

## [영역] 1.수와 연산

## 1-2-1.공약수와 최대공약수





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일: 2016-02-16

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다. ◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 계산시 참고사항

## 1. 공약수와 최대공약수

- (1) 공약수: 두 개 이상의 자연수의 공통인 약수
- (2) 최대공약수
- ① 정의: 공약수 중 <u>가장 큰 수</u>
- ② 성질: 두 개 이상의 자연수의 <u>공약수는 그들의 최대공약수의 약수</u>이다.
- 2. 서로소: 최대공약수가 1뿐인 두 자연수

## 3. 최대공약수 구하기

- (1) 소인수분해를 이용하는 방법
- ① 각 수를 소인수분해한다.
- ② 공통인 소인수를 택하여 모두 곱한다.

이때 공통인 소인수는 지수가 같거나 작은 것을 택한다.

- (2) 공약수로 나누어 구하는 방법
- ① 1이 아닌 공약수로 각 수를 나눈다.
- ② 몫이 서로소가 될 때까지 공약수로 나눈다.
- ③ 나누어진 공약수를 모두 곱한다.

## 4. 몫과 나머지가 주어진 최대공약수

- (1) 어떤 자연수로 A를 나누면 B가 남을 때
  - : A B를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다.
- (2) 어떤 자연수로 A를 나누면 B가 부족할 때
  - $: \underline{A+B}$ 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다.



(최대공약수)=2×3=6

## 세 수의 공약수를 구할 때

같은 방법으로 세 수의 공약수가 1일 때까지 나눠준다.

## 자고 참고

- 어떤 수로 A를 나누면 B가 남는다.
- $\rightarrow A = ($ 어떤 수) $\times \square + B$
- 어떤 수로 A를 나누면 B가 부족하다.
- $\rightarrow A = ($ 어떤 수) $\times \square B$

# 🐒 최대공약수 구하기

# □ 다음 수들의 최대공약수를 소인수분해를 이용하여 구하려고 한다. □안에 알맞은 수를 써넣어라.

1. 24, 56

2. 54, 72

$$54 = \boxed{\times} \boxed{}$$

$$72 = \boxed{\times}$$

3. 42, 70, 98

$$42 = \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{}$$

$$70 = \boxed{\times} \boxed{\times}$$

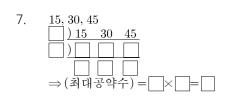
$$98 = \boxed{\times} \boxed{}$$

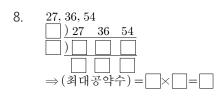
4. 18, 24, 42

□ 다음 수들의 최대공약수를 나눗셈을 이용하여 구하려고 한다. □안에 알맞은 수를 써넣어라.



6.	28,70
	) 28 70
	⇒(최대공약수)= X =





- ☑ 다음 두 수의 약수를 각각 구하고, 이를 이용하여 두 수 의 공약수와 최대공약수를 구하여라.
- 9. 14, 21
  - (1) 14의 약수:
  - (2) 21의 약수:
  - (3) 공약수:
  - (4) 최대공약수:
- 10. 9, 18
  - (1) 9의 약수:
  - (2) 18의 약수:
  - (3) 공약수:
  - (4) 최대공약수:

## ☑ 다음 수들의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타내어라.

11. 
$$2^2 \times 3$$
,  $2^2 \times 5$ 

12. 
$$2 \times 3^2$$
,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ 

13. 
$$3^2 \times 5 \times 7^2$$
,  $3 \times 5^3 \times 7^3$ 

14. 
$$2^3 \times 3^3$$
,  $2^3 \times 3^2 \times 7^2$ ,  $2 \times 3^2 \times 7^2$ 

15. 
$$2^3 \times 3^2$$
.  $2^4 \times 3^2 \times 5$ 

16. 
$$2^3 \times 3^2$$
,  $2 \times 3^2$ 

17. 
$$2^2 \times 5$$
,  $2^4 \times 5$ 

18. 
$$2 \times 3^2 \times 5^2$$
,  $2^2 \times 3^3 \times 5$ 

19. 
$$3^2 \times 5^2 \times 7$$
,  $3^2 \times 5 \times 7^2$ 

20. 
$$2^2 \times 3^4 \times 5$$
,  $2 \times 5^3$ 

21. 
$$3^2 \times 5^4$$
,  $2^2 \times 3 \times 5^2$ 

22. 
$$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$
,  $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ ,  $2 \times 3^2 \times 5^3$ 

