01 수학적 확률

(1) 수학적 확률 : 어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 수학적 확률은 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{(\text{사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}$$

◪ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 소수의 눈이 나오는 사건을 B라 할 때, 다음을 구하시오.

1. $\mathrm{P}(\mathrm{A})$

2. $\mathrm{P}(\mathrm{B})$

3. $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$

4. $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

◪ 서로 다른 두 개의 주사위를 던지는 시행에서 다음을 구하여라.

5. 두 눈의 수가 서로 같을 확률

6. 두 눈의 수의 합이 4 이하일 확률

7. 두 눈의 수의 차가 3일 확률

8. 두 눈의 수의 곱이 짝수가 될 확률

9. 두 눈의 수의 곱이 9의 배수일 확률

10. 두 눈의 수의 곱이 12의 배수일 확률

◪ 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던지는 시행에서 다음을 구하여라.

11. 동전의 앞면과 주사위의 눈이 짝수일 확률

12. 동전의 뒷면과 주사위의 눈이 3의 배수일 확률

13. 동전의 앞면과 주사위의 눈이 소수일 확률

◪ A, B, C, D, E의 5명이 긴 의자에 나란히 앉을 때, 다음을 구하여라.

14. A, D가 이웃하여 앉을 확률

15. A, B가 이웃하여 앉을 확률

16. C, E가 이웃하지 않게 앉을 확률

17. A, D가 양 끝에 앉을 확률

18. C, E가 양 끝에 앉을 확률

19. B, E 사이에 2명이 앉을 확률

◪ 다음을 구하여라.

20. 서로 다른 수학책 3권과 영어책 4권을 책꽂이에 일렬로 꽂으려고 할 때, 수학책 3권이 이웃할 확률

21. 서로 다른 수학책 3권과 영어책 4권을 책꽂이에 일렬로 꽂으려고 할 때, 영어책끼리 이웃하지 않게 꽂을 확률

22. 서로 다른 수학책 3권과 영어책 4권을 책꽂이에 일렬로 꽂으려고 할 때, 수학책은 수학책끼리, 영어책은 영어책끼리 꽂을 확률

◪ 다음을 구하여라.

23. 4쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 남자는 남자끼리 여자는 여자끼리 앉을 확률

24. 4쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 서로 이웃하여 앉을 확률

25. 남학생 3명, 여학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 앉을 확률

26. 남학생 3명, 여학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 여학생과 남학생이 번갈아 가며 앉을 확률

◪ 다음을 구하여라.

27. 7개의 문자 S, T, U, D, E, N, T를 일렬로 나열할 때, 모음끼리 이웃할 확률

28. 7개의 문자 S, T, U, D, E, N, T를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모음이 올 확률

29. 6개의 숫자 1, 2, 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열할 때, 맨 끝에 2가 올 확률

30. 세 자리의 자연수 중 짝수일 확률

31. 세 자리의 자연수 중 각 자리의 숫자가 모두 짝수일 확률

32. 3개의 숫자 1, 2, 3에서 중복을 허용하여 네 자리 자연수를 만들 때, 짝수일 확률

33. 3개의 숫자 1, 2, 3에서 중복을 허용하여 네 자리 자연수를 만들 때, 각 자리의 숫자가 모두 홀수일 확률

◪ 다음을 구하여라.

34. 빨간 공 3개와 노란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때, 모두 빨간 공이 나올 확률

35. 빨간 공 3개와 노란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때, 빨간 공 1개와 노란 공 2개가 나올 확률

36. 빨간 공 3개와 노란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 4개의 공을 꺼낼 때, 같은 색 공이 3개가 나올 확률

37. A, B, C, D, E, F의 6명의 학생 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, C가 포함될 확률

38. A, B, C, D, E, F의 6명의 학생 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, B가 포함되지 않을 확률

39. A, B, C, D, E, F의 6명의 학생 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, E는 포함되고, A는 포함되지 않을 확률

40. 1에서 10까지의 자연수 중에서 임의로 6개의 서로 다른 수를 뽑을 때, 짝수를 두 개만 뽑을 확률

41. 1에서 10까지의 자연수 중에서 임의로 6개의 서로 다른 수를 뽑을 때, 두 번째로 작은 수가 3일 확률

42. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있는 상자에서 카드를 두 장 뽑을 때, 카드에 적힌 숫자의 합이 짝수일 확률

43. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있는 상자에서 세 장을 뽑을 때, 카드에 적힌 숫자의 곱이 홀수일 확률

44. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 첫 번째 나온 수가 가장 작고, 세 번째 나온 수가 가장 클 확률

45. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 첫 번째 나온 수가 가장 크고, 세 번째 나온 수가 가장 작을 확률

46. 농구공 3개, 축구공 3개, 배구공 2개가 들어 있는 상자 속에서 공 3개를 꺼낼 때, 꺼낸 공이 모두 농구공일 확률

47. 농구공 3개, 축구공 3개, 배구공 2개가 들어 있는 상자 속에서 공 3개를 꺼낼 때, 꺼낸 공 중에서 축구공이 2개 포함될 확률

48. 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자의 합이 짝수가 될 확률

49. 같은 모양의 야구공 8개를 서로 다른 3개의 바구니에 넣으려고 할 때, 모든 바구니에 야구공이 들어갈 확률

02 통계적 또는 기하적 확률

(1) 통계적 확률 : 같은 시행을 n번 반복할 때 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라 하면 n이 충분히 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워진다. 이때 이 값 p를 사건 A가 일어날 통계적 확률이라 한다.

