실력완성 | 고1

2-3-1.삼차방정식과 사차방정식



수학 계산력 강화

(1)삼·사차방정식의 풀이





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2018-02-15
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 인수분해 공식을 이용한 삼·사차방정식의 풀이

- (1) 삼·사차방정식: f(x) = 0에서 다항식 f(x)가 x에 대한 삼차식, 사차식일 때, 방정식 f(x)=0을 각각 x에 대한 삼차방정식, 사차방정식이라고 한다.
- (2) 인수분해를 이용한 삼·사차방정식의 풀이 f(x) = 0꼴의 삼·사차방정식에서 f(x)를 인수분해한 후 다음 성질을 이용하여 푼다. $ABC=0 \Leftrightarrow A=0 \ \mbox{$\b}}}}}$

☑ 다음 삼차방정식을 풀어라.

1.
$$x^3-1=0$$

2.
$$x^3+1=0$$

3.
$$x^3 - 8 = 0$$

4.
$$x^3 + 8 = 0$$

5.
$$x^3 + 27 = 0$$

6.
$$x^3 + 4x = 0$$

7.
$$x^3 - 9x = 0$$

8.
$$x^3 - 216 = 0$$

9.
$$x^3 - 125 = 0$$

10.
$$x^3 - x^2 = 0$$

11.
$$8x^3 - 27 = 0$$

12.
$$x^3 - x^2 - 6x = 0$$

13.
$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

14.
$$x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$$

☑ 다음 사차방정식을 풀어라.

15.
$$x^4 - 1 = 0$$

16.
$$x^4 - 16 = 0$$

17.
$$x^4 - x^2 = 0$$

18.
$$x^4 - 27x = 0$$

19.
$$16x^4 - 1 = 0$$

20.
$$x^4 - 11x^2 + 25 = 0$$

21.
$$x^4 + x^3 - 2x^2 = 0$$

22.
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

인수정리와 조립제법을 이용한 02 삼·사차방정식의 풀이

방정식 f(x) = 0에서 $f(\alpha) = 0$ 이면 f(x)는 $x - \alpha$ 를 인수로 가지므로 $f(\alpha)\!=\!0$ 인 α 의 값을 찾아 조립제법을 이용하여 인수분해한다.

☑ 다음 삼차방정식을 풀어라.

23.
$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

24.
$$(x+1)^3-8=0$$

25.
$$x^3 + x + 10 = 0$$

26.
$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

27.
$$x^3 - 2x - 4 = 0$$

28.
$$(x-4)^3+1=0$$

29.
$$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

$$37. \quad x^3 + 4x^2 + 6x + 4 = 0$$

30.
$$x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0$$

38.
$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

31.
$$x^3 + 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

39.
$$3x^3 - 4x^2 - 5x + 2 = 0$$

32.
$$x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$$

40.
$$x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$$

33.
$$2x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$$

41.
$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

34.
$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$$

42.
$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

35.
$$x^3 + 2x^2 + x - 4 = 0$$

43.
$$(x-2)^3 - x(x-2) = 0$$

36.
$$x^3 + 2x^2 - 3 = 0$$

44.
$$2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0$$

45.
$$2x^3 + 5x^2 - x - 6 = 0$$

46.
$$2x^3 - x^2 - 13x - 6 = 0$$

☑ 다음 사차방정식을 풀어라.

47.
$$x^4 - 5x - 6 = 0$$

48.
$$x^4 - 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

49.
$$x^4 + x^3 - x - 1 = 0$$

50.
$$x^4 + x^3 + 2x - 4 = 0$$

51.
$$x^4 - 3x^3 + 3x - 1 = 0$$

52.
$$x^4 + 2x^3 - 8x - 16 = 0$$

53.
$$x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x + 2 = 0$$

54.
$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

55.
$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$$

56.
$$x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 5x + 3 = 0$$

57.
$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x - 4 = 0$$

58.
$$x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 2x + 4 = 0$$

59.
$$(x^2+4x-1)(x^2+4x+3)-5=0$$

60.
$$(x^2+5x+6)(x^2+5x+4)=3$$

61.
$$x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 2 = 0$$

62.
$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$$

63.
$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5 = 0$$

64.
$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4 = 0$$

65.
$$x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$$

66.
$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

67.
$$x^4 + x^3 + 4x^2 - 4x - 32 = 0$$

68.
$$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$$

정답 및 해설

1)
$$x = 1$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$$\implies x^3 - 1 = 0 \, \text{old} \, (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \quad \exists \pm \frac{1}{2} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

