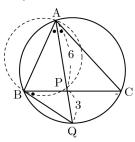
45)
$$x = 8, y = 12$$

$$\Rightarrow \overline{PT} = \overline{PT'}$$
이므로 $x = 8$

$$8^2 = 4 \times (4+y)$$
이므로 $4y = 48$ $\therefore y = 12$

- 46) x = 6, y = 4
- 당 $\overline{\text{PT}} = \overline{\text{PT'}}$ 이므로 x = 6 $6^2 = y \times (y+5)$ 이므로 $y^2 + 5y - 36 = 0$, (y+9)(y-4) = 0 $\therefore y = 4(\because y > 0)$
- 47) $x = 2\sqrt{10}, y = 4$
- 다 가 $x^2 = 5 \times (5+3)$ 이므로 $x^2 = 40 \qquad \therefore x = 2\sqrt{10} \ (\because x > 0)$ $x^2 = y \times (y+6)$ 이므로 $40 = y \times (y+6), y^2 + 6y 40 = 0$ $(y+10)(y-4) = 0 \qquad \therefore y = 4(\because y > 0)$
- 48) 🔾
- 49) ×
- $\Rightarrow \overline{BQ^2} = \overline{QP} \times \overline{QA}$
- 50) 🔾
- 51) ×
- $\Rightarrow \overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{AP} : \overline{AC}$
- 52) 🔾
- 53) 🔾
- 54) 6
- $ightharpoonup \overline{CQ}$ 를 그으면 $\triangle ABP$ 와 $\triangle AQC$ 에서 $\angle BAP = \angle QAC$, $\angle ABP = \angle AQC$ $\therefore \triangle ABP \Leftrightarrow \triangle AQC$ (AA 닮음) $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AP} \times \overline{AQ}$ $7.5 \times 8 = x(x+4)$, $x^2 + 4x 60 = 0$ (x+10)(x-6) = 0 $\therefore x=6$ (x>0)
- 55) 4
- $\Rightarrow x^2 = 2 \times (2+6) = 16$ $\therefore x = 4(x > 0)$
- 56) 5
- $\Rightarrow 4 \times 6 = 3 \times (3+x), 3+x=8$ $\therefore x=5$
- 57) 6
- \triangle \triangle ABP와 \triangle ADC에서 \angle BAP = \angle DAC이고 \angle ABP = \angle ADC이므로 두 삼각형은 서로 닮음이다.
- $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AD} : \overline{AC}$
- $\Rightarrow 8: x = x + 2:6$
- $\Rightarrow x(x+2) = 48$
- $\Rightarrow x^2 + 2x 48 = 0$ $\therefore x = 6(x > 0)$
- 58) [정답]3√3

□ ∠QBC = ∠QAC (QC에 대한 원주각)이므로
 ∠QBC = ∠BAP

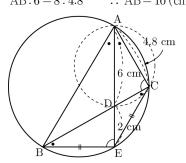


따라서 \overline{BQ} 는 세 점 A,B,P를 지나는 원의 접선이다. $\overline{BQ}^2 = \overline{QP}$ • \overline{QA} 이므로

$$\overline{BQ}^2 = 3 \times (3+6) = 27$$
 $\therefore \overline{BQ} = 3\sqrt{3}(\overline{BQ} > 0)$

- 59) 14cm
- △ABE와 △ADC에서 ∠BAE = ∠DAC,
 ∠AEB = ∠ACD(∵ ÂB에 대한 원주각)이므로
 △ABE ∽ △ADC(AA 닮음)
 ĀB: ĀD = ĀĒ: ĀC 이므로

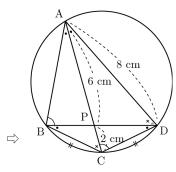
 $\overline{AB}: 6 = 8: 4.8$ $\therefore \overline{AB} = 10 \text{ (cm)}$



또 $\angle DCE = \angle DAC$ 이므로 \overline{EC} 를 세 점 A, C, D를 지나는 원의 접선이라고 할 수 있다.

$$\overline{EC}^2 = 2 \times (2+6) = 16$$
 $\therefore \overline{EC} = 4 \text{ (cm) } (\overline{EC} > 0)$

- $\therefore \overline{BE} = \overline{EC} = 4 \text{ cm}$
- $\therefore \overline{AB} + \overline{BE} = 14$
- 60) $\frac{13}{4}$
- ightarrow ightarrow ightarrow 한 때, ightarrow ightarrow
- 61) 14



 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle CAD$

 $\therefore \angle BAC = \angle BDC = \angle CAD = \angle CBD$

또 원주각의 성질에 의해

 $\angle ABD = \angle ACD, \angle ADB = \angle ACB$

 \triangle ABP와 \triangle ACD는 서로 닮음이므로 (:: AA 닮음)

 $\overline{AB}: 6 = 8:8$ $\therefore \overline{AB} = 6$

그림에서 ∠PBC = ∠BAP이므로

점 A, B, P를 지나는 원을 그릴 수 있다. 이때 \overline{BC} 는 그 원의 접선이므로

 $\overline{BC}^2 = \overline{CP} \times \overline{CA}$

 $\overline{BC}^2 = 2 \times 8$ $\therefore \overline{BC} = 4 \ (\overline{BC} > 0)$

 $\therefore \overline{AB} + 2\overline{BC} = 14$

62) 5 cm

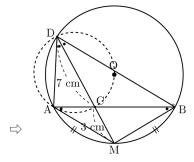
 $\Rightarrow \overline{AD} = x$ 라고 하자.

