01 삼각함수의 도함수

(1) $y=\sin x \Rightarrow y'=\cos x$
(2) $y=\cos x \Rightarrow y'=-\sin x$

◪ 다음 함수를 미분하여라.

1. $y=\sin x\cos x$

2. $y=3\sin x-\cos x$

3. $y=\sin x+2\cos x$

4. $y=\cos x-\sin x$

5. $y=x^2+\sin x$

6. $y=x\cos^2 x+5$

7. $y=3x-2\cos x$

8. $y=x^3+\cos x$

9. $y=e^x-\cos x$

10. $y=x^2\sin x$

11. $y=e^x\cos x$

12. $y=e^x\sin x$

13. $y=e^x\cos x-2^x$

14. $y=e^x(3\sin x+1)$

15. $y=e^{2x}+\sin x$

16. $y=2\ln x+4\cos x\ (x>0)$

17. $y=\ln x-\sin x$

18. $y=x\ln x+\cos x$

19. $y=\sin^2 x$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

◪ 다음 극한값을 구하여라.

20. 함수 $f(x)=3x\sin x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)}{h}$의 값

21. 함수 $f(x)=e^x\sin x$에 대하여 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$의 값

22. 함수 $f(x)=x\sin x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi-h)}{h}$의 값

23. 함수 $f(x)=\sin x-\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{3}+2h\right)-f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{h}$의 값

24. 함수 $f(x)=x\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi-h)}{h}$의 값

25. 함수 $f(x)=x\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)}{h}$의 값

26. 함수 $f(x)=\sin x\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+h)-f(\pi-2h)}{h}$의 값

27. 함수 $f(x)=\sin x\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{6}-4h\right)-f\left(\frac{\pi}{6}-2h\right)}{h}$의 값

28. 함수 $f(x)=(\ln x)\times(\cos x)$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(2\pi+5h)-f(2\pi+h)}{h}$의 값

29. 함수 $f(x)=x^2\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+4h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h}$의 값

30. 함수 $f(x)=x^2\cos x+\sin x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi)}{h}$의 값

31. 함수 $f(x)=x\sin x$에 대하여
$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}$의 값

32. 함수 $f(x)=\sin x\cos x-\cos x$에 대하여
$\lim_{x\to 0}\frac{f(\tan x)+1}{x}$의 값

33. 함수 $f(x)=x\sin x+\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to 0}\frac{f(\pi+3h)+1}{2h}$의 값

34. 함수 $f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$에 대하여
$\lim_{h\to 0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi-2h)}{h}$의 값

35. 함수 $f(x)=2x\cos x$에 대하여
$\lim_{h\to 0}\frac{f(\pi+3h)-f(\pi-2h)}{h}$의 값

◪ 다음 값을 구하여라.

36. 함수 $f(x)=e^x\cos x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값

37. 함수 $f(x)=2\sqrt{3}x\sin x+3\cos x$에 대하여
$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$의 값

38. 함수 $f(x)=x^2\cos x-3\sin x$에 대하여 $f'(\pi)$의 값

39. $f(x)=x^2\cos x-\sin x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값

40. 함수 $f(x)=x\sin x+\cos x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$의 값

41. 함수 $f(x)=e^{3x}(3\cos x+2)$에 대하여 $f'(0)$의 값

42. 함수 $f(x)=5\cos x-2\sin x$에 대하여 $f'(0)$의 값

43. $f(x)=2\cos x-5\sin x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값

44. 함수 $f(x)=x\sin x$에 대하여 $f'(\pi)$의 값

45. 함수 $f(x)=3^x(\sin x+\cos x)$에 대하여 $f'(0)$의 값

46. 함수 $f(x)=\cos x+x^2+1$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값

47. 함수 $f(x)=e^x\sin x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값

48. 함수 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin(\pi+x)$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값

