



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-08-13

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01

로그함수의 도함수

(1) $y = \ln x$ 이면 $y' = \frac{1}{x}$

(2) $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 이면 $y' = \frac{1}{x \ln a}$

■ 다음 함수를 미분하여라.

1. $y = \ln 3x$

2. $y = e^x \ln 5x$

3. $y = x \ln x$

4. $y = 5x \ln x$

5. $y = \ln 2x$

6. $y = \ln x^4$

7. $y = 3^x + x \ln x$

8. $y = x^3 \ln 2x$

9. $y = (\ln x)^3$

10. $y = e^x \ln x$

11. $y = \ln 6x$

12. $y = (e^x - 3) \ln x$

13. $y = \log_2 3x$

14. $y = x^3 + \log_3 x$

15. $y = \ln x + \log_2 x$

16. $y = x \log_3 2x$

17. $y = \log_2 16x$

18. $y = \log_2 4x$

19. $y = \ln x + \log_{\sqrt{5}} x$

20. $y = x^2 \log_5 x$

21. $y = \log_3 \frac{1}{x}$

22. $y = (3x-1) \log_2 x$

23. $y = (x+2) \log_2 x$

■ 다음 극한값을 구하여라.

24. 함수 $f(x) = \ln x^2 + e^x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값

25. 함수 $f(x) = x^2 + x \ln(2x-1)$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값

26. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x) \ln x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+2h) - f(e)}{5h}$ 의 값

27. 함수 $f(x) = x \ln x + x^3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ 의 값

28. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e-h)}{h}$ 의 값

29. 함수 $f(x) = x^2 \ln x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{h}$ 의 값

30. 함수 $f(x)=\ln 2x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{2h} \text{의 값}$$

31. 함수 $f(x)=\log_3 x^3 + \log_5 x^5$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(15+h)-f(15-2h)}{h} \text{의 값}$$

32. 함수 $f(x)=e^x \log_3 x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h} \text{의 값}$$

33. 함수 $f(x)=\log 2x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5-h)}{h} \text{의 값}$$

34. 함수 $f(x)=e^x(1+\ln x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3)-e}{x-1} \text{의 값}$$

35. 함수 $f(x)=x \ln 3x$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3)-x^3 \ln 3}{x-1} \text{의 값}$$

■ 다음 값을 구하여라.

36. 함수 $f(x)=\ln x + e^{x-2}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값

37. 함수 $f(x)=e^{2x} \ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

38. 함수 $f(x)=x^3 - \ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

39. 함수 $f(x)=e^x + \ln 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

40. 함수 $f(x)=\ln 3x - 7x^2$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값

41. $f(x)=(e^x-1)\ln x$ 일 때, $f'(1)$ 의 값

42. 함수 $y=e^{x-1} \ln 3x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

43. 함수 $f(x)=x \ln x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ 의 값

44. 함수 $f(x) = x^3 \ln x - x^2 + 1$ 일 때, $f'(e)$ 의 값

45. 함수 $f(x) = (x+1)\ln x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ 의 값

46. 함수 $f(x) = x \log_3 x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ 의 값

47. 함수 $f(x) = x \log x^3$ 에 대하여 $f'(100)$ 의 값

48. 함수 $f(x) = \log_5 x - x^5 + 10x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

49. 함수 $f(x) = (x^3 - 6x) \log_2 x$ 에 대하여 $f'(\sqrt{2})$ 의 값

50. 함수 $f(x) = e^x \log_2 x - \ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값

■ 다음 물음에 답하여라.

51. 함수 $f(x) = e^{\ln x + 2} + x \ln x$ 에 대하여 $f'(e) = e^a + b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

52. 함수 $f(x) = x \log_3 a x^2$ ($x > 0$)에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2 \log_3 4a}{x-2} = 4$ 일 때, 상수 a 값을 구하여라.

