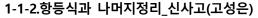




# 교과서 변형문제 기본





내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일 : 2020-03-05
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

## 개념check

#### [항등식]

• 항등식: 등식에 포함된 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식

#### [미정계수법]

항등식의 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법

- •계수비교법: 항등식에서 양변의 동류항의 계수는 같다.'는 성질을 이용하여, 주어진 등식의 양변의 계수를 비교하여 미정 계수를 구하는 방법
- 수치대입법: 항등식은 주어진 문자에 어떠한 값을 대입해도 항상 성립한다'는 성질을 이용하여, 주어진 문자에 적당한 값을 대입하여 미정계수를 구하는 방법

#### [인수정리]

다항식 f(x)와 일차식  $x-\alpha$ 에 대하여

- (1)  $f(\alpha) = 0$ 이면 f(x)가  $x \alpha$ 로 나누어 떨어진다.
- (2) f(x)가  $x-\alpha$ 로 나누어떨어지면  $f(\alpha)=0$ 이다.

#### [조립제법]

x에 대한 다항식 f(x)를 x에 대한 일차식으로 나눌 때, 나눗셈을 직접 하지 않고 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

#### 기본문제

[예제]

- **1.** 등식  $2x^2 + 5x + 2 = a(x+2)^2 + b(x+2)$ 가 x에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 a+b의 값은?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$

3 0

**4** 1

(5) 2

[문제]

2. 등식

 $x^2-3x+4=a(x+1)+b(x-1)(x+1)+c(x-1)$ 가 x에 대한 항등식이 되도록 하는 상수  $a,\ b,\ c$ 에 대하여 a+b+c의 값은?

- $\bigcirc -2$
- 30
- 4 1

(5) 2

- **3.** 다항식  $P(x) = x^3 + 4x^2 3x + 1$ 를 x 1로 나누었을 때의 나머지는?
  - ① 1

② 2

3 3

**4** 

**⑤** 5

[예제]

[문제]

- **4.** P(x)를  $\left(x+\frac{1}{4}\right)$ 로 나누었을 때, 몫이 Q(x), 나머지를 R이 된다. 이때, P(x)를 (4x+1)로 나누었을 때, 몫과 나머지는?
  - ① 몫:Q(x), 나머지:4R
  - ② 몫: $\frac{1}{4}Q(x)$ , 나머지:R
  - ③ 몫: $\frac{1}{4}Q(x)$ , 나머지: $\frac{1}{4}R$
  - ④ 몫: $\frac{1}{4}Q(x)$ , 나머지:4R
  - ⑤ 몫:4Q(x), 나머지:R

[문제]

- **5.** 다항식  $P(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 1$ 를 (3x+1)로 나누었을 때의 나머지는?
  - ①  $\frac{1}{2}$
- ②  $\frac{2}{3}$

3 1

- $4\frac{4}{3}$

[예제]

- **6.** 다항식 P(x)를 x-1으로 나누었을 때의 나머지 는 6이고, x+3로 나누었을 때의 나머지는 2이다. P(x)를 (x-1)(x+3)로 나누었을 때의 나머지를 R(x)라고 할 때, R(3)의 값은?
  - $\bigcirc$  2
- 2 4
- ③ 6
- **(4)** 8
- **⑤** 10

- [문제]
- **7.** 다항식 P(x)를 x-2으로 나누었을 때의 나머지는 6이고, 3x-1로 나누었을 때의 나머지는 1이다. P(x)를 (x-2)(3x-1)로 나누었을 때의 나머지를 R(x)라고 할 때, R(1)의 값은?
  - ① 1
- ② 2
- ③ 3
- **(4)** 4
- ⑤ 5

[예제]

- **8.** 다항식  $P(x) = x^4 + 3x^2 + a$ 가 x 1로 나누어떨어 지도록 상수 a의 값은?
  - $\bigcirc -1$
- $\bigcirc 2 2$
- (3) 3
- (4) -4
- (5) 5

- [문제]
- **9.** 다항식  $P(x) = 2x^4 + ax^2 + bx + 2$ 가 x+1, x-2로 나누어떨어지도록 상수 a-b의 값은?
  - $\bigcirc -2$
- $\bigcirc 2.5$
- (3) 3
- $\bigcirc$  -3.5
- (5) -4

