



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2022-01-11

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 단원 ISSUE

이 단원에서는 삼, 사차방정식과 연립이차방정식, 연립이차부등식에 관련된 문제 등이 자주 출제되며 방정식 및 부등식을 정확하게 해결할 수 있어야 응용 문제에 대한 접근이 용이하므로 기초적인 문제부터 반복적으로 학습합니다.

## 평가문제

## [대단원 종합 문제]

1. 사차방정식  $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하면?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 2

## [중단원 연습 문제]

2. 가로, 세로의 길이가 각각 30cm, 20cm인 직사각형 모양의 철판이 있다. 철판의 네 귀퉁이에 한 변의 길이가  $x$ cm인 정사각형을 잘라 내고 접어 부피가  $1000 \text{ cm}^3$ 인 뚜껑없는 직육면체 모양의 상자를 만들었다. 이때  $x$ 의 값을 구하면?

- ①  $x = 5$   
②  $x = 10 - 5\sqrt{2}$   
③  $x = 5$  또는  $x = 10 + 5\sqrt{2}$   
④  $x = 5$  또는  $x = 10 - 5\sqrt{2}$   
⑤  $x = 10 \pm 5\sqrt{2}$

## [중단원 연습 문제]

3. 사차방정식  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 5 = 0$ 의 두 근이  $2-i$ ,  $2+\sqrt{3}i$ 일 때, 유리수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6                      ② -7  
③ -8                      ④ -9  
⑤ -10

## [소단원 확인 문제]

4. 사차방정식  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ , 두 허근을  $\gamma, \delta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta + \gamma\delta$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1  
③ 0                        ④ 1  
⑤ 2

## [소단원 확인 문제]

5. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ 의 한 근이  $1 - \sqrt{3}i$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① 4                        ② 5  
③ 6                        ④ 7  
⑤ 8

## [중단원 연습 문제]

6. 사차방정식  $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 = 0$ 의 모든 양의 실근의 합은?

- ① 1                        ② 3  
③ 5                        ④ 7  
⑤ 9

[중단원 연습 문제]

7.  $x$ 에 대한 사차방정식  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 4 = 0$ 의 두 근이  $1 - \sqrt{3}$ ,  $1 + i$ 일 때, 세 유리수  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -3                                  ② -2  
③ 0                                      ④ 7  
⑤ 9

[중단원 연습 문제]

8. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 - xy + 2y^2 = 8 \end{cases}$ 의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라고 할 때,  $\alpha\beta$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라고 하자.  $M - m$ 의 값을 구하면?

- ① 0                                      ② 2  
③ 4                                      ④ 6  
⑤ 8

[중단원 연습 문제]

9. 연립방정식  $\begin{cases} 3x - y = a \\ x + y = 2 \end{cases}$ 의 해가 연립방정식  $\begin{cases} x - by = 5 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족할 때, 상수  $a$ ,  $b$ 의 값의 곱을 구하면? (단,  $x > 0$ )

- ① 10                                      ② 12  
③ 18                                      ④ 20  
⑤ 30

[중단원 연습 문제]

10. 연립방정식  $\begin{cases} xy + x + y = 71 \\ x^2y + xy^2 = 880 \end{cases}$ 을 만족시키는 자연수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

- ① 100                                      ② 136  
③ 146                                      ④ 145  
⑤ 181

[중단원 연습 문제]

11. 연립방정식  $\begin{cases} x + y + a = 2 \\ x^2 + y^2 + a^2 = 4 \end{cases}$ 를 만족시키는 실수  $x$ ,  $y$ 가 존재하기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는  $\alpha \leq a \leq \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ①  $\frac{4}{3}$                                       ②  $\frac{3}{2}$   
③  $\frac{3}{4}$                                       ④  $-\frac{3}{2}$   
⑤  $-\frac{4}{3}$

[소단원 확인 문제]

12. 연립방정식  $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = a \end{cases}$ 를 만족하는 실수  $x$ ,  $y$ 가 존재하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 2                                          ② 4  
③ 6                                          ④ 8  
⑤ 10

[소단원 확인 문제]

13. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + xy = 6 \\ x^2 + 2xy - 3y^2 = 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 양의 실수  $x$ ,  $y$ 의 순서쌍을  $(\alpha, \beta)$ 라고 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 6                                          ② 9  
③ 12                                          ④ 15  
⑤ 18

[대단원 종합 문제]

14. 렌즈 한 개의 가격은 볼록 렌즈가 2500원, 오목 렌즈가 2000원, 도수가 없는 렌즈는 1000원이다. 어느 실험실에서 세 종류의 렌즈를 240개 주문하는데 오목 렌즈를 볼록 렌즈보다 20개 더 많이 주문하였다. 지불한 총 금액이 470000원일 때, 주문한 렌즈 중 오목 렌즈의 개수를 구하면?

- ① 100                                      ② 102  
③ 104                                      ④ 106  
⑤ 108

[소단원 확인 문제]

15. 물탱크에 세 개의 수도꼭지  $L, M, N$ 을 틀어 물을 가득 채우려고 한다. 물탱크를 가득 채우는 데  $L, M, N$ 을 동시에 모두 틀면 20분,  $L$ 와  $M$ 을 동시에 틀면 30분,  $M$ 와  $N$ 을 동시에 틀면 40분이 걸린다. 이때  $L$ 와  $N$ 을 동시에 틀어 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구하면?

- ① 23분                      ② 24분  
③ 25분                      ④ 26분  
⑤ 27분

[중단원 연습 문제]

16. 부등식  $|x+1|+|x-2|<5$ 의 해를 구하면?

- ①  $-3 < x < -1$                       ②  $-2 \leq x < 0$   
③  $0 < x \leq 3$                       ④  $-1 < x < 3$   
⑤  $-2 < x < 3$

[소단원 확인 문제]

17. 연립부등식  $\begin{cases} 3x-4 > 2(4x+3) \\ \frac{1}{3}(2x-1) \leq \frac{2x-1}{4} + \frac{5}{12} \end{cases}$ 를 만족하는 정수  $x$ 의 최댓값을 구하면?

- ① -3                      ② -1  
③ 0                      ④ 2  
⑤ 4

[중단원 연습 문제]

18. 연립부등식  $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{3} - \frac{a}{6} \\ 0.7(2x-1) \leq 1.6x + 0.2 \end{cases}$ 를 만족하는 정수  $x$ 가 -4, -3, -2일 때, 정수  $a$ 의 최솟값을 구하면?

- ① -1                      ② -2  
③ -3                      ④ -4  
⑤ -5

[중단원 연습 문제]

19.  $x$ 에 대한 부등식  $|4x+2|-1 \leq k$ 의 해가  $-2 \leq x \leq 1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 3                      ② 5  
③ 7                      ④ 9  
⑤ 11

[중단원 연습 문제]

20. 연립부등식  $2x-a \leq x+4 < 2(x+b)$ 의 해가  $2b < x \leq 3a$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① -1                      ② 0  
③ 1                      ④ 2  
⑤ 3

[중단원 연습 문제]

21. 세 변의 길이가 각각  $x-2, x-1, x+3$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되도록 하는 자연수  $x$ 의 최솟값은?

- ① 9                      ② 10  
③ 11                      ④ 12  
⑤ 13

[중단원 연습 문제]

22. 어느 음원 판매 업체에서 음원의 한 달 사용료를  $x\%$  인상하면 회원 수는  $0.5x\%$  줄어든다고 한다. 이 음원 판매 업체의 한 달 수입이  $8\%$  이상이 증가되도록 할 때,  $x$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 10                      ② 15  
③ 20                      ④ 25  
⑤ 30

[소단원 확인 문제]

23. 다음 <보기> 중  $x$ 에 대한 이차부등식  $ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

- ㄱ.  $a > 0$ 일 때, 해는 모든 실수이다.  
 ㄴ.  $a = 0$ 일 때, 해는  $x = 0$ 뿐이다.  
 ㄷ.  $a < 0$ 일 때, 해는 없다.

