

# 2022학년도 2학기(1)차 지필평가 문제지 (수학II)과

2022년 10월 5일 1교시 (2)학년 (1~8)반 (8)학급

과목코드 (02)

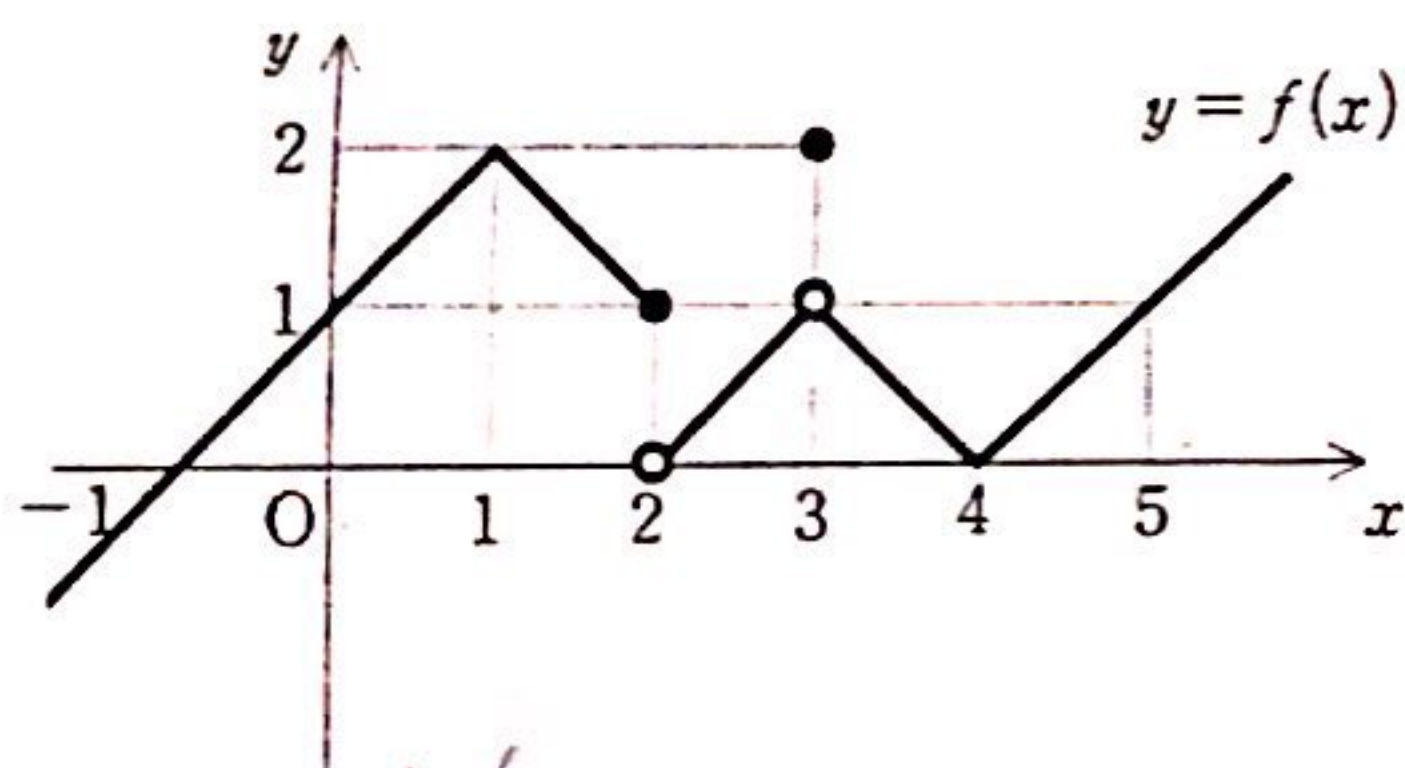
이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 19문항(88점), 논술형: 2문항(12점), • 총점: 100점

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x+3)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

2. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수  $f(x)$ 가  $0 < x < 5$ 에서 불연속인 점의 개수는? [4.0점]



- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

3. 함수  $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 의 도함수  $f'(x)$ 는? [4.0점]

- ①  $f'(x) = 2x - 3$   
②  $f'(x) = 2x + 3$   
③  $f'(x) = 2x$   
④  $f'(x) = -2x + 3$   
⑤  $f'(x) = -2x - 3$

4. 곡선  $y = x^2 + 2x$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [4.1점]

- ① -2      ② -1      ③ 0  
④ 1      ⑤ 2

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$f'(0) = 2$$

5. 함수  $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대하여  $x$ 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율은? [4.1점]

