



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
 1) 제작연월일 : 2018-03-05
 2) 제작자 : 교육지대㈜
 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

항등식의 뜻과 성질

1. 항등식: 등식에 포함된 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식
2. 항등식의 성질(항등식이 되는 조건)
 - (1) $ax+b=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=0, b=0$
 - (2) $ax+b=a'x+b'$ 가 x 에 대한 항등식이면 $a=a', b=b'$
 - (3) $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=0, b=0, c=0$
 - (4) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 가 x 에 대한 항등식이면 $a=a', b=b', c=c'$

■ 다음 중 x 에 대한 항등식인 것에는 ○표, 아닌 것에는 ×표를 하여라.

1. $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ ()
2. $(3x+1)^2 = 6x^2 + 1$ ()
3. $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ ()
4. $x^2 - 8x + 9 = x(x-8) + 10$ ()
5. $x^2 - x + 2 = 2x$ ()
6. $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ ()
7. $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$ ()
8. $(x+1)^2 - (x+1) = x^2 + x$ ()

$$9. (x-1)^2 + (x-1) = x^2 - x \quad ()$$

$$10. x^2 - 3x - 2 = x(x-3) + 1 \quad ()$$

$$11. x^2 - 4x + 5 = x(x-4) + 5 \quad ()$$

■ 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 x, y 의 값을 구하여라.

$$12. (k-1)x - (2k-3)y + 3 = 0$$

$$13. (k+1)x - 2(k-1)y - k - 3 = 0$$

$$14. (k-2)x + (3-k)y + 2k - 3 = 0$$

$$15. (k+3)x - (3k+4)y + 5k = 0$$

$$16. (2k+3)x + (3k-1)y + 6k + 9 = 0$$

$$17. (2k+3)x - (k+1)y - k - 2 = 0$$

$$18. (k+3)x + (3k-1)y + 5k - 5 = 0$$

19. $(k-2)x + (2k+3)y - 6k - 2 = 0$

20. $(k-2)x + (3-k)y + 2k - 3 = 0$

21. $(k+1)x + (-2+k)y - 7k + 5 = 0$

22. $(k+2)x - (2k+3)y - k + 5 = 0$

23. $(k-2)x + 3ky - (4+k) = 0$

26. $ax^2 - x + b = x^2 - cx + 5$

27. $x^2 - 3 = ax^2 + bx + c$

28. $a(x+y) - b(x-y) + 1 = 3x - 5y + c$

29. $(a-2)x + (b+4)y + c + 1 = -x + y + 7$

30. $(x-1)(ax+2) = 3x^2 + bx + c$

31. $(a+b)x^2 - (b+2)x + (c-5) = x^2 + 1$

32. $(a-1)x^2 + (b+1)x + 2 + c = 0$

33. $(2x+1)(x-3) = (a+1)x^2 + (b-2)x + c - 1$

34. $3x^2 - ax + 1 = bx(x-2) + c(x-1)^2$

35. $x+2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$

36. $ax^2 + (b+1)x + c = 2x^2 - 4x - 3$

37. $a(x-1)(x-2) + b(x-1) + c = x^2$

02 미정계수법

1. 미정계수법: 항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법

(1) 계수비교법

‘항등식에서 양변의 동류항의 계수는 같다.’는 성질을 이용하여, 주어진 등식의 양변의 계수를 비교하여 미정 계수를 구하는 방법

예

(2) 수치대입법

‘항등식은 주어진 문자에 어떠한 값을 대입해도 항상 성립한다’는 성질을 이용하여, 주어진 문자에 적당한 값을 대입하여 미정계수를 구하는 방법

예

■ 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하여라.