23. 
$$2^4 \times 3 \times 7$$
,  $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ 

## ☑ 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

- 24. 36, 63
- 25. 12, 32
- 26. 30, 42
- 27. 9, 12
- 28. 21, 28
- 29. 16, 20
- 30. 18, 30
- 31. 45, 126
- 32. 24, 60
- 33. 54, 72
- 34. 24, 32
- 35. 48, 72
- 36. 54, 90
- 37. 80, 140

- 38. 60, 100
- 39. 45, 135

## ☑ 다음 세 수의 최대공약수를 구하여라.

- 40. 12, 20, 28
- 41. 18, 54, 81
- 42, 54, 66
- 43. 36, 81, 108
- 44. 36, 54, 90
- 45. 30, 90, 120
- 46. 48, 56, 60
- 47. 24, 40, 60
- 48. 72, 90, 108
- 49. 36, 60, 84

- 50. 24, 28, 56
- 51. 63, 105, 168
- 52. 72, 84, 108

## ☑ 두 자연수의 최대공약수가 다음과 같을 때, 두 자연수의 공약수를 모두 구하여라.

- 53. 6
- 54. 5
- 55. 11
- 56. 10
- 57. 15
- 58. 20
- 59. 45
- 60. 12
- 61. 21
- 62. 28

## ☑ 다음 수의 공약수의 개수를 구하여라.

- 63.  $2^3 \times 3 \times 5^2$ ,  $2^2 \times 5^2 \times 7$
- 64.  $2 \times 5^2 \times 7$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5$
- 65.  $2^2 \times 3^2 \times 7$ ,  $2^3 \times 3^4 \times 5^2$
- 66.  $2^2 \times 3^2$ ,  $2 \times 3^2 \times 5$
- 67.  $2^3 \times 3^3$ ,  $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ ,  $2^4 \times 3^2 \times 7^2$
- 68.  $2^2 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^3 \times 3^4$
- 69.  $2 \times 5 \times 11$ ,  $2^2 \times 5 \times 7$ ,  $2^3 \times 5^2 \times 11$
- 70.  $2 \times 3^5 \times 7$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ , 630
- 71. 152, 171
- 72. 54, 72, 90
- 73. 108, 162, 270

[영역] 1.수와 연산 1-2-1.공약수와 최대공약수

#### 서로소

☑ 다음 두 수가 서로소이면 ○표, 아니면 ×표 하여라.

74. 2, 9 ( )

75. 6**,** 15 )

76. 9, 21 )

77. 10, 15 ( )

78. 14, 45 )

16, 25 79.

80. 4, 6 )

81. ) 5, 15

( 82. 17, 52 )

83. 5, 7 )

84. 8, 15 ( )

85. 10, 24 )

86. 11, 33 )

87. 17, 35 )

몫과 나머지가 주어진 수의 최대공약수

☑ 다음을 만족하는 어떤 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하 여라.

88. 어떤 자연수로 25를 나누면 1이 남고, 30을 나누면 2가 남는 수

89. 어떤 자연수로 70을 나누면 2가 부족하고 129를 나누면 3 이 남는 자연수

90. 어떤 자연수로 49를 나누면 5가 남고, 58을 나누면 3이 남는 수

91. 어떤 자연수로 73을 나누면 4가 남고, 121을 나누면 6이 남는 수

92. 어떤 자연수로 111로 나누면 3이 남고, 76을 나누면 4가 남는 자연수

93. 어떤 자연수로 58을 나누면 2가 남고, 41을 나누면 3이 부족한 수

94. 어떤 자연수로 32를 나누면 3이 부족하고, 41을 나누면 4 가 부족한 수

95. 어떤 자연수로 28을 나누면 1이 남고, 40을 나누면 4가 남 는 수

[영역] 1.수와 연산 1-2-1.공약수와 최대공약수

96. 어떤 자연수로 76을 나누면 4가 부족하고, 64를 나누면 6 이 부족한 수

- 97. 어떤 자연수로 70을 나누면 2가 부족하고, 90을 나누면 6 이 부족한 수
- 98. 어떤 자연수로 65를 나누면 1이 남고, 81을 나누면 7이 부족한 수
- 99. **어떤 자연수로** 45**를 나누면** 5가 **남고**, 58**을 나누면** 2가 부족한 수
- 100. 어떤 자연수로 57을 나누면 3이 남고, 74를 나누면 2가 남는 수
- 101. 세 수 18, 26, 34를 나누어 모두 2가 남는 자연수
- 102 28을 나누면 4가 남고, 40을 나누면 4가 남고, 52를 나누면 8이 부족한 수
- 103. 세 수 41, 74, 123을 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 5, 2, 3가 되는 수

☑ 다음을 만족하는 모든 자연수를 구하여라.

