3-4-1.평행이동 신사고(고성은)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

[점의 평행이동]

점 P(x,y)를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동 한 점을 P'이라 하면

P'(x+m,y+n)

[도형의 평행이동]

방정식 f(x,y)=0이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 도형의 방정식은

f(x-m,y-n)=0

기본문제

- $oldsymbol{1}$. 점 A(2,4)를 x축의 방향으로 a만큼, y축 방향으 로 -6만큼 평행이동하였더니 원점 O로부터의 거리 가 처음 거리와 같아졌다. 양수 a의 값은?
 - ① 1

② 2

③ 3

4

(5) 5

[예제]

- **2.** 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식이 $x^2+y^2-6x-6y+17=0$ 일 때, a+b의 값은?
 - \bigcirc 2

- ② 4
- 3 6
- **(4)** 8
- (5) 10

- **3.** 직선 2x+y+6=0을 x축의 방향으로 3만큼, y축 의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식이 2x+py+q=0일 때, p+q의 값을 구하면?
 - ① 1

- ② 2
- ③ 3

(4) 4

⑤ 5

[문제]

- **4.** 직선 y = ax + b를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 밧향으로 -1만큼 평행이동하였더니 y=x+4와 수직이고 (-2,2)에서 만날 때, a+b의 값은?
 - (1) -1
- $\bigcirc 2 2$
- (3) 3
- (4) -4
- (5) 5

평가문제

[중단원 마무리]

- **5.** 두 점 A(2,a)와 B(b,4)를 각각 점 A'(4,1), B'(6,7)로 옮기는 평행이동이 있다. 이때 a+b의 값 은?
 - ① 1
- ② 2
- 3 3

4

(5) 5

[중단원 마무리]

- 6. 직선 3x+4y+7=0을 x축으로 a만큼 평행이 동한 직선과 3x+4y+7=0 사이의 거리가 3일 때, 양수 a의 값을 구하면?
 - ① 1
- ② 2
- ③ 3
- 4
- (5) 5

[중단원 마무리]

- **7.** 직선 6x-y-10=0을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 6x - y - 14 = 0와 일치하였다. 이 평행이동에 의하여 점 (-2,3)이 이동하는 점의 좌표는?
 - $\bigcirc (-2,5)$
- \bigcirc (-1,5)
- (0,5)
- (4) (1,5)
- (5)(2,5)

[중단원 마무리]

- **8.** 원 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 1$ 을 x축 방향으로 a만큼 평행이동한 원이 3x + 4y + 5 = 0과 접할 때, 양수 a의 값은?
 - 1 1

② 2

- ③ 3
- **4**
- **⑤** 5

- [중단원 마무리]

$$\exists x^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$(x+5)^2+(y-3)^2=9$$

$$\Box$$
. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$

$$\exists . \ x^2 + y^2 + 8x - 2y + 12 = 0$$

- 1 L
- ② 7. L
- ③ ∟, ⊏
- ④ ⊏, ≥
- ⑤ ∟, ⊏, ≥

- [중단원 마무리]
- **10.** 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 20$ 를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원이 2x-4y-12=0과 접할 때, 양수 a의 값을 구하면?
 - ① 5
- 2 7
- 3 9
- **4** 11
- ⑤ 13

- [중단원 마무리]
- **11.** 원 $x^2+y^2+6x-8y+9=0$ 을 y축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원이 직선 3x+4y+k=0와 접할 때, 가능한 k의 값은?
 - ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 23
- ⑤ 25

- [대단원 마무리]
- **12.** 직선 y=2x+4를 x축으로 a만큼, y축으로 2만큼 평행이동한 직선이 원 $x^2+y^2=16$ 과 접할 때, a의 값을 구하면?
 - ① $-3 \pm \sqrt{5}$
- ② $3 \pm \sqrt{5}$
- $3 3 \pm 2\sqrt{5}$
- (4) $3 \pm 2\sqrt{5}$
- $\bigcirc -3 \pm 3\sqrt{5}$

