



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-13  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [함수]

공집합이 아닌 두 집합  $X, Y$ 에 대하여 집합  $X$ 의 각 원소에 집합  $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때, 이 대응  $f$ 를 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수라 하고, 기호로  $f: X \rightarrow Y$ 와 같이 나타낸다.

#### [여러 가지 함수]

(1) 일대일대응: 일대일함수이고 치역과 공역이 같은 함수  
즉,  $f: X \rightarrow Y$ 에서

①  $x_1, x_2 \in X$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$  (일대일함수)

②  $\{f(x) | x \in X\} = Y$

(2) 항등함수: 정의역과 공역이 같고, 정의역의 각 원소에 자기 자신이 대응하는 함수

$f: X \rightarrow X, f(x) = x (x \in X)$

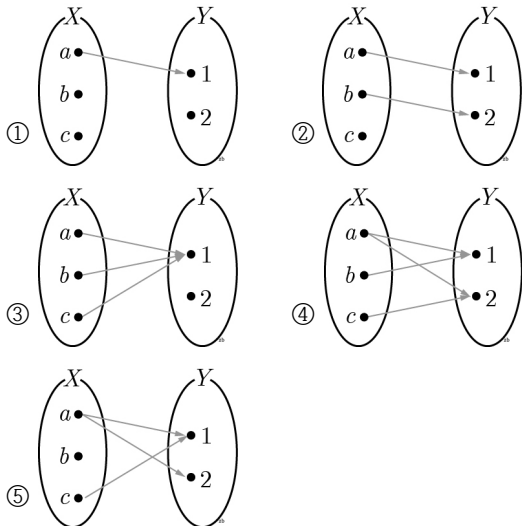
(3) 상수함수: 정의역의 모든 원소가 공역의 단 하나의 원소로만 대응하는 함수

$f: X \rightarrow Y, f(x) = c (x \in X, y \in Y, c \text{는 상수})$

### 기본문제

[문제]

1. 다음 중 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수인 것은?



[문제]

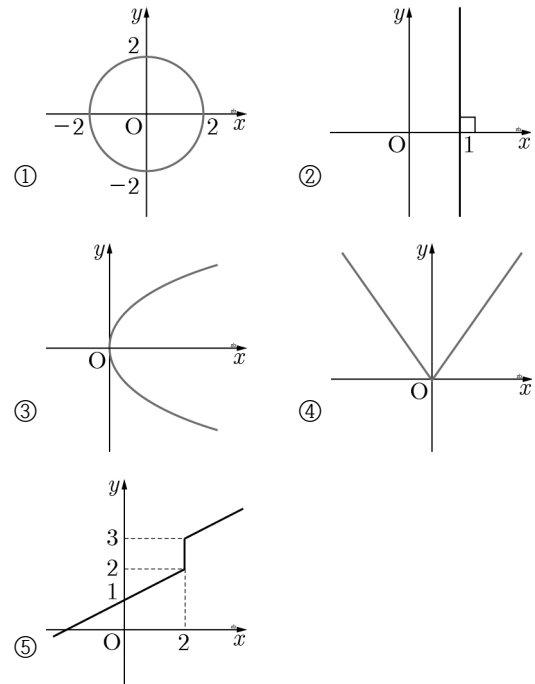
2. 정의역이  $\{1, 2\}$ 인 두 함수  $f(x) = x + 1,$

$g(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여  $f = g$ 가 성립할 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ① -6                      ② -4  
③ -2                      ④ 0  
⑤ 2

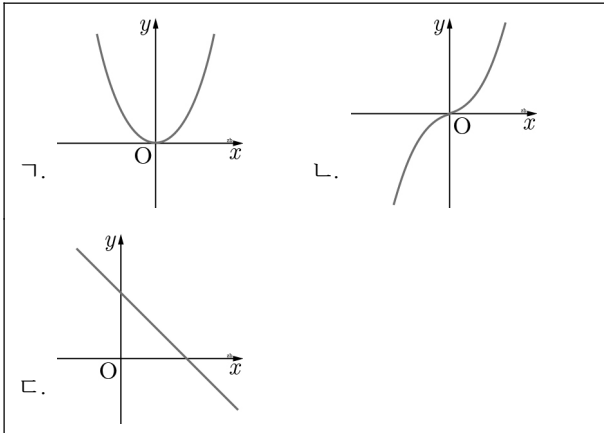
[문제]

3. 다음 중에서 함수의 그래프는?



[문제]

4. 다음 중에서 일대일대응의 그래프를 있는 대로 고른 것은?



- ① 가                      ② 나  
③ 가, 나                ④ 가, 다  
⑤ 나, 다

[문제]

5. 실수 전체에서 정의된 두 함수  $f, g$ 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

- (가)  $f$ 는 항등함수이다.  
(나)  $g$ 는 상수함수이다.  
(다)  $f(1)+g(2)=3$

이때,  $f(4)+g(4)$ 의 값은?

- ① 3                      ② 4  
③ 5                      ④ 6  
⑤ 7

평가문제

[소단원 확인 문제]

6. 두 집합  $X=\{1, 2, 3\}$ ,  $Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가  $f(x)=6-x$ 일 때, 치역의 모든 원소의 합은?

