01 모평균의 신뢰구간

(1) 추정 : 표본을 조사해 얻은 정보를 이용하여 모평균, 모표준편차와 같이 모집단의 특성을 나타내는 값을 추측하는 것

(2) 신뢰도와 신뢰구간: 표본조사에 의하여 얻어지는 어떤 수치가 모집단의 어떤 구간에 있을 것이라고 추정할 수 있을 때, 이 추정이 적중할 확률을 그 추정의 신뢰도라 하고 그 구간을 신뢰구간이라고 한다.

(3) 모평균에 대한 신뢰구간 : 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균 $\overline{X}$의 값이 $\overline{x}$일 때 모평균 m의 신뢰구간은

① 신뢰도 95%의 신뢰구간

⇨ $\overline{x}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 신뢰도 99%의 신뢰구간

⇨ $\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

③ $\mathrm{P}(-k \le Z \le k)=\frac{\alpha}{100}$일 때, 신뢰도 $\alpha\%$의 신뢰구간 ⇨ $\overline{x}-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

※ 다음 신뢰도로 추정한 모평균 m의 신뢰구간을 구하여라.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95,\ \mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$)

1. 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 20일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

2. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 60일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

3. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 10일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

4. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 64인 표본의 표본평균이 32일 때, 모평균 m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

5. 정규분포 $N(m,6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 124일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

6. 정규분포 $N(m,\ 20^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 80일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

7. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 20일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

8. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 60일 때, m에 대해 신뢰도 95%인 신뢰구간

9. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 10^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 50일 때, m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간

10. 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 400인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 100, 표본표준편차가 10일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

11. 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 50, 표본표준편차가 5일 때, m의 신뢰도 95%의 신뢰구간

12. 정규분포 $N(m, 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 120일 때, m의 신뢰도 99%의 신뢰구간

13. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 60일 때, m의 신뢰도 99%의 신뢰구간

14. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 50일 때, m의 신뢰도 99%의 신뢰구간

15. 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 50, 표본표준편차가 5일 때, m의 신뢰도 99%의 신뢰구간

16. 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 400인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 100, 표본표준편차가 10일 때, m의 신뢰도 99%의 신뢰구간

02 신뢰구간의 길이

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 모평균 m에 대하여 다음과 같다.

(1) 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이 ⇨ $2\times1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(2) 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이 ⇨ $2\times2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(3) $\mathrm{P}(-k\le Z\le k)=\frac{\alpha}{100}$일 때, 신뢰도 $\alpha\%$의 신뢰구간의 길이 ⇨ $2\times k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(4) 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도가 높아지면 신뢰구간의 길이는 길어진다.

(5) 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

(6) 동일한 표본을 사용할 때, 신뢰도 99%의 신뢰구간은 신뢰도 95%의 신뢰구간을 포함한다.

(7) 모평균을 추정할 때, 표본의 크기가 충분히 클 경우, 모집단의 분포와 표본의 분포가 유사할 가능성이 높고 모평균도 모르는 상황에서는 모표준편차를 알 수 없기 때문에 모표준편차 대신에 표본표준편차를 사용한다.

※ 다음의 참, 거짓을 판명하여라.

17. 표본의 크기를 2배하면 $\overline{X}$는 $\frac{1}{2}$배로 줄어든다.

18. 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도가 높아지면 신뢰구간의 길이는 길어진다.

19. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 작을수록 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

20. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

21. 신뢰도를 낮추면서 표본의 크기를 크게 하면 신뢰구간의 길이는 길어진다.

22. 신뢰도를 고정하고 표본의 크기를 2배로 하면 신뢰구간은 $\frac{1}{\sqrt{2}}$배가 된다.

23. 표본의 크기가 같을 때, 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이는 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이보다 짧다.

24. 신뢰도가 일정할 때 표본의 크기를 $\frac{1}{4}$배하면 신뢰구간의 길이는 2배로 길어진다.

25. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 $9n$일 때의 신뢰구간의 길이는 표본의 크기가 n일 때의 신뢰구간의 길이의 $\frac{1}{9}$배이다.

