

2020학년도 2학기(2)차 지필평가 문제지 (수학Ⅱ)과

2020년 12월 14일 1교시 (2)학년 (1~8)반 (8)학급

과목코드 (02)

이 시험문제의 저작권은 용인삼계고등학교에 있습니다. 저작권법에 의해 보호받는 저작물이므로 전재와 복제는 금지되며, 이를 어길 시 저작권법에 의거 처벌될 수 있습니다.

- 답안지에 학년, 반, 번호, 과목코드를 정확히 기입하시오.
- [선택형] 알맞은 답을 컴퓨터용 사인펜으로 ①와 같이 표기하시오.
- [논술형] 논술형 평가 답안지의 논술형 답란에 청색·검정색 필기구만 사용하여 물음에 알맞은 답을 서술하시오(연필, 샤프펜슬 사용 금지).
- 선택형: 18문항(80점), 논술형: 3문항(20점) • 총점: 100점

1. 함수 $2x$ 의 부정적분인 것은? [3.7점]

- ① 2
- ② x
- ③ $x+2$
- ④ x^2+1
- ⑤ x^2+x

2. 등식 $\int f(x)dx = 3x^2 - 2x + C$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 는? [3.9점]
(단, C 는 상수)

- ① $f(x) = 3x - 2$
- ② $f(x) = 6x - 2$
- ③ $f(x) = 6x$
- ④ $f(x) = x^2 - x$
- ⑤ $f(x) = x^3 - x^2$

$$f(x) = 6x - 2$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

3. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = 2x - 1$, $f(1) = 1$ 을 만족할 때, $f(-1)$ 은?
[4.0점]

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 3

4. 정적분 $\int_0^2 (4t-1)dt$ 의 값은? [4.0점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

$$2t^2 - t$$

$$(8-2) - 0 = 6$$

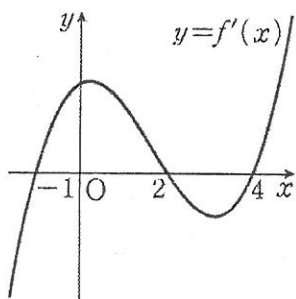
5. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 x 가 $x = t^3 - 6t^2$ 일 때, 출발 후 점 P 가 처음으로 움직이는 방향을 바꾸는 시각은? [4.2점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

$$3t^2 - 12t$$

$$3t(t-4)$$

6. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f(x)$ 가 증가하는 구간에 해당되는 것은? [4.1점]



- ① $(-\infty, -1]$ ✗ ② $[-1, 2]$ ✓ ③ $[2, 4]$ ✗
 ④ $[-1, \infty)$ ✗ ⑤ $[2, \infty)$ ✗

7. 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+7$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값은? [4.3점]

- ① -13 ② -6 ③ -1
 ④ 0 ⑤ 6

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$x = 0, 2$

$f(-2) = -8 - 12 + 7 = -13$
 $f(0) = 7$
 $f(2) = -8 + 12 + 7 = 11$
 $f(3) = 27 - 27 + 7 = 7$

$M = 11, m = -13$
 $M+m = -2$

8. 방정식 $2x^3+3x^2-12x+a=0$ 이 서로 다른 두 개의 양의 근과 한 개의 음의 근을 갖기 위한 상수 a 의 값의 범위는? [4.7점]

- ① $-7 < a < 0$ ② $0 \leq a < 7$ ③ $0 < a < 7$ ✓
 ④ $-20 < a < 0$ ⑤ $0 < a < 20$

$$a = -2x^3 - 3x^2 + 12x$$

$$-6x^2 - 6x + 12 = 0$$

$$-6(x^2 + x - 2) = 0$$

$$-6(x+2)(x-1) = 0$$

$x = -2, 1$

$f(-2) = -16 - 12 - 24 = -52$
 $f(1) = -2 - 3 + 12 = 7$

Graph of $y = -6x^2 - 6x + 12$ is shown, crossing the x-axis at $x = -2$ and $x = 1$.

