



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-07-13
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[합성함수]

두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 에 대하여
 $g \circ f: X \rightarrow Z, (g \circ f)(x) = g(f(x))$

기본문제

[문제]

1. 두 함수 $f(x) = x - 1, g(x) = x^2 + 2$ 에서
 $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[예제]

2. 두 함수 $f(x) = 2x^2 + 1, g(x) = 2x + 3$ 에서
 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 3 ② 9
③ 12 ④ 18
⑤ 24

[문제]

3. 두 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = -x^2 + 2$ 에서
 $(f \circ g)(x)$ 은?

- ① $-2x - 1$ ② $-x^2 + 2$
③ $-2x^2 - 1$ ④ $-2x^2 + 3$
⑤ $4x^2 - 4x + 3$

[문제]

4. 세 함수 $f(x) = x^2 + 1, g(x) = 3x, h(x) = -x + 1$
에서 $(h \circ (g \circ f))(-1) + ((h \circ g) \circ f)(0)$ 의 값은?

- ① -8 ② -7
③ -6 ④ -5
⑤ -4

평가문제

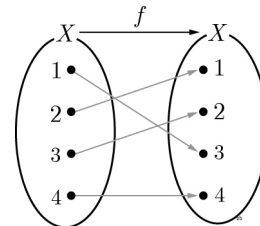
[소단원 확인 문제]

5. 두 함수 $f(x) = x^2 - 3x, g(x) = |2x - 1|$ 에서
 $(f \circ g)(1) + (g \circ g)(0)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[소단원 확인 문제]

6. 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같을 때,
 $f(2) + (f \circ f)(3) + (f \circ f \circ f)(4)$ 의 값은?



- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[소단원 확인 문제]

7. 함수 $f(x) = x + k$ 가 $(f \circ f)(2) = 10$ 를 만족시킬
때, 상수 k 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[소단원 확인 문제]

8. 두 함수 $f(x) = kx + 1, g(x) = 3x - 1$ 이
 $g \circ f = f \circ g$ 를 만족시킬 때, 실수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[소단원 확인 문제]

9. 어느 서점에서 10% 할인권과 15% 할인권과 5천원 할인권을 발행했다. 이 서점에서 3종류의 할인권을 모두 사용하여 책을 구매할 때, 다음 중 가장 많이 할인 받는 순서는?

- ① 10% 할인권→15% 할인권→5천원 할인권
 ② 10% 할인권→5천원 할인권→15% 할인권
 ③ 15% 할인권→5천원 할인권→10% 할인권
 ④ 5천원 할인권→10% 할인권→15% 할인권
 ⑤ 5천원 할인권→15% 할인권→10% 할인권

[중단원 연습 문제]

10. 두 함수 $f(x) = x^2 - x + 2$, $g(x) = |x| + 2$ 에서 $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① 11 ② 12
 ③ 13 ④ 14
 ⑤ 15

[중단원 연습 문제]

11. 두 함수 $f(x) = ax + 1$, $g(x) = 3x + b$ 가 $f(1) = 3$, $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 8
 ③ 9 ④ 13
 ⑤ 16

[중단원 연습 문제]

12. 정의역이 자연수 전체의 집합인 함수

$$f(n) = \begin{cases} n+1 & (n \text{은 홀수}) \\ \frac{n}{2} & (n \text{은 짝수}) \end{cases} \text{가 } (f \circ f)(a) = 3 \text{을 만족}$$

시킬 때, 모든 자연수 a 의 값의 합은?

- ① 16 ② 17
 ③ 18 ④ 19
 ⑤ 20

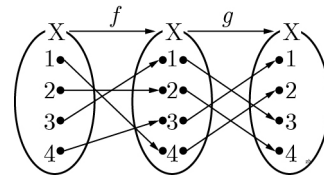
[대단원 종합 문제]

13. 세 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = 3x + 2$, $h(x) = ax + b$ 가 $h^{-1} \circ g = f$ 를 만족시킬 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

유사문제

14. 두 함수 f, g 에 대하여, $(f \circ g)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값은?



- ① 2 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 8

15. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 3x^2 - 8$ 에 대하여 $(f \circ g)(0)$ 의 값은?

- ① -5 ② -2
 ③ 0 ④ 5
 ⑤ 11

16. 두 함수 $f(x) = x - 3$, $g(x) = 3x^2 - 8$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (f \circ g)(2)$ 의 값은?