53. 함수 $f(x) = x \ln a x^3$ 에 대하여 $f'(1) = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

54. 함수 $f(x) = ax - b \ln x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x) - 3}{x-1} \right\} = 2$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

55. 함수 $f(x) = x \log_2 x + \ln x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)}{x-1} = \frac{a}{\ln b} + c$ 일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

56. 함수 $f(x) = e^{a(x-1)} + bx$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 8$ 을 만족시킬 때, 두 상수 a, b 의 곱 $a \cdot b$ 의 값을 구하여라.

57. 함수 $f(x) = (ax^2 + bx) \times \log x$ 에 대하여

$f'(x) = (-2x + 3) \times \log x + (3 - x) \times c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하여라.

58. 함수 $f(x) = (x + a) \times \ln x^b$ 에 대하여

$f'(x) = 2\left(\ln x + 1 + \frac{3}{x}\right)$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

59. 함수 $f(x) = a^x \ln x + bx$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f'(1) = 3$ 일 때, $f(e)$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

60. 함수 $f(x) = x^2 \ln x + ax$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^3-1} = b$ 를 만족시킬 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

02 로그함수의 도함수와 미분가능성

■ 다음 물음에 답하여라.

61. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2 & (x < 1) \\ \ln bx + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

62. 함수 $f(x) = \begin{cases} 4 + ax \ln x & (0 < x \leq 1) \\ bx + 3 & (x > 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 의 값을 구하여라.

63. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^3 & (x \leq 2) \\ \ln bx & (x > 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

64. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4 & (x \leq 2) \\ \ln b(x-1) & (x > 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

65. 함수 $f(x) = \begin{cases} e^x & (x < 1) \\ ax + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

66. 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln ax & (0 < x < 1) \\ be^x & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 모든 양수 x 에 대하여 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

67. 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln x & (0 < x \leq e) \\ ax + b & (x > e) \end{cases}$ 가 $x = e$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

68. 함수 $f(x) = \begin{cases} a \ln 2x - b & (x > 1) \\ x + 1 & (x \leq 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

69. 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln x + bx^2 & (x < 1) \\ ae^{x-1} & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x = 1$ 에서 미분가능하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

70. 함수 $f(x) = \begin{cases} a + \ln x & (0 < x \leq 1) \\ bx + 2 & (x > 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

71. 함수 $f(x) = \begin{cases} 3 + a \ln x & (0 < x \leq 1) \\ be^x + 2 & (x > 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

72. 함수 $f(x) = \begin{cases} a^{x-1} & (x \leq 1) \\ \ln bx & (x > 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

73. 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln x^3 + a & (0 < x < 1) \\ a \times 3^{x+1} + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

74. 다음 함수 $f(x) = \begin{cases} x \cdot \ln x^a & (0 < x \leq e) \\ x + b & (x > e) \end{cases}$ 가 $x = e$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.



정답 및 해설

$$1) y' = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y = \ln 3 + \ln x \text{ 이므로 } y' = \frac{1}{x}$$

$$2) y' = e^x \left(\ln 5x + \frac{1}{x} \right)$$

$$3) y' = \ln x + 1$$

$$\Rightarrow y' = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

$$4) y' = 5 \ln x + 5$$

$$\Rightarrow y' = (5x)' \ln x + 5x (\ln x)' = 5 \ln x + 5x \cdot \frac{1}{x} \\ = 5 \ln x + 5$$

$$5) y' = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow y = \ln 2x = \ln 2 + \ln x \text{ 이므로} \\ y' = (\ln 2)' + (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$6) y' = \frac{4}{x}$$

$$\Rightarrow y = \ln x^4 = 4 \ln x \text{ 이므로 } y' = (4 \ln x)' = \frac{4}{x}$$

$$7) y' = 3^x \ln 3 + \ln x + 1$$

$$\Rightarrow y' = 3^x \ln 3 + \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = 3^x \ln 3 + \ln x + 1$$

