

2022학년도 1학기 제1차 지필평가

2학년 수학 I

과목코드 02

2022. 4. 26. 1교시

- 본 시험은 선택형 [17]문항, 논술형 [3]문항, 쪽수는 [6]쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR 카드 논술형 답란에 검정색 펜(볼펜)으로 서술하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 식 $2^3 \times 5^{-1} \times 10^{-2}$ 을 간단히 하면? [4.0점]

- ① $\frac{1}{125}$ ② $\frac{2}{125}$ ③ $\frac{3}{125}$ ④ $\frac{4}{125}$ ⑤ $\frac{1}{25}$

$$2^3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{100} = \frac{2}{125}$$

2. 방정식 $4^x = 2^{x+1}$ 의 해는? [4.0점]

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

$$2^{2x} = 2^{x+1}$$

$$2x = x+1$$

$$x=1$$

3. $\log 823 + \log 0.0823$ 의 값은? (단, $\log 8.23 = 0.92$ 로 계산한다.) [4.1점]

- ① -1.84 ② -0.92 ③ 0 ④ 0.92 ⑤ 1.84

$$\log 823 + \log 0.0823 = \log (8.23 \times 100) + \log (8.23 \times \frac{1}{100})$$

$$= 0.92 + 2 + 0.92 - 2 = 1.84$$

$$\begin{array}{r} 0.92 \\ 0.92 \\ \hline 1.84 \end{array}$$

4. 반지름의 길이가 6이고 넓이가 9π 인 부채꼴의 중심각의 크기를 θ , 호의 길이를 l 이라 할 때, $\theta + l$ 의 값은? [4.2점]

- ① $\frac{5}{2}\pi$ ② 3π ③ $\frac{7}{2}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

$$9\pi = \frac{1}{2} \times 36 \times \theta$$

$$\theta = \frac{1}{2}\pi$$

$$l = 6 \times \frac{1}{2}\pi = 3\pi$$

$$\theta + l = \frac{1}{2}\pi + 3\pi = \frac{7}{2}\pi$$

5. 다음 각을 $360^\circ \times n + \alpha^\circ$ ($0^\circ \leq \alpha^\circ < 360^\circ$)의 꼴로 나타낼 때, α 의 값이 가장 큰 것은? (단, n 은 정수) [4.3점]

- ① -600° ② -210° ③ 420° ④ 500° ⑤ 840°

$$\frac{360}{120}$$

$$\frac{360}{150}$$

$$\frac{360}{60}$$

$$\frac{360}{140}$$

$$\frac{360}{120}$$

6. <보기>를 작은 것부터 바르게 나열한 것은? [4.4점]

<보 기>

$$\neg. \sqrt[4]{\sqrt{6^8}}$$

$$\neg. (\sqrt[4]{25})^3$$

$$\neg. \sqrt{9} \times \sqrt[5]{27}$$

$$\textcircled{1} \neg, \neg, \neg$$

$$\textcircled{2} \neg, \neg, \neg$$

$$\textcircled{3} \neg, \neg, \neg$$

$$\textcircled{4} \neg, \neg, \neg$$

$$\textcircled{5} \neg, \neg, \neg$$

$$9 = 6^{\frac{3}{4}} = 6$$

$$L = 5^{\frac{1}{6}} = 5$$

$$L = 3^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{1}{5}} = 3$$

7. 제곱근에 대한 설명으로 <보기>에서 (옳은) 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]

<보 기>

㉠ 0의 제곱근은 1개다.

㉡ 네제곱근 81은 ± 3 이다.

㉢ -16의 음의 네제곱근은 -2이다.

$$\textcircled{1} \neg$$

$$\textcircled{2} \neg$$

$$\textcircled{3} \neg, \neg$$

$$\textcircled{4} \neg, \neg$$

$$\textcircled{5} \neg, \neg$$

$$2^4 = 8$$

$$2(4-8) = 0$$

8. 정의역이 $\{x | 2 \leq x \leq 5\}$ 인 함수 $y = 3^{x-2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4.6점]

$$\textcircled{1} 6$$

$$\textcircled{2} 18$$

$$\textcircled{3} 24$$

$$\textcircled{4} 26$$

$$\textcircled{5} 27$$

$$3^3 = M$$

$$1 = m$$

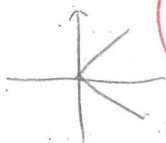
$$27 - 1 = 26$$

9. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ 일 때, $\log_{36} 450$ 을 a, b 로 나타낸 것은? [4.7점]

