



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 곱셈공식 및 그 변형을 묻는 문제, 항등식과 나머지
지정리를 이용하여 해결하는 문제 등이 자주 출제되며 계산을 많
이 필요로 하는 단원이므로 실수가 생기지 않도록 학습합니다.
또한, 간단한 단순 계산 유형부터 복합적인 고난도 문제까지 다양
하게 출제되므로 여러 가지 유형을 학습하도록 합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

1. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① $(3x-2)^3 = 27x^3 + 54x^2 - 36x - 8$
- ② $(x+1)(x^2+x+1) = x^3+1$
- ③ $(a-b+c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab+2bc+2ac$
- ④ $(x-3)(x+1)(x+2) = x^3-7x-6$
- ⑤ $(a-b-1)(a^2+b^2+ab+a-b+1) = a^3-b^3+3ab-1$

[스스로 확인하기]

2. 다음 다항식을 전개하면?

$$(a+1)(a-1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$$

- ① a^4+1
- ② a^4-1
- ③ a^6+1
- ④ a^6-1
- ⑤ a^4-a^2+1

[스스로 확인하기]

3. 세 다항식 A, B, C 가 $A = x^2 - xy + 2y^2$, $B = 3x^2 - 2xy - y^2$, $C = 4x^2 + xy - 3y^2$ 일 때, $2(A-B) - \{B-3(C-A)\}$ 의 값을 구하면?

- ① $2x^2 - 10x - 8y^2$
- ② $2x^2 + 10xy - 8y^2$
- ③ $-13x^2 + 10xy - 8y^2$
- ④ $2x^2 + 4xy - 8y^2$
- ⑤ $-13x^2 + 4xy - 4y^2$

[스스로 확인하기]

4. 두 다항식 A, B 가 $A = a^2 + ab - b^2$, $B = 2a^2 + 5ab - 2b^2$ 일 때, $A - 2(X - B) = 3A$ 를 만족 시키는 다항식 X 는?

- ① $a^2 + 6ab - b^2$
- ② $a^2 + 4ab - b^2$
- ③ $a^2 + 4ab + 3b^2$
- ④ $-a^2 + 4ab - b^2$
- ⑤ $3a^2 + 4ab - b^2$

[스스로 확인하기]

5. 밑면의 가로, 세로의 길이가 $2x-1$ 이고 높이가 $x-1$ 인 직육면체 모양의 나무토막에 정육면체 모양 의 구멍을 뚫어 블록을 만들었다. 이 블록의 부피 는? (단, $x > 1$)

- ① $3x^3 + 5x^2 + 2x$
- ② $3x^3 - 5x^2 + 2x$
- ③ $3x^3 + 5x^2 - 2x$
- ④ $3x^3 - 5x^2 - 2x$
- ⑤ $3x^3 + 2x$

[스스로 확인하기]

6. $x-y=2$, $x^3-y^3=10$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 의 값은?

- ① 10
- ② 14
- ③ 16
- ④ 22
- ⑤ 26

[스스로 확인하기]

7. $x+y=2$, $x^2+y^2=8$ 일 때, x^7+y^7 의 값을 구하 면?

- ① 1104
- ② 1136
- ③ 1456
- ④ 1424
- ⑤ -208

[스스로 확인하기]

8. 곱셈공식을 이용하여

99(10001+100)-101(10001-100)의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1
 ③ 2 ④ -2
 ⑤ 0

[스스로 확인하기]

9. 다항식 $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 3$ 을 다항식 A 로 나누었을때의 몫은 $x^2 - 2x + 1$ 이고, 나머지는 4이다.다항식 A 의 x 의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때,
 $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1
 ③ -1 ④ 3
 ⑤ -3

[스스로 확인하기]

10. 다항식 $x^3 - 10x - 8$ 를 다항식 $P(x)$ 로 나누었을때의 몫이 $Q(x)$ 이고 나머지가 $3x + 4$ 이다. 또 다항식 $Q(x)$ 를 $x+4$ 로 나누었을 때의 몫이 x 이고 나머지가 3이다. 이때 $P(x) - Q(x)$ 는?

