



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시  
1) 제작연월일 : 2020-07-13  
2) 제작자 : 교육지대(주)  
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초  
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호  
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무  
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법  
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

### 개념check

#### [역함수와 그 성질]

함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때,  $x \in X, y \in Y$ 에 대해

- (1)  $f$ 의 역함수  $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 가 존재한다.
- (2)  $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$
- (3)  $(f^{-1} \circ f)(x) = x, (f \circ f^{-1})(y) = y$
- (4)  $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$

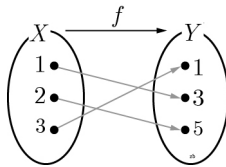
#### [역함수의 그래프]

함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는  
직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

### 기본문제

[문제]

1. 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 그림이 다음과 같을 때,  
 $f(2) + f^{-1}(5)$ 의 값은?



- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

[예제]

2. 함수  $y = 3x - 9$ 의 역함수를  $f(x)$ 라 할 때,  
 $f(x) = ax + b$ 라면,  $ab$ 의 값은?

- ① -1
- ② 1
- ③ -2
- ④ 2
- ⑤ 3

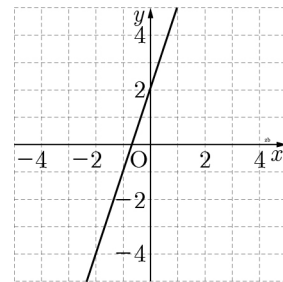
[문제]

3. 다음 중 함수  $y = \frac{1}{3}x - 2$ 의 역함수는?

- ①  $y = -3x - 6$
- ②  $y = -3x - 2$
- ③  $y = -2$
- ④  $y = 3x + 2$
- ⑤  $y = 3x + 6$

[문제]

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프를 이용하여 그 역함수  
 $y = f^{-1}(x)$ 를 바르게 구한 것은?



- ①  $y = \frac{1}{2}x - 1$
- ②  $y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$
- ③  $y = \frac{1}{3}x - 2$
- ④  $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$
- ⑤  $y = -\frac{1}{3}x + 2$

### 평가문제

[스스로 확인하기]

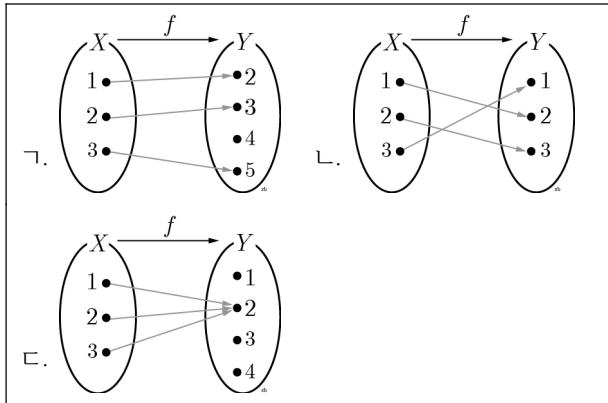
5. 다음 (가), (나)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?

- \* 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는  
직선  $(\quad)$ 에 대하여 대칭이다.
- \* 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때,  
역함수  $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 에 대하여  $f^{-1}(f(x)) = (\quad)$ 와  
 $(f^{-1}(x))^{-1} = (\quad)$ 를 만족한다.

- ① (가) :  $y = x$       (나) :  $x$       (다) :  $f(x)$
- ② (가) :  $y = x$       (나) :  $f(x)$       (다) :  $f(x)$
- ③ (가) :  $y = -x$       (나) :  $x$       (다) :  $f(x)$
- ④ (가) :  $y = -x$       (나) :  $f(x)$       (다) :  $f^{-1}(x)$
- ⑤ (가) :  $y = 0$       (나) :  $x$       (다) :  $f^{-1}(x)$

[스스로 확인하기]

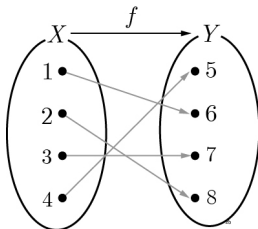
6. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 함수를 있는 대로 고른 것은?