[문제]

- **10.** 다항식  $P(x) = x^3 3x^2 + ax + b$ 가  $x^2 + 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, a-2b의 값은?
  - 1) 2
- ② 4
- ③ 6
- **(4)** 8
- (5) 10

- [문제]
- **11.** 조립제법을 이용하여 다항식  $3x^3 + x^2 + 5x + 6$ 을 x+1로 나누었을 때의 나머지는?
  - $\bigcirc -1$
- $\bigcirc 2 2$
- (3) 3
- (4) -4
- (5) 5

- [예제]
- **12.** 조립제법을 이용하여 다항식  $x^3 2x^2 3x + 2$ 을 x-3로 나누었을 때의 나머지는?
  - 1

2 2

3 3

(4) 4

(5) 5

- [문제]
- **13.** 다항식  $4x^3 + x^2 2x 3$ 을 x 1로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정이 다. a+b+c의 값은?

(1) 2

2 4

- 3 6
- (4) 8
- **⑤** 10

평가문제

[중단원 마무리]

- **14.** 등식  $x^2+4x-7=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 이 항등식이 되도록 하는 a, b, c에 대하여 a+b+c의 값을 구하면?
  - 1

② 2

③ 3

- (4) 4
- **⑤** 5

### [중단원 마무리]

- **15.**다항식  $2x^3 5x^2 x + 4$ 를 x + 1로 나누었을 때의 나머지는?
  - $\bigcirc$  2
- $\bigcirc 0$
- (3) 2
- $\bigcirc$  -4
- $\bigcirc 5 6$

- [중단원 마무리]
- **16.** 다항식  $x^3 + 4x^2 + ax 2$ 가 x + 2로 나누어떨어지도록 하는 상수 a의 값은?
  - 1 1

② 2

③ 3

(4) 4

**⑤** 5

[중단원 마무리]

17. 다음 식

 $(x^2-2x+2)(x+3)$   $=a(x-3)^3+b(x-3)^2+c(x-3)+d$ 이 x에 관한 항등식일 때, a+b+c의 값은?

- 10
- ② 20
- 3 30
- **4**0
- (5) 50

- [중단원 마무리]
- **18.** 다항식 P(x)에 대하여 x의 값에 관계없이  $(x^2-4)P(x)+ax+b=x^3-2x^2+7x-3$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b에 대하여 a+b의 값은?
  - $\bigcirc -22$
- $\bigcirc$  -11
- ③ 0
- 4) 11
- (5) 22

- [중단원 마무리]
- **19.** 다항식  $P(x) = x^3 x^2 + ax + 4$ 를 x + 2로 나누었을 때의 나머지가 -2일 때, P(x)를 x + 1로 나누었을 때의 나머지는?
  - ① 3
- ② 5
- ③ 7
- **4**) 9
- ⑤ 11

[중단원 마무리]

- **20.**  $2x^3 + 6x^2 + ax + b$ 가  $(x+1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, a-b의 값은?
  - ① 1

② 2

3 3

**(4)** 4

(5) 5

#### [중단원 마무리]

- **21.** 다항식 P(x)를 일차식 x-1로 나누었을 때의 몫을 Q(x), 나머지를 1이다. (x+1)P(x)를 x-1로 나누었을 때 나머지를 구하면?
  - 1 1

2 2

3 3

**(4)** 4

**⑤** 5

- [대단원 마무리]
- **22.**  $(2x^2+4x-3)^3=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5+a_6x^6$ 이 x에 대한 항등식일 때,  $a_1+a_2\cdots+a_6$ 의 값을 구하시오. (단,  $a_0,\ a_1,\ a_2,\ \cdots$ ,  $a_6$ 은 상수이다.)
  - ① 50
- ② 51
- 3)52
- **4**) 53
- (5) 54

- [대단원 마무리]
- **23.** 다항식  $x^4 2x^2 + ax + 3$ 를 x + 2로 나누었을 때의 나머지와 x 2로 나누었을 때의 나머지가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?
  - (1) 2
- $\bigcirc -1$

