

2-2-2.사건의 독립과 종속_천재(이준열)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호

개념check /

[사건의 독립과 종속]

- ullet 독립: 사건 A가 일어났을 때 사건 B의 조건부확률이 사건 B가 일어날 확률과 같을 때, 즉 P(B|A) = P(B)일 때,
- 두 사건 A와 B는 서로 독립이라고 한다.
- 종속: 두 사건 A와 B가 서로 독립이 아닐 때, 두 사건 A와 B는 서로 종속이라고 한다.

[두 사건이 독립일 조건]

두 사건 A와 B가 서로 독립일 필요충분조건은 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ (단, $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$)

[독립시행의 확률]

- •독립시행: 동일한 시행을 반복할 때, 각 시행에서 일어나는 사건이 서로 독립인 경우에 그러한 시행을 독립시행이라고 한다.
- •어떤 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p(0 일 때,
- 이 시행을 n번 반복하는 독립시행에서 사건 A가 r번 일어날
- 확률은 $_n \mathbb{C}_r p^r (1-p)^{n-r}$ (단, $r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$)

기본문제

[예제]

 $oldsymbol{1}$. 한 개의 주사위를 던져 소수의 눈이 나오는 사건 을 A, 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 B, 4의 약 수의 눈이 나오는 사건을 ℃라고 할 때, 다음 <보 기> 중에서 서로 독립인 사건만을 있는 대로 고른 것은?

| | <보기> | |
|------------------------|---|-------------------------|
| ㄱ. <i>A</i> 와 <i>B</i> | $\mathrel{\llcorner}$. A 와 C | \sqsubset . B 와 C |
| _ | _ | |

- 1 7
- ② ⊏
- ③ ┐. ∟
- ④ ¬, ⊏
- ⑤ ∟, ⊏

되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

[문제]

2. 6장의 자음과 6장의 모음이 각각 하나씩 적혀있 는 12장의 카드가 있다. 12장의 카드에는 무늬가 있는 카드가 포함되어 있으며, 그 중 4장은 자음 카 드이다. 이 카드 중에서 임의로 한 장의 카드를 선 택할 때, 자음이 적힌 카드를 선택하는 사건을 A, 무늬가 있는 카드를 선택하는 사건을 B라고 하자. 이때 두 사건 A, B가 서로 독립이려면 무늬가 있 는 카드는 총 몇 장인가?

1 1

② 2

3 4

- 4) 8
- ⑤ 12

[문제]

3. 다음 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 두 사건 A^{C} , B도 서로 독립임을 증명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞게 짝지은 것은? (단, P(A) > 0, P(B) > 0)

- ① (7) P(A)+P(B), (나) A^{C}
- ② (가) P(A)+P(B), (나) B
- ③ (가) P(A)+P(B), (나) B^{C}
- ④ (가) P(A)P(B), (나) A^C
- ⑤ (가) P(A)P(B). (나) B

[예제]

- **4.** 윷놀이에서 윷짝 한 개를 던질 때, 둥근 면이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, 평평한 면이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이라고 하자. 이 윷짝 네 개를 동시에 던질 때, 모가나올 확률은?
 - ① $\frac{1}{81}$
- $2 \frac{4}{81}$
- $3\frac{7}{81}$
- $4 \frac{10}{81}$

- 5. 어느 퀴즈 프로그램 출연자는 보기 네 항목 중 정답이 한 개인 문제를 세 문제 풀어야 한다. 이 출 연자가 각 문제에서 보기 항목 한 개를 임의로 선택 할 때, 두 문제 이상 맞힐 확률은?
 - ① $\frac{9}{64}$
- ② $\frac{5}{32}$
- $3\frac{11}{64}$
- $\bigcirc \frac{6}{32}$
- $\bigcirc \frac{13}{64}$

평가문제

[소단원 확인 문제]

6. 다음 <보기> 중에서 두 사건 *A*, *B*가 서로 독립 인 사건만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- \neg . 한 개의 주사위를 한 번 던질 때, 홀수의 눈이 나오 는 사건 A와 짝수의 눈이 나오는 사건 B
- \Box . 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 첫 번째에 홀수의 눈이 나오는 사건 A와 세 번째에 짝수의 눈이 나오는 사건 B
- ① ¬
- ② ⊏
- ③ ┐, ∟
- ④ ¬. ⊏
- ⑤ ㄴ, ⊏

[소다워 화이 무제]

- 7. 여섯 개의 구멍에서 물이 올라오는 바닥 분수대 가 있다. 어느 순간 각 구멍에서 물이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 라고 할 때, 두 개의 구멍에서만 물이 나올 확률은?
 - ① $\frac{7}{64}$
- $2 \frac{9}{64}$
- $3\frac{11}{64}$
- $4 \frac{13}{64}$