- 104. 어떤 자연수로 42를 나누면 2가 남고, 35를 나누면 3이 남는 수
- 105. 세 자연수 52, 78, 123를 나누었을 때, 나머지가 각각 4, 6, 3인 자연수
- 106. 어떤 자연수로 65를 나누면 5가 남고 88을 나누면 4이 남 는 수
- 107. 어떤 자연수로 35를 나누면 3이 남고, 120을 나누면 나누 어 떨어지는 수
- 108. 세 자연수 75, 95, 130를 나누었을 때 나머지가 각각 3, 5, 4인 수



## 정답 및 해설 🖁

- 1)  $2^3, 3, 2^3, 7, 2^3, 8$
- $2) 2,3^3,2^3,3^2,2,3^2,18$
- 3)  $2,3,7,2,5,7,2,7^2,2,7,14$
- 4)  $2,3^2,2^3,3,2,3,7,2,3,6$
- 5) 3,3,6,21,2,7,3,3,9
- 6) 2,7,14,35,2,5,2,7,14
- 7) 3,5,5,10,15,1,2,3,3,5,15
- 8) 3,3,9,12,18,3,4,6,3,3,9
- 9) (1) 1,2,7,14 (2) 1,3,7,21 (3) 1,7 (4) 7
- 10) (1) 1,3,9 (2) 1,2,3,6,9,18 (3) 1,3,9 (4) 9
- 11)  $2^2$
- 12)  $2 \times 3^2$
- 13)  $3 \times 5 \times 7^2$
- 14)  $2 \times 3^2$
- 15)  $2^3 \times 3^2$
- $\frac{2^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^2 \times 5}$ (최대공약수) =  $2^3 \times 3^2$
- 16)  $2 \times 3^2$
- 17)  $2^2 \times 5$
- 18)  $2 \times 3^2 \times 5$
- 19)  $3^2 \times 5 \times 7$
- 20)  $2 \times 5$
- 21)  $3 \times 5^2$
- 22)  $2\times3$
- 23)  $2^3 \times 3$
- 24) 9
- 25) 4

- □ 12 = 2² × 3, 32 = 2⁵
   ∴ (최대공약수) = 2² = 4
- 26) 6
- □ 30 = 2×3×5, 42 = 2×3×7
   ∴ (최대공약수) = 2×3 = 6
- 27) 3
- ⇨ (최대공약수)=3
  - 3) 9 12 3 4
- 28) 7
- ⇨ (최대공약수)=7

- 29) 4
- ⇒ (최대공약수)=2×2=4
  - 2) 16 20 2) 8 10 4 5
- 30) 6
- ⇒ (최대공약수)=2×3=6
  - 2) 18 30 3) 9 15 3 5
- 31) 9
- 45=3²×5,126=2×3²×7
   ∴(최대공약수)=3²=9
- 32) 12
- 33) 18
- ⇒
   2) 54 72

   3) 27 36

   3) 9 12

   3 4

   ∴ (최대공약수) = 2 × 3 × 3 = 18
- 34)  $2^3$
- $\Rightarrow 24 = 2^3 \times 3, 32 = 2^5$
- 35)  $2^3 \times 3$
- $\Rightarrow 48 = 2^4 \times 3, 72 = 2^3 \times 3^2$
- 36) 18
- □ (최대공약수)=2×3×3=18
  - 2) 54 90 3) 27 45 3) 9 15 3 5
- 37) 20

- $\Rightarrow$  (최대공약수)= $2 \times 2 \times 5 = 20$ 
  - 2) 80 140
  - 2) 40 70
  - 5) 20 35 4 7
- 38) 20
- $\Rightarrow$  (최대공약수)= $2 \times 2 \times 5 = 20$ 
  - 2) 60 100
  - 2) 30 50
  - 5) 15 25 3 5
- 39) 45
- $\Rightarrow$  3) 45 135
  - 3) 15 45
  - 5) 5 15
    - 1 3
  - ∴ (최대공약수) = 3×3×5 = 45
- 40) 4
- □ 12 = 2² × 3, 20 = 2² × 5, 28 = 2² × 7
   ∴ (최대공약수) = 2² = 4
- 41) 9
- □ 18 = 2×3<sup>2</sup>, 54 = 2×3<sup>3</sup>, 81 = 3<sup>4</sup> ∴ (최대공약수) = 3<sup>2</sup> = 9
- 42) 6
- □
   42 = 2 × 3 × 7, 54 = 2 × 3³, 66 = 2 × 3 × 11

