



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2018-07-26

2) 제작자 : 교육지대(주)

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

■ 함수  $f$ 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & (x \text{는 유리수}) \\ x^2+1 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

로 정의할 때, 다음 값을 구하여라.

1.  $(f \circ f)(-2)$

2.  $(f \circ f)(\sqrt{3})$

3.  $(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

■ 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ x+1 & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$ 에 대하여 다음 값을 구하여라.

4.  $(f \circ f)(3)$

5.  $(f \circ f \circ f)(10)$

■ 함수  $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & (x < 1) \\ 3 & (x = 1) \\ x-4 & (x > 1) \end{cases}$ 에 대하여 다음 값을 구하여라.

6.  $(f \circ f)(2)$

7.  $(f \circ f \circ f)(5)$

8.  $(f \circ f \circ f \circ f)(-1)$

■ 함수  $f(x) = \begin{cases} x-2 & (x \text{는 유리수}) \\ 2x^2 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 에 대하여 다음 값을 구하여라.

9.  $(f \circ f)(\sqrt{2})$

10.  $(f \circ f)(\sqrt{3})$

■ 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow Y$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 2) \\ 1 & (x = 3) \\ 2 & (x = 4) \end{cases}$$

로 정의할 때, 다음 값을 구하여라.

11.  $f(4)$

12.  $(f \circ f)(3)$

13.  $(f \circ f \circ f)(2)$

14.  $(f \circ f \circ f)(1) + (f \circ f)(4) + f(3)$

15. 함수  $f(x) = ax$ 가  $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족하는 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

16. 함수  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ )가  $f \circ f = f$ 를 만족하는 상수  $a, b$ 의 값을 각각 구하여라.

17. 함수  $f(x) = ax$ 가  $(f \circ f \circ f)(x) = x$ 를 만족하는 실수  $a$ 의 값을 구하여라.

18. 두 함수  $f(x) = 2x + 1, g(x) = x^2 - 2$ 가  $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하게 하는 함수  $h(x)$ 에 대하여  $h(1)$ 의 값을 구하여라.

19. 두 함수  $f(x) = 2x + 3, g(x) = 3x + 2$ 가  $(g \circ h)(x) = f(x)$ 를 만족하게 하는 함수  $h(x)$ 에 대하여  $h(2)$ 의 값을 구하여라.

▣ 두 함수  $f(x) = 2x - 1, g(x) = 4x + 7$ 에 대하여 다음을 구하여라.

20.  $f \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수  $h(x)$

21.  $k \circ f = g$ 를 만족하는 일차함수  $k(x)$

▣ 함수  $f(x) = ax + b$  ( $a > 0$ )에 대하여  $(f \circ f)(x)$ 가 다음과 같을 때,  $f(1)$ 의 값을 구하여라.

22.  $(f \circ f)(x) = 16x + 5$

23.  $f(x) = 2x - 1$

▣ 세 함수  $f, g, h$ 가 다음 조건을 만족할 때, 함수  $f(x)$ 를 구하여라.

24.  $(h \circ g)(x) = 2x + 2$   
 $(h \circ (g \circ f))(x) = 4x - 8$

25.  $(h \circ g)(x) = -x + 4$   
 $(h \circ (g \circ f))(x) = \frac{1}{2}x + 1$

26. 세 함수  $f, g, h$ 에 대하여  
 $f(x) = 2x - 3$ ,  $g(x) = 3x + 5$ 이고,  
 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 가 성립할 때,  $h(2)$ 의 값을 구하여라.

27. 함수  $f$ 에 대하여  
 $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$  ( $n$ 은 자연수)  
 으로 정의한다. 이때  $f(x) = x - \frac{1}{2}$ 에 대하여  $f^{100}(2)$   
 의 값을 구하여라.

- $f^2(x) = (f \circ f)(x)$ ,  $f^3(x) = (f \circ f^2)(x)$ ,  
 $\dots$ ,  $f^n(x) = (f \circ f^{n-1})(x)$ 라고 할 때, 주어진 함수  
 $f(x)$ 에 대하여 다음을 구하여라.

$$f(x) = 2x$$

28.  $f^2(1)$

29.  $f^3(1)$

30.  $f^n(1)$

- $f^2(x) = (f \circ f)(x)$ ,  $f^3(x) = (f \circ f^2)(x)$ ,  
 $\dots$ ,  $f^n(x) = (f \circ f^{n-1})(x)$ 라고 할 때, 주어진 함수  
 $f(x)$ 에 대하여 다음을 구하여라.

