



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-07
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 $(a+b)^n$ 의 전개식에서 계수를 구하는 문제, 이항계
수의 성질을 이용하여 식의 값을 구하는 문제 등이 자주 출제되
입니다. 이항계수의 성질을 이용하여 식을 간단히 할 때, 식의 처음
항과 마지막 항을 꼼꼼히 확인하여 적절한 이항계수의 성질을 찾
을 수 있도록 학습합니다.

평가문제

[대단원 종합 문제]

1. $(3x+y)^6\left(2+\frac{1}{2xy}\right)^6$ 을 전개하였을 때,
 xy 의 계수는?

- ① 30000 ② 32400
③ 34400 ④ 36000
⑤ 38400

[대단원 종합 문제]

2. 자연수 N 에 대하여

$$N = {}_{10}C_0 \times 5^{10} + {}_{10}C_1 \times 5^9 + {}_{10}C_2 \times 5^8 + \dots + {}_{10}C_{10}$$

일 때, N 의 양의 약수의 개수는?

- ① 64 ② 81
③ 100 ④ 121
⑤ 144

[중단원 연습 문제]

3. $(x+a)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 84일 때, 양
수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6

[중단원 연습 문제]

4. $(2x+a)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 x^2 의 계수의
2배일 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\sqrt{2}$
③ 2 ④ $2\sqrt{2}$
⑤ 4

[중단원 연습 문제]

5. $(x-1)^4(2+x^2)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x^3 의
계수의 절댓값의 비가 9:16일 때, 자연수 n 의 값
은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[중단원 연습 문제]

6. $\left(x-\frac{a}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 상수항이 280이 되도록
하는 양수 a 에 대하여 x^2 의 계수는?

- ① $-56\sqrt{2}$ ② $56\sqrt{2}$
③ $-72\sqrt{2}$ ④ $112\sqrt{2}$
⑤ $-112\sqrt{2}$

[소단원 확인 문제]

7. $\left(3x^2+\frac{k}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 1080일
때, 음수 k 의 값은?

- ① -1 ② -2
③ -3 ④ -4
⑤ -5

[소단원 확인 문제]

8. $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^4}$ 의 계수가 448일 때,

음수 k 에 대하여 x^8 의 계수는?

- ① 21 ② 24
③ 42 ④ 48
⑤ 84

[소단원 확인 문제]

9. 다음은 회장을 포함하여 12명으로 이루어진 밴드 부에서 학교 대표로 참여할 4명을 뽑는 경우의 수를 구하는 과정이다. $p+q+r$ 의 값은?

회장이 뽑히는 경우의 수는 \boxed{p} 이고,
회장이 뽑히지 않는 경우의 수는 \boxed{q} 이므로
구하는 경우의 수는 \boxed{r} 이다.

- ① 440 ② 550
③ 660 ④ 880
⑤ 990

[중단원 연습 문제]

10. ${}_{2n}C_2 + {}_{2n}C_4 + {}_{2n}C_6 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-2} = 510$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

[소단원 확인 문제]

11. $2000 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_{n-1} < 3000$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 9 ② 10
③ 11 ④ 12
⑤ 13

[중단원 연습 문제]

12. ${}_{11}C_1 - {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 - \cdots - {}_{11}C_{10}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

[소단원 확인 문제]

13. 파스칼 삼각형을 이용하여 ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = {}_{18}C_{r+3}$ 를 만족시키는 자연수 n, r 의 값의 합을 구하면?

- ① 24 ② 25
③ 26 ④ 27
⑤ 28

[대단원 종합 문제]

14. x 에 대한 항등식

$$(1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{12}x^{12}$$

에서 $a_2 + a_3$ 의 값은?
(단, $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{12}$ 은 상수)

- ① ${}_{13}C_3$ ② ${}_{13}C_4$
③ ${}_{14}C_4$ ④ ${}_{14}C_5$
⑤ ${}_{15}C_5$

[대단원 종합 문제]

15. $(2x+a)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 70일 때, 실수 a 에 대하여 x^5 의 계수는?