원과 비례의 성질에 의해서 $5 \times 7 = x \times (x+2)$

 $x^2 + 2x - 35 = 0$, (x+7)(x-5) = 0, x = 5 (x > 0)

따라서 $\overline{AD} = 5$ 가 된다.

63) $\sqrt{30}$ cm



 $\widehat{AM} = \widehat{BM}$ 이므로 $\angle ADM = \angle ABM = \angle BDM = \angle BAM$

 $\therefore \angle CAM = \angle ADM$

 \overline{AM} 을 세 점 A, C, D를 지나는 원의 접선으로 볼 수 있으므로 $\overline{\mathrm{AM}} = x \, \mathrm{cm}$ 라 하면

$$x^2 = 3 \times (3+7) = 30$$
 $\therefore x = \sqrt{30}$

 $\therefore \overline{MB} = \overline{AM} = \sqrt{30} \text{ cm}$

64) $4\sqrt{3}$ cm

 \Rightarrow 직각삼각형 ABP에서 $\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = 4\sqrt{3}$ (cm)

65) $2\sqrt{3}$ cm

⇨ 이등변삼각형 ABC의 꼭지각 A의 이등분선은 BC를 수 직이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP}$ 이다.

$$\overline{BP} \times \overline{CP} = 6 \times 2$$
 $\therefore \overline{BP} = \overline{CP} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

66) 4cm

⇒ 직각삼각형 BPQ에서

$$\overline{BQ} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow 8^2 = 6 \times (6+x)$$
 $\therefore x = \frac{14}{3}$

68) 5

 \Rightarrow \overline{BQ} 를 그으면 $\angle AQB = \angle ACB = \angle ABC$ 이므로

 \overline{AB} 는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.

 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$ 이므로

$$6^2 = 4 \times (4+x) \qquad \therefore \quad x = 5$$

69) 5

70) $\frac{9}{4}$

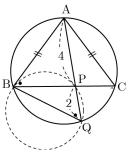
⇒ 원과 비례의 성질에 의해서

$$5^2 = 4 \times (4+x)$$
, $25 = 16+4x$, $4x = 9$, $x = \frac{9}{4}$ 가 된다.

71) $2\sqrt{6}$

 \Rightarrow 다음 그림과 같이 \overline{BQ} 를 그으면

 $\angle AQB = \angle ACB$ (\widehat{AB} 에 대한 원주각)



 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB$

 $\therefore \angle PQB = \angle ABP$

따라서 \overline{AB} 는 세 점 B,P,Q를 지나는 원의 접선이다.

 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = 4 \times (4+2) = 24$$
 $\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{6}$

72) $4\sqrt{3}$

 $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle ABC$

원주각의 성질에 의해

 $\angle ACB = \angle AQB = \angle ABC = \angle AQC$

이때 $\angle ABP = \angle AQB$ 이므로 $\triangle BPQ$ 의 외접원과 그 접

선 \overline{AB} 에 대하여

 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = 4 \times 12 = 48$$
 $\therefore \overline{AB} = 4\sqrt{3}$

73) 8

 \Rightarrow $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB$ $\angle ABC = \angle ADC$, $\angle ACB = \angle ADB$

즉 $\angle ACP = \angle ADC$ 이므로 $\triangle CPD$ 의 외접원과 그 원의

접선 \overline{AC} 에 대하여

$$\overline{AC}^2 = \overline{AP} \times \overline{AD} = 4 \times 16 = 64$$
 $\therefore \overline{AC} = 8(\overline{AC} > 0)$

74) 6

⇒ △ABH와 △ADC에서

 $\angle ABH = \angle ADC$, $\angle AHB = \angle ACD = 90^{\circ}$

∴ △ABH∽△ADC(AA 닮음)

 $\overline{AB}: \overline{AD} = \overline{AH}: \overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AH}$

 $4 \times 3 = x \times 2$ $\therefore x = 6$

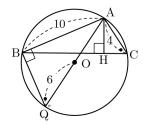
75) 9

$$\Rightarrow 12 \times 9 = 2x \times 6 \qquad \therefore x = 9$$

76) 8

$$\Rightarrow 4 \times 6 = x \times 3$$
 $\therefore x = 8$

 \Rightarrow 다음 그림과 같이 \overline{BQ} 를 그으면



 \angle ABQ = \angle AHC = 90 $^{\circ}$

∠AQB = ∠ACH (ÂB에 대한 원주각)

∴ △AQB∽△ACH (AA닮음)

 $\overline{AB} : \overline{AH} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 이므로

 $\therefore \overline{AH} = \frac{10}{3}$ $10 : \overline{AH} = (6+6) : 4$