(2) 기하적 확률 : 연속적인 변량을 크기로 갖는 표본공간의 영역 S안에서 각각의 점을 택할 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 영역 S에 포함되어 있는 영역 A에 대하여 영역 S에서 임의로 택한 점이 영역 A에 속할 확률 $\mathrm{P}(A)$는 $\mathrm{P}(A)=\frac{(\text{영역 } A\text{의 크기})}{(\text{영역 } S\text{의 크기})}$로 정의하고, 이것을 기하적 확률이라 한다.

참고 길이나 넓이 등 근원사건의 개수가 무수히 많아서 그 수를 셀 수 없는 경우에는 기하적 확률을 사용한다.

◪ 다음을 구하여라.

50. 어떤 주사위 모양의 장난감을 1000번 던졌을 때, 1의 눈이 612번 나왔다. 이 주사위 모양의 장난감을 한 번 던질 때, 1의 눈이 나올 확률

51. 어떤 장난감 공장에서 1000개당 10개꼴로 불량품이 나온다고 할 때, 이 공장에서 생산된 장난감에 대하여 품질 검사를 할 때, 불량품이 있을 확률

52. 한 개의 윷짝을 500번 던져서 평평한 면이 280번 나왔다고 할 때, 이 윷짝을 한 번 던져서 평평한 면이 나올 확률

53. 어느 농구 선수가 50번 슛을 시도했을 때 35번을 성공했다고 한다. 이 선수가 한 번 슛을 시도할 때, 성공할 확률

54. 어떤 야구 선수가 125타석에서 안타를 39개 쳤다고 한다. 이 야구 선수가 한 타석에서 안타를 칠 확률

55. 어느 농구 선수는 100번의 슛 시도에서 65번을 성공했다고 한다. 이 선수가 한 번의 슛 시도를 할 때, 성공할 확률

56. 어느 병원에서 10000명을 대상으로 폐암 검사를 실시하였더니 9900명이 정상이었다고 할 때, 이 병원에서 폐암 검사를 받은 사람 중 임의로 택한 한 사람이 폐암에 걸렸을 확률

57. 어느 나라의 통계 결과에 따르면 새끼 돼지 500마리 중에서 출생 후 1년 이후에도 살아 있는 새끼 돼지는 492마리라고 할 때, 이 나라에서 태어난 새끼 돼지 한 마리가 1년 이후에도 살아 있을 확률

◪ 다음을 구하여라.

58. $-3 \le a \le 4$일 때, x에 대한 이차방정식 $x^2+4ax+5a=0$이 실근을 가질 확률

59. 길이가 4인 선분 AB 위에 임의로 두 점 P, Q를 잡을 때, $\overline{PQ} \le 2$일 확률

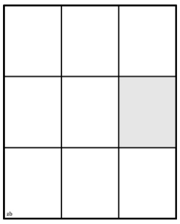
60. 다음과 같이 4등분한 정사각형 모양의 과녁에 화살을 쏠 때, 4가 적힌 영역을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)

1	2
3	4

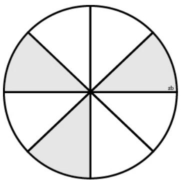
61. 다음 그림과 같이 9등분된 정사각형 모양의 과녁에 화살을 쏠 때, 짝수가 적힌 영역을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

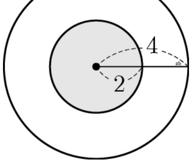
62. 다음과 같이 사각형의 내부를 9등분한 도형이 있다. 이 사각형의 내부 및 경계 위에 임의의 점 P를 잡을 때, 그 점이 색칠한 부분에 있을 확률



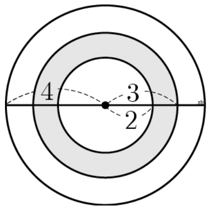
63. 다음 그림과 같이 모두 같은 크기의 영역으로 나누어진 원 모양의 과녁판에 화살을 쏠 때, 화살이 색칠된 영역을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)



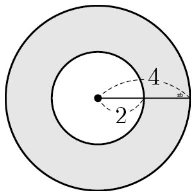
64. 다음과 같이 반지름의 길이가 각각 $2,\ 4$이고 중심이 같은 두 원이 이루어진 과녁에 화살을 쏠 때, 색칠한 부분을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)



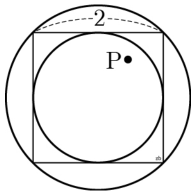
65. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 $2,\ 3,\ 4$이고 중심이 같은 세 원으로 이루어진 과녁에 화살을 쏠 때, 색칠한 부분을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)



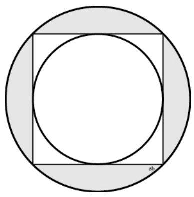
66. 다음과 같이 반지름의 길이가 각각 $2,\ 4$이고 중심이 같은 두 원이 이루어진 과녁에 화살을 쏠 때, 색칠한 부분을 맞힐 확률 (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않고, 경계선에 맞지 않는다.)