- ① $\frac{-a+2b+2}{2a+2b}$ ② $\frac{-a+2b-2}{2a+2b}$ ③ $\frac{-a-2b+1}{2a+2b}$
 ④ $\frac{a+2b+1}{a+b}$ ⑤ $\frac{2a+b+2}{a+b}$
- Handwritten solution:
 $\log_{36} 450 = \frac{\log 450}{\log 36} = \frac{\log 2 \cdot 3^2 \cdot 5}{\log 2^2 \cdot 3^2} = \frac{2b+a+2}{2a+2b}$
 $= \frac{2b+a+2-2a}{2a+2b} = \frac{-a+b+2}{2a+2b}$

10. $\pi < \theta \leq \frac{3}{2}\pi$ 이고 각 θ 를 나타내는 동경과 각 5θ 를 나타내는 동경이 x 축에 대하여 대칭일 때, 각 θ 의 크기는? [4.8점]

- ① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{6}{5}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$



$$6\theta = 2\pi$$

$$\theta = \frac{n}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi$$

$$\frac{2}{3}\pi < \frac{n}{3}\pi \leq \frac{3}{2}\pi$$

$$3 < n \leq \frac{9}{2}$$

$$n = 4$$

11. 함수 $y = 5^{2x} - 4 \times 5^x + 2$ 가 $x = a$ 에서 최솟값을 가질 때, 실수 a 의 값은? [4.9점]

- ① $\log_5 2$ ② 1 ③ 2 ④ $\log_2 5$ ⑤ 5

$$t = 5^x$$

$$t^2 - 4t + 2$$

$$t^2 - 4t + 4 - 4 + 2$$

$$(t-2)^2 - 2$$

$$t=2 \Rightarrow a = \log_5 2$$

12. 아날로그 통신의 통신선에서 통신 용량을 C bit/s, 대역폭을 B 헤르츠 (Hz), 수신된 신호의 강도의 최댓값을 S 와트(W), 잡음 신호의 크기를 N 와트(W)라 하면 $C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)$ 인 관계가 성립한다. 현재 사용하는 통신선은 수신된 신호의 강도가 최대 21W이고 잡음 신호의 크기가 7W일 때, 잡음 신호의 크기만을 변형하여 통신 용량이 현재의 3배인 통신선을 개발하기 위한 잡음 신호의 크기는 k W 이다. 상수 k 의 값은? [5.0점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$C_1 = B \log_2 \left(1 + \frac{21}{7}\right) = B \log_2 4 = 2B$$

$$C_2 = B \log_2 \left(1 + \frac{21}{k}\right) = 6B$$

$$1 + \frac{21}{k} = 2^6 = 64$$

$$\frac{21}{k} = 63$$

$$k = \frac{21}{63} = \frac{1}{3}$$

13. 함수 $f(x) = \log_a x$ 에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0, a \neq 1$ 이고 a, b, c 는 실수이다.) [5.1점]

<보 기>
 가. 함수 $y = f(x-b) + c$ 의 점근선은 $x = \frac{c}{b}$ 이다. $f(x-b) + c = \log_a(x-b) + c$
 나. $a > 1$ 일 때, $0 < b \leq x \leq c$ 에서 $y = f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $f\left(\frac{c}{b}\right)$ 와 같다.
 다. 함수 $g(x) = \log_a x^2$ 에 대하여 두 함수 $y = g(x)$ 와 $y = 2f(x)$ 는 같다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+b}$ (단, $b = a+2$)와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [5.2점]

(가) $f(x) = \log_2 g(x)$ (단, $g(x) > 0$)
 (나) $g(1) \times g(3) \times g(5) \times g(7) \times g(9) = 32$

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$$f(x) = \frac{x+a+2 - (x+a)}{(x+a)(x+a+2)} = \frac{2}{(x+a)(x+a+2)}$$

15. 1보다 큰 서로 다른 네 실수 a, b, x, y 가 $x^2 \log_a b = y^2 \log_b a$ 를 만족할 때, $(a^y + 1)(b^x - 9)$ 의 최솟값은? [5.3점]