- ① $-x^2 - 3x - 7$ ② $x^2 - 3x - 7$
 ③ $-x^2 - 5x - 7$ ④ $-x^2 - 5x - 1$
 ⑤ $x^2 + 5x - 1$

[스스로 확인하기]

11. 다항식 $P(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 2라 할 때, $xP(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는? (단, r 는 상수)

- ① 몫: $xQ(x) + 2$, 나머지: 2
 ② 몫: $xQ(x) + 1$, 나머지: 1
 ③ 몫: $\frac{1}{2}xQ(x) + 1$, 나머지: -1
 ④ 몫: $\frac{1}{2}xQ(x) + 1$, 나머지: 1
 ⑤ 몫: $\frac{1}{2}xQ(x) + 1$, 나머지: 2

[스스로 확인하기]

12. 다항식 $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 2$ 는 $P(x) = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 와 같이 나타낼 수 있다. 이를 이용하여 $f(1.1)$ 의 값을 구할 때, $f(1.1)$ 의 정수부분을 구한 것은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[스스로 확인하기]

13. 등식

 $x^3 + x^2 + x + 1 = ax(x+1)(x-2) + bx(x+1) + cx + d$ 가 x 에 대한 항등식이 되게 하는 상수 a, b, c, d 의 곱 $abcd$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 4
 ⑤ -2

[스스로 확인하기]

14. 등식 $x^2 = a(x-1)(x-2) + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

- ① 10 ② 11
 ③ 17 ④ 29
 ⑤ 62

[스스로 확인하기]

15. 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 -1, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -7이다. $P(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

- ① -3 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 3

[스스로 확인하기]

16. 다항식 x^3+ax-3 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2일 때, 다항식 x^3+ax-3 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -21 ② -19
③ -12 ④ -8
⑤ 0

[스스로 확인하기]

17. $2019^{2019}+2019^{2017}+2019^{2015}$ 을 2020으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 2016
⑤ 2017

[스스로 확인하기]

18. 다항식 $P(x)$ 를 $2x-1$ 로 나눈 나머지가 2일 때, 다항식 $(x^2+2x+5)P(x)$ 를 $2x-1$ 로 나눈 나머지는?

- ① 25 ② $\frac{13}{2}$
③ $\frac{25}{2}$ ④ 13
⑤ 26

[스스로 확인하기]

19. 다항식 x^4+ax^2+b 가 $(x-2)(x^2+1)$ 를 인수로 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① -7 ② -5
③ -3 ④ 3
⑤ 5

[스스로 확인하기]

20. 다항식 x^3+ax^2+3x+b 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[스스로 확인하기]

21. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 다항식 $f(x)+g(x)$ 는 $x-3$ 로 나누어 떨어지고, 다항식 $f(x)g(x)$ 를 $x-3$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다항식 $f(x)^3+g(x)^3$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② -3
③ 3 ④ -8
⑤ 8

[스스로 확인하기]

22. 다항식 $P(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이고, $(x-3)(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지가 $4x-3$ 이다. $P(x)$ 를 x^2-5x+6 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② $x+6$
③ $3x-4$ ④ $x+2$
⑤ $5x-6$

[스스로 확인하기]

23. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-2)(x+5)$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2이고, 다항식 $g(x)$ 를 $(x-2)(x-4)$ 로 나누었을 때의 나머지가 3일 때, $f(x)g(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -6 ② -2
③ 1 ④ 2
⑤ 4

[스스로 확인하기]

24. 최고차항의 계수가 1인 x 에 대한 삼차다항식 $P(x)$ 가 서로 다른 세 자연수 p, q, r 에 대하여 $P(p) = P(q) = P(r) = 0$, $P(0) = -6$ 을 만족할 때, 다항식 $P(x)$ 를 $x-6$ 으로 나눈 나머지는?