- ① 332 ② 334
③ 336 ④ 338
⑤ 340

실전문제

16. $(x^2-1)^{12}$ 의 전개식에서 x^{12} 의 계수인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. ${}_{12}C_6$
 ㄴ. $({}_6C_0)^2 + ({}_6C_1)^2 + ({}_6C_2)^2 + \cdots + ({}_6C_5)^2 + ({}_6C_6)^2$
 ㄷ. $({}_{12}C_0)^2 - ({}_{12}C_1)^2 + ({}_{12}C_2)^2 - ({}_{12}C_3)^2 + \cdots - ({}_{12}C_{11})^2 + ({}_{12}C_{12})^2$

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음 조건을 만족시키는 자연수 p, q, n 에 대하여

$p+q+n$ 의 값은? (단, p 는 소수이다.)

$$(가) \quad {}_{15}C_4 + {}_nC_{10} = {}_{16}C_{11}$$

$$(나) \quad {}_{10}C_0 + {}_{10}C_2 2^2 + {}_{10}C_4 2^4 + {}_{10}C_6 2^6 + {}_{10}C_8 2^8 + {}_{10}C_{10} 2^{10} \\ = \frac{p^q + 1}{2}$$

- ① 25 ② 26
③ 27 ④ 28
⑤ 29

18. 다음을 주어진 다항식,

$$(x+1)^{12} + x(x+1)^{11} + x^2(x+1)^{10} + \cdots + x^9(x+1)^3$$

에서 x^{10} 의 계수를 구하면?

- ① 76 ② 219
③ 220 ④ 285
⑤ 286

**19. p 가 소수일 때, $\left(x + \frac{p}{x}\right)^n$ 의 x 에 대한 전개식에
서 상수항이 160이다. 두 수 n, p 의 합 $n+p$ 의
값은? (단, n 은 자연수이다.)**

- ① 7 ② 8
③ 9 ④ 10
⑤ 11

20. x 에 대한 다항식 $(x+8)^n$ 과

$(x^2-4)(x+2)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게
되는 자연수 n 의 값은?

- ① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] $(3x+y)^6$ 의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r(3x)^{6-r}y^r$

$\left(2+\frac{1}{2xy}\right)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_s 2^{6-s} \left(\frac{1}{2xy}\right)^s = {}_6C_s \times 2^{6-2s} \times x^{-s} y^{-s}$$

$(3x+y)^6 \left(2+\frac{1}{2xy}\right)^6$ 의 전개식에서 xy 이 되는 경우는

$$x^3 y^3 \times x^{-2} y^{-2} \text{이다.}$$

$$r=3 \text{일 때 } {}_6C_3 (3x)^3 y^3 = 540 x^3 y^3$$

$$s=2 \text{일 때 } {}_6C_2 \times 2^2 \times x^{-2} y^{-2} = 60 x^{-2} y^{-2}$$

따라서 xy 의 계수는

$$540 \times 60 = 32400$$

2) [정답] ④

[해설] 이항정리를 이용하면

$${}_{10}C_0 \times 5^{10} + {}_{10}C_1 \times 5^9 + {}_{10}C_2 \times 5^8 + \cdots + {}_{10}C_{10}$$

$$= (5+1)^{10} = 6^{10} = 2^{10} \times 3^{10}$$

$N=2^{10} \times 3^{10}$ 이므로 양의 약수의 개수는

$$11 \times 11 = 121$$

3) [정답] ①

[해설] $(x+a)^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7C_r x^{7-r} a^r = {}_7C_r a^r x^{7-r}$$

이때 x^5 의 계수가 84이므로

$$x^{7-r} = x^5 \text{에서 } r=2$$

$${}_7C_2 a^2 = 84, \quad a^2 = 4$$

$$\therefore a=2$$

4) [정답] ②

[해설] $(2x+a)^6$ 의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r 2^r x^r a^{6-r}$

$$x^4 \text{의 계수는 } r=4 \text{일 때, } {}_6C_4 2^4 a^2 = 240 a^2$$

$$x^2 \text{의 계수는 } r=2 \text{일 때, } {}_6C_2 2^2 a^4 = 60 a^4$$

이때 x^4 의 계수가 x^2 의 계수의 2배이므로

$$240 a^2 = 2 \times 60 a^4, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

5) [정답] ④

[해설] $(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

$(2+x^2)^n$ 의 전개식의 일반항은

$${}_nC_r x^{2r} 2^{n-r} = {}_nC_r 2^{n-r} x^{2r}$$

$(x-1)^4 (2+x^2)^n$ 의 전개식에서 x^2 이 되는 경우는 $x^2 \times x^0 = x^0 \times x^2$ 이다.

$$2r=0 \text{에서 } r=0, \quad 6x^2 \times {}_nC_0 2^n = 6 \times 2^n x^2$$

$$2r=2 \text{에서 } r=1, \quad 1 \times {}_nC_1 2^{n-1} x^2 = n \times 2^{n-1} x^2$$

따라서 x^2 의 계수는 $(12+n)2^{n-1}$ 이다.