9. 임의의 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4+3x^2+10x \geq 6a$ 가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4.5점]

- ① -3 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 3

$$x^4 + 3x^2 + 10x - 6a \geq 0$$

$$4x^3 + 6x + 10 \geq 0$$

$4x^3 + 6x + 10 \geq 0$
 $2(2x^3 + 3x + 5) \geq 0$
 $2x^3 + 3x + 5 \geq 0$

$2x^3 + 3x + 5 = 0$
 $2x^3 + 3x + 5 = (x+1)(2x^2 - 2x + 5)$
 $2x^2 - 2x + 5 > 0$ (always true)
 $x = -1$ is a root.

$4x^3 + 6x + 10 \geq 0$
 $4x^3 + 6x + 10 \geq 0$
 $4x^3 + 6x + 10 \geq 0$

10. 함수 $f(x) = \int_0^x (t+4)(t-2)dt$ 의 극댓값을 a , 극솟값을 b 라고 할 때, $a+2b$ 의 값은? [4.3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8 ⑥ $-\frac{26}{3}$

$$f(x) = \int_0^x (t^2 + 2t - 6)dt$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 6x$$

$f'(x) = x^2 + 2x - 6 = 0$
 $(x+4)(x-2) = 0$
 $x = -4, 2$

$f(-4) = -\frac{64}{3} + 16 - 24 = -\frac{52}{3}$
 $f(2) = \frac{8}{3} + 4 - 12 = -\frac{16}{3}$

$a = -\frac{16}{3}, b = -\frac{52}{3}$
 $a + 2b = -\frac{16}{3} - \frac{104}{3} = -\frac{120}{3} = -40$

$x^2 + 2x - 6 = 0$
 $(x+4)(x-2) = 0$
 $x = -4, 2$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 6x$
 $f(-4) = -\frac{64}{3} + 16 - 24 = -\frac{52}{3}$
 $f(2) = \frac{8}{3} + 4 - 12 = -\frac{16}{3}$

$a = -\frac{16}{3}, b = -\frac{52}{3}$
 $a + 2b = -\frac{16}{3} - \frac{104}{3} = -\frac{120}{3} = -40$

11. 다음 식을 만족시키는 실수 k 의 값은? [4.2점]

$$\int_1^2 (x^2 + 6x + k) dx - 2 \int_2^1 (x^2 - x) dx = 20$$

- ① 5
④ 8

- ② 6
⑤ 9

③ 7

$$\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 1 < x$$

$$\left(\frac{8}{3} + 12 + 2k\right) + \left(-\frac{1}{3} - 3 - k\right)$$

$$= \frac{7}{3} + 9 + k + \frac{14}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$$

$$\frac{1}{3} + 6 + k = 20$$

$$13 + k$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{2}\right) = -\frac{7}{3} + \frac{3}{2}$$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^{2x} (t^2 + 2t - 1) dt$ 의 값은? [4.5점]

- ① -2
④ 1

- ② -1
⑤ 2

③ 0

$$\frac{1}{3}t^3 + t^2 - t$$

$$\frac{8x^3}{3} + 4x^2 - 2x$$

$$\frac{6x^3 + 12x^2 - 6x}{3}$$

$$\frac{2x}{1}$$

$$\frac{6x^2 + 12x - 6}{3x}$$

$$-6$$

$$3$$

13. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4x & (x < 1) \\ 2x + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 미분

가능할 때, 정적분 $\int_{-1}^2 f(x) dx$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4.9점]

- ① 2
④ 8

- ② 4
⑤ 10

③ 6

$$\int_1^2 x^2 + bx \quad \int_{-1}^1 \frac{a}{3}x^3 - 2x^2$$

$$(4 + 2b) + (-1 - b)$$

$$b + b + \frac{2a}{3}$$

$$\left(\frac{a}{3} - 2\right) + \left(\frac{a}{3} + 2\right)$$

$$a - 4 = 2 + b$$

$$-3 + a - 6 + \frac{2a}{3}$$

$$-9 + 3a +$$

$$a - b = 6$$

$$b = a - 6$$

$$a - 4 = 2 + b$$

$$2 - 2 + 3$$

$$a - b = 6$$

$$a = 6 + b$$

14. 정적분 $\int_{-3}^3 |3x^2 - 6x| dx$ 의 값은? [4.8점]