- ① -1 ② -2
 ③ -3 ④ -4
 ⑤ -5

17. 두 함수 $f(x) = 5x + k$ 와 $g(x) = -x + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 1
 ⑤ 2

18. 두 함수 $f(x) = ax + 2$, $g(x) = 4x - 5$ 가
 $g \circ f = f \circ g$ 를 만족시킬 때, 실수 a 의 값으로 알맞은 것은?

- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{5}$
 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$
 ⑤ $-\frac{1}{2}$

19. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에서 정의된 두 함수 f ,
 g 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ -2x + 2 & \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ -2x + 2 & \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \end{cases}$$

일 때, $(g \circ f)(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 모든 상수 a 의 값의
 합은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$
 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$
 ⑤ 1

20. 두 함수 $f(x) = x + 2$ 와 $g(x) = -x^2 + 1$ 에 대하여
 $(g \circ f)(x)$ 를 구하면?

- ① $-x^2 - 4x - 3$ ② $-x^2 - 4x$
 ③ $x^2 - 4x - 3$ ④ $x^2 + 4x$
 ⑤ $x^2 + 4x + 3$

21. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = 2x + 3$,
 $(h \circ g)(x) = x^2 + 1$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(1)$ 의 값은?

- ① 25 ② 26
 ③ 27 ④ 28
 ⑤ 29

22. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = 2x$, $g(x) = x^2$,
 $h(x) = x + 1$ 일 때, $(f \circ (g \circ h))(x) = 8$ 을
 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 2$ $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 3$ 이므로 $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(2) = 2 + 3 = 5$ 이다.

2) [정답] ②

[해설] $(g \circ f)(1) = g(f(1))$ 이므로 $g(f(1)) = g(3) = 9$ 이다.

3) [정답] ④

[해설] $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 이므로 $f(g(x)) = f(-x^2 + 2)$ $= 2(-x^2 + 2) - 1 = -2x^2 + 3$ 이다.

4) [정답] ②

[해설] $(h \circ (g \circ f))(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$ $= h(g(f(x)))$ 이다.

따라서

 $(h \circ (g \circ f))(-1) + ((h \circ g) \circ f)(0)$ $= h(g(2)) + h(g(1))$ $= h(6) + h(3) = -5 - 2 = -7$ 이다.

5) [정답] ②

[해설] $(f \circ g)(1) + (g \circ g)(0)$ $= f(g(1)) + g(g(0))$ $= f(1) + g(1) = -2 + 1 = -1$ 이다.

6) [정답] ④

[해설] $f(1) = 3, f(2) = 1, f(3) = 2, f(4) = 4$ 이므로 $f(2) + (f \circ f)(3) + (f \circ f \circ f)(4)$ $= 1 + f(2) + f(f(4))$ $= 1 + 1 + f(4) = 1 + 1 + 4 = 6$ 이다.

7) [정답] ③

[해설] $f(f(2)) = 10$ 이므로 $f(2+k) = 10$ $2+2k = 10$ 이므로 $k = 4$ 이다.

8) [정답] ②

[해설] $g \circ f = f \circ g$ 이므로 $g(f(x)) = f(g(x))$ 이다. $g(f(x)) = 3(kx+1) - 1 = 3kx + 2$ 이고 $f(g(x)) = k(3x-1) + 1 = 3kx - k + 1$ 이다.따라서 $2 = -k + 1$ 이므로 $k = -1$ 이다.

9) [정답] ①

[해설] x 원에 10% 할인권을 사용하였을 때, 할인받은금액 $f(x)$ 원에 대한 함수 $f(x) = 0.9x$ x 원에 15% 할인권을 사용하였을 때, 할인받은금액 $g(x)$ 원에 대한 함수 $g(x) = 0.85x$ x 원에 5천원 할인권을 사용하였을 때, 할인받은금액 $h(x)$ 원에 대한 함수 $h(x) = x - 5000$ $(f \circ g)(x) = 0.765x = (g \circ f)(x)$ 이므로

10% 할인권과 15% 할인권을 연속으로 사용하게 되면 어느 할인권을 먼저 사용하여도 동일한 금액을 할인받게 된다.

 $f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = 0.765x - 3825$ $f \circ h \circ g = 0.9(0.85x - 5000) = 0.765x - 4500$ $g \circ h \circ f = 0.85(0.9x - 5000) = 0.765x - 4250$ $h \circ f \circ g = h \circ (f \circ g) = 0.765x - 5000$

따라서 가장 많이 할인받는 함수는

 $y = (h \circ f \circ g)(x)$ 으로

가장 많이 할인받는 순서는

10% 할인권 \rightarrow 15% 할인권 \rightarrow 5천원 할인권이다.

