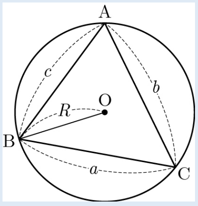
개념check

[사인법칙]

• 사인법칙

삼각형 ABC에서 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$



• 사인법칙의 변형

(1) $\sin A=\dfrac{a}{2R}$, $\sin B=\dfrac{b}{2R}$, $\sin C=\dfrac{c}{2R}$

(2) $a=2R\sin A$, $b=2R\sin B$, $c=2R\sin C$

(3) $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

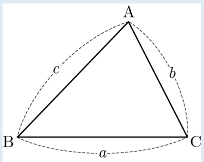
[코사인법칙]

• 코사인법칙: 삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



• 코사인법칙의 변형

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$, $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

기본문제

[예제]

1. **$\triangle$ABC에 대하여 $a=6$, $\angle A=60°$일 때, $\triangle$ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구한 것은?**

① $3\sqrt{2}$　② $3\sqrt{3}$　③ $2\sqrt{2}$　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $2\sqrt{6}$

[문제]

2. **$\triangle$ABC에서 $\angle A=60°$, $\angle B=75°$, $c=6$일 때, 외접원의 넓이를 구한 것은?**

① 12π　② 15π　③ 18π　④ 21π　⑤ 24π

[예제]

3. **$\sin^2 B=\sin^2 A+\sin^2 C$을 만족시키는 $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인지 옳은 것은?**

① $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

② $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

③ $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

④ $\angle A=\angle B$인 이등변삼각형이다.

⑤ 정삼각형

[문제]

4. **다음은 $a\sin A=b\sin B=c\sin C$를 만족하는 $\triangle$ABC가 어떤 삼각형인지 보이는 과정이다. 빈칸에 들어갈 것으로 적절한 것은?**

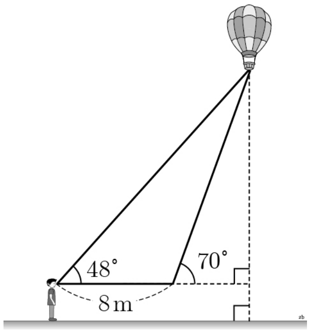
> $\triangle$ABC의 외접원의 반지름을 R이라고 할 때
>
> 사인법칙에 의하여 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=$ (가)
>
> $\sin A=\dfrac{a}{(가)}$, $\sin B=\dfrac{b}{(가)}$,
>
> $\sin C=\dfrac{c}{(가)}$을 대입하여 정리하면 (나)이다.
>
> 이때 a, b, c는 모두 (다)이므로 (라)이고,
>
> $\triangle$ABC는 (마)이다.

① (가) R　② (나) $a^2=b^2+c^2$　③ (다) 음수　④ (라) $a=b=c$　⑤ (마) $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[예제]

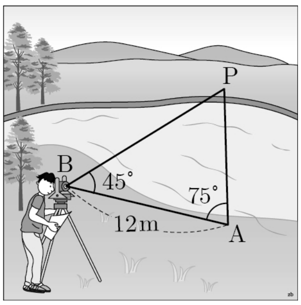
5. **다음 그림과 같이 서영이가 한 지점에서 애드벌룬을 올려본각의 크기가** 48° **이고, 이 지점에서 애드벌룬 쪽으로** $8\,\mathrm{m}$**를 이동한 곳에서 애드벌룬을 올려본각의 크기가** 70° **이다. 이때 애드벌룬의 높이를 구하시오. (단, 서영이의 눈높이는** $1.8\mathrm{m}$**이고,** $\sin 22^\circ=0.34$, $\sin 48^\circ=0.68$, $\sin 70^\circ=0.89$**로 계산한다.)**



① $10.04\,\mathrm{m}$　② $12.04\,\mathrm{m}$
③ $14.04\,\mathrm{m}$　④ $16.04\,\mathrm{m}$
⑤ $18.04\,\mathrm{m}$