- ① 56
④ 62

- ② 58
⑤ 64

③ 60

$$3x^2 - 6x$$

$$3x(x - 2)$$

$$0, 2$$

$$12 - 12$$

$$21 -$$

$$12 - 12$$

$$3 - 6$$

$$\int_2^3 x^3 - 3x^2$$

$$\int_0^2 -x^3 + 3x^2$$

$$\int_{-3}^0 x^3 - 3x^2$$

$$(-6 + 12) + (-54)$$

$$27 - 27$$

$$(-6 + 12) + (-54 + 27)$$

$$6 - 12$$

$$-84$$

$$-27 + 27$$

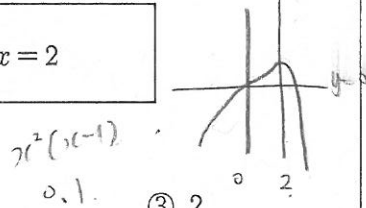
$$4 + 4 + 54$$

$$6$$

$$62$$

15. 다음 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.9점]

$$y = x^3 - x^2, \quad y = 0, \quad x = 2$$



① $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{2}$

② $\frac{3}{2}$
⑤ $\frac{7}{3}$

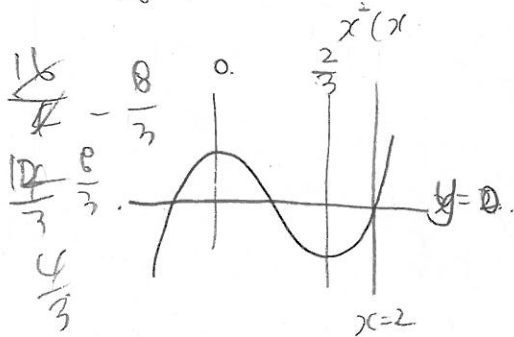
③ 2

$$\int_0^2 \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3$$

$$x^2(x-1)^{e-4}$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

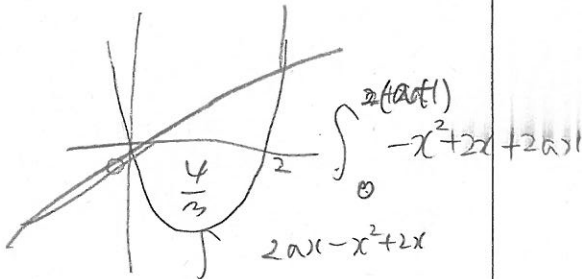
$$x(3x-2)$$



$$x=2$$

$$\int_0^2 \frac{1}{3}x^3 - x^2$$

$$\frac{8}{3} - \frac{8}{3}$$



16. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 와 직선 $y = 2ax$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 x 축에 의하여 이등분될 때, 상수 a 에 대하여 $(a+1)^3$ 의 값은? (단, $a > 0$) [5.0점]