49. 함수 $f(x)=x^2\sin x+x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값

50. 함수 $f(x)=(x^2+1)\sin x$에 대하여 $f'(0)$의 값을

51. 함수 $f(x)=x^2\cos x-2x\sin x$에 대하여 $f'(0)+f'(\pi)$의 값

52. 함수 $f(x)=2\cos x-4\sin x+x$에 대하여 $f'(\pi)$의 값

53. 함수 $f(x)=x\cos x-\sin x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$의 값

54. 함수 $f(x)=3\sin x-\cos x$에 대하여 $f'\left(\frac{5}{3}\pi\right)$의 값

55. 함수 $f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$에 대하여 $f'(\pi)$의 값

56. 함수 $f(x)=(3^x+x)\sin x$에 대하여 $f'(0)$의 값

◪ 함수 $f(x)$와 $f'(x)$가 주어질 때, 조건을 만족하는 상수 a, b의 값을 구하여라.

57. 함수 $f(x)=ax\sin x+b\cos x$에 대하여 $f'(x)=x\cos x$일 때

58. 함수 $f(x)=e^x(a\sin x+b\cos x)$에 대하여 $f'(x)=e^x(7\sin x-\cos x)$일 때

◪ 다음 물음에 답하여라.

59. 함수 $f(x)=\sqrt{2}\sin x-\sqrt{2}\cos x-3x$에 대하여 $f'(a)=\sqrt{3}-3$을 만족하는 a의 값을 구하여라. (단, $0\le a\le\frac{\pi}{4}$)

60. $f(x)=\sin x-\cos x$에 대하여 $f'(a)=\frac{\sqrt{2}}{2}$을 만족하는 a의 값을 구하여라. (단, $\frac{\pi}{4}<a<\frac{7}{4}\pi$)

61. 함수 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-a\cos x$에 대하여 $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)-\sqrt{3}}{x-\frac{\pi}{2}}=2$일 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

02 삼각함수의 미분가능성

◪ 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능일 때, 두 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

62. $f(x)=\begin{cases}ax+b & (x<0)\\ \sin x+1 & (x\ge 0)\end{cases}$

63. $f(x)=\begin{cases}\sin x & (-1<x<0)\\ ax+b & (0\le x<1)\end{cases}$

64. $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+2 & (x<0)\\ b\cos x & (x\ge 0)\end{cases}$

65. $f(x)=\begin{cases}e^x & (x<0)\\ a\cos x+bx & (x\ge 0)\end{cases}$

66. $f(x)=\begin{cases}(x+a)\sin x & (x<0)\\ (x^2-2x+b)e^x & (x\ge 0)\end{cases}$

67. $f(x)=\begin{cases}a\cos x & (x\ge 0)\\ x^2+bx+2 & (x<0)\end{cases}$

68. $f(x)=\begin{cases}3x^2+ax+1 & (x<0)\\ b\cos x & (x\ge 0)\end{cases}$

69. $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+4 & (x<0)\\ (ax+b)\cos x & (x\ge 0)\end{cases}$

70. $f(x)=\begin{cases}e^{x-1} & (x<0)\\ a\sin x+b\cos x & (x\ge 0)\end{cases}$

정답 및 해설

1) $y'=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\Rightarrow$ $y'=(\sin x)'\cos x+\sin x(\cos x)'$
$=\cos x\cos x+\sin x(-\sin x)$
$=\cos^2 x-\sin^2 x$

2) $y'=3\cos x+\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(3\sin x-\cos x)'$
$=(3\sin x)'-(\cos x)'$
$=3\cos x-(-\sin x)$
$=3\cos x+\sin x$

3) $y'=\cos x-2\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(\sin x)'+2(\cos x)'=\cos x-2\sin x$

4) $y'=-\sin x-\cos x$

5) $y'=2x+\cos x$

$\Rightarrow$ $y'=(x^2+\sin x)'=(x^2)'+(\sin x)'=2x+\cos x$

6) $y'=\cos^2 x-2x\sin x\cos x$

$\Rightarrow$ $y'=(x\cos^2 x+5)'$
$=(x)'\cdot\cos^2 x+x\cdot(\cos^2 x)'+(5)'$
$=1\cdot\cos^2 x+x\cdot 2\cos x\cdot(\cos x)'+0$
$=\cos^2 x-2x\sin x\cos x$

