

# 3-2-3.점과 직선 사이의 거리\_천재(류희찬)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check /

### [점과 직선 사이의 거리]

점  $(x_1,y_1)$ 과 직선 ax+by+c=0 사이의 거리 d는

$$d = \frac{\left| ax_1 + by_1 + c \right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

<참고> 원점 O(0,0)과 직선 ax+by+c=0 사이의 거리 d는

$$d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

### 기본문제

[문제]

- **1.** 점 (3,-2)와 직선 3x+4y+9=0사이의 거리는?
  - 1
- 2 2
- 3 3
- (4) 4

**⑤** 5

[예제]

- **2.** 직선 3x+y-2=0에 평행하고 원점에서의 거리 가  $\sqrt{10}$ 인 제1사분면을 지나는 직선의 방정식은?
  - ① 3x-y+10=0
- ② 3x-y+5=0
- 3x+y-5=0
- (3) 3x+y-10=0
- 3x+y+10=0

[문제]

- **3.** 점 (-2,-1)을 지나고 원점에서의 거리가  $\sqrt{5}$  인 직선의 방정식은?
  - (1) 2x+y+5=0
- ② 2x+y-5=0
- 3 2x-y+5=0
- 4 2x-y-5=0
- (5) x+2y-5=0

평가문제

[스스로 확인하기]

- **4.** (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?
- (1) 두 직선 y=mx+n, y=m'x+n'이 서로 평행하면 (7) ,  $n \neq n'$ 이다.
- (2) 두 직선 y = mx + n, y = m'x + n'이 서로 수직이면  $mm' = \boxed{(\downarrow)}$ (이)다.
- (3) 점  $(x_1, y_1)$ 과 직선 ax+by+c=0 사이의 거리 d는

$$d = \frac{\left| a \boxed{ ( \Box ) } + b y_1 + c \right|}{\sqrt{ ( \Box ) } + \boxed{ ( \Box ) }}$$

- ① (7): m = m'
- ② (나): -1
- ③ (다):  $x_1$
- ④ (라): 2a
- ⑤ ( $\Box$ ):  $b^2$

[스스로 확인하기]

- **5.** 점 (2,-3)과 직선 5x+12y-13=0 사이의 거리는?
  - 1 1

② 2

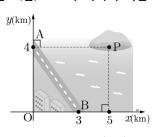
3 3

**4** 

**⑤** 5

[스스로 확인하기]

6. 다음 그림과 같이 해안에 있는 직선 도로와 섬의 P지점을 잇는 직선 다리를 만들려고 할 때, 다리의 최소 길이는? (단, 도로와 다리의 폭은 무시한다.)



- ① 8(km)
- ② 7(km)
- 3 6 (km)
- 4 5 (km)
- ⑤ 4(km)

[스스로 마무리하기]

- **7.** 점 (1,-2)와 직선 4x+3y+a=0 사이의 거리가 2일 때, 모든 상수 a의 값의 합은?
  - ① 2
- ② 4
- 3 6
- **(4)** 8
- (5) 10

유사문제

- **8.** 점 (4, 1)과 직선  $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$  사이의 거리는?
  - 1 1

- ② 2
- ③ 3
- **4 4**
- (5) 5
- **9.** 점  $\left(\frac{1}{2}, 2\sqrt{5}\right)$ 에서 직선 2x+y-1=0에 이르는 거리는?
  - 1 1

- ② 2
- (3)  $\sqrt{5}$
- (4)  $2\sqrt{5}$
- (5)  $3\sqrt{5}$
- **10.** 점 (1,2)와 직선 x+2y+a=0 사이의 거리가  $2\sqrt{5}$ 일 때, 음수 a의 값은?
  - $\bigcirc -15$
- $\bigcirc$  -12
- (3) 10
- $\bigcirc 4 8$
- (5) 5
- **11.** 직선 9x-3y+1=0에 평행하고, 점 (1,-1)에서 거리가  $\sqrt{10}$ 인 직선의 방정식이 y축과 만나는 좌표 가 (0,b)일 때, 양수 b의 값은?
  - 1) 4
- ② 6
- 3 14
- (4) 18
- (5) 42

- **12.** 직선 2x-4y+5=0 와 점  $\left(\frac{1}{2},\ 2\right)$  사이의 거리
  - ①  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ②  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- $\sqrt{5}$
- $4 \frac{7\sqrt{5}}{5}$
- **13.** 점 (a,4)와 직선 x-2y+10=0 사이의 거리가  $3\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a의 값을 구하면?
  - ① 10
- ② 11
- ③ 12

- (4) 13
- (5) 14
- **14.** 점 (3,a)를 지나는 직선 bx-2y+4=0에 대하여 (2,1)과 이 직선 사이의 거리가 2일 때, 8ab의 값 은?
  - ① 43
- ② 45
- ③ 47

- **4**9
- (5) 51
- **15.** 두 직선 x-2y=0, 2x+3y+7=0의 교점을 지 나는 직선과 점 (-2, 3) 사이의 거리를 d라 할 때. d의 최댓값은?
  - 1 1
- 2 2
- ③ 3
- (4) 4

**⑤** 5

# 4

### 정답 및 해설

### 1) [정답] ②

[해설] 점 (3,-2)와 직선 3x+4y+9=0사이의 거리 는  $\frac{|3\times 3+4\times (-2)+9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$ 