24. $(a-2)x + b = 3$

25. $3x^2 + 7 = (a-b)x^2 + a + b$

38. $x^2 - x - 6 = ax(x+1) + b(x+1) + cx(x+3)$

39. $ax^2 + (b-3)x + 2 = 2x^2 - 6x + c$

40. $ax(x-1) + bx + c(x-1) = x^2 - 3$

41. $x^3 + ax + 6 = (x-2)(x^2 + bx + c)$

42. $x^2 + 2x + 3 = ax(x-1) + bx + c$

43. $ax^2 + 2x + c = (1-b)x^2 - bx - 3$

44. $6x^2 - 3x + 1$
 $= ax(x+1) + b(x-1)(x+1) + cx(x-1)$

45. $2x^2 - 7x + 3$
 $= ax(x+1) + b(x+1)(x-1) + cx(x-1)$

46. $3x^2 + 2x + 1$
 $= a(x+1)(x-1) + bx(x+1) + cx(x-1)$

47. $2x^2 - x + 4$
 $= ax(x-1) + bx(x-2) + c(x-1)(x-2)$

48. $3x^2 + x - 8$
 $= a(x-1)(x+3) + bx(x-1) + cx(x-3)$

■ 다음 물음에 답하여라.

49. 모든 실수 x 에 대하여

$$3x^2 + 4x + 1 = ax^2 + (2a+b)x + (a-b+c)$$

이 성립할 때, $2a+b+c$ 의 값

50. 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+2)^4 - 5(x+2)^3 + 2(x+2)^2 + 3(x+2) + 7$$

$$= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

이 성립할 때, $a+b+c+d+e$ 의 값

51. 모든 실수 x 에 대하여

$$x^3 - x^2 - 4x + 5 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$$

이 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값

52. 모든 실수 x 에 대하여

$$2(x-1)^5 + (x+1)^4 = 2x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx - 1$$

이 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값

53. 모든 실수 x 에 대하여

$$2x^2 - 3x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

가 성립할 때, abc 의 값

54. $a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$

이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+2b+c$ 의 값

■ 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 계수비교법과 수치대입법으로 상수 a, b 의 값을 구하여라.

55. $5x+3=(a-b)x+a+b$

56. $3x^2-x-2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

57. $x^3+x+2=(x+1)(x^2+ax+b)$

58. $x^2-x+2=(x-1)^2+a(x-1)+b$

59. $x^2-4x+7=(x-1)^2+a(x-1)+b$

60. $2x^2+x+3=a(x+1)^2+b(x+1)+c$

61. $2x^2+4x-1=a(x+1)^2+b(x+1)+c$

62. $3x^2+x+4=a(x+1)^2+b(x-1)+c$

■ 주어진 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 다음의 값을 구하여라. (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수)

63. $(2x^2-x+1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_{10}x^{10}$

(1) a_0

(2) $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{10}$

(3) $a_0+a_2+a_4+\dots+a_{10}$

64. $(x+1)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_{10}x^{10}$

(1) a_0

(2) $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{10}$

(3) $a_1+a_3+\dots+a_9$

65. $x^{10}+1$
 $=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\dots+a_{10}(x-1)^{10}$

(1) a_0

(2) $a_0+a_1+a_2+\dots+a_{10}$

(3) $a_1+a_2+\dots+a_{10}$

■ 다음 물음에 답하여라.

66. 상수 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 에 대하여 등식 $(2x^2 - x + 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

67. x 에 대한 항등식

$$x^{10} = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_9(x+1)^9 + a_{10}(x+1)^{10}$$

에 대하여 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

68. x 에 대한 항등식

$$(1+x-2x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{20}x^{20}$$

에
서 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{19}$ 의 값을 구하여라. (단,
 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{20}$ 은 상수이다.)

69. $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{x^3 + 6}{(x-1)^8} = \frac{a_1}{(x-1)} + \frac{a_2}{(x-1)^2} + \frac{a_3}{(x-1)^3} + \dots + \frac{a_8}{(x-1)^8}$$

가 성립하도록 상수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ 의 값을 정할
때, $a_2 + a_4 + a_6 + a_8$ 의 값을 구하여라.