$$8) y' = x^2 (3 \ln x + 3 \ln 2 + 1)$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 \cdot \ln 2x + x^3 \cdot \frac{1}{x} \\ = 3x^2 (\ln x + \ln 2) + x^2 = x^2 (3 \ln x + 3 \ln 2 + 1)$$

$$9) y' = \frac{3(\ln x)^2}{x}$$

$$\Rightarrow y' = 3(\ln x)^2 \cdot (\ln x)' = \frac{3(\ln x)^2}{x}$$

$$10) y' = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$$

$$\Rightarrow \text{곱의 미분법에 의하여}$$

$$y' = (e^x)' \ln x + e^x (\ln x)' \\ = e^x \ln x + \frac{e^x}{x} = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$$

$$11) y' = \frac{1}{x}$$

$$12) y' = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right) - \frac{3}{x}$$

$$13) y' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$\Rightarrow y = \log_2 3x = \log_2 3 + \log_2 x \text{ 이므로}$$

$$y' = (\log_2 3)' + (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$14) y' = 3x + \frac{1}{x \ln 3}$$

$$15) y' = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{\ln 2} \right)$$

$$16) y' = \log_3 2x + \frac{1}{\ln 3}$$

$$\Rightarrow y = x(\log_3 2 + \log_3 x) \text{ 이므로}$$

$$y' = 1 \times (\log_3 2 + \log_3 x) + x \times \frac{1}{x \ln 3} \\ = \log_3 2x + \frac{1}{\ln 3}$$

$$17) y' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$\Rightarrow y' = (\log_2 16x)' = (4 + \log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$18) y' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$\Rightarrow y = \log_2 4 + \log_2 x = 2 + \log_2 x \text{ 이므로 } y' = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$19) y' = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{2}{\ln 5} \right)$$

$$20) y' = x \left(2 \log_5 x + \frac{1}{\ln 5} \right)$$

$$\Rightarrow \text{곱의 미분법에 의하여}$$

$$y' = (x^2)' \log_5 x + x^2 \times (\log_5 x)' \\ = 2x \log_5 x + x^2 \times \frac{1}{x \ln 5} = x \left(2 \log_5 x + \frac{1}{\ln 5} \right)$$

$$21) y' = -\frac{1}{x \ln 3}$$

$$\Rightarrow y = \log_3 \frac{1}{x} = \log_3 x^{-1} = -\log_3 x \text{ 이므로}$$

$$y' = -(\log_3 x)' = -\frac{1}{x \ln 3}$$

$$22) y' = 3 \log_2 x + \frac{3x-1}{x \ln 2}$$

$$\Rightarrow y' = (3x-1)' \log_2 x + (3x-1)(\log_2 x)' \\ = 3 \log_2 x + (3x-1) \cdot \frac{1}{x \ln 2} = 3 \log_2 x + \frac{3x-1}{x \ln 2}$$

$$23) y' = \log_2 x + \frac{x+2}{x \ln 2}$$

$$24) 2(2+e)$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2 = 2f'(1)$$

한편 $f(x) = 2\ln x + e^x$ 에서 $f'(x) = \frac{2}{x} + e^x$ 이므로

구하는 극한값은 $2f'(1) = 2(2+e)$

25) 8

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = 2f'(1)$$

$$f'(x) = 2x + \ln(2x-1) + \frac{2x}{2x-1}$$

$$f'(1) = 2 + 2 = 4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = 2f'(1) = 2 \times 4 = 8$$

26) $\frac{2}{5}(3e-4)$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+2h) - f(e)}{5h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+2h) - f(e)}{2h} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} f'(e)$$

