01 함수의 극한

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 **수렴**한다고 하고, L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 **극한값** 또는 **극한**이라 하고 이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.

⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=L$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to L$

(2) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때,

① $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 **양의 무한대로 발산**한다고 하고 이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.

⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to\infty$

② $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 **음의 무한대로 발산**한다고 하고 이것을 기호로 나타내면 다음과 같다.

⇨ $\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to-\infty$

◪ 다음 극한값을 구하여라.

1. $\lim_{x\to 3}(2x+1)$

2. $\lim_{x\to 3}(x+2)$

3. $\lim_{x\to 2}\sqrt{2x+5}$

4. $\lim_{x\to 1}(x^2+2)$

5. $\lim_{x\to 1}(x^2+3x)$

6. $\lim_{x\to 2}(x+1)(x^2-2)$

7. $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x}$

8. $\lim_{x\to 4}\frac{x^2}{x-3}$

9. $\lim_{x\to 0}5$

10. $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$

11. $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-9}{x-3}$

12. $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}$

◪ 다음 극한을 그래프를 이용하여 조사하여라.

13. $\lim_{x\to -2}(x+3)$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

14. $\lim_{x\to3}\sqrt{4x-3}$

15. $\lim_{x\to1}\frac{1}{|x-1|}$

16. $\lim_{x\to2}\sqrt{5}$

17. $\lim_{x\to0}\left(-\frac{1}{|x|}+2\right)$

18. $\lim_{x\to-1}\frac{2x^2+x-1}{x+1}$

19. $\lim_{x\to\infty}(-x+5)$

20. $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x+1}$

21. $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-1}$

22. $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x}-1\right)$

23. $\lim_{x\to-\infty}(x^2+x)$

24. $\lim_{x\to-\infty}(x^2-x)$

25. $\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{1}{x}\right)$

26. $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2}-1\right)$

27. $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{2-2x}$

02 우극한과 좌극한

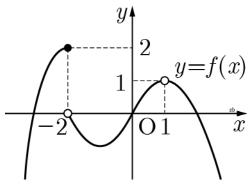
함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 존재하고 그 값이 L로 같으면 극한값 $\lim_{x\to a}f(x)$가 존재한다. 또 그 역도 성립한다.

⇨ $\lim_{x\to a}f(x)=L \Leftrightarrow \lim_{x\to a+}f(x)=\lim_{x\to a-}f(x)=L$

28. **함수** $f(x)=\begin{cases}-x+2 & (x<1)\\ x+1 & (x\ge1)\end{cases}$**의 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.**

(1) $\lim_{x\to1+}f(x)$
(2) $\lim_{x\to1-}f(x)$

◪ 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.