[소단원 확인 문제]

- **8.** 두 개의 주사위를 동시에 3번 던질 때, 주사위의 눈의 수가 두 번만 같을 확률은?
 - ① $\frac{17}{36}$
- $3\frac{5}{18}$
- $4) \frac{5}{72}$
- $\bigcirc \frac{5}{12}$

[소단원 확인 문제]

- 9. 갑과 을이 테니스 시합을 하는데, 먼저 3세트를 이기면 시합이 끝난다고 한다. 세트마다 갑이 을을 이길 확률이 $\frac{2}{3}$ 일 때, 5세트에서 시합이 끝날 확률은?
 - ① $\frac{8}{27}$
- $2 \frac{4}{9}$
- $4 \frac{20}{27}$

[중단원 연습 문제]

- 10. 한 개의 주사위와 한 개의 동전을 동시에 던질 때, 주사위는 4의 약수의 눈이 나오고 동전은 앞면 이 나올 확률은?
 - ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- $3\frac{1}{4}$
- $4 \frac{1}{2}$

[중단원 연습 문제]

- **11.** 두 사건 A, B가 서로 독립이고
 - P(A) = 0.5, P(B) = 0.4일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은?
 - ① 0.02
- ② 0.2
- 3 0.4
- **4**) 0.8
- (5) 0.9

[중단원 연습 문제]

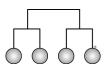
- - $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ 일 때, P(B)의 값은?
 - ① $\frac{5}{9}$
- $2 \frac{11}{16}$
- $3\frac{3}{4}$
- $4\frac{13}{16}$

[중단원 연습 문제]

- 13. 어느 회사의 사이버 교육 평가는 ○, ×로 표시 하는 10문제 중에서 8문제 이상을 맞혀야 합격이라 고 한다. 이 회사의 어떤 직원이 10문제의 답을 임 의로 표시할 때, 이 평가에서 합격할 확률은?
 - ① $\frac{7}{128}$
- $2 \frac{57}{1024}$
- $3\frac{29}{512}$
- $4 \frac{59}{1024}$

[중단원 연습 문제]

14. A, B, C, D 4명이 다음 그림과 같은 대진표를 이용하여 시합을 하려고 한다. A가 C, D와 시합을 할 때 이길 확률이 각각 ³/₄이고, B가 C, D와 시합을 할 때 이길 확률이 각각 ¹/₃이라고 한다. 이때 A와 B가 결승전에서 만날 확률은?



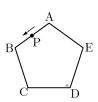
① $\frac{1}{6}$

 $2) \frac{1}{4}$

- $3 \frac{1}{3}$
- $4 \frac{1}{2}$

[조다의 여스 모게]

15. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 위를 시계 반대 방향으로 변을 따라 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 동전을 던져 앞면이 나오면 3만큼, 뒷면이 나오면 1만큼 움직일 때, 동전을 네 번 던져 점 A를 출발한 점 P가 다시 점 A에 도착할 확률은?



- ① $\frac{1}{2}$
- $3\frac{1}{8}$
- $4 \frac{1}{16}$

[대단원 종합 문제]

- 16. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 세 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은?
 - ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{7}{16}$
- $3\frac{5}{8}$
- $4 \frac{13}{16}$

 $(5) \frac{7}{8}$

[대단원 종합 문제]

- **17.** 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 3의 배수의 눈이 한 번만 나올 확률은?
 - ① $\frac{1}{6}$
- $2\frac{1}{4}$
- $3 \frac{1}{3}$
- $4\frac{4}{9}$

[대단원 종합 문제]

- **18.** 각 면에 1, 2, 2, 3, 3, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 정육면체 모양의 주사위를 6번 던질때, 나온 여섯 개의 숫자의 곱이 짝수일 확률은?
 - ① $\frac{662}{729}$
- ② $\frac{665}{729}$
- $4 \frac{671}{729}$

[대단원 종합 문제]

- 19. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 던져 5의 약수의 눈이 나오 면 점 P를 양의 방향으로 3만큼, 5의 약수의 눈이 나오지 않으면 음의 방향으로 2만큼 움직인다. 주사 위를 네 번 던질 때, 점 P와 원점 사이의 거리가 3이 될 확률은?
 - ① $\frac{26}{81}$
- $28 \frac{28}{81}$
- $3\frac{10}{27}$
- $4 \frac{32}{81}$

[대단원 종합 문제]

20. 다음 표는 어느 지역 주민 500명을 대상으로 A 드라마의 시청 여부를 조사한 것이다.