한편

$$f'(x) = (x^2 - 2x)' \times \ln x + (x^2 - 2x) \times (\ln x)'$$

$$= (2x-2)\ln x + (x^2-2x) \times \frac{1}{x}$$

$$= (2x-2)\ln x + x - 2$$

이므로 구하는 극한값은

$$\frac{2}{5} f'(e) = \frac{2}{5} (2e - 2 + e - 2) = \frac{2}{5} (3e - 4)$$

27) 8

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = 2f'(1)$$

$$f'(x) = \ln x + 1 + 3x^2$$

$$\therefore f'(1) = 4$$

$$\therefore 2f'(1) = 2 \times 4 = 8$$

28) 4

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e-h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e-h) - f(e)}{-h} \times (-1)$$

$$= 2f'(e)$$

따라서 $f'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} = \ln x + 1$ 이므로

$$2f'(e) = 2(\ln e + 1) = 4$$

29) $12\ln 2 + 6$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{h} = 3f'(2)$$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

$$f'(2) = 4\ln 2 + 2$$

$$3f'(2) = 12\ln 2 + 6$$

30) $\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \text{ 이므로 } f'(3) = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{2h} = \frac{1}{2} \cdot 2f'(3) = \frac{1}{3}$$

31) $3\left(\frac{1}{5\ln 3} + \frac{1}{3\ln 5}\right)$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(15+h) - f(15-2h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(15+h) - f(15) - \{f(15-2h) - f(15)\}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(15+h) - f(15)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(15-2h) - f(15)}{-2h} \times (-2)$$

$$= f'(15) + 2f'(15) = 3f'(15)$$

한편 $f(x) = 3\log_3 x + 5\log_5 x$ 에서

$$f'(x) = \frac{3}{x \ln 3} + \frac{5}{x \ln 5} \text{ 이므로 구하는 극한값은}$$

$$3f'(15) = 3\left(\frac{3}{15\ln 3} + \frac{5}{15\ln 5}\right) = 3\left(\frac{1}{5\ln 3} + \frac{1}{3\ln 5}\right)$$

32) $2e^3\left(1 + \frac{1}{3\ln 3}\right)$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x \log_3 x + e^x \frac{1}{x \ln 3}$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3) - f(3-h) + f(3)}{h} = 2f'(3)$$

$$= 2e^3\left(1 + \frac{1}{3\ln 3}\right)$$

33) $\frac{2}{5\ln 10}$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} + \frac{f(5) - f(5-h)}{h} = 2f'(5)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln 10} \text{ 이므로 주어진 극한값은}$$

$$2f'(5) = \frac{2}{5\ln 10}$$

34) $6e$

$$\Rightarrow f(1) = e \text{ 이고,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - f(1)}{x^3 - 1} \cdot \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - f(1)}{x^3 - 1} \cdot (x^2 + x + 1) = 3f'(1)$$

$$\text{이때 } f'(x) = e^x(1 + \ln x) + e^x \left(\frac{1}{x}\right),$$

$$f'(1) = e + e = 2e$$

$$\therefore 3f'(1) = 6e$$

35) 3

$$\Rightarrow f(x^3) = x^3 \ln 3x^3 = x^3(\ln 3 + 3\ln x)$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - x^3 \ln 3}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 \ln 3 + 3x^3 \ln x - x^3 \ln 3}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 \ln x}{x-1} \quad (x-1=t \text{라 하면}) \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3(t+1)^3 \ln(1+t)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} 3(t+1)^3 \cdot \frac{\ln(1+t)}{t} \\ &= 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3\end{aligned}$$

36) $\frac{3}{2}$

$\Rightarrow f(x) = \ln x + e^{x-2}$ 를 미분하면

$$f'(x) = \frac{1}{x} + e^{x-2} \text{이므로 } f'(2) = \frac{1}{2} + e^0 = \frac{3}{2}$$

37) e^2

$$\Rightarrow f'(x) = 2e^{2x} \ln x + e^{2x} \cdot \frac{1}{x} \quad \therefore f'(1) = e^2$$

38) 2

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - \ln x$$

$$f'(x) = (x^3)' - (\ln x)' = 3x^2 - \frac{1}{x}$$

$$f'(1) = 3 - 1 = 2$$

39) $e+1$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x + \frac{2}{2x} = e^x + \frac{1}{x} \quad \therefore f'(1) = e+1$$

