



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[점의 대칭이동]

- x 축에 대한 대칭이동: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$
- y 축에 대한 대칭이동: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
- 원점에 대한 대칭이동: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
- 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동: $(x, y) \rightarrow (y, x)$
- 직선 $y=-x$ 에 대한 대칭이동: $(x, y) \rightarrow (-y, -x)$

[도형의 대칭이동]

- x 축에 대한 대칭이동: $f(x, y) = 0 \rightarrow f(x, -y) = 0$
- y 축에 대한 대칭이동: $f(x, y) = 0 \rightarrow f(-x, y) = 0$
- 원점에 대한 대칭이동: $f(x, y) = 0 \rightarrow f(-x, -y) = 0$
- 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동: $f(x, y) = 0 \rightarrow f(y, x) = 0$
- 직선 $y=-x$ 에 대한 대칭이동: $f(x, y) = 0 \rightarrow f(-y, -x) = 0$

기본문제

[문제]

1. 점 $(2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동하면 (a, b) 일
때, $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -5
③ -7 ④ -9
⑤ -11

[문제]

2. 원 $(x-a)^2 + (y-4)^2 = 9$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여
대칭이동하면 $x^2 + y^2 - bx - 10y + 32 = 0$ 일 때, $b-a$
의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

3. 직선 $2x-3y+1=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한
다음, 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정
식은?

- ① $2x+3y+1=0$ ② $3x+2y+1=0$
③ $2x-3y-1=0$ ④ $3x+2y-1=0$
⑤ $2x-3y+1=0$

평가문제

[중단원 마무리]

4. 점 $P(a, b)$ 을 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한
점이 각각 점 Q , 점 R , 점 S 이다. 사각형 $PQRS$ 의
넓이가 16일 때, $|ab|$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

5. 직선 $ax+y+3=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하고
나서, 원점에 대해 대칭이동한 직선이 $(2, 3)$ 을 지날
때, a 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[중단원 마무리]

6. 원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$
② $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$
③ $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$
④ $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$
⑤ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

[중단원 마무리]

7. 점 $(12, 5)$ 을 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A, B, C라고 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?

- ① 20 ② 30
③ 40 ④ 50
⑤ 120

[중단원 마무리]

8. 직선 $x+ay+5=0$ 을 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 $(2,1)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -4
③ -6 ④ -8
⑤ -10

[중단원 마무리]

9. 직선 $y=\frac{1}{3}x-2$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선에 수직이고, 점 $(1, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식을 구하시오.

- ① $y=x+3$ ② $y=2x+2$
③ $y=3x+1$ ④ $y=4x$
⑤ $y=5x-1$

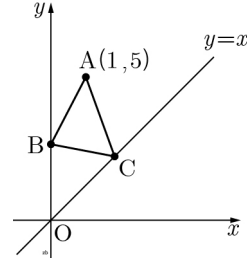
[중단원 마무리]

10. 직선 $y=x+3$ 위의 점 A를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B, 점 B를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 C라고 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 12일 때, 점 A의 좌표를 구하면? (단, 점 A는 제1사분면 위의 점이다.)

- ① $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ ② $(1, 4)$
③ $(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ ④ $(2, 5)$
⑤ $(\frac{5}{2}, \frac{11}{2})$

[중단원 마무리]

11. 점 $A(1, 5)$ 와 y 축 위의 점 B, 직선 $y=x$ 위의 점 C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값을 구하면?



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$
③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$
⑤ $2\sqrt{14}$

[대단원 마무리]

12. 직선 $2x+3y-10=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $x^2+y^2-4ax-6ay=0$ 을 이등분할 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{7}$
③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{5}{9}$
⑤ $\frac{1}{2}$

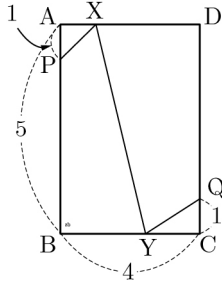
[대단원 마무리]

13. 원 $(x-a)^2+y^2=9$ 를 x 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 후에 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 넓이가 직선 $y=-3x$ 에 의해서 이등분이 된다. a 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[대단원 마무리]

14. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 4, 5인 직사각형 ABCD의 변 AB 위에 점 P가 있고, 변 CD 위에 점 Q가 있다. 또 점 X는 변 AD 위에 움직이고, 점 Y는 변 BC 위에 움직인다. $\overline{AP} = \overline{CQ} = 1$ 일 때, $\overline{PX} + \overline{XY} + \overline{YQ}$ 의 최솟값을 구하면?