29. $\lim_{x\to-2+} f(x)$

30. $\lim_{x\to-2-} f(x)$

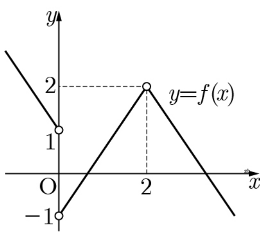
31. $\lim_{x\to-2} f(x)$

32. $\lim_{x\to1+} f(x)$

33. $\lim_{x\to1-} f(x)$

34. $\lim_{x\to1} f(x)$

◪ 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



35. $\lim_{x\to0+} f(x)$

36. $\lim_{x\to0-} f(x)$

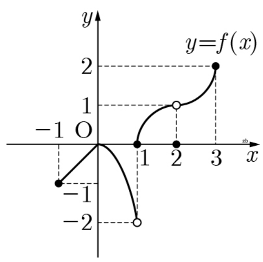
37. $\lim_{x\to0} f(x)$

38. $\lim_{x\to2+} f(x)$

39. $\lim_{x\to2-} f(x)$

40. $\lim_{x\to2} f(x)$

◪ 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



41. $\lim_{x\to1+} f(x)$

42. $\lim_{x\to1-} f(x)$

43. $\lim_{x\to1} f(x)$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

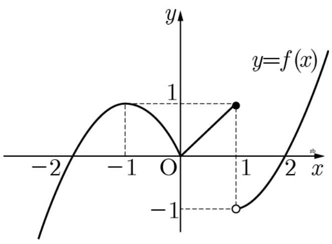
44. $\lim_{x\to 2+} f(x)$

45. $\lim_{x\to 2-} f(x)$

46. $\lim_{x\to 2} f(x)$

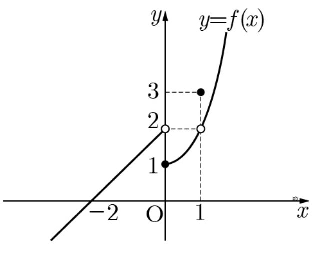
◪ 그래프를 보고 다음 값을 구하여라.

47. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



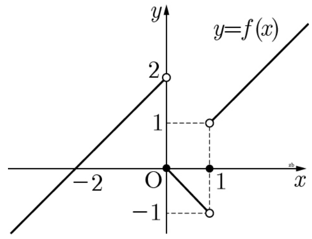
$\lim_{x\to 0} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값을 구하여라.

48. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



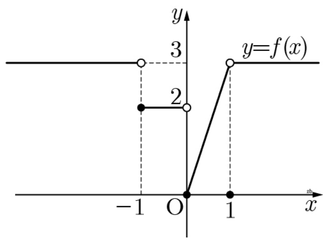
$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1} f(x)$의 값을 구하여라.

49. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값을 구하여라.

50. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1+} f(x)+\lim_{x\to 0-} f(x)$의 값을 구하여라.

◪ 다음 극한값이 존재하는지 조사하고, 존재하면 그 값을 구하여라.

51. $\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

52. $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{|x|}$

53. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{|x+1|}$

54. $\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{|x+2|}$

55. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-2x}{x-2}$

56. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-2x+1}{|x-1|}$

◪ x보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$라 할 때, 다음 극한을 조사하여라.

57. $\lim_{x \to 1+} [x]$

58. $\lim_{x \to 1-} [x]$

59. $\lim_{x \to 1} [x]$

60. $\lim_{x \to 2+} [x]$

61. $\lim_{x \to 2-} [x]$

62. $\lim_{x \to 2} [x]$

63. $\lim_{x \to 5+} (3-[x])$

64. $\lim_{x \to 5-} (3-[x])$

65. $\lim_{x \to 5} (3-[x])$

66. $\lim_{x \to 1+} (x-[x])$

67. $\lim_{x \to 1-} (x-[x])$

68. $\lim_{x \to 1} (x-[x])$

69. $\lim_{x \to 2+} \frac{[x]}{x}$

70. $\lim_{x \to 2-} \frac{[x]}{x}$

71. $\lim_{x \to 2} \frac{[x]}{x}$

I410-ECN-0199-2019-001-000244110

정답 및 해설

1) 7

⇨ $f(x)=2x+1$이라고 하면 x의 값이 3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 7에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to3}(2x+1)=7$

2) 5

⇨ $f(x)=x+2$라 하면 x의 값이 3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 5에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to3}(x+2)=5$

3) 3

⇨ $f(x)=\sqrt{2x+5}$라고 하면 x의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to2}\sqrt{2x+5}=3$

4) 3

⇨ $f(x)=x^2+2$라고 하면 x의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to1}(x^2+2)=3$

5) 4

⇨ $f(x)=x^2+3x$라 하면 x의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 4에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to1}(x^2+3x)=4$

6) 6

⇨ $\lim_{x\to2}(x+1)(x^2-2)=\lim_{x\to2}(x+1)\times\lim_{x\to2}(x^2-2)$

$=3\times2=6$

7) $\frac{1}{2}$

⇨ $f(x)=\frac{1}{x}$이라고 하면 x의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 $\frac{1}{2}$에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to2}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

8) 16

⇨ $\lim_{x\to4}\frac{x^2}{x-3}=\frac{\lim_{x\to4}x^2}{\lim_{x\to4}(x-3)}=\frac{4^2}{1}=16$