한편 $(x-1)^4 (2+x^2)^n$ 의 전개식에서 x^3 이 되는 경우는 $x^3 \times x^0 = x^1 \times x^2$ 이다.

$$2r=0 \text{에서 } r=0, \quad -4x^3 \times {}_nC_0 2^n = -2^{n+2} x^3$$

$$2r=2 \text{에서}$$

$$r=1,$$

$$-4x \times {}_nC_1 2^{n-1} x^2 = -n \times 2^{n+1} x^3$$

따라서 x^3 의 계수는 $-(2+n)2^{n+1}$ 이다.

x^2 의 계수와 x^3 의 계수의 절댓값의 비가 9:16이므로

$$(12+n)2^{n-1} : (2+n)2^{n+1} = 9:16$$

$$(12+n) : 4(2+n) = 9:16$$

$$9(2+n) = 4(12+n)$$

$$5n = 30 \quad \therefore n = 6$$

6) [정답] ⑤

[해설] $\left(x - \frac{a}{x}\right)^8$ 의 전개식의 일반항은

$${}_8C_r x^{8-r} \left(-\frac{a}{x}\right)^r = {}_8C_r (-a)^r x^{8-2r}$$

이때 상수항이 280이므로

$$x^{8-2r} = x^0 \text{에서 } r=4$$

$${}_8C_4 (-a)^4 = 280, \quad a^4 = 4 \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

따라서 x^2 의 계수는 $x^{8-2r} = x^2$ 에서 $r=3$ 일 때이므로

$${}_8C_3 (-\sqrt{2})^3 = -112\sqrt{2}$$

7) [정답] ②

[해설] $\left(3x^2 + \frac{k}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (3x^2)^{5-r} \left(\frac{k}{x}\right)^r = {}_5C_r 3^{5-r} k^r x^{10-3r}$$

이때 x^4 의 계수가 1080이므로

$$x^{10-3r} = x^4 \text{에서 } r=2$$

$${}_5C_2 3^3 k^2 = 1080, \quad k^2 = 4 \quad \therefore k = -2$$

8) [정답] ⑤

[해설] $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7C_r (x^2)^{7-r} \left(\frac{k}{x}\right)^r = {}_7C_r k^r x^{14-3r}$$

이때 $\frac{1}{x^4}$ 의 계수가 448이므로

$$x^{14-3r} = x^{-4} \text{에서 } r=6$$

$${}_7C_6 k^6 = 448, \quad k^6 = 64 \quad \therefore k = -2$$

따라서 x^8 의 계수는 $x^{14-3r} = x^8$ 에서 $r=2$

$${}_7C_2 k^2 = 84$$

9) [정답] ⑤

[해설] 회장이 뽑히는 경우의 수는 ${}_{11}C_3$.

회장이 뽑히지 않는 경우의 수는 ${}_{11}C_4$ 이다.

이때 두 사건이 동시에 일어나지 않으므로 구하

$$\text{는 경우의 수는 } {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 = {}_{12}C_4 = 495$$

$$\therefore p+q+r=990$$

10) [정답] ③

[해설] ${}_n C_0 + {}_n C_2 + {}_n C_4 + {}_n C_6 + \dots$

$$\dots + {}_n C_{2n-2} + {}_n C_{2n} = 2^{2n-1} \text{ 이므로}$$

$${}_n C_2 + {}_n C_4 + {}_n C_6 + \dots + {}_n C_{2n-2} = 2^{2n-1} - 2$$

$$2^{2n-1} - 2 = 510, \quad 2^{2n-1} = 2^9$$

$$\therefore n=5$$

11) [정답] ③

[해설] ${}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + \dots + {}_n C_n = 2^n$ 에서