※ 다음 신뢰구간의 길이를 구하여라.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$)

26. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 어느 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출할 때, m을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이

27. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르는 어느 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출할 때, m을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간의 길이

28. 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 표본 100개의 표준편차가 4일 때, 신뢰도 95%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이

29. 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 표본 100개의 표준편차가 4일 때, 신뢰도 99%로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이

30. 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 임의추출한 표본 900개의 표준편차가 3일 때, m을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이

31. 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 임의추출한 표본 900개의 표준편차가 3일 때, m을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간의 길이

※ 다음 물음에 답하여라.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$)

32. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 m을 추정한 신뢰구간의 길이를 h라고 하자. 같은 신뢰도로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 $\frac{h}{3}$가 되도록 하는 표본의 크기를 구하여라.

33. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 m을 추정한 신뢰구간의 길이를 h라고 하자. 같은 신뢰도로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 $\frac{h}{4}$가 되도록 하는 표본의 크기를 구하여라.

34. 표준편차가 2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 신뢰도 99%로 모평균을 추정할 때, 신뢰구간이 길이가 4 이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

35. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 신뢰도 95%로 m을 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 1 이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

36. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 신뢰도 99%로 m을 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 3 이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

37. 표준편차가 4인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 n인 표본을 임의추출하여 신뢰도 $95\,\%$로 모평균을 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 2이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

38. 표준편차가 1인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 신뢰도 99%로 모평균을 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 1이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

39. 표준편차가 3인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 2 이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

40. 표준편차가 15인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 4.9이하가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하여라.

※ 다음 물음에 답하여라.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \leq 2.58) = 0.99$)

41. 어느 고등학교 학생 중에서 100명을 임의추출하여 키를 조사하였더니, 평균이 $170\,\mathrm{cm}$, 표준편차가 $5\,\mathrm{cm}$이었다. 이 고등학교 전체 학생의 평균 키 m의 신뢰도 $95\,\%$인 신뢰구간을 구하여라.

42. 맥박 수는 나이, 성별 등에 따라 달라진다. 15세 학생 16명을 임의추출하여 분당 맥박 수를 측정하였더니 평균이 75회이었고, 15세 학생의 분당 맥박 수는 모표준편차 8회인 정규분포에 따른다고 한다. 15세 학생의 분당 맥박 수의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

43. 어느 시험에 응시한 사람들의 점수는 평균이 m점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에 응시한 사람 중 100명을 임의로 추출하여 점수를 조사하였더니 평균이 62점이었다. 전체 응시자의 평균 점수 m을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간을 구하여라.

44. 어느 고등학교에서 81명의 학생을 임의추출하여 수학 점수를 조사하였더니 평균이 70점이고 표준편차가 15점이었다. 전체 학생의 평균 점수를 신뢰도 99%로 추정할 때, 신뢰구간을 구하여라.

45. 어느 고등학교 학생 전체의 하루 스마트폰 사용 시간은 표준편차가 0.5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교의 학생 중에서 100명을 임의추출하여 하루 스마트폰 사용 시간을 조사하였더니 평균이 3시간이었다. 전체 학생의 하루 스마트폰 사용 시간의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

46. 어느 경마 대회에 출전하는 경주마의 속력은 표준편차가 시속 $5km$인 정규분포를 따른다고 한다. 경주마 25마리를 임의추출하여 속력을 측정하였더니 평균 속력은 시속 $66.96km$이었다. 이 대회에 출전하는 경주마의 평균 속력 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

47. 어느 고등학교 2학년 학생 중에서 64명을 임의추출하여 $100\,m$ 달리기 시간을 측정하였더니 평균이 13.5초이고 표준편차가 2초이었다. 이 학교 2학년 학생 전체의 $100\,m$ 달리기 시간의 평균의 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

48. 어느 달걀 농장에서 판매하는 36개의 달걀을 검사한 결과 콜레스테롤의 평균 함량이 $230mg$이고, 표준편차는 $18mg$이었다. 이 농장에서 판매하는 달걀의 실제 평균 콜레스테롤 함량에 대한 신뢰도 95%인 신뢰구간을 구하여라.

49. 어느 회사에서 생산하는 음료수 400병을 임의추출하여 특정 성분의 함유량을 검사한 결과, 평균 $50.5mg$, 표준편차 $4.2mg$을 얻었다. 이 음료수 한 병에 담긴 특정 성분의 평균 함유량에 대하여 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

50. 어느 경마 대회에 출전하는 경주마의 속력은 표준편차가 시속 $8km$인 정규분포를 따른다고 한다. 경주마 16마리를 임의추출하여 속력을 측정하였더니 평균 속력은 시속 $69km$이었다. 이 대회에 출전하는 경주마의 평균 속력에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하여라.

