● 2회차

01 ④	02 ①	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ⑤	07 ①	08 ⑤	09 ③	10 ④
11 ④	12 ③	13 ①	14 ④	15 ⑤
16 ④	17 ②			

[서술형 1] 8
[서술형 2] 1440
[서술형 3] 120

01 $f(6)=\sqrt{6+3}-2=1$이므로

$(g\circ f)(6)=g(f(6))=g(1)$
$=5\cdot1-3=2$

02 $f^{-1}(5)=-3$에서 $f(-3)=5$이므로

$-3a-1=5,\ -3a=6 \qquad \therefore a=-2$

03 $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x+1}$

$=\dfrac{x(x+1)+(x-1)(x+1)-2x(x-1)}{x(x-1)(x+1)}$

$=\dfrac{x^2+x+x^2-1-2x^2+2x}{x(x-1)(x+1)}$

$=\dfrac{3x-1}{x(x-1)(x+1)}$

따라서 $a=3,\ b=-1$이므로

$a-b=3-(-1)=4$

다른 풀이

$\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{ax+b}{x(x-1)(x+1)}$이므로 양변에

$x(x-1)(x+1)$을 곱하면

$x(x+1)+(x-1)(x+1)-2x(x-1)=ax+b$

$x^2+x+x^2-1-2x^2+2x=ax+b$

$\therefore 3x-1=ax+b$

따라서 $a=3,\ b=-1$이므로

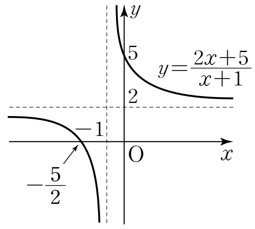
$a-b=3-(-1)=4$

04 $y=\dfrac{3x-5}{x-2}=\dfrac{3(x-2)+1}{x-2}=\dfrac{1}{x-2}+3$이므로 함수 $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=2,\ y=3$

05 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}=\dfrac{2(x+1)+3}{x+1}=\dfrac{3}{x+1}+2$

즉 함수 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$의 그래프는 함수 $y=\dfrac{3}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



① 정의역은 $\{x\,|\,x\neq-1$인 실수$\}$이다.
② 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지난다.
③ $x=0$을 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$에 대입하면 $y=5$
즉 그래프와 y축의 교점의 좌표는 $(0,\ 5)$이다.
④ 그래프는 점 $(-1,\ 2)$를 지나고 기울기가 -1인 직선에 대하여 대칭이므로 $y=-(x+1)+2$, 즉 $y=-x+1$에 대하여 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

06 $f^1(4)=f(4)=-\dfrac{1}{4-1}=-\dfrac{1}{3}$

$f^2(4)=f(f^1(4))=f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{1}{-\dfrac{1}{3}-1}=\dfrac{3}{4}$

$f^3(4)=f(f^2(4))=f\left(\dfrac{3}{4}\right)=-\dfrac{1}{\dfrac{3}{4}-1}=4$

$f^4(4)=f(f^3(4))=f(4)=-\dfrac{1}{3}$

$\vdots$

즉 $f^n(4)$의 값은 $-\dfrac{1}{3},\ \dfrac{3}{4},\ 4$가 이 순서대로 반복된다.

이때 $12=3\cdot4$이므로

$f^{12}(4)=f^3(4)=4$

07 $x-3\geq0$에서 $x\geq3$이므로 주어진 함수의 정의역은

$\{x\,|\,x\geq3\} \qquad \therefore a=3$

또 $-\sqrt{x-3}\leq0$에서 $-\sqrt{x-3}+2\leq2$이므로 주어진 함수의 치역은

$\{y\,|\,y\leq2\} \qquad \therefore b=2$

$\therefore a-b=3-2=1$

08 $(h\circ g)(x)=h(g(x))=h(\sqrt{2x-1}+1)$

이때 $(h\circ g)(x)=f(x)$이므로

$h(\sqrt{2x-1}+1)=\dfrac{2x+5}{x-2}$ …… ㉠

이때 $\sqrt{2x-1}+1=2$가 되는 x의 값을 구하면

$\sqrt{2x-1}=1$

양변을 제곱하면 $2x-1=1$

$2x=2$ $\quad\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면

$h(2)=\dfrac{2\cdot 1+5}{1-2}=-7$

09 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{ax}\,(a<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$y=\sqrt{a(x-3)}-2$ …… ㉠