9) 5

⇨ $f(x)=5$라 하면 x의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 5에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to0}5=5$

10) 0

⇨ $\lim_{x\to2}(x^2-3x+2)=\lim_{x\to2}x^2-3\lim_{x\to2}x+\lim_{x\to2}2$

$=2^2-3\times2+2=0$

11) 8

⇨ $\lim_{x\to5}\frac{x^2-9}{x-3}=\frac{\lim_{x\to5}(x^2-9)}{\lim_{x\to5}(x-3)}=\frac{16}{2}=8$

12) 1

⇨ $f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x+1}$라 하면 $x\neq-1$일 때,

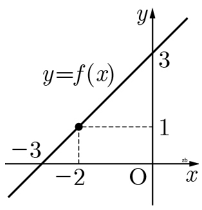
$f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x+1}=\frac{(x+1)(x+2)}{x+1}=x+2$

따라서 x의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}=1$

13) 1

⇨ $f(x)=x+3$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

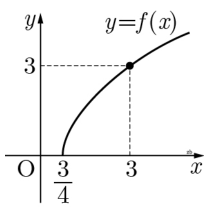


x의 값이 -2가 아니면서 -2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to-2}(x+3)=1$

14) 3

⇨ $f(x)=\sqrt{4x-3}$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



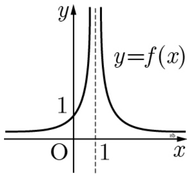
x의 값이 3이 아니면서 3에 한없이 가가워질 때, $f(x)$의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to3}\sqrt{4x-3}=3$

15) ∞

⇨ $f(x)=\frac{1}{|x-1|}$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다

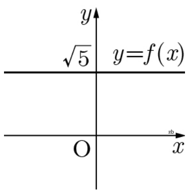
음 그림과 같다.



$\therefore \lim_{x \to 1} \frac{1}{|x-1|} = \infty$

16) $\sqrt{5}$

⇨ $f(x) = \sqrt{5}$라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

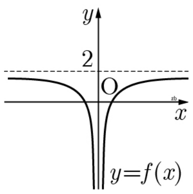


이때 상수함수는 모든 x의 값에 대하여 함숫값이 $\sqrt{5}$이므로

$\lim_{x \to 2} \sqrt{5} = \sqrt{5}$

17) $-\infty$

⇨ $f(x) = -\frac{1}{|x|}+2$라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



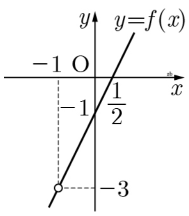
$\therefore \lim_{x \to 0} \left(-\frac{1}{|x|}+2\right) = -\infty$

18) -3

⇨ $f(x) = \frac{2x^2+x-1}{x+1}$이라 하면 $x \neq -1$일 때,

$f(x) = \frac{(x+1)(2x-1)}{x+1} = 2x-1$

이므로 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

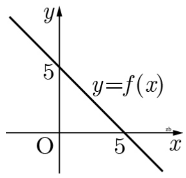


x의 값이 -1이 아니면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 -3에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x \to -1} \frac{2x^2+x-1}{x+1} = -3$

19) $-\infty$

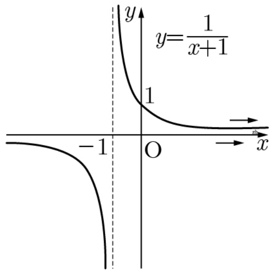
⇨ $f(x) = -x+5$라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$\therefore \lim_{x \to \infty} (-x+5) = -\infty$

20) 0

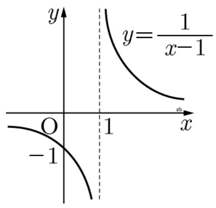
⇨ $y = \frac{1}{x+1}$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x+1} = 0$