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ                                ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[중단원 연습 문제]

24. 두 부등식  $5 - x < 7|x + 1|$ ,  $ax^2 + bx - 2 < 0$ 의 해가 일치하도록  $a$ ,  $b$ 의 값을 정할 때, 두 상수  $a$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① 36                                      ② 18  
 ③ 9                                        ④ -24  
 ⑤ -32

[중단원 연습 문제]

25. 이차부등식  $2x^2 + 19 \leq 3 - 12x$ 를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 곱을 구하면?

- ① 24                                      ② 12  
 ③ 6                                        ④ -24  
 ⑤ -12

[중단원 연습 문제]

26. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + ax + 8 \leq 0 \\ x^2 - 9x + b > 0 \end{cases}$ 의 해가  $2 \leq x < 3$ 일 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수)

- ① 3                                        ② 6  
 ③ 9                                        ④ 12  
 ⑤ 15

[소단원 확인 문제]

27. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{kx^2 + 2x + k}$ 가 실수가 될 때, 실수  $k$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 0                                        ② 1  
 ③ 2                                        ④ 3  
 ⑤ 4

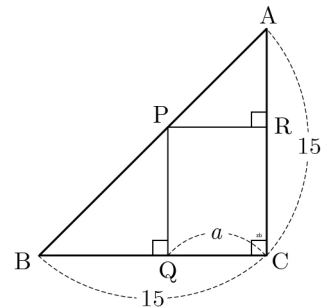
[소단원 확인 문제]

28. 다음 중 이차부등식의 해가 없는 것은?

- ①  $2x^2 + x - 1 \geq 0$   
 ②  $-3x^2 + 2x + 1 < 0$   
 ③  $4x^2 + 12x + 9 \leq 0$   
 ④  $x^2 + 5x + 11 > 0$   
 ⑤  $x^2 - 2x + 5 \leq 0$

[대단원 종합 문제]

29. 다음 그림과 같이  $\overline{AC} = \overline{BC} = 15$ 인 직각이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 빗변  $AB$  위의 점  $P$ 에서 변  $BC$ 와 변  $AC$ 에 내린 수선의 발을 각각  $Q$ ,  $R$ 라고 할 때, 직사각형  $PQCR$ 의 넓이는 두 삼각형  $APR$ ,  $PBQ$ 의 각각의 넓이보다 크다.  $\overline{QC} = a$ 일 때, 자연수  $a$ 의 값들의 합을 구하면?



- ① 24                                      ② 26  
 ③ 29                                      ④ 30  
 ⑤ 36

[대단원 종합 문제]

30. 이차부등식  $x^2 - ax + 12 \leq 0$ 의 해가  $\alpha \leq x \leq \beta$ 이고, 이차부등식  $x^2 - 5x + b \geq 0$ 의 해가  $x \leq \alpha - 1$  또는  $x \geq \beta - 1$ 일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① 0                                        ② 21  
 ③ 36                                      ④ 42  
 ⑤ 56



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ②

[해설]  $f(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6$ 으로 놓으면

$$f(1) = 1 + 3 + 3 - 1 - 6 = 0,$$

$$f(-2) = (-2)^4 + 3 \times (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 - (-2) - 6 = 0$$

조립제법을 이용하여  $f(x)$ 를 인수분해하면

1	1	3	3	-1	-6
		1	4	7	6
-2	1	4	7	6	0
		-2	-4	-6	
	1	2	3		0

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x^2+2x+3) \text{이다.}$$

따라서 방정식  $f(x) = 0$ 의 근은

$x=1$  또는  $x=-2$  또는  $x=-1 \pm \sqrt{2}i$ 이므로 모든 실근의 합은  $-1$ 이다.

## 2) [정답] ④

[해설] 네 귀퉁이를 잘라내어 만든 상자의 부피가

$$1000 \text{ cm}^3 \text{이므로 } (30-2x)(20-2x)x = 1000 \text{이다.}$$

$$x^3 - 25x^2 + 150x - 250 = 0,$$

$$(x-5)(x^2-20x+50) = 0$$

$$x=5 \text{ 또는 } x=10 \pm 5\sqrt{2} \text{이다.}$$

$$0 < x < 10 \text{이므로 } x=5 \text{ 또는 } x=10-5\sqrt{2} \text{이다.}$$

## 3) [정답] ⑤

[해설] 사차방정식의 한 근이  $2-i$ 이고 계수가 모두 유리수, 즉 실수이므로  $2+i$ 도 근이다.