- ① 30 ② 40
③ 50 ④ 60
⑤ 70

[스스로 확인하기]

25. 다항식 $x^3 + (a-1)x^2 + (2a+3)x + 6$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4가 되도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2
③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1
⑤ $-\frac{1}{2}$

[스스로 확인하기]

26. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = (a-1)^3$
② $x^3 - 4x^2 + 3x = x(x-1)(x-3)$
③ $-8a^3 + 36a^2b - 54ab^2 + 27b^3 = (-2a+3b)^3$
④ $x^3 + 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$
⑤ $x^4 + x^2y^2 + y^4 = (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

[스스로 확인하기]

27. 다음 중 옳은 것은?

- ① $x^4 - 5x^2 + 4 = (x+1)(x-1)(x+2)^2$
② $(x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 6 = (x+1)(x-2)(x^2 + x + 3)$
③ $x^2 - 3xy + 2y^2 - 2x + y - 3 = (x-2y-3)(x-y+1)$
④ $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + 2x - 3)(x^2 - 2x - 3)$
⑤ $x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x-1)(x-2)(x+3)$

[스스로 확인하기]

28. $\frac{10^9 - 1}{10^3 - 1}$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 2자리 ② 4자리
③ 7자리 ④ 8자리
⑤ 9자리

[스스로 확인하기]

29. 다항식 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 2x + 3$ 을 인수분해하였더니 $(2x+b)(cx+d)(x-1)$ 이 되었다. 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

[스스로 확인하기]

30. 다항식 $2x^3 - 7x^2 + (3k+1)x - 2$ 가 서로 다른 3개의 일차식을 인수로 가지고, 그 중 2개의 일차식이 다항식 $x^2 - 3x + k$ 의 인수일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[스스로 확인하기]

31. 자연수 x 에 대하여 가로 길이가 $x^3 + 9x^2 + 23x + 15$, 세로 길이가 $x^2 + 3x + 2$ 인 직사각형 모양의 바닥이 있다. 한 변의 길이가 $x+1$ 인 정사각형 모양의 타일로 이 바닥 전체를 겹치지 않게 빈틈없이 깔려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① $(x+2)(x+3)$
② $(x+2)(x+5)$
③ $(x+1)(x+2)(x+5)$
④ $(x+2)(x+3)(x+5)$
⑤ $(x+1)(x+2)(x+5)$

[스스로 확인하기]

32. $6^6 - 1$ 은 n 으로 나누어 떨어진다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수 n 의 합을 구하면?

- ① 98 ② 109
 ③ 120 ④ 137
 ⑤ 142

[스스로 확인하기]

33. $(x+1)(x+3)(x+4)(x+6)+8$ 은 계수가 정수인 두 이차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 두 이차식을 더한 것을 ax^2+bx+c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 26
 ③ 34 ④ 40
 ⑤ 45

[스스로 확인하기]

34. $x^4+3x^3-8x^2+3x+1$ 을 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x-c)^2$ 이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 5
 ③ 6 ④ 10
 ⑤ 12



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] ① $(3x-2)^3 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$ (거짓)

② $(x+1)(x^2+x+1) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ (거짓)

③ $(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$ (거짓)

④ $(x-3)(x+1)(x+2) = x^3 - 7x - 6$ (참)

⑤ $(a-b-1)(a^2+b^2+ab+a-b+1) = a^3 - b^3 - 3ab - 1$ (거짓)

2) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & (a+1)(a-1)(a^2-a+1)(a^2+a+1) \\
 &= \{(a-1)(a^2+a+1)\} \{(a+1)(a^2-a+1)\} \\
 &= (a^3-1)(a^3+1) \\
 &= a^6-1
 \end{aligned}$$

3) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & 2(A-B) - \{B-3(C-A)\} \\
 &= 2A-2B-B+3C-3A \\
 &= -A-3B+3C \\
 &= -(x^2-xy+2y^2) - 3(3x^2-2xy-y^2) \\
 &\quad + 3(4x^2+xy-3y^2) \\
 &= -x^2+xy-2y^2-9x^2+6xy+3y^2 \\
 &\quad + 12x^2+3xy-9y^2 \\
 &= 2x^2+10xy-8y^2
 \end{aligned}$$

4) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & A-2(X-B)=3A \text{에서} \\
 & A-2X+2B=3A \text{이고 } X=B-A \text{이다.} \\
 \text{따라서} & \\
 X &= (2a^2+5ab-2b^2) - (a^2+ab-b^2) \\
 &= 2a^2+5ab-2b^2-a^2-ab+b^2 = a^2+4ab-b^2
 \end{aligned}$$

5) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & \text{정육면체의 한 모서리의 길이는 직육면체인 나} \\
 & \text{무도막의 높이와 같으므로 } x-1 \text{이다.} \\
 & \text{블록의 부피는 직육면체의 부피에서 정육면체의} \\
 & \text{부피를 빼면 된다.} \\
 & (2x-1)^2(x-1) - (x-1)^3 \\
 &= (x-1)(3x^2-2x) \\
 &= 3x^3-5x^2+2x \\
 \text{따라서 블록의 부피는 } & 3x^3-5x^2+2x \text{이다.}
 \end{aligned}$$

6) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & x^3-y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) \text{이므로} \\
 10 &= 2^3 + 6xy, \quad xy = \frac{1}{3} \\
 x^2+y^2 &= (x-y)^2 + 2xy = 2^2 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3} \text{이므로} \\
 \frac{x}{y} + \frac{y}{x} &= \frac{x^2+y^2}{xy} = 14
 \end{aligned}$$

7) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy \text{이고 } 8 = 2^2 - 2xy \text{이므로} \\
 & xy = -2 \text{이다.} \\
 x^3+y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 2^3 + 12 = 20 \\
 x^4+y^4 &= (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 = 8^2 - 8 = 56 \text{이다.} \\
 \text{따라서} & \\
 x^7+y^7 &= (x^3+y^3)(x^4+y^4) - x^3y^3(x+y) \\
 &= (20 \times 56) + 16 = 1136 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

8) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & 99(10001+100) - 101(10001-100) \\
 &= (100-1)(100^2+100+1) \\
 &\quad - (100+1)(100^2-100+1) \\
 &= 100^3-1 - (100^3+1) = -2
 \end{aligned}$$

9) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & x^4-4x^3+4x^2+3 = A(x^2-2x+1) + 4 \text{이므로} \\
 A(x^2-2x+1) &= x^4-4x^3+4x^2-1 \\
 \text{따라서 다항식 } A & \text{는 } x^4-4x^3+4x^2-1 \text{을} \\
 & x^2-2x+1 \text{로 나누었을 때의 몫이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 x^2-2x-1 \\
 x^2-2x+1 \overline{) x^4-4x^3+4x^2-1} \\
 \underline{x^4-2x^3+x^2} \\
 -2x^3+3x^2 \\
 \underline{-2x^3+4x^2-2x} \\
 -x^2+2x-1 \\
 \underline{-x^2+2x-1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 A & \text{는 } x^2-2x-1 \text{이므로 } a=-2, b=-1 \text{이다.} \\
 \text{따라서 } a+b &= -3 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

10) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & Q(x) = (x+4)x+3 = x^2+4x+3 \text{이므로} \\
 x^3-10x-8 &= P(x)(x^2+4x+3) + 3x+4 \\
 x^3-13x-12 &= P(x)(x^2+4x+3) \\
 \text{다항식 } x^3-13x-12 & \text{를 } x^2+4x+3 \text{로 나누면} \\
 x-4 & \text{로 나누어 떨어진다.} \\
 \text{따라서 } P(x) &= x-4 \text{이므로} \\
 P(x)-Q(x) &= (x-4) - (x^2+4x+3) = -x^2-3x-7
 \end{aligned}$$

11) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} & P(x) = (x-\frac{1}{2})Q(x) + 2 \text{이므로} \\
 xP(x) &= x(x-\frac{1}{2})Q(x) + 2x \\
 &= (2x-1) \cdot \frac{1}{2}xQ(x) + (2x-1) + 1 \\
 &= (2x-1) \left\{ \frac{1}{2}xQ(x) + 1 \right\} + 1
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 몫은 $\frac{1}{2}xQ(x)+1$, 나머지는 1이다.