주민 500명 중에서 임의로 택한 한 명이 A드라마를 시청한 사람인 사건과 여자인 사건은 서로 독립이다. 이때 b-d의 값은?

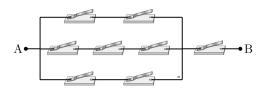
(단위: 명)

| | 시청함 | 시청 안 함 | 합계 |
|----|-----|--------|-----|
| 남자 | a | b | 240 |
| 여자 | c | d | 260 |
| 합계 | 300 | 200 | 500 |

- \bigcirc -4
- 2 5
- 3 6
- 4) 7
- (5) 8

[대단원 종합 문제]

21. 다음 그림과 같이 8개의 스위치가 있는 전기 회로에서 각 스위치는 독립적으로 작동할 때, 각 스위치가 ON 또는 OFF일 확률이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때 A에서 B로 전류가 흐를 확률을 구하시오.



- ① $\frac{15}{64}$
- ② $\frac{125}{512}$
- $3\frac{65}{256}$
- $4 \frac{135}{512}$

4

정답 및 해설

1) [정답] ①

[해설] $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 6\}$, $C = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $P(A) = \frac{1}{2}, \ P(B) = \frac{1}{3}, \ P(C) = \frac{1}{2}$

$$A \cap B = \{3\}$$
이므로 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$$A \cap C = \{2\}$$
이므로 $P(A \cap C) = \frac{1}{6}$

 $B \cap C = \emptyset$ 이므로 $P(B \cap C) = 0$

따라서 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 이므로 두 사건 A. B는 서로 독립이고,

 $P(A \cap C) \neq P(A)P(C)$, $P(B \cap C) \neq P(B)P(C)$ 이므로 두 사건 A, C와 B, C는 서로종속이다.

2) [정답] ④

[해설] 무늬가 있는 카드를 총 x장이라 하면

$$P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \ P(B) = \frac{x}{12}$$

$$n(A \cap B) = 4$$
이므로 $P(A \cap B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

두 사건 A, B가 서로 독립이려면

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$
에서 $\frac{1}{3} = \frac{x}{24}$

$$\therefore x = 8$$

3) [정답] ④

[해설] 두 사건 A, B가 서로 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

이때
$$P(B \cap A^C) = P(B) - P(A \cap B)$$

= $P(B) - P(A)P(B)$
= $P(B)\{1 - P(A)\}$

이므로 두 사건 A^{C} , B도 서로 독립이다.

 $= P(B)P(A^C)$

4) [정답] ①

[해설] 모가 나오는 경우는 네 개의 윷짝 모두 둥근 면이 나와야 하므로 독립시행의 확률에 의하여

$$_4{\rm C}_4\!\times\!\left(\frac{1}{3}\right)^{\!4}\!\times\!\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{81}$$
 orth

5) [정답] ②

[해설] 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로

세 문제 중 두 문제를 맞힐 확률은

$$_{3}C_{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{1} = \frac{9}{64}$$

세 문제 모두 맞힐 확률은

$$_{3}C_{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{3}\left(\frac{3}{4}\right)^{0} = \frac{1}{64}$$

따라서 두 문제 이상 맞힐 확률은

$$\frac{9}{64} + \frac{1}{64} = \frac{5}{32}$$

6) [정답] ⑤

[해설] \neg . $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ 에서

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = 0$$
이므로

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

$$\vdash$$
. $P(A) = \frac{3 \times 6}{6^2} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{6 \times 3}{6^2} = \frac{1}{2}$

$$P(A \cap B) = \frac{3 \times 3}{6^2} = \frac{1}{4}$$
이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$\vdash$$
. $P(A) = \frac{3 \times 6 \times 6}{6^3} = \frac{1}{2}$

$$P(B) = \frac{6 \times 6 \times 3}{6^3} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3 \times 6 \times 3}{6^3} = \frac{1}{4}$$
이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

7) [정답] ⑤

[해설] 두 개의 구멍에서만 물이 나오고 네 개의 구멍에서는 물이 나오지 않아야 하므로 독립시행의 확률에 의하여

$$_{6}C_{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4} = \frac{15}{64}$$

8) [정답] ④

[해설] 두 개의 주사위의 눈의 수가 같을 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$_{3}C_{2} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{2} \times \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{72}$$

9) [정답] (

[해설] 5세트에서 시합이 끝나려면 4세트까지 갑이 두 번, 을이 두 번 이겨야 마지막 5세트에서 승부가 결정되므로

$$_{4}C_{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{8}{27}$$

10) [정답] ③

[해설] 한 개의 주사위를 던지는 시행과 한 개의 동전 을 던지는 시행은 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