2)
$$x = -1$$
 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$$\ \, \Rightarrow \, x^3+1^3=0 \, \text{ond} \, \left(x+1 \right) (x^2-x+1)=0$$

$$x+1=0$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x^2-x+1=0$

$$\therefore x = -1 \quad \text{£} \succeq x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

3)
$$x = 2 + \frac{1}{2} x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow x^3 - 8 = 0$$
의 좌변을 인수분해하면

$$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad \text{E-} \quad x = -1 \pm \sqrt{3} i$$

4)
$$x = -2$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

$$\implies x^3 + 2^3 = 0 \text{ on } k \text{ } (x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x+2=0$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x^2-2x+4=0$

$$\therefore x = -2 \quad \text{E} \stackrel{\vdash}{\sqsubseteq} \quad x = 1 \pm \sqrt{3} i$$

5)
$$x = -3$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

$$\Rightarrow x^3 + 27 = 0 \text{ on } k \text{ } (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3 \quad \text{£} \stackrel{\rightharpoonup}{=} \quad x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

6)
$$x = 0$$
 $\pm \pm x = \pm 2i$

$$\Rightarrow x^3 + 4x = 0 \text{ on } k \text{ } x(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad \text{£} \stackrel{\vdash}{=} \quad x = \pm 2i$$

7)
$$x = 0$$
 또는 $x = -3$ 또는 $x = 3$

$$\Rightarrow x^3 - 9x = 0 \text{ on } x(x^2 - 9) = 0$$

$$x(x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 0$$
 또는 $x = -3$ 또는 $x = 3$

8)
$$x = 6 \pm x = -3 \pm 3\sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow x^3 - 6^3 = 0$$
 $\Rightarrow (x - 6)(x^2 + 6x + 36) = 0$

$$x-6=0$$
 $\pm \frac{1}{1}$ $x^2+6x+36=0$

$$\therefore x = 6 \quad \text{E}_{\frac{1}{2}} \quad x = -3 \pm 3\sqrt{3}i$$

9)
$$x = 5 \pm \frac{1}{2} = \frac{-5 \pm 5\sqrt{3}i}{2}$$

$$\Rightarrow x^3 - 125 = 0 \text{ on } k \text{ } (x - 5)(x^2 + 5x + 25) = 0$$

$$\therefore x = 5 \pm \frac{1}{2} x = \frac{-5 \pm 5\sqrt{3}i}{2}$$

10)
$$x = 0$$
 또는 $x = 1$

$$\Rightarrow x^3 - x^2 = 0$$
에서 $x^2(x-1) = 0$

$$x^2 = 0 \quad \pm \frac{1}{1} \quad x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0 \quad \pm \frac{1}{1} \quad x = 1$$

11)
$$x = \frac{3}{2}$$
 $\oplus \frac{1}{2}$ $x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{4}$

$$\Rightarrow (2x)^3 - 3^3 = 0$$
 of $\Rightarrow (2x-3)(4x^2 + 6x + 9) = 0$

$$2x-3=0$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $4x^2+6x+9=0$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \quad \text{Fig. } x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{4}$$

12)
$$x = 0$$
 또는 $x = -2$ 또는 $x = 3$

$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 6x = 0$$
의 좌변을 인수분해하면

$$x(x^2-x-6)=0$$
, $x(x+2)(x-3)=0$

$$\therefore x = 0 \quad \text{£} \stackrel{\vdash}{=} \quad x = -2 \quad \text{£} \stackrel{\vdash}{=} \quad x = 3$$

13)
$$x = 0$$
 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \text{ on } x (x^2 + x - 2) = 0$$
$$x(x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad \text{£} \quad x = -2 \quad \text{£} \quad x = 1$$

14)
$$x = -4$$
 또는 $x = -1$ 또는 $x = 1$

$$\Rightarrow x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$$
의 좌변을 인수분해하면

$$x^{2}(x+4)-(x+4)=0$$
, $(x+4)(x^{2}-1)=0$

$$(x+4)(x+1)(x-1) = 0$$

 $\therefore x = -4 \, \stackrel{\leftarrow}{\to} \, x = -1 \, \stackrel{\leftarrow}{\to} \, x = 1$