51. 어느 회사에서는 새로 개발한 세탁기에 대한 소비자 선호도를 조사하였다. 64명의 소비자를 대상으로 조사한 결과 이 세탁기에 대한 평가 점수는 평균이 60점이고 표준편차가 16점이었다. 소비자의 평가 점수가 정규분포를 따른다고 할 때, 모평균 m의 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하여라.

52. 자동차가 1년 동안 운행한 거리는 정규분포를 따른다고 한다. 100대의 자동차를 대상으로 1년 동안 운행한 거리를 조사한 결과 평균은 $15000km$이고 표준편차는 $3000km$ 이었다. 자동차가 1년 동안 운행한 평균 거리를 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간을 구하여라.

53. 어느 고등학교의 확률과 통계 교과 성적에 대한 점수를 조사하였다. 임의추출한 100명의 학생의 확률과 통계 점수는 평균이 60점이고 표준편차가 12점이었다. 확률과 통계 교과 성적이 정규분포를 따른다고 할 때, 확률과 통계 점수에 대한 모평균 m의 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하여라.

54. 어느 회사에서 생산하는 통조림의 무게는 평균이 mg, 표준편차가 $15g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 통조림 100개를 임의추출하여 무게를 조사하였더니 그 평균이 $255g$이었다. 이때 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

55. 어느 회사에서 판매하는 건강식품에 함유된 비타민 C는 평균이 $m\,\mathrm{mg}$, 표준편차가 $10\mathrm{mg}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 건강식품에 함유된 비타민 C의 양을 조사하기 위해 임의로 100개를 택하여 조사하였더니 비타민 C가 평균 $520\mathrm{mg}$ 함유되어 있었다. 이 회사에서 판매하는 건강식품의 비타민 C 함유량의 평균 $m\,\mathrm{mg}$에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

56. 어느 고등학교 학생 중에서 49명을 임의추출하여 $200m$ 달리기 시간을 측정하였더니 평균이 30초였다. 이 달리기 시간은 모표준편차가 5초인 정규분포를 따른다고 할 때, 이 학교 학생의 $200m$ 달리기 시간의 평균에 대하여 신뢰도 95%인 신뢰구간을 구하여라.

57. 어느 공장에서 생산하는 무선 전화기용 배터리의 통화 대기시 사용시간은 평균 m시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 무선 전화기용 배터리 100개를 임의추출하여 통화 대기 시 사용시간을 조사하였더니 그 평균이 80시간이었다. 이때 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

58. 어느 회사에서 생산하는 제품의 길이는 평균이 m, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 제품 100개를 임의추출하여 길이를 조사하였더니 그 평균이 3이었다. 이 회사에서 생산하는 제품의 평균 길이 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하여라.

※ 다음 물음에 답하여라.
(단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$)

59. 어느 고등학교 2학년 학생 중에서 100명을 임의추출하여 키를 조사했더니 평균 $172\mathrm{cm}$, 표준편차 $5\mathrm{cm}$이었다. 이 고등학교 2학년 학생 전체의 키의 평균에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

60. 민수네 학교 학생들의 하루 운동 시간은 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다. 표본으로 택한 25명의 하루 운동 시간의 평균이 50분일 때, 민수네 학교 전체 학생들의 하루 운동 시간의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 구하여라.

61. A 양계장에서 생산하는 달걀 한 개의 무게는 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양계장에서 생산된 달걀 중에서 400개를 임의추출하여 전체 달걀의 무게의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 구하여라.

