



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2022-01-11
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

단원 ISSUE

이 단원에서는 **합성함수의 그래프를 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하는 문제, 역함수의 그래프의 성질에 대한 문제** 등이 자주 출제되며 합성함수와 역함수에 대한 정확한 이해가 있어야 응용 문제에 대한 접근이 용이하므로 이를 중점적으로 학습합니다.

평가문제

[소단원 확인 문제]

1. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 X 를 정의역, Y 를 공역으로 하는 함수가 아닌 것은?

- ① $f(x) = -x$ ② $f(x) = x + 3$
③ $f(x) = 2|x| + 1$ ④ $f(x) = x^2 + 1$
⑤ $f(x) = (x+1)^2 - 1$

[소단원 확인 문제]

2. 집합 $X = \{-1, 2\}$ 에서 정의된 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = x^2 + 2ax$ 가 서로 같을 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

[소단원 확인 문제]

3. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 세 함수 f , g , h 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$ 는 일대일대응, $g(x)$ 는 항등함수, $h(x)$ 는 상수 함수이다.

(나) $f(1) + g(1) = h(1)$

(다) $f(3) = g(3) = h(3)$

$f(2) + g(2) + h(2)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

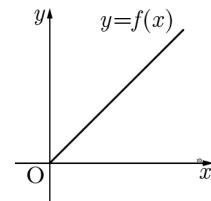
[소단원 확인 문제]

4. A도시의 택시요금은 다음과 같이 결정된다.

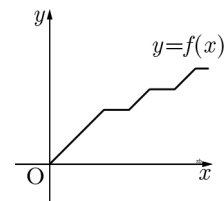
- (가) 2km 직전까지의 기본요금은 3000원이다.
(나) 2km 이후 150m당 100원의 요금을 받는다.
(다) 거리 외에 다른 요인은 요금에 반영하지 않는다.

목적지까지의 거리를 x km라 하면 거리에 따른 택시 요금을 함수 $f(x)$ 라 하자. 이때, 4.2km 떨어진 곳에 갈 때 비용과 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

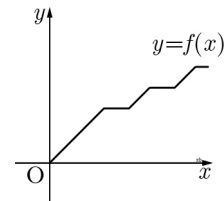
① 4500원



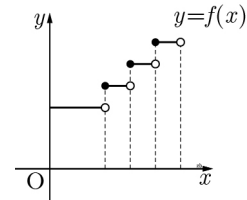
② 5000원



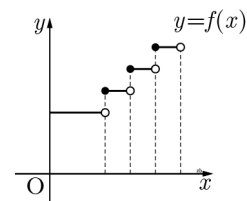
③ 4500원



④ 5000원



⑤ 4500원



[중단원 연습 문제]

5. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수인 것을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. $f(x) = x - 1$
 ㄴ. $f(x) = (x - 3)^2$
 ㄷ. $f(x) = |x - 2|$

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄴ, ㄷ

[대단원 종합 문제]

6. 두 집합 $X = \{x | x \text{는 자연수}\}$, $Y = \{y | y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 를 $f(x) = (x^2 \text{의 일의 자리 숫자})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 7

[대단원 종합 문제]

7. 공집합이 아닌 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2$, $g(x) = 5x - 1$ 에 대하여 $f = g$ 가 성립하도록 하는 집합 X 의 개수는?

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[대단원 종합 문제]

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{n | 1 \leq n \leq 50, n \text{은 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 공역과 치역이 같을 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 최댓값은?

- ① 160 ② 170
 ③ 180 ④ 190
 ⑤ 200

[중단원 연습 문제]

9. 다음 <보기>의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 a , 항등함수의 개수를 b , 상수함수의 개수를 c 라 할 때, $a + b - c$ 의 값은? (단, 정의역과 공역은 모두 실수 전체의 집합이다.)

<보기>

- ㄱ. $y = -x + 1$ ㄴ. $y = x^2 - 3$
 ㄷ. $y = |x - 2|$ ㄹ. $y = 1$
 ㅁ. $y = x$ ㅂ. $y = -\frac{x+1}{4}$

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

[중단원 연습 문제]

10. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에서 Y 로의 함수 f 를 $f(x) = (x^2 \text{을 } 4 \text{로 나눈 나머지로 정의할 때, 함수 } f \text{의 치역은?}$

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3\}$

[중단원 연습 문제]

11. 집합 $X = \{x | x \leq k\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x^2 + 6x + 6$ 이 일대일대응일 때, k 의 값은?