11) [정답] ②

[해설] $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.5 \times 0.4 = 0.2$

12) [정답] ②

[해설] $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B) - \frac{1}{5}P(B)$$
 $\therefore P(B) = \frac{11}{16}$

13) [정답] ①

[해설] 표본공간을 S라 하면 $n(S)=2^{10}=1024$ 8문제 맞힐 사건을 A, 9문제 맞힐 사건을 B, 10문제 맞힐 사건을 C라 하면 구하는 확률은 P(A)+P(B)+P(C)와 같다. 따라서

$$\begin{split} \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) &= \frac{{}_{10}\mathbf{C}_8}{1024} + \frac{{}_{10}\mathbf{C}_9}{1024} + \frac{{}_{10}\mathbf{C}_{10}}{1024} \\ &= \frac{56}{1024} = \frac{7}{128} \end{split}$$

14) [정답] ①

[해설] 대진표를 작성하는 방법은

A-B / C-D 또는 A-C / B-D 또는 A-D / B-C 의 세 가지 경우가 있으므로 각 경우의 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, A와 B가 결승전에서 만나야 하므로 다음과 같이 경우를 나눌 수 있다.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{6}$$

15) [정답] ②

[해설] 한 개의 동전을 던져 앞면이 나오는 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률도 $\frac{1}{2}$

동전을 네 번 던져 앞면이 r회, 뒷면이 (4-r)회 나왔다고 하면

$$3r+(4-r)=5N$$
 (N 은 자연수)에서

$$2r+4=5N$$

따라서 구하는 확률은
$$_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$$

16) [정답] ⑤

[해설] 서로 다른 세 주사위를 동시에 던질 때, 세 눈 의 수의 곱이 홀수일 확률은 세 눈이 모두 홀수 가 나오는 경우이므로 $\frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$ 따라서 세 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은

 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

17) [정답] ④

[해설] 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$

3의 배수의 눈이 처음에 나오면 두 번째는 3의 배수의 눈이 나오지 않아야하고, 처음에 나오지 않으면 두 번째에 나와야 한다. 따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

18) [정답] ②

[해설] 여섯 개의 숫자의 곱이 짝수인 경우는 전체의 경우에서 홀수인 경우를 제외하면 된다.

주사위를 한 번 던질 때 홀수가 나오는 확률은 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

홀수인 경우는 6번 던질 때, 나온 여섯 개의 숫 자가 모두 홀수이어야 하므로 $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{665}{729}$$

19) [정답] ④

[해설] 한 개의 주사위를 던져 5의 약수의 눈이 나오 는 확률은 $\frac{1}{3}$, 5의 약수의 눈이 나오지 않는 확

률은
$$\frac{2}{3}$$

주사위를 네 번 던져 5의 약수의 눈이 r회, 5의 약수의 눈이 나오지 않는 횟수는 (4-r)

$$3r-2(4-r)=|3|$$
 에서

5r-8=3 또는 5r-8=-3 : r=1(:r) 정수)

따라서 구하는 확률은
$$_4\mathrm{C}_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{81}$$

20) [정답] ⑤

[해설] 주민 500명 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 사람이 A드라마를 시청한 사람인 사건을 A, 여자인 사건을 B라고 하면

$$P(A) = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}, \ P(B) = \frac{260}{500} = \frac{13}{25},$$

$$P(A \cap B) = \frac{c}{500}$$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

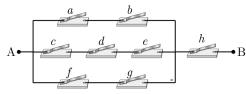
 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 에서

$$\frac{c}{500} = \frac{3}{5} \times \frac{13}{25}, \ c = 156$$

따라서 a=144, b=96, d=104 $\therefore b-d=-8$

21) [정답] ③

[해설] 다음 그림과 같이 각 스위치를 $a \sim h$ 라고 하면 전류가 흐르지 않는 경우는 (i), (ii)의 두 가지이다.



- (i) h스위치가 OFF일 때
- (ii) h스위치는 ON이면서 a, b 스위치 중 적어 도 하나가 OFF이고, c, d, e 스위치 중 적어도 하나가 OFF이고, f, g 스위치 중 적어도 하나가 OFF일 때
- (i) h스위치가 OFF일 확률은 $\frac{1}{2}$
- (ii) h스위치는 ON일 확률은 $\frac{1}{2}$,
- a, b 스위치 중 적어도 하나가 OFF일 확률은 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
- c, d, e스위치 중 적어도 하나가 OFF일 확률은 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$

f, g스위치 중 적어도 하나가 OFF일 확률은 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

이므로
$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{63}{256}$$

(i), (ii)에서 A에서 B로 전류가 흐르지 않을 확률은

$$\frac{1}{2} + \frac{63}{256} = \frac{191}{256}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{191}{256} = \frac{65}{256}$$