70. 모든 실수 x 에 대하여

$$(2+x^3)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8 + a_9x^9$$

이 성립할
때, $a_1 - 2a_2 + a_3 - 2a_4 + a_5 - 2a_6 + a_7 - 2a_8$ 의 값을 구
하여라.

■ 다음을 만족시키는 상수 a, b, c 의 값을 구하여라.

71. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을
때의 몫이 $2x + 4$ 이고 나머지가 $7x + 2$ 일 때, 상
수 a, b, c 의 값을 구하여라.

72. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x^2 + 3x - 4$ 로 나누었을
때의 몫이 $x + 1$ 이고 나머지가 $3x - 2$ 일 때, 상수
 a, b, c 의 값을 구하여라.

73. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나누었을
때의 몫이 $2x + 1$ 이고 나머지가 $2x + 3$ 일 때, 상수
 a, b, c 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

1) ○

2) ×

$$\Rightarrow 9x^2 + 6x + 1 = 6x^2 + 1 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0$$

3) ○

4) ×

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 9 = x^2 - 8x + 10 \Rightarrow 9 = 10$$

5) ×

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

6) ○

7) ○

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$$

8) ○

9) ○

$$\Rightarrow (x^2 - 2x + 1) + (x - 1) = x^2 - x$$

10) ×

11) ○

12) $x = -6, y = -3$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x-2y)k + (-x+3y+3) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x-2y=0 \dots \textcircled{1}$$

$$-x+3y+3=0 \dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x = -6, y = -3$
13) $x = 2, y = \frac{1}{2}$
 \Rightarrow 주어진 식을 전개하여 k 에 대하여 정리하면

$$(x-2y-1)k + (x+2y-3) = 0$$

등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하기 위해서

$$x-2y-1=0, \quad x+2y-3=0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x = 2, y = \frac{1}{2}$ 14) $x = -3, y = -1$ 15) $x = 4, y = 3$

$$\Rightarrow (x-3y+5)k + (3x-4y) = 0$$

위의 등식은 k 에 대한 항등식이므로

$$x-3y+5=0, \quad 3x-4y=0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$(9y-15)-4y=0 \text{에서 } 5y=15 \quad \therefore y=3$$

$$\therefore x=4$$

16) $x = -3, y = 0$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(2x+3y+6)k + (3x-y+9) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$2x+3y+6=0 \dots \textcircled{1}$$

$$3x-y+9=0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + 3 \times \textcircled{2} \text{을 하면 } x = -3 \dots \textcircled{3}$$

 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $y = 0$
17) $x = 1, y = 1$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(2x-y-1)k + (3x-y-2) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$2x-y-1=0 \dots \textcircled{1}$$

$$3x-y-2=0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{을 하면 } x = 1 \dots \textcircled{3}$$

 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = 1$
18) $x = 1, y = -2$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x+3y+5)k + (3x-y-5) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x+3y+5=0 \dots \textcircled{1}$$

$$3x-y-5=0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + 3 \times \textcircled{2} \text{을 하면 } x = 1 \dots \textcircled{3}$$

 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = -2$
19) $x = 2, y = 2$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x+2y-6)k + (-2x+3y-2) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x+2y-6=0 \dots \textcircled{1}$$

$$-2x+3y-2=0 \dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$x = 2, y = 2$$

20) $x = -3, y = -1$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x-y+2)k + (-2x+3y-3) = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x-y+2=0 \dots \textcircled{1}$$

$$-2x+3y-3=0 \dots \textcircled{2}$$

$$3 \times \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면 } x = -3 \dots \textcircled{3}$$

 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = -1$
21) $x = 3, y = 4$
 \Rightarrow k 에 대해 내림차순으로 정리하면

$$(x+y-7)k + x-2y+5 = 0$$

따라서 k 의 값에 상관없이 항상 성립하려면

$$x+y-7=0, \quad x-2y+5=0$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 4$$