[문제]

6. **다음 그림과 같이** A **지점과 강 건너편의** P **지점을 잇는 직선 다리를 건설하려고 한다.** A **지점에서** $12\,\mathrm{m}$ **떨어진** B **지점에서** $\angle\mathrm{PAB}=75^\circ$, $\angle\mathrm{PBA}=45^\circ$**일 때, 다리의 길이** $\overline{\mathrm{AP}}$**는?**



① $4\sqrt{2}\,\mathrm{m}$　② $4\sqrt{3}\,\mathrm{m}$
③ $4\sqrt{6}\,\mathrm{m}$　④ $6\sqrt{2}\,\mathrm{m}$
⑤ $6\sqrt{3}\,\mathrm{m}$

[예제]

7. $\triangle\mathrm{ABC}$**에서** $\angle A=45^\circ$, $b=4\sqrt{2}$, $c=6$**일 때,** a^2 **의 값을 구한 것은?**

① 20　② 24
③ 28　④ 32
⑤ 36

[문제]

8. $\triangle\mathrm{ABC}$**에서** $a=5$, $b=7$, $c=10$**일 때,** $\cos B$**의 크기를 구한 것은?**

① $\frac{17}{36}$　② $\frac{9}{16}$
③ $\frac{4}{5}$　④ $\frac{19}{25}$
⑤ $\frac{3}{4}$

[예제]

9. **다음은** $b\cos B=a\cos A$ **을 만족하는** $\triangle\mathrm{ABC}$**가 어떤 삼각형인지 보이는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것으로 적절한 것은? (단,** $a\neq b$**이다.)**

코사인 법칙에 의하여 $\cos B=$ (가) , $\cos A=$ (나) $b\cos B=a\cos A$ 에 대입하면 b (가) $=a$ (나) 이다. 정리하면 (다) 이므로 이 삼각형은 (라) 이다.

① (가) $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
② (나) $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ac}$
③ (다) $a^2=b^2+c^2$
④ (라) $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ 모두 적절하지 않다.

[문제]

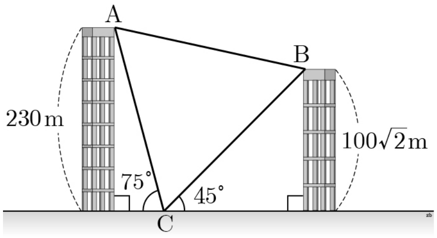
10. $\sin A=\cos B\sin C$**을 만족시키는** $\triangle\mathrm{ABC}$**는 어떤 삼각형인지 말한 것으로 옳은 것은?**

① $\angle A=90^\circ$ 인 삼각형
② $\angle B=90^\circ$ 인 삼각형
③ $\angle C=90^\circ$ 인 삼각형
④ 정삼각형
⑤ $\angle A=\angle B$인 이등변삼각형

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[예제]

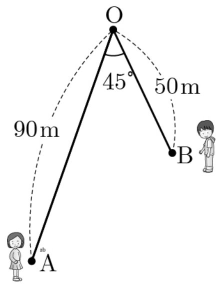
11. 다음 그림과 같이 인명 구조 훈련을 위해 높이가 각각 $230\mathrm{m}$, $100\sqrt{2}\mathrm{m}$인 두 빌딩 A, B의 옥상에 로프를 직선으로 연결하였다. C 지점에서 두 빌딩 A, B를 올려본각의 크기가 각각 $75°$, $45°$일 때, 로프의 길이 $\overline{\mathrm{AB}}$는? (단, $\sin 75° = 0.92$로 계산한다.)