7) $y'=3+2\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(3x-2\cos x)'$
$=(3x)'-(2\cos x)$
$=3-(-2\sin x)$
$=3+2\sin x$

8) $y'=3x^2-\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(x^3+\cos x)'=(x^3)'+(\cos x)'=3x^2-\sin x$

9) $y'=e^x+\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(e^x-\cos x)'$
$=(e^x)'-(\cos x)'$
$=e^x-(-\sin x)$
$=e^x+\sin x$

10) $y'=2x\sin x+x^2\cos x$

$\Rightarrow$ $y'=(x^2)'\sin x+x^2(\sin x)'=2x\sin x+x^2\cos x$

11) $y'=e^x\cos x-e^x\sin x$

12) $y'=e^x(\sin x+\cos x)$

13) $y'=e^x(\cos x-\sin x)-2^x\ln 2$

$\Rightarrow$ $y'=(e^x)'\cos x+e^x(\cos x)'-(2^x)'$
$=e^x\cos x+e^x(-\sin x)-2^x\ln 2$
$=e^x\cos x-e^x\sin x-2^x\ln 2$
$=e^x(\cos x-\sin x)-2^x\ln 2$

14) $y'=e^x(3\sin x+3\cos x+1)$

$\Rightarrow$ $y'=(e^x)'(3\sin x+1)+e^x(3\sin x+1)'$
$=e^x(3\sin x+1)+e^x(3\cos x)$
$=e^x(3\sin x+3\cos x+1)$

15) $y'=2e^{2x}+\cos x$

16) $y'=\dfrac{2}{x}-4\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=(2\ln x+4\cos x)'$
$=(2\ln x)'+(4\cos x)'=\dfrac{2}{x}-4\sin x$

17) $y'=\dfrac{1}{x}-\cos x$

$\Rightarrow$ $y'=(\ln x)'-(\sin x)'=\dfrac{1}{x}-\cos x$

18) $y'=\ln x+1-\sin x$

$\Rightarrow$ $y'=\ln x+x\times\left(\dfrac{1}{x}\right)-\sin x=\ln x+1-\sin x$

19) $y'=2\sin x\cos x$

$\Rightarrow$ $y=\sin x\cdot\sin x$이므로
$y'=\cos x\sin x+\sin x\cos x=2\sin x\cos x$

20) 6

$\Rightarrow$ $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h}+\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{-h}$

$=f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

함수 $f(x)=3x\sin x$를 미분하면
$f'(x)=(3x)'\sin x+3x(\sin x)'$
$=3\sin x+3x\cos x$

$\therefore f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$

따라서 구하는 값은 $2f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=6$

21) 1

$\Rightarrow$ $f(x)=e^x\sin x$에서 $f(0)=0$

$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)$

함수 $f(x)=e^x\sin x$를 미분하면
$f'(x)=(e^x)'\sin x+e^x(\sin x)'$
$=e^x\sin x+e^x\cos x$
$\therefore f'(0)=1$

22) -3π

⇨ $\lim_{h\to0}\left(\frac{f(\pi+2h)-f(\pi)}{2h}\times2+\frac{f(\pi-h)-f(\pi)}{-h}\right)$
$=3f'(\pi)$
$f'(x)=\sin x+x\cos x$
$f'(\pi)=\sin\pi+\pi\cos\pi=0-\pi=-\pi$
$3f'(\pi)=-3\pi$

23) $1+\sqrt{3}$

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{3}+2h\right)-f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2h}2=2f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$f'(x)=\cos x+\sin x$, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=1+\sqrt{3}$

