



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이차방정식의 근과 계수의 관계]

• 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

(1) 두 근의 합: $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

(2) 두 근의 곱: $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

[두 수를 근으로 하는 이차방정식]

• α, β 를 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ 이다.

• α, β 를 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은
 $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=0$

[이차식의 인수분해]

• 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$

기본문제

[문제]

1. 이차방정식 $2x^2-3x+4=0$ 의 두 근의 합과 곱을 구하면?

- ① -3, 4 ② 3, 4
③ $\frac{3}{2}, -2$ ④ $-\frac{3}{2}, 2$
⑤ $\frac{3}{2}, 2$

[예제]

2. 이차방정식 $x^2+3x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[문제]

3. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

- ① 21 ② 22
③ 23 ④ 24
⑤ 25

[문제]

4. 두 수 $3+2i, 3-2i$ 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

- ① $x^2-3x+13=0$ ② $x^2-3x+5=0$
③ $x^2-6x+13=0$ ④ $x^2-6x+5=0$
⑤ $x^2-6x=0$

[예제]

5. 이차방정식 $x^2-3x+5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 수 $\alpha+\beta$ 와 $\alpha\beta$ 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

- ① $x^2-2x+15=0$ ② $x^2-2x-15=0$
③ $x^2-8x+15=0$ ④ $x^2-8x-15=0$
⑤ $x^2+8x+15=0$

[문제]

6. 이차방정식 $x^2+2x+5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha}$ 와 $\frac{1}{\beta}$ 를 근으로 하는 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 라고 하면 $5(a+b)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

[예제]

7. 이차식 x^2+2x+4 을 복소수의 범위에서 인수분해 할 때, 인수가 되는 식은?

- ① $x-1+\sqrt{3}i$ ② $x+1+\sqrt{3}i$
 ③ $x-1-\sqrt{3}i$ ④ $x+\sqrt{3}+i$
 ⑤ $x-\sqrt{3}-iA$

[문제]

8. 다음 이차식 $x^2+6x+10$ 을 복소수의 범위에서 인수분해를 하면 $(x+a+i)(x+3+bi)$ 가 나올 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

평가문제

[중단원 마무리]

9. 이차방정식 $x^2-3x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은?

- ① -1 ② -3
 ③ -5 ④ -7
 ⑤ -9

[중단원 마무리]

10. 이차방정식 $x^2+3x+5=0$ 의 두 근이 α, β 일 때,

$\frac{\beta}{\alpha^2+4\alpha+5}+\frac{\alpha}{\beta^2+4\beta+5}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$
 ③ -1 ④ $-\frac{7}{5}$
 ⑤ $-\frac{9}{5}$

[중단원 마무리]

11. 이차방정식 $x^2-12x+4=0$ 의 근 α, β 에 대해서 $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 마무리]

12. 이차방정식 $x^2-px+q=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, 다음 조건을 모두 만족시키는 상수 p, q 에 대하여 $q-p$ 의 값은?

- (가) α, β 는 50 이하의 서로 다른 자연수이다.
 (나) α, β 는 각각 3개의 약수를 갖는다.
 (다) p, q 는 50 이상 200이하의 서로 다른 자연수이다.

- ① 23 ② 71
 ③ 143 ④ 191
 ⑤ 383

[대단원 마무리]

13. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $3+i$ 일 때, a, b 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 $x^2+mx+n=0$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① -64 ② -48
 ③ -32 ④ 32
 ⑤ 64

[대단원 마무리]

14. 방정식 $x^3-1=0$ 의 한 허근을 w 라고 할 때, $w^3+2w^2+3w=aw+b$ 이다. 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

유사문제

15. -3 과 5 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 - 2x - 15 = 0$ ② $x^2 + 2x - 15 = 0$
 ③ $x^2 - 8x - 15 = 0$ ④ $x^2 - 15x - 2 = 0$
 ⑤ $x^2 + 15x - 2 = 0$

16. $\alpha + \beta = -6$, $\alpha\beta = 6$ 을 만족시키는 두 수 α 와 β 를 구하면?

- ① $3 \pm \sqrt{3}$ ② $\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$
 ③ $-3 \pm \sqrt{3}$ ④ $\frac{3 \pm \sqrt{3}i}{2}$
 ⑤ $-3 \pm \sqrt{3}i$

17. 이차방정식 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $(\alpha + 2)(\beta + 2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

18. 이차방정식 $x^2 - ax - 4 = 0$ 의 두 근이 α , β 이고, 이차방정식 $x^2 + bx - 20 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a , b 는 상수)

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

20. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고

할 때, $\frac{\beta^2}{\alpha^2 - 2\alpha - 1} + \frac{\alpha^2}{\beta^2 - 2\beta - 1}$ 의 값은?