12) [정답] ③

1	2	-1	4	-2
		2	1	5
1	2	1	5	3
		2	3	
1	2	3	8	
		1		
	2		5	

[해설]

이므로 $a=2, b=5, c=8, d=3$ 이다.
 $P(x)=2(x-1)^3+5(x-1)^2+8(x-1)+3$ 이고
 $P(1.1)=3.852$ 이므로 $P(1.1)$ 의 정수부분은 3이다.

13) [정답] ③

[해설] 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 삼차항의 계수를 비교하면 $a=1$ 이다.
 주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $d=1$
 $x=-1$ 을 대입하면 $0=-c+1$ 이고 $c=1$
 $x=2$ 를 대입하면 $15=6b+2+1$ 이고 $b=2$ 이다.
 따라서 $abcd=2$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] 주어진 등식의 양변에
 $x=1$ 을 대입하면 $c=1$
 $x=2$ 을 대입하면 $b+c=4$ 이므로 $b=3$
 또 x^2 의 계수를 비교하면 $a=1$ 이다.
 따라서 $a^3+b^3+c^3=1+27+1=29$

15) [정답] ④

[해설] 나머지정리에 의해 $f(1)=-1, f(-2)=-7$
 다항식 $P(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면 $P(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$
 이 식의 양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
 $f(1)=a+b=-1$
 $f(-2)=-2a+b=-7$
 연립하여 풀면 $a=2, b=-3$
 따라서 $R(x)=2x-3$ 이므로 $R(2)=1$

16) [정답] ②

[해설] $f(x)=x^3+ax-3$ 라 하면 나머지정리에 의해
 $f(1)=2$ 이므로
 $f(1)=1+a-3=2$ 이고 $a=4$ 이다.
 $f(x)=x^3+4x-3$ 이므로
 $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는
 $f(-2)=-8-8-3=-19$ 이다.

17) [정답] ⑤

[해설] $x^{2019}+x^{2017}+x^{2015}$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 하면
 $x^{2019}+x^{2017}+x^{2015}=(x+1)Q(x)+R$ 이고
 $x=-1$ 을 대입하면 $-3=R$ 이다.
 $x=2019$ 를 대입하면
 $2019^{2019}+2019^{2017}+2019^{2015}=2020Q(x)-3$ 이고
 나머지는 0보다 크거나 같고 나누는 수 보다 작아야 하므로 나머지는 $2020-3=2017$ 이다.

18) [정답] ③

[해설] 나머지정리에 의해 $P\left(\frac{1}{2}\right)=2$ 이므로
 $(x^2+2x+5)P(x)$ 를 $2x-1$ 로 나눈 나머지는
 $\left(\frac{1}{4}+1+5\right)P\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{2}$

19) [정답] ①

[해설] x^4+ax^2+b 를 $(x-2)(x^2+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면
 $x^4+ax^2+b=(x-2)(x^2+1)Q(x)$
 이 식의 양변에 $x=2, x^2=-1$ 을 대입하면
 $4a+b=-16, a-b=1$ 이므로 $a=-3, b=-4$ 이다.
 따라서 $a+b=-7$ 이다.

20) [정답] ⑤

[해설] 주어진 다항식을 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면
 $x^3+ax^2+3x+b=(x-1)^2Q(x)$
 이 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $1+a+3+b=0$ 이고, $b=-a-4$ 이다.
 따라서 $x^3+ax^2+3x-a-4=(x-1)^2Q(x)$ 이다.