- ① -1 ② 0
 ③ 3 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 연습 문제]

12. 집합 $X = \{x | -2 \leq x \leq a\}$ 에서 집합 $Y = \{y | -8 \leq y \leq 0\}$ 으로의 함수 $f(x) = 2x + b$ 가 일대일대응일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① -8 ② -4
 ③ 0 ④ 4
 ⑤ 8

[소단원 확인 문제]

13. 두 함수 $f(x) = x^2 + 3x$, $g(x) = |x - 1|$ 에서 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(g \circ f)(1) = 3$ ② $(f \circ g)(1) = 0$
 ③ $(f \circ f)(-1) = -2$ ④ $(g \circ g)(-1) = 1$
 ⑤ $(f \circ g \circ f)(0) = 3$

[소단원 확인 문제]

14. 두 함수 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \begin{cases} -x+3 & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(f \circ g)(-3) + (g \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① 5 ② 3
 ③ 1 ④ -3
 ⑤ -5

[소단원 확인 문제]

15. 음수 a 와 상수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $(f \circ f)(x) = 16x + 3$ 을 만족시킬 때, ab 의 값은?

- ① -4 ② -2
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 4

[소단원 확인 문제]

16. 두 함수 $f(x) = -x - 5$, $g(x) = 3x + k$ 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, $g(-2)$ 의 값은? (단, k 는 상수)

- ① -8 ② -1
 ③ 0 ④ 4
 ⑤ 8

[소단원 확인 문제]

17. 어느 가게에서 10% 할인권과 1만 원 할인권을 발행했다. 다음과 같이 2종류의 할인권을 중복하여 사용할 수 있다고 한다. 가격을 x 원이라 하고, 10% 할인권을 사용할 때의 가격을 $f(x)$ 원, 1만 원 할인권을 사용할 때의 가격을 $g(x)$ 원이라고 하자. 이때 방법 A와 방법 B를 각각 함수식으로 나타내면 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 라고 할 때, $bc - ad$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

(방법 A)

10% 할인권을 사용한 후 1만 원 할인권을 사용한다.

(방법 B)

1만 원 할인권을 사용한 후 10% 할인권을 사용한다.

- ① -990 ② -900
 ③ 900 ④ 990
 ⑤ 1000

[중단원 연습 문제]

18. 두 함수 $f(x) = ax - 4$, $g(x) = bx + 3$ 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 양수 a, b 에 대하여 $12ab$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{49}{48}$ ② $\frac{49}{24}$
 ③ $\frac{49}{12}$ ④ $\frac{49}{4}$
 ⑤ $\frac{49}{3}$

[중단원 연습 문제]

19. 정의역이 자연수 전체의 집합인 함수

$$f(n) = \begin{cases} n+2 & (n \text{은 홀수}) \\ \frac{n}{2} & (n \text{은 짝수}) \end{cases} \text{가 } (f \circ f)(k) = 7 \text{을 만족}$$

시킬 때, 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 13 ② 31
 ③ 28 ④ 41
 ⑤ 53

[중단원 연습 문제]

20. 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x$, $g(x) = 2 - |x|$ 에 대하여 다음 함수값 중 가장 큰 것은?

- ① $(g \circ f)(1)$ ② $(f \circ g)(1)$
 ③ $(f \circ f)(-1)$ ④ $(g \circ g)(-1)$
 ⑤ $(g \circ f \circ g)(0)$

[소단원 확인 문제]

21. 다음 중 함수 $f(x) = 4 - 2x$ 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $(f \circ f)(1) = 0$ ② $f^{-1}(2) = 1$
 ③ $(f \circ f)(x) = 4x - 4$ ④ $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}$
 ⑤ $f(0) = 4$

[소단원 확인 문제]

22. 두 함수 $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$ 에 대하여 다음 함수값 중 가장 큰 것은?