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

31.  $f^2(x)$

32.  $f^3(x)$

33.  $f^{1004}(2)$

34.  $f^{100}(2)$

35.  $f^{1500}\left(\frac{5}{4}\right)$

- 다음 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $h \circ f = g$ 를 만족하는  
 함수  $h(x)$ 를 구하여라.

36.  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 2$

37.  $f(x) = x - 3$ ,  $g(x) = -3x + 1$

38.  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = 4x - 5$

39.  $f(x) = 3x + 2$ ,  $g(x) = 6x - 3$

40.  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1, g(x) = 2x + 3$

▣ 다음 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f \circ h = g$ 를 만족하는 함수  $h(x)$ 를 구하여라.

41.  $f(x) = 2x + 4, g(x) = 4x - 6$

42.  $f(x) = 2x - 1, g(x) = -x + 3$

43.  $f(x) = x - 3, g(x) = -3x + 1$

44.  $f(x) = -x + 5, g(x) = 2x - 3$

45.  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1, g(x) = 2x + 3$

46.  $f(x) = 3x + 2, g(x) = x^2 - 3x + 2$

▣  $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$  ( $n$ 은 자연수)으로 정의할 때, 함수  $f(x) = x + 2$ 에 대하여 다음을 구하여라.

47.  $f^2(x), f^3(x)$

48.  $f^n(x)$

49.  $f^{100}(3)$

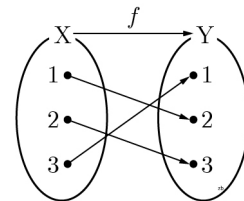
▣  $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$  ( $n$ 은 자연수)으로 정의할 때, 함수  $f(x) = 3x$ 에 대하여 다음을 구하여라.

50.  $f^2(x), f^3(x)$

51.  $f^n(x)$

52.  $f^{10}(1)$

▣ 집합  $X$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 그림과 같을 때 다음 값을 구하여라. (단,  $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n, n$ 은 자연수)

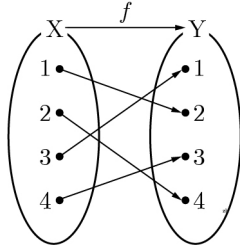


53.  $f^2(1), f^3(1)$

54.  $f^{3n}(1)$

55.  $f^{20}(1)$

■ 집합  $X$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 그림과 같을 때 다음 값을 구하여라. (단,  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ ,  $n$ 은 자연수)



56.  $f^2(2)$ ,  $f^4(2)$

57.  $f^{4n}(2)$

58.  $f^{31}(2)$



## 정답 및 해설

1) -9

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f)(-2) &= f(f(-2)) \\ &= f(-2 \cdot (-2) + 1) = f(5) \\ &= -2 \cdot 5 + 1 = -9\end{aligned}$$

2) -7

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f)(\sqrt{3}) &= f(f(\sqrt{3})) \\ &= f((\sqrt{3})^2 + 1) \quad (\because \sqrt{3} \text{은 무리수}) \\ &= f(4) = -2 \cdot 4 + 1 \quad (\because 4 \text{는 유리수}) \\ &= -7\end{aligned}$$

3) -2

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= f\left(f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = f\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1\right) \\ &= f\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = -2\end{aligned}$$

4) 2

$$\Rightarrow (f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(4) = 2$$

5) 3

$$\Rightarrow (f \circ f \circ f)(10) = f(f(f(10))) = f(f(5)) = f(6) = 3$$

6) 5

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(2) &= 2 - 4 = -2 \text{이므로} \\ (f \circ f)(2) &= f(f(2)) = f(-2) = 5\end{aligned}$$

7) 3

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f \circ f)(-1) &= f(f(f(-1))) \\ &= f(f(3)) = f(-1) = 3\end{aligned}$$