   ∴ (최대공약수) = 2 × 3 = 6
- 43) 9
- ⇒ 36 = 2<sup>2</sup> × 3<sup>2</sup>, 81 = 3<sup>4</sup>, 108 = 2<sup>2</sup> × 3<sup>3</sup>
   ∴ (최대공약수) = 3<sup>2</sup> = 9
- 44) 18
- $\Rightarrow$  (최대공약수)= $2 \times 3 \times 3 = 18$ 
  - 2) 36 54 90
  - 3) 18 27 45
  - 3) 6 9 15
- 45) 30
- ⇒ (최대공약수)=2×3×5=30
  - 2) 30 90 120
  - 3) 15 45 60
  - 5) 5 15 20 1 3 4
- 46) 4
- - 2) 48 56 60
  - 2<u>) 24 28 30</u>
    - $12 \quad 14 \quad 15$

- 47) 4
- - 2<u>) 24 40 60</u>
  - 2) <u>12</u> <u>20</u> <u>30</u> 6 <u>10</u> <u>15</u>
- 48) 18
- ⇒ 72 = 2³ × 3², 90 = 2 × 3² × 5, 108 = 2² × 3³

   ∴ (최대공약수) = 2 × 3² = 18
- 49) 12
- $\Rightarrow 36 = 2^2 \times 3^2, \ 60 = 2^2 \times 3 \times 5,$  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
- 50) 4
- □
   2) 24 28 56

   2) 12 14 28

   6 7 14

   ∴ (최대공약수) = 2×2 = 4
- 51) 21
- □ 3) 63 105 168 7) 21 35 56 3 5 8 ∴ (최대공약수) = 3×7=21
- 52) 12
- □
   2) 72
   84
   108

   2) 36
   42
   54

   3) 18
   21
   27

   6
   7
   9

   ∴ (최대공약수) = 2×2×3=12
- 53) 1, 2, 3, 6
- 54) 1,5
- $\Rightarrow$  두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 55) 1,11
- ightharpoonup 두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 56) 1,2,5,10
- ightharpoonup 두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 57) 1,3,5,15
- ightharpoonup 두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 58) 1,2,4,5,10,20
- $\Rightarrow$  두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 59) 1,3,5,9,15,45

[영역] 1.수와 연산 1-2-1.공약수와 최대공약수

- ightharpoonup 두 자연수 A, B의 공약수는 A, B의 최대공약수의 약수이다.
- 60) 1, 2, 3, 4, 6, 12
- 61) 1, 3, 7, 21
- 62) 1, 2, 4, 7, 14, 28
- 63) 9개
- ⇒ 최대공약수 2<sup>2</sup>×5<sup>2</sup>이고,
   공약수는 최대공약수의 약수이므로 3×3=9(개)
- 64) 4개
- ⇒ 최대공약수는 2×5 이고,두 수의 공약수는 2×5의 약수이고약수의 개수는 2×2=4(개)
- 65) 9개
- ⇒ 최대공약수는 2<sup>2</sup>×3<sup>2</sup> 이고,
   공약수는 최대공약수의 약수이므로 3×3=9(개)
- 66) 6개
- ⇒ 최대공약수는 2×3² 이고
   공약수는 최대공약수의 약수이므로 2×3=6(개)
- 67) 6개
- ▷ 세 수의 최대공약수는 2<sup>2</sup>×3이고,
   공약수는 최대공약수의 약수이므로 2<sup>2</sup>×3의 약수의 개수
   인 3×2=6(개)
- 68) 9개
- ☆ 세 수의 최대공약수는 2<sup>2</sup>×3<sup>2</sup>이므로 공약수는 최대공약수의 약수이므로 2<sup>2</sup>×3<sup>2</sup>의 약수의 개수인 3×3=9(개)
- 69) 4개
- ☆ 세 수의 최대공약수는 2×5이고, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 2×5의 약수의 개수인 2×2=4(개)
- 70) 6개
- 630=2×3²×5×7이므로
   세 수의 최대공약수는 2×3²이고,
   공약수는 최대공약수의 약수이므로
   2×3²의 약수의 개수인 2×3=6(개)
- 71) 2개
- □ 152=2<sup>3</sup>×19, 171=3<sup>2</sup>×19 의 최대공약수는
   19이므로 공약수는 19의 약수인 1, 19으로 2개이다.
- 72) 6개
- $\Rightarrow 54 = 2 \times 3^3, \quad 72 = 2^3 \times 3^2, \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$