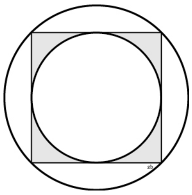
67. 다음과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형에 각각 내접하는 원, 외접하는 원이 있을 때, 정사각형에 외접하는 원의 내부에 있는 임의의 점 P가 정사각형의 내부에 있을 확률



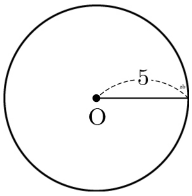
68. 다음과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형에 각각 내접하는 원, 외접하는 원이 있을 때, 정사각형에 외접하는 원의 내부에 있는 임의의 점 P가 색칠한 부분에 있을 확률



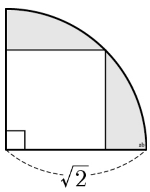
69. 다음과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형에 각각 내접하는 원, 외접하는 원이 있을 때, 정사각형에 외접하는 원의 내부에 있는 임의의 점 P가 색칠한 부분에 있을 확률



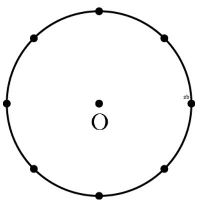
70. 다음과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 원의 내부 및 경계 위에 임의의 점 P를 잡을 때, $1 \leq \overline{\mathrm{OP}} \leq 3$일 확률



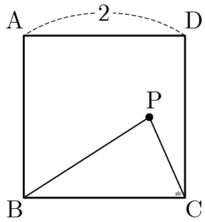
71. 다음과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 중심각이 90°인 부채꼴의 내부에 정사각형이 내접하고 있을 때, 부채꼴의 내부 및 경계 위에 임의의 점 P를 잡을 때, 그 점이 색칠한 부분에 있을 확률



72. 다음과 같이 원주를 8등분한 8개의 점 중에서 세 점을 택하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률



73. 다음과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 내부에 임의로 점 P를 잡을 때, 삼각형 PBC가 예각삼각형이 될 확률



03 확률의 기본 성질

표본공간이 S인 어떤 시행에서

(1) 임의의 사건 A에 대하여 $0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1$

(2) 반드시 일어나는 사건 S에 대하여 $\mathrm{P}(S) = 1$

(3) 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여 $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$

예 노란 공 3개와 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 노란 공 또는 파란 공이 나올 확률은 1이고 검은 공이 나올 확률은 0이다.

◪ 다음을 구하여라.

74. 주사위 한 개를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률

75. 주사위 한 개를 던질 때, 7의 눈이 나올 확률

76. 빨간 공 5개와 흰 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 빨간 공일 확률

77. 빨간 공 5개와 흰 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 노란 공일 확률

78. 빨간 공 5개와 흰 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 빨간 공 또는 흰 공일 확률

79. 파란 공 4개와 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 파란 공일 확률

80. 파란 공 4개와 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 빨간 공일 확률

81. 파란 공 4개와 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 노란 공일 확률

82. 파란 공 4개와 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 파란 공 또는 빨간 공일 확률

83. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 음의 정수가 적힌 카드가 나올 확률

84. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 10 이하의 자연수가 적힌 카드가 나올 확률

85. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 40 이하일 확률

86. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 14일 확률

◪ 1부터 15까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 카드에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때, 짝수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A, 홀수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 B라고 하자. 다음을 구하여라.

87. $P(A)$

88. $P(B)$

89. $P(A\cup B)$

90. $P(A\cap B)$

정답 및 해설

1) $\frac{1}{2}$

⇨ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 모든 경우의 수는 6이고, $A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$ 이므로

$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{2}$

⇨ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 모든 경우의 수는 6이고, $A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$ 이므로

$P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

3) $\frac{2}{3}$

⇨ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 모든 경우의 수는 6이고, $A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$ 이므로

$A\cup B=\{1, 2, 3, 5\}$이므로

$P(A\cup B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

4) $\frac{1}{3}$

⇨ 한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 모든 경우의 수는 6이고, $A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$ 이므로

$A\cap B=\{3, 5\}$이므로

$P(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

5) $\frac{1}{6}$

⇨ 두 눈의 수가 서로 같은 경우는

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.

6) $\frac{1}{6}$

⇨ 먼저 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$가지다.

이 중 두 눈의 수의 합이 4 이하인 경우는 다음과 같다.

두 눈의 수의 합이 2인 경우 : (1, 1)

두 눈의 수의 합이 3인 경우 : (1, 2), (2, 1)

두 눈의 수의 합이 4인 경우 :

(1, 3), (2, 2), (3, 1)

따라서 구하는 확률은 $\frac{1+2+3}{36}=\frac{1}{6}$이다.

