

# 2021년 용인고 수학2 중간고사

1. 극한  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{3-x}$ 의 값은? [4.2점]

- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 2

2. 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $3x^2 - 2 \leq f(x) \leq 3x^2 + 1$ 을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ 의 값은? [4.2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

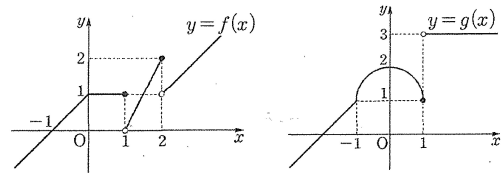
3. 함수  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [4.4점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

4. 닫힌구간  $[3, 7]$ 에서 함수  $f(x) = \frac{10}{x-2}$ 의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은? [4.4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

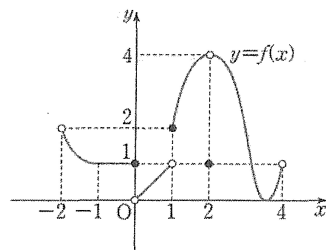
5. 함수  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



이때,  $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1+} g(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [4.6점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 열린구간  $(-2, 4)$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 열린구간  $(-2, 4)$ 에서 극한값이 존재하지 않는  $x$ 의 값의 개수를  $a$ , 불연속인  $x$ 의 값의 개수를  $b$ 라 하자. 이때  $a+b$ 의 값은? [4.6점]



- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

7. 함수  $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 에서  $x$ 의 값이  $-1$ 에서  $1$ 까지 변할 때의 평균변화율과  $x = a$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수  $a$ 의 값은? [4.6점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $0$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

8. 함수  $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여  $f(2) - f(-1) = 3f'(c)$  ( $-1 < c < 2$ )를 만족시키는 상수  $c$ 의 값은? [5점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $0$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

9. 함수  $f(x) = \begin{cases} 3x+a & (x \leq 2) \\ \frac{x^2-b}{x-2} & (x > 2) \end{cases}$  일 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 가 존재하게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [5점]

- ①  $-2$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $2$       ⑤  $3$

10. 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[-1, 1]$ 에서 연속이고  $f(-1) = 3$ ,  $f(1) = 0$ 일 때, 실근이 열린구간  $(-1, 1)$ 에 반드시 존재하는 방정식만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5.2점]

<보기>

- ㄱ.  $f(x) - 2x = 0$   
 ㄴ.  $f(x) - x^3 = 0$   
 ㄷ.  $f(x) - \sqrt{x+1} = 0$

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x+1} = 4$ 이다.  $f(x)$ 를  $(x+1)^2$ 으로 나눈 나머지를  $ax+b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [5.2점]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

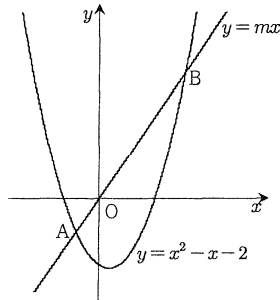
12. 점  $(1, -1)$ 에서 곡선  $y = x^2 + 2$ 에 그은 두 접선의 기울기의 합은? [5.4점]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

13. 함수  $y = |x^2 - 6x|$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 의 교점의 개수를  $f(k)$ 라 하자. 이때 함수  $y = f(k)$ 에 대하여  $\lim_{k \rightarrow 0+} f(k) + \lim_{k \rightarrow 0+} f(k)$ 의 값은?  
(단,  $k$ 는 실수이다.) [5.4점]

① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

14. 함수  $f(x) = x^2 - x - 2$ 의 그래프와 직선  $y = mx$ 가 그림과 같이 서로 다른 두 점  $A, B$ 에서 만난다. 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $A$ 에서의 접선의 기울기가  $-2$ 일 때, 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $B$ 에서의 접선의 기울기는  $n$ 이다. 이때  $2m + n$ 의 값은? (단,  $m$ 은 양수이다.) [5.8점]



① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

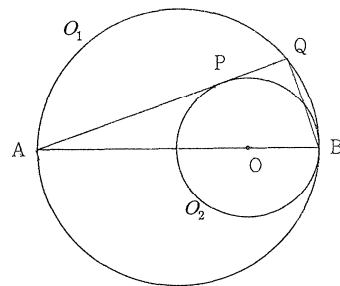
15. 함수  $f(x) = \begin{cases} x+3 & (x < -2) \\ 0 & (-2 \leq x \leq 2) \\ x-3 & (x > 2) \end{cases}$ 일 때, 함수  $f(x)g_k(x)$  ( $k=1, 2, 3$ )가 실수 전체의 집합에서 연속이 되게 하는 함수  $g_k(x)$ 를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

<보기>

- ㄱ.  $g_1(x) = |x-2|$   
 ㄴ.  $g_2(x) = |x|-2$   
 ㄷ.  $g_3(x) = x(x-2)(x+2)$

① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ      ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ 인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원  $O_1$ 과 반지름의 길이가  $r$ 인 원  $O_2$ 가 점  $B$ 에서 내접하고 있다. 점  $A$ 에서 원  $O_2$ 에 그은 접선의 접점을  $P$ , 이 접선이 원  $O_1$ 과 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 할 때,  $\triangle AOP$ 와  $\triangle ABQ$ 의 넓이를 각각  $f(r)$ ,  $g(r)$ 라 하자. 이때  $\lim_{r \rightarrow 0+} \frac{g(r) - f(r)}{r^2}$ 의 값은? (단,  $0 < r < 1$ 이고, 점  $O$ 는 원  $O_2$ 의 중심이다.) [6.2점]



①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3}$

**[논술형1]** 함수  $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 1) \\ 2x - b & (x < 1) \end{cases}$  이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하십시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [5점]

**[논술형2]** 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하십시오. [7점]

〈조건〉

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{2x^2 + 3x - 1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 5$

**[논술형3]** 곡선  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{3} \ (x > 0)$  위를 움직이는 점  $P$ 에 대하여 점  $P$ 와 직선  $x - y - 3 = 0$  사이의 거리의 최솟값을  $d$ , 그때의 점  $P$ 의 좌표를  $P(a, b)$ 라 하자. 이때  $a + b + d$ 의 값을 구하고 그 풀이과정을 서술하십시오. [8점]

- 
- 1) ④
  - 2) ③
  - 3) ①
  - 4) ①
  - 5) ②
  - 6) ③
  - 7) ③
  - 8) ⑤
  - 9) ④
  - 10) ⑤
  - 11) ⑤
  - 12) ④
  - 13) ③
  - 14) ②
  - 15) ⑤
  - 16) ③
  - 17) [논술형1] 10
  - 18) [논술형2] 2
  - 19) [논술형3]  $3+2\sqrt{2}$