8) -1

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f \circ f \circ f)(-1) &= f(f(f(f(-1)))) \\ &= f(f(f(3))) \\ &= f(f(-1)) = f(3) = -1\end{aligned}$$

9) 2

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt{2} \text{는 무리수이므로 } f(\sqrt{2}) &= 2(\sqrt{2})^2 = 4 \\ \therefore (f \circ f)(\sqrt{2}) &= f(f(\sqrt{2})) = f(4) \\ &= 2 \quad (\because 4 \text{는 유리수})\end{aligned}$$

10) 4

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt{3} \text{은 무리수이므로 } f(\sqrt{3}) &= 2(\sqrt{3})^2 = 6 \\ \therefore (f \circ f)(\sqrt{3}) &= f(f(\sqrt{3})) \\ &= f(6) = 4 \quad (\because 6 \text{은 유리수})\end{aligned}$$

11) 2

$$\Rightarrow f(4) = 2$$

12) 3

$$\Rightarrow (f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(1) = 3$$

13) 4

$$\Rightarrow (f \circ f \circ f)(2) = f(f(f(2))) = f(f(4)) = f(2) = 4$$

14) 8

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f \circ f)(1) &+ (f \circ f)(4) + f(3) \\ &= f(f(f(1))) + f(f(4)) + 1 = f(f(3)) + f(2) + 1 \\ &= f(1) + 4 + 1 = 3 + 4 + 1 = 8\end{aligned}$$

15) -1, 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax) = a(ax) = a^2x \\ a^2x &= x \text{이므로 } a^2 = 1 \\ \therefore a &= -1 \text{ 또는 } a = 1\end{aligned}$$

16)  $a=1, b=0$ 

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax+b) \\ &= a(ax+b) + b = a^2x + ab + b\end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = ax + b \text{이므로}$$

$$a^2 = a, \quad ab + b = b$$

$$a^2 = a \text{에서 } a^2 - a = 0$$

$$a(a-1) = 0 \quad \therefore a = 1 \quad (\because a \neq 0)$$

$$\therefore b = 0$$

17) 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(ax)) \\ &= f(a^2x) = a^3x\end{aligned}$$

$$a^3x = x \text{이므로 } a^3 = 1$$

$$\therefore a = 1 \quad (\because a \text{는 실수})$$

18) -2

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{에서}$$

$$f(x) = 1 \text{이 되도록 하는 } x \text{의 값을 구하면}$$

$$2x + 1 = 1$$

$$\therefore x = 0$$

$$\therefore f(0) = 1$$

$$\text{따라서 } h(f(0)) = g(0) \text{이므로}$$

$$h(1) = g(0) = -2$$

19)  $\frac{5}{3}$ 

$$\Rightarrow g(h(x)) = f(x) \text{에서 } x = 2 \text{를 대입하면}$$

$$g(h(2)) = f(2)$$

$$3h(2) + 2 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$$

$$3h(2) = 5$$

$$\therefore h(2) = \frac{5}{3}$$

20)  $h(x) = 2x + 4$ 

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{에서}$$

$$2h(x) - 1 = 4x + 7$$

$$2h(x) = 4x + 8$$

$$\therefore h(x) = 2x + 4$$

21)  $k(x) = 2x + 9$ 

$$\Rightarrow k(f(x)) = g(x) \text{에서 } k(2x-1) = 4x+7$$

$$2x-1=t \text{로 놓으면 } x=\frac{t+1}{2}$$

$$k(t)=4 \cdot \frac{t+1}{2}+7=2t+9$$

$$\therefore k(x)=2x+9$$

22) 5

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax+b) \\ &= a(ax+b) + b = a^2x + ab + b\end{aligned}$$

$$\text{즉, } a^2x + ab + b = 16x + 5 \text{이므로}$$

$$a^2 = 16, ab + b = 5$$

$$\therefore a = 4, b = 1 \quad (\because a > 0)$$

$$\text{따라서 } f(x) = 4x + 1 \text{이므로 } f(1) = 5$$

23)  $\frac{19}{8}$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow (f \circ f \circ f)(k) &= f(f(f(k))) = f(f(2k-1)) \\ &= f(2(2k-1)-1) = f(4k-3) \\ &= 2(4k-3)-1 = 8k-7\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } 8k-7=12 \text{이므로}$$