$2-i, 2+i$ 를 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식은  $(x-2+i)(x-2-i) = 0$ 이므로  $x^2 - 4x + 5 = 0$ 이다.

또 사차방정식의 한 근이  $2+\sqrt{3}$ 이고, 계수가 모두 유리수이므로  $2-\sqrt{3}$ 도 근이다.

$2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ 을 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식은  $(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3}) = 0$ 이므로  $x^2 - 4x + 1 = 0$ 이다.

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 5 = (x^2 - 4x + 5)(x^2 - 4x + 1) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 5$$

$$\text{따라서 } a = -8, \quad b = 22, \quad c = -24 \text{이고 } a+b+c = -10 \text{이다.}$$

## 4) [정답] ①

[해설]  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0$ 에서

$$x^4 + 3x^3 + x^2 + x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^2(x^2 + 3x + 1) + (x^2 + 3x + 1) = 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 1) = 0$$

이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이고,

이차방정식  $x^2 + 1 = 0$ 의 두 근이  $\gamma, \delta$ 이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -3, \quad \gamma\delta = 1 \text{이므로 } \alpha + \beta + \gamma\delta = -2 \text{이다.}$$

## 5) [정답] ①

[해설] 주어진 삼차방정식의 계수가 실수이므로 한 근이  $1 - \sqrt{3}i$ 이면  $1 + \sqrt{3}i$ 도 근이다. 나머지 한 근을  $\alpha$ 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(1 - \sqrt{3}i) + (1 + \sqrt{3}i) + \alpha = -a \cdots \textcircled{7}$$

$$(1 - \sqrt{3}i)(1 + \sqrt{3}i) + \alpha(1 - \sqrt{3}i)$$

$$+ \alpha(1 + \sqrt{3}i) = b \cdots \textcircled{8}$$

$$(1 - \sqrt{3}i)(1 + \sqrt{3}i)\alpha = 8 \cdots \textcircled{9}$$

⑦, ⑧, ⑨를 연립하여 풀면  $\alpha = 2, a = -4, b = 8$ 이므로  $a+b=4$ 이다.

## 6) [정답] ⑤

[해설] 사차방정식  $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 = 0$ 에

서  $x^2 - 4x = X$ 라고 하면 주어진 방정식은

$$X^2 - 2X - 15 = 0, \quad (X-5)(X+3) = 0$$

$$X=5 \text{ 또는 } X=-3 \text{이다.}$$

$$(i) \quad x^2 - 4x = 5 \text{에서 } x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x-5)(x+1) = 0$$

$$x=5 \text{ 또는 } x=-1 \text{이다.}$$

$$(ii) \quad x^2 - 4x = -3 \text{에서 } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=3 \text{이다.}$$

따라서 주어진 사차방정식의 모든 양의 실근의 합은  $5+1+3=9$ 이다.

## 7) [정답] ③

[해설] 모든 계수가 유리수인 사차방정식에서  $1 - \sqrt{3}$ 이 한 근이면  $1 + \sqrt{3}$ 도 사차방정식의 근이고,  $1+i$ 가 근이면  $1-i$ 도 근이다.

사차항의 계수가 1이므로 구하는 사차방정식은

$$(x-1+\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3})(x-1-i)(x-1+i) = 0$$

$$\{(x-1)^2 - 3\}\{(x-1)^2 + 1\} = 0$$

$$(x^2 - 2x - 2)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 = 0 \text{이다.}$$

따라서  $a = -4, b = 4, c = 0$ 이므로 세 유리수  $a, b, c$ 의 합은  $a+b+c = -4+4+0 = 0$ 이다.

## 8) [정답] ④

[해설] 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 - xy + 2y^2 = 8 \end{cases}$ 에서

$x^2 - y^2 = 0$ 을 인수분해하면  $(x+y)(x-y) = 0$ 이고  $y = -x$  또는  $y = x$ 이다.

