

내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2022-01-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE /

이 단원에서는 **등차수열(등비수열)의 합을 구하는 문제, 등차수열** (등비수열)의 합과 일반항 사이의 관계에 대한 문제 등이 자주 출제되며 특정한 규칙에 의해 색칠된 도형의 넓이를 구하는 문제는 빠지지 않고 출제되므로 이에 대한 반복적인 연습이 필요합니다.

평가문제

[스스로 확인하기]

 다음 〈보기〉 중에서 등차수열인 것을 모두 고른 것은?

<보기>

- \neg . $\{n\}$
- $\lfloor |n+1| \rfloor$
- \Box . $\{|n-2|\}$
- $\exists. \{n^2\}$
- ① 7.∟
- ② 7.⊏
- ③ ┐,∟,⊏
- ④ ∟,⊏,≥
- ⑤ 7.∟.⊏.⊒

[스스로 확인하기]

- **2.** 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_2=4$, $a_5=10$ 을 만족할 때, $a_n=18$ 를 만족하는 자연수 n의 값을 구하면?
 - ① 5
- 2 6
- 3 7
- **(4)** 8

⑤ 9

[스스로 확인하기]

- **3.** 등차수열 $\{a_n\}$ 을 첫째항부터 제 4항까지 나열하면 a,4,b,10이다. 제 7항을 c라 할 때, a+b+c의 값을 구하면?
 - ① 19
- ② 21
- 3 23
- 4 25
- ⑤ 27

[스스로 마무리하기]

- **4.** 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 a_1, a_2 는 수열 $\{n^2 4n\}$ 의 첫째항과 두 번째 항과 같을 때, a_5 의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -4$
- 3 6
- $\bigcirc 4 7$
- (5) 8

[스스로 확인하기]

- **5.** 첫째항이 20이고 공차가 -3인 등차수열에서 처음으로 음수가 되는 항은?
 - ① 제 4항
- ② 제 5항
- ③ 제 6항
- ④ 제 7항
- ⑤ 제 8항

[스스로 확인하기]

- **6.** 세 수 $\log_2 a$, $\log_2 b$, $\log_2 3$ 이 등차수열을 이루 고, 세 수 a, 18, b가 등차수열을 이룰 때, a-b의 값을 구하면?
 - ① 15
- ② 16
- ③ 17
- **(4)** 18
- ⑤ 19

[스스로 확인하기]

- 7. 첫째항이 1이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_2,\ a_3,\ a_4,\ \cdots,\ a_7$ 은 자연수가 아니다. a_8 이 자 연수일 때, 가능한 a_{15} 의 값의 합을 구하면? $(0 < d < \frac{1}{2})$
 - ① 3

② 5

3 8

- **4** 15
- ⑤ 24

[스스로 마무리하기]

- **8.** 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해서 $a_2+a_3=11$, $a_1a_2=4$ 를 만족할 때, $a_n=19$ 를 만족하는 자연수 n의 값을 구하면?
 - 1 5
- ② 6
- ③ 7
- **(4)** 8

(5) 9

[스스로 확인하기]

- **9.** 첫째항이 5이고 제 *n*항은 15인 등차수열 이 있다. 첫째항부터 *n*항까지의 합이 140일 때, 자연수 *n*의 값을 구하면?
 - ① 14
- 2 16
- ③ 18
- **4**) 20
- (5) 22

[스스로 확인하기]

- **10.** 두 등차수열 $\{a_n\},\{b_n\}$ 에서 모든 자연수 n에 대해 $a_n+b_n=10$ 을 만족하고, $a_1=b_1$, $a_4=11$ 일 때, b_5 를 구하면?
 - $\bigcirc -3$
- (3) 7
- (4) 9
- ⑤ −11

[스스로 확인하기]

- **11.** 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해서 제 6항과 제 10항이 절댓값은 같지만 부호는 다르다. 이 때, 처음으로 음수가 나오는 항은 몇 번째 항인가?
 - ① 제 6항
- ② 제 7항
- ③ 제 8항
- ④ 제 9항
- ⑤ 제 10항

[스스로 확인하기]

- 12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_1+a_2+a_3+a_4=32$, $a_5+a_6+a_7+a_8=80$, $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}=224$ 를 만족할 때, 자연수 n의 값을 구하면?
 - ① 15
- 2 16
- 3 17
- **4**) 18
- (5) 19