62. 어느 음식점의 쇠고기 1인분의 무게는 표준편차가 $10g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점의 쇠고기 1인분의 무게를 25번 측정한 결과 평균이 $200g$이었다고 할 때, 쇠고기 1인분의 평균 무게의 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

63. 어느 공장에서 생산되는 과자의 무게는 표준편차가 $3g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 과자 중 36개를 임의로 골라 무게를 측정하였더니 평균이 $20g$이었다. 이 공장에서 생산되는 전체 과자의 평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

64. 어느 회사에서 생산하는 통조림의 무게는 평균이 m, 표준편차가 12인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 통조림 36개를 임의추출하여 무게를 조사하였더니 그 평균이 800이었다. 이 때 모평균 m에 대하여 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

65. 어느 고등학교 학생들의 수학 점수는 평균이 m점, 표준편차가 15점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교의 학생 100명을 임의추출하여 수학 점수를 조사하였더니 그 평균이 70점 이었다. 이 때 모평균 m에 대하여 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

66. 어느 산부인과에서 출생한 신생아의 몸무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 산부인과에서 신생아 64명을 임의추출하여 몸무게를 조사하였더니 평균이 $3.3\,\mathrm{kg}$, 표준편차가 $0.4\,\mathrm{kg}$이었다. 이 산부인과에서 출생한 신생아의 평균 몸무게에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

67. 어느 학교 학생들의 한 달 용돈은 평균이 m원, 표준편차가 30000인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교의 학생 중 900명을 임의추출하여 용돈을 조사하였더니 평균이 6000원이었다. 학생들의 한 달 용돈의 모평균 m을 추정할 때, 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

68. 지훈이네 회사에서 생산되는 배드민턴 라켓의 무게는 모표준편차가 $3g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 중에서 900개의 라켓을 임의추출하여 그 무게를 측정하였더니 평균이 $90g$이었다. 지훈이네 회사에서 생산되는 전체라켓의 평균 무게 m을 추정할 때, 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

69. 어느 공장에서 생산된 통조림의 무게는 표준편차가 $4g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 통조림 36개를 임의 추출하여 무게를 재었더니 평균이 $180g$이었다. 이 공장에서 생산되는 전체 통조림의 평균 무게 mg의 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이를 구하여라.

70. 어느 회사에서 생산하는 통조림의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포를 따른다고 한다. 이 통조림 16개를 임의추출 하였을 때, 모평균 $m\,\mathrm{g}$에 대한 신뢰도 95%인 신뢰구간의 길이가 4.9이었다. 이 통조림 100개를 임의추출 하였을 때, 모평균 $m\,\mathrm{g}$에 대한 신뢰도 99%인 신뢰구간의 길이를 구하여라.

정답 및 해설

1) $19.608 \le m \le 20.392$

⇨ $20-1.96\times\frac{2}{\sqrt{100}} \le m \le 20+1.96\times\frac{2}{\sqrt{100}}$

$\therefore 19.608 \le m \le 20.392$

2) $58.824 \le m \le 61.176$

⇨ $60-1.96\times\frac{6}{\sqrt{100}} \le m \le 60+1.96\times\frac{6}{\sqrt{100}}$

$\therefore\ 58.824 \le m \le 61.176$

3) $8.04 \le m \le 11.96$

4) $31.02 \le m \le 32.98$

5) $120.08 \le m \le 127.92$

⇨ 정규분포 $N(m, 6^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출했을 때 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m, \frac{6^2}{9}\right)$를 따른다.

$P(|Z| \le 1.96) = 0.95$이므로 $P\left(\left|\frac{\overline{X}-m}{\frac{6}{3}}\right| \le 1.96\right)$이다.

즉, $P(\overline{X}-1.96\times 2 \le m \le \overline{X}+1.96\times 2) = 0.95$이므로 모평균 m의 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $[\overline{X}-3.92, \overline{X}+3.92]$이고 표본평균 $\overline{X}=124$이므로 신뢰구간은 $[120.08, 127.92]$이다.

6) $76.08 \le m \le 83.92$

7) $19.02 \le m \le 20.98$

⇨ $\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$20-1.96\times\frac{2}{\sqrt{16}} \le m \le 20+1.96\times\frac{2}{\sqrt{16}}$

$20-0.98 \le m \le 20+0.98$

$\therefore\ 19.02 \le m \le 20.98$

8) $58.824 \le m \le 61.176$

⇨ 표본평균이 60, 표준편차가 6, 표본의 크기가 100이므로 모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$60-1.96\times\frac{6}{\sqrt{100}} \le m \le 60+1.96\times\frac{6}{\sqrt{100}}$,

$58.824 \le m \le 61.176$이다.