(i)  $y = -x$ 를  $x^2 - xy + 2y^2 = 8$ 에 대입하면

$$x^2 - x \times (-x) + 2(-x)^2 = 8$$

$$4x^2 = 8, x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ 또는 } x = -\sqrt{2}$$

따라서  $x = \sqrt{2}$  이면  $y = -\sqrt{2}$ ,  $x = -\sqrt{2}$  이면  $y = \sqrt{2}$  이다.

(ii)  $y = x$ 를  $x^2 - xy + 2y^2 = 8$ 에 대입하면

$$x^2 - x \times x + 2x^2 = 8$$

$$2x^2 = 8, x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서  $x = 2$ 이면  $y = 2$ ,  $x = -2$ 이면  $y = -2$ 이다.

(i), (ii)에서

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases} \text{이다.}$$

따라서  $\alpha\beta$ 의 최댓값  $M = 4$ , 최솟값  $m = -2$ 이므로  $M - m = 4 - (-2) = 6$ 이다.

#### 9) [정답] ④

[해설] 연립방정식  $\begin{cases} 3x - y = a \\ x + y = 2 \end{cases}$ 의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라

고 하면 연립방정식  $\begin{cases} x - by = 5 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 도  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 을 만족한다.

$$\begin{cases} 3\alpha - \beta = a & \dots \textcircled{1} \\ \alpha + \beta = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}, \begin{cases} \alpha - b\beta = 5 & \dots \textcircled{3} \\ \alpha^2 + \beta^2 = 10 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

두 식  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 만족하는  $\alpha$ ,  $\beta$ 를 구하면

$$\alpha^2 + (-\alpha + 2)^2 = 10$$

$$\alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0$$

$$(\alpha - 3)(\alpha + 1) = 0 \text{이므로 } \alpha = 3, \beta = -1 \text{이다.}$$

이 값을 두 식  $\textcircled{3}$ ,  $\textcircled{4}$ 에 대입하면  $a = 10$ ,  $b = 2$ 이고  $ab = 20$ 이다.

#### 10) [정답] ③

[해설]  $x + y = u$ ,  $xy = v$ 라 하면 주어진 연립방정식은  $v + u = 71$ ,  $uv = 880$ 이다.

$$u(71 - u) = 880, u^2 - 71u + 880 = 0$$

$$(u - 16)(u - 55) = 0$$

$$u = 16 \text{ 또는 } u = 55 \text{이다.}$$

$$(i) u = 16, v = 55$$

즉  $x + y = 16$ ,  $xy = 55$ 일 때,  $x$ ,  $y$ 는 이차방정식

$$t^2 - 16t + 55 = 0 \text{의 두 근이므로 } (t - 11)(t - 5) = 0$$

$$t = 11 \text{ 또는 } t = 5 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \begin{cases} x = 11 \\ y = 5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 5 \\ y = 11 \end{cases} \text{이다.}$$

$$(ii) u = 55, v = 16$$

즉  $x + y = 55$ ,  $xy = 16$ 일 때,  $x$ ,  $y$ 는 이차방정식

$$t^2 - 55t + 16 = 0 \text{의 두 근이므로}$$

$$t = \frac{55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{55 \pm 3\sqrt{329}}{2}$$

그런데  $x$ ,  $y$ 는 자연수이므로 이 값은 부적합하다.

$$(i), (ii) \text{에서 } x^2 + y^2 = 146$$

#### 11) [정답] ①

[해설]  $x + y + a = 2$ 에서  $x + y = 2 - a$ ,

$$x^2 + y^2 + a^2 = 4 \text{에서 } x^2 + y^2 = 4 - a^2 \text{이다.}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \text{에서}$$

$$4 - a^2 = (2 - a)^2 - 2xy \text{이므로 } xy = a^2 - 2a \text{이다.}$$

$x$ ,  $y$ 를 두 근으로 하는  $t$ 에 대한 이차방정식은

$$t^2 - (2 - a)t + a^2 - 2a = 0 \text{이고}$$

$x$ ,  $y$ 는 실수이므로 이 방정식이 실근을 갖는다.