① $\frac{1}{2}$
④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

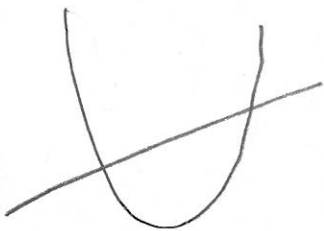
③ $\frac{3}{2}$

② 1

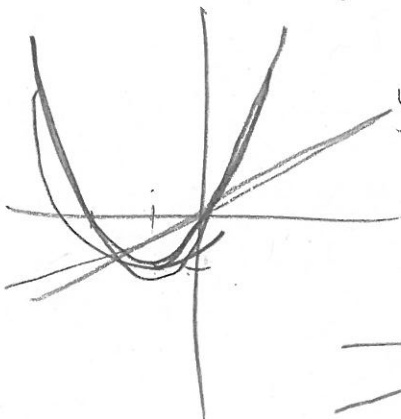
$$(x-1)^2 - 1$$

$$(x^2 - 2x + 1) - 1$$

$$x(x-2)$$



$$x^2$$



$$y = 2ax$$

$$x(x-2)$$

$$0, 2$$

$$y = 2ax$$

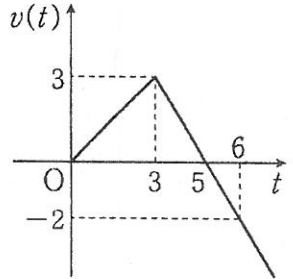
$$x^2 + (-2 - 2a)x = 0$$

$$x$$

$$x(x-2-2a)$$

$$2+2a$$

17. 수직선 위에서 원점을 출발하여 움직이는 점 P 의 시각 t 일 때의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.5점]



< 보기 >

ㄱ. $t=2$ 에서 점 P 의 위치는 2이다.

ㄴ. $t=3$ 에서 점 P 가 움직이는 방향이 바뀐다.

ㄷ. $t=5$ 에서 점 P 가 원점을 지난다.

ㄹ. 출발 후 6초 동안 움직인 거리는 8.5이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄱ, ㄹ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

$$-2k^3 + 6k^2 + 12k - 4 = 0$$

$$-2k^3 + 6k^2 + 12k = 4$$

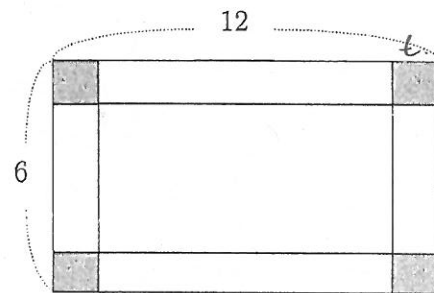
$$-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2a$$

$$a+1=k \quad (k^3)=4$$

$$-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2a$$

$$-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2a$$

18. 그림과 같이 가로 길이가 12, 세로 길이가 6인 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 크기가 같은 정사각형 모양의 종이를 잘라낸 후 남은 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 상자의 부피가 최대가 될 때, 상자의 밑면의 넓이는? (단, 종이의 두께는 무시한다.) [5.5점]



$$9 + 6\sqrt{3} + 3 \quad 12 + 6\sqrt{3}$$

$$(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{3})$$

$$3 + \sqrt{3} = t$$

$$\frac{6+2\sqrt{3}}{2}$$

① $6+2\sqrt{3}$

② $6+6\sqrt{3}$

③ $6+12\sqrt{3}$

④ $12+6\sqrt{3}$

⑤ $12+12\sqrt{3}$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{2}$$

$$t(12-2t)(6-2t)$$

$$4t^2 - 36t + 12$$

$$12t^2 - 12t + 12 = 0$$

$$4t^3 - 36t^2 + 12t$$

$$12(t^2 - 6t + 6) = 0$$

$$4(t^3 - 9t)$$

$$4t(t^2 - 9t + 18)$$

$$48 + 24\sqrt{3} - 108 - 36\sqrt{3} + 12$$

$$12 - 36$$

$$12 - 36$$

$$\frac{36}{12\sqrt{3}}$$

논술형

[논술형 1] 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $2x+1$ 이다. 이 곡선이 점 $(1, -1)$ 을 지날 때, $f(-3)$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [5.0점]

3

[논술형 2] 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 식이 만족될 때, $\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [7.0점]

$$(가) f(x) = x \left\{ \int_0^1 f'(t) dt \right\}^2 + x^3 - 3x^2$$

$$(나) f(1) < 0$$

[논술형 3] 두 함수 $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x$ 와 $g(x) = x^3$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이 S 를 구하고 그 과정을 서술하시오. [8.0점]

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \ -6 \ -2 \ 3} \\ \underline{4} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 4 \ -6 \ -2 \ 3} \\ \underline{4} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 4 \ -6 \ -2 \ 3} \\ \underline{4} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \ -6 \ -2 \ 3} \\ \underline{4} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1 \overline{) 4 \ -6 \ -2 \ 3} \\ \underline{4} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 1 \ -3 \ -1 \ 3} \\ \underline{1} \\ \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 3$$

$$x - 3$$

※ 확인사항: 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 표기했는지 확인하십시오.