- 세 수의 최대공약수는  $2 \times 3^2$ 이므로, 공약수의 개수는  $2 \times 3 = 6(71)$
- 73) 8개
- □ 108 = 2² × 3³, 162 = 2 × 3⁴, 270 = 2 × 3³ × 5
   세 수의 최대공약수는 2 × 3³이므로
   약수의 개수는 2×4 = 8(개)
- 74) (
- 75) ×
- ⇨ 6과 15의 최대공약수가 3이므로 서로소가 아니다.
- 76) ×
- ⇒ 9와 21의 최대공약수가 3이므로 서로소가 아니다.
- 77) ×
- ⇒ 10과 15의 최대공약수가 5이므로 서로소가 아니다.
- 78) 🔾
- 79) 🔾
- 80) ×
- ⇒ 최대공약수는 2
- 81) ×
- ⇒ 최대공약수는 5
- 82) (
- 83) 🔾
- 84) 🔾
- 85) ×
- ⇨ 최대공약수 2
- 86) ×
- ⇨ 최대공약수 11
- 87) 🔾
- 88) 4
- □ 구하는 수는 25-1=24, 30-2=28의 최대공약수이므로 4이다.
- 89) 18
- 어떤 수로 70+2, 129-3 을 나눌 수 있다.그러므로 어떤 수는 72, 126 의 공약수이고가장 큰 어떤 수는 72, 126 의 최대공약수 18이다.
- 90) 11

[영역] 1.수와 연산 1-2-1.공약수와 최대공약수

#### 91) 23

□ 구하는 수는 73-4=69, 121-6=115의 최대공약수이므로 23이다.

#### 92) 36

 □ 어떤 자연수로 111-3, 76-4를 나눌 수 있으므로 어떤 자연수는 108, 72 의 공약수이다.
 가장 큰 어떤 수는 두 수의 최대공약수인 36이다.

#### 93) 4

□ 구하는 수는 58-2=56, 41+3=44의 최대공약수이므로 4이다.

### 94) 5

□ 구하는 수는 32+3=35, 41+4=45의 최대공약수이므로 5이다.

#### 95) 9

⇒ 28-1=27, 40-4=36의 최대공약수인 9이다.

#### 96) 10

□ 구하는 수는 76+4=80, 64+6=70의 최대공약수이므로 10이다.

#### 97) 24

□ 구하는 수는 70+2=72, 90+6=96의 최대공약수이므로 24이다.

#### 98) 8

□ 구하는 수는 65-1=64, 81+7=88의 최대공약수이므로 8이다.

#### 99) 20

□ 구하는 수는 45-5=40, 58+2=60의 최대공약수이므로 20이다.

## 100) 18

○ 어떤 자연수로 57를 나누면 3이 남으므로 54를 나누면 나누어 떨어진다. 또 어떤 수로 74를 나누면 2가 남으므로 어떤수로 72를 나누면 나누어 떨어진다. 따라서 54와 72의 최대공약수인 18이다.

## 101) 8

□ 16, 24, 32를 나눌 수 있는 공약수이고 가장 큰 어떤 수는 최대공약수인 8이다.

## 102) 12

○ 어떤 수를 x라 할 때
 x 는 28-4, 40-4, 52+8 을 나눌 수 있다.
 즉 x 는 24, 36, 60 의 공약수이고
 이때 24, 36, 60 의 최대공약수가 12 이므로
 12의 약수 중 가장 큰 수는 x=12

#### 103) 12

⇒ 구하고자 하는 자연수는
 41-5, 74-2, 123-3 을 나눌 수 있다.
 즉 이 자연수는 36, 72, 120 의 공약수이고
 가장 큰 수가 되어야 하므로 36, 72, 120 의 최대공약수
 12 이다.

#### 104) 4, 8

105) 8, 12, 24

106) 6, 12

107) 4, 8

108) 6, 9, 18