방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면  $D \geq 0$

$$D = (2 - a)^2 - 4(a^2 - 2a) \geq 0$$

$$3a^2 - 4a - 4 \leq 0$$

$$(3a + 2)(a - 2) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{2}{3} \leq a \leq 2$$

따라서  $\alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\beta = 2$ 이고  $\alpha + \beta = \frac{4}{3}$ 이다.

#### 12) [정답] ②

[해설]  $x$ ,  $y$ 를 근으로 갖고, 이차항의 계수가 1인  $t$ 에 대한 이차방정식은

$$t^2 - (x + y)t + xy = 0, t^2 - 4t + a = 0$$

이 이차방정식이 실근을 가져야 하므로 판별식을

$$D \text{라고 하면 } \frac{D}{4} = 2^2 - a \geq 0, a \leq 4 \text{이다.}$$

따라서 실수  $a$ 의 최댓값은 4이다.

#### 13) [정답] ①

[해설]  $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ 에서  $(x + 3y)(x - y) = 0$

$$(i) x = -3y \text{일 때,}$$

$$x^2 + xy = 6 \text{에 대입하면}$$

$$(-3y)^2 + (-3y)y = 6$$

$$y^2 = 1, y = \pm 1$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases} \text{이다.}$$

$$(ii) x = y \text{일 때,}$$

$$x^2 + xy = 6 \text{에 대입하면}$$

$$x^2 + x^2 = 6, x^2 = 3, x = \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \text{이다.}$$

$$(i), (ii) \text{에서}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{따라서 } \alpha = \sqrt{3}, \beta = \sqrt{3} \text{이므로 } \alpha^2 + \beta^2 = 6$$

#### 14) [정답] ③

[해설] 주문한 볼록 렌즈, 오목 렌즈, 도수가 없는 렌즈의 개수를 각각  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 라고 하면

$$\begin{cases} x + y + z = 240 \\ y = x + 20 \end{cases} \text{이고}$$

$$2500x + 2000y + 1000z = 470000$$

연립하여 풀면  $x = 84$ ,  $z = 52$ ,  $y = 104$ 이다.

따라서 주문한 렌즈 중 오목 렌즈의 개수는 104

이다.

15) [정답] ②

[해설] 물탱크의 부피를  $V$ 라 하고 1분 동안 수도꼭지  $L, M, N$ 에서 나오는 물의 양을 각각  $x, y, z$ 라

하면  $\begin{cases} 20(x+y+z)=V \\ 30(x+y)=V \\ 40(x+z)=V \end{cases}$  이다. 연립방정식을 풀면

$$x+z = \frac{1}{24}V \text{ 이므로 } 24(x+z)=V \text{ 이고 } L \text{와 } N \text{를}$$

동시에 틀면 24분이 걸린다.

16) [정답] ⑤

[해설] (i)  $x < -1$ 일 때

$$-2x+1 < 5, \quad -2 < x$$

$$\therefore -2 < x < -1$$

(ii)  $-1 \leq x \leq 2$ 일 때

$3 < 5$ 로 항상 성립한다.

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

(iii)  $2 < x$ 일 때

$$2x-1 < 5, \quad x < 3$$

$$\therefore 2 < x < 3$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 주어진 부등식의 해는  $-2 < x < 3$ 이다.

17) [정답] ①

[해설]  $3x-4 > 2(4x+3)$ 에서  $x < -2$ 이고

$$\frac{1}{3}(2x-1) \leq \frac{2x-1}{4} + \frac{5}{12} \text{에서 } x \leq 3 \text{이므로}$$

$x < -2$ 이다. 따라서 정수의 최댓값은  $-3$ 이다.

18) [정답] ④

[해설]  $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{3} - \frac{a}{6}$ 에서  $x \leq 2a+6$ 이고

$$0.7(2x-1) \leq 1.6x+0.2 \text{에서 } x \geq -\frac{9}{2} \text{이다.}$$

연립부등식을 만족하는 정수  $x$ 가  $-4, -3, -2$ 이려면  $-2 \leq 2a+6 < -1$ 이어야 한다.