9) $46.08 \le m \le 53.92$

10) $99.02 \le m \le 100.98$

⇨ $100-1.96\times\frac{10}{\sqrt{400}} \le m \le 100+1.96\times\frac{10}{\sqrt{400}}$

$\therefore\ 99.02 \le m \le 100.98$

11) $49.02 \le m \le 50.98$

⇨ $50-1.96\times\frac{5}{\sqrt{100}} \le m \le 50+1.96\times\frac{5}{\sqrt{100}}$

$\therefore 49.02 \le m \le 50.98$

12) $119.484 \le m \le 120.516$

⇨ $120-2.58\times\frac{2}{\sqrt{100}} \le m \le 120+2.58\times\frac{2}{\sqrt{100}}$

$\therefore 119.484 \le m \le 120.516$

13) $58.452 \le m \le 61.548$

⇨ $60-2.58\times\frac{6}{\sqrt{100}} \le m \le 60+2.58\times\frac{6}{\sqrt{100}}$

$\therefore\ 58.452 \le m \le 61.548$

14) $48.71 \le m \le 51.29$

⇨ $\overline{X}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

$50-2.58\times\frac{2}{\sqrt{16}} \le m \le 50+2.58\times\frac{2}{\sqrt{16}}$

$50-1.29 \le m \le 50+1.29$

$\therefore\ 48.71 \le m \le 51.29$

15) $48.71 \le m \le 51.29$

⇨ $50-2.58\times\frac{5}{\sqrt{100}} \le m \le 50+2.58\times\frac{5}{\sqrt{100}}$

$\therefore 48.71 \le m \le 51.29$

16) $98.71 \le m \le 101.29$

⇨ $100-2.58\times\frac{10}{\sqrt{400}} \le m \le 100+2.58\times\frac{10}{\sqrt{400}}$

$\therefore\ 98.71 \le m \le 101.29$

17) 거짓

⇨ 표본평균 $\overline{X}$는 표본의 크기와 무관하게 모평균과 같다.

18) 참

⇨ 신뢰구간의 길이는 $2k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (k는 신뢰도 계수)

이다. 표본의 크기 n이 일정할 때,
신뢰도가 높아지면 신뢰도 계수 k가 커지므로
신뢰구간의 길이는 길어진다.

19) 거짓

⇨ 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이는 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$(단, k는 상수)

신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 작을수록

$\sqrt{n}$의 값이 작아지므로 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커진다.

20) 참

⇨ $2k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서 신뢰도가 일정하면

k도 일정하므로 표본의 크기 n이 커지면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

21) 거짓

⇨ $2k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서 신뢰도를 낮추면 k의 값은 작아지고, 표본의 크기 n을 크게 하면 분모가 커지므로 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

22) 참

23) 참

⇨ 신뢰구간의 길이는 신뢰도에 비례하므로 표본의 크기가 같을 때, 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이는 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이보다 짧다.

24) 참

25) 거짓

⇨ $2k\times\frac{\sigma}{\sqrt{9n}}=\frac{1}{3}\left(2k\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$이므로 표본의 크기가 $9n$일 때의 신뢰구간의 길이는 표본의 크기가 n일 때의 신뢰구간의 길이의 $\frac{1}{3}$배이다.

26) 1.96

⇨ $2\times1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times1.96\times\frac{4}{\sqrt{64}}=1.96$

27) 2.58

⇨ $2\times2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times2.58\times\frac{4}{\sqrt{64}}=2.58$

28) 1.568

⇨ $2\times1.96\times\frac{4}{\sqrt{100}}=1.568$

29) 2.064

⇨ $2\times2.58\times\frac{4}{\sqrt{100}}=2.064$

30) 0.392

⇨ $2\times1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times1.96\times\frac{3}{\sqrt{900}}$

$=2\times1.96\times\frac{1}{10}=0.392$

31) 0.516

⇨ $2\times2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times2.58\times\frac{3}{\sqrt{900}}$

$=2\times2.58\times\frac{1}{10}=0.516$

32) $9n$

⇨ $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=h$에서 $\frac{h}{3}=\frac{1}{3}\times2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2k\frac{\sigma}{\sqrt{9n}}$ 이므로 필요한 표본의 크기는 $9n$이다.

33) $16n$

⇨ $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=h$에서 $\frac{h}{4}=\frac{1}{4}\times2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2k\frac{\sigma}{\sqrt{16n}}$ 이므로 필요한 표본의 크기는 $16n$이다.