- ③ 0
- 4 1
- (5) 2

- [대단원 마무리]
- **24.** 다항식 P(x), Q(x)를 x-1로 나눌 때, 나머지가 각각 1, -3일 때, aP(x)+Q(x)가 x-1로 나누어 떨어지기 위한 a의 값은?
  - 1

② 2

3 3

**4** 

⑤ 5

[대단원 마무리]

- **25.** 다항식  $x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이  $(x+1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, a+b의 값은?
  - 1
- 2 2
- 3 3
- 4
- **⑤** 5

[대단원 마무리]

- **26.** 다항식  $x^3 + ax^2 + 2x + b$ 가  $x^2 x 2$ 로 나누어떨어질 때, 3a + 2b의 값은?
  - 1 1

 $\bigcirc 2$ 

- 3 3
- **4**
- **⑤** 5

[대단원 마무리]

- **27.** 다항식  $f(x) = x^3 x^2 x 4$ 일 때, f(11)의 값은?
  - ① 1185
- ② 1195
- 3 1205
- 4 1215
- **⑤** 1225

대단원 마무리

- **28.** 다항식  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 x + 3$ 을 x + 2로 나누었을 때 , 몫을 Q(x)가 된다. Q(x)를 x 2로 나누었을 때, 나머지의 값은?
  - 1

- ② 3
- 3 5
- 4 7
- **⑤** 9

[대단원 마무리]

- **29.** 이차식 P(x)에 대해서 P(1)=3, P(2)=5, P(3)=9가 성립할 때, P(x)를 (x+2)로 나눌 때, 나머지의 값은?
  - ① 3

② 5

- 3 7
- **4** 9
- ⑤ 11

# 4

#### 정답 및 해설

### 1) [정답] ②

[해설] 우변을 정리하면

$$a(x+2)^2 + b(x+2) = a(x^2 + 4x + 4) + b(x+2)$$
  
=  $ax^2 + (4a+b)x + 4a + 2b$   
주어진 등식이 항등식이므로  
 $a=2, 4a+b=5, 4a+2b=2$   
따라서  $a=2, b=-3$ 이고,  $a+b=-1$ 

## 2) [정답] ①

[해설] 우변을 정리하면

$$a(x+1)+b(x-1)(x+1)+c(x-1)$$
  $=a(x+1)+b(x^2-1)+c(x-1)$   $=bx^2+(a+c)x+a-b-c$  주어진 등식이 항등식이므로  $b=1,\ a+c=-3,\ a-b-c=4$  따라서  $a=1,\ b=1,\ c=-4$ 이고,  $a+b+c=-2$ 

### 3) [정답] ③

[해설] P(x)를 x-1로 나누었을 때의 몫을 Q(x), 나 머지를 R이라 하면 P(x) = (x-1)Q(x) + R이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변에 x=1를 대입하면  $P(1) = 0 \times Q(1) + R = R$ 따라서 구하는 나머지 R은 R = P(1) $=1^3+4\times1^2-3\times1+1$ =1+4-3+1=3

## 4) [정답] ②

[해설] P(x)를  $\left(x + \frac{1}{4}\right)$ 로 나누었을 때의 몫을 Q(x), 나머지를 *R*이라 하면  $P(x) = \left(x + \frac{1}{4}\right)Q(x) + R$ 한편  $P(x) = (4x+1) \times \frac{1}{4} Q(x) + R$ 이므로 P(x)를 (4x+1)로 나누었을 때의 몫은  $\frac{1}{4}Q(x)$ , 나머지는 R

## 5) [정답] ①

[해설] P(x)를 (3x+1)로 나누었을 때의 몫을 Q(x). 나머지를 *R*이라 하면 P(x) = (3x+1)Q(x) + R이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변에  $x = -\frac{1}{3}$ 를 대입하면  $P\left(-\frac{1}{3}\right) = 0 \times Q\left(-\frac{1}{3}\right) + R = R$ 따라서 구하는 나머지 R은

$$R = P\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1$$

$$= -\frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

## 6) [정답] ④

[해설] 다항식 P(x)를 (x-1)(x+3)로 나누었을 때 의 몫을 Q(x), 나머지를 R(x) = ax + b라고 하면 P(x) = (x-1)(x+3)Q(x) + ax + b나머지정리에 따라 P(1) = 6, P(-3) = 2이므로 a+b=6, -3a+b=2이 식을 풀면 a=1, b=5따라서 구하는 나머지는 R(x) = x + 5이고 R(3) = 8