$$8k=19 \quad \therefore k=\frac{19}{8}$$

24)  $f(x) = 2x - 5$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow (h \circ (g \circ f))(x) &= ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x)) \\ &= 2f(x) + 2\end{aligned}$$

$$(h \circ (g \circ f))(x) = 4x - 8 \text{이므로}$$

$$2f(x) + 2 = 4x - 8$$

$$2f(x) = 4x - 10 \quad \therefore f(x) = 2x - 5$$

25)  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow (h \circ (g \circ f))(x) &= ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x)) \\ &= -f(x) + 4\end{aligned}$$

$$(h \circ (g \circ f))(x) = \frac{1}{2}x + 1 \text{이므로}$$

$$-f(x) + 4 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

26) 7

$$\Leftrightarrow f(h(x)) = g(x) \text{이므로}$$

$$2h(x) - 3 = 3x + 5 \quad \therefore h(x) = \frac{3}{2}x + 4$$

$$\therefore h(2) = \frac{3}{2} \cdot 2 + 4 = 7$$

27) -48

$$\Leftrightarrow f^1(x) = f(x) = x - \frac{1}{2}$$

$$f^2(x) = f(f(x)) = f\left(x - \frac{1}{2}\right) = x - 1$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x - 1) = x - \frac{3}{2}$$

$\vdots$

$$f^n(x) = x - \frac{n}{2}$$

$$\therefore f^{100}(2) = 2 - \frac{100}{2} = -48$$

28) 4

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x) \\ &= 2 \cdot 2x = 2^2x\end{aligned}$$

29) 8

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow f^3(x) &= (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) \\ &= f(2^2x) = 2 \cdot 2^2x = 2^3x\end{aligned}$$

$$\therefore f^3(1) = 8$$

30)  $2^n$

$$\Leftrightarrow f^2(x) = 2^2x, f^3(x) = 2^3x, \dots \text{이므로}$$

$$f^n(x) = 2^n x$$

$$\therefore f^n(1) = 2^n \cdot 1 = 2^n$$

31)  $f^2(x) = \frac{x-1}{x}$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{1}{1-x}\right) \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}\end{aligned}$$

32)  $f^3(x) = x$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow f^3(x) &= (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) \\ &= f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-x+1}{x}} = x\end{aligned}$$

33)  $\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow f^{1004}(x) = f^{3 \times 334 + 2}(x) = f^2(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\therefore f^{1004}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

34) -1

$$\Leftrightarrow f^2(x) = \frac{x-1}{x}, f^3(x) = x,$$

$$f^4(x) = (f \circ f^3)(x) = f(f^3(x)) = f(x) \text{이므로}$$

$$f^{100}(x) = f^{3 \times 33 + 1}(x) = f(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$\therefore f^{100}(2) = \frac{1}{1-2} = -1$$

35)  $\frac{5}{4}$

$$\Leftrightarrow f^{1500}(x) = f^{3 \times 500}(x) = f^3(x) = x$$

$$\therefore f^{1500}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

$$36) h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h(2x-1) = -x+2$$

$$2x-1=t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t+1}{2}$$

$$h(t) = -\frac{t+1}{2} + 2 = -\frac{1}{2}t + \frac{3}{2}$$

$$\therefore h(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$37) h(x) = -3x-8$$

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h(x-3) = -3x+1$$

$$x-3=t \text{ 로 놓으면 } x = t+3$$

$$h(t) = -3(t+3) + 1 = -3t-8$$

$$\therefore h(x) = -3x-8$$

$$38) h(x) = 2x-11$$

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h(2x+3) = 4x-5$$

$$2x+3=t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t-3}{2}$$

$$h(t) = 4\left(\frac{t-3}{2}\right) - 5 = 2t-11$$

$$\therefore h(x) = 2x-11$$

$$39) h(x) = 2x-7$$

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h(3x+2) = 6x-3$$

$$3x+2=t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t-2}{3}$$

$$h(t) = 6\left(\frac{t-2}{3}\right) - 3 = 2t-7 \quad \therefore h(x) = 2x-7$$

$$40) h(x) = 4x-1$$

$$\Rightarrow h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h\left(\frac{1}{2}x+1\right) = 2x+3$$