- ① 가                      ② 나  
③ 가, 나                ④ 가, 다  
⑤ 나, 다

[스스로 확인하기]

7. 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 다음 그림과 같을 때,



$f^{-1}(5) + f(3)$ 의 값은?

- ① 10                      ② 11  
③ 12                      ④ 13  
⑤ 14

[스스로 확인하기]

8. 함수  $f(x) = 3x - a$ 의 역함수가  $f^{-1}(x) = bx + 2$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ① 2                      ② 3  
③ 4                      ④ 5  
⑤ 6

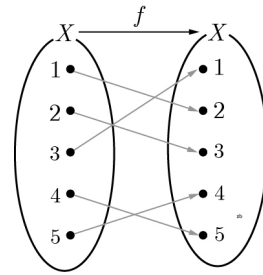
[스스로 확인하기]

9. 함수  $y = 4x - 6$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 만나는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때 두 상수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ① 3                      ② 4  
③ 5                      ④ 6  
⑤ 7

[스스로 확인하기]

10. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때,  $X$ 에서  $X$ 로의 두 일대일 대응  $f, g$ 가 있다. 함수  $f$ 는 다음 그림과 같고,

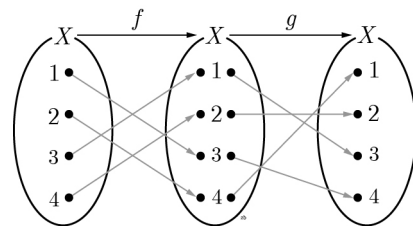


$f \circ g = g \circ f$ ,  $g^{-1}(3) = 1$ 일 때,  $g^{-1}(2)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2  
③ 3                      ④ 4  
⑤ 5

[스스로 마무리 하기]

11. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 이고  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 다음 그림과 같을 때,  $(f^{-1} \circ g)(2) + (f \circ g)^{-1}(3)$ 의 값은?



- ① 4                      ② 5  
③ 6                      ④ 7  
⑤ 8

[스스로 마무리 하기]

12. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 4$ 에 대하여  $(g \circ f^{-1})(a) = -5$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 16                      ② 17  
③ 18                      ④ 19  
⑤ 20

[스스로 마무리 하기]

13. 두 함수  $f(x) = x + a$ ,  $g(x) = ax + b$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(x) = 2x - 4$ 일 때,  $g^{-1}(-4)$ 의 값은?  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 0                                  ② 1  
 ③ 2                                  ④ 3  
 ⑤ 4

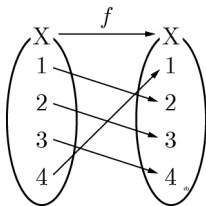
[스스로 마무리 하기]

14. 일대일대응인 함수  $f$ 가 모든 실수  $x$ 에서  
 $f^{-1}(2x+7) = x-5$ 를 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값은?

- ① 13                                  ② 14  
 ③ 15                                  ④ 16  
 ⑤ 17

유사문제

15. 다음 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.  
 $f(2) + f^{-1}(1)$ 의 값을 구하면?



- ① 4                                  ② 5  
 ③ 6                                  ④ 7  
 ⑤ 8

16. 함수 중 역함수가 존재하는 것만을 <보기>에서  
 있는 대로 고른 것은? (단, 정의역과 공역은 실수 전체이다.)

&lt;보기&gt;

㉠.  $f(x) = -x + 2$

㉡.  $f(x) = |x+1| - 2$

㉢.  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & (x > 1) \\ -x^2 + 2x + 1 & (x \leq 1) \end{cases}$

- ① ㉠                                  ② ㉡  
 ③ ㉠, ㉢                                  ④ ㉡, ㉢  
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

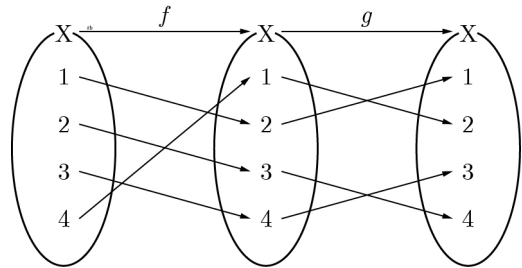
17. 함수  $y = 2x + 1$ 의 역함수가  $y = ax + b$ 일 때,  
 $a + b$ 의 값은?