15)
$$x = \pm i \quad \Xi = \pm 1$$

$$\Rightarrow x^4 - 1 = 0 \text{ on } k \text{ } (x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x^2+1)(x-1)(x+1)=0$$

$$\therefore x = \pm i \quad \underline{+} \quad x = \pm 1$$

16)
$$x = \pm 2i$$
 또는 $x = \pm 2$

$$\Rightarrow x^4 - 16 = 0 \text{ odd } (x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x^2+4)(x-2)(x+2)=0$$

$$\therefore x = \pm 2i$$
 또는 $x = \pm 2$

17)
$$x = 0$$
 또는 $x = \pm 1$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 = 0$$
 에서 $x^2(x^2 - 1) = 0$

$$x^2(x+1)(x-1)=0$$

$$\therefore x = 0 \quad \text{ } \underline{+} \quad x = \pm 1$$

18)
$$x = 0$$
 또는 $x = 3$ 또는 $x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

$$\Rightarrow x^4 - 27x = 0$$
의 좌변을 인수분해하면

$$x(x^3-27) = 0$$
, $x(x-3)(x^2+3x+9) = 0$

$$\therefore x = 0 \quad \text{£} \quad \pm x = 3 \quad \text{£} \quad \pm x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

19)
$$x = \pm \frac{1}{2}i \quad \pm \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 16x^4 - 1 = 0 에서 (4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = 0$$

$$(4x^2+1)(2x-1)(2x+1)=0$$

$$\therefore x = \pm \frac{1}{2}i \quad \text{Fig. } x = \pm \frac{1}{2}$$

20)
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$
 $\oplus \pm x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$\Rightarrow$$
 방정식 $x^4 - 11x^2 + 25 = 0$ 에서

$$(x^4 - 10x^2 + 25) - x^2 = 0$$

$$(x^2-5)^2-x^2=0$$
, $(x^2+x-5)(x^2-x-5)=0$

(i)
$$x^2 + x - 5 = 0$$
 이 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

(ii)
$$x^2 - x - 5 = 0$$
에서 $x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \quad \text{EL} \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

21)
$$x = 0$$
 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$

22)
$$\therefore x = \pm 3 + \pm 2$$

당 방정식
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$
에서 $(x^4 - 12x^2 + 36) - x^2$

$$(x^2-6)^2-x^2=0$$
, $(x^2+x-6)(x^2-x-6)=0$
 $(x+3)(x-2)(x-3)(x+2)=0$

$$\therefore x = \pm 3 \quad \text{£} = \pm 2$$

23)
$$x = 1$$
 $\pm \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow$$
 $P(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ 로 놓으면 $P(1) = 1 - 2 + 1 = 0$
조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$P(x) = (x-1)(x^2-x-1)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-1)(x^2-x-1)=0$$

$$\therefore x = 1 \quad \text{£} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

24)
$$x = 1$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x = -2 \pm \sqrt{3}i$

$$t^3 - 2^3 = 0 \implies (t-2)(t^2 + 2t + 4) = 0$$
 on $t = 0$

$$(x+1-2)\{(x+1)^2+2(x+1)+4\}=0$$

$$(x-1)(x^2+4x+7)=0$$
 $\therefore x=1 \pm \frac{1}{2} = x=-2 \pm \sqrt{3}i$

25)
$$x = -2 \, \, \pm \frac{1}{2} \, x = 1 \pm 2i$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x + 10$$
으로 놓으면

$$f(x) = (x+2)(x^2-2x+5)$$

즉,
$$(x+2)(x^2-2x+5)=0$$
이므로

$$x = -2 \quad \Xi = 1 \pm 2i$$

26)
$$x = 1$$
 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$
로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2-x-1)$$

즉.
$$(x-1)(x^2-x-1)=0$$
이므로

$$x=1$$
 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

27)
$$x = 2 + \frac{1}{2} x = -1 \pm i$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 2x - 4$$
로 놓으면 $f(2) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-2)(x^2+2x+2)$$

즉,
$$(x-2)(x^2+2x+2) = 0$$
이므로

$$x=2$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x=-1\pm i$

28)
$$x = 3 \pm \frac{9 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\Rightarrow x-4=t$$
라고 하면

$$t^3 + 1 = 0$$
 \Rightarrow $(t+1)(t^2 - t + 1) = 0$ 에서

$$(x-4+1)\{(x-4)^2-(x-4)+1\}=0$$

$$(x-3)(x^2-9x+21)=0$$
 $\therefore x=3$ $\pm \frac{1}{2}$ $x=\frac{9\pm\sqrt{3}i}{2}$