24) -3

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi-h)}{h}$
$=\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi)}{2h}\times2-\lim_{h\to0}\frac{f(\pi-h)-f(\pi)}{-h}\times(-1)$
$=3f'(\pi)$
따라서 $f'(x)=\cos x-x\sin x$이므로
$3f'(\pi)=3(\cos\pi-\pi\sin\pi)=-3$

25) π

⇨ $\lim_{h\to0}\left\{\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)}{h}\right\}$

$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)}{h}\right\}$

$=-\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h}-\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}-h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{-h}$

$=-2f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

따라서 $f'(x)=\cos x-x\sin x$이므로

$-2f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\pi$

26) 3

⇨ $f(x)=\frac{1}{2}\sin2x$에서 $f'(x)=\cos2x$

$\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+h)-f(\pi-2h)}{h}$
$=\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{h}-\lim_{h\to0}\frac{f(\pi-2h)-f(\pi)}{-2h}\times(-2)$
$=3f'(\pi)=3\cos2\pi=3$

27) -1

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{6}-4h\right)-f\left(\frac{\pi}{6}-2h\right)}{h}$

$=\lim_{h\to0}-4\cdot\frac{f\left(\frac{\pi}{6}-4h\right)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{-4h}+2\cdot\frac{f\left(\frac{\pi}{6}-2h\right)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{-2h}$

$=-2f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$f'(x)=\cos^2x-\sin^2x=\cos2x$

$\therefore -2f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-1$

28) $\frac{2}{\pi}$

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f(2\pi+5h)-f(2\pi+h)}{h}$

$=\lim_{h\to0}\frac{f(2\pi+5h)-f(2\pi+h)}{4h}\times4=4f'(2\pi)$

$f'(x)=(\ln x)'\times(\cos x)+(\ln x)\times(\cos x)'$
$=\frac{1}{x}\times\cos x+(\ln x)\times(-\sin x)$

이므로 구하는 극한값은

$4f'(2\pi)=4\times\frac{1}{2\pi}\times\cos2\pi=\frac{2}{\pi}$

29) $-\pi^2$

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f\left(\frac{\pi}{2}+4h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h}=4f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 이다.

$f'(x)=2x\cos x-x^2\sin x$ 이므로

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi^2}{4}$ 이다.

따라서 $4f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi^2$ 이다.

30) $-4\pi-2$

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+2h)-f(\pi)}{h}=2f'(\pi)$
$f'(x)=2x\cos x-x^2\sin x+\cos x$에서
$f'(\pi)=-2\pi-1$이므로
구하는 값은 $2f'(\pi)=-4\pi-2$이다.

31) $-\pi$

⇨ $\lim_{h\to0}\frac{f(\pi+h)-f(\pi)}{h}\cdot\frac{h}{f\left(\frac{\pi}{2}+h\right)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}$

$=f'(\pi)\times\frac{1}{f'\left(\frac{\pi}{2}\right)}$

$f'(x)=\sin x+x\cos x$

$\therefore f'(\pi)\times\frac{1}{f'\left(\frac{\pi}{2}\right)}=-\pi$

32) 1

⇨ $\lim_{x\to0}\frac{f(\tan x)+1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(\tan x)-f(\tan0)}{x}$
$=\{f(\tan x)\}'|_{x=0}=f'(\tan0)\sec^20=f'(0)$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110

$f'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x+\sin x$

$\therefore\ f'(0)=1$

33) $-\frac{3}{2}\pi$

34) $-8e^{\pi}$

⇨ $\lim_{h\to 0}\frac{f(\pi+2h)-f(2h)+f(2h)-f(\pi-2h)}{2h}\cdot 2$

$=4f'(\pi)$

$f'(x)=2e^{x}\cos x \qquad \therefore 4f'(\pi)=-8e^{\pi}$

35) -10

36) 0

⇨ $f'(x)=(e^{x})'\cos x+e^{x}(\cos x)'$

$=e^{x}(\cos x-\sin x)$

$\therefore f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=e^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\right)=0$