[스스로 확인하기]

- **13.** 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n 이 $S_n=n^2+2n$ 일 때, $a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$ 의 값 을 구하면?
- ① 61
- ② 62
- 3 63
- **(4)** 64
- (5) 65

[스스로 확인하기]

- **14.** 두 직선의 방정식 y=2x-2와 y=a(x-1) 에 대해서 직선 x=n과 만나는 점을 각각 A_n,B_n 이라 하자. 선분 A_nB_n 의 길이를 l_n 이라 할 때, $l_{10}=36$ 을 만족한다. a의 값을 구하면? (a>2)
 - ① 5

② 6

3 7

(4) 8

(5) 9

[스스로 마무리하기]

- **15.** a와 b 사이에 n개의 수를 넣어 만든 등차 수열 a, a₁, a₂, ···, a_n, b의 합은 120이고, a₂+a_{n-1}=20일 때, n의 값을 구하면?
 - 10
- 2 11
- ③ 12
- (4) 13
- (5) 14

[스스로 마무리하기]

- **16.** 첫째항이 100인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해서 a_n 의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n 이 n=21일 때 최 댓값을 가질 때, 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차 d의 범위는 a < d < b를 만족한다. 이 때, a+b의 값을 구하면?
 - $\bigcirc -\frac{202}{21}$
- $\bigcirc -\frac{203}{21}$
- $4 \frac{205}{21}$
- \bigcirc $-\frac{206}{21}$

[스스로 확인하기]

17. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_1 + a_3 = 60$, $a_2 + a_4 = 180$ 을 만족할 때,

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}}$$
의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{3}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right)$ ② $\frac{1}{4}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right)$
- $3 \frac{1}{6} \left(1 \left(\frac{1}{3}\right)^9\right)$ $4 \frac{1}{4} \left(1 \left(\frac{1}{3}\right)^9\right)$
- $\bigcirc \frac{1}{6} \left(1 \left(\frac{1}{3} \right)^{10} \right)$

[스스로 확인하기]

- **18.** 상점에서 파는 한 사과의 가격은 1000원이 고. 하루에 평균적으로 100개가 팔린다. 매년 물가 상승 에 의해 사과의 가격이 10%씩 오른다고 한다. 팔리 는 사과의 개수는 매년 10%씩 감소한다고 할 때, n년 후에 상점의 한 달 매출을 구하면?
 - ① $30 \times 10^6 \times (0.99)^n$
- ② $3 \times 10^5 \times (0.99)^{n-1}$
- (3) $3 \times 10^5 \times (0.99)^n$
- (3) $3 \times 10^6 \times (0.99)^{n+1}$
- (5) $3 \times 10^6 \times (0.99)^n$

[스스로 확인하기]

- ${f 19.}$ 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 두 번째 항은 각각 공 차가 3이고 첫째항이 1을 가지는 수열의 두 번째 항, 여섯 번째 항과 같을 때, 등비수열 $\{a_n\}$ 을 올바 르게 나타낸 것은?
 - ① 2^{n}
- $(2) 2^{n+1}$
- $(3) 2^{n+2}$
- $(4) 2^{2n}$
- $(5) 2^{2n+1}$

[스스로 마무리하기]

- **20.** 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대해서 $a_3 + a_4 = 3$ 과 $\log a_1 a_5 = 0$ 을 만족할 때, a_6 의 값을 구하면?
 - \bigcirc 2
- 2 4
- 3 6
- **(4)** 8
- (5) 10

[스스로 마무리하기]

- **21.** 상수 a, b에 대해서 $a^2 + b = 8$ 이고, 세 수 a, 2a+b, 8b는 등비수열을 이룰 때, 가능한 ab의 값 의 합을 구하면?
 - ① 24
- ② 28
- ③ 32
- **(4)** 36
- (5) 40

[스스로 확인하기]

- **22.** 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 을 첫 항부터 제 n항까지 더한 값 S_n 에 대해서 $a_1a_5 = 16$, $a_2a_6 = 32$ 를 만족할 때, $S_n = 14 + 6\sqrt{2}$ 를 만족하는 자연수 n의 값을 구하면?
 - 1) 5
- ② 6

③ 7

4 8

(5) 9

[스스로 확인하기]

23. 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n항 까지의 합 S_{p} 에 대하여

$$a_n=(S_{n-1}-S_{n-2})(\frac{r}{3}+4)$$
, $S_{10}-S_8=70$ 을 만족할 때, a_{11} 의 값을 구하면?