21) 0

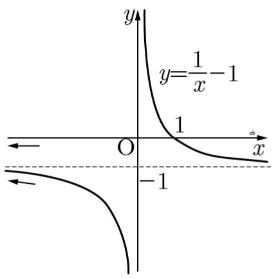
⇨ $y = \frac{1}{x-1}$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-1} = 0$

22) -1

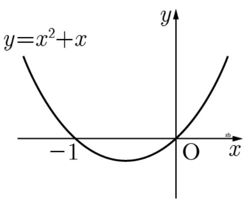
⇨ $y = \frac{1}{x}-1$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{x}-1\right) = -1$

23) ∞

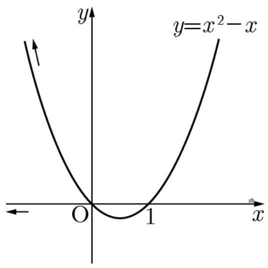
⇨ $y = x^2+x$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to -\infty} (x^2+x) = \infty$

24) ∞

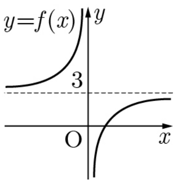
⇨ $y=x^2-x$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to -\infty} (x^2-x) = \infty$

25) 3

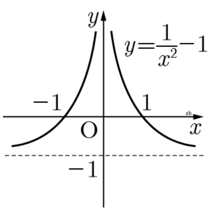
⇨ $f(x)=3-\frac{1}{x}$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$\lim_{x \to -\infty} \left(3-\frac{1}{x}\right)=3$

26) -1

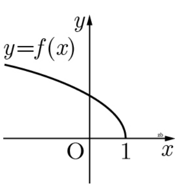
⇨ $y=\frac{1}{x^2}-1$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{x^2}-1\right)=-1$

27) ∞

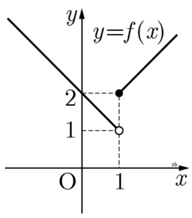
⇨ $f(x)=\sqrt{2-2x}$라 하면 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$\therefore \lim_{x \to -\infty} \sqrt{2-2x} = \infty$

28) (1) 2, (2) 1

⇨ 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



(1) $\lim_{x \to 1+} f(x)=2$

(2) $\lim_{x \to 1-} f(x)=1$

29) 0

30) 2

31) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x \to -2+} f(x) \neq \lim_{x \to -2-} f(x)$이므로 $\lim_{x \to -2} f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

32) 1

33) 1

34) 1

⇨ $\lim_{x \to 1+} f(x)=\lim_{x \to 1-} f(x)=1$이므로 $\lim_{x \to 1} f(x)=1$

35) -1

⇨ x의 값이 0보다 크면서 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 -1에 가까워지므로 $\lim_{x \to 0+} f(x)=-1$

36) 1

⇨ x의 값이 0보다 작으면서 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 가까워지므로 $\lim_{x \to 0-} f(x)=1$

37) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x \to 0+} f(x) \neq \lim_{x \to 0-} f(x)$이므로 $\lim_{x \to 0} f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

38) 2

⇨ x의 값이 2보다 크면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 2에 가까워지므로 $\lim_{x \to 2+} f(x)=2$

39) 2

⇨ x의 값이 2보다 작으면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 2에 가까워지므로 $\lim_{x \to 2-} f(x)=2$

40) 2

⇨ $\lim_{x \to 2+} f(x)=\lim_{x \to 2-} f(x)=2$이므로 $\lim_{x \to 2} f(x)=2$

41) 0

⇨ x의 값이 1보다 크면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 0에 가까워지므로 $\lim_{x\to1+}f(x)=0$

42) -2

⇨ x의 값이 1보다 작으면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 -2에 가까워지므로 $\lim_{x\to1-}f(x)=-2$

43) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to1+}f(x)\neq\lim_{x\to1-}f(x)$이므로 $\lim_{x\to1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

44) 1

⇨ x의 값이 2보다 크면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 가까워지므로 $\lim_{x\to2+}f(x)=1$