$${}_n C_1 + {}_n C_2 + {}_n C_3 + \dots + {}_n C_{n-1} = 2^n - {}_n C_0 - {}_n C_n$$

$$= 2^n - 2$$

$$2000 < 2^n - 2 < 3000, \quad 2002 < 2^n < 3002$$

$$\text{이때 } 2^{11} = 2048, \quad 2^{12} = 4096 \text{ 이므로 } n=11$$

12) [정답] ①

[해설] ${}_{11}C_0 - {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 - {}_{11}C_3 + \dots$

$$\dots + {}_{11}C_{10} - {}_{11}C_{11} = 0 \text{ 이므로}$$

$${}_{11}C_0 - {}_{11}C_{11} = {}_{11}C_1 - {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 - \dots - {}_{11}C_{10}$$

$$\therefore {}_{11}C_1 - {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 - \dots - {}_{11}C_{10} = 0$$

13) [정답] ①

[해설] ${}_n C_r + {}_n C_{r+1} = {}_{n+1} C_{r+1} = {}_{n+1} C_{n-r}$ 에서

$${}_{n+1} C_{r+1} = {}_{18} C_{r+3} \text{ 또는 } {}_{n+1} C_{n-r} = {}_{18} C_{r+3}$$

$$r+1 \neq r+3 \text{ 이므로 } n+1=18, \quad n-r=r+3$$

$$n=17, \quad r=7 \quad \therefore n+r=24$$

14) [정답] ③

[해설] $(1+x)^n$ 의 전개식의 일반항은 ${}_n C_r x^r$ 이다.

$$(1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \dots + (1+x)^{12} \text{의}$$

전개식에서 x^2 의 계수는

$${}_2 C_2 + {}_3 C_2 + {}_4 C_2 + {}_5 C_2 + {}_6 C_2 + {}_7 C_2 + {}_8 C_2 + {}_9 C_2$$

$$+ {}_{10} C_2 + {}_{11} C_2 + {}_{12} C_2$$

$$= {}_3 C_3 + {}_3 C_2 + {}_4 C_2 + {}_5 C_2 + {}_6 C_2 + {}_7 C_2 + {}_8 C_2 + {}_9 C_2$$

$$+ {}_{10} C_2 + {}_{11} C_2 + {}_{12} C_2$$

$$= {}_4 C_3 + {}_4 C_2 + {}_5 C_2 + {}_6 C_2 + {}_7 C_2 + {}_8 C_2 + {}_9 C_2$$

$$+ {}_{10} C_2 + {}_{11} C_2 + {}_{12} C_2$$

\vdots

$$= {}_{12} C_3 + {}_{12} C_2 = {}_{13} C_3$$

$$(1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \dots + (1+x)^{12} \text{의}$$

전개식에서 x^3 의 계수는

$${}_3 C_3 + {}_4 C_3 + {}_5 C_3 + {}_6 C_3 + {}_7 C_3 + {}_8 C_3 + {}_9 C_3$$

$$+ {}_{10} C_3 + {}_{11} C_3 + {}_{12} C_3$$

$$= {}_4 C_4 + {}_4 C_3 + {}_5 C_3 + {}_6 C_3 + {}_7 C_3 + {}_8 C_3 + {}_9 C_3$$

$$+ {}_{10} C_3 + {}_{11} C_3 + {}_{12} C_3$$

$$= {}_5 C_4 + {}_5 C_3 + {}_6 C_3 + {}_7 C_3 + {}_8 C_3 + {}_9 C_3$$

$$+ {}_{10} C_3 + {}_{11} C_3 + {}_{12} C_3$$

\vdots

$$= {}_{12} C_4 + {}_{12} C_3 = {}_{13} C_4$$

$$\therefore a_2 + a_3 = {}_{14} C_4$$

15) [정답] ③

[해설] $(2x+a)^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7 C_r (2x)^r a^{7-r} = {}_7 C_r 2^r a^{7-r} x^r$$

이때 x^3 의 계수가 70이므로 $r=3$ 에서

$${}_7 C_3 2^3 a^4 = 70, \quad a^4 = \frac{1}{4} \quad \therefore a^2 = \frac{1}{2}$$