① $100\sqrt{21}\mathrm{m}$ ② $100\sqrt{3}\mathrm{m}$
③ $100\sqrt{7}\mathrm{m}$ ④ $50\sqrt{21}\mathrm{m}$
⑤ $50\sqrt{7}\mathrm{m}$

[문제]

12. 다음 그림과 같이 두 지점 A, B에 효인이와 동근이가 각각 서 있다. $\overline{\mathrm{OA}}=90\mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{OB}}=50\mathrm{m}$, $\angle\mathrm{AOB}=45°$일 때, 두 사람 사이의 거리의 제곱인 $\overline{\mathrm{AB}}^2$을 구한 것은?



① $300(32-5\sqrt{2})$ ② $100(96-45\sqrt{2})$
③ $500(20-3\sqrt{6})$ ④ $100(106-45\sqrt{2})$
⑤ $100\sqrt{61}$

평가문제

[중단원 마무리하기]

13. $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\cos^2 A = 1-\dfrac{a^2}{16}$일 때, 외접원의 반지름의 길이를 구한 것은? (단, a는 각 A의 대변의 길이에 해당한다.)

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[중단원 마무리하기]

14. $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a=5$, $b=8$, $\angle C=60°$일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$의 외접원의 반지름의 길이는?

① $\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$ ② $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$
③ $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ ④ $\dfrac{7\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

[중단원 마무리하기]

15. $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $2c^2=2a^2+2b^2-ab$일 때, $\cos C$의 값을 구한 것은?

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{5}$
③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{3}$
⑤ $\dfrac{1}{2}$

[중단원 마무리하기]

16. $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a=2\sqrt{3}$, $b=8$, $c=6$일 때, $\cos A$의 값을 구한 것은?

① $\dfrac{13}{14}$ ② $\dfrac{12}{13}$
③ $\dfrac{11}{12}$ ④ $\dfrac{10}{11}$
⑤ $\dfrac{9}{10}$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

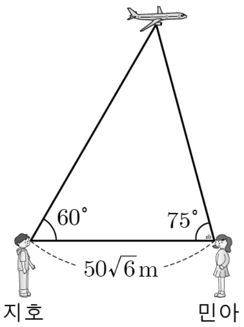
[중단원 마무리하기]

17. 반지름의 길이가 12인 원에 내접하는 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $4\cos(A+B)\cos C+3=0$ 이고 $\angle A=105°$이 성립할 때, b의 값은?

① $6\sqrt{2}$　② $12\sqrt{2}$　③ $18\sqrt{2}$　④ $24\sqrt{2}$　⑤ $30\sqrt{2}$

[중단원 마무리하기]

18. 다음 그림과 같이 $50\sqrt{6}$ m만큼 떨어져 있는 지호와 민아가 하늘에 떠 있는 비행기를 올려본각의 크기가 각각 $60°$, $75°$일 때, 비행기와 민아 사이의 거리는?



① $75\sqrt{2}$m　② $75\sqrt{3}$m　③ 100m　④ $100\sqrt{3}$m　⑤ 150m

[중단원 마무리하기]

19. $\triangle \mathrm{ABC}$의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b)^2=c^2+3ab$가 성립할 때, $\sin C$의 값을 구한 것은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ 1

[중단원 마무리하기]

20. $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$일 때, $\cos A$의 값을 구한 것은?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ 1

[중단원 마무리하기]

21. $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $a=2$, $b=3$, $c=4$일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$의 외접원의 넓이를 구한 것은?

① 4π　② $\frac{61}{64}\pi$　③ $\frac{31}{32}\pi$　④ $\frac{64}{15}\pi$　⑤ $\frac{13}{3}\pi$

[중단원 마무리하기]

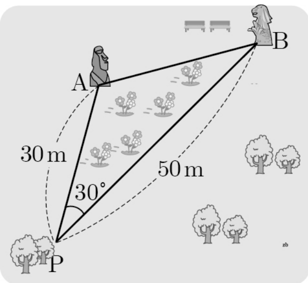
22. $a\sin A+b\sin B=\frac{b^2+c^2}{2R}$을 만족시키는 $\triangle \mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인지 옳게 말한 것은? (단, R는 $\triangle \mathrm{ABC}$의 외접원의 반지름의 길이이다.)

① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $\angle A$가 직각인 직각삼각형
④ $\angle C$가 직각인 직각삼각형
⑤ 정삼각형

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

[중단원 마무리하기]

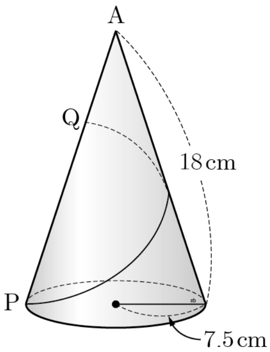
23. 다음 그림과 같이 한 지점 P에서 두 조각상 A, B까지의 거리와 두 조각상 A, B를 바라본 각의 크기를 측정하였더니 $\overline{\mathrm{AP}}=30\,\mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{BP}}=50\,\mathrm{m}$, $\angle\mathrm{APB}=30^\circ$이었다. 두 조각상 A, B 사이의 거리를 $\overline{\mathrm{AB}}$ m라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2$의 값은?



① 1900 ② $3400+1500\sqrt{2}$
③ $3400+1500\sqrt{3}$ ④ $3400-1500\sqrt{2}$
⑤ $3400-1500\sqrt{3}$

[중단원 마무리하기]

24. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7.5cm이고 모선의 길이가 18cm인 원뿔이 있다. 원뿔의 밑면인 원의 둘레 위의 점 P에서 모선 AP를 $1:2$로 내분하는 점 Q까지 원뿔의 표면을 따라 실을 감을 때, 감은 실의 길이의 최솟값을 $a$cm라 하고, $a^2=p+q\sqrt{3}$라 한다면 $p-q$의 값은? (단, p, q는 자연수이다.)



① 252 ② 254
③ 256 ④ 258
⑤ 260

[중단원 마무리하기]

25. 두 직선 $y=5x$와 $y=2x$가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{11}{130}\sqrt{130}$ ② $\frac{6}{65}\sqrt{130}$
③ $\frac{1}{10}\sqrt{130}$ ④ $\frac{7}{65}\sqrt{130}$
⑤ $\frac{3}{26}\sqrt{130}$

[중단원 마무리하기]

26. 원 O 위의 세 점 A, B, C에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=7$, $\overline{\mathrm{AC}}=5$, $A=60^\circ$일 때, 이 원의 넓이는?

① 11π ② 12π
③ 13π ④ 14π
⑤ 15π

[대단원 평가하기]

27. $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a=6\sqrt{2}$, $\angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$일 때, c의 값을 구한 것은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$
③ 4 ④ $4\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{3}$

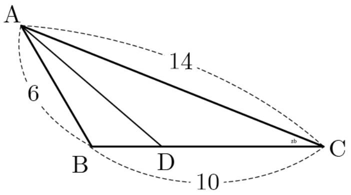
[대단원 평가하기]

28. $\triangle\mathrm{ABC}$의 외접원의 반지름의 길이가 6이고 $\angle A=45°$, $b=6\sqrt{3}$일 때, $\angle C$의 크기가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

① 15° ② 30°
③ 45° ④ 60°
⑤ 75°

[대단원 평가하기]

29. 다음 그림과 같이 $\triangle \mathrm{ABC}$에 대하여 선분 BC를 $3:7$로 내분하는 점을 D라 한다. $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=14$일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이를 구한 것은?



① $\sqrt{21}$　② $\sqrt{58}$　③ $\sqrt{65}$　④ $3\sqrt{7}$　⑤ $9\sqrt{7}$

[대단원 평가하기]

30. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=8$인 이등변삼각형 ABC에 대하여 변 BC를 $1:3$로 내분하는 점을 D라 하자. $\angle \mathrm{BAD}=\theta$라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$　② $\dfrac{7\sqrt{3}}{6}$　③ $\dfrac{7\sqrt{6}}{18}$　④ $\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$

정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] 사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin A}=2R$이므로

$\frac{6}{\sin 60^\circ}=4\sqrt{3}$, $R=2\sqrt{3}$

2) [정답] ③

[해설] △ABC에 대하여

$\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

$\frac{c}{\sin C}=2R$이므로 $\frac{6}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{2}$

따라서 $R=3\sqrt{2}$

즉, 외접원의 넓이는 $\pi(3\sqrt{2})^2=18\pi$이다.