- ① 11                      ② 12  
③ 13                      ④ 14  
⑤ 15

[소단원 확인 문제]

7. 집합  $X=\{0, 1\}$ 에서 집합  $Y=\{2, a\}$ 로의 두 함수  $f, g$ 가  $f(x)=x^2+2$ ,  $g(x)=bx+c$ 이고  $f=g$ 일 때, 세 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2                      ② 3  
③ 4                      ④ 5  
⑤ 6

[소단원 확인 문제]

8. 다음 함수 중에서 일대일함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- 가.  $y=x^2-1$                       나.  $y=-x+1$   
다.  $y=1$                           라.  $y=x$

- ① 가, 나                      ② 가, 다  
③ 나, 다                      ④ 나, 라  
⑤ 다, 라

[소단원 확인 문제]

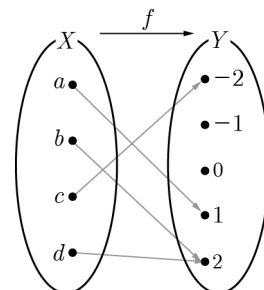
9. 다음 관계 중 함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- 가. A 빵집에서의 빵과 그 빵의 가격의 관계  
나. 학급 안에서의 교우 관계  
다. 공을 높은 곳에서 떨어뜨렸을 때, 지난 시간과 공의 높이 사이의 관계

- ① 가                      ② 나  
③ 가, 나                      ④ 가, 다  
⑤ 가, 나, 다

[중단원 연습 문제]

10. 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 다음 그림과 같을 때, 함수에 대한 설명으로 옳바르지 않은 것은?



- ① 함수의 정의역은  $\{a, b, c, d\}$ 이다.  
② 함수의 치역은  $\{-2, 1, 2\}$ 이다.  
③ 함수의 공역은  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이다.  
④ 함수  $f$ 에 대하여  $f(a)=1$ 이다.  
⑤ 함수  $f$ 는 일대일 함수이다.

[중단원 연습 문제]

11. 다음 중에서 상수함수인 것의 개수는? (단, 정의역은 실수 전체이다.)

㉠. $y = x$	㉡. $y = -2x + 4$
㉢. $y = 3$	㉣. $x = 1$
㉤. $y = x^2 - 4x + 4$	

- ① 0개                      ② 1개  
③ 2개                      ④ 3개  
⑤ 4개

[중단원 연습 문제]

12. 두 집합  $X = \{0, 1, 2\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 다음 중에서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

㉠. $f(x) = x + 2$	㉡. $f(x) =  x - 2 $
㉢. $f(x) = x^2 + 1$	

- ① ㉠                      ② ㉡  
③ ㉠, ㉡                ④ ㉠, ㉢  
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

[중단원 연습 문제]

13. 집합  $X = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 에서 집합  $Y = \{y | -4 \leq y \leq 4\}$ 으로의 함수  $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은? (단,  $a < 0$ )

- ① -2                      ② -1  
③ 0                      ④ 1  
⑤ 2

[중단원 연습 문제]

14. 집합  $X = \{x | x \geq a\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = x^2 - 3x + 3$ 이 일대일대응일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2  
③ 3                      ④ 4  
⑤ 5

[대단원 종합 문제]

15. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ,

$Y = \{y | y \text{는 자연수}\}$ 에서 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가

$f(x) = (x^2 \text{을 } 6 \text{으로 나눈 나머지})$ 일 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 2개                      ② 3개  
③ 4개                      ④ 5개  
⑤ 6개

[대단원 종합 문제]

16. 두 함수  $f, g$ 의 정의역이  $\{0, 1\}$ 일 때, 다음 중  $f = g$ 인 것만을 있는 대로 고른 것은?

㉠. $\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = x^2 \end{cases}$	㉡. $\begin{cases} f(x) = 1 - x \\ g(x) = x \end{cases}$
㉢. $\begin{cases} f(x) = \left x - \frac{1}{2}\right  + \frac{1}{2} \\ g(x) = x^2 - x + 1 \end{cases}$	

- ① ㉠                      ② ㉡  
③ ㉠, ㉡                ④ ㉠, ㉢  
⑤ ㉡, ㉢

[대단원 종합 문제]

17. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,

$Y = \{1, 2, 3\}$ 에서 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 공역과 치역이 같을 때,

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 22                      ② 23  
③ 24                      ④ 25  
⑤ 26



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ③

[해설] ①  $X$ 의 원소  $b, c$ 가  $Y$ 에 대응하지 않기 때문에 함수가 아니다.

②  $X$ 의 원소  $c$ 가  $Y$ 에 대응하지 않기 때문에 함수가 아니다.

④  $X$ 의 원소  $a$ 가  $Y$ 에 대응하는 원소가 2개이기 때문에 함수가 아니다.

⑤  $X$ 의 원소  $a$ 가  $Y$ 에 대응하는 원소가 2개이며,  $X$ 의 원소  $b$ 는  $Y$ 에 대응하는 원소가 없기 때문에 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ③이다.