1	1	a	3	-a-4
		1	a+1	a+4
	1	a+1	a+4	0

조립제법에 의하여
 $x^3+ax^2+3x-a-4=(x-1)\{x^2+(a+1)x+a+4\}$
 이고 $x^2+(a+1)x+a+4=(x-1)Q(x)$ 이다.
 이 등식에 $x=1$ 을 대입하면
 $1+a+1+a+4=0$ 이고 $a=-3, b=-1$ 이다.
 따라서 $a^2+b^2=10$ 이다.

21) [정답] ①

[해설] $f(x)+g(x)$ 를 $x-3$ 로 나누어 떨어지므로
 $f(3)+g(3)=0$
 $f(x)g(x)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 2이므로
 $f(3)g(3)=2$
 따라서
 $f(3)^3+g(3)^3$
 $=\{f(3)+g(3)\}^3-3f(3)g(3)\{f(3)+g(3)\}=0$

22) [정답] ⑤

[해설] $P(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 몫을 $Q_1(x)$ 라고 하면 $P(x) = (x-1)(x-2)Q_1(x) + 4$ 이고 $P(2) = 4$ 이다.

$P(x)$ 를 $(x-3)(x+1)$ 로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라고 하면 $P(x) = (x-3)(x+1)Q_2(x) + 4x-3$ 이고 $P(3) = 9$ 이다.

$P(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$P(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$P(2) = 4, P(3) = 9 \text{ 이므로 } 2a + b = 4, 3a + b = 9$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 5, b = -6$ 이다.

따라서 구하는 나머지는 $5x - 6$ 이다.

23) [정답] ①

[해설] $f(x)$ 를 $(x-2)(x+5)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$, $g(x)$ 를 $(x-2)(x-4)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x+5)Q_1(x) - 2$$

$$g(x) = (x-2)(x-4)Q_2(x) + 3$$

따라서 $f(2) = -2, g(2) = 3$ 이고

구하는 나머지는 $f(2)g(2) = -6$ 이다.

24) [정답] ④

[해설] $P(p) = P(q) = P(r) = 0$ 이므로

$$P(x) = (x-p)(x-q)(x-r) \text{ 이다.}$$

$$P(0) = -pqr = -6 \text{ 이므로 } pqr = 6 \text{ 이다.}$$

따라서 서로 다른 세 자연수 p, q, r 는 각각 1, 2, 3 중 하나의 값을 갖고,

$$P(6) = (6-p)(6-q)(6-r) = 60 \text{ 이다.}$$

25) [정답] ③

[해설] 주어진 다항식을 $f(x)$ 라고 하면 나머지정리에 의하여 $f(2) = 4$ 이어야 하므로

$$8 + 4(a-1) + 2(2a+3) + 6 = 4$$

$$8a + 12 = 0 \text{ 이므로 } a = -\frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

26) [정답] ④

$$[해설] x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

27) [정답] ③

$$[해설] ① x^4 - 5x^2 + 4 = (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$$

$$② (x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 6$$

$$= (x+1)(x-2)(x^2 - x + 3)$$

$$③ x^2 - 3xy + 2y^2 - 2x + y - 3$$

$$= x^2 - (3y+2)x + 2y^2 + y - 3$$

$$= x^2 - (3y+2)x + (2y+3)(y-1)$$

$$= \{x - (2y+3)\} \{x - (y-1)\}$$

$$= (x-2y-3)(x-y+1)$$

$$④ x^4 + 2x^2 + 9 = (x^4 + 6x^2 + 9) - 4x^2$$

$$= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$$

$$⑤ x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x+1)(x-2)(x-3)$$

28) [정답] ③

$$[해설] 10^3 = x \text{ 라 하면 } 10^9 = (10^3)^3 = x^3$$

$$\frac{10^9 - 1}{10^3 - 1} = \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = x^2 + x + 1$$

$$= (10^3)^2 + 10^3 + 1 = 1000000 + 1000 + 1$$

$$= 1001001$$

따라서 주어진 수는 7자리의 자연수이다.

