

2021학년도 1학기 (2)차 지필평가 문제지 (수학 I)과

2021년 7월 5일 1교시 (2)학년 (1~8)반 (8)학급

과목코드 (02)

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하십시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ●와 같이 표기하십시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 논술하십시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 20문항(90점), 논술형: 2문항(10점), • 총점: 100점

1. 삼각형 ABC에서 $B=75^\circ$, $C=45^\circ$, $a=18$ 일 때, c 의 값은?
[4.4점]

- ① $6\sqrt{6}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{7}$

2. 삼각형 ABC에서 $a=3$, $b=6$, $C=120^\circ$ 일 때, c 의 값은? [4.4점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

3. 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 각각 7, 8, 9일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4.6점]

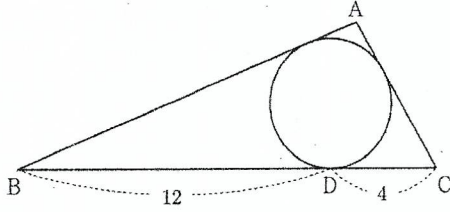
- ① $9\sqrt{5}$ ② $10\sqrt{6}$ ③ $11\sqrt{5}$ ④ $11\sqrt{6}$ ⑤ $12\sqrt{5}$

4. 길이가 각각 6, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고 $a+b=12$ 일 때, ab 의 값은?
[4.7점]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

5. 반지름의 길이가 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ 인 원이 삼각형 ABC에 내접하고 있다.

원이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하고 $\overline{BD} = 12, \overline{DC} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4.8점]



- ① $18\sqrt{3}$ ② 24 ③ $24\sqrt{3}$ ④ 28 ⑤ $28\sqrt{3}$

6. $\angle A = 120^\circ$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 선분 AD의 길이는?

[4.7점]

- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

7. 첫째항부터 제5항까지의 합이 50, 첫째항부터 제10항까지의 합이 200인 등차수열의 첫째항과 공차의 합은? [4.3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$, $T_n = \left\lfloor \sum_{k=1}^n a_k \right\rfloor$ 라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 24$

(나) $S_n = T_n$ 을 만족하는 모든 자연수 n 의 합은 55이다.

$T_{15} - S_{15}$ 의 값은? [5.0점]

- ① 310 ② 320 ③ 330 ④ 340 ⑤ 350

9. 등비수열 3, -6, 12, -24, 48, ... 의 일반항 a_n 은? [4.1점]

- ① $2 \times 2^{n-1}$
- ② $2 \times 3^{n-1}$
- ③ $3 \times (-3)^{n-1}$
- ④ $3 \times (-2)^{n-1}$
- ⑤ $3 \times 2^{n-1}$

10. 빛이 어느 공장에서 생산한 유리를 통과하면 그 양이 일정한 비율로 줄어든다고 한다. 이 유리를 8장 통과한 후 빛의 양이 처음 빛의 양보다 36% 줄어들었다고 할 때, 이 유리를 4장 통과한 후 빛의 양은 처음 빛의 양보다 $r\%$ 줄어들었다. 이때 r 의 값은? [4.3점]

- ① 10 ② 20 ③ 40 ④ 60 ⑤ 80

11. 첫째항이 2, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 a_n 의 첫째항부터 제 n 항

까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^5 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값은? [4.6점]

- ① 179 ② 180 ③ $\frac{361}{2}$ ④ $\frac{363}{2}$ ⑤ 182

12. 연이율이 2%이고 1년마다 복리로 매년 초에 100만 원씩 10년 동안 적립할 때, 10년째 말의 적립금의 원리합계는? (단, $1.02^{10} = 1.22$ 로 계산한다.) [4.5점]

- ① 1020만원 ② 1100만원 ③ 1120만원
- ④ 1122만원 ⑤ 1125만원

13. 다음은 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$$a_1 = S_1 = \boxed{\text{(가)}} \dots \textcircled{1}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 + 2n - \{ \boxed{\text{(나)}} \} = \boxed{\text{(다)}} (n=2, 3, 4, \dots) \dots \textcircled{2}$$

①은 ②에 $n=1$ 을 대입하여 얻은 값과 같으므로

구하는 일반항 a_n 은 $a_n = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

(가)에 알맞은 수를 k , (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(k) \times g(k)$ 의 값은? [4.5점]

- ① 15 ② 35 ③ 49 ④ 56 ⑤ 135

14. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 30, \sum_{k=1}^{10} b_k = 12$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k - 4)$ 의 값은? [4.0점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. $\sum_{k=1}^5 (k^3 + k^2)$ 의 값은? [4.1점]

- ① 270 ② 275 ③ 280 ④ 285 ⑤ 290

16. 일반항이 $a_n = n^2 + n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합은? [4.2점]