- ① 0                                  ② 1  
 ③ 2                                  ④ 3  
 ⑤ 4

18. 두 함수  $f(x) = -5x + 1$ ,  $g(x) = 2x + 9$ 에 대하여  
 $(f^{-1} \circ g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1})(1)$ 의 값은?

- ① 1                                  ② 2  
 ③ 3                                  ④ 4  
 ⑤ 5

19. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 이고  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 다음 그림과 같을 때  
 $(g \circ f^{-1})(1) + (f \circ g)^{-1}(3)$ 의 값은?



- ① 3                                  ② 4  
 ③ 5                                  ④ 6  
 ⑤ 7

20. 함수  $y = f(x)$ 와 그 역함수  $y = 3x - 2$ 의 그래프  
 가 만나는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때  $a + b$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{3}$                                   ②  $\frac{4}{3}$   
 ③ 1                                  ④ 2  
 ⑤ 4



## 정답 및 해설

## 1) [정답] ⑤

[해설] 함수  $f(x)$ 는 일대일대응이므로 역함수가 존재하고  $f(2)=5$ ,  $f^{-1}(5)=2$ 이므로  $f(2)+f^{-1}(5)=7$ 이다.

## 2) [정답] ②

[해설]  $y=3x-9$ 의 역함수는

$$y=\frac{1}{3}x+3 \text{이므로 } f(x)=\frac{1}{3}x+3$$

$$a=\frac{1}{3}, b=3$$

따라서  $ab=1$

## 3) [정답] ⑤

[해설]  $y=\frac{1}{3}x-2$ 의 역함수를 구하면

$$3(y+2)=x$$

$x, y$ 를 서로 바꾸면

$$y=3x+6$$

이 함수가  $y=\frac{1}{3}x-2$ 의 역함수이다.

## 4) [정답] ④

[해설] 주어진 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 점  $(0, 2)$ 와 점  $(-1, -1)$ 를 지나므로

역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는

점  $(2, 0)$ 과 점  $(-1, -1)$ 를 지날 것이다.

$$\text{따라서 } y=\frac{0-(-1)}{2-(-1)}(x-2)=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$$

즉, 주어진 함수의 역함수는  $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 이다.

## 5) [정답] ①

[해설] \* 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

\* 함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때,

역함수  $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 에 대하여

$f^{-1}(f(x))=x$ 와  $(f^{-1}(x))^{-1}=f(x)$ 를 만족한다.

## 6) [정답] ②

[해설] 역함수가 존재하기 위해서는 일대일대응이어야 한다.

ㄱ. 치역과 공역이 같지 않으므로 일대일대응이 아니다.

ㄴ. 일대일대응이다.

ㄷ. 상수함수이므로 일대일대응이 아니다.

따라서 역함수가 존재하는 함수는 ㄴ이다.

## 7) [정답] ②

[해설]  $f(4)=5$ 이므로  $f^{-1}(5)=4$ 이다.

따라서  $f^{-1}(5)+f(3)=4+7=11$ 이다.

## 8) [정답] ①

[해설]  $f(x)=3x-a$ 이므로

$$y=3x-a$$

$$x=3y-a$$

$$y=\frac{1}{3}x+\frac{a}{3}$$

이 함수가  $f^{-1}(x)=bx+2$ 와 일치하므로

$$b=\frac{1}{3}, a=6 \text{이다.}$$

따라서  $ab$ 의 값은 2이다.