유사문제

- **13.** 좌표평면 위의 점 (2,3)을 x축의 방향으로 1, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는?
 - (3,5)
- \bigcirc (5,3)
- (2, -3)
- (4)(-2,3)
- (5) (-2, -3)
- **14.** 점 (1, -2) 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 점 (3, 5) 와 일 치하였다. 이때 상수 a, b 에 대하여 a+b 의 값은?
 - 1) 5
- ② 7
- ③ 9
- (4) 11
- (5) 13
- **15.** 직선 2x-5y+6=0을 x축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은?
 - ① 2x 5y 1 = 0
- ② 2x-5y+4=0
- 3 2x 5y + 7 = 0
- 4 2x + 5y 6 = 0
- (5) 2x + 5y 2 = 0
- **16.** 직선 5x-2y+8=0을 x축의 방향으로 a만큼 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형이 점 (1, -3)을 지날 때, a의 값은?
 - $\bigcirc -3$
- $\bigcirc -2$
- 3 2
- 4 2

⑤ 3

- **17.** 직선 y=4x+1을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원래의 직선과 일치하였다. 이때 $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a\neq 0$)
 - 1 1

② 2

- 3 3
- (4) 4
- **⑤** 5
- **18.** 원 $x^2+y^2+4x-6y+5=0$ 을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 원 $x^2+y^2=c$ 와 일치하였다. 이때 상수 a+b+c의 값은?
 - $\bigcirc -6$
- $\bigcirc -5$
- 3 5
- **4** 6
- **⑤** 7
- **19.** 원 $(x+1)^2+(y-1)^2=13$ 을 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 하였더니 직선 $y=\frac{3}{2}x-3$ 과 접하였다. 이때, 모든 a의 값의 합은?
 - $\bigcirc -12$
- \bigcirc -11

- 3 3
- **4** 5

- ⑤ 7
- **20.** 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x-k, y+2)$ 에 의하여 원 $x^2+y^2=9$ 가 옮겨지는 원이 직선 3x+4y-2=0과 접할 때, 모든 k의 값의 합은?
 - 1 2
- ② 3
- 3 4
- **4** 5
- **⑤** 6

4

정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] 점 A(2,4)를 x축의 방향으로 a만큼, y축 방향으로 -6만큼 평행이동하면 A'(a+2,-2) $\overline{OA} = \overline{OA'}$ 이므로 $2\sqrt{5} = \sqrt{(a+2)^2+4}$ $20 = a^2 + 4a + 8$, $a^2 + 4a - 12 = (a+6)(a-2) = 0$ 따라서 a > 0이므로 a = 2

2) [정답] ③

[해설] $x^2 + y^2 = 1$

x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$$

이때
$$x^2+y^2-6x-6y+17=0$$
을 변형하면

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$$

따라서
$$a=3$$
, $b=3$ 이고 $a+b=6$

3) [정답] ③

[해설] 2x+y+6=0을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 이동하면 $2(x-3)+(y+2)+6=0,\ 2x+y+2=0$ 따라서 $p=1,\ q=2$ 이고 p+q=3

4) [정답] ③

[해설] y = ax + b을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 이동하면 y + 1 = a(x - 3) + b, y = ax - 3a + b - 1

한편 y=x+4와 수직이고 (-2,2)를 지나는 직 선은 y=-x

따라서 a=-1, b=-2이고 a+b=-3

5) [정답] ②

[해설] A(2,a)을 $A^{'}(4,1)$ 로 옮기는 평행이동은 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1-a만큼 이동하는 것이고,

B(b,4)을 B'(6,7)로 옮기는 평행이동은 x축의 방향으로 6-b만큼, y축의 방향으로 3만큼 이동하는 것이다.

그러므로 1-a=3, 2=6-b따라서 a=-2, b=4이고 a+b=2

6) [정답] ⑤

3x+4y+7=0 위의 섬 (-1,-1)과 3x+4y+7-3a=0 사이의 거리느

3x+4y+7-3a=0 사이의 거리는

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3a}{5} = 3$$

따라서 a=5

7) [정답] ②

[해설] 직선
$$6x-y-10=0$$
을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $6(x-a)-(y-2)-10=0$, $6x-y-6a-8=0$ 이때, $6x-y-6a-8=6x-y-14=0$ 이므로 $a=1$ 한편 점 $(-2,3)$ 을 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의

방향으로 2만큼 평행이동하면 <math>(-1,5)

