



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2020-03-10

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[삼각함수의 최대, 최소와 주기]

삼각함수	최대값	최소값	주기
$y = a \sin bx + c$	$ a + c$	$- a + c$	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \cos bx + c$	$ a + c$	$- a + c$	$\frac{2\pi}{ b }$
$y = a \tan bx + c$	없다.	없다.	$\frac{\pi}{ b }$

[삼각함수를 포함한 식의 최대, 최소]

- ① 각을 통일: 삼각함수의 각이 $2\pi \pm x$, $\pi \pm x$, $\frac{\pi}{2} \pm x$ 등과 같이 여러 가지로 표현되어 있으면 각을 x 로 통일한다.
- ② 한 종류의 삼각함수로 통일
- ③ 삼각함수를 t 로 치환 (이때 t 의 값의 범위에 주의)
- ④ t 에 대한 함수의 그래프를 그려서 최대값과 최소값을 구한다.

기본문제

[예제]

1. 함수 $y = 3\sin \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

$\frac{1}{4}\pi$ 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식을 $y = f(x)$ 의 주기는 a , 최대값은 b 이다.
 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[문제]

2. 다음 함수 중에서 함수 $y = \sin \frac{4\pi}{3}x$ 와 동일한 주기와 치역을 갖는 것은?

- ① $y = 2\cos\left(-\frac{4\pi}{3}x\right)$ ② $y = \left|\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\right|$
 ③ $y = 2\left|\cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\right| - 1$ ④ $y = \tan \frac{2\pi}{3}x$
 ⑤ $y = \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$

[문제]

3. 함수 $f(x) = 3\sin 2\pi x + 1$ 에 대하여 주기와 치역을 각각 순서대로 알맞게 나열한 것은?

- ① 1, $\{y | -1 \leq y \leq 3\}$ ② 1, $\{y | -2 \leq y \leq 4\}$
 ③ 1, $\{y | 1 \leq y \leq 3\}$ ④ 2, $\{y | -2 \leq y \leq 4\}$
 ⑤ 2, $\{y | -1 \leq y \leq 3\}$

[예제]

4. 다음 <보기> 중 함수 $y = 2\cos 3x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 주기가 3π 인 주기함수이다.
 ㄴ. 최소값은 0이다.
 ㄷ. 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

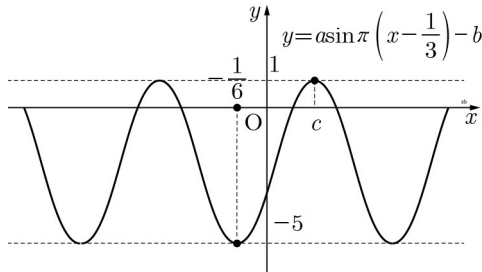
[문제]

5. 다음 중 $y = 3\sin(2x - 4) + 1$ 와 비교했을 때, 주기와 최대값이 모두 같은 함수는?

- ① $y = \cos(x - 2) + 3$ ② $y = 2\sin(x - 2) + 2$
 ③ $y = \tan(x - 2) + 4$ ④ $y = 2\cos 2x + 2$
 ⑤ $y = -2\sin 2x + 6$

[문제]

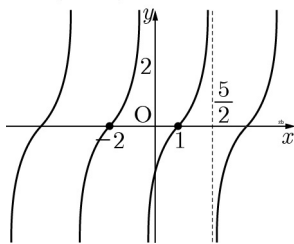
6. 함수 $y = a \sin \pi \left(x - \frac{1}{3} \right) - b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은? (단, $a > 0$)



- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

7. 함수 $y = \tan(ax - b)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0, 0 < b < \pi$)



- ① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{3}\pi$
③ $\frac{1}{2}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$
⑤ $\frac{5}{6}\pi$

[문제]

8. 다음 중 함수 $y = \cos(3\theta - 2) + 2$ 와 주기가 같은 함수는?

- ① $y = \sin\theta + 3$ ② $y = -|\cos 3\theta| + 2$
③ $y = \tan\left(\frac{3}{2}\theta + \frac{3}{2}\right)$ ④ $y = -\sin 2\theta + 3\pi$
⑤ $y = \tan(3\theta - 2) + 2$

평가문제

[스스로 확인하기]

9. 다음 중 $y = \tan \pi x$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 있는대로 고른 것은?