- ① 350
- ② 360
- 3 370
- **(4)** 380
- (5) 390

- **24.** 300이하 의 서로 다른 자연수 a,b에 대해 세수 a, b, 6이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하면?
 - (1) 3
- (3) 5
- **(4)** 6
- ⑤ 7

[스스로 마무리하기]

- **25.** 첫째항이 4이고 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫 째항부터 제 n항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_m = 52$, $S_{m+2} = 484$ 일 때, r+m의 값을 구하면? (단, a_n 의 모든 항은 양수이다.)
 - ① 3

2 4

3 5

(4) 6

(5) 7

정답 및 해설

1) [정답] ①

- [해설] 기. 수열을 나열하면 1,2,3,4,…이고 등차수열 임을 알 수 있다.
 - L. 수열을 나열하면 2,3,4,5,…이고 등차수열 임을 알 수 있다.
 - 다. 수열을 나열하면 1,0,1,2,3,4,…이고 등차수역
 - 이 아니다.
 - a. 수열을 나열하면 1,4,9,16,…으로 등차수열 이
 - 아니다.

2) [정답] ⑤

[해설] 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 a+(n-1)d라 하면 $a_2=a+d=4$, $a_5=a+4d=10$ 이 되어 d=2임을 알 수 있다. 따라서 a=2이다. $a_n=2n$ 에서 $a_n=18$ 을 만족하는 n은 9이다.

3) [정답] ⑤

- [해설] 등차수열을 첫째항부터 나열한 수들이 a,4,b,10 이다. 공차를 d라 하면 10=4+2d이므로
 - d=3이다. 따라서 a=4-d=1, b=4+d=7이다. 따라서 등차수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열 이므로 $a_n=3n-2$ 을 만족한다. $a_7=19$ 이므로 c=19이다.
 - 따라서 a+b+c=1+7+19=27이다.

4) [정답] ④

[해설] 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 a_1,a_2 이 $\{n^2-4n\}$ 의 첫째 항과 두 번째 항과 같으므로 $a_1=-3,$ $a_2=-4$ 가 된다. 따라서 $a_n=-2-n$ 을 만족한다. $\therefore a_5=-7$

5) [정답] ⑤

[해설] 첫째항이 20이고 공차가 -3인 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 하면 $a_n=23-3n$ 을 만족한다. 따라서 23-3n<0을 만족하는 n의 범위는 $\frac{23}{3}< n$ 으로 a_n 이 처음으로 음수가 되는 n은 8이다.

6) [정답] ④

- [해설] $\log_2 a, \log_2 b, \log_2 3$ 의 공차를 d라 하면 $2\log_2 b = (\log_2 a + d) + (\log_2 3 d) = \log_2 a + \log_2 3$
 - 이므로 $b^2 = 3a$ 를 만족한다.
 - 같은 방법으로 a,18,b 에서 36=a+b를 만족한다.
 - $b^2 = 3a = 3(36 b) \circ \Box \Box \Box \Box$
 - $b^2 + 3b 108 = (b-9)(b+12) = 0$

a,b는 로그의 진수 이므로 양수여야 한다. 따라서 b=9,a=27이 된다. a-b=18

7) [정답] ④

- [해설] 수열 $\{a_n\}$ 을 제 7항까지 나열하면
 - $a_1 = 1$
 - $a_2 = 1 + d$
 - $a_3 = 1 + 2d$
 - :
 - $a_7 = 1 + 6d$
 - 이므로 $d,2d,\cdots,6d$ 는 자연수가 아니다.
 - $a_8 = 1 + 7d$ 에서 7d는 자연수 여야 하므로
 - $d = \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ 이다. $(0 < d < \frac{1}{2})$
 - $a_{15} = 1 + 14d$ 이므로 a_{15} 가 될 수 있는 모든 값은 3.5,7으로 가능한 a_{15} 의 값들의 합은 15이다.