- ① 5      ②  $\frac{11}{2}$       ③ 6  
④  $\frac{13}{2}$       ⑤ 7

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1}$$

$$\frac{15 - 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

6. 함수  $f(x) = (x^4 + x^2 - 1)^2$ 에 대하여  $f'(-1)$ 의 값은? [4.2점]

- ① -14      ② -12      ③ -10  
④ -8      ⑤ -6

$$f(x) = (x^4 + x^2 - 1)^2$$

$$f'(x) = 2(x^4 + x^2 - 1)(4x^3 + 2x) = 8x^7 + 12x^5 - 4x^3 - 4x$$

$$f'(-1) = 8(-1)^7 + 12(-1)^5 - 4(-1)^3 - 4(-1) = -8 - 12 + 4 + 4 = -10$$

7. 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 \leq f(x) \leq x^2 + 2$ 을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2x)}{x^2 + 1}$ 의 값은? [4.3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

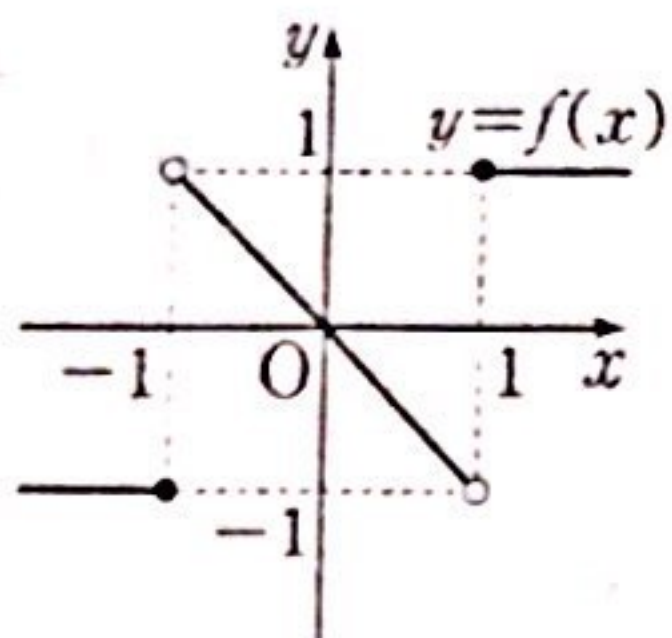
$$\frac{f(2x)}{x^2 + 1}$$

$$\frac{(2x)^2}{x^2 + 1} = \frac{4x^2}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 + 1} = 4$$



8. 함수  $f(x) = \begin{cases} -1 & (x \leq -1) \\ -x & (-1 < x < 1) \\ 1 & (x \geq 1) \end{cases}$  의 그래프가 그림과 같다.



$f(1) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)f(-x)$ 의 값은? [4.4점]

- ① -2      ② -1      ③ 0  
④ 1      ⑤ 2

9. 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) + 2g(x)\} = 8, \lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - g(x)\} = 1$   
 일 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 3      ② 4      ③ 5  
④ 6      ⑤ 7

$$g(x) = 2f(x) - 1$$

$$f(x) + 4f(x) - 2 = 8$$

$$5f(x) = 10$$

$$f(x) = 2$$

$$g(x) = 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad a \quad -2a-4} \\ \underline{2 \quad 2a+4} \quad 0 \\ 1 \quad a+2 \end{array}$$

10. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 등식

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 3$$

이 성립할 때,  $ab$ 의 값은? [4.6점]

- ① -4      ② -2  
④ 4      ⑤ 6

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4 + a(x-2)}{x-2} = 3$$

$$4 + 4 + a = 3$$

$$a = -5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad a \quad -2a-4} \\ \underline{2 \quad 2a+4} \quad 0 \\ 1 \quad a+2 \end{array}$$

$$4 + 2a + b = 0$$

$$b = -2a - 4$$

$$(x-2)(x^2 + ax + b)$$

$$x^2 + ax + b$$

$$4 + a = 3 \quad a = -1, b = -2$$

$$x^2 + ax - 2a - 4$$

$$x - 2$$

$$4 + a + 2 = 3$$

$$(x-2)(x^2 + ax + b)$$

$$x^2 + ax + b$$

$$a = -3, b = 2$$

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2x})$ 의 값은? [4.7점]

- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③ -1  
④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

$$\frac{4x^2 + x - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + x} - 2x} = \frac{x}{4-2} = \frac{x}{2}$$

12. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & (x < 2) \\ 8x + b & (x \geq 2) \end{cases} (x-2)(ax+2a-2)$$

