◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대㈜
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[수직선 위의 두 점 사이의 거리]
수직선 위의 두 점 $A(x_1), B(x_2)$ 사이의 거리
$\overline{AB}=|x_2-x_1|=|x_1-x_2|$

[좌표평면 위의 두 점 사이의 거리]
좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 사이의 거리
$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
<참고> 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$사이의 거리
$\overline{OA}=\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2}$

기본문제

[문제]
1. 점 $A(3)$, $B(a)$, $C(6)$에 대해서 선분 BC가 선분 AB의 길이의 2배일 때, 양수 a의 값을 구하면?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[문제]
2. 두 점 $A(1,4)$, $B(7,6)$ 사이의 거리는?

① $4\sqrt{2}$ ② $\sqrt{34}$
③ 6 ④ $\sqrt{38}$
⑤ $2\sqrt{10}$

[예제]
3. 세 점 $\mathrm{A}(2,6)$, $\mathrm{B}(5,2)$, $\mathrm{C}(5,a)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 선분 AB를 빗변으로 하는 직각삼각형일 때, a의 값은?

① 2 ② 4
③ 6 ④ 8
⑤ 10

[문제]
4. 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(3,3)$, $\mathrm{C}(0,1)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
② $\angle B=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
③ $\angle C=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
④ $\overline{BC}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형
⑤ $\overline{AB}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형

[예제]
5. 두 점 $A(8,2)$ $B(2,1)$과 x축에 있는 점 $P(a,0)$에 대해서 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 만족할 때, $a=\frac{q}{p}$라고 하면 $p+q$의 값은? (단, p, q는 서로소)

① 21 ② 22
③ 23 ④ 24
⑤ 25

[문제]
6. 점 $P(a,b)$가 $y=2x+2$위에 있다. 점 $A(1,4)$, $B(7,6)$에 대해서 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 만족 할 때, $a+b$의 값은?

① 3 ② 5
③ 7 ④ 9
⑤ 11

[예제]
7. $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$, $\overline{\mathrm{CA}}=7$인 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{\mathrm{AM}}$의 길이는?

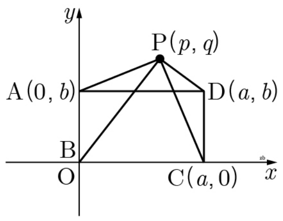
① $\sqrt{33}$ ② $\sqrt{34}$
③ $\sqrt{35}$ ④ 6
⑤ $\sqrt{37}$

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[문제]

8. 다음은 직사각형 ABCD와 점 P가 같은 평면 위에 있을 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$이 성립함을 설명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

다음 그림과 같이 $\mathrm{A}(0,b)$, $\mathrm{B}(0,0)$, $\mathrm{C}(a,0)$, $\mathrm{D}(a,b)$, $\mathrm{P}(p,q)$로 놓으면



$\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{p^2+(q-b)^2}$, $\overline{\mathrm{PB}}=\boxed{\text{(가)}}$,

$\overline{\mathrm{PC}}=\boxed{\text{(나)}}$, $\overline{\mathrm{PD}}=\sqrt{(p-a)^2+(q-b)^2}$

따라서 $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\{p^2+(q-b)^2\}+\{\boxed{\text{(다)}}^2+q^2\}$

$=\boxed{\text{(라)}}+\{(p-a)^2+(q-b)^2\}$

$=\boxed{\text{(마)}}$

① $\sqrt{p^2+q^2}$　② $\sqrt{(p-a)^2+q^2}$
③ $p-b$　④ p^2+q^2
⑤ $\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$

평가문제

[중단원 마무리]

9. 수직선 위의 두 점 $A(1)$, $B(t)$의 거리가 3이 되도록 하는 t의 값의 합은?

① 2　② 4
③ 6　④ 8
⑤ 10

[중단원 마무리]

10. 두 점 $A(2,1)$ $B(5,2)$에서 점 $C(x+1,x)$에 대해 $2\overline{AC}=\overline{BC}$를 만족할 때, 이를 만족하는 모든 x의 값의 합은?

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{2}{3}$　④ 1
⑤ $\frac{4}{3}$

[중단원 마무리]

11. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ \mathrm{a})$, $\mathrm{B}(-3,1)$, $\mathrm{C}(3,3)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 $\angle \mathrm{A}=90°$인 직각삼각형일 때, 음수 a의 값은?