- ㄱ. 정의역은 실수 전체의 집합이다.
ㄴ. 원점에 대하여 대칭이다.
ㄷ. 주기는 1이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[스스로 확인하기]

10. 삼각함수 $y = \frac{2}{3} \sin\left(\frac{2}{3}\pi x - 2\right) + \frac{1}{3}$ 의 주기가 p , 치역이 $\{y | q \leq y \leq r\}$ 일 때, $p \times (r - q)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

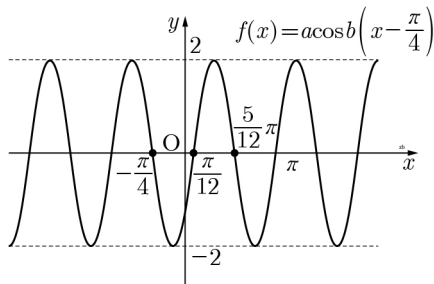
[스스로 확인하기]

11. 함수 $y = a \cos bx + 1$ 의 최댓값이 5이고 주기가 3 π 일 때, 양수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

[스스로 마무리하기]

12. 다음 그림은 함수 $f(x) = a\cos b\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프이다. $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)



- ① 4 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8

[스스로 마무리하기]

13. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = 3\cos^2 x + 2\sin x + 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$
 ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$
 ⑤ $\frac{11}{3}$



정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설] $y = 3\sin\frac{\pi}{2}x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 3\sin\left\{\frac{\pi}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right\} - 2 \text{이므로}$$

$$\text{주기 } a = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \text{이고}$$

$$\text{최댓값 } b = 3 - 2 = 1 \text{이므로}$$

$$a + b = 5$$

2) [정답] ③

[해설] 함수 $y = \sin\frac{4\pi}{3}x$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{3}{2}$,

치역은 $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.

$$\textcircled{1} \quad y = 2\cos\left(-\frac{4\pi}{3}x\right) \text{의 주기는 } \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{3}{2},$$

치역은 $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$ 이다.

$$\textcircled{2} \quad y = \left|\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\right| \text{의 주기는 } \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{2},$$

치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 1\}$ 이다.

$$\textcircled{3} \quad y = 2\left|\cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\right| - 1 \text{의 주기는 } \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{2},$$

치역은 $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.

$$\textcircled{4} \quad y = \tan\frac{2\pi}{3}x \text{의 주기는 } \frac{\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{2},$$

치역은 $\{y | y \text{는 모든 실수}\}$ 이다.

$$\textcircled{5} \quad y = \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \text{의 주기는 } \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3,$$

치역은 $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.

3) [정답] ②

[해설] 함수 $f(x) = 3\sin 2\pi x + 1$ 에 대하여

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1, \text{ 치역은 } -|3| + 1 \leq y \leq |3| + 1 \text{이}$$

므로 $\{y | -2 \leq y \leq 4\}$ 이다.

4) [정답] ②

[해설] ㄱ. $y = a\cos bx$ 에서 주기는 $\frac{2\pi}{|b|}$ 이므로

$$y = 2\cos 3x + 2 \text{의 주기는 } \frac{2}{3}\pi \text{이다. (거짓)}$$

ㄴ. $y = a\cos bx + c$ 에서 최솟값은 $-|a| + c$ 이므로
 $y = 2\cos 3x + 2$ 의 최솟값은 0이다. (참)

ㄷ. 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다. (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄴ이다.

5) [정답] ④

[해설] $y = 3\sin(2x - 4) + 1$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$, 최댓값은 $3 + 1 = 4$ 이다.

① $y = \cos(x - 2) + 3$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$, 최댓값은 $1 + 3 = 4$ 이다.

② $y = 2\sin(x - 2) + 2$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$, 최댓값은 $2 + 2 = 4$ 이다.

③ $y = \tan(x - 2) + 4$ 의 주기는 $\frac{\pi}{1} = \pi$, 최댓값은 없다.

④ $y = 2\cos 2x + 2$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$, 최댓값은 $2 + 2 = 4$ 이다.

⑤ $y = -2\sin 2x + 6$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$, 최댓값은 $|-2| + 6 = 8$ 이다.