29)
$$x = 1$$
 또는 $x = \pm i$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$
로 놓으면

$$f(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$
이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2+1)$$

따라서
$$f(x) = 0$$
의 해는

$$\therefore x = 1 \quad \text{£} \stackrel{}{\vdash} \quad x = \pm i$$

30) $x = -1 + x = 2 \pm i$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$$
로 놓으면

$$f(-1) = 0$$
이므로 $x + 1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$x^3-3x^2+x+5=(x+1)(x^2-4x+5)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+1)(x^2-4x+5)=0$$

$$\therefore x = -1 \quad \underline{+} \quad x = 2 \pm i$$

31)
$$x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 2$$
로 놓으면 $f(1) = 1 + 2 - 5 + 2 = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2+3x-2)$$

따라서 f(x) = 0의 해는

$$\therefore x = 1 \quad \text{£} \sqsubseteq \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

32)
$$x = -1$$
 또는 $x = 4$ 또는 $x = -2$

$$f(x) = (x+1)(x^2-2x-8) = (x+1)(x-4)(x+2)$$

따라서 f(x) = 0의 해는

$$\therefore x = -1 \quad \underline{\texttt{F}} \ \underline{\texttt{F}} \quad x = 4 \quad \underline{\texttt{F}} \ \underline{\texttt{F}} \quad x = -2$$

33)
$$x = 1$$
 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

$$\Rightarrow P(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 2$$
로 놓으면

$$P(1) = 2 - 1 - 3 + 2 = 0$$

조립제법을 이용하여 P(x)를 인수분해하면

$$P(x) = (x-1)(2x^2+x-2)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-1)(2x^2+x-2)=0$$

$$\therefore x = 1 \quad \Xi \stackrel{\leftharpoonup}{\sqsubseteq} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

34)
$$x = \pm 2 \pm \frac{1}{2} x = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$$
로 놓으면

f(2) = 0이므로

$$f(x) = (x-2)(x^2-x-6)$$

= $(x-2)(x+2)(x-3)$

즉,
$$(x-2)(x+2)(x-3) = 0$$
이므로

 $x = \pm 2$ $\Xi = x = 3$

35)
$$x = 1$$
 또는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4$$
로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2+3x+4)$$

즉,
$$(x-1)(x^2+3x+4)=0$$
이므로

$$x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

36)
$$x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

⇨ 조립제법을 이용하면

이므로
$$(x-1)(x^2+3x+3)=0$$

$$\therefore x = 1 \quad \text{£} \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

37)
$$x = -2 + x = -1 \pm i$$

$$P(-2) = -8 + 16 - 12 + 4 = 0$$

조립제법을 이용하여 P(x)를 인수분해하면

$$P(x) = (x+2)(x^2+2x+2)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x+2)(x^2+2x+2)=0$$

$$\therefore x = -2 \stackrel{\leftarrow}{=} x = -1 \pm i$$

38)
$$x = 1$$
 또는 $x = -1$ 또는 $x = -2$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$
로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2+3x+2)$$

= $(x-1)(x+1)(x+2)$

즉,
$$(x-1)(x+1)(x+2) = 0$$
이므로

 $x = 1 + \frac{1}{2} = x = -1 + \frac{1}{2} = x = -2$

39)
$$x = -1$$
 또는 $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

$$\Rightarrow$$
 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$ 로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이므

$$f(x) = (x+1)(3x^2 - 7x + 2)$$

= (x+1)(3x-1)(x-2)

즉,
$$(x+1)(3x-1)(x-2) = 0$$
이므로 $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

40)
$$x = 1$$
 또는 $x = 4$ 또는 $x = -2$

⇒
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$
로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로
$$\begin{vmatrix}
1 & 1 & -3 & -6 & 8 \\
& 1 & -2 & -8 \\
\hline
& 1 & -2 & -8 & 0
\end{vmatrix}$$

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 8)$$

= $(x-1)(x-4)(x+2)$

즉,
$$(x-1)(x-4)(x+2) = 0$$
이므로 $x=1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-2$

41)
$$x = 1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$
으로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

= $(x-1)(x-2)(x-3)$

즉,
$$(x-1)(x-2)(x-3) = 0$$
이므로 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

42)
$$x = -1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$
으로 놓으면 $f(-1) = 0$ 이므 로

$$f(x) = (x+1)(x^2-5x+6)$$

= $(x+1)(x-2)(x-3)$

즉,
$$(x+1)(x-2)(x-3) = 0$$
이므로 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