① -1　② -2
③ -3　④ -4
⑤ -5

[중단원 마무리]

12. 두 점 $\mathrm{A}(1,4)$, $\mathrm{B}(-2,3)$에 대해 x축 위의 점 $P(a,0)$에 대해 $\overline{AP}=\overline{BP}$를 만족할 때, $a=\frac{q}{p}$라고 하면 $p+q$의 값은? (단, p, q는 서로소)

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리]

13. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(3,0)$와 임의의 점 $P(11,a)$에 대해 $\overline{BP}=2\overline{AB}$가 성립할 때, 음수 a의 값은?

① -1　② -2
③ -3　④ -4
⑤ -5

[중단원 마무리]

14. 세 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ 3)$, $\mathrm{C}(3,\ 10)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

① $(-1,\ 6)$　② $(0,\ 7)$
③ $(-1,\ 5)$　④ $(1,\ 7)$
⑤ $(0,\ 6)$

[중단원 마무리]

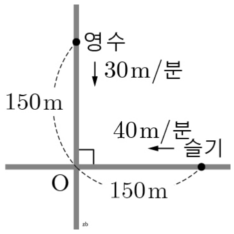
15. 4개의 점 $A(2,2)$, $B(1,4)$, $C(3,8)$, $D(a,b)$에 대해 사각형 $ABCD$가 평행사변형을 이룰 때, $a+b$의 값을 구하면? (단, a, b는 정수)

① 2　② 4
③ 6　④ 8
⑤ 10

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 마무리]

16. 다음 그림과 같이 지점 O에서 수직으로 만나는 직선 도로가 있다. 서로 다른 도로에 있는 슬기와 현지가 지점 O에서 각각 $150\,\mathrm{m}$ 떨어진 곳에서 각각 1분에 $30\mathrm{m}$, $40\mathrm{m}$의 일정한 속력으로 지점 O를 향하여 직진하였다. 두 사람이 동시에 출발할 때, 두 사람 사이의 거리가 가장 가까워지는 것은 출발한 지 몇 분 후인가?.



① 4분 ② 8.2분 ③ 4.2분 ④ 8.4분 ⑤ 4.4분

[대단원 마무리]

17. 두 점 $(4,1)$, $(3,a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이하일 때, 만족하는 정수 a의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

[대단원 마무리]

18. 두 점 $A(2,4)$와 $B(3,-2)$, y축 위의 점 $P(0,y)$에 대해서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값을 구하면?

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 33 ⑤ 34

유사문제

19. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $\mathrm{B}(-2,\ 3)$에 대하여 선분 AB의 길이는?

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

20. 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$, $\mathrm{B}(5,\ 5)$에서 같은 거리에 있고, x축 위에 있는 점 P의 좌표는 $(a,\ b)$이다. $b-a$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

21. 세 점 $A(1,5), B(-1,1), C(a,0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 이등변삼각형이 되도록 하는 실수 a값의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331
I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 선분 $AB = |a-3|$, 선분 $BC = |6-a|$

$2|a-3| = |6-a|$

$4(a-3)^2 = (6-a)^2$에서

$3a^2 - 12a = a^2 - 4a = 0$

따라서 $a > 0$이므로 $a = 4$

2) [정답] ⑤

[해설] 점 $A(1,4)$, $B(7,6)$ 에서

$\overline{AB} = \sqrt{(7-1)^2 + (6-4)^2}$

$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

3) [정답] ③

[해설] $\triangle ABC$의 세 변의 길이를 각각 구하면

$\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (2-6)^2} = 5$

$\overline{BC} = \sqrt{(5-5)^2 + (a-2)^2}$

$\overline{CA} = \sqrt{(5-2)^2 + (a-6)^2}$

$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$에서

$25 = (a-2)^2 + 9 + (a-6)^2$

$2a^2 - 16a + 24 = 2(a-2)(a-6) = 0$

이때 $a = 2$이면 $B = C$이므로

따라서 a의 값은 6이다.