## 2) [정답] ①

[해설]  $f=g$ 이므로  $f(1)=g(1)$ ,  $f(2)=g(2)$ 이다.

따라서  $f(1)=2=1+a+b$

$f(2)=3=4+2a+b$

두 식을 연립하면

$a=-2$ ,  $b=3$ 이므로  $ab=-6$ 이다.

## 3) [정답] ④

[해설] 함수의 그래프이기 위해선  $y$ 축에 평행한 직선을 그었을 때 교점이 2개 이상이어선 안 된다. 보기의 그래프 중 ④ 만이 언제나 교점이 하나이므로 함수이다.

## 4) [정답] ⑤

[해설] 일대일대응의 그래프이기 위해선  $x$ 축에 평행한 직선을 그었을 때 교점이 2개 이상이어선 안 된다. 보기의 그래프 중 ⑤, ⑥이 언제나 교점이 하나이므로 일대일대응이다.

## 5) [정답] ④

[해설]  $f(1)+g(2)=1+g(2)=3$ 이므로

$g(2)=2$ , 즉,  $g(x)=2$ 이다.

따라서  $f(4)+g(4)=4+2=6$ 이다.

## 6) [정답] ②

[해설] 정의역이  $\{1, 2, 3\}$ 이므로

이를 함수  $f(x)=6-x$ 에 대입하면

치역은  $\{3, 4, 5\}$ 이 되어 합은 12이다.

## 7) [정답] ⑤

[해설]  $f=g$ 이므로  $f(1)=g(1)$ ,  $f(0)=g(0)$ 이다.

$3=b+c$

$2=c$

가 성립하므로  $b=1$ ,  $c=2$ 이다.

또한, 공역  $Y=\{2, a\}$ 에서  $a=3$ 이다.

따라서  $a+b+c=6$ 이다.

## 8) [정답] ④

[해설] 일대일함수이기 위해서는

$x_1 \neq x_2$ 일 때,  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야 한다.

ㄱ.  $f(-1)=f(1)$ 이므로 일대일함수가 아니다.

ㄷ.  $f(x_1)=f(x_2)=1$ 이므로 일대일함수가 아니다.

따라서 일대일함수는 ㄱ, ㄷ이다.

## 9) [정답] ④

[해설] 대응이 함수이기 위해서는 정의역의 원소마다 하나씩 공역의 원소에 대응해야 한다.

ㄴ. 교우 관계의 경우 하나의 정의역의 원소가 공역의 여러 원소에 대응될 수 있으므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

## 10) [정답] ⑤

[해설] 일대일 함수는 정의역  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수를 뜻한다. 그러나 주어진 함수는 일대일 함수가 아니다.

## 11) [정답] ②

[해설] ㄱ. 항등함수이다.

ㄴ. 일대일 대응이다.

ㄷ. 상수함수이다.

ㄹ. 함수가 아니다.

ㅁ. 일대일대응이 아닌 함수이다.

따라서 상수함수인 것은 1개다.

## 12) [정답] ③

[해설] 함수이기 위해서는  $X$ 의 각 원소에  $Y$ 의 원소가 하나씩 대응해야 한다.

ㄷ에서  $f(2)=5 \notin Y$ 이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

## 13) [정답] ③

[해설] 함수  $f(x)=ax+b$ 가  $a < 0$ 이면서

일대일대응이라면 점  $(-1, 4)$ ,  $(3, -4)$ 를 지나는 함수이면 충분하다.

따라서  $-a+b=4$ ,  $3a+b=-4$

두 식을 연립하면  $a=-2$ ,  $b=2$ 이므로

$a+b=0$ 이다.

## 14) [정답] ③

[해설]  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x)$ 가 일대일대응이므로  $(a, a)$ 를 지나야 한다.

$a=a^2-3a+3$

$a^2-4a+3=0$

$a=1$  또는  $a=3$

그런데  $a=1$ 이면  $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$ 에서

일대일함수가 아니게 되므로  $a=3$ 이다.

## 15) [정답] ③

[해설]  $x=1, 2, 3, \dots, 10$ 을 대입하면

함수  $f$ 의 치역은

$\{0, 1, 3, 4\}$ 이므로 원소의 개수는 4이다.

## 16) [정답] ④

[해설]  $\neg$ .  $f(0)=g(0)$ ,  $f(1)=g(1)$ 이므로  $f=g$ 이다.

$\neg$ .  $f(0) \neq g(0)$ ,  $f(1) \neq g(1)$ 이므로  $f \neq g$ 이다.

$\cap$ .  $f(0)=g(0)$ ,  $f(1)=g(1)$ 이므로  $f=g$ 이다.

따라서 옳은 것은  $\neg$ ,  $\cap$ 이다.

## 17) [정답] ③

[해설] 공역과 치역이 같아야 하므로

$X$ 의 원소 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서

3개의 원소는 1, 2, 3을 함숫값으로 갖고

나머지 3개의 원소는 1, 2, 3 중 무엇을 가져도  
괜찮다.

따라서  $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$ 의

최댓값은  $1+2+3+3+3+3=15$ 이고, 최솟값은

$1+2+3+1+1+1=9$ 이므로 그 합은 24이다.