43)
$$x = 2$$
 또는 $x = 1$ 또는 $x = 4$

$$\Rightarrow x-2=t$$
라고 하면

$$t^3 - xt = 0 \Rightarrow t(t^2 - x) = 0$$
에서

$$(x-2)\{(x-2)^2-x\}=0 \implies (x-2)(x^2-5x+4)=0$$

 $(x-2)(x-1)(x-4)=0 \implies x=2 \implies x=1 \implies x=4$

44)
$$x = -1$$
 또는 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

$$\Rightarrow f(x)=2x^3-3x^2-8x-3$$
으로 놓으면 $f(-1)=0$ 이 므로

$$f(x) = (x+1)(2x^2 - 5x - 3)$$

= (x+1)(2x+1)(x-3)

즉,
$$(x+1)(2x+1)(x-3) = 0$$
이므로

$$x = -1$$
 또는 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

45)
$$x = 1$$
 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -2$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$$
으로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(2x^2 + 7x + 6)$$

= $(x-1)(2x+3)(x+2)$

즉,
$$(x-1)(2x+3)(x+2) = 0$$
이므로

$$x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

46)
$$x = -2$$
 또는 $x = 3$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

$$(x+2)(x-3)(2x+1)=0$$

$$\therefore x = -2 \quad \text{£} \stackrel{}{\sqsubseteq} \quad x = 3 \quad \text{£} \stackrel{}{\sqsubseteq} \quad x = -\frac{1}{2}$$

47)
$$x = -1 \pm \frac{1}{2} x = 2 \pm \frac{1}{2} x = \frac{-1 \pm \sqrt{11} i}{2}$$

$$f(x) = (x+1)(x^3-x^2+x-6)$$

$$q(x) = x^3 - x^2 + x - 6$$
으로 놓으면

$$q(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$$
이므로

$$g(x) = (x-2)(x^2+x+3)$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x^2+x+3)$$

따라서
$$f(x) = 0$$
의 해는

$$x = -1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

48)
$$x = -1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 - 3x - 2$$
로 놓으면

$$f(-1) = 0, f(2) = 0$$
이므로

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x^2+x+1)$$
 즉, $(x+1)(x-2)(x^2+x+1) = 0$ 이므로 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

49)
$$x = \pm 1 \pm \frac{1}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - x - 1$$
로 놓으면 $f(1) = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)$$

$$g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$
로 놓으면
$$g(-1) = -1 + 2 - 2 + 1 = 0$$
이므로

$$g(x) = (x+1)(x^2+x+1)$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x+1)(x^2 + x + 1)$$

따라서 f(x) = 0의 해는

$$\therefore x = \pm 1 \quad \Xi \stackrel{\longleftarrow}{\sqsubseteq} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{3} \, i}{2}$$

50)
$$x=1$$
 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$ $\Rightarrow f(x)=x^4+x^3+2x-4$ 로 놓으면 $f(1)=0, f(-2)=0$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x^2+2)$$

즉, $(x-1)(x+2)(x^2+2) = 0$ 이므로
 $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

51)
$$x = \pm 1$$
 또는 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x - 1$$
로 놓으면 $f(1) = 0$ 이므로 $x - 1$ 은 $f(x)$ 의 인수이다. 조립제법에 의하여

$$f(x)=(x-1)(x^3-2x^2-2x+1)$$

$$g(x)=x^3-2x^2-2x+1$$
로 놓으면
$$g(-1)=0$$
이므로 $x+1$ 은 $g(x)$ 의 인수이다. 조립제법에 의하여

$$q(x) = (x+1)(x^2-3x+1)$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x+1)(x^2 - 3x + 1)$$

따라서 f(x) = 0의 해는

$$x-1=0$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x+1=0$ $\pm \frac{1}{2}$ $x^2-3x+1=0$

$$\therefore x = \pm 1 \quad \exists \pm \frac{1}{2} \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

52)
$$x = \pm 2$$
 또는 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$
 $\Rightarrow f(x) = x^4 + 2x^3 - 8x - 16 으로 놓으면$
 $f(2) = 0, f(-2) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-2)(x+2)(x^2+2x+4)$$

즉, $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4) = 0$ 이므로
 $x = \pm 2$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

53)
$$x = -1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}$
 $\Rightarrow f(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x + 2$ 로 놓으면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x^2-2x-1)$$

즉, $(x+1)(x-2)(x^2-2x-1) = 0$ 이므로
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}$