- ① $\sqrt{59}$ ② $\sqrt{61}$
 ③ $3\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{65}$
 ⑤ $\sqrt{67}$

[대단원 마무리]

15. 두 점 $A(2,1)$, $B(5,3)$ 와 x 축 위에 움직이는 점 $P(a,0)$ 에 대해서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

유사문제

16. 점 $P(1, 2)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는?

- ① $(2, 1)$ ② $(-1, -2)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(-1, 2)$
 ⑤ $(1, -2)$

17. 도형 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

- ① $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 ② $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$
 ③ $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$
 ④ $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 ⑤ $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 2$

18. 직선 $x-2y-3=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 직선 $2x-y-5=0$ 과 일치한다. 이 때, 실수 n 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

19. 원 $x^2 + y^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 후, 다시 x 축에 대하여 대칭이동 하였더니 원

$$x^2 + y^2 - 10x - 2y + k = 0 \text{ 이 되었다.}$$

이때, $m - n + k$ 의 값은?

- ① 20 ② 21
 ③ 22 ④ 23
 ⑤ 24

20. 두 점 $A(-2,3)$, $B(4,1)$ 과 x 축 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{10}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{13}$
 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{14}$



정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설] 점 $(2, 5)$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면 $(-2, -5)$

따라서 $a = -2$, $b = -5$ 이고 $a + b = -7$

2) [정답] ③

[해설] 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 9$ 의 중심 $(a, 4)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(4, a)$

$x^2 + y^2 - bx - 10y + 32 = 0$ 변형하면

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + (y - 5)^2 = \frac{b^2}{4} - 7$$

$$\text{이때 } (4, a) = \left(\frac{b}{2}, 5\right)$$

따라서 $a = 5$, $b = 8$ 이고 $b - a = 3$

3) [정답] ④

[해설] 직선 $2x - 3y + 1 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $-2x - 3y + 1 = 0$ 이므로 $2x + 3y - 1 = 0$

직선 $2x + 3y - 1 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $-2y - 3x + 1 = 0$

따라서 $3x + 2y - 1 = 0$

4) [정답] ④

[해설] $P(a, b)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$Q(a, -b)$

$P(a, b)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면

$R(-a, b)$

$P(a, b)$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면

$S(-a, -b)$

따라서 사각형 $PQRS$ 의 넓이는

$$|2a| \times |2b| = 4|ab| = 16$$

따라서 $|ab| = 4$

5) [정답] ③

[해설] 직선 $ax + y + 3 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $-ax + y + 3 = 0$ 이므로 $ax - y - 3 = 0$

직선 $ax - y - 3 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면 $-ax + y - 3 = 0$ 이므로 $ax - y + 3 = 0$

이때 직선 $ax - y + 3 = 0$ 이 $(2, 3)$ 을 지나므로 $2a - 3 + 3 = 0$

따라서 $a = 0$

6) [정답] ①

[해설] 원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 의 중심 $(-1, 2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(2, -1)$

그러므로 대칭이동한 원의 중심은 $(2, -1)$

따라서 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$

7) [정답] ⑤

[해설] $A(12, -5)$, $B(-12, 5)$, $C(-12, -5)$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (12+12) \times (5+5) = 120$$

8) [정답] ①

[해설] 직선 $x + ay + 5 = 0$ 을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $y + ax + 5 = 0$ 이므로 $ax + y + 5 = 0$

$ax + y + 5 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 $ax - y + 5 = 0$

이때 $ax - y + 5 = 0$ 이 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$2a + 4 = 0$$

따라서 $a = -2$

9) [정답] ③

[해설] 직선 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한

직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{3}x - 2$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 3이므로 기울기가 3이고 점 $(1, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 4 = 3(x - 1), y = 3x + 1$$

10) [정답] ①

[해설] 양수 a 에 대하여 점 A 의 좌표를 $(a, a+3)$ 이라 하면

$B(a+3, a)$, $C(-a-3, -a)$

점 C 는 직선 $y = x + 3$ 위의 점이고, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = 12, \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2(2a+3)^2} = 12$$

$$\sqrt{(2a+3)^2} = 4$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $a = \frac{1}{2}$

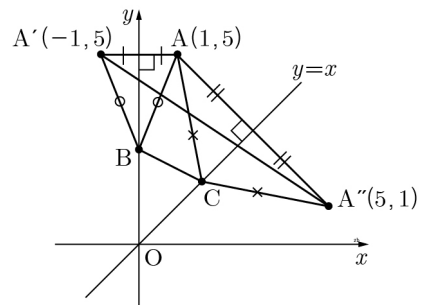
따라서 점 A 의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