따라서  $-4 \leq a < -\frac{7}{2}$ 이고  $a$ 의 최솟값은  $-4$ 이다.

19) [정답] ②

[해설]  $|4x+2| - 1 \leq k$

$$|4x+2| \leq k+1$$

$$-k-1 \leq 4x+2 \leq k+1$$

$$-k-3 \leq 4x \leq k-1$$

$$\frac{-k-3}{4} \leq x \leq \frac{k-1}{4}$$

부등식의 해가  $-2 \leq x \leq 1$ 이므로

$$\frac{-k-3}{4} = -2, \quad \frac{k-1}{4} = 1 \text{ 이고 } k = 5 \text{ 이다.}$$

20) [정답] ⑤

[해설]  $\begin{cases} 2x-a \leq x+4 \\ x+4 < 2(x+b) \end{cases}$ 에서 각각의 부등식을 풀면

$$x \leq a+4, \quad x+4 < 2x+2b, \quad 4-2b < x \text{이다.}$$

그러므로  $4-2b < x \leq a+4$ 이다.

부등식의 해가  $2b < x \leq 3a$ 이므로  $4-2b=2b, a+4=3a$ 에서  $b=1, a=2$ 이다.

따라서 구하는 값은  $a+b=2+1=3$ 이다.

21) [정답] ⑤

[해설] (i) 세 변으로 삼각형을 만드는 조건은

먼저 세 변의 길이가 모두 양수이므로  $x > 2$ 이고

$$x+3 < (x-2)+(x-1)$$

$$\therefore x > 6$$

(ii) 예각삼각형이 될 조건은

$$(x+3)^2 < (x-2)^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 12x - 4 > 0$$

$$x < 6-2\sqrt{10} \text{ 또는 } x > 6+2\sqrt{10}$$

$$\therefore x > 6+2\sqrt{10}$$

따라서 자연수  $x$ 의 최솟값은 13이다.

22) [정답] ③

[해설] 현재 사용료를  $a$ 원, 회원 수를  $b$ 명이라고 하면 현재 수입은  $ab$ 원이므로

$$a\left(1+\frac{x}{100}\right)b\left(1-\frac{x}{200}\right) \geq ab\left(1+\frac{8}{100}\right)$$

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{200}\right) \geq \frac{108}{100}$$

$$(100+x)(200-x) \geq 21600, \quad x^2 - 100x + 1600 \leq 0$$

$$(x-20)(x-80) \leq 0, \quad 20 \leq x \leq 80 \text{이다.}$$

따라서  $x$ 의 최솟값은 20이다.

23) [정답] ③

[해설]  $ax^2+4ax+5a > 0$ 에서

$$a(x^2+4x+5) > 0, \quad a\{(x+2)^2+1\} > 0 \text{이다.}$$

ㄱ.  $a > 0$ 일 때,  $(x+2)^2+1 > 0$ 이므로  $x$ 는 모든 실수이다.

ㄴ.  $a = 0$ 일 때,  $0\{(x+2)^2+1\} = 0$ 이므로 해가 없다.

ㄷ.  $a < 0$ 일 때,  $(x+2)^2+1 < 0$ 이므로 해가 없다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

24) [정답] ①

[해설]  $5-x < 7|x+1|$ 에서

$$(i) \quad x \geq -1 \text{일 때, } 5-x < 7(x+1), \quad x > -\frac{1}{4}$$

$$(ii) \quad x < -1 \text{일 때, } 5-x < -7(x+1), \quad x < -2$$

$$(i), (ii) \text{에서 } x < -2 \text{ 또는 } x > -\frac{1}{4} \text{이다.}$$

해가  $x < -2$  또는  $x > -\frac{1}{4}$ 이고 이차방정식의 계수가

1인 이차부등식은

$$(x+2)\left(x+\frac{1}{4}\right) > 0, \quad x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{1}{2} > 0$$

양변에  $-4$ 를 곱하면  $-4x^2 - 9x - 2 < 0$ 이다.

이 부등식이  $ax^2+bx-2<0$ 과 일치해야 하므로  $a=-4$ ,  $b=-9$ 이고  $ab=36$ 이다.