따라서 x^5 의 계수는 $r=5$ 일 때이므로

$${}_7 C_5 2^5 a^2 = 336$$

16) [정답] ⑤

[해설] $\neg. {}_{12} C_6 (-1)^6 (x^2)^6 = {}_{12} C_6 x^{12}$

$$\sqsubset. ({}_6 C_0)^2 + ({}_6 C_1)^2 + \dots + ({}_6 C_6)^2$$

$$= {}_6 C_0 \times {}_6 C_6 + {}_6 C_1 \times {}_6 C_5 + \dots + {}_6 C_6 \times {}_6 C_0$$

이므로 구하는 값은 $(1+x)^6 (1+x)^6$ 의 전개식에서 x^6 의 계수와 같다.

$$\therefore ({}_6 C_0)^2 + ({}_6 C_1)^2 + \dots + ({}_6 C_6)^2 = {}_{12} C_6 \text{ (참)}$$

$$\sqsupset. ({}_{12} C_0)^2 - ({}_{12} C_1)^2 + \dots + ({}_{12} C_{12})^2$$

$$= {}_{12} C_0 \times {}_{12} C_{12} - {}_{12} C_1 \times {}_{12} C_{11} + \dots + {}_{12} C_{12} \times {}_{12} C_0$$

이므로 구하는 값은 $(1+x)^{12} (1-x)^{12}$ 의 전개식에서 x^{12} 의 계수와 같다.

$$\therefore ({}_{12} C_0)^2 - ({}_{12} C_1)^2 + \dots + ({}_{12} C_{12})^2 = {}_{12} C_6 \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 $\neg, \sqsubset, \sqsupset$ 이다.

17) [정답] ④

[해설] (가) ${}_{15} C_4 + {}_n C_{10} = {}_{16} C_{11}$

$${}_{15} C_{11} + {}_n C_{10} = {}_{16} C_{11} \text{ 이므로 } n=15$$

$$\text{(나) } (1+2)^{10}$$

$$= {}_{10} C_0 + {}_{10} C_1 \times 2 + \dots + {}_{10} C_{10} \times 2^{10} \quad \dots \quad \textcircled{A}$$

$$(1-2)^{10}$$

$$= {}_{10} C_0 + {}_{10} C_1 \times (-2) + \dots + {}_{10} C_{10} \times 2^{10} \quad \dots \quad \textcircled{B}$$

$(\textcircled{A} + \textcircled{B}) \div 2$ 을 계산하면 구하는 식이 나온다.

$$\frac{(1+2)^{10} + (1-2)^{10}}{2} = \frac{3^{10} + 1}{2}$$

$$\text{따라서 } p=3, \quad q=10$$

$$p+q+n=3+10+15=28$$

18) [정답] ④

[해설] x^{10} 의 계수는

$${}_3 C_1 + {}_4 C_2 + \dots + {}_{11} C_9 + {}_{12} C_{10} = {}_{13} C_{10} - 1 = 285$$

19) [정답] ②

[해설] $\left(x + \frac{p}{x}\right)^n$ 의 전개식에서 상수항이 나오려면 n

은 짝수여야 한다. 따라서 $n=2k$ 라 놓고

$\left(x + \frac{p}{x}\right)^{2k}$ 의 전개식에서 상수항은

${}_{2k}C_k \times p^k = 2^5 \times 5$ 이므로 $k=3, p=2$ 가 나온다.

$k=3$ 이므로 $n=6$ 이다.

따라서 $n+p=8$

20) [정답] ②

[해설] $(x+8)^n$ 의 x^{n-1} 의 계수는 ${}_nC_{n-1} \times 8 = 8n$

$(x^2-4)(x+2)^n$ 의 x^{n-1} 의 계수가 되는 경우는

(i) (x^2-4) 의 x^2 의 계수와 $(x+2)^n$ 의 x^{n-3} 의

계수의 곱 $1 \times {}_nC_{n-3} \times 2^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \times 8$

(ii) (x^2-4) 의 상수항과 $(x+2)^n$ 의 x^{n-1} 의 계수

의 곱 $-4 \times {}_nC_{n-1} \times 2 = -4 \times 2n$

(i), (ii)를 더한 것과 $8n$ 이 같다.

$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \times 8 - 4 \times 2n = 8n$

$n=5$