

2021학년도 1학기 제2차 지필평가

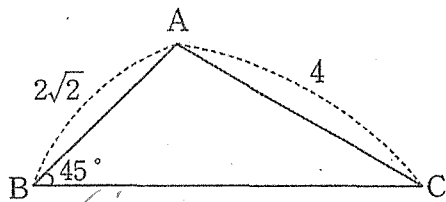
2학년 수학 I

과목코드 02

2021. 6. 29. 1교시

- 본 시험은 선택형 (17)문항, 논술형 (3)문항, 쪽수는 (7)쪽입니다.
- 답안지에 계열, 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하고 가장 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ①와 같이 표기하시오.
- 논술형 문항의 답은 OMR카드 논술형 답란에 검정색 펜(볼펜)으로 작성하고, 답안 수정 시에는 두 줄을 긋고 재작성하시오.

1. 그림과 같은 삼각형 ABC에서 $\sin C$ 의 값은? [4.4점]



- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

Handwritten solution for Question 1:

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4}$

$\sin C = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2}$

Answer: ② $\frac{1}{2}$

2. 등차수열 2, 5, 8, 11, ...에서 제10항은? [4.4점]

- ① 26 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 32

Handwritten solution for Question 2:

$a = 2$
 $d = 3$

$a + 9d$

$2 + 27 = 29$

3. 제2항이 6, 제4항이 24이고 공비가 음수인 등비수열의 일반항 a_n 은? [4.4점]

- ① $a_n = 3 \times 2^n$ ② $a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$ ③ $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ ④ $a_n = (-3) \times (-2)^{n-1}$ ⑤ $a_n = (-3) \times 2^{n-1}$

Handwritten solution for Question 3:

$a_2 = 6$
 $a_4 = 24$

$a_2 = a_1 \times r = 6$
 $a_4 = a_1 \times r^3 = 24$

$\frac{a_4}{a_2} = \frac{24}{6} = 4 = r^2$
 $r = -2$ (since $r < 0$)

$a_2 = a_1 \times (-2) = 6$
 $a_1 = -3$

General term: $a_n = (-3) \times (-2)^{n-1}$

Answer: ②

4. $\sum_{k=1}^7 a_k = -20$, $\sum_{k=1}^7 b_k = 40$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 (-5a_k + 4b_k + 3)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 63 ② 81 ③ 168 ④ 263 ⑤ 281

Handwritten solution for Question 4:

$\sum_{k=1}^7 (-5a_k + 4b_k + 3)$

$= -5 \sum_{k=1}^7 a_k + 4 \sum_{k=1}^7 b_k + \sum_{k=1}^7 3$

$= -5(-20) + 4(40) + 3(7)$

$= 100 + 160 + 21 = 281$

Answer: ⑤

5. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 + a_5$ 의 값은? [4.5점]

- ① 46 ② 47 ③ 48 ④ 49 ⑤ 50

Handwritten solution for Question 5:

$a_1 = 1$

$a_{n+1} = 2a_n + 1$

$a_2 = 3$

$a_3 = 7$

$a_4 = 15$

$a_4 + a_5$

$16 + 15$

$2 \times a_4 + 1 = 31$

$a_5 = 31$

6. 두 자리의 자연수 중에서 5으로 나누었을 때 나머지가 1인 수들의

합은? [4.6점]

- ① 963 ② 970 ③ 1064 ④ 1071 ⑤ 1080

$$\begin{array}{r} a \rightarrow 5 \\ 11 \quad 16 \\ \hline 21 \quad 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 5 \\ \hline 85 \\ 22 \\ \hline 107 \end{array}$$

31

4

5

6

7

8

9

$$96 = a_{18}$$

7. 다음 식의 값은? [4.6점]

$$\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 179^\circ + \cos 180^\circ$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$\frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$$

$$y = \tan bx + c$$

$$4 = \tan \frac{b}{2} + 1$$

$$3 = \tan \frac{b}{2} \quad 3 = \tan \frac{b}{2}$$

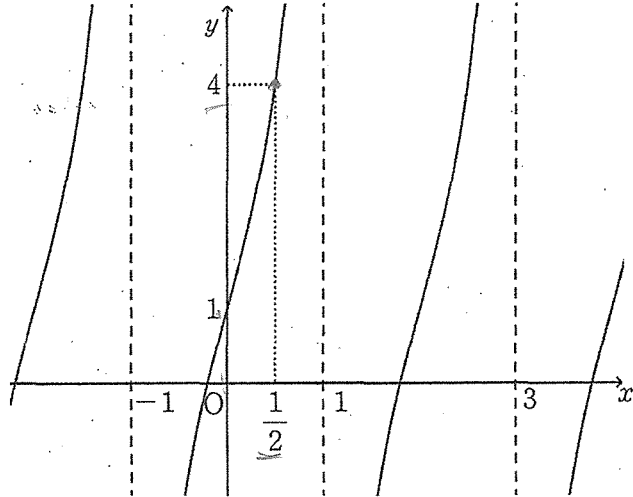
$$b = \tan$$

$$-(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1$$

$$\begin{array}{r} x + \sin^2 x - \sin x + 1 \\ \sin^2 x - \sin x \end{array}$$

8. 함수 $y = a \tan bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $\cos(abc + \frac{\pi}{3})$ 의