25) [정답] ④

[해설] 이차부등식  $2x^2+19\leq 3-12x$ 에서

$$2x^2+12x+16\leq 0$$

$$2(x^2+6x+8)\leq 0$$

$$2(x+2)(x+4)\leq 0$$

$$-4\leq x\leq -2\text{이다.}$$

따라서 정수  $x$ 의 값은  $-4$ ,  $-3$ ,  $-2$ 이므로 모든 정수  $x$ 의 값의 곱은  $(-2)\times(-3)\times(-4)=-24$ 이다.

26) [정답] ④

[해설]  $\begin{cases} x^2+ax+8\leq 0 \\ x^2-9x+b>0 \end{cases}$ 의 해가  $2\leq x<3$ 이므로

$$x^2+ax+8=(x-2)(x-4)\text{에서 } a=-6\text{이고}$$

$$x^2-9x+b=(x-3)(x-6)\text{에서 } b=18\text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a+b=12\text{이다.}$$

27) [정답] ②

[해설] 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{kx^2+2x+k}$ 가 실수가 되려면  $kx^2+2x+k\geq 0$ 이 항상 성립해야 한다. 즉,  $k>0$ ,  $D\leq 0$ 이어야 한다.

$$1-k^2\leq 0\text{에서 } (k-1)(k+1)\geq 0\text{이고 } k>0\text{이므로 } k\geq 1\text{이다.}$$

$$\text{따라서 } k\text{의 최솟값은 } 1\text{이다.}$$

28) [정답] ⑤

[해설] ①  $2x^2+x-1\geq 0$ 의 해는  $x\leq -1$  또는  $x\geq \frac{1}{2}$ 이다.

②  $-3x^2+2x+1<0$ 의 해는  $x<-\frac{1}{3}$  또는  $x>1$ 이다.

③  $4x^2+12x+9\leq 0$ 의 해는  $x=-\frac{3}{2}$ 이다.

④  $x^2+5x+11>0$ 의 해는 모든 실수이다.

⑤  $x^2-2x+5\leq 0$ 의 해는 없다.

따라서 해가 없는 이차부등식은 ⑤이다.

29) [정답] ④

[해설]  $\triangle ABC \sim \triangle APR$ (AA달음)이므로  $\overline{PR} = \overline{AR} = a$

즉,  $\overline{QC} = \overline{PR} = \overline{AR} = a$ 이므로

$$\overline{RC} = \overline{PQ} = \overline{BQ} = 15 - a\text{이다.}$$

직사각형 PQCR의 넓이가 삼각형 APR의 넓이보다 크므로  $a(15-a) > \frac{1}{2}a^2$ 이다. ...㉠

직사각형 PQCR의 넓이가 삼각형 PBQ의 넓이보다 크므로  $a(15-a) > \frac{1}{2}(15-a)^2$ 이다. ...㉡

$$\text{㉠에서 } 2a(15-a) > a^2, 3a^2 - 30a < 0$$

$$3a(a-10) < 0, 0 < a < 10\text{이다. } \dots\text{㉢}$$

$$\text{㉡에서 } 2a(15-a) > (15-a)^2,$$

$$a^2 - 20a + 75 < 0, (a-5)(a-15) < 0$$

$$5 < a < 15\text{이다. } \dots\text{㉣}$$

$$\text{㉢, ㉣에서 } 5 < a < 10\text{이다.}$$

따라서 자연수  $a$ 의 값들의 합은  $6+7+8+9=30$ 이다.

30) [정답] ④

[해설]  $x^2-ax+12\leq 0$ 이  $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\leq 0$ 이므로  $\alpha+\beta=a$ ,  $\alpha\beta=12$ 이다. ...㉠

$$x^2-5x+b\geq 0\text{이 } (x-\alpha+1)(x-\beta+1)\geq 0\text{이고}$$

$$x^2-(\alpha+\beta-2)x+(\alpha-1)(\beta-1)\geq 0\text{이므로}$$

$$\alpha+\beta-2=5, (\alpha-1)(\beta-1)=b\text{이다. } \dots\text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에서  $a=7, b=6$ 이고  $ab=42$ 이다.