45) 1

⇨ x의 값이 2보다 작으면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 1에 가까워지므로 $\lim_{x\to2-}f(x)=1$

46) 1

⇨ $\lim_{x\to2+}f(x)=\lim_{x\to2-}f(x)=1$이므로 $\lim_{x\to2}f(x)=1$

47) -1

⇨ x가 0이 아니면서 0에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 0에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x\to0}f(x)=0$

x가 1보다 큰 값을 가지면서 1에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 -1에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to1+}f(x)=-1$

$\therefore \lim_{x\to0}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)=-1$

48) 4

⇨ x가 0보다 작은 값을 가지면서 0에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to0-}f(x)=2$

x가 1이 아니면서 1에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to1}f(x)=2$

$\therefore \lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1}f(x)=2+2=4$

49) 3

⇨ x가 0보다 작은 값을 가지면서 0에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to0-}f(x)=2$

x가 1보다 큰 값을 가지면서 1에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 1에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to1+}f(x)=1$

$\therefore \lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)=2+1=3$

50) 4

⇨ x가 -1보다 큰 값을 가지면서 -1에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to-1+}f(x)=2$

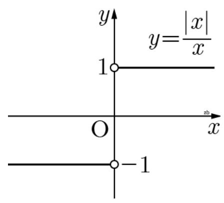
x가 0보다 작은 값을 가지면서 0에 한없이 가까워질 때 $f(x)$는 2에 한없이 가까워지므로

$\lim_{x\to0-}f(x)=2$

$\therefore \lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to0-}f(x)=2+2=4$

51) 존재하지 않는다.

⇨ $y=\dfrac{|x|}{x}$의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x\to0+}\dfrac{|x|}{x}=1$, $\lim_{x\to0-}\dfrac{|x|}{x}=-1$

따라서 $\lim_{x\to0+}\dfrac{|x|}{x}\neq\lim_{x\to0-}\dfrac{|x|}{x}$이므로 $\lim_{x\to0}\dfrac{|x|}{x}$의 값은 존재하지 않는다.

52) 0

⇨ $\lim_{x\to0+}\dfrac{x^2}{|x|}=\lim_{x\to0+}\dfrac{x^2}{x}=\lim_{x\to0+}x=0$

$\lim_{x\to0-}\dfrac{x^2}{|x|}=\lim_{x\to0-}\dfrac{x^2}{-x}=\lim_{x\to0-}(-x)=0$

$\lim_{x\to0+}\dfrac{x^2}{|x|}=\lim_{x\to0-}\dfrac{x^2}{|x|}=0$이므로 $\lim_{x\to0}\dfrac{x^2}{|x|}=0$

53) 극한값은 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to-1+}\dfrac{x^2-1}{|x+1|}=\lim_{x\to-1+}\dfrac{(x+1)(x-1)}{x+1}$

$=\lim_{x\to-1+}(x-1)=-2$

$\lim_{x\to-1-}\dfrac{x^2-1}{|x+1|}=\lim_{x\to-1-}\dfrac{(x+1)(x-1)}{-(x+1)}$

$=\lim_{x\to-1-}\{-(x-1)\}=2$

$\lim_{x\to-1+}\dfrac{x^2-1}{|x+1|}\neq\lim_{x\to-1-}\dfrac{x^2-1}{|x+1|}$이므로

$\lim_{x\to-1}\dfrac{x^2-1}{|x+1|}$의 극한값은 존재하지 않는다.

54) 극한값은 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to-2+}\dfrac{x^2-4}{|x+2|}=\lim_{x\to-2+}\dfrac{(x+2)(x-2)}{x+2}$

$= \lim_{x\to-2+}(x-2) = -4$

$\lim_{x\to-2-}\frac{x^2-4}{|x+2|} = \lim_{x\to-2-}\frac{(x+2)(x-2)}{-(x+2)}$

$= \lim_{x\to-2-}\{-(x-2)\} = 4$

$\lim_{x\to-2+}\frac{x^2-4}{|x+2|} \neq \lim_{x\to-2-}\frac{x^2-4}{|x+2|}$이므로

$\lim_{x\to-2}\frac{x^2-4}{|x+2|}$의 극한값은 존재하지 않는다.