㉠의 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=\sqrt{-3a}-2$, $3=\sqrt{-3a}$

$9=-3a$ $\quad\therefore a=-3$

$a=-3$을 ㉠에 대입하면

$y=\sqrt{-3(x-3)}-2=\sqrt{-3x+9}-2$

이므로 $b=9$, $c=-2$

$\therefore a+b+c=-3+9+(-2)=4$

오답 피하기

주어진 그래프가 왼쪽 방향으로 뻗어나가므로 $a<0$임을 알 수 있다.

10 $y=-\sqrt{2-x}+b=-\sqrt{-(x-2)}+b$이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것이다.

즉 함수 $y=-\sqrt{2-x}+b$는 $x=-2$일 때 최솟값 -2를 가지므로

$-2=-\sqrt{2-(-2)}+b$ $\quad\therefore b=0$

따라서 함수 $y=-\sqrt{2-x}$는 $x=a$일 때 최댓값 -1을 가지므로 $-1=-\sqrt{2-a}$

$2-a=1$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore a+b=1+0=1$

Lecture **무리함수의 최댓값과 최솟값**

정의역이 $\{x\,|\,p\le x\le q\}$일 때

(1) 함수 $f(x)=\sqrt{ax+b}+c$에 대하여

① $a>0$일 때, 최댓값은 $f(q)$, 최솟값은 $f(p)$

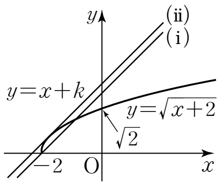
② $a<0$일 때, 최댓값은 $f(p)$, 최솟값은 $f(q)$

(2) 함수 $f(x)=-\sqrt{ax+b}+c$에 대하여

① $a>0$일 때, 최댓값은 $f(p)$, 최솟값은 $f(q)$

② $a<0$일 때, 최댓값은 $f(q)$, 최솟값은 $f(p)$

11 함수 $y=\sqrt{x+2}$의 그래프는 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.



(i) 직선 $y=x+k$가 점 $(-2, 0)$을 지날 때

$0=-2+k$

$\therefore k=2$

(ii) 직선 $y=x+k$가 함수 $y=\sqrt{x+2}$의 그래프에 접할 때

$x+k=\sqrt{x+2}$의 양변을 제곱하면

$x^2+2kx+k^2=x+2$

$\therefore x^2+(2k-1)x+k^2-2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=(2k-1)^2-4\cdot 1\cdot(k^2-2)=0$

$-4k+9=0$ $\quad\therefore k=\dfrac{9}{4}$

따라서 주어진 함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 직선이 (i)이거나 (i)과 (ii) 사이에 있을 때이므로

$2\le k<\dfrac{9}{4}$

12 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 두 눈의 수의 합이 3인 경우는

$(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

(ii) 두 눈의 수의 합이 8인 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$의 5가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$2+5=7$

13 x, y는 자연수이므로

(ⅰ) $y=1$을 주어진 부등식에 대입하면

$5\le 2x+4\le 15 \qquad \therefore 0.5\le x\le 5.5$

즉 $x=1, 2, 3, 4, 5$이므로 순서쌍 (x, y)의 개수는 5이다.

(ⅱ) $y=2$를 주어진 부등식에 대입하면

$5\le 2x+8\le 15 \qquad \therefore -1.5\le x\le 3.5$

즉 $x=1, 2, 3$이므로 순서쌍 (x, y)의 개수는 3이다.

(ⅲ) $y=3$을 주어진 부등식에 대입하면

$5\le 2x+12\le 15 \qquad \therefore -3.5\le x\le 1.5$

즉 $x=1$이므로 순서쌍 (x, y)의 개수는 1이다.