34) 7

⇨ 모표준편차가 2이고, 신뢰도 99%로 모평균을 추정할 때, 신뢰도의 길이가 4 이하이어야 하므로

$2\times2.58\times\frac{2}{\sqrt{n}}\le4$, $\sqrt{n}\ge2.58$ $\therefore n\ge6.6564$

따라서 n은 자연수이므로 n의 최솟값은 7이다.

35) 385

⇨ 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이가 1이하라 하므로

$2\times1.96\frac{5}{\sqrt{n}}\le1$에서 $\sqrt{n}\ge19.6$

$\therefore$ $n\ge(19.6)^2=(20-0.4)^2=384.16$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 385이다.

36) 107

⇨ 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간의 길이가 3이하라 하므로

$2\times2.58\frac{6}{\sqrt{n}}\le3$에서 $\sqrt{n}\ge2.58\times4=10.32$

$\therefore$ $n\ge(10.32)^2=(10+0.32)^2=106.5024$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 107이다.

37) 62

⇨ 표본의 크기를 n이라고 하면 모표준편차가 4이므로 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이가 2이하가 되어야 하므로

$2\times1.96\times\frac{4}{\sqrt{n}}\le2$, $\sqrt{n}\ge7.84$,

$\therefore$ $n\ge61.4656$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 62이다.

38) 27

39) 60

⇨ 모표준편차가 3이고, 표본의 크기가 n일 때, 모평균 m 의 신뢰도 99%의 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\frac{3}{\sqrt{n}}$이므로

$2\times2.58\times\frac{3}{\sqrt{n}}\le2$ $\quad\therefore59.9076\le n$

따라서 n의 최솟값은 60이다.

40) 144

41) $169.02\le m\le170.98$

42) $71.08\le m\le78.92$

43) $60.04\le m\le63.96$

⇨ $\overline{X}=62,\ n=100,\ \sigma=10$이므로
신뢰도 95%의 신뢰구간은
$\overline{X}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{X}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$에서
$62-1.96\times\dfrac{10}{\sqrt{100}}\le m\le 62+1.96\times\dfrac{10}{\sqrt{100}}$
$62-1.96\le m\le 62+1.96$
$\therefore\ 60.04\le m\le 63.96$

44) $65.7\le m\le 74.3$
⇨ 표본의 크기가 크므로 모표준편차 대신
표본표준편차를 사용할 수 있다.
즉, $\overline{X}=70,\ n=81,\ \sigma=15$이므로
신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간은
$70-2.58\times\dfrac{15}{\sqrt{81}}\le m\le 70+2.58\times\dfrac{15}{\sqrt{81}}$
$70-4.3\le m\le 70+4.3$
$\therefore\ 65.7\le m\le 74.3$

45) $2.902\le m\le 3.098$

46) $65.00\le m\le 68.92$

47) $13.01\le m\le 13.99$
⇨ 표본평균이 13.5, 표준편차가 2,
표본의 크기가 64이므로
모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$13.5-1.96\times\dfrac{2}{\sqrt{64}}\le m\le 13.5+1.96\times\dfrac{2}{\sqrt{64}}$이다.
$\therefore\ 13.01\le m\le 13.99$

48) $224.12\le m\le 235.88$
⇨ 표본평균이 230, 표준편차가 18,
표본의 크기가 36이므로
모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$230-1.96\times\dfrac{18}{\sqrt{36}}\le m\le 230+1.96\times\dfrac{18}{\sqrt{36}}$이다.
$\therefore\ 224.12\le m\le 235.88$

49) $50.0884\le m\le 50.9116$
⇨ 표본평균이 50.5, 표준편차가 4.2,
표본의 크기가 400이므로
모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$50.5-1.96\times\dfrac{4.2}{\sqrt{400}}\le m\le 50.5+1.96\times\dfrac{4.2}{\sqrt{400}}$이다.
$\therefore\ 50.0884\le m\le 50.9116$

50) $63.84\le m\le 74.16$
⇨ $\sigma(X)=8,\ n=16,\ \overline{X}=69$이므로,
신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면
$69-2.58\cdot\dfrac{8}{\sqrt{16}}\le m\le 69+2.58\cdot\dfrac{8}{\sqrt{16}}$
$\therefore 63.84\le m\le 74.16$