- ① -36 ② -18
 ③ 0 ④ 18
 ⑤ 36



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 두 근의 합: $\frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2}$ 두 근의 곱: $\frac{4}{2} = 2$

2) [정답] ①

[해설] $x^2 + 3x + 4 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3$, $\alpha\beta = 4$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times 4 = 1$

3) [정답] ③

[해설] $x^2 + 5x + 1 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -5$, $\alpha\beta = 1$
 $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$
 $= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(-5)^2 - 2 \times 1}{1} = 23$

4) [정답] ③

[해설] $\alpha = 3 + 2i$, $\beta = 3 - 2i$ 라고 하면
 $\alpha + \beta = 6$, $\alpha\beta = 13$
따라서 $x^2 - 6x + 13 = 0$

5) [정답] ③

[해설] $x^2 - 3x + 5 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 5$
 $(\alpha + \beta) + \alpha\beta = 8$, $(\alpha + \beta) \times \alpha\beta = 15$
따라서 $x^2 - 8x + 15 = 0$

6) [정답] ③

[해설] $x^2 + 2x + 5 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = 5$
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{5}$
 $\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{5}$
따라서 $x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{5} = 0$ 이므로 $a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{1}{5}$
그러므로 $5(a+b) = 3$

7) [정답] ②

[해설] 이차방정식 $x^2 + 2x + 4 = 0$ 을 풀면
 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$
따라서 $x^2 + 2x + 4 = (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

8) [정답] ②

[해설] 이차방정식 $x^2 + 6x + 10 = 0$ 을 풀면
 $x = -3 \pm i$
그러므로 $x^2 + 6x + 10 = (x + 3 + i)(x + 3 - i)$
따라서 $a = 3$, $b = -1$ 이고 $a + b = 2$

9) [정답] ⑤

[해설] $x^2 - 3x + 4 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 4$
 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 27 - 36 = -9$

10) [정답] ①

[해설] α , β 는 이차방정식 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 의 근이므로
 $\alpha^2 + 4\alpha + 5 = \alpha$, $\beta^2 + 4\beta + 5 = \beta$
한편 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3$, $\alpha\beta = 5$
따라서 $\frac{\beta}{\alpha^2 + 4\alpha + 5} + \frac{\alpha}{\beta^2 + 4\beta + 5}$
 $= \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$
 $= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(-3)^2 - 10}{5} = \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5}$

11) [정답] ④

[해설] $x^2 - 12x + 4 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = 12$, $\alpha\beta = 4$
이때 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 12 + 4 = 16$
따라서 $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 4$

12) [정답] ③

[해설] 조건 (가), (나)에서 α , β 는 50 이하인 소수의
제곱수이므로 α , β 가 될 수 있는 수는
 2^2 , 3^2 , 5^2 , 7^2 , 즉 4, 9, 25, 49
한편 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α , β
이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $p = \alpha + \beta$, $q = \alpha\beta$
이때 조건 (가)에서 α , β 가 50 이하의 서로 다른
자연수이고
조건 (다)에서 p , q 가 50 이상 200이하의 서로
다른 자연수이므로
 $p = 4 + 49 = 53$, $q = 4 \times 49 = 196$
따라서 $q - p = 196 - 53 = 143$

13) [정답] ①

[해설] $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + i$ 이므로
다른 한 근은 $3 - i$
 $-a = (3 + i) + (3 - i) = 6$
 $b = (3 + i)(3 - i) = 10$
그러므로 $a = -6$, $b = 10$
 -6 과 10 을 근으로 하는 이차방정식은
 $(x + 6)(x - 10) = x^2 - 4x - 60 = 0$
따라서 $m = -4$, $n = -60$ 이고 $m + n = -64$

14) [정답] ②

[해설] $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ 이므로
 $w^2 + w + 1 = 0$
 $w^3 + 2w^2 + 3w = 1 + 2w^2 + 3w$
 $= 2(w^2 + w + 1) + w - 1 = w - 1$
따라서 $a = 1$, $b = -1$ 이고 $a - b = 2$

15) [정답] ①

[해설] -3 과 5 를 근으로 갖는 이차방정식은
 $(x + 3)(x - 5) = 0$
 $\therefore x^2 - 2x - 15 = 0$

16) [정답] ③

[해설] α, β 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2+6x+6=0$ 이다.

근의 공식을 이용하면 $x=-3\pm\sqrt{3}$ 이다.

17) [정답] ③

[해설] 근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=-3, \alpha\beta=5$$

$$\therefore (\alpha+2)(\beta+2)=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=5-6+4=3$$

18) [정답] ④

[해설] 근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=a, \alpha\beta=-4$$

$$\alpha+\beta+\alpha\beta=-b \text{이므로 } a-4=-b$$

$$(\alpha+\beta)\alpha\beta=-20 \text{이므로 } -4a=-20$$

$$a=5, b=-1$$

$$\therefore a+b=4$$

19) [정답] ④

[해설] 이차방정식 $x^2+2x+2=0$ 의 두 근이

α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=-2, \alpha\beta=2 \text{이다.}$$

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$=-8-3\cdot 2\cdot (-2)$$

$$=4$$

20) [정답] ①

[해설] 이차방정식 $x^2-3x-1=0$ 의 두 근이 α, β

이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=3, \alpha\beta=-1 \text{이다.}$$

α, β 를 방정식 $x^2-3x-1=0$ 에 대입하면

$$\alpha^2-3\alpha-1=0, \beta^2-3\beta-1=0 \text{이고}$$

$$\alpha^2-2\alpha-1=\alpha, \beta^2-2\beta-1=\beta \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\beta^2}{\alpha^2-2\alpha-1}+\frac{\alpha^2}{\beta^2-2\beta-1}=\frac{\beta^2}{\alpha}+\frac{\alpha^2}{\beta}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{27-3\cdot(-1)\cdot 3}{-1}=-36$$