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$5+3+1=9$

14 여학생을 양쪽 끝에 세우는 경우의 수는

${}_3P_2=6$

양쪽 끝에 세운 2명을 제외한 4명 중에서 남학생 3명을 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$2!=2$

남학생 3명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\cdot 2\cdot 6=72$

15 9명 중에서 대표 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_9C_4=126$

남자만 4명 뽑는 경우의 수는

${}_5C_4={}_5C_1=5$

여자만 4명 뽑는 경우의 수는

${}_4C_4=1$

따라서 구하는 경우의 수는

$126-5-1=120$

16 어른 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_2=10$

어린이 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_2=15$

어른 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$2!=2$

어른 사이와 양 끝의 3개의 자리에 어린이 2명을 세우는 경우의 수는

${}_3P_2=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$10\cdot 15\cdot 2\cdot 6=1800$

17 7개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 선분의 개수는

${}_7C_2=21 \qquad \therefore a=21$

7개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

${}_7C_3=35 \qquad \therefore b=35$

7개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 사각형의 개수는

${}_7C_4={}_7C_3=35 \qquad \therefore c=35$

$\therefore b+c-a=35+35-21=49$

[서술형 1] $f(x)=\dfrac{2x+b}{x-a}=\dfrac{2(x-a)+2a+b}{x-a}$

$=\dfrac{2a+b}{x-a}+2$

조건 ㈏에 의하여 $2a+b=1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

❶

조건 ㈎에서 $f^{-1}(x)=f(x+1)+1$이므로

$f^{-1}(x)=\dfrac{2a+b}{x+1-a}+2+1=\dfrac{2a+b}{x-(a-1)}+3$

이때 함수 $y=f^{-1}(x)$의 정의역이

$\{x\,|\,x\ne a-1$인 실수$\}$이므로

$a-1=2 \qquad \therefore a=3$

❷

$a=3$을 ㉠에 대입하면

$2\cdot 3+b=1 \qquad \therefore b=-5$

❸

$\therefore a-b=3-(-5)=8$

❹

채점 기준	배점
❶ 조건 ㈏를 이용하여 a, b에 대한 방정식을 구할 수 있다.	2점
❷ 조건 ㈎를 이용하여 a의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❹ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 양쪽 끝에 접시 4개 중에서 2개를 택하여 진열하는 경우의 수는

$_{4}P_{2}=12$

······························ ❶

양쪽 끝의 접시를 제외한 접시 2개와 컵 3개를 일렬로 진열하는 경우의 수는

$5!=120$

······························ ❷

따라서 구하는 경우의 수는

$12\cdot 120=1440$

······························ ❸

채점 기준	배점
❶ 양쪽 끝에 접시 4개 중에서 2개를 택하여 진열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	2점
❷ 양쪽 끝의 접시를 제외한 접시 2개와 컵 3개를 일렬로 진열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	2점
❸ 서로 다른 접시 4개와 서로 다른 컵 3개를 일렬로 진열할 때, 양쪽 끝에 접시를 진열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] (i) $f(a)<f(b)<f(c)$인 경우

$f(a)$, $f(b)$, $f(c)$의 값은 공역의 원소 9개 중에서 3개를 택하여 크기 순서대로 대응시키면 되므로 구하는 함수 f의 개수는

$_{9}C_{3}=84$

······························ ❶

(ii) $f(a)<f(b)=f(c)$인 경우

$f(a)$, $f(b)$의 값은 공역의 원소 9개 중에서 2개를 택하여 크기 순서대로 대응시키고, $f(c)$의 값은 $f(b)$의 값과 같은 값을 대응시키면 되므로 구하는 함수 f의 개수는

$_{9}C_{2}=36$

······························ ❷

(i), (ii)에서 구하는 함수 f의 개수는

$84+36=120$

······························ ❸

채점 기준	배점
❶ $f(a)<f(b)<f(c)$를 만족시키는 함수 f의 개수를 구할 수 있다.	3점
❷ $f(a)<f(b)=f(c)$를 만족시키는 함수 f의 개수를 구할 수 있다.	3점
❸ $f(a)<f(b)\leq f(c)$를 만족시키는 함수 f의 개수를 구할 수 있다.	1점