8) [정답] ③

- [해설] 등차수열 $a_n = a + (n-1)d$ 에서
 - $a_1=a,\ a_2=a+d,\ a_3=a+2d$ 를 주어진 식에 대입하면, $a_2+a_3=2a+3d=11,\ a_1a_2=a(a+d)$
 - 이고, 위의 두 식을 연립하면 a=1, d=3이다. 따라서 $a_n=3n-2$,
 - $a_n = 19$ 가 되게 하는 n은 7이다.

9) [정답] ①

- [해설] 첫째항이 a, 제 n항이 l, 공차가 d인 등차수 열
 - 의 첫째항부터 n항까지의 합은 $\frac{n}{2}(a+l)$ 이다.
 - 따라서 $140 = \frac{n}{2}(5+15)$ 이므로 n = 14이다.

10) [정답] ①

- [해설] 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에서 모든 자연수 n에 대해 $a_n + b_n = 10$ 을 만족한다.
 - $a_n = a_1 + (n-1)d_a$, $b_n = b_1 + (n-1)d_b$ 이라 하면,
 - $a_1 + (n-1)d_a + b_1 + (n-1)d_b = 10$
 - 위 식이 n에 관계없이 만족하므로 $d_a = -d_b$ 를 만 조
 - 한다. $d_a = d$ 라 하면 $d_b = -d$ 를 만족한다.
 - $a_1 = b_1$ 이므로 $a_1 = b_1 = 5$ 이다.
 - 따라서 $a_n = 5 + (n-1)d$, $b_n = 5 + (n-1)(-d)$
 - 이고, $a_4 = 11$ 이므로 d = 2이다.
 - 따라서 $b_n = -2n + 7$ 이다.
 - $\therefore b_5 = -3$

11) [정답] ④

[해설] $a_n = a + (n-1)d$ 에서 $a_6 + a_{10} = 0$ 이므로 2a + 14d = 0을 만족한다. 따라서 a = -7d이고,

 $a_n = -8d + nd$ 를 만족한다. 따라서 등차수열 a_n 은 제 9항에서 처음으로 음수가 나온다.

12) [정답] ③

[해설]
$$a_{n+4} = a_n + 4d$$
이므로
$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + 16d = 80$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 32 \ \ \text{이므로} \ \ d = 3$$
이다.
$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + 4(n-1)d$$

$$= 32 + 12(n-1) = 224$$

$$\therefore n = 17$$

13) [정답] ⑤

[해설]
$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n^2 + 2n) - ((n-1)^2 + 2(n-1))$$

$$= (n^2 + 2n) - (n^2 - 1) = 2n + 1 \ (n \ge 2)$$
 따라서
$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 5 + 9 + 13 + 17 + 21 = 65$$

14) [정답] ②

[해설]
$$A_1=B_1=(1,0)$$
이므로 $l_1=0$ 이다.
$$A_n=(n,2n-2),\ B_n=(n,an-a)$$
이므로
$$l_n=(a-2)(n-1)$$
이다. $(a>2)$
$$l_{10}=9(a-2)=36,\ \mathrm{따라서}\ a=6$$
이다.

15) [정답] ①

[해설] 등차수열에서
$$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=a_3+a_{n-2}=\cdots$$
 을 만족하므로 $a+b=a_2+a_{n-1}=20$ 이다. 등차수열 a,a_1,a_2,\cdots,a_n,b 의 합은
$$\frac{1}{2}(a+b)(n+2)=120으로 표현이 가능하다.$$
 따라서 $n=10$ 이 된다.

16) [정답] ④

[해설]
$$S_n$$
이 $n=21$ 일 때, 최댓값을 가지므로 a_n 은 a_1 부터 a_{21} 까지 양수이고, a_{22} 부터는 음수인 것을 알 수 있다.
$$a_n=100+(n-1)d$$
에서
$$a_{21}=100+20d>0,\ a_{22}=100+21d<0$$
이므로
$$-5< d<-\frac{100}{21}$$
를 만족한다. 따라서
$$a+b=-\frac{205}{21}$$

17) [정답] ②

[해설] 공비를
$$r$$
이라 하면, $a_2+a_4=r(a_1+a_3)=180$ 이므로 $r=3$ 이 된다.
$$a_1+a_3=a_1+a_1r^2=10a_1=60 \ \text{이므로} \ a_1=6 \ \text{이다}.$$
 따라서 a_n 의 일반항은 $a_n=2\times 3^n$ 이다.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}} = 10 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$
$$= \frac{1}{6} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right)$$