51) $54.84\le m\le 65.16$
⇨ 표본평균이 60, 표준편차가 16,
표본의 크기가 64이므로
모평균 m 의 신뢰도 99%의 신뢰구간은
$60-2.58\times\dfrac{16}{\sqrt{64}}\le m\le 60+2.58\times\dfrac{16}{\sqrt{64}}$이다.
$\therefore\ 54.84\le m\le 65.16$

52) $14412\le m\le 15588$
⇨ 표본평균이 15000, 표준편차가 3000,
표본의 크기가 100이므로
모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$15000-1.96\times\dfrac{3000}{\sqrt{100}}\le m\le 15000+1.96\times\dfrac{3000}{\sqrt{100}}$
이다.
$\therefore\ 14412\le m\le 15588$

53) $56.904\le m\le 63.096$

54) $252.06\le m\le 257.94$
⇨ 통조림의 무게를 확률변수 X라 하면
$X\sim N(m,15^2)$이다. 따라서 크기 100인 표본을
임의추출했을 때 표본평균 $\overline{X}$는 $N\left(m,\dfrac{15^2}{100}\right)$을
따른다. $P(|Z|\le 1.96)=0.95$이므로
$P\left(\left|\dfrac{\overline{X}-m}{\frac{15}{10}}\right|\le 1.96\right)=0.95,$
$P\left(\overline{X}-\dfrac{3}{2}\times 1.96\le m\le \overline{X}+\dfrac{3}{2}\times 1.96\right)=0.95$
따라서 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$[\overline{X}-2.94,\overline{X}+2.94]$이다. 이 때 $\overline{X}=255$이므로
신뢰구간은 $252.06\le m\le 257.94$이다.

55) $518.04\le m\le 521.96$

56) $28.6\le m\le 31.4$

57) $79.02\le m\le 80.98$
⇨ 모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$80-1.96\times\dfrac{5}{\sqrt{100}}\le m\le 80+1.96\times\dfrac{5}{\sqrt{100}}$
$80-0.98\le m\le 80+0.98$
$\therefore 79.02\le m\le 80.98$

58) $2.804\le m\le 3.196$

59) 2.58
⇨ 표본의 크기는 100, 표준편차가 5이므로
신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간의 길이는
$2\times 2.58\times\dfrac{5}{\sqrt{100}}=2.58$이다.

60) 7.84

61) 1.29

62) 10.32

63) 1.96
⇨ 표본평균이 20, 표준편차가 3,
표본의 크기가 36이므로
모평균 m 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은
$20-1.96\times\frac{3}{\sqrt{36}}\le m\le 20+1.96\times\frac{3}{\sqrt{36}}$ 이다.
$19.02\le m\le 20.98$
따라서 신뢰구간의 길이는 $20.98-19.02=1.96$이다.

64) 7.84

65) 5.88

66) 0.258
⇨ 표본평균이 3.3, 표준편차가 0.4,
표본의 크기가 64이므로
모평균 m 의 신뢰도 99%의 신뢰구간은
$3.3-2.58\times\frac{0.4}{\sqrt{64}}\le m\le 3.3+2.58\times\frac{0.4}{\sqrt{64}}$ 이다.
$3.171\le m\le 3.429$
따라서 신뢰구간의 길이는 $3.429-3.171=0.258$이다.

67) 3920

68) 0.516
⇨ 표본평균이 90, 표준편차가 3, 표본의 크기가
900이므로 모평균 m 의 신뢰도 99%의 신뢰구간은
$90-2.58\times\frac{3}{\sqrt{900}}\le m\le 90+2.58\times\frac{3}{\sqrt{900}}$ 이다.
$89.742\le m\le 90.258$
따라서 신뢰구간의 길이는
$90.258-89.742=0.516$이다.

69) 3.44

70) 2.58
⇨ 신뢰도 95%일 때, 모평균의 신뢰구간의 길이가
4.9이므로
$2\times 1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{16}}=4.9 \quad \therefore \sigma=5$
따라서 신뢰도 99%일 때,
모평균의 신뢰구간의 길이는
$2\times 2.58\times\frac{5}{\sqrt{100}}=2.58$이다.