10) [정답] ④

[해설] $f(x) = x^2 - x + 2, g(x) = |x| + 2$ 에서 $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(2)$ $= f(g(1)) + g(f(2))$ $= f(3) + g(4) = 8 + 6 = 14$ 이다.

11) [정답] ②

[해설] $f(1) = 3$ 이므로 $a+1 = 3, a = 2$ 이다. $f \circ g = g \circ f$ 이므로 $f(g(x)) = g(f(x))$ 가 되어 $f(3x+b) = g(2x+1)$ $2(3x+b)+1 = 3(2x+1)+b$ $6x+2b+1 = 6x+3+b$ $b = 2$ 따라서 $a^2 + b^2 = 8$ 이다.

12) [정답] ②

[해설] $(f \circ f)(a) = 3$ 이므로 $f(f(a)) = 3$ 이다.(i) $f(a)$ 가 홀수일 때 $f(a)+1$ 은 짝수로 $f(a)+1$ 은 3이 될 수 없다.(ii) $f(a)$ 는 짝수일 때 $f(f(a)) = \frac{f(a)}{2} = 3$ 으로 $f(a) = 6$ 이어야 한다. a 가 홀수이면 $a+1 = 6, a = 5$ 이다. a 가 짝수이면 $\frac{a}{2} = 6, a = 12$ 이다.따라서 모든 자연수 a 의 값의 합은 17이다.

13) [정답] ④

[해설] $h^{-1} \circ g = f$ 이므로 $h^{-1}(g(x)) = f(x)$ 가 되어 $g(x) = h(f(x))$ 가 성립한다.즉, $3x+2 = a(-x+2)+b$ $3x+2 = -ax+2a+b$ $a = -3, b = 8$ 이 되어 $a+b = 5$ 이다.

14) [정답] ④

[해설] $g(2) = 4$ 이므로 $f(g(2)) = f(4) = 3$ $f(3) = 1$ 이므로 $g(f(3)) = g(1) = 3$ 따라서 $3+3 = 6$ 이다.

15) [정답] ①

[해설] $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-8) = -5$

16) [정답] ④

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad (g \circ f)(2) + (f \circ g)(2) &= g(f(2)) + f(g(2)) \\
 &= g(-1) + f(4) \\
 &= -5 + 1 = -4
 \end{aligned}$$

17) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = 5(-x+1) + k \\
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = -(5x+k) + 1 \\
 \text{따라서} \quad -5x+5+k &= -5x-k+1 \\
 5+k &= -k+1 \\
 2k &= -4, \quad k = -2 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

18) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad g(f(x)) &= f(g(x)) \\
 g(ax+2) &= f(4x-5) \\
 4(ax+2)-5 &= a(4x-5)+2 \text{이므로} \quad -5a+2=3 \text{이다.} \\
 \text{즉, } a &= -\frac{1}{5} \text{이다.}
 \end{aligned}$$

19) [정답] ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad g(f(a)) &= \frac{1}{2}, \quad -2f(a)+2 = \frac{1}{2} \\
 \therefore f(a) &= \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$0 \leq a < \frac{1}{2} \text{일 때, } 2a = \frac{3}{4} \quad \therefore a = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{2} \leq a \leq 1 \text{일 때, } -2a+2 = \frac{3}{4} \quad \therefore a = \frac{5}{8}$$

$$\text{따라서 } a \text{의 값의 합은 } \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$$

20) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = -(x+2)^2 + 1 \\
 &= -x^2 - 4x - 3
 \end{aligned}$$

21) [정답] ②

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad (h \circ (g \circ f))(1) &= (h \circ g)(f(1)) = (h \circ g)(5) \\
 &= 25 + 1 = 26
 \end{aligned}$$

22) [정답] ①

$$\begin{aligned}
 \text{[해설]} \quad (f \circ (g \circ h))(x) &= 8 \\
 f(g(h(x))) &= 8 \\
 f(g(x+1)) &= 8 \\
 2(x+1)^2 &= 8 \\
 x^2 + 2x - 3 &= 0 \\
 \text{따라서 모든 실수 } x \text{의 값의 합은 } -2 \text{이다.}
 \end{aligned}$$