가  $x=2$ 에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은? [4.8점]

- ① -12      ② -10      ③ -8  
④ -6      ⑤ -4

$$ax^2 = 8x + b \quad 4a = 16 + b$$

$$ax^2 - 8x - 4a + 16 = 0 \quad 4a = 16 + b$$

13. 함수  $f(x)$ 가  $x=2$ 에서 연속일 때,  $x=2$ 에서 연속인 함수  
 만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4.9점]

- <보기>  
 ㄱ. 함수  $f(x) - 2$  0  
 ㄴ. 함수  $f(x - 2)$   
 ㄷ. 함수  $2f(x)$  0  
 ㄹ. 함수  $\frac{f(x)}{x-2}$

- ① ㄱ, ㄷ      ② ㄴ, ㄹ, ㄷ  
③ ㄷ, ㄹ      ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ



14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{|x-2|} & (x \neq 2) \\ 0 & (x=2) \end{cases}, \quad g(x) = x^2 + ax$$

에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [5.0점]

- ① -4      ② -2      ③ 0  
④ 2      ⑤ 4

$$\begin{aligned} \frac{(x^2-4)(x^2+ax)}{|x-2|} & \text{ is continuous at } x=2 \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(x^2+ax)}{|x-2|} & = 0 \\ \frac{(x-2)(x+2)(x^2+ax)}{|x-2|} & = 0 \\ (x+2)(x^2+ax) & = 0 \quad \text{at } x=2 \\ (2+2)(2^2+2a) & = 0 \\ 4(4+2a) & = 0 \\ 4+2a & = 0 \\ 2a & = -4 \\ a & = -2 \end{aligned}$$

15. 다음 조건을 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(2)$ 의 값은? [5.1점]

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{f(x)}{x^2} + \frac{1}{x} \right) = 2$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{f(x)+2} = \frac{1}{3}$$

- ① 22      ② 23      ③ 24  
④ 25      ⑤ 26

$$f(x) = 2x^2 + (a+1)x + b$$

$$\frac{f(x)+x^2}{x^2} = 2 \quad \frac{2x^2 + (a+1)x + b + x^2}{x^2} = 2$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 7x + 3 \\ f(2) &= 8 + 14 + 3 = 25 \end{aligned}$$

16. 다항함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점  $(2, -1)$ 에서의 접선의 기울기는 1이다. 곡선  $y=xf(x)$  위의  $x$ 좌표가 2인 점에서의 접선의 방정식을  $y=mx+n$ 이라 할 때, 상수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값은? [5.2점]

- ① -7      ② -6      ③ -5  
④ -4      ⑤ -3

$$f'(2) = 1, \quad y = f(x), \quad (2, -1)$$

$$\begin{aligned} y &= mx+n \\ y-2 &= x-2 \\ y &= x \end{aligned}$$

17. 실수  $t$ 에 대하여 방정식  $|x^2-2x|+3=t$ 의 실근의 개수를  $f(t)$ 라 하자. 함수  $f(t)$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow a^-} f(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$ 를 만족하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은? [5.3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8  
④ 9      ⑤ 10

$$x^2-2x+3=t$$

$$(x-1)^2 = t-2$$

$$-x^2+2x+3=t$$

$$-(x^2-2x-3)=t$$

$$-(x-3)(x+1)=t$$



18. 다음 조건을 만족시키는 모든 함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x) - ax = 0$ 이 열린 구간  $(1, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값은? [5.4점]

(가) 함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
(나)  $f(1) = 3, f(2) = -3$

① -1  
④ 2

② 0  
⑤ 3

③ 1

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $[f(x)]^3 - [f(x)]^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$ 을 만족한다. 함수  $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.5점]

ㄱ.  $f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$  0

ㄴ.  $-1 < x < 1$ 일 때,  $0 < \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} < 1$

ㄷ.  $[f(x)]^2$ 은 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$(-\frac{1}{2})^3 = (-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2})^2$   
 $\frac{1}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

## 논술형

[논술형 1] 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x < 0) \\ x+1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