3) [정답] ②

[해설] △ABC의 외접원의 반지름을 R이라고 할 때

사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$이므로

$\sin^2 B=\sin^2 A+\sin^2 C$에 대입하면

$\frac{b^2}{4R^2}=\frac{a^2}{4R^2}+\frac{c^2}{4R^2}$이므로

$b^2=a^2+c^2$

따라서 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형이다.

4) [정답] ④

[해설] △ABC의 외접원의 반지름을 R이라고 할 때

사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$을 대입하여 정리하면 $a^2=b^2=c^2$이다. 이때 a, b, c는 모두 양수이므로 $a=b=c$이고, △ABC는 정삼각형이다.

5) [정답] ④

[해설] 서영이가 이동하기 전의 지점을 A, 서영이가 8 m 이동한 지점을 B, 애드벌룬의 지점을 C, C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 D라 하면

사인법칙에 의하여 $\frac{8}{\sin 22^\circ}=\frac{\overline{BC}}{\sin 48^\circ}$

$\overline{BC}=\frac{8\sin 48^\circ}{\sin 22^\circ}=16$

△CBD에서 $\overline{CD}=\overline{BC}\sin 70^\circ$이므로

$\overline{CD}=16\times 0.89=14.24$

따라서 애드벌룬의 높이는

$\overline{CD}+1.8=14.24+1.8=16.04\,(\mathrm{m})$이다.

6) [정답] ③

[해설] △ABP에 대하여

$\angle P=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

사인 법칙에 의하여

$\frac{12}{\sin 60^\circ}=\frac{\overline{AP}}{\sin 45^\circ}$

즉, $\overline{AP}=\sin 45^\circ\times\frac{12}{\sin 60^\circ}=4\sqrt{6}\,(\mathrm{m})$

7) [정답] ①

[해설] 코사인 법칙에 의하여

$a^2=32+36-2\times 4\sqrt{2}\times 6\times\cos 45^\circ$

$=68-48=20$

8) [정답] ④

[해설] 코사인 법칙에 의하여

$49=25+100-100\cos B$이므로

$\cos B=\frac{76}{100}=\frac{19}{25}$

9) [정답] ⑤

[해설] 코사인 법칙에 의하여

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$b\cos B=a\cos A$에 대입하면

$\frac{b(a^2+c^2-b^2)}{2ac}=\frac{a(b^2+c^2-a^2)}{2bc}$이다.

정리하면 $c^2=a^2+b^2$이므로

이 삼각형은 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

10) [정답] ③

[해설] 사인법칙에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

코사인 법칙에 의하여

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$이므로 $\sin A=\cos B\sin C$를

정리하면 $a^2+b^2=c^2$이다.

따라서 이 삼각형은 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

11) [정답] ④

[해설] $\overline{AC}\sin 75^\circ=230$에서 $\overline{AC}=250$

$\overline{BC}\sin 45^\circ=100\sqrt{2}$에서 $\overline{BC}=200$

$\angle ACB=60^\circ$이므로 코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=250^2+200^2-2\times 250\times 200\times\cos 60$

$=100\left(25^2+20^2-2\times 250\times 2\times\frac{1}{2}\right)$

$=52500$

따라서 $\overline{AB}=50\sqrt{21}\,\mathrm{m}$

12) [정답] ④

[해설] 코사인 법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=90^2+50^2-2\times 90\times 50\times\cos 45^\circ$

$=100(106-45\sqrt{2})$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

13) [정답] ②

[해설] $\cos^2 A = 1 - \frac{a^2}{16}$ 에서 $1 - \cos^2 A = \frac{a^2}{16}$

즉, $\sin^2 A = \frac{a^2}{16}$이고, $0 < A < \pi$이므로 $\sin A > 0$

$\sin A = \frac{a}{4}$이다.