### 7) [정답] ③

[해설] 다항식 P(x)를 (x-2)(3x-1)로 나누었을 때 의 몫을 Q(x), 나머지를 R(x) = ax + b라고 하면 P(x) = (x-2)(3x-1)Q(x) + ax + b나머지정리에 따라 P(2) = 6,  $P(\frac{1}{2}) = 1$ 이므로 2a+b=6,  $\frac{1}{3}a+b=1$ 이 식을 풀면 a=3, b=0따라서 구하는 나머지는 R(x) = 3x이고 R(1) = 3

# 8) [정답] ④

[해설] 인수정리에 따라 P(1) = 0이므로  $P(1) = 1^4 + 3 \times 1^2 + a = 0$ , 4 + a = 0따라서 a=-4

## 9) [정답] ⑤

[해설] 인수정리에 따라

$$P(-1)=2+a-b+2=0$$
에서  $a-b=-4$   $P(2)=32+4a+2b+2=0$ 에서  $4a+2b=-34$ 이므로  $2a+b=-17$  따라서  $a=-7,\ b=-3$ 이므로  $a-b=-4$ 

## 10) [정답] ④

[해설]  $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ 이므로 인수정리에 따라 P(-1) = -1 - 3 - a + b = 0에서 a - b = -4P(-2) = -8 - 12 - 2a + b = 0 of 2a - b = -20따라서 a = -16, b = -12이므로 a - 2b = 8

# 11) [정답] ①

[해설]

따라서 나머지는 -1

### 12) [정답] ②

[해설]

## 13) [정답] ④

[해설]

1 4 1 -2 -3  
1 4 5 3  
4 5 3 0   
따라서 
$$a=-2$$
,  $b=5$ ,  $c=5$ 이므로  $a+b+c=8$ 

## 14) [정답] ⑤

[해설] 우변을 정리하면

$$a(x-1)^2+b(x-1)+c$$
  
=  $a(x^2-2x+1)+b(x-1)+c$   
=  $ax^2+(-2a+b)x+a-b+c$   
주어진 등식이 항등식이므로  
 $a=1,\ -2a+b=4,\ a-b+c=-7$   
따라서  $a=1,\ b=6,\ c=-2$ 이므로  $a+b+c=5$ 

#### 15) [정답] ③

[해설] P(x)를 x+1로 나누었을 때의 몫을 Q(x), 나 머지를 R이라 하면 P(x) = (x+1)Q(x) + R이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변에 x = -1를 대입하면  $P(-1) = 0 \times Q(-1) + R = R$ 따라서 구하는 나머지 R은 R = P(-1) $=2\times(-1)^3-5\times(-1)^2-(-1)+4$ =-2-5+1+4=-2

### 16) [정답] ③

[해설] 인수정리에 따라 P(-2) = 0이므로  $P(-2) = (-2)^3 + 4 \times (-2)^2 + a \times (-2) - 2 = 0$ -8+16-2a-2=6-2a=0따라서 a=3

# 17) [정답] ④

[해설]  $(x^2-2x+2)(x+3)$  $= a(x-3)^2 + b(x-3)^2 + c(x-3) + d$ x=3을 대입하면 30=dx = 4를 대입하면 70 = a + b + c + d따라서 a+b+c=40

### 18) [정답] ③

[해설]  $(x^2-4)P(x)+ax+b=x^3-2x^2+7x-3$ x = 2를 대입하면 2a + b = 11x = -2를 대입하면 -2a + b = -33

따라서 
$$a=11$$
,  $b=-11$ 이므로  $a+b=0$ 

19) [정답] ②

[해설] 나머지정리에 따라 
$$P(-2)=-2$$
이므로 
$$P(-2)=-8-4-2a+4=-8-2a=-2$$
 그러므로  $a=-3$ 이고  $P(x)=x^3-x^2-3x+4$  따라서  $P(x)$ 를  $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 
$$P(-1)=-1-1+3+4=5$$