18) [정답] ⑤

[해설] 사과 한 개의 가격은 1000원이고, 하루에 평균적으로 100개가 팔린다. 따라서 처음의 하루 매출은 10^5 원이다. 매년마다 사과의 가격은 1.1배로 늘어나고, 팔리는 양은 0.9배로 줄어들기 때문에 전년도에 비해 0.99배의 매출이 발생한다. 따라서 n년 후에 $10^5 \times (0.99)^n$ 원이 발생된다. 그러므로 한 달 매출은 $30 \times 10^5 \times (0.99)^n$ 이다.

19) [정답] ④

[해설] 공차가 3이고 첫째항이 1을 가지는 수열은 일반항이 3n-2 이다. 따라서 등차수열의 제 2항과 제 6항은 각각 4,16이다. 따라서 $a_1=4,$ $a_2=16$ 이므로 공비는 4가 된다. 따라서 $a_n=4^n=2^{2n}$ 이다.

20) [정답] ④

[해설] 등비수열 $a_n=ar^{n-1}$ 이라 하면 $a_3+a_4=ar^2(1+r)=3$ 이다. $\log a_1a_5=0$ 이므로 $a_1a_5=a^2r^4=1$ 이다. 따라서 $a=\frac{1}{r^2}$ 을 만족한다. 위 식에 대입하면 r=2가 된다. 따라서 $a_n=2^{n-3}$ 이다. $a_n=8$

21) [정답] ⑤

[해설] a,2a+b,8b이 등비수열을 이루므로 등비중항을 이용한다. $(2a+b)^2=8ab$, $(2a-b)^2=0$ 이므로 b=2a가 된다. $a^2+b=a^2+2a=8$ 이므로 a=2,-4 이다. a=2일 때, b=4이므로 ab=8 a=-4일 때, b=-8이므로 ab=32 따라서 답은 40

22) [정답] ①

[해설] 등비수열 $a_n=ar^{n-1}$ 이라고 하면 $a_1a_5=a^2r^4=16,\ a_2a_6=a^2r^6=32$ 따라서 $r^2=2$ 가 되고, $r=\sqrt{2}$ 가 된다. 위 식에 대입하면 a=2가 성립이 된다. $a_n=(\sqrt{2})^{n+1} \ \text{이므로}\ S_n=14+6\sqrt{2}\ \text{인}\ n$ 은 5이다.

23) [정답] ②

[해설] $S_{10} - S_8 = a_9 + a_{10} = a_9(r+1) = 70$

24) [정답] ⑤

[해설] a,b,6이 순서대로 등비수열을 이루므로 등비중항에 의해 $b^2 = 6a$ 를 만족한다. 또한 $b^2 = 6a$ 에서 a,b가 자연수 이므로 $a=6\times p^2$ 꼴의 자연수가 되어야 한다. p=1일 때, a=6, b=6p=2일 때, a=24, b=12p=3일 때, a=54, b=18p=4일 때, a=96, b=24p=5일 때, a=150, b=30

p=6일 때, a=216, b=36p=7일 때, a=294, b=42따라서 총 7개가 된다.

25) [정답] ④

[해설] 첫째항이 4, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = 4 \times r^{n-1}$ 이다. 따라서 $S_n = 4 \times \frac{r^n - 1}{r - 1}$ 을 만족한다. $S_m = 4 imes rac{r^m - 1}{r - 1} = 52$ 이므로 $rac{r^m - 1}{r - 1} = 13$ 따라서 $r^m = 13(r-1)+1$ $S_{m+2} = 4 \times \frac{r^{m+2}-1}{r-1} = 484$ 이므로 $\frac{r^{m+2}-1}{r-1} = 121$ $\frac{r^{m+2}-1}{r-1} = \frac{r^2 \left(13 \left(r-1\right)+1\right)-1}{r-1} = 121$ $\frac{13r^2(r-1)+r^2-1}{r-1} = 13r^2+r+1 = 121$ $13r^2+r-120=(r-3)(13r+40)=0$ a_n 의 모든 항은 양수이므로 r=3이다. $\frac{r^m-1}{r-1}$ =13 이고, r=3 이므로 m=3이다.