40) -5

$$\Rightarrow f(x) = \ln x + \ln 3 - 7x^2 \text{에서}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 14x \text{이므로 } f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - 14 \times \frac{1}{2} = -5$$

41) $e-1$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x \ln x + (e^x - 1) \times \frac{1}{x} \text{이므로 } f'(1) = e-1$$

42) $\ln 3 + 1$

$$\Rightarrow y' = e^{x-1} \ln 3x + e^{x-1} \times \frac{3}{3x} = \left(\ln 3x + \frac{1}{x} \right) e^{x-1}$$

$$f'(1) = \ln 3 + 1$$

43) 0

$$\Rightarrow f'(x) = \ln x + 1 \text{이므로 } f'\left(\frac{1}{e}\right) = -1 + 1 = 0$$

44) $4e^2 - 2e$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f'(x) &= (x^3)' \ln x + x^3 (\ln x)' - 2x \\ &= 3x^2 \ln x + x^2 - 2x\end{aligned}$$

$$\therefore f'(e) = 3e^2 + e^2 - 2e = 4e^2 - 2e$$

45) e

$$\begin{aligned}\Rightarrow f'(x) &= (x+1)' \times \ln x + (x+1) \times \frac{1}{x} \\ &= \ln x + 1 + \frac{1}{x}\end{aligned}$$

$$\therefore f'\left(\frac{1}{e}\right) = f'(e^{-1}) = -1 + 1 + e = e$$

46) 0

$$\Rightarrow f'(x) = \log_3 x + \frac{1}{\ln 3}$$

$$f'\left(\frac{1}{e}\right) = -\log_3 e + \frac{1}{\ln 3} = -\frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 3} = 0$$

47) $3\left(2 + \frac{1}{\ln 10}\right)$

$\Rightarrow f(x) = 3x \log x$ 에서

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3\{(x)' \times \log x + x \times (\log x)'\} \\ &= 3\left(\log x + x \times \frac{1}{x \ln 10}\right) = 3\left(\log x + \frac{1}{\ln 10}\right)\end{aligned}$$

$$\therefore f'(100) = 3\left(2 + \frac{1}{\ln 10}\right)$$

48) $\frac{1}{\ln 5} + 5$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln 5} - 5x^4 + 10x \text{이므로}$$

$$f'(1) = \frac{1}{\ln 5} - 5 + 10 = \frac{1}{\ln 5} + 5$$

49) $-\frac{4}{\ln 2}$

$$\Rightarrow f'(x) = (x^3 - 6x)' \times \log_2 x + (x^3 - 6x) \times (\log_2 x)'$$

$$= (3x^2 - 6) \times \log_2 x + (x^3 - 6x) \times \frac{1}{x \ln 2}$$

$$= (3x^2 - 6) \times \log_2 x + (x^2 - 6) \times \frac{1}{\ln 2}$$

$$\therefore f'(\sqrt{2}) = (2 - 6) \times \frac{1}{\ln 2} = -\frac{4}{\ln 2}$$

50) $\frac{e}{\ln 2} - 1$

$$\Rightarrow f(x) = e^x \log_2 x - \ln x$$

$$f'(x) = e^x \left(\log_2 x + \frac{1}{x \ln 2} \right) - \frac{1}{x}$$

$$f'(1) = e^1 \left(\log_2 1 + \frac{1}{1 \cdot \ln 2} \right) - \frac{1}{1} = \frac{e}{\ln 2} - 1$$

51) 4

\Rightarrow 주어진 함수를 미분하면

$$f'(x) = \frac{e^{\ln x + 2}}{x} + \ln x + 1$$

$$f'(e) = \frac{e^{\ln e + 2}}{e} + \ln e + 1 = e^2 + 2$$

$$\therefore a = 2, b = 2$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } a + b = 2 + 2 = 4$$

52) $\frac{81}{4e^2}$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2 \log_3 4a}{x-2} = 4 \text{에서 분모가 } 0 \text{으로 수렴하}$$