37) $3-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

⇨ $f'(x)=2\sqrt{3}\sin x+2\sqrt{3}x\cos x-3\sin x$이므로

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}+2\sqrt{3}\cdot\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}-3\sin\frac{\pi}{3}$

$=2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\frac{1}{2}-3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3+\frac{\sqrt{3}}{3}\pi-\frac{3\sqrt{3}}{2}=3-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

38) $-2\pi+3$

⇨ $f'(x)=(x^2\cos x)'-(3\sin x)'$

$=2x\cos x-x^2\sin x-3\cos x$

$\therefore f'(\pi)=2\pi\times(-1)-\pi^2\times 0-3\times(-1)=-2\pi+3$

39) $-\frac{\pi^2}{4}$

⇨ $f'(x)=2x\cos x-x^2\sin x-\cos x$이므로

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi\cos\frac{\pi}{2}-\frac{\pi^2}{4}\sin\frac{\pi}{2}-\cos\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi^2}{4}$

40) $\frac{\pi}{6}$

⇨ $f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x=x\cos x$

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$

41) 15

⇨ $f'(x)=3e^{3x}(3\cos x+2)+e^{3x}(-3\sin x)$

$f'(0)=3\times 5=15$

42) -2

43) $-\frac{7}{2}\sqrt{2}$

44) $-\pi$

⇨ $f'(x)=\sin x+x\cos x$이므로 $f'(\pi)=-\pi$

45) $\ln 3+1$

⇨ $f'(x)=3^{x}\ln 3(\sin x+\cos x)+3^{x}(\cos x-\sin x)$이므로

$f'(0)=3^{0}\ln 3(\sin 0+\cos 0)+3^{0}(\cos 0-\sin 0)=\ln 3+1$

46) $\pi-1$

⇨ $f'(x)=(\cos x)'+(x^2+1)'=-\sin x+2x$

$\therefore f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\frac{\pi}{2}+2\times\frac{\pi}{2}=\pi-1$

47) $e^{\frac{\pi}{2}}$

⇨ $f'(x)=e^{x}(\sin x+\cos x)$이므로 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}$

48) $-\sqrt{2}$

⇨ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$, $\sin(\pi+x)=-\sin x$이므로,

$f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin(\pi+x)=\cos x-\sin x$

$f'(x)=-\sin x-\cos x$

$\therefore\ f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$

49) $\pi+1$

50) 1

⇨ $f'(x)=(x^2+1)'\cdot\sin x+(x^2+1)\cdot(\sin x)'$

$=2x\cdot\sin x+(x^2+1)\cdot\cos x$

이므로 $x=0$일 때 $f'(0)$의 값을 구하면

$f'(0)=2\cdot 0\cdot\sin 0+(0^2+1)\cdot\cos 0$

$=0+1\cdot 1=1$

51) 0

52) 5

⇨ $f'(x)=-2\sin x-4\cos x+1$

$f'(\pi)=-2\sin\pi-4\cos\pi+1=4+1=5$

53) $-\frac{\pi}{12}$

⇨ $f'(x)=(x)'\cos x+x(\cos x)'-(\sin x)'$

$=\cos x-x\sin x-\cos x=-x\sin x$

$\therefore f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}\times\frac{1}{2}=-\frac{\pi}{12}$

54) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

⇨ $f'(x)=3\cos x+\sin x$이므로

$f'\left(\frac{5}{3}\pi\right)=3\cos\frac{5}{3}\pi+\sin\frac{5}{3}\pi=3\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

55) $-2e^{\pi}$

⇨ $f'(x)=(e^x)'(\sin x+\cos x)+e^x(\sin x+\cos x)'$
$=e^x(\sin x+\cos x)+e^x(\cos x-\sin x)$
$=2e^x\cos x$
$\therefore\ f'(\pi)=2e^\pi\cos\pi=-2e^\pi$