7) $\frac{1}{6}$

⇨ 두 눈의 수의 차가 3인 경우는

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)의 6가지 이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.

8) $\frac{3}{4}$

⇨ 두 눈의 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 두 눈의 수의 곱이 홀수가 되는 경우의 수를 빼면 된다.

두 눈의 수의 곱이 홀수가 되는 경우는

(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)의 9가지이므로 두 눈의 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는

$36-9=27$

따라서 구하는 확률은 $\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$

9) $\frac{1}{9}$

⇨ 두 눈의 수의 곱이 9의 배수이려면 두 개의 주사위에서 모두 3의 배수의 눈이 나와야 한다. 모두 3의 배수가 나오는 경우는 (3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)의 4가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$이다.

10) $\frac{7}{36}$

⇨ (ⅰ)두 눈의 수의 곱이 12인 경우

(2,6), (3,4), (4,3), (6,2)의 4가지

(ⅱ) 두 눈의 수의 곱이 24인 경우

(4,6), (6,4)의 2가지

(ⅲ) 두 눈의 수의 곱이 36인 경우

(6,6)의 1가지

(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)에서 두 눈의 수의 곱이 12의 배수인 경우의 수는 $4+2+1=7$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$

11) $\frac{1}{4}$

⇨ 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $2\times6=12$가지다.

경우의 수는 (앞, 2), (앞, 4), (앞, 6)의 3가지다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$이다.

12) $\frac{1}{6}$

⇨ 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $2\times6=12$가지다.

경우의 수는 (뒤, 3), (뒤, 6)의 2가지다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$이다.

13) $\frac{1}{4}$

⇨ 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $2\times6=12$가지다.
경우의 수는 (앞, 2), (앞, 3), (앞, 5)의 3가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$이다.

14) $\frac{2}{5}$

⇨ 먼저 5명이 긴 의자에 나란히 앉는 방법의 수는 5!가지다.
A, D를 하나로 묶어서 생각하면 4명을 일렬로 배열하는 것과 같으므로 4!가지
이때, A, D가 자리를 바꿀 수 있으므로 전체 경우의 수는 $4!\times2$가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times2}{5!}=\frac{2}{5}$

15) $\frac{2}{5}$

⇨ 5명이 일렬로 앉는 방법의 수는 $5!=120$
A,B를 한 사람으로 생각하여 4명이 일렬로 앉는 방법의 수는 4!이고, A,B가 서로 자리를 바꾸는 방법의 수가 2!이므로 A,B가 이웃하게 앉는 방법의 수는 $4!\times2!=48$
따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

16) $\frac{3}{5}$

⇨ A,B,D가 일렬로 앉는 방법의 수는 3!이고, A,B,D의 사이사이 및 양 끝에 C,E가 앉는 방법의 수는 ${}_4P_2$이므로 C,E가 이웃하지 않게 앉는 방법의 수는
$3!\times{}_4P_2=6\times12=72$
따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{120}=\frac{3}{5}$

17) $\frac{1}{10}$

⇨ A,D가 양 끝에 앉는 방법의 수는 2!이고, B,C,E가 일렬로 앉는 방법의 수는 3!이므로 A,D가 양 끝에 앉는 방법의 수는 $2!\times3!=12$
따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

18) $\frac{1}{10}$

⇨ 먼저 5명이 긴 의자에 나란히 앉는 방법의 수는 5!가지다.
먼저 C, E를 양 끝에 앉히는 방법은 2가지, 나머지를 일렬로 배열하는 방법은 $3!=6$가지이므로
이때의 경우의 수는 $2\times6=12$가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{5!}=\frac{1}{10}$

19) $\frac{1}{5}$

⇨ 먼저 5명이 긴 의자에 나란히 앉는 방법의 수는 5!가지다.
B, E 사이에 2명이 앉아야 하므로 먼저 A, C, D 중에서 2명을 뽑아 나열하면 ${}_3P_2=3\times2=6$가지이고, B, E는 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지다. 또한 (B, ○, ○, E)와 나머지 한 명이 자리를 바꿀 수 있으므로 2가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{6\times2\times2}{5!}=\frac{1}{5}$

20) $\frac{1}{7}$

⇨ 먼저 7권을 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는 7!가지다.
수학책 3권을 하나로 생각하면 총 5권을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 5!가지이고, 수학책의 자리는 서로 바뀔 수 있으므로 3! 가지다.
따라서 경우의 수는 $5!\times3!$가지이므로
구하는 확률은 $\frac{5!\times3!}{7!}=\frac{3\times2\times1}{7\times6}=\frac{1}{7}$이다.