므로 분자도 0으로 수렴한다.

$$\text{즉, } f(2) = 2\log_3 4a$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2\log_3 4a}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 4$$

$$f'(x) = \log_3 ax^2 + \frac{2}{\ln 3}$$

$$f'(2) = \log_3 4a + \log_3 e^2 = \log_3 3^4$$

$$\log_3 4a = \log_3 \frac{81}{e^2} \quad \therefore a = \frac{81}{4e^2}$$

$$53) \frac{1}{e^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \ln ax^3 + x \cdot \frac{3ax^2}{ax^3} = \ln ax^3 + 3$$

$$f'(1) = \ln a + 3 = 1$$

$$\ln a = -2 \quad \therefore a = \frac{1}{e^2}$$

$$54) 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = 2 \text{ 이므로 } f(1) = a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 2$$

$$f'(x) = a - \frac{b}{x} = 3 - \frac{b}{x} \text{ 이므로}$$

$$f'(1) = 3 - b = 2 \quad \therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 4$$

$$55) 6$$

$$\Rightarrow f(1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} \cdot (x + 1) = 2f'(1)$$

$$f(x) = x \log_2 x + \ln x \text{ 를 미분하면}$$

$$f'(x) = \log_2 x + \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)}{x - 1} = 2f'(1) = 2 \left(\log_2 1 + \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{1} \right) = \frac{2}{\ln 2} + 2$$

$$\therefore a = 2, b = 2, c = 2$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$56) 16$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 8 \text{ 에서 } x \rightarrow 1 \text{ 일 때, (분모)} \rightarrow 0 \text{ 이고,}$$

극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - 5\} = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$f(1) - 5 = 1 + b - 5 = 0 \quad \therefore b = 4$$

$$f(x) = e^{a(x-1)} + 4x \text{ 를 미분하면}$$

$$f'(x) = ae^{a(x-1)} + 4 \text{ 이고,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 8 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } f'(1) = a + 4 = 8 \quad \therefore a = 4$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } a \cdot b = 4 \cdot 4 = 16$$

$$57) a = -1, b = 3, c = \frac{1}{\ln 10}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (ax^2 + bx)' \times \log x + (ax^2 + bx) \times (\log x)'$$

$$= (2ax + b) \times \log x + (ax^2 + bx) \times \frac{1}{x \ln 10}$$

$$= (2ax + b) \times \log x + (ax + b) \times \frac{1}{\ln 10}$$

$$= (-2x + 3) \times \log x + (3 - x) \times c$$

$$\therefore a = -1, b = 3, c = \frac{1}{\ln 10}$$

$$58) a = 3, b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = b(x + a) \times \ln x$$

$$f'(x) = b\{(x + a)' \times \ln x + (x + a) \times (\ln x)'\}$$

$$= b\left\{\ln x + (x + a) \times \frac{1}{x}\right\}$$

$$= b\left(\ln x + 1 + \frac{a}{x}\right)$$

$$= 2\left(\ln x + 1 + \frac{3}{x}\right)$$

$$\therefore a = 3, b = 2$$

$$59) 2^e + e$$

$$\Rightarrow f(1) = 1 \text{ 에서 } b = 1 \text{ 이다.}$$

$$f'(x) = a^x \ln a \times \ln x + \frac{a^x}{x} + 1 \text{ 에서}$$

$$f'(1) = a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2$$

$$\text{따라서 } f(x) = 2^x \ln x + x \text{ 이므로 } f(e) = 2^e + e \text{ 이다.}$$

$$60) 5$$

\Rightarrow 주어진 극한에서 분모가 0에 수렴하므로, 분자도 0에 수렴한다.