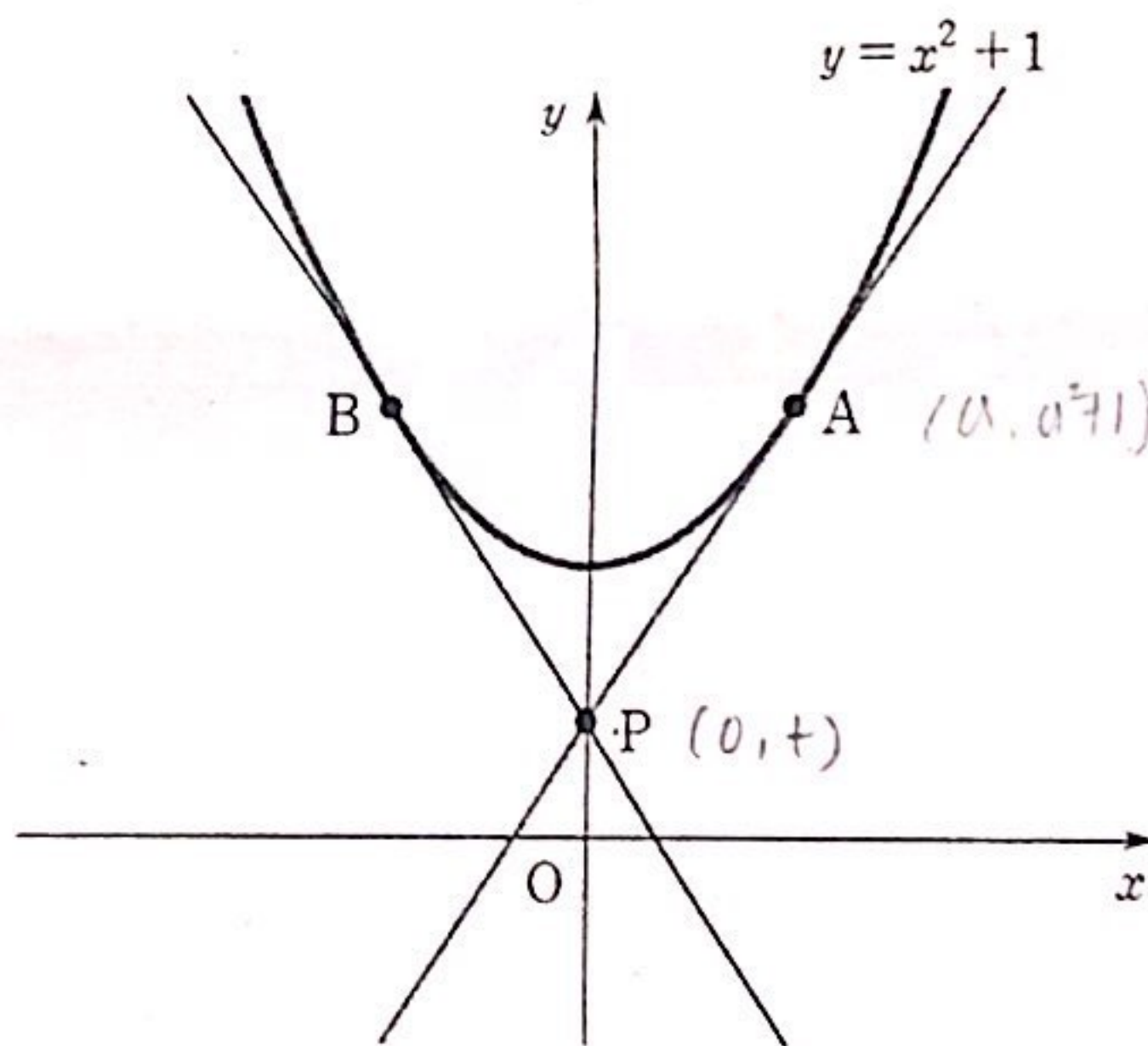
가  $x=0$ 에서 연속인지 불연속인지 연속의 정의를 이용하여 조사하고 그 과정을 서술하시오. [5.0점]

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1) = 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  존재하지 않음

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$x=0$ 에서 불연속이다

[논술형 2] 점  $P(0, t)$ 에서 곡선  $y = x^2 + 1$ 에 그은 접선 중에서 기울기가 양의 값인 접선이 곡선  $y = x^2 + 1$ 과 만나는 점을 A, 기울기가 음의 값인 접선이 곡선  $y = x^2 + 1$ 과 만나는 점을 B라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{\overline{PA}^2}{\overline{AB}^2}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하고 답을 구하시오. (단,  $t < 1$ ) [7.0점]



$\overline{PA}$  A의 좌표  $(a, a^2+1)$  B의 좌표  $(-a, a^2+1)$

$\overline{PA}^2 = \frac{(a^2+1-t)^2}{a^2}$   $\overline{AB}^2 = \frac{4a^2}{a^2+1-t}$

$\overline{PA} = \sqrt{a^2 + (a^2+1-t)^2}$

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.