21) $\frac{1}{35}$

⇨ 먼저 7권을 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는 7!가지다.
먼저 수학책 3권을 일렬로 세우는 방법은 3!가지다.
✓ 수 ✓ 수 ✓ 수 ✓
그리고 수학책 사이의 자리에 영어책을 꽂으면 되므로 4!가지다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{3!\times4!}{7!}=\frac{3\times2\times1}{7\times6\times5}=\frac{1}{35}$

22) $\frac{2}{35}$

⇨ 먼저 7권을 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는 7!가지다.
수학책 3권을 하나로, 영어책 4권을 하나로 생각하면 총 2권을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 2!가지다.
이때, 수학책끼리, 영어책끼리 각각 자리가 바뀔 수 있으므로 $3!\times4!$가지다.
따라서 경우의 수는 $2\times3!\times4!$가지이므로
구하는 확률은 $\frac{2\times3!\times4!}{7!}=\frac{2}{35}$

23) $\frac{4}{35}$

⇨ 먼저 8명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(8-1)!=7!$가지다.
남자를 한 묶음, 여자를 한 묶음으로 생각하고 원탁에 앉히는 방법의 수는 $(2-1)!=1$가지다.
이때, 남자끼리 여자끼리 각각 자리를 바꿀 수 있으므로
$4!\times4!$가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times4!}{7!}=\frac{4}{35}$

24) $\frac{2}{105}$
⇨ 먼저 8명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(8-1)!=7!$가지다.
각 부부를 하나로 생각하면 4명을 원탁에 앉히는 것과 같으므로 $(4-1)!=3!$가지
이때, 부부끼리 서로 자리를 바꿀 수 있으므로
$2\times2\times2\times2=16$가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3!\times16}{7!}=\frac{2}{105}$

25) $\frac{3}{10}$
⇨ 6명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(6-1)!=5!=120$
남학생을 한 묶음, 여학생을 한 묶음으로 생각하고 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $(2-1)!=1!$이고, 남학생끼리, 여학생끼리 각각 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!\times3!$이므로 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 앉는 방법의 수는 $1!\times3!\times3!=36$
따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$

26) $\frac{1}{10}$
⇨ 남학생 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는
$(3-1)!=2!$이고, 남학생 사이사이의 3개의 자리에 여학생 3명이 앉는 방법의 수는 $3!$이므로 남녀가 번갈아 가며 앉는 방법의 수는 $2!\times3!=12$
따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

27) $\frac{2}{7}$
⇨ 7개의 문자 S, T, U, D, E, N, T를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{7!}{2!}=2520$
모음 U, E를 한 문자로 생각하여 6개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{6!}{2!}$이고, U, E가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!$이므로 모음끼리 이웃하도록 나열하는 방법의 수는 $\frac{6!}{2!}\times2!=720$
따라서 구하는 확률은 $\frac{720}{2520}=\frac{2}{7}$

28) $\frac{1}{21}$
⇨ 모음 U, E를 양 끝에 나열하는 방법의 수는 $2!$이고, 5개의 문자 S, T, D, N, T를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{5!}{2!}$이므로 양 끝에 모음이 오는 방법의 수는 $2!\times\frac{5!}{2!}=120$
따라서 구하는 확률은 $\frac{120}{2520}=\frac{1}{21}$

29) $\frac{1}{2}$
⇨ 6개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$\frac{6!}{3!\times2!}=60$
숫자 1, 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열하고, 맨 끝에 2를 나열하는 방법의 수는 $\frac{5!}{2!\times2!}=30$
따라서 구하는 확률은 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$

30) $\frac{1}{2}$
⇨ 세 자리의 자연수는 100부터 999까지 모두 900개다.
세 자리의 자연수가 짝수이려면 일의 자리에는 0, 2, 4, 6, 8의 5가지가 올 수 있다. 이때 백의 자리에는 0을 제외한 9가지, 십의 자리에는 0을 포함한 10가지가 올 수 있으므로 짝수의 개수는 $5\times9\times10=450$이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{450}{900}=\frac{1}{2}$

31) $\frac{1}{9}$
⇨ 세 자리의 자연수는 100부터 999까지 모두 900개다.
백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 백의 자리에 올 수 있는 짝수는 2, 4, 6, 8로 4가지다. 십의 자리와 일의 자리에는 각각 0, 2, 4, 6, 8의 5가지가 올 수 있으므로 각 자리의 숫자가 모두 짝수인 경우의 수는
$4\times5\times5=100$가지다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{100}{900}=\frac{1}{9}$

32) $\frac{1}{3}$
⇨ 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는
${}_3\Pi_4=3^4=81$
짝수의 개수는 ${}_3\Pi_3\times1=3^3=27$

따라서 구하는 확률은 $\frac{27}{81}=\frac{1}{3}$

33) $\frac{16}{81}$

⇨ 각 자리의 숫자가 모두 홀수인 방법의 수는 1, 3의 2개에서 중복을 허용하여 네 자리의 자연수를 만들면 되므로 ${}_2\Pi_4=2^4=16$

따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{81}$

34) $\frac{1}{56}$

⇨ 전체 경우의 수는 8개 중 3개를 꺼내므로 ${}_8C_3$가지다. 이때, 빨간 공만 3개가 나오는 경우의 수는 ${}_3C_3$가지다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56}$

35) $\frac{15}{28}$

⇨ 전체 경우의 수는 8개 중 3개를 꺼내므로 ${}_8C_3$가지다. 이때, 빨간 공에서 1개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_3C_1$가지, 노란 공에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_5C_2$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_1\times{}_5C_2}{{}_8C_3}=\frac{3\times10}{56}=\frac{15}{28}$

36) $\frac{1}{2}$

⇨ 전체 경우의 수는 8개 중 4개를 꺼내므로 ${}_8C_4$가지다.