56) 1
⇨ $f'(x)=(3^x+x)'\sin x+(3^x+x)(\sin x)'$
$=(3^x\ln 3+1)\sin x+(3^x+x)\cos x$
$\therefore f'(0)=(3^0+0)\cos 0=1\times 1=1$

57) $a=1,\ b=1$
⇨ $f'(x)=(ax)'\times\sin x+ax\times(\sin x)'+(b\cos x)'$
$=a\sin x+ax\cos x-b\sin x$
$=(a-b)\sin x+ax\cos x$
$=x\cos x$
이므로 $a=b=1$

58) $a=3,\ b=-4$
⇨ $f'(x)$
$=(e^x)'(a\sin x+b\cos x)+e^x(a\sin x+b\cos x)'$
$=e^x(a\sin x+b\cos x)+e^x(a\cos x-b\sin x)$
$=e^x\{(a-b)\sin x+(a+b)\cos x\}$
$=e^x(7\sin x-\cos x)$
이므로 $a-b=7,\ a+b=-1$
이것을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=-4$

59) $\dfrac{\pi}{12}$
⇨ $f'(x)=\sqrt{2}\cos x+\sqrt{2}\sin x-3$
$f'(a)=\sqrt{3}-3$에서
$\sqrt{2}\cos a+\sqrt{2}\sin a-3=\sqrt{3}-3$
$\sqrt{2}\cos a+\sqrt{2}\sin a=\sqrt{3}$
$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos a+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin\left(a+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$a+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{3}$
$\therefore\ a=\dfrac{1}{12}\pi$

60) $\dfrac{7}{12}\pi$
⇨ $f'(x)=\cos x+\sin x$
$f'(a)=\cos a+\sin a$
$\cos a+\sin a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\sqrt{2}\cos\left(a-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos\left(a-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}$
$a-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{3}\left(0<a-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{3}{2}\pi\right.$ 이므로$)$
$\therefore\ a=\dfrac{7\pi}{12}$

61) $\dfrac{1}{2}$
⇨ $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}$ 이므로
$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)-f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{x-\frac{\pi}{2}}=f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$
$f'(x)=\sqrt{3}\cos x+a\sin x$
$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=a\qquad\therefore\ a=2$
$f(x)=\sqrt{3}\sin x-2\cos x$
$\therefore\ f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

62) $a=1,\ b=1$
⇨ 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하면
$x=0$에서 연속이므로
$\lim\limits_{x\to 0-}(ax+b)=\lim\limits_{x\to 0+}(\sin x+1)=f(0)$
$\therefore b=1$
또, $f'(x)=\begin{cases}a & (x<0)\\ \cos x & (x>0)\end{cases}$ 이고
$x=0$에서 미분가능하므로
$\lim\limits_{x\to 0-}a=\lim\limits_{x\to 0+}\cos x$
$\therefore a=1$

63) $a=1,\ b=0$
⇨ $x=0$에서 미분가능하면 $x=0$에서 연속이므로
$f(0)=\lim\limits_{x\to 0-}\sin x=\lim\limits_{x\to 0+}(ax+b)$
$0=a\cdot 0+b\ \ \therefore b=0$
$f(x)=\begin{cases}\sin x & (-1<x<0)\\ ax & (0\le x<1)\end{cases}$를 미분하면
$f'(x)=\begin{cases}\cos x & (-1<x<0)\\ a & (0<x<1)\end{cases}$
또, $x=0$에서 미분가능하므로 $x=0$에서 $f'(x)$의 좌극한과 우극한이 같아야 하므로
$\lim\limits_{x\to 0-}\cos x=\lim\limits_{x\to 0+}a\ \ \therefore a=1$