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70



17. 함수 $y=x^2-6x+9$ 의 그래프와 직선 $x=n$ 이 만나는 점을 A_n , 함수 $y=x-1$ 의 그래프와 직선 $x=n$ 이 만나는 점을 B_n 이라고 하자. 이때 $\sum_{n=1}^{10} \overline{A_n B_n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

[4.8점]

- ① 106 ② 108 ③ 110 ④ 112 ⑤ 114

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $1 < a_1 < 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$$

$$(나) \ a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $a_2 + a_8$ 의 값은? [4.9점]

- ① -134 ② -73 ③ 73 ④ 92 ⑤ 134

18. $a_1 = -2$, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제5항은? [4.2점]

- ① $-\frac{7}{6}$ ② $-\frac{6}{5}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ $-\frac{6}{7}$ ⑤ $-\frac{5}{6}$

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n=1, 2, 3$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 5 & (a_n \geq 0) \\ -3a_n + p & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+4} = a_n$ 이다.

$\sum_{k=1}^{14} a_k = 63$ 이 되도록 하는 모든 실수 p 의 값의 합은? [4.9점]

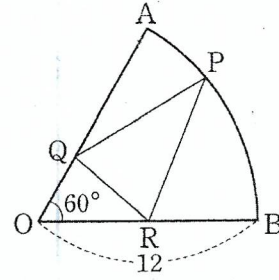
- ① -42 ② -31 ③ -23 ④ -15 ⑤ -8

[논술형 1] 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \text{가 성립함을 증명하는}$$

과정을 논술하시오. [4.0점]

[논술형 2] 그림과 같이 중심각이 60° , 반지름의 길이가 12인 부채꼴 OAB 위의 세 점 P, Q, R는 각각 호 AB, 선분 OA, 선분 OB 위를 움직인다. 이때 삼각형 PQR의 둘레의 길이의 최솟값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. [6.0점]



※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.



선택형

| 문 항 | 배점 | 정답 |
|--------|-----|----|
| 1 | 4.4 | 1 |
| 2 | 4.4 | 5 |
| 3 | 4.6 | 5 |
| 4 | 4.7 | 5 |
| 5 | 4.8 | 3 |
| 6 | 4.7 | 2 |
| 7 | 4.3 | 5 |
| 8 | 5 | 3 |
| 9 | 4.1 | 4 |
| 10 | 4.3 | 2 |
| 11 | 4.6 | 1 |
| 12 | 4.5 | 4 |
| 13 | 4.5 | 4 |
| 14 | 4 | 3 |
| 15 | 4.1 | 3 |

| 문 항 | 배점 | 정답 |
|--------|-----|----|
| 16 | 4.2 | 5 |
| 17 | 4.8 | 2 |
| 18 | 4.2 | 2 |
| 19 | 4.9 | 1 |
| 20 | 4.9 | 4 |

논술형 1

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $=1^3=1$, (우변) $=\left(\frac{1 \times 2}{2}\right)^2=1$ 이므로

주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1^3+2^3+3^3+\dots+k^3=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2$$

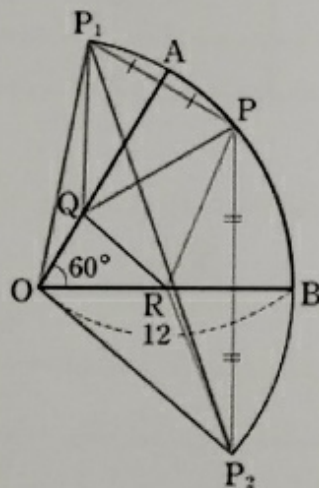
양변에 $(k+1)^3$ 을 더하면 $1^3+2^3+3^3+\dots+k^3+(k+1)^3$

$$=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2+(k+1)^3=\left\{\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right\}^2$$

따라서 $n=k+1$ 일 때에도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

논술형 2



부채꼴의 호 AB를 연장한 원주 위에 점 P의 선분 OA, 선분 OB에 대한 대칭점을 각각 P_1, P_2 라고 하면

$\overline{PQ} = \overline{P_1Q}$, $\overline{PR} = \overline{P_2R}$ 이므로

$$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{P_1Q} + \overline{QR} + \overline{P_2R} \geq \overline{P_1P_2}$$

따라서 삼각형 PQR의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_1P_2}$ 와 같다.

부채꼴의 호의 길이와와 중심각의 크기는 비례하므로

각 $\angle P_1OP_2$ 의 크기는 $2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이고

위의 삼각형 OP_1P_2 에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{P_1P_2}^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \times 12 \times 12 \times \cos 120^\circ = 144 + 144 + 144 = 3 \times 144$$

따라서 삼각형 PQR의 둘레의 길이의 최솟값은 $\sqrt{3 \times 144} = 12\sqrt{3}$