22) $x = -13, y = -7$
 \Rightarrow 주어진 등식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x-2y-1)k+(2x-3y+5)=0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x-2y-1=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x-3y+5=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡}-2\times\textcircled{㉠}\text{을 하면 } y=-7 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢}\text{을 } \textcircled{㉠}\text{에 대입하면 } x=-13$$

$$23) x=-2, y=1$$

$$\Rightarrow (k-2)x+3ky-(4+k)=0$$

$$k(x+3y-1)+(-2x-4)=0$$

k 값에 관계없이 항상 참이 되어야 하므로

$$\begin{cases} x+3y-1=0 \\ -2x-4=0 \end{cases}$$

연립하여 풀면

$$\therefore x=-2, y=1$$

$$24) a=2, b=3$$

$$\Rightarrow a-2=0, b=3 \therefore a=2, b=3$$

$$25) a=5, b=2$$

$$\Rightarrow a-b=3, a+b=7$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=5, b=2$

$$26) a=1, b=5, c=1$$

$$27) a=1, b=0, c=-3$$

$$28) a=-1, b=-4, c=1$$

$$\Rightarrow a(x+y)-b(x-y)+1=(a-b)x+(a+b)y+1\text{이므로}$$

$$(a-b)x+(a+b)y+1=3x-5y+c$$

이 식이 x, y 에 대한 항등식이므로

$$a-b=3, a+b=-5, c=1$$

$$\therefore a=-1, b=-4, c=1$$

$$29) a=1, b=-3, c=6$$

\Rightarrow 주어진 등식이 x, y 에 대한 항등식이므로

$$a-2=-1, b+4=1, c+1=7$$

$$\therefore a=1, b=-3, c=6$$

$$30) a=3, b=-1, c=-2$$

\Rightarrow 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$$ax^2+(2-a)x-2=3x^2+bx+c$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=3, 2-a=b, -2=c$$

$$\therefore a=3, b=-1, c=-2$$

$$31) a=3, b=-2, c=6$$

\Rightarrow 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+b=1, b+2=0, c-5=1$$

$$\therefore a=3, b=-2, c=6$$

$$32) a=1, b=-1, c=-2$$

\Rightarrow 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a-1=0, b+1=0, 2+c=0$$

$$\therefore a=1, b=-1, c=-2$$

$$33) a=1, b=-3, c=-2$$

\Rightarrow 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$$2x^2-5x-3=(a+1)x^2+(b-2)x+c-1$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+1=2, b-2=-5, c-1=-3$$