$$\text{즉 } f(1) - 2 = 0 \quad \therefore f(1) = 2$$

$$\therefore f(1) = a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{f'(1)}{3}$$

$$\text{이때, } f'(x) = 2x \ln x + x^2 \times \frac{1}{x} + 2 = 2x \ln x + x + 2$$

$$\therefore f'(1) = 1 + 2 = 3$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^3 - 1} = \frac{f'(1)}{3} = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$$

$$61) a = \frac{1}{2}, b = e^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow f(x) \text{ 가 } x = 1 \text{ 에서 미분가능하려면}$$

$x = 1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (\ln bx + 1) = \lim_{x \rightarrow 1-} (ax^2 + 2) = f(1)$$

$$\text{즉, } \ln b + 1 = a + 2 \text{ 에서 } a = \ln b - 1 \cdots \textcircled{1}$$

또, $f'(1)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax & (x < 1) \\ \frac{1}{x} & (x > 1) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 1-} 2ax \quad \therefore 2a = 1 \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{D}, \textcircled{C} \text{에 의하여 } a = \frac{1}{2}, b = e^{\frac{3}{2}}$$

$$62) a = 1, b = 1$$

$\Rightarrow x = 1$ 에서 연속이므로

$$4 + a \ln 1 = b + 3, 4 = b + 3 \quad \therefore b = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 4 + ax \ln x & (0 < x \leq 1) \\ x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} a \ln x + a & (0 < x \leq 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

$x = 1$ 에서 미분가능하므로

$$a \ln 1 + a = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$63) a = \frac{1}{24}, b = \frac{\sqrt[3]{e}}{2}$$

$\Rightarrow f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 연속이므로 $8a = \ln 2b$

$$f'(x) = \begin{cases} 3ax^2 & (x \leq 2) \\ \frac{1}{x} & (x > 2) \end{cases}$$

$x = 2$ 에서 미분 가능하므로

$$12a = \frac{1}{2} \quad \therefore a = \frac{1}{24}$$

$$8a = \ln 2b \text{이므로 } \frac{1}{3} = \ln 2b, 2b = e^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore b = \frac{e^{\frac{1}{3}}}{2} = \frac{\sqrt[3]{e}}{2}$$

$$64) a = \frac{1}{4}, b = e^5$$

\Rightarrow 함수 $f(x)$ 가 미분가능하면 함수 $f(x)$ 는 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = f(2)$ 에서

$$a \cdot 2^2 + 4 = \ln b(2 - 1),$$

$$4a + 4 = \ln b \cdots \cdots \textcircled{D}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax & (x \leq 2) \\ \frac{1}{x-1} & (x > 2) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} 2ax = 4a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{1}{x-1} = 1$$

함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 미분가능하므로

$$4a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

a 의 값을 식 \textcircled{D} 에 대입하여 b 의 값을 구하면

$$b = e^5$$

$$65) a = e, b = 0$$

$\Rightarrow f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하려면 $x = 1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} (ax + b) = \lim_{x \rightarrow 1-} e^x = f(1) \text{에서}$$

$$a + b = e \quad \therefore a = e - b \cdots \textcircled{D}$$

또, $f'(1)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & (x < 1) \\ a & (x > 1) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow 1+} a = \lim_{x \rightarrow 1-} e^x \quad \therefore a = e \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{D}, \textcircled{C} \text{에 의하여 } a = e, b = 0$$

$$66) a = e, b = \frac{1}{e}$$

$\Rightarrow f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대하여 미분가능하려면 $x = 1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} be^x = \lim_{x \rightarrow 1-} \ln ax = f(1)$$

$$\therefore be = \ln a \cdots \textcircled{D}$$

또, $f'(1)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (0 < x < 1) \\ be^x & (x > 1) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow 1+} be^x = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{1}{x} \quad \therefore be = 1 \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{D}, \textcircled{C} \text{에 의하여 } a = e, b = \frac{1}{e}$$

$$67) a = \frac{1}{e}, b = 0$$

$\Rightarrow f(x)$ 가 $x = e$ 에서 미분가능하려면

$x = e$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow e+} (ax + b) = \lim_{x \rightarrow e-} \ln x = f(e)$$