값은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$ 이다.) [4.7점]



- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$4 = \tan \frac{b}{2} + 1$$

$$\frac{3}{2} = \tan \frac{b}{2}$$

$$\tan b = \frac{3}{2}$$

9. 함수 $y = -\cos^2 x - \sin x + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $4(M+m)$ 의 값은? (단, $0 \leq x < 2\pi$ 이다.) [4.7점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$$-(1 - \sin^2 x - \sin x + 1) = y$$

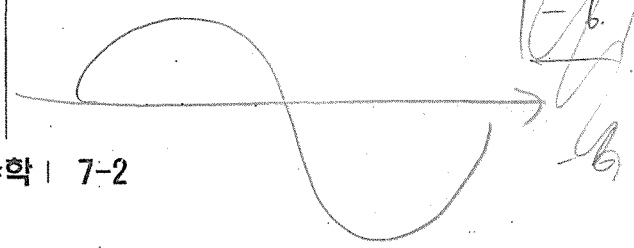
$$+\sin x + \sin x - 2 = y$$

$$\sin^2 x + \sin x - 2 = y$$

$$(\sin x + 2)(\sin x - 1) = y$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$6 \times 7 = 42$$



10. 다음은 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 1 + \frac{n}{2} \dots\dots \textcircled{7}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

i) $n=2$ 일 때, (좌변) $= \frac{25}{12} > 2 = (\text{우변})$ 이므로

부등식 $\textcircled{7}$ 은 성립한다.

ii) $n=k$ ($k \geq 2$)일 때, 부등식 $\textcircled{7}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k} > 1 + \frac{k}{2} \dots\dots \textcircled{8}$$

iii) 등식 $\textcircled{8}$ 의 양변에

$$\frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \dots + \frac{1}{2^{k+f(k)}}$$

을 더하면

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \dots + \frac{1}{2^{k+f(k)}} > 1 + \frac{k}{2} + \frac{1}{2^{k+1}} + \dots + \frac{1}{2^{k+f(k)}}$$

$$\text{즉, } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}} > 1 + \frac{k}{2} + 2^k \times \frac{1}{2^{k+1}} = 1 + \frac{g(k)}{2}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때 부등식 $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

i), ii), iii)에 의해서 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

$f(5)g(5)$ 의 값은? [4.7점]

- ① 48 ② 72 ③ 96 ④ 108 ⑤ 114

a_1

$$a_{n+1} = 2 \times a_n + 1$$

$$a_2 = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$a_3 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$a_4 = 2 \times 7 + 1 = 15$$

$$a_5 = 2 \times 15 + 1$$

$$31 + 15 = 46$$

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1=124$, $a_2=62$, $f(m)=a_1 a_2 a_3 \dots a_m$ 일 때,

$f(m)$ 의 값이 최대가 되는 자연수 m 의 값은? [4.8점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$a=124 \quad d=\frac{1}{2}$$

$$ad=62$$

$$f(m)=$$

$$124d=62$$

$$d=\frac{1}{2}$$

$$a_m = \left[\frac{1}{2} \right]^{n-1} \times 124$$

$$124 \times \left(\frac{1}{2} \right)^{m-1}$$

12. 연이율 4%인 복리 상품에 12년 동안 매년 초 저금하려고 한다.

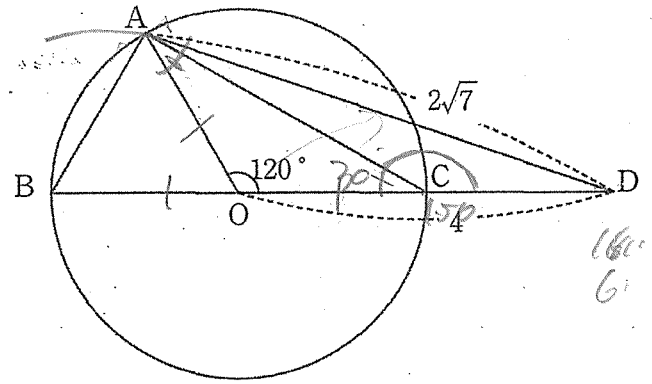
첫해에 50만 원을 저금하고 그 다음 해부터는 전년도보다 4% 많은 금액을 저금한다고 할 때, 12년 말까지 저금한 금액의 원리합계는? (단, $1.04^{12} = 1.6$, $1.04^{13} = 1.66$ 으로 계산한다.) [4.8점]