29) [정답] ①

[해설] $f(x)$ 가 $x-1$ 을 인수로 가지므로

$$f(1) = 2 + a - 2 + 3 = 0 \text{ 이고 } a = -3 \text{ 이다.}$$

따라서 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$ 이고 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -3 & -2 & 3 \\ & & 2 & -1 & -3 \\ \hline & 2 & -1 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 3) = (x-1)(x+1)(2x-3)$$

따라서 $b = -3, c = 1, d = 1$ 이므로

$$a + b + c + d = -4$$

30) [정답] ⑤

$$[해설] 2x^3 - 7x^2 + (3k+1)x - 2 = (x^2 - 3x + k)(ax - b)$$

$$\text{이므로 } a = 2, b = \frac{2}{k} \text{ 이다.}$$

$$-7x^2 = -\left(\frac{2}{k} + 6\right)x^2 \text{ 이므로 } k = 2 \text{ 이다.}$$

31) [정답] ④

$$[해설] f(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 15 \text{ 이라 하면 } f(-1) = 0$$

이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 9 & 23 & 15 \\ & & -1 & -8 & -15 \\ \hline & 1 & 8 & 15 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 15$$

$$= (x+1)(x^2 + 8x + 15)$$

$$= (x+1)(x+3)(x+5)$$

가로의 길이는 $(x+1)(x+3)(x+5)$,

세로의 길이는 $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$ 이므로

한 변의 길이가 $x+1$ 인 정사각형이 가로에 $(x+3)(x+5)$ 개, 세로에 $(x+2)$ 개가 생긴다. 따라서 필요한 타일의 개수는 $(x+2)(x+3)(x+5)$ 이다.

32) [정답] ②

$$[해설] 6^6 - 1 = (6^3)^2 - 1 = (6^3 - 1)(6^3 + 1)$$

$$= (6-1)(6^2 + 6 + 1)(6+1)(6^2 - 6 + 1)$$

$$= 5 \times 43 \times 7 \times 31$$

따라서 구하는 두 자리의 자연수 n 은 31, 35, 43이고 $31 + 35 + 43 = 109$ 이다.

33) [정답] ③

[해설] $(x+1)(x+3)(x+4)(x+6)+8$
 $= \{(x+1)(x+6)\}\{(x+3)(x+4)\}+8$
 $= (x^2+7x+6)(x^2+7x+12)+8$
 $x^2+7x = X$ 라 하면
 $= (X+6)(X+12)+8$
 $= (X^2+18X+72)+8 = X^2+18X+80$
 $= (X+8)(X+10) = (x^2+7x+8)(x^2+7x+10)$
두 이차식을 더하면
 $ax^2+bx+c = (x^2+7x+8) + (x^2+7x+10)$
 $= 2x^2+14x+18$ 이다.
따라서 $a=2, b=14, c=18$ 이고 $a+b+c=34$ 이다.

34) [정답] ②

[해설] $x^4+3x^3-8x^2+3x+1$
 $= x^2 \left(x^2+3x-8+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2} \right)$
 $= x^2 \left\{ \left(x+\frac{1}{x} \right)^2 + 3 \left(x+\frac{1}{x} \right) - 10 \right\}$
 $x+\frac{1}{x} = X$ 라 하고 인수분해하면
 $x^2(X-2)(X+5)$
 $= x^2 \left(x+\frac{1}{x}+5 \right) \left(x+\frac{1}{x}-2 \right)$
 $= (x^2+5x+1)(x^2-2x+1) = (x^2+5x+1)(x-1)^2$
 $= (x^2+ax+b)(x-c)^2$ 이다.
따라서 $a=5, b=1, c=1$ 이므로 $abc=5$ 이다.