$$ae + b = 1$$

$$\therefore b = 1 - ae \cdots \textcircled{D}$$

또, $f'(e)$ 의 값이 존재해야 하므로

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (0 < x < e) \\ a & (x > e) \end{cases}$$

$$\text{여기에서 } \lim_{x \rightarrow e+} a = \lim_{x \rightarrow e-} \frac{1}{x}$$

$$\therefore a = \frac{1}{e} \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{D}, \textcircled{C} \text{에 의하여 } a = \frac{1}{e}, b = 0$$

$$68) \ln 2 - 1$$

\Rightarrow (i) $x = 1$ 에서 연속

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1) \text{이므로 } a \ln 2 - b = 2 \text{이다.}$$

(ii) $x = 1$ 에서 미분가능

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & (x > 1) \\ 1 & (x \leq 1) \end{cases} \text{이고,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f'(x) = f'(1) \text{이므로 } \frac{a}{1} = a = 1 \text{이다.}$$

이를 (i)에 대입하면 $b = \ln 2 - 2$ 이다.

따라서 $a + b = \ln 2 - 1$ 이다.

$$69) -2$$

$\Rightarrow x = 1$ 에서 미분 가능하므로 $x = 1$ 에서 연속이다.

따라서 $b = a$ 이다.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 2bx & (x < 1) \\ ae^{x-1} & (x \geq 1) \end{cases}$$

$x=1$ 에서 미분가능하므로

$$1+2b=a, \quad 1+2b=b$$

$$\therefore b=-1, \quad a=-1$$

$$\therefore a+b=-2$$

70) 10

$\Rightarrow x=1$ 에서 미분가능하므로, $x=1$ 에서 연속이다.

$$a=b+2$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (0 < x \leq 1) \\ b & (x > 1) \end{cases}$$

$$\frac{1}{1}=b \quad \therefore b=1, \quad a=3$$

$$\therefore a^2+b^2=9+1=10$$

71) $\frac{1}{e}$

\Rightarrow (i) $x=1$ 에서 연속

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \text{이므로 } 3 = be + 2$$

따라서 $b = \frac{1}{e}$ 이다.

(ii) $x=1$ 에서 미분가능

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & (0 < x \leq 1) \\ be^x & (x > 1) \end{cases} \text{에서}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1+} f'(x) \text{이므로 } a = be = 1 \text{이다.}$$

따라서 $ab = \frac{1}{e}$ 이다.

72) e^2

$\Rightarrow x=1$ 에서 연속이므로

$$a^{1-1} = \ln b, \quad 1 = \ln b \quad \therefore b = e$$

$$f'(x) = \begin{cases} (\ln a)a^{x-1} & (x \leq 1) \\ \frac{1}{x} & (x > 1) \end{cases}$$

$$x=1 \text{에서 미분가능하므로 } \ln a = 1 \quad \therefore a = e$$

$$\therefore a \times b = e^2$$

73) $\frac{3}{\ln 3}$

\Rightarrow 실수 전체에서 연속이므로

$$a = a \times 3^2 + b, \quad 8a + b = 0$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3 \times \frac{1}{x} & (0 < x < 1) \\ 3a(\ln 3)3^x & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$x=1 \text{에서 미분 가능하므로 } 3 = 9a(\ln 3)$$

$$\therefore a = \frac{1}{3\ln 3}, \quad b = -8a = -\frac{8}{3\ln 3}$$

$$\therefore a-b = \frac{1}{3\ln 3} + \frac{8}{3\ln 3} = \frac{3}{\ln 3}$$

$$74) -\frac{1}{4}e$$

$\Rightarrow f(x)$ 가 $x=e$ 에서 미분가능하므로 $x=e$ 에서 연속

$$\lim_{x \rightarrow e} f(x) = e + b = ae$$

$$f'(e) = \ln e^a + ae \frac{1}{e} = (\ln e + 1)a = 2a = 1 \text{이므로}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}e$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{4}e$$