

2019년 용인고 수학2 기말고사

1. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 x 가

$x = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 6t + 1$ 일 때, 점 P 가 운동 방향을 처음으로 바꾸는 시각은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx}(2x^3 - 2x) \right\} dx$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 방정식 $x^3 - 2x^2 = x^2 - 2 + k$ 가 서로 다른 두 개의 양의 근과 한 개의 음의 근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

4. $\int_{-1}^1 |2x^3| dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 임의의 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt = 2x^2 - 10x + 12$ 을 만족시키는 연속함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 $f(3) + a$ 의 값은? (단, $a \leq 2$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ -\frac{5}{2h} \int_1^{1-h} (5x^2 - 6x + 3) dx \right\}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

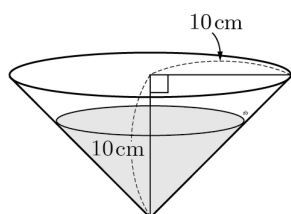
$F(x) = xf(x) - 5x^3 + 4x^2$ 이 성립하고 $f(2) = \frac{31}{2}$ 일 때, 함수 $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 곡선 $y = x^2 + ax$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{4}{3}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

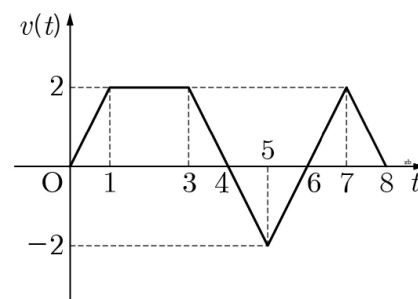
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 10cm 이고 높이가 10cm 인 원뿔 모양의 그릇이 있다. 비어 있는 이 그릇에 매초 2cm 의 속도로 수면의 높이가 상승하도록 물을 부을 때, 3초 후 그릇에 담긴 물의 부피의 변화율은? (단, 그릇의 두께는 무시한다.)



- ① $24\pi\text{cm}^3/\text{s}$ ② $36\pi\text{cm}^3/\text{s}$ ③ $48\pi\text{cm}^3/\text{s}$
④ $64\pi\text{cm}^3/\text{s}$ ⑤ $72\pi\text{cm}^3/\text{s}$

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

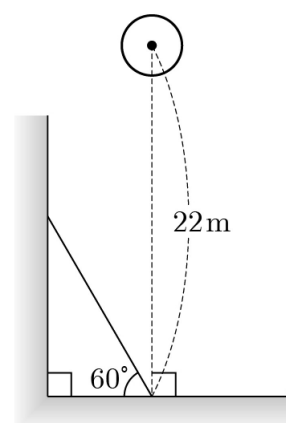


<보기>

- ㄱ. 점 P 는 출발 후 움직이는 동안 운동 방향을 2번 바꾼다.
ㄴ. $t=4$ 일 때 점 P 는 원점을 다시 지난다.
ㄷ. $t=6$ 일 때 점 P 의 위치는 8이다.

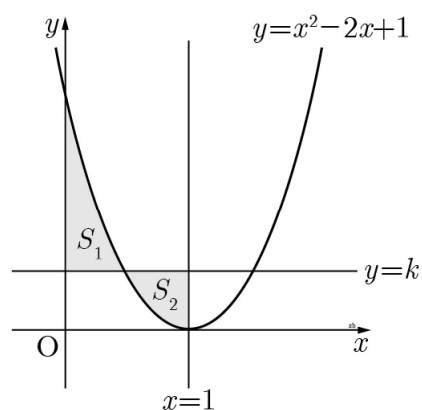
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림과 같이 평평한 바닥에 60° 만큼 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 1m 인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 지점에서 수직으로 22m 높이에 있다. 이 공이 자유 낙하할 때, t 초 후 공의 중심의 높이를 $h\text{m}$ 라고 하면 $h = 22 - 5t^2$ 인 관계가 성립한다고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 중심의 속도는?



- ① -50m/s ② -40m/s ③ -30m/s
④ -20m/s ⑤ -10m/s

12. 그림과 같이 곡선 $y = x^2 - 2x + 1$ 과 y 축 및 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 , 이 곡선과 두 직선 $x = 1, y = k$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, 상수 k 의 값은?
(단, $k > 0$)

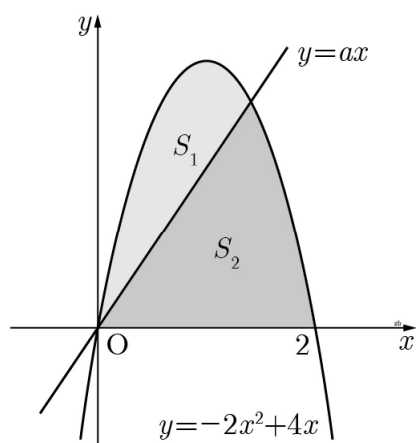


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

13. 함수 $f(x) = \sqrt{x-a}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,
 $\int_a^{a+4} f(x)dx + \int_0^2 g(x)dx = 16$ 을 만족시키는 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 그림과 같이 곡선 $y = -2x^2 + 4x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형이 직선 $y = ax$ 로 나누어진 부분 중 위쪽과 아래쪽의 넓이를 각각 S_1, S_2 라고 할 때, $S_1 : S_2 = 8 : 19$ 를 만족시키는 양수 a 의 값은?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

15. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 가 있다. 점 P 는 좌표가 1인 점에서 출발하여 시각 t 에서 속도 $v(t) = 12t^2 - 36t + 25$ 이고, 점 Q 는 좌표가 k 인 점에서 출발하여 시각 t 에서 속도가 1이다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발한 후 세 번 만나도록 하는 정수 k 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

16. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서 위치 x 가 $x = t^3 - 2t^2 - 3t$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1) 점 P 가 다시 원점에 돌아온 순간의 속도를 구하시오.
(2) 점 P 가 다시 원점에 돌아온 순간의 가속도를 구하시오.

17. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots + 10x^9 + 11x^{10}$ 을 만족할 때,
다음 물음에 답하시오.

(1) $f(x)$ 를 구하시오.

(2) $f(0) = 5$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

18. 곡선 $y = x^3 + x^2 - 2x$ 위의 점 $P(-1, 2)$ 에서의 접선과 이 곡선으로
둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

1) ②

2) ③

3) ③

4) ①

5) ④

6) ⑤

7) ①

8) ④

9) ⑤

10) ①

11) ④

12) ②

13) ④

14) ③

15) ⑤

16) (1) 12 (2) 14

17) (1) $f(x) = x^2 + x^3 + x^4 + \cdots + x^{11} + C$ (C 는 적분상수)
(2) $f(1) = 15$

18) $\frac{4}{3}$