### 2) [정답] ④

[해설] 직선 3x+y-2=0, 즉 y=-3x+2에 평행하 므로 구하는 직선의 방정식은

y=-3x+c, 즉 3x+y-c=0으로 놓을 수 있다. 원점과 직선 3x+y-c=0 사이의 거리가  $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|-c|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \sqrt{10}, |c| = 10$$

즉, c=±10

3x+y-10=0  $\oplus \frac{1}{2}$  3x+y+10=0

따라서 구하는 직선의 방정식은 제1사분면을 지 나는 3x+y-10=0

### 3) [정답] ①

[해설] 점 (-2,-1)을 지나므로 구하는 직선의 방정식의 기울기를 m이라 하면

y+1=m(x+2), 즉 mx-y+2m-1=0으로 놓을 수 있다.

원점과 직선 mx-y+2m-1=0 사이의 거리가  $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|2m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \sqrt{5}, (2m-1)^2 = 5(m^2+1)$$

 $m^2 + 4m + 4 = 0$ 

 $(m+2)^2 = 0 \implies m = -2$ 

따라서 구하는 직선의 방정식은 2x+y+5=0

# 4) [정답] ④

[해설] (i) 두 직선 y=mx+n, y=m'x+n'이 서로 평행하면 m=m',  $n \neq n'$ 이다.

(ii) 두 직선 y = mx + n, y = m'x + n'이 서로 수직이면 mm' = -1(이)다.

(iii) 점  $(x_{1,},y_{1})$ 과 직선 ax+by+c=0 사이의 거리 d는

$$d = \frac{\left| ax_1 + by_1 + c \right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## 5) [정답] ③

[해설] 점 (2,-3)과 직선 5x+12y-13=0 사이의 거리는  $\frac{|5\times 2+12\times (-3)-13|}{\sqrt{5^2+12^2}}=3$ 

#### 6) [정답] (5)

[해설] 두 점 A(0,4), B(3,0)을 지나는 직선의 방정 식은  $y-4=\frac{0-4}{3-0}(x-0)$ 

$$y = -\frac{4}{3}x + 4$$
,  $= 4x + 3y - 12 = 0$ 

따라서 다리의 최소 길이는 점 P(5,4)와 직선 4x+3y-12=0 사이의 거리이므로

$$\frac{|4\times5+3\times4-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}$$
 = 4 (km)

# 7) [정답] ②

[해설] 점 (1,-2)와 직선 4x+3y+a=0사이의 거리 는

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-2) + a|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|a - 2|}{5} = 2$$

$$\frac{|a-2|}{5}$$
=2이므로  $|a-2|=10$ ,  $a=2\pm 10$ 

따라서 
$$a=12$$
 또는  $a=-8$ 이므로  $12+(-8)=4$ 

### 8) [정답] ③

[해설]  $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$ 를 정리하면 3x-4y+7=0점 (4, 1)과 직선 3x-4y+7=0사이의 거리는  $\frac{|12-4+7|}{\sqrt{9+16}}=3$ 이다.

### 9) [정답] ②

[해설] 
$$\frac{\left|2 \cdot \frac{1}{2} + 2\sqrt{5} - 1\right|}{\sqrt{4+1}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$$

#### 10) [저다] ①

[해설] 
$$\frac{|1+4+a|}{\sqrt{1^2+2^2}} = 2\sqrt{5}$$
,  $\therefore a = -15$  ( $\because a < 0$ )

#### 11) [정답] ②

[해설] 직선 9x-3y+1=0에 평행한 직선은 기울기 가 3인 직선이므로 y=3x+b이다.

점 (1, -1)과 직선 3x-y+b=0사이의 거리가

$$\sqrt{10}$$
이므로  $\frac{|3+1+b|}{\sqrt{9+1}} = \sqrt{10}$ 

|b+4|=10

따라서 양수 b이 값은 6이다.

## 12) [정답] ①

[해설] 
$$\frac{\left|\frac{1}{2} \times 2 - 4 \times 2 + 5\right|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

## 13) [정답] ④

[해설] 
$$\frac{|a-8+10|}{\sqrt{1+4}} = 3\sqrt{5}$$
  
 $|a+2|=15$   
 $\therefore a=13 \quad (\because a>0)$ 

# 14) [정답] ⑤

[해설] (3,a)를 bx-2y+4=0 에 대입하면

3b-2a+4=0

점 (2,1)과 이 직선 사이의 거리는

$$\frac{|2b-2+4|}{\sqrt{b^2+2^2}} = 2$$

$$|b+1| = \sqrt{b^2+4}$$

$$b^2 + 2b + 1 = b^2 + 4$$

$$\therefore b = \frac{3}{2}$$

3b-2a+4=0에 대입하면  $\frac{9}{2}-2a+4=0$  이고

$$\therefore a = \frac{17}{4}$$

따라서 8ab = 51

# 15) [정답] ④

[해설] x-2y=0, 2x+3y+7=0

교점을 구하면 점 (-2, -1)이다.

점 (-2, -1)을 지나는 직선의 방정식을

y+1=m(x+2)라 하자.

$$d = \frac{|-2m-3+2m-1|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$$

 $\therefore m = 0$ 일 때 최댓값 4이다.