- ① $f^{-1}(0)$ ② $g^{-1}(0)$
 ③ $(g^{-1} \circ f)(1)$ ④ $(g \circ f^{-1})(1)$
 ⑤ $(g \circ f)^{-1}(1)$

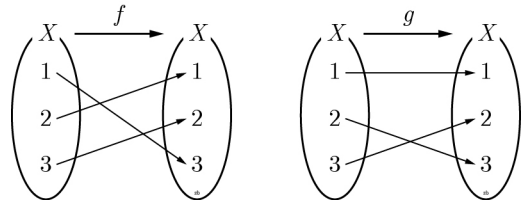
[소단원 확인 문제]

23. 집합 $S = \{n | 1 \leq n < 50, n \text{은 } 5 \text{의 배수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 와 집합 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 $f(n)$ 은 ' n 을 7로 나눈 나머지'로 정의하자. 함수 $f(n)$ 의 역함수가 존재할 때, 집합 X 의 모든 원소의 합의 최댓값은?

- ① 205 ② 210
 ③ 215 ④ 220
 ⑤ 225

[소단원 확인 문제]

24. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $f \circ g$ 가 각각 그림과 같을 때, $(f^{-1} \circ g)(1) \times (f^{-1} \circ g)^{-1}(3)$ 의 값은?



- ① 1 ② 3
 ③ 4 ④ 6
 ⑤ 9

[소단원 확인 문제]

25. (1단계)에서 선택한 수를 x , (1단계)~(4단계)를 거쳐 나온 수를 $f(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(12)$ 의 값은?

(1단계) 자연수 중에서 하나를 선택한다.
 (2단계) (1단계)의 수에 3를 더한다.
 (3단계) (2단계)의 수에 2를 곱한다.
 (4단계) (3단계)의 수에 4를 뺀다.

- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

[중단원 연습 문제]

26. 다음 중 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $(f \circ f)(6) = -\frac{2}{3}$
 ② $f^{-1}(5) = 2$
 ③ $(f \circ f)(x) = \frac{1}{9}x - \frac{4}{3}$
 ④ $f^{-1}(x) = 3x + 3$
 ⑤ $(f \circ f)(0) = -\frac{4}{3}$

[중단원 연습 문제]

27. 역함수가 존재하는 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(-1) = -3$, $f^{-1}(12) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 0 ② 1
 ③ 2 ④ 3
 ⑤ 4

[중단원 연습 문제]

28. 정의역이 $\{x | x \leq 2\}$ 인 함수 $f(x) = -x^2 + 4x - 2$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$
 ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$
 ⑤ $3\sqrt{2}$

[대단원 종합 문제]

29. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 모두 점 $(1, -5)$ 를 지날 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 6 ② 4
 ③ 2 ④ -2
 ⑤ -4

[대단원 종합 문제]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 일대일대응인 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 $(f \circ f)(2) = 3$, $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(3) \times f^{-1}(3)$ 의 값은?

- ① 2 ② 6
 ③ 8 ④ 9
 ⑤ 16

[대단원 종합 문제]

31. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ 2x & (x \geq 1) \end{cases}$, $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$, $h(x) = \begin{cases} ax+b & (x < p) \\ cx+d & (x \geq p) \end{cases}$ 에 대하여 $f \circ h = g^{-1}$ 를 만족시킬 때, $a+b+c+d-p$ 의 값은? (단, a, b, c, d, p 는 실수)

- ① -3 ② -2
 ③ -1 ④ 0
 ⑤ 1

[대단원 종합 문제]

32. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합이고 역함수가 존재하는 함수 $f(x) = \begin{cases} -x+a & (x < 1) \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$ 의 역함수를 g 라고 하자. $g(g(-5)) = b$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12
 ③ 13 ④ 14
 ⑤ 15



정답 및 해설

1) [정답] ②

[해설] ② $1+3=4$ 인데 공역의 원소에 4가 없으므로 $f(1)$ 이 정의되지 않는다.