64) $a=0,\ b=2$
⇨ $x=0$에서 미분가능하면 $x=0$에서 연속이므로
$f(0)=\lim\limits_{x\to 0-}(x^2+ax+2)=\lim\limits_{x\to 0+}b\cos x$
즉, $2=b\cdot 1\ \ \therefore b=2$
$f(x)=\begin{cases}x^2+ax+2 & (x<0)\\ 2\cos x & (x>0)\end{cases}$를 미분하면
$f'(x)=\begin{cases}2x+a & (x<0)\\ -2\sin x & (x>0)\end{cases}$
또, $x=0$에서 미분가능하므로 $x=0$에서
$f'(x)$의 좌극한과 우극한이 같아야 하므로
$\lim\limits_{x\to 0-}(2x+a)=\lim\limits_{x\to 0+}(-2\sin x)\ \ \therefore a=0$

65) $a=1,\ b=1$

⇨ 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하면

$x=0$에서 연속이므로

$\lim_{x\to 0-} e^x = \lim_{x\to 0+} (a\cos x + bx) = f(0)$

$\therefore a=1$

또, $f'(x) = \begin{cases} e^x & (x<0) \\ -\sin x + b & (x>0) \end{cases}$이고

$x=0$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to 0-} e^x = \lim_{x\to 0+} (-\sin x + b) \qquad \therefore b=1$

66) $a=-2,\ b=0$

⇨ $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하려면 $x=0$에서 연속이므로

$\lim_{x\to 0+} \{(x^2-2x+b)e^x\} = \lim_{x\to 0-} (x+a)\sin x$

$\therefore b=0$

$f'(x) = \begin{cases} \sin x + (x+a)\cos x & (x<0) \\ (2x-2)e^x + (x^2-2x)e^x & (x>0) \end{cases}$

즉 $f'(x) = \begin{cases} \sin x + (x+a)\cos x & (x<0) \\ (x^2-2)e^x & (x>0) \end{cases}$이고

$x=0$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to 0+} (x^2-2)e^x = \lim_{x\to 0-} \{\sin x + (x+a)\cos x\}$

$\therefore a=-2$

67) $a=2,\ b=0$

⇨ (ⅰ) $x=0$에서 연속

$a\cos 0 = a,\ 0^2 + b\times 0 + 2 = 2$

$\therefore\ a=2$

(ⅱ) $x=0$에서 미분가능

$(a\cos x)' = -a\sin x$이고

$x=0$을 대입하면 0이다.

$(x^2+bx+2)' = 2x+b$이고

$x=0$을 대입하면 b이다.

$\therefore\ b=0$

68) $a=0,\ b=1$

⇨ 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하면

$x=0$에서 연속이므로

$\lim_{x\to 0-} (3x^2+ax+1) = \lim_{x\to 0+} b\cos x = f(0)$

$\therefore b=1$

또, $f'(x) = \begin{cases} 6x+a & (x<0) \\ -\sin x & (x>0) \end{cases}$이고

$x=0$에서 미분가능하므로

$\lim_{x\to 0-} (6x+a) = \lim_{x\to 0+} (-\sin x) \quad \therefore a=0$

69) $a=-2,\ b=4$

⇨ 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이므로 $4=b$이고

$f'(x) = \begin{cases} 2x-2 & (x<0) \\ a\cos x + (ax+b)(-\sin x) & (x>0) \end{cases}$

$x=0$에서 미분가능하므로 $-2=a$이다.

70) $a=\frac{1}{e},\ b=\frac{1}{e}$

⇨ 함수 $f(x)$가 미분가능하므로 $x=0$에서 연속이다.

$\lim_{x\to 0+} (a\sin x + b\cos x) = \lim_{x\to 0-} e^{x-1} = f(0)$

$\therefore\ b=\frac{1}{e}$

$f'(x) = \begin{cases} e^{x-1} & (x<0) \\ a\cos x - \frac{1}{e}\sin x & (x>0) \end{cases}$이고,

$f'(0)$이 존재하므로

$\lim_{x\to 0+} \left(a\cos x - \frac{1}{e}\sin x\right) = \lim_{x\to 0-} e^{x-1} \qquad \therefore\ a=\frac{1}{e}$

I410-UCI(KEPA)-0199-2019-001-000244110