8) [정답] ②

[해설] 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=1$ 을 x축 방향으로 a만 큼 평행이동하면 $(x-2-a)^2+(y+3)^2=1$ 그러므로 원 $(x-2-a)^2+(y+3)^2=1$ 의 중심 (2+a,-3)과 직선 3x+4y+5=0 사이의 거리는 원의 반지름과 같다.

$$\frac{|3a-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1, \ |3a-1| = 5$$

따라서 $a>0$ 이므로 $a=2$

9) [정답] ③

[해설] 주어진 원 $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ 에서 $(x-1)^2+(y+1)^2=9$ 다. $x^2+y^2-4x-6y+4=0$ 에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=9$ 라. $x^2+y^2+8x-2y+12=0$ 에서 $(x+4)^2+(y-1)^2=5$ 원을 평행이동하여도 반지름의 길이는 변하지 않으므로 주어진 원과 겹쳐질 수 있는 것은 나, 다이다.

10) [정답] ③

[해설] 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 20$ 를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $(x-3-a)^2 + (y+2)^2 = 20$

원 $(x-3-a)^2+(y+2)^2=20$ 의 중심 (3+a,-2)와 직선 2x-4y-12=0 사이의 거리는 원의 반지름과 같다.

$$\frac{|2a+2|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}}=2\sqrt{5}\;,\;\;|2a+2|=20$$

따라서 $a>0$ 이므로 $a=9$

11) [정답] ⑤

[해설] 원 $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$ 에서

 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$ 을 y축의 방향으로 -3만 큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$$

이 원이 직선 3x+4y+k=0과 접하므로

$$\frac{|3 \times (-3) + 4 \times 1 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4, |k - 5| = 20$$

따라서 k=25 또는 k=-15

12) [정답] ④

[해설] 직선 y=2x+4를 x축으로 a만큼, y축으로 2

만큼 평행이동하면 y-2=2(x-a)+4, y=2x-2a+6 원 $x^2+y^2=16$ 의 중심인 원점과 직선 y=2x-2a+6 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 4와 같아야 하므로 $\frac{|-2a+6|}{\sqrt{5}}=4,\;|-2a+6|=4\sqrt{5}$ 따라서 $a=3\pm2\sqrt{5}$

13) [정답] ①

[해설] 점 (2,3)을 x축의 방향으로 1만큼, y축 방향으로 2만큼 평행이동하면 (3,5)이다.

14) [정답] ③

[해설] 점 (1,-2)를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 (1+a,-2+b)이 므로 1+a=3,-2+b=5이다. 따라서 a=2,b=7이고 a+b=9이다.

15) [정답] ③

[해설]
$$2(x-2)-5(y-1)+6=0$$

 $\therefore 2x-5y+7=0$

16) [정답] ⑤

[해설] 직선 5x-2y+8=0을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 하면 5(x-a)-2(y+2)+8=0이고 점 (1,-3)을 지나므로 5-5a+10=0이다. $\therefore a=3$

17) [정답] ④

[해설]
$$y-b=4(x-a)+1$$

 $y=4x-4a+b+1$
 $-4a+b+1=1$
 $\therefore \frac{b}{}=4$

18) [정답] ⑤

[해설] 원
$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 = 0$$
 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 8$ 의 중심 $(-2, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $(0, 0)$ 이므로 $(-2+a, 3+b) = (0, 0)$
 $a=2, b=-3$
반지름의 길이는 변함없으므로 $c=8$
∴ $a+b+c=7$

19) [정답] ②

[해설] 원
$$(x+1)^2+(y-1)^2=13$$
을 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면 $(x+1)^2+(y-a-1)^2=13$ 이다. 이 원이 직선 $3x-2y-6=0$ 과 접하므로 원의 중심 $(-1,\ a+1)$ 과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

20) [정답] ③

[해설] x축의 방향으로 -k만큼 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 원의 중심은 (-k,2)가 되고 점 (-k,2)에서 3x+4y-2=0 사이의 거리는 반지름인 3과 같다.

$$\frac{|-3k+8-2|}{\sqrt{9+16}} = 3, \ |-3k+6| = 15$$
이므로

k = -3,7이다.

그러므로 모든 k값들의 합은 4이다.