2) [정답] ④

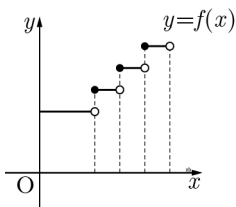
[해설] $f(-1)=g(-1)$ 에서
 $-a+b=1-2a$, $a+b=1$ ㉠
 $f(2)=g(2)$ 에서
 $2a+b=4+4a$, $2a-b=-4$ ㉡
 ㉠, ㉡를 연립하여 풀면
 $a=-1$, $b=2$
 $\therefore a+b=1$

3) [정답] ④

[해설] $g(x)$ 는 항등함수이므로 $g(1)=1$, $g(3)=3$
 (다)에 의하여 $f(3)=3$, $h(3)=3$
 $h(x)$ 는 상수함수이므로 $h(x)=3$
 (나)에 의하여 $f(1)+1=3$, $f(1)=2$
 $f(x)$ 는 일대일대응이므로 $f(2)=1$
 $\therefore f(2)+g(2)+h(2)=1+2+3=6$

4) [정답] ⑤

[해설] 먼저 조건 (가)에 의하여
 $0 < x < 2$ 일 때 함숫값은 3000이다.
 조건 (나)에서
 $2 \leq x < 2.15$ 일 때, 함숫값은 3100,
 $2.15 \leq x < 2.3$ 일 때, 함숫값은 3200,
 $2.3 \leq x < 2.45$ 일 때, 함숫값은 3300,
 \vdots
 자연수 n 에 대하여
 $2+0.15(n-1) \leq x < 2+0.15n$ 일 때,
 함숫값은 $3000+100n$ 이다.
 이때 $2+0.15(n-1) \leq x < 2+0.15n$ 의 범위 사이에 4.2가 들어가야 하므로
 $n=15$ 일 때, $4.1 \leq x < 4.25$ 이고 함숫값, 즉 요금은 $3000+100 \times 15=4500$ 이다.
 따라서 요금은 4500원이고 그래프의 개형은 다음과 같다.



5) [정답] ⑤

[해설] $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{0, 1, 2, 4\}$
 \neg . $f(x)=x-1$
 $f(1)=1-1=0$
 $f(2)=2-1=1$
 $f(3)=3-1=2$

$$f(4)=4-1=3$$

공역에 3이 없으므로 $f(4)$ 가 존재하지 않는다.

$$\sqsubset. f(x)=(x-3)^2$$

$$f(1)=(1-3)^2=4$$

$$f(2)=(2-3)^2=1$$

$$f(3)=(3-3)^2=0$$

$$f(4)=(4-3)^2=1$$

$$\sqsubset. f(x)=|x-2|$$

$$f(1)=|1-2|=1$$

$$f(2)=|2-2|=0$$

$$f(3)=|3-2|=1$$

$$f(4)=|4-2|=2$$

6) [정답] ④

[해설] $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$
 $6^2=36$, $7^2=49$, $8^2=64$, $9^2=81$, $10^2=100$ 이므로
 일의 자리가 1, 9인 수의 제곱수의 일의 자리 숫자는 1
 일의 자리가 2, 8인 수의 제곱수의 일의 자리숫자는 4
 일의 자리가 3, 7인 수의 제곱수의 일의 자리숫자는 9
 일의 자리가 4, 6인 수의 제곱수의 일의 자리숫자는 6
 일의 자리가 5인 수의 제곱수의 일의 자리숫자는 5
 일의 자리 숫자가 0인 수의 제곱수의 일의 자리 숫자는 0
 따라서 함수 $f(x)$ 의 치역은 $\{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ 이고, 원소의 개수는 6이다.

7) [정답] ④

[해설] $2x^2=5x-1$ 에서

방정식 $2x^2-5x+1=0$ 의 실근이 2개 존재하므로
 집합 X 는 두 실근을 원소로 하는 집합의
 공집합이 아닌 부분집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는
 $2^2-1=3$ 이다.