55) 2

⇨ $x \neq 2$일 때, $\frac{x^2-2x}{x-2} = \frac{x(x-2)}{x-2} = x$이므로

$\lim_{x\to2+}\frac{x^2-2x}{x-2} = \lim_{x\to2+}x = 2$,

$\lim_{x\to2-}\frac{x^2-2x}{x-2} = \lim_{x\to2-}x = 2$

$\lim_{x\to2+}\frac{x^2-2x}{x-2} = \lim_{x\to2-}\frac{x^2-2x}{x-2} = 2$이므로

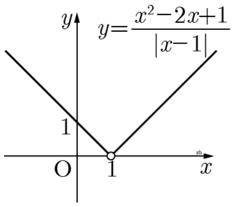
$\lim_{x\to2}\frac{x^2-2x}{x-2} = 2$

56) 0

⇨ $x \neq 1$일 때,

$\frac{x^2-2x+1}{|x-1|} = \frac{(x-1)^2}{|x-1|} = |x-1|$

따라서 $y = \frac{x^2-2x+1}{|x-1|}$의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$\lim_{x\to1+}\frac{x^2-2x+1}{|x-1|} = 0$, $\lim_{x\to1-}\frac{x^2-2x+1}{|x-1|} = 0$

$\therefore \lim_{x\to1}\frac{x^2-2x+1}{|x-1|} = 0$

57) 1

⇨ $x\to1+$일 때, $x>1$이므로 $\lim_{x\to1+}[x] = 1$

58) 0

⇨ $x\to1-$일 때, $x<1$이므로 $\lim_{x\to1-}[x] = 0$

59) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to1+}[x] \neq \lim_{x\to1-}[x]$이므로 극한 $\lim_{x\to1}[x]$는 존재하지 않는다.

60) 2

⇨ $x \to 2+$일 때, $2<x<3$이므로 $\lim_{x\to2+}[x] = 2$

61) 1

⇨ $x \to 2-$일 때, $1<x<2$이므로 $\lim_{x\to2-}[x] = 1$

62) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to2+}[x] \neq \lim_{x\to2-}[x]$이므로 극한 $\lim_{x\to2}[x]$는 존재하지 않는다.

63) -2

⇨ $x\to5+$일 때, $[x]=5$이므로

$\lim_{x\to5+}(3-[x]) = 3-5 = -2$

64) -1

⇨ $x\to5-$일 때, $[x]=4$이므로

$\lim_{x\to5-}(3-[x]) = 3-4 = -1$

65) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to5+}(3-[x]) \neq \lim_{x\to5-}(3-[x])$이므로

극한 $\lim_{x\to5}(3-[x])$는 존재하지 않는다.

66) 0

⇨ $x \to 1+$일 때, $[x]=1$이므로

$\lim_{x\to1+}(x-[x]) = \lim_{x\to1+}(x-1) = 0$

67) 1

⇨ $x \to 1-$일 때, $[x]=0$이므로

$\lim_{x\to1-}(x-[x]) = \lim_{x\to1-}x = 1$

68) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to1+}(x-[x]) \neq \lim_{x\to1-}(x-[x])$이므로

극한 $\lim_{x\to1}(x-[x])$는 존재하지 않는다.

69) 1

⇨ $\lim_{x\to2+}\frac{[x]}{x} = \lim_{x\to2+}\frac{2}{x} = 1$

70) $\frac{1}{2}$

⇨ $\lim_{x\to2-}\frac{[x]}{x} = \lim_{x\to2-}\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

71) 존재하지 않는다.

⇨ $\lim_{x\to2+}\frac{[x]}{x} \neq \lim_{x\to2-}\frac{[x]}{x}$이므로 극한 $\lim_{x\to2}\frac{[x]}{x}$는 존재하지 않는다.