$$\frac{1}{2}x+1=t \text{ 로 놓으면 } x = 2t-2$$

$$h(t) = 2(2t-2) - 1 = 4t-1 \quad \therefore h(x) = 4x-1$$

$$41) h(x) = 2x-5$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$2h(x) + 4 = 4x-6 \quad \therefore h(x) = 2x-5$$

$$42) h(x) = -\frac{1}{2}x+2$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$2h(x) - 1 = -x+3 \quad \therefore h(x) = -\frac{1}{2}x+2$$

$$43) h(x) = -3x+4$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$h(x) - 3 = -3x+1 \quad \therefore h(x) = -3x+4$$

$$44) h(x) = -2x+8$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$-h(x) + 5 = 2x-3 \quad \therefore h(x) = -2x+8$$

$$45) h(x) = 4x+4$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}h(x) + 1 = 2x+3 \quad \therefore h(x) = 4x+4$$

$$46) h(x) = \frac{1}{3}x^2 - x$$

$$\Rightarrow f(h(x)) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$3h(x) + 2 = x^2 - 3x + 2 \quad \therefore h(x) = \frac{1}{3}x^2 - x$$

$$47) f^2(x) = x+4, f^3(x) = x+6$$

$$\Rightarrow f^2(x) = f(f(x)) = f(x+2) = x+4$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x+4) = x+6$$

$$48) f^n(x) = x+2n$$

$$\Rightarrow f^1(x) = x+2 = x+2 \cdot 1$$

$$f^2(x) = x+4 = x+2 \cdot 2,$$

$$f^3(x) = x+6 = x+2 \cdot 3, \dots \text{이므로}$$

$$f^n(x) = x+2n$$

$$49) 203$$

$$\Rightarrow f^{100}(3) = 3+2 \cdot 100 = 203$$

$$50) f^2(x) = 3^2x, f^3(x) = 3^3x$$

$$\Rightarrow f^2(x) = f(f(x)) = f(3x) = 3^2x$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(3^2x) = 3^3x$$

$$51) f^n(x) = 3^n x$$

$$\Rightarrow f^1(x) = 3x, f^2(x) = 3^2x, f^3(x) = 3^3x, \dots \text{이므로}$$

$$f^n(x) = 3^n x$$

$$52) 3^{10}$$

$$\Rightarrow f^{10}(1) = 3^{10} \cdot 1 = 3^{10}$$

$$53) f^2(1) = 3, f^3(1) = 1$$

$$\Rightarrow f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 3$$

$$f^3(1) = f^2(2) = f(3) = 1$$

$$54) f^{3n}(1) = 1$$

$$\Rightarrow f^1(1) = 2, f^2(1) = 3, f^3(1) = 1$$

$$f^4(1) = 2, f^5(1) = 3, f^6(1) = 1, \dots \text{이므로}$$

$$f^{3n}(1) = 1$$

$$55) f^{20}(1) = 3$$

$$\Rightarrow f^{3n+2}(1) = f^2(f^{3n}(1)) = f^2(1) = 3$$

$$\therefore f^{20}(1) = f^{3 \cdot 6 + 2}(1) = 3$$

$$56) f^2(2) = 3, f^4(2) = 2$$

$$\Rightarrow f^2(2) = f(f(2)) = f(4) = 3$$



$$f^4(2) = f^3(4) = f^2(3) = f(1) = 2$$

$$57) f^{4n}(2) = 2$$

$$\Rightarrow f^1(2) = 4, f^2(2) = 3, f^3(2) = 1, f^4(2) = 2$$

$$f^5(2) = 4, f^6(2) = 3, f^7(2) = 1, f^8(2) = 2, \dots \text{이므로}$$

$$f^{4n}(2) = 2$$

$$58) f^{31}(2) = 1$$

$$\Rightarrow f^{4n+3}(2) = f^3(f^{4n}(2)) = f^3(2) = 1$$

$$\therefore f^{31}(2) = f^{4 \cdot 7 + 3}(2) = 1$$