## 9) [정답] ②

[해설] 함수  $y=4x-6$ 와 역함수가 만나는 교점은

$y=x$  위에 있으므로 교점의 좌표는  $(a, a)$ 이다.

$$a=4a-6$$

$$6=3a$$

$$a=2$$

따라서 교점의 좌표는  $(2, 2)$ 이므로

$$2+2=4 \text{이다.}$$

## 10) [정답] ①

[해설]  $g^{-1}(3)=1$ 이므로  $g(1)=3$ 이다.

$$f(g(1))=g(f(1)) \text{에서}$$

$$f(3)=1, f(1)=2 \text{이므로 위 식은}$$

$$1=g(2) \text{가 된다. 따라서 } g^{-1}(2)=1 \text{이다.}$$

## 11) [정답] ⑤

[해설]  $g(2)=2$ ,  $f^{-1}(2)=4$ ,  $f^{-1}(3)=1$ ,  $g^{-1}(1)=4$ 임을 알 수 있다.

$$\text{따라서 } (f^{-1} \circ g)(2) + (f \circ g^{-1})(3)$$

$$= f^{-1}(g(2)) + g^{-1}(f^{-1}(3))$$

$$= f^{-1}(2) + g^{-1}(1)$$

$$= 4 + 4 = 8$$

## 12) [정답] ②

[해설]  $(g \circ f^{-1})(a)=-5$ 에서

$$g(f^{-1}(a))=-5$$

$$f^{-1}(a)=g^{-1}(-5)$$

$$a=f(g^{-1}(-5))$$

$$g^{-1}(-5)=9, f(9)=17 \text{이므로}$$

$$a=f(g^{-1}(-5))=f(9)=17 \text{이다.}$$

## 13) [정답] ③

[해설]  $(g \circ f)(x)=g(x+a)=ax+a^2+b=2x-4$ 으로

$$a=2, a^2+b=-4$$

$$\text{즉, } a=2, b=-8$$

$$g(x)=2x-8 \text{이므로 } g^{-1}(x)=\frac{1}{2}x+4$$

$$g^{-1}(-4)=2$$

## 14) [정답] ③

[해설]  $f^{-1}(2x+7)=x-5$ 이므로

역함수의 성질에 의해

$$f(x-5)=2x+7 \text{이다.}$$

$x=4$ 를 대입하면

$$f(-1)=8+7=15 \text{이다.}$$

15) [정답] ④

[해설]  $f(2)+f^{-1}(1)=3+4=7$

16) [정답] ①

[해설] 일대일대응함수를 찾으면 된다.

ㄱ. 감소함수이므로 일대일대응이다.

ㄴ.  $x \geq -1$ 이면 증가함수,  $x < -1$ 이면 감소함수  
이므로 일대일대응이 아니다.

ㄷ.  $y=2$ 에 대응되는  $x$ 의 값이  $x=1$ ,  $x=2$  두 개이  
므로 일대일대응이 아니다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

17) [정답] ①

[해설]  $y=2x+1$ 의 역함수를 구하면

$$x=2y+1$$

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \text{이므로 } a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$\therefore a+b=0$$

18) [정답] ①

[해설]  $(f^{-1} \circ g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1})(1)$

$$=(f^{-1} \circ g \circ g^{-1} \circ f)(1)=1$$

19) [정답] ②

[해설]  $(g \circ f^{-1})(1)=g(4)=3$

$$(f \circ g)^{-1}(3)=(g^{-1} \circ f^{-1})(3)=g^{-1}(2)=1$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(1)+(f \circ g)^{-1}(3)=4$$

20) [정답] ④

[해설] 함수  $y=f(x)$ 와 그 역함수  $y=3x-2$ 의  
그래프의 교점은 함수  $y=3x-2$ 와 함수  $y=x$ 의  
그래프의 교점과 같다.

$$3x-2=x$$

$$x=1$$

따라서 교점의 좌표는  $(1,1)$ 이므로  $a=1$ ,  $b=1$ 이다.

$$\therefore a+b=2$$