(ⅰ) 빨간 공이 3개, 노란 공이 1개 나올 경우 : ${}_5C_1\times{}_3C_3$가지

(ⅱ) 빨간 공이 1개, 노란 공이 3개 나올 경우 : ${}_5C_3\times{}_3C_1$가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{{}_3C_3\times{}_5C_1+{}_3C_1\times{}_5C_3}{{}_8C_4}=\frac{5+3\times10}{70}=\frac{1}{2}$

37) $\frac{1}{3}$

⇨ 6명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_6C_2=15$

C를 뽑고 나머지 5명 중에서 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_1=5$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

38) $\frac{2}{3}$

⇨ B를 제외한 나머지 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2=10$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

39) $\frac{4}{15}$

⇨ E를 뽑고 A를 제외한 나머지 4명 중에서 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_4C_1=4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}$

40) $\frac{5}{21}$

⇨ 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 6개의 서로 다른 수를 뽑는 경우의 수는 ${}_{10}C_6$가지다.

이때, 짝수 중에서 2개, 홀수 중에서 4개를 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2\times{}_5C_4$가지이므로 구하는 확률은

$\frac{{}_5C_2\times{}_5C_4}{{}_{10}C_6}=\frac{{}_5C_2\times{}_5C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{10\times5}{210}=\frac{5}{21}$이다.

41) $\frac{1}{3}$

⇨ 두 번째로 작은 수가 3이려면 제일 작은 수는 1, 2 중 하나이고, 나머지 4개의 수는 $4\sim10$ 중에 있다.

따라서 1, 2 중 하나, $4\sim10$의 7개의 수 중 4개를 뽑는 경우의 수는 ${}_2C_1\times{}_7C_4$가지이므로 구하는 확률은

$\frac{{}_2C_1\times{}_7C_4}{{}_{10}C_6}=\frac{{}_2C_1\times{}_7C_3}{{}_{10}C_4}=2\times\frac{35}{210}=\frac{1}{3}$이다.

42) $\frac{2}{5}$

⇨ 먼제 전체의 경우의 수는 5장 중 2장을 뽑으므로 ${}_5C_2=10$가지다. 이때, 카드에 적힌 숫자의 합이 짝수이려면 두 수 모두 짝수이거나 두 수 모두 홀수이어야 한다.

(ⅰ) 두 수 모두 짝수인 경우 : 2, 4의 1가지

(ⅱ) 두 수 모두 홀수인 경우 : 1, 3, 5중에서 두 장을 뽑는 것이므로 ${}_3C_2=3$가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{1+3}{{}_5C_2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$이다.

43) $\frac{1}{10}$

⇨ 세 수를 곱해서 홀수가 되려면 세 수 모두 홀수이어야 한다. 홀수는 1, 3, 5의 3개이므로 ${}_3C_3$가지다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{10}$이다.

44) $\frac{5}{54}$

⇨ 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나오는 모든 경

우의 수는 6^3가지다.
이때, 첫 번째, 두 번째, 세 번째에 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라 하면 $a<b<c$인 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 서로 다른 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3$가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_6C_3}{6^3}=\frac{20}{216}=\frac{5}{54}$이다.

45) $\frac{5}{54}$
⇨ 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는 6^3가지다.
이때, 첫 번째, 두 번째, 세 번째에 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라 하면 $a>b>c$인 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 서로 다른 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3$가지다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{{}_6C_3}{6^3}=\frac{5}{54}$이다.

46) $\frac{1}{56}$
⇨ 8개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 방법의 수는
${}_8C_3=56$
농구공 3개 중에서 3개를 꺼내는 방법의 수는
${}_3C_3=1$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{56}$

47) $\frac{15}{56}$
⇨ 축구공 3개 중에서 2개를 꺼내고, 나머지 공 5개 중에서 1개를 꺼내는 방법의 수는
${}_3C_2\times{}_5C_1=3\times5=15$
따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{56}$

48) $\frac{2}{5}$
⇨ 5개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 방법의 수는
${}_5C_3=10$
이때 세 수의 합이 짝수가 되는 경우는 다음과 같다.
(ⅰ) (홀수)+(홀수)+(짝수)인 경우
홀수가 적힌 2장의 카드 중에서 2장, 짝수가 적힌 3장의 카드 중에서 1장을 뽑는 방법의 수는
${}_2C_2\times{}_3C_1=3$
(ⅱ) (짝수)+(짝수)+(짝수)인 경우
짝수가 적힌 3장의 카드 중에서 3장을 뽑는 방법의 수는 ${}_3C_3=1$
(ⅰ),(ⅱ)에서 세 수의 합이 짝수인 경우의 수는 $3+1=4$
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