$$\therefore a=1, b=-3, c=-2$$

$$34) a=6, b=2, c=1$$

\Rightarrow 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $1=c$

$$\text{양변에 } x=1\text{을 대입하면 } 4-a=-b$$

$$\text{양변에 } x=2\text{를 대입하면 } 13-2a=c$$

$$\therefore a=6, b=2, c=1$$

$$35) a=-1, b=1, c=0$$

\Rightarrow 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $2=-2a$

$$\text{양변에 } x=1\text{을 대입하면 } 3=3b$$

$$\text{양변에 } x=-2\text{를 대입하면 } 0=6c$$

$$\therefore a=-1, b=1, c=0$$

$$36) a=2, b=-5, c=-3$$

$$\Rightarrow a=2, b+1=-4, c=-3 \therefore a=2, b=-5, c=-3$$

$$37) a=1, b=3, c=1$$

\Rightarrow 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $c=1$

$$\text{양변에 } x=2\text{를 대입하면 } b+c=4 \therefore b=3$$

$$\text{양변에 } x=0\text{을 대입하면 } 2a-b+c=0 \therefore a=1$$

$$38) a=-1, b=-6, c=2$$

\Rightarrow 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $-6=b$

$$\text{양변에 } x=-1\text{을 대입하면 } -4=-2c$$

$$\text{양변에 } x=-3\text{을 대입하면 } 6=6a-2b$$

$$\therefore a=-1, b=-6, c=2$$

$$39) a=2, b=-3, c=2$$

$$\Rightarrow a=2, b-3=-6, c=2 \therefore a=2, b=-3, c=2$$

$$40) a=1, b=-2, c=3$$

\Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x=0, x=1, x=2$ 를 각각 대

$$\text{입하면 } -c=-3, b=-2, 2a+2b+c=1$$

$$\therefore a=1, b=-2, c=3$$

$$41) a=-7, b=2, c=-3$$

$$\Rightarrow (x-2)(x^2+bx+c)=x^3+(b-2)x^2+(c-2b)x-2c$$

$$\text{이므로 } b-2=0, -2b+c=a, -2c=6$$

$$\therefore a=-7, b=2, c=-3$$

$$42) a=1, b=3, c=3$$

$$\Rightarrow x^2+2x+3=ax^2-(a-b)x+c\text{이므로}$$

$$a=1, a-b=-2, c=3$$

$$\therefore a=1, b=3, c=3$$

$$43) a=3, b=-2, c=-3$$

$$\Rightarrow a=1-b, 2=-b, c=-3 \therefore a=3, b=-2, c=-3$$

$$44) a=2, b=-1, c=5$$

$$\Rightarrow 6x^2-3x+1=ax(x+1)+b(x-1)(x+1)+cx(x-1)$$

$$= (a+b+c)x^2 + (a-c)x + (-b)$$

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=6 & \dots \textcircled{㉑} \\ a-c=-3 & \dots \textcircled{㉒} \\ -b=1 & \dots \textcircled{㉓} \end{cases}$$

㉓에서 $b=-1$ 이므로 ㉑에 대입하면

$$a+c=7 \quad \dots \textcircled{㉔}$$

㉑+㉔ 을 하면 $2a=4$

$$\therefore a=2, c=5$$

$$45) a=-1, b=-3, c=6$$

⇒ 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $3=-b$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면 $12=2c$

양변에 $x=1$ 을 대입하면 $-2=2a$

$$\therefore a=-1, b=-3, c=6$$

$$46) a=-1, b=3, c=1$$

⇒ 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $1=-a$

양변에 $x=1$ 을 대입하면 $6=2b$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면 $2=2c$

$$\therefore a=-1, b=3, c=1$$

$$47) a=5, b=-5, c=2$$

$$\Rightarrow 2x^2-x+4 = ax(x-1)+bx(x-2)+c(x-1)(x-2) \quad \dots \textcircled{㉕}$$

㉕에 $x=0$ 을 대입하면 $4=2c \quad \therefore c=2$

㉕에 $x=1$ 을 대입하면 $5=-b \quad \therefore b=-5$

㉕에 $x=2$ 을 대입하면 $10=2a \quad \therefore a=5$

$$48) a=\frac{8}{3}, b=-\frac{5}{3}, c=2$$

$$\Rightarrow 3x^2+x-8 = a(x-1)(x+3)+bx(x-1)+cx(x-3) \quad \dots \textcircled{㉖}$$

㉖에 $x=0$ 을 대입하면 $-8=-3a \quad \therefore a=\frac{8}{3}$

㉖에 $x=1$ 을 대입하면 $-4=-2c \quad \therefore c=2$

㉖에 $x=-3$ 을 대입하면

$$16=12b+36, -20=12b \quad \therefore b=-\frac{5}{3}$$

$$49) 0$$

⇒ 주어진 식이 항등식이 되어야 하므로

$3=a, 2a+b=4, a-b+c=1$ 이 성립한다.

$$\therefore a=3, b=-2, c=-4$$

$$\therefore 2a+b+c=6-2-4=0$$

$$50) -20$$

$$\Rightarrow (x+2)^4-5(x+2)^3+2(x+2)^2+3(x+2)+7 = ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$3^4-5(3^3)+2(3^2)+3(3)+7=a+b+c+d+e$$

$$81-135+18+9+7=a+b+c+d+e$$

$$\therefore a+b+c+d+e=-20$$

$$51) 11$$

$$52) 15$$

⇒ 주어진 식에 $x=1$ 을 대입하면

$$16=2+a+b+c+d-1$$

$$\therefore a+b+c+d=15$$

$$53) -12$$

$$54) 2$$

$$55) a=4, b=-1$$

⇒ [계수비교법]