54)
$$x = \pm 1$$
 또는 $x = 2$ 또는 $x = -3$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 으로 놓으면$$

$$f(1) = 0, f(2) = 0$$
이므로

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x^2+4x+3)$$

$$= (x-1)(x-2)(x+1)(x+3)$$

$$\stackrel{\triangle}{\Rightarrow}, (x-1)(x-2)(x+1)(x+3) = 0$$

$$x=\pm 1$$
 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

55)
$$x=1$$
 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$ \Rightarrow $f(x)=x^4-10x^3+35x^2-50x+24로 놓으면 $f(1)=0, f(2)=0$ 이므로$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x^2-7x+12)$$

$$= (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

$$\stackrel{\sim}{\neg}, (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 0 \circ | \square \not = 0$$

$$x = 1 \quad \text{£} \quad x = 2 \quad \text{£} \quad x = 3 \quad \text{£} \quad x = 4$$

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x^2-5x-3)$$

즉, $(x+1)(x-1)(x^2-5x-3) = 0$ 이므로
 $x = \pm 1$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x^2-2x+4)$$

즉, $(x+1)(x-1)(x^2-2x+4) = 0$ 이므로
 $x = \pm 1$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2-2x-4)$$

즉, $(x-1)(x+1)(x^2-2x-4) = 0$ 이므로
 $x = \pm 1$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{5}$

59)
$$x = -2$$
 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}$
 $\Rightarrow x^2 + 4x - 1 = t$ 로 놓으면
 $t(t+4) - 5 = 0 \Rightarrow t^2 + 4t - 5 = 0$

다
$$x^2+5x+4=t$$
로 놓으면
$$(t+2)t-3=0, \ t^2+2t-3=0$$

$$(t+3)(t-1)=0 \ \ \therefore t=-3$$
 또는 $t=1$
$$(i)t=-3$$
일 때, $x^2+5x+4=-3$ 에서
$$x^2+5x+7=0 \ \ \therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{3}i}{2}$$

$$(ii)t=1$$
일 때, $x^2+5x+4=1$ 에서
$$x^2+5x+3=0 \ \ \therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$$

(i),(ii)에서
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$$
 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

61) $x = -1 \pm \frac{1}{2} \quad x = 2 \pm \frac{1}{2} \quad x = -1 \pm \sqrt{2}$

$$x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 2 = (x+1)(x-2)(x^2 + 2x - 1)$$

이므로 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{2}$

62) x = 1 또는 x = -3 또는 $x = -1 \pm i$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = (x - 1)(x + 3)(x^2 + 2x + 2)$$

이므로 $x = 1$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -1 \pm i$

63)
$$x = -1$$
 또는 $x = 1$ 또는 $x = 1 \pm 2i$

⇒ $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5$ 로 놓으면

 $f(1) = 0$, $f(-1) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여

 $f(x)$ 를 인수분해하면

1 1 -2 4 2 -5

1 -1 3 5

-1 1 -1 3 5

-1 2 -5

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x^2-2x+5)$$

 $x = -1 \quad \exists \frac{1}{x} \quad x = 1 \quad \exists \frac{1}{x} \quad x = 1 \pm 2i$

64)
$$x=1$$
 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$

⇨ 조립제법을 이용하면

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4 = (x - 1)(x + 2)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

이므로 $x = 1$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1 \pm i$

- 65) x = -1 $\Xi = x = 1$ $\Xi = x = -1 \pm i$
- ⇨ 조립제법을 이용하면

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 2 = (x+1)(x-1)(x^2 + 2x + 2) = 0$$

이므로 $x = -1$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = -1 \pm i$

- 66) $x = -1 \pm \frac{1}{2} x = 1 \pm \frac{1}{2} x = -1 \pm \sqrt{3}i$
- $\Rightarrow x^4 + 2x^3 + 3x^2 2x 4 = 0$ 에 대하여 조립제법을 이 용하면

67)
$$x = \pm 2$$
 $\pm \frac{1}{2}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{31}i}{2}$

$$\Rightarrow x^4 + x^3 + 4x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x-2)(x+2)(x^2+x+8)=0$$

따라서
$$x=\pm 2$$
 또는 $x=\frac{-1\pm\sqrt{31}\,i}{2}$

68)
$$x = 1 + \frac{1}{2} = x = -1 + \frac{1}{2} = x = 3 + \frac{1}{2} = x = 2$$

$$\therefore x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x - 2)$$
 따라서 $x = 1$ 또는 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 2$