8) [정답] ③

[해설] $Y=\{9, 18, 27, 36, 45\}$ 이므로
 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$ 의
 최댓값은 $(9+18+27+36+45)+45$
 $=9\{(1+2+3+4+5)+5\}=9 \times 20=180$

9) [정답] ③

[해설] \neg , \square , \vdash 은 일대일 대응,
 \square 은 항등함수, \vdash 은 상수함수이므로
 $a=3$, $b=1$, $c=1$,
 $a+b-c=3$

10) [정답] ②

[해설] 1^2 을 4로 나눈 나머지는 1

2^2 을 4로 나눈 나머지는 0

3^2 을 4로 나눈 나머지는 1

4^2 을 4로 나눈 나머지는 0이므로

함수 f 의 치역은 $\{0, 1\}$

11) [정답] ①

[해설] $f(x) = -x^2 + 6x + 6$ 의 축이 $x = 3$ 이므로

일대일함수가 되려면 $k \leq 3$

또, 치역과 공역이 같으려면 $f(k) = k$

$$-k^2 + 6k + 6 = k, \quad k^2 - 5k - 6 = 0$$

$$(k-6)(k+1) = 0$$

$$k \leq 3 \text{이므로 } k = -1$$

12) [정답] ①

[해설] $f(x)$ 는 일차함수이므로 일대일함수이다.

따라서 치역과 공역만 같으면 일대일대응이 된다.

$$-2 \leq x \leq a \text{에서 } -4 + b \leq f(x) \leq 2a + b$$

공역이 $-8 \leq y \leq 0$ 이므로

$$-4 + b = -8, \quad 2a + b = 0$$

$$b = -4, \quad a = 2$$

$$\therefore ab = -8$$

13) [정답] ⑤

[해설] ① $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(4) = 3$

$$\textcircled{2} (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(0) = 0$$

$$\textcircled{3} (f \circ f)(-1) = f(f(-1)) = f(-2) = -2$$

$$\textcircled{4} (g \circ g)(-1) = g(g(-1)) = g(2) = 1$$

$$\textcircled{5} (f \circ g \circ f)(0)$$

$$= f(g(f(0))) = f(g(0)) = f(1) = 4$$

14) [정답] ⑤

[해설] $f(g(-3)) = f(1) = 2$

$$g(f(3)) = g(10) = -7$$

따라서 구하는 값은 $2 + (-7) = -5$

15) [정답] ⑤

[해설] $(f \circ f)(x) = a(ax + b) + b$

$$= a^2x + ab + b$$

$$a^2 = 16, \quad ab + b = 3 \text{인데}$$

$$a < 0 \text{이므로 } a = -4, \quad -3b = 3, \quad b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

16) [정답] ②

[해설] $f(g(x)) = g(f(x))$ 이므로

$$f(3x + k) = g(-x - 5)$$

$$-(3x + k) - 5 = 3(-x - 5) + k$$

$$-3x - k - 5 = -3x - 15 + k$$

$$-k - 5 = -15 + k$$

$$2k = 10, \quad k = 5$$

$$\therefore g(-2) = -6 + 5 = -1$$

17) [정답] ②

[해설] $f(x) = 0.9x, \quad g(x) = x - 10000$

(방법 A)

$$(g \circ f)(x) = g(0.9x) = 0.9x - 10000$$

(방법 B)

$$(f \circ g)(x) = f(x - 10000) = 0.9x - 9000$$

$$\therefore bc - ad = -10000 \times 0.9 - 0.9(-9000) = -900$$

18) [정답] ④

[해설] $f \circ g = a(bx + 3) - 4 = abx + 3a - 4$

$$g \circ f = b(ax - 4) + 3 = abx - 4b + 3$$

$f \circ g = g \circ f$ 이 성립하려면

$$3a - 4 = -4b + 3$$

$$\therefore 3a + 4b = 7$$

a, b 가 양수이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{3a + 4b}{2} \geq \sqrt{12ab}, \quad \frac{7}{2} \geq \sqrt{12ab}$$