$5x+3=(a-b)x+a+b$ 에서 양변의 계수를 비교하면

$$5=a-b, 3=a+b$$

두 식을 연립하면 $a=4, b=-1$

[수치대입법]

$$5x+3=(a-b)x+a+b$$

$x=0$ 을 대입하면 $3=a+b \quad \dots \textcircled{㉗}$

$x=1$ 을 대입하면 $8=2a \quad \therefore a=4$

$a=4$ 를 ㉗에 대입하면 $b=-1$

$$\therefore a=4, b=-1$$

$$56) a=3, b=5, c=0,$$

⇒ [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$3x^2-x-2=ax^2+(-2a+b)x+a-b+c$$

양변의 계수를 비교하면

$$3=a, -1=-2a+b, -2=a-b+c$$

세 식을 연립하면 $a=3, b=5, c=0$

[수치대입법]

$x=1$ 을 대입하면 $0=c$

$x=0$ 을 대입하면 $-2=a-b+c$

$x=-1$ 을 대입하면 $2=4a-2b+c$

세 식을 연립하면 $a=3, b=5, c=0$

$$57) a=-1, b=2$$

⇒ [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$x^3+x+2=x^3+(1+a)x^2+(a+b)x+b$$

양변의 계수를 비교하면

$$0=1+a, 1=a+b, 2=b$$

$$\therefore a=-1, b=2$$

[수치대입법]

$x=1$ 을 대입하면 $4=2+2a+2b$

$x=0$ 을 대입하면 $2=b$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$58) a=1, b=2$$

⇒ [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$x^2-x+2=(x-1)^2+a(x-1)+b$$

$$=x^2-2x+1+ax-a+b$$

$$=x^2+(a-2)x-a+b+1$$

주어진 등식이 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$$a-2=-1, -a+b+1=2$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=2$

[수치대입법]

$x=1$ 을 대입하면 $2=b \cdots \textcircled{1}$

$x=0$ 을 대입하면 $2=1-a+b \therefore a-b=-1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $a=1$

$\therefore a=1, b=2$

59) $a=-2, b=4$

\Rightarrow [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$x^2 - 4x + 7 = x^2 + (-2+a)x + 1 - a + b$$

양변의 계수를 비교하면

$$-4 = -2 + a, \quad 7 = 1 - a + b$$

두 식을 연립하면 $a=-2, b=4$

[수치대입법]

$x=1$ 을 대입하면 $4=b$

$x=0$ 을 대입하면 $7=1-a+b$

$\therefore a=-2, b=4$

60) $a=2, b=-3, c=4$

\Rightarrow [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$2x^2 + x + 3 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c \\ = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$$

양변의 계수를 비교하면

$$2=a, \quad 1=2a+b, \quad 3=a+b+c$$

세 식을 연립하면 $a=2, b=-3, c=4$

[수치대입법]

$x=-1$ 을 대입하면 $4=c$

$x=0$ 을 대입하면 $3=a+b+c$

$x=1$ 을 대입하면 $6=4a+2b+c$

세 식을 연립하면 $a=2, b=-3, c=4$

61) $a=2, b=0, c=-3$

\Rightarrow [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$2x^2 + 4x - 1 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c \\ = ax^2 + 2ax + a + bx + b + c \\ = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$$

양변의 계수를 비교하면

$$2=a, \quad 4=2a+b, \quad -1=a+b+c$$

세 식을 연립하면 $a=2, b=0, c=-3$

[수치대입법]

$x=-1$ 을 대입하면 $2-4-1=c \therefore c=-3$

$x=0$ 을 대입하면 $-1=a+b+c$

$x=1$ 을 대입하면 $2+4-1=4a+2b+c$

세 식을 연립하면 $a=2, b=0, c=-3$

62) $a=3, b=-5, c=-4$

\Rightarrow [계수비교법]