### 20) [정답] ④

[해설] 실수 <math>m, n에 대하여  $2x^3+6x^2+ax+b=(x+1)^2(mx+n)$ 라고 하면  $2x^3 + 6x^2 + ax + b = (x+1)^2(mx+n)$  $=(x^2+2x+1)(mx+n)$  $= mx^3 + (2m+n)x^2 + (m+2n)x + n$ 그러므로 m=2, 2m+n=6, m+2n=a, n=b에서 m=2, n=2따라서 a=6, b=2이므로 a-b=4

## 21) [정답] ②

[해설] P(x)를 x-1로 나누었을 때의 몫을 Q(x), 나 머지를 1이라 하면 P(x) = (x-1)Q(x)+1이므로 (x+1)P(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + x + 1=(x-1)(x+1)Q(x)+x-1+2=(x-1)[(x+1)Q(x)+1]+2따라서 나머지는 2

## 22) [정답] ⑤

[해설] 주어진 등식에 x=1을 대입하면  $3^3=27=a_0+a_1+\cdots+a_6$ , x=0을 대입하면  $(-3)^3=-27=a_0$ 따라서  $a_1 + a_2 \cdots + a_6 = (a_0 + a_1 \cdots + a_6) - a_0$ =27-(-27)=54

### 23) [정답] ③

[해설] 나머지정리에 따라 P(-2) = P(2)P(-2) = 16 - 8 - 2a + 3 = 11 - 2aP(2) = 16 - 8 + 2a + 3 = 11 + 2a따라서 a=0

#### 24) [정답] ③

[해설] 나머지정리에 따라 P(1) = 1, Q(1) = -3인수정리에 따라 aP(1) + Q(1) = 0 $a \times 1 - 3 = a - 3 = 0$ 따라서 a=3

## 25) [정답] ①

[해설]  $x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 1 = (x+1)^2(x^2 + mx + n)$  $=(x^2+2x+1)(x^2+mx+n)$  $=x^{4}+(m+2)x^{3}+(2m+n+1)x^{2}+(m+2n)x+n$ 그러므로 m+2=1. 2m+n+1=a. m+2n=b.

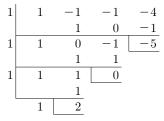
$$n=1$$
에서  $m=-1$ ,  $n=1$   
따라서  $a=0$ ,  $b=1$ 이므로  $a+b=1$ 

# 26) [정답] ①

[해설] 
$$x^2-x-2=(x+1)(x-2)$$
이므로 
$$x^3+ax^2+2x+b=(x+1)(x-2)Q(x)$$
  $x=-1$ 을 대입하면  $-1+a-2+b=0$   $x=2$ 를 대입하면  $8+4a+4+b=0$  따라서  $a=-5$ ,  $b=8$ 이므로  $3a+2b=1$ 

## 27) [정답] ②

## [해설]



그러므로 
$$f(x) = x^3 - x^2 - x - 4$$
  
=  $(x-1)^3 + 2(x-1)^2 - 5$   
따라서  $f(11) = 1000 + 200 - 5 = 1195$ 

## 28) [정답] ④

[해설] 
$$P(-2)=1$$
이므로 나머지정리에 따라  $2x^3+3x^2-x+3=(x+2)\,Q(x)+1$  나머지정리에 따라  $Q(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는  $Q(2)$ 이므로 양변에  $x=2$ 를 대립하면  $29=4\times Q(2)+1$  따라서  $Q(2)=7$ 

# 29) [정답] ④

[해설] 
$$P(1) = 3$$
,  $P(2) = 5$ 이므로  $P(x) = a(x-1)(x-2) + 2x + 1$  한편  $P(3) = 9 = 2a + 7$ 이므로  $a = 1$  그러므로  $P(x) = (x-1)(x-2) + 2x + 1$  이때  $P(-2) = 9$ 이므로 나머지정리에 따라  $P(x)$  를  $(x+2)$ 로 나눌 때의 나머지는  $9$ 