49) $\frac{7}{15}$
⇨ 8개의 야구공을 3개의 바구니에 넣는 방법의 수는
${}_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8=45$
모든 바구니에 야구공이 들어가는 방법의 수는 모든 바구니에 야구공을 1개씩 넣은 다음 남은 5개의 야구공을 서로 다른 3개의 바구니에 넣으면 되므로
${}_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5=21$
따라서 구하는 확률은 $\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$

50) $\frac{153}{250}$
⇨ $\frac{612}{1000}=\frac{153}{250}$

51) $\frac{1}{100}$
⇨ 생산된 장난감이 불량품일 확률은 $\frac{10}{1000}=\frac{1}{100}$

52) $\frac{14}{25}$
⇨ 평평한 면이 나올 확률은 $\frac{280}{500}=\frac{14}{25}$

53) $\frac{7}{10}$
⇨ $\frac{35}{50}=\frac{7}{10}$

54) $\frac{39}{125}$

55) $\frac{13}{20}$
⇨ 슛이 성공할 확률은 $\frac{65}{100}=\frac{13}{20}$

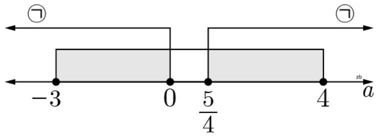
56) $\frac{1}{100}$
⇨ $\frac{10000-9900}{10000}=\frac{100}{10000}=\frac{1}{100}$

57) $\frac{123}{125}$
⇨ $\frac{492}{500}=\frac{123}{125}$

58) $\frac{23}{28}$
⇨ 이차방정식 $x^2+4ax+5a=0$이 실근을 가지려면 판별식 $D\geq0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(2a)^2-5a=4a^2-5a=a(4a-5)\geq0$

$\therefore a \leq 0$ 또는 $a \geq \frac{5}{4}$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 주어진 조건 $-3 \leq a \leq 4$와 ㉠을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 구간의 길이})}{(\text{전체 구간의 길이})}=\frac{\{0-(-3)\}+\left(4-\frac{5}{4}\right)}{4-(-3)}=\frac{23}{28}$$

59) $\frac{3}{4}$

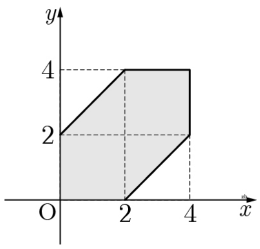
⇨ $\overline{AP}=x$, $\overline{AQ}=y$라고 하면 두 점 P, Q는 길이가 4인 선분 AB 위의 점이므로

$0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$ $\cdots\cdots$ ㉠

한편 $\overline{PQ} \leq 2$인 경우를 x, y에 대한 식으로 나타내면

$|x-y| \leq 2$ $\cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉠,㉡을 동시에 만족시키는 점 (x, y)의 영역을 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)과 같다.



따라서 구하는 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 정사각형의 넓이})}=\frac{4\times4-2\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\right)}{4\times4}=\frac{3}{4}$$

60) $\frac{1}{4}$

⇨ $\frac{(\text{4가 적힌 과녁의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})}=\frac{1}{4}$

61) $\frac{4}{9}$

⇨ 짝수는 2, 4, 6, 8이므로

$\frac{(\text{짝수가 적힌 영역의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})}=\frac{4}{9}$

62) $\frac{1}{9}$

⇨ 사각형 전체를 9등분한 도형 중에서 한 개의 영역에 점 P가 있을 확률이므로

$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체의 넓이})}=\frac{1}{9}$

63) $\frac{3}{8}$

⇨ $\frac{(\text{색칠된 영역의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})}=\frac{3}{8}$

64) $\frac{1}{4}$

⇨ (구하는 확률)$=\frac{(\text{안쪽 원의 넓이})}{(\text{바깥 원의 넓이})}=\frac{4\pi}{16\pi}=\frac{1}{4}$

65) $\frac{5}{16}$

⇨ 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi$

색칠한 부분의 넓이는 $\pi\times3^2-\pi\times2^2=5\pi$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5\pi}{16\pi}=\frac{5}{16}$

66) $\frac{3}{4}$

⇨ (구하는 확률)

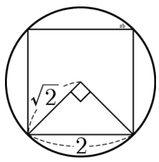
$=\frac{(\text{바깥 원의 넓이})-(\text{안쪽 원의 넓이})}{(\text{바깥원의 넓이})}$

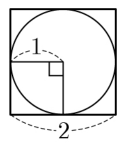
$=\frac{16\pi-4\pi}{16\pi}=\frac{3}{4}$

67) $\frac{2}{\pi}$

⇨ 한 변의 길이가 2인 정사각형의 외접원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이다.

또한, 이 정사각형의 내접원의 반지름의 길이는 1이다.





이때, 외접하는 원의 내부에서 임의의 점 P를 택하므로 전체영역의 크기는 $\pi(\sqrt{2})^2=2\pi$이다.