우변을 전개하여 정리하면

$$3x^2 + x + 4 = ax^2 + (2a+b)x + a - b + c$$

양변의 계수를 비교하면

$$3=a, \quad 1=2a+b, \quad 4=a-b+c$$

세 식을 연립하면 $a=3, b=-5, c=-4$

[수치대입법]

$x=-1$ 을 대입하면 $6=-2b+c$

$x=0$ 을 대입하면 $4=a-b+c$

$x=1$ 을 대입하면 $8=4a+c$

세 식을 연립하면 $a=3, b=-5, c=-4$

63) (1) 1 (2) 31 (3) 528

\Rightarrow (1) 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $a_0=1$

(2) 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$2^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$\therefore a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 32 \cdots \textcircled{1}$$

이때, $a_0=1$ 이므로 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 31$

(3) 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$4^5 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10}$$

$$\therefore a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} = 2^{10} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 변끼리 더하면

$$2a_0 + 2a_2 + \cdots + 2a_{10} = 1056$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 528$$

64) (1) 1 (2) 1023 (3) 512

\Rightarrow (1) 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $a_0=1$

(2) 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$\therefore a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 1024 \cdots \textcircled{1}$$

이때, $a_0=1$ 이므로 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} = 1023$

(3) 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$0 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10}$$

$$\therefore a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 변끼리 빼면

$$2a_1 + 2a_3 + \cdots + 2a_9 = 1024$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_9 = 512$$

65) (1) 2 (2) 1025 (3) 1023

\Rightarrow (1) 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $a_0=2$

(2) 양변에 $x=2$ 을 대입하면

$$2^{10} + 1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$\therefore a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 1025$$

(3) $a_0=2$ 이므로 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} = 1023$

66) 31

$$\Rightarrow (2x^2 - x + 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$$

$x=1$ 을 대입하면

$$(2-1+1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

$$32 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$$

a_0 는 $(2x^2 - x + 1)^5$ 의 전개식의 상수항이므로

$$a_0 = 1^5 = 1$$

$$\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 32 - 1 = 31$$

67) 2^9

68) -2^9

$$\Rightarrow (1+x-2x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{20}x^{20}$$

 $x=1$ 을 대입하면

$$0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{19} + a_{20} \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

 $x=-1$ 을 대입하면

$$(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{19} + a_{20} \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-2^{10} = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{19})$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19} = -2^9$$

69) 10

70) 0

 \Rightarrow 주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$27 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_8 + a_9 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_8 - a_9 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } 28 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8)$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{을 하면 } 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 14,$$

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 13$$

 a_0 는 $(2+x^3)^3$ 전개식의 상수항이므로

$$\therefore a_0 = 2^3 = 8$$

 a_9 는 $(2+x^3)^3$ 전개식의 x^9 항의 계수이므로

$$\therefore a_9 = 1$$

$$\therefore a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 6, \quad a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 12$$

$$\therefore 2(a_2 + a_4 + a_6 + a_8) = 12$$

$$a_1 - 2a_2 + a_3 - 2a_4 + a_5 - 2a_6 + a_7 - 2a_8$$

$$= (a_1 + a_3 + a_5 + a_7) - 2(a_2 + a_4 + a_6 + a_8)$$

$$= 12 - 12 = 0$$

71) $a=0, b=-3, c=-2$

$$\Rightarrow 2x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 - 2x - 1)(2x + 4) + 7x + 2$$

이 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$$2x^3 + ax^2 + bx + c = 2x^3 - 3x - 2$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=0, b=-3, c=-2$$

72) $a=4, b=2, c=-6$

$$\Rightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 + 3x - 4)(x + 1) + 3x - 2$$

$$= x^3 + 4x^2 + 2x - 6$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로 $a=4, b=2, c=-6$

73) $a=-1, b=3, c=4$

$$\Rightarrow 2x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 - x + 1)(2x + 1) + 2x + 3$$

$$= 2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로 $a=-1, b=3, c=4$