- ① -36 ② -25 ③ -16 ④ -14 ⑤ -9

$$a^k = b^{x^2} \quad a = b^{\frac{x^2}{k}}$$

$$b^k = a^{y^2}$$

$$b^k = \left(b^{\frac{x^2}{k}}\right)^{y^2} = b^{\frac{x^2 y^2}{k}}$$

$$\therefore k^2 = x^2 y^2$$

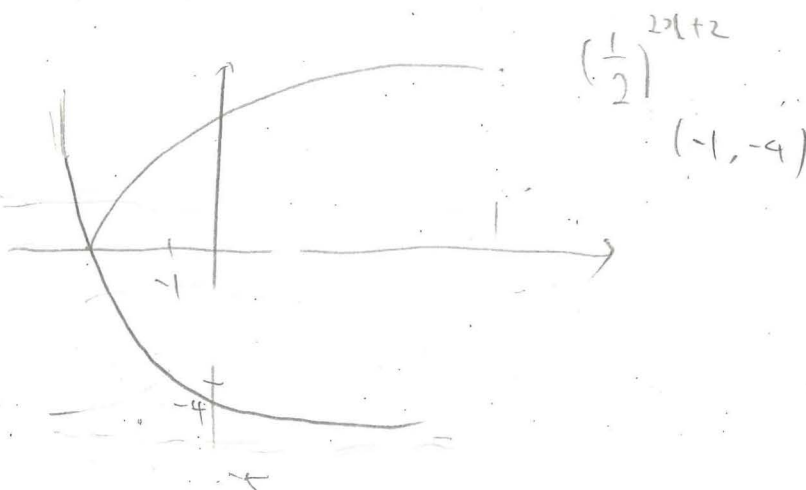
$$k = xy \quad a^{\frac{y}{k}} = b$$

$$(b^{\frac{1}{k}} + 1)(b^{\frac{x}{k}} - 9)$$

16. 실수 k 에 대하여 함수 $y = \left|\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - 5\right|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 만나는 점의 개수를 $g(k)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.4점]

<보 기>
 가. $g(1) = 2$ 이다.
 나. $g(k) = 0$ 을 만족하는 정수 k 의 최댓값은 -1이다.
 다. $k > 0$ 이면 $y = g(k)$ 는 상수함수이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



17. 2보다 큰 실수 a 에 대하여 $1 < x < a$ 일 때, <보기>를 착은 것부터
바르게 나열한 것은? [5.5점]

<보 기>

ㄱ. $\log_a x^3$ ㄴ. $3(\log_a x)^2$ ㄷ. $3^{\log_a ax}$ ㄹ. $\log_3 \left(\frac{\log_a ax}{3} \right)$

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ
- ② ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ
- ③ ㄷ, ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ④ ㄷ, ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ⑤ ㄷ, ㄴ, ㄱ, ㄹ

ㄷ>ㄴ. ㄹ) $a=4$
 $x=2$

ㄱ. $\log_4 8 = \frac{3}{2} \log_2 2$

ㄴ. $3(\log_4 2)^2 = \frac{3}{4}$

ㄷ. $\log_4 8 = \frac{3}{2} = 3\sqrt{3}$

ㄹ. $\log_3 \frac{3/2}{3/1} = \log_3 \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\log_2 8 = \frac{3}{2}$

ㄱ. $\log_3 3^{\frac{3}{2}}$

ㄴ. $\log_3 3^{\frac{3}{4}}$

ㄷ. $\log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$

ㄹ. $\log_3 \left(\frac{1}{2} \right)$

[논술형 1] 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{|a-1|}(x^2 - 2ax + 3a + 10)$ 가
정의되기 위한 모든 정수 a 의 값의 합을 구하는 과정과 답을 논술
하십시오. [7.0점]

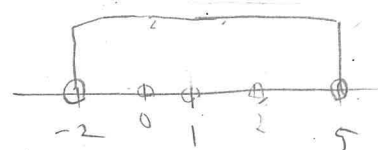
$|a-1| \neq 1$ $-a+1 \neq 1$ $a \neq 0$
 $a-1 \neq 1$ $a \neq 2$
 $|a-1| > 0$ $-a+1 > 0$ $a < 1$
 $a-1 > 0$ $a > 1$

$x^2 - 2ax + 3a + 10 > 0$

$\frac{b}{4} = a^2 - 3a - 10 < 0$

$(a-5)(a+2) < 0$

$-2 < a < 5$



$-1, 3, 4$

6

[논술형 2] 어느 회사의 공기청정기는 20분마다 미세 먼지 농도를 75%씩 감소시킨다고 한다. 이 회사의 공기청정기를 이용하여 미세 먼지 농도를 감소시킨다고 할 때, 미세 먼지 농도가 현재의 $\frac{1}{256}$ 배 이하가 되는 것은 최소 몇 분 후인지 구하는 과정과 답을 논술하시오. [6.0점]

$$A \times \left(\frac{75}{100}\right)^n \leq A \times \frac{1}{256} \quad (2^8)$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{1}{2^8}$$

$n=9$
20분

[논술형 3] $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 각 θ 에 대하여 $\tan\theta - \frac{8}{\tan\theta} = 2$ 일 때, $\cos\theta - \sin\theta$ 의 값을 구하는 과정과 답을 논술하시오. [7.0점]

$$\frac{s}{c} - \frac{\frac{8}{s}}{c} = \frac{s}{c} - \frac{8c}{s} = 2$$

$$= \frac{s^2 - 8c^2}{cs}$$

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전재 및 재배포사 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.