정사각형의 한 변의 길이가 2이므로 넓이는 4이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\frac{4}{2\pi}=\frac{2}{\pi}$

68) $1-\frac{2}{\pi}$

⇨ 구하는 확률은

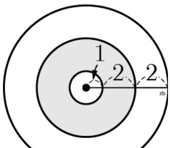
$\frac{(\text{외접원의 넓이})-(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\frac{2\pi-4}{2\pi}$

$=1-\frac{2}{\pi}$

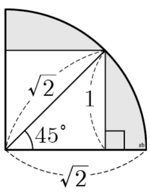
69) $\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2}$

⇨ 구하는 확률은
$\dfrac{(\text{정사각형의 넓이})-(\text{내접원의 넓이})}{(\text{외접원의 넓이})}=\dfrac{4-\pi}{2\pi}$
$=\dfrac{2}{\pi}-\dfrac{1}{2}$

70) $\dfrac{8}{25}$
⇨ 점 P가 움직이는 전체 영역은 반지름이 5인 원의 내부 및 경계이다. 이때, $1 \le \overline{OP} \le 3$이려면 다음의 어두운 부분에 점 P가 있어야 한다.

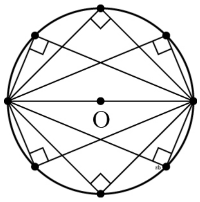


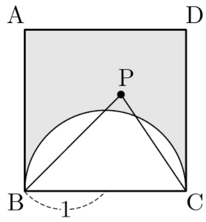
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3^2\pi-1^2\pi}{5^2\pi}=\dfrac{8\pi}{25\pi}=\dfrac{8}{25}$

71) $1-\dfrac{2}{\pi}$
⇨ 

점 P가 움직이는 전체 영역은 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 중심각이 90°인 부채꼴의 내부 및 경계이므로 전체영역의 넓이는
$\dfrac{1}{4}\times(\sqrt{2})^2\pi=\dfrac{\pi}{2}$
이때, 부채꼴에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이는 1이므로 구하는 확률은
$\dfrac{(\text{부채꼴의 넓이})-(\text{정사각형의 넓이})}{(\text{부채꼴의 넓이})}$
$=\dfrac{\frac{\pi}{2}-1}{\frac{\pi}{2}}=1-\dfrac{2}{\pi}$

72) $\dfrac{3}{7}$
⇨ 8개의 점에서 3개의 점을 택하는 방법의 수는 ${}_8C_3=56$가지다.
직각삼각형은 빗변의 외접원의 지름이 되는 성질을 이용하자.
다음과 같이 하나의 지름에서 만들 수 있는 직각 삼각형이 6개이고, 원주 위의 8개의 점들 중 두 개를 연결하여 만들 수 있는 지름은 모두 4개이므로 직각삼각형의 개수는 $6\times4=24$개다.
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{24}{56}=\dfrac{3}{7}$이다.



73) $1-\dfrac{\pi}{8}$
⇨ 

지름에 대한 원주각의 크기가 90°이므로 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 둘레 위의 점 P가 놓이면 $\triangle PBC$가 직각삼각형이다.
따라서 예각삼각형이려면 반원의 외부에 점 P가 놓이게 되므로
(구하는 확률)$=\dfrac{(\text{정사각형의 넓이})-(\text{반원의 넓이})}{(\text{정사각형의 넓이})}$
$=\dfrac{4-\pi\times\frac{1}{2}}{4}=1-\dfrac{\pi}{8}$

74) 1

75) 0

76) $\dfrac{5}{8}$

77) 0
⇨ 꺼낸 공이 노란 공일 사건은 일어날 수 없는 사건이므로 확률은 0이다.

78) 1
⇨ 반드시 일어나는 사건이므로 확률은 1이다.

79) $\dfrac{4}{9}$

80) $\dfrac{5}{9}$

81) 0
⇨ 꺼낸 공이 노란 공인 사건은 절대로 일어날 수 없으므로 구하는 확률은 0이다.

82) 1
⇨ 꺼낸 공이 파란 공 또는 빨간 공인 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

83) 0
⇨ 음의 정수가 적힌 카드를 뽑는 사건은 절대로 일

어나지 않으므로 구하는 확률은 0이다.

84) 1
⇨ 10 이하의 자연수가 적힌 카드를 뽑는 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

85) 1
⇨ 두 눈의 수의 곱은 항상 40 이하이다. 따라서 두 눈의 수의 곱이 40 이하인 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

86) 0
⇨ 두 눈의 수의 합의 최댓값은 12이다. 따라서 두 눈의 수의 합이 14인 사건은 절대로 일어나지 않으므로 구하는 확률은 0이다.

87) $\frac{7}{15}$

⇨ 짝수는 2, 4, 6, $\cdots$, 14의 7개이므로 $P(A)=\frac{7}{15}$

88) $\frac{8}{15}$

⇨ 홀수는 1, 3, 5, $\cdots$, 15의 8개이므로 $P(B)=\frac{8}{15}$

89) 1
⇨ 모든 카드에는 짝수 또는 홀수가 적혀 있으므로 $P(A\cup B)=1$

90) 0
⇨ $A\cap B=\varnothing$이므로 $P(A\cap B)=0$