4) [정답] ③

[해설] $\triangle ABC$의 세 변의 길이를 각각 구하면

$\overline{AB} = \sqrt{(3+2)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{26}$

$\overline{BC} = \sqrt{(0-3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{13}$

$\overline{CA} = \sqrt{(-2-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{13}$

따라서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\triangle ABC$는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

5) [정답] ⑤

[해설] $A(8,2)$, $B(2,1)$, $P(a,0)$

$\overline{AP} = \overline{BP}$이므로

$\overline{AP} = \sqrt{(a-8)^2 + 4}$, $\overline{BP} = \sqrt{(a-2)^2 + 1}$ 에서

$(a-8)^2 + 4 = (a-2)^2 + 1$

그러므로 $a^2 - 16a + 68 = a^2 - 4a + 5$, $12a = 63$

따라서 $a = \dfrac{21}{4}$

그러므로 $p = 4$, $q = 21$이므로 $p + q = 25$

6) [정답] ⑤

[해설] $b = 2a + 2$이므로 점 $P(a, 2a+2)$

$A(1,4)$, $B(7,6)$, $P(a, 2a+2)$

$\overline{AP} = \overline{BP}$이므로

$\overline{AP} = \sqrt{(a-1)^2 + (2a-2)^2}$

$\overline{BP} = \sqrt{(a-7)^2 + (2a-4)^2}$ 에서

$(a-1)^2 + (2a-2)^2 = (a-7)^2 + (2a-4)^2$

그러므로 $5a^2 - 10a + 5 = 5a^2 - 30a + 65$, $20a = 60$

따라서 $a = 3$, $b = 8$이므로 $a + b = 11$

7) [정답] ①

[해설] 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점이 M이므로

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2 = 2(\overline{\mathrm{AM}}^2 + \overline{\mathrm{BM}}^2)$

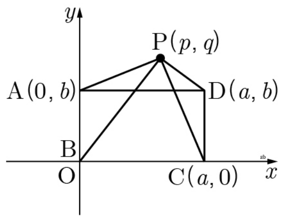
즉 $5^2 + 7^2 = 2(\overline{\mathrm{AM}}^2 + 2^2)$

$74 = 2(\overline{\mathrm{AM}}^2 + 4)$

$\overline{\mathrm{AM}}^2 = 33$, $\overline{\mathrm{AM}} > 0$이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{33}$

8) [정답] ③

[해설] 다음 그림과 같이 $\mathrm{A}(0, b)$, $\mathrm{B}(0, 0)$, $\mathrm{C}(a, 0)$, $\mathrm{D}(a, b)$, $\mathrm{P}(p, q)$로 놓으면



$\overline{\mathrm{PA}} = \sqrt{p^2 + (q-b)^2}$, $\overline{\mathrm{PB}} = \sqrt{p^2 + q^2}$,

$\overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{(p-a)^2 + q^2}$, $\overline{\mathrm{PD}} = \sqrt{(p-a)^2 + (q-b)^2}$

따라서

$\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = \{p^2 + (q-b)^2\} + \{(p-a)^2 + q^2\}$

$= (p^2 + q^2) + \{(p-a)^2 + (q-b)^2\}$

$= \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$

9) [정답] ①

[해설] $\overline{AB} = |t-1| = 3$이므로

$t = 4$ 또는 $t = -2$

따라서 $4 + (-2) = 2$

10) [정답] ③

[해설] $A(2,1)$, $B(5,2)$, $C(x+1, x)$

$2\overline{AC} = \overline{BC}$이므로

$\overline{AC} = \sqrt{(x+1-2)^2 + (x-1)^2}$

$\overline{BC} = \sqrt{(x-4)^2 + (x-2)^2}$ 에서

$4\{(x-1)^2 + (x-1)^2\} = (x-4)^2 + (x-2)^2$

그러므로 $4(2x^2 - 4x + 2) = 2x^2 - 12x + 20$

$3x^2 - 2x - 6 = 0$

따라서 모든 x의 값의 합은 $\dfrac{-(-2)}{3} = \dfrac{2}{3}$

11) [정답] ①

[해설] $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$이므로

$\mathrm{A}(1,\ a)$, $\mathrm{B}(-3, 1)$, $\mathrm{C}(3, 3)$에서

$40 = 16 + (a-1)^2 + 4 + (3-a)^2$

$2a^2 - 8a - 10 = 2(a-5)(a+1) = 0$

따라서 $a < 0$이므로 $a = -1$

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co.,Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

12) [정답] ⑤

[해설] $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$

$\mathrm{A}(1,4)$, $\mathrm{B}(-2,3)$ $P(a,0)$에서

$(a-1)^2+16=(a+2)^2+9$

$a^2-2a+17=a^2+4a+13$, $6a=4$

따라서 $a=\frac{2}{3}$이고 $p=3$, $q=2$이므로 $p+q=5$

13) [정답] ④

[해설] $\overline{BP}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{BP}^2=4\overline{AB}^2$