11) [정답] ④

[해설] 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A'' 이라고 하면

$A'(-1, 5)$, $A''(5, 1)$

이때 $\overline{AB} = \overline{A'B}$, $\overline{CA} = \overline{CA''}$ 이므로 다음 그림에서



$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{A'B} + \overline{BC} + \overline{CA''} \geq \overline{A'A''}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이의 최솟값은

$$\overline{A'A''} = \sqrt{(5+1)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{13}$$

12) [정답] ①

[해설] 직선 $2x + 3y - 10 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여

대칭이동하면 $2y+3x-10=0$

이때 직선 $3x+2y-10=0$ 이 원의 중심인 $(2a, 3a)$ 를 지나므로 $12a-10=0$

따라서 $a=\frac{5}{6}$

13) [정답] ①

[해설] 원 $(x-a)^2+y^2=9$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼

평행이동하면 $(x-a+1)^2+y^2=9$

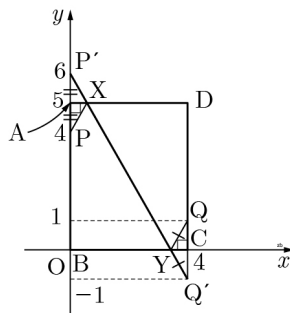
$(x-a+1)^2+y^2=9$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(x+a-1)^2+y^2=9$

이때 직선 $y=3x$ 가 원 $(x+a-1)^2+y^2=9$ 의 중심 $(1-a, 0)$ 을 지난다.

따라서 $a=1$

14) [정답] ④

[해설] 다음 그림과 같이 점 B를 원점, 직선 BC를 x 축, 직선 AB를 y 축으로 하는 좌표평면을 잡고 점 P를 직선 AD에 대하여 대칭이동한 점을 P', 점 Q를 직선 BC에 대하여 대칭이동한 점을 Q'이라고 하면 P'(0, 6), Q'(4, -1)



이때 $\overline{PX}=\overline{P'X}$, $\overline{YQ}=\overline{YQ'}$ 이므로

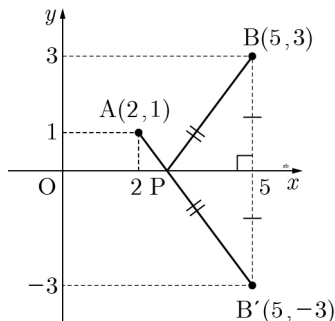
$\overline{PX}+\overline{XY}+\overline{YQ}=\overline{P'X}+\overline{XY}+\overline{YQ'}\geq\overline{P'Q'}$

따라서 구하는 최솟값은

$\overline{P'Q'}=\sqrt{(4-0)^2+(-1-6)^2}=\sqrt{65}$

15) [정답] ⑤

[해설]



다음 그림과 같이 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 점 B를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 B'에 대하여 $\overline{AB'}$ 이다.

점 B(5,3)를 x 축에 대하여 대칭이동하면

B'(5,-3)

그러므로 $\overline{AB'}=\sqrt{(5-2)^2+(-3-1)^2}=5$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 5

16) [정답] ②

[해설] 점 P(1, 2)를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 (-1, -2)이다.

17) [정답] ④

[해설] 원 $(x-3)^2+(y+2)^2=4$ 의 중심 (3, -2)를 원점에 대하여 대칭이동하면 (-3, 2)이므로 $(x+3)^2+(y-2)^2=4$ 이다.

18) [정답] ⑤

[해설] 직선 $x-2y-3=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$(x-2)-2(y-n)-3=0$ 이고,

다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$(y-2)-2(x-n)-3=0$ 이다.

$2x-y+5-2n=0$

$5-2n=-5$

$\therefore n=5$

19) [정답] ④

[해설] 이동된 원의 방정식을 정리하면

$(x-5)^2+(y-1)^2=26-k$ 이므로 원 $x^2+y^2=9$ 의 중심 (0,0)이 (5,1)로 이동한 것이다.

즉, 원점 (0,0)을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동 하면 (m,n) 이고 이를 다시 x 축 대칭하면 $(m,-n)=(5,1)$ 이므로

$m=5, n=-1$ 이다.

$26-k=9$ 이므로 $k=17$

따라서 $m-n+k=5+1+17=23$ 이다.

20) [정답] ③

[해설] 점 A(-2,3)을 x 축에 대하여 대칭이동한

점을 A'(-2, -3)이라 하면 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 선분 $\overline{A'B}$ 의 길이와 같다.

$\therefore \overline{A'B}=\sqrt{(4+2)^2+(1+3)^2}=2\sqrt{13}$