- ① 780만 원 ② 816만 원 ③ 858만 원
④ 960만 원 ⑤ 996만 원

13. $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k (k+1)^3$ 의 값은? [4.9점]

- ① 750 ② 755 ③ 760 ④ 765 ⑤ 770

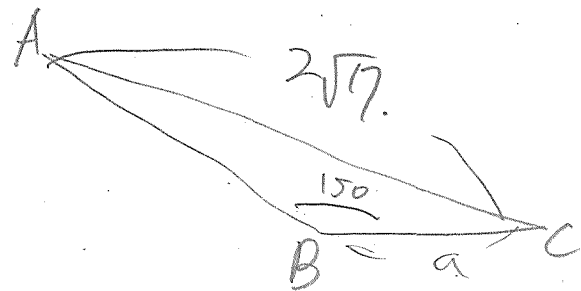
14. 그림과 같이 원의 중심이 O인 원에 내접하는 삼각형 ABC의 한 변 BC의 연장선 위에 점 D가 있다. $\overline{AD} = 2\sqrt{7}$, $\overline{OD} = 4$, $\angle AOD = 120^\circ$ 일 때, 삼각형 ACD의 넓이는? [4.9점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

$$\text{삼각형 넓이} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin C = 150^\circ$$



$$\frac{2\sqrt{7}}{\sin 150^\circ} = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\frac{2\sqrt{7}}{\sin 150^\circ} = \frac{4\sqrt{7}}{\sin A} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin A} \times \sin A$$

$$\pi - 60^\circ$$

$$\sin A = \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

15. $\sum_{m=1}^5 \left\{ \sum_{k=1}^m (k+m)^2 \right\} - \sum_{n=1}^5 \left\{ \sum_{i=1}^n (i-n)^2 \right\}$ 의 값은? [5.0점]
- ① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

16. $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.
 이때, $f(x) = -1$ 을 만족하는 서로 다른 모든 실근의 합은? [5.0점]

- $f(x) = \cos \pi(x+a)$ 이다. (단, a 는 자연수이다.)
- $f(x) = 1$ 을 만족하는 서로 다른 실근의 개수는 짝수이다.

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

17. 첫째항이 -4 , 공차가 $\frac{2}{m}$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 두 함수 $f(x) = x^2 + 8x + 16$, $g(x) = x^2$ 이 있다. 이때 자연수 n 에 대하여 $l_n = f(a_n) - g(a_n)$ 이라고 하자. $\sum_{k=1}^{2m+2} 25l_k = 480$ 일 때, a_{51} 의 값은? (단, m 은 3 이상의 홀수인 자연수다.) [5.1점]
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

[논술형 1] 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sum_{k=1}^n k^3$, $b_n = \sum_{k=1}^n k$ 일 때, 식 $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \frac{b_3}{a_3} + \dots + \frac{b_{10}}{a_{10}}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6.0점]

7번까지 풀.

8: 14.
11 5
16 B.

[논술형 2] 첫째항부터 제6항까지의 합이 -120 , 첫째항부터 제10항까지의 합이 -120 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은 몇 번째 항인지를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7.0점]

$$a_n$$

$$0 > a + (n-1)d$$

$$0 < -30 + (n-1)$$

$$2a + 9d = -120$$

$$2a + 9d = -120$$

$$2a + 9d > 0$$

20

$$2a + 5d = -40$$

$$2a + 9d = -24$$

$$-4d = -16$$

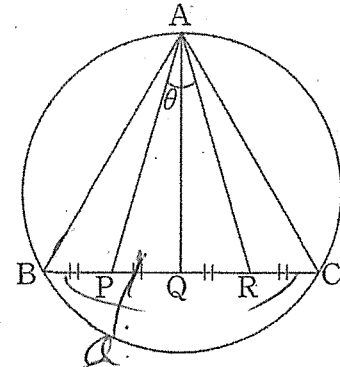
$$d = 4$$

$$2a + 20 = -40$$

$$2a = -60$$

$$a = -30$$

[논술형 3] 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 원에 내접하는 정삼각형 ABC에서 변 BC의 사등분점을 각각 P, Q, R이라 하자. $\angle PAR = \theta$ 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. [총 7.0점]



(1) 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]

(2) 변 AP의 길이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2.0점]

(3) $\cos\theta$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

※ 확인사항

답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 시험문제의 저작권은 포곡고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 무단전제 및 재배포시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.