따라서 $\frac{a}{\sin A} = 4$이고, 사인법칙 $\frac{a}{\sin A} = 2R$에 의하여 $R = 2$이다.

14) [정답] ⑤

[해설] 코사인법칙에 의하여

$c^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos 60^\circ$

$= 25 + 64 - 40 = 49$

따라서 $c = 7$이고 사인법칙에 의하여

$\frac{c}{\sin C} = \frac{7}{\sin 60^\circ} = \frac{14\sqrt{3}}{3} = 2R$이므로

$R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

15) [정답] ③

[해설] 코사인 법칙에 의하여 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 이고

$2c^2 = 2a^2 + 2b^2 - ab$를

$ab = 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$와 같이 변형하면

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2(2a^2 + 2b^2 - 2c^2)} = \frac{1}{4}$

16) [정답] ③

[해설] △ABC에서 코사인 법칙을 적용하면

$\cos A = \frac{64 + 36 - 12}{2 \times 8 \times 6} = \frac{11}{12}$

17) [정답] ②

[해설] $4\cos(A+B)\cos C + 3 = 0$

$A + B + C = \pi$이므로 $4\cos(\pi - C)\cos C + 3 = 0$

$-4\cos^2 C + 3 = 0$

$\cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $\cos C = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ < C < 75^\circ$이므로 $\cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

즉, $\angle C = 30^\circ, \angle B = 45^\circ$

따라서 사인법칙에 의하여 $\frac{b}{\sin B} = 24$이므로

$b = 12\sqrt{2}$

18) [정답] ⑤

[해설] 지호, 민아, 비행기를 각각 꼭짓점 A, B, C라 하면, 삼각형 ABC에 대하여

$\angle C = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$

사인법칙에 의해서

$\frac{50\sqrt{6}}{\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sin 60^\circ}$

$a = \frac{50\sqrt{6}}{\sin 45^\circ} \times \sin 60^\circ = 150(\text{m})$

19) [정답] ③

[해설] $(a+b)^2 = c^2 + 3ab$를 정리하면 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 이므로 $\cos C = \frac{1}{2}$

$(0 < C < \pi)$

$\angle C = 60^\circ$ 따라서 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20) [정답] ④

[해설] 이때 사인법칙에 의하여

$\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$

$\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c = 3 : 4 : 5$

따라서 $a = 3k$, $b = 4k$, $c = 5k$

코사인법칙에 의하여

$\cos A = \frac{16k^2 + 25k^2 - 9k^2}{40k^2} = \frac{4}{5}$

21) [정답] ④

[해설] 코사인 법칙에 의하여

$\cos A = \frac{9 + 16 - 4}{2 \times 3 \times 4} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 이므로 $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{8}$

사인법칙에 의하여 $\frac{2}{\frac{\sqrt{15}}{8}} = \frac{16}{\sqrt{15}} = 2R$

$R = \frac{8}{\sqrt{15}}$

따라서 외접원의 넓이는 $\frac{64}{15}\pi$이다.

22) [정답] ②

[해설] 사인법칙에 의하여 $\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$이므로 대입하면 $a^2 = c^2$이다.

따라서 이 삼각형은 $a = c$인 이등변삼각형이다.

23) [정답] ⑤

[해설] 코사인법칙에 의해

$\overline{AB}^2 = 30^2 + 50^2 - 2 \times 30 \times 50 \times \cos 30^\circ$

$= 3400 - 1500\sqrt{3}$

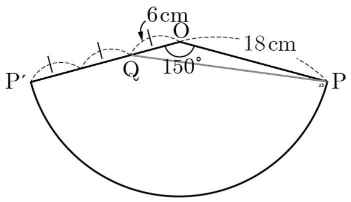
24) [정답] ①

[해설] 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이와 옆면인 부채꼴의 호의 길이가 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 θ라 하면

$2\pi \times 7.5 = 18\theta$, $\theta = \frac{5}{6}\pi$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125

감은 실의 길이의 최솟값은 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이와 같다.