$\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(3,0)$, $P(11,a)$에서

$64+a^2=4(16+4)$, $a^2=16$

따라서 $a=\pm 4$

14) [정답] ⑤

[해설] $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라고 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{CP}}$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2=\overline{\mathrm{CP}}^2$

$\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$에서 $7x+y=6$ …㉠

$\overline{\mathrm{BP}}^2=\overline{\mathrm{CP}}^2$에서 $x-7y=-42$ …㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=0$, $y=6$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심의 좌표는 $(0,\ 6)$

15) [정답] ⑤

[해설] 사각형 $ABCD$가 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$에서

$\overline{AB}^2=\overline{CD}^2$, $\overline{AD}^2=\overline{BC}^2$

$(a-3)^2+(b-8)^2=5$ …㉠

$(a-2)^2+(b-2)^2=20$ …㉡

㉠에서 ㉡을 빼면

$-2a-12b+80=0$, $a=-6b+40$ …㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$(-6b+38)^2+(b-2)^2=20$

$37b^2-460b+1428=(b-6)(37b-238)=0$

따라서 a, b는 정수이므로 $b=6$, $a=4$이고

$a+b=10$

16) [정답] ③

[해설] 지점 O를 원점으로 하는 좌표평면을 생각하면 출발한 지 t분 후의 슬기와 영수의 위치는 각각 $(150-40t,0)$, $(0,150-30t)$으로 나타낼 수 있으므로 두 사람 사이의 거리는

$\sqrt{(150-40t)^2+(150-30t)^2}$

$=\sqrt{2500x^2-21000x+45000}$

$=\sqrt{2500(x^2-8.4x)+45000}$

따라서 두 사람 사이의 거리가 가장 가까워지는 것은 출발한 지 4.2분 후이다.

17) [정답] ⑤

[해설] 두 점 $(4,1)$, $(3,a)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(4-3)^2+(1-a)^2}=\sqrt{a^2-2a+2}$

그러므로 $\sqrt{a^2-2a+2}\le\sqrt{5}$에서

$a^2-2a-3=(a-3)(a+1)\le 0$

따라서 $-1\le a\le 3$이므로 정수 a의 총 개수는 5

18) [정답] ③

[해설] $A(2,4)$와 $B(3,-2)$, $P(0,y)$에서

$\overline{AP}=\sqrt{(-2)^2+(y-4)^2}$

$\overline{BP}=\sqrt{(-3)^2+(y+2)^2}$이므로

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=(-2)^2+(y-4)^2+(-3)^2+(y+2)^2$

$=2y^2-4y+33=2(y-1)^2+31$

따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값은 31

19) [정답] ⑤

[해설] $\sqrt{(-2-1)^2+(3-5)^2}=\sqrt{13}$

20) [정답] ①

[해설] 점 P가 x축 위의 점이므로 $b=0$이고

$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로 $(a+1)^2+1=(a-5)^2+5^2$

따라서 $a=4$이므로 $b-a=-4$이다.

21) [정답] ③

[해설] $\overline{AB}^2=2^2+4^2=20$, $\overline{BC}^2=(a+1)^2+1$

$\overline{AC}^2=(a-1)^2+25$

(i) $\overline{AB}=\overline{BC}$인 경우

$20=a^2+2a+2$

$a^2+2a-18=0$

$a=-1\pm\sqrt{19}$

따라서 실수 a는 2개다.

(ii) $\overline{AB}=\overline{AC}$인 경우

$20=a^2-2a+26$

$a^2-2a+6=0$

$\frac{D}{4}=1-6<0$

따라서 실수 a는 존재하지 않는다.

(iii) $\overline{BC}=\overline{AC}$인 경우

$a^2+2a+2=a^2-2a+26$

$\therefore a=6$

따라서 실수 a 값의 개수는 3이다.

족보닷컴 zocbo.com
Copyright (c) since 2000 EDUZONE Co,.Ltd all rights reserved
교육지대(주) 서울특별시 구로구 구로동 디지털로33길 55 이앤씨벤처드림타워2차 805호 대표전화 : 1544-5633 FAX : 02-521-0331

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125