6) [정답] ⑤

[해설] 주어진 함수의 최댓값이 1, 최솟값이 -5 이고 $a > 0$ 이므로

$$a - b = 1, -a - b = -5$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 3, b = 2$

따라서 주어진 함수의 식은 $y = 3\sin\pi\left(x - \frac{1}{3}\right) - 2$

이고 그래프의 주기가 $2 \times \left(c + \frac{1}{6}\right)$ 이므로

$$\frac{2\pi}{\pi} = 2\left(c + \frac{1}{6}\right) = 2, c = \frac{5}{6}$$

$$\therefore abc = 3 \times 2 \times \frac{5}{6} = 5$$

7) [정답] ④

[해설] 주어진 그래프의 주기가 3이고 $a > 0$ 이므로

$$\frac{\pi}{a} = 3, a = \frac{1}{3}\pi$$

따라서 주어진 함수는 $y = \tan\left(\frac{1}{3}\pi x - b\right)$ 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$\tan\left(\frac{1}{3}\pi - b\right) = 0, b = \frac{1}{3}\pi$$

$$\therefore a + b = \frac{2}{3}\pi$$

8) [정답] ③

[해설] $y = \cos(3\theta - 2) + 2$ 의 주기는 $\frac{2}{3}\pi$ 이다.

① $y = \sin\theta + 3$ 의 주기는 2π 이다.

② $y = -|\cos 3\theta| + 2$ 의 주기는 $\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi$ 이다.

③ $y = \tan\left(\frac{3}{2}\theta + \frac{3}{2}\right)$ 의 주기는 $\frac{\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\pi$ 이다.

④ $y = -\sin 2\theta + 3\pi$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 이다.

⑤ $y = \tan(3\theta - 2) + 2$ 의 주기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

9) [정답] ④

[해설] ㄱ. 정의역은 $x = \frac{1}{2}(2n+1)$ (n 은 정수)을 제

외한 모든 실수이다. (거짓)

ㄴ. $y = \tan \pi x$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다. (참)

ㄷ. $y = \tan \pi x$ 의 주기는 $\frac{\pi}{\pi} = 1$ 이다. (참)

10) [정답] ④

[해설] $y = a \sin(bx+c)+d$ 에서 주기는 $\frac{2\pi}{|b|}$, 치역은

$\{y \mid -|a|+d \leq y \leq |a|+d\}$ 이므로

$$y = \frac{2}{3} \sin\left(\frac{2}{3}\pi x - 2\right) + \frac{1}{3} \text{의 주기는 } \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3 \text{이고}$$

$$\text{치역은 } \left\{y \mid -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \leq y \leq \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right\},$$

$$\text{즉 } \left\{y \mid -\frac{1}{3} \leq y \leq 1\right\} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } p=3, q=-\frac{1}{3}, r=1 \text{이므로}$$

$$p \times (r-q) = 3 \times \left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right\} = 4$$

11) [정답] ①

[해설] $f(x) = a \cos bx + 1$ 이라 하면 주기는 $\frac{2\pi}{|b|}$ 이다.

$$\text{즉 } \frac{2\pi}{b} = 3\pi, b = \frac{2}{3}$$

함수 $y = f(x)$ 의 최댓값은 $a+1$ 이다.

$$\text{즉 } a+1=5, a=4$$

$$\text{따라서 } a=4, b=\frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$\frac{a}{b} = 6$$

12) [정답] ②

[해설] 주어진 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 최댓값이 2, 최솟값이 -2이므로 $a=2$

$$\frac{5}{12}\pi - \left(-\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{2}{3}\pi \text{이므로 함수 } y = f(x) \text{의 주기}$$

$$\text{는 } \frac{2}{3}\pi \text{이다.}$$

$$\text{즉 } \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3} \text{에서 } b=3$$

$$\text{따라서 } a+b=5$$

13) [정답] ④

[해설] $y = 3\cos^2 x + 2\sin x + 1$ 에서 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$\text{이므로 } y = -3\sin^2 x + 2\sin x + 4$$

$$\sin x = t \text{로 놓으면 } -1 \leq t \leq 1$$

주어진 함수는

$$y = -3t^2 + 2t + 4$$

$$f(t) = -3t^2 + 2t + 4 \text{로 놓으면}$$

$$f(t) = -3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{13}{3}$$

$-1 \leq t \leq 1$ 에서 함수 $y = f(t)$ 는

$$t = \frac{1}{3} \text{일 때 최댓값 } \frac{13}{3},$$

$t = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은

$$\frac{13}{3} + (-1) = \frac{10}{3}$$