$\overline{\mathrm{PQ}}=a\,\mathrm{cm}$라 하면

△OPQ에서 코사인법칙에 의하여

$a^2=6^2+18^2-2\times6\times18\times\cos\frac{5}{6}\pi=360+108\sqrt{3}$

따라서 $p-q=252$

25) [정답] ①

[해설] x축에 수직인 직선 $x=t$에 대하여

직선 $y=5x$와의 교점을 $\mathrm{P}(t,\ 5t)$

직선 $y=2x$와의 교점을 $\mathrm{Q}(t,\ 2t)$라 하면

$\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{t^2+(5t)^2}=\sqrt{26}\,t$

$\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{t^2+(2t)^2}=\sqrt{5}\,t$

$\overline{\mathrm{PQ}}=3t$

△OPQ에서 코사인법칙에 의하여

$\cos\theta=\frac{26t^2+5t^2-9t^2}{2\times\sqrt{26}\,t\times\sqrt{5}\,t}=\frac{11}{\sqrt{130}}=\frac{11}{130}\sqrt{130}$

26) [정답] ③

[해설] $\overline{\mathrm{BC}}=x$라 하면 △ABC에서 코사인법칙에 의하여

$x^2=7^2+5^2-2\times7\times5\times\cos60^\circ=39$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{39}$

원 O의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\frac{\sqrt{39}}{\sin60^\circ}=2R,\ R=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi\times(\sqrt{13})^2=13\pi$

27) [정답] ⑤

[해설] 삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle A=60^\circ$

사인법칙에 의하여 $\frac{6\sqrt{2}}{\sin60^\circ}=\frac{c}{\sin45^\circ}$

따라서 $c=4\sqrt{3}$

28) [정답] ①, ⑤

[해설] 사인법칙 $\frac{b}{\sin B}=2R$에 의하여 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\angle B=60^\circ$ 또는 $\angle B=120^\circ$

따라서 $\angle C=75^\circ$ 또는 $\angle C=15^\circ$

29) [정답] ④

[해설] 점 D는 $\overline{\mathrm{BC}}$의 $3:7$로 내분점으로 $\overline{\mathrm{AD}}$는 각 A의 이등분선이다. 즉, $\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{CAD}$

따라서 $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이를 x라 하면

코사인 법칙에 의하여

$\cos(\angle\mathrm{BAD})=\frac{6^2+x^2-3^2}{2\times6\times x}=\frac{x^2+27}{12x}$

$\cos(\angle\mathrm{CAD})=\frac{14^2+x^2-7^2}{2\times14\times x}=\frac{147+x^2}{28x}$

$\frac{x^2+27}{12x}=\frac{147+x^2}{28x},\ x=3\sqrt{7}$

따라서 $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이는 $3\sqrt{7}$이다.

30) [정답] ③

[해설] $\overline{\mathrm{BC}}$를 점 D가 $1:3$로 내분하였으므로

$\overline{\mathrm{BD}}=2,\ \overline{\mathrm{CD}}=6$

$\overline{\mathrm{AD}}=x$라 하면 코사인법칙에 의하여

$\cos C=\frac{6^2+8^2-6^2}{2\times6\times8}=\frac{6^2+6^2-x^2}{2\times6\times6}$ 즉, $x=2\sqrt{6}$

따라서 △ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\cos\theta=\frac{6^2+(2\sqrt{6})^2-2^2}{2\times6\times2\sqrt{6}}=\frac{7}{3\sqrt{6}}=\frac{7\sqrt{6}}{18}$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244125