$$\frac{49}{4} \geq 12ab$$

따라서 $12ab$ 의 최댓값은 $\frac{49}{4}$

19) [정답] ④

[해설] $f(k) = a$ 라 하면 $f(a) = 7$

$$(i) \quad a \text{가 홀수이면 } a + 2 = 7, \quad a = 5$$

$$k \text{가 홀수이면 } k + 2 = 5, \quad k = 3$$

$$k \text{가 짝수이면 } \frac{k}{2} = 5, \quad k = 10$$

$$(ii) \quad a \text{가 짝수이면 } \frac{a}{2} = 7, \quad a = 14$$

$$k \text{가 홀수이면 } k + 2 = 14, \quad k = 12 \text{는 짝수이므로}$$

$$\text{모순이고, } k \text{가 짝수이면 } \frac{k}{2} = 14, \quad k = 28 \text{ 이다.}$$

(i), (ii)에 의하여

$$k = 3 \text{ 또는 } k = 10 \text{ 또는 } k = 28 \text{ 이므로}$$

모든 자연수 k 의 값의 합은 41

20) [정답] ③

[해설] ① $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(-1) = 1$

$$\textcircled{2} (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = -1$$

$$\textcircled{3} (f \circ f)(-1) = f(f(-1)) = f(5) = 35$$

$$\textcircled{4} (g \circ g)(-1) = g(g(-1)) = g(1) = 1$$

$$\textcircled{5} (g \circ f \circ g)(0) = g(f(g(0)))$$

$$= g(f(2)) = g(2) = 0$$

21) [정답] ④

[해설] ① $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(2) = 0$

$$\textcircled{2} \quad f^{-1}(2) = k \text{라 하면 } f(k) = 2$$

$$4 - 2k = 2, \quad 2k = 2, \quad k = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$\textcircled{3} (f \circ f)(x) = f(4 - 2x) = 4 - 2(4 - 2x) = 4x - 4$$

$$\textcircled{4} \quad f : y = 4 - 2x \text{에서}$$

$$2x = 4 - y, \quad x = \frac{4 - y}{2} \text{이므로}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{4-x}{2}$$

$$\textcircled{5} f(0) = 4$$

22) [정답] ④

[해설] $f(x) = 3x - 2$ 에서

$$f : y = 3x - 2, x = \frac{y+2}{3}, f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1 \text{에서}$$

$$g : y = \frac{1}{2}x + 1, x = 2y - 2, g^{-1}(x) = 2x - 2$$

$$\textcircled{1} f^{-1}(0) = \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2} g^{-1}(0) = -2$$

$$\textcircled{3} (g^{-1} \circ f)(1) = g^{-1}(f(1)) = g^{-1}(1) = 0$$

$$\textcircled{4} (g \circ f^{-1})(1) = g(f^{-1}(1)) = g(1) = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{5} (g \circ f)^{-1}(1) = f^{-1}(g^{-1}(1)) = f^{-1}(0) = \frac{2}{3}$$

23) [정답] ②

[해설] $S = \{5, 10, 15, \dots, 45\}$

7의 배수는 35

7로 나눈 나머지가 1인 수는 15

7로 나눈 나머지가 2인 수는 30

7로 나눈 나머지가 3인 수는 10, 45

7로 나눈 나머지가 4인 수는 25,

7로 나눈 나머지가 5인 수는 5, 40

7로 나눈 나머지가 6인 수는 20

따라서 집합 $X = \{15, 20, 25, 30, 35, 40, 45\}$

일 때, 집합 X 의 원소들의 합이 최대가 된다.

$$15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 = 210$$

24) [정답] ④

[해설] $f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(1) = 2$

$$(f^{-1} \circ g)^{-1}(3) = (g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) = 3$$

$$\therefore (f^{-1} \circ g)(1) \times (f^{-1} \circ g)^{-1}(3) = 2 \times 3 = 6$$

25) [정답] ④

[해설] (1단계)에서 선택한 수가 x 이므로

(2단계)를 거친 수는 $x + 3$

(3단계)를 거친 수는 $(x + 3) \times 2$

(4단계)를 거친 수는 $2(x + 3) - 4$

$$f(x) = 2(x + 3) - 4 = 2x + 2$$

$y = 2x + 2$ 에서 y 와 x 를 바꾸면

$$x = 2y + 2, f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 2) \text{이므로}$$

$$\therefore f^{-1}(12) = 5$$

26) [정답] ②

[해설] ① $(f \circ f)(6) = f(f(6)) = f(1) = -\frac{2}{3}$

$$\textcircled{2} f^{-1}(5) = k \text{라 하면 } f(k) = 5$$

$$\frac{1}{3}k - 1 = 5, \frac{1}{3}k = 6, k = 18$$

$$\therefore f^{-1}(5) = 18$$

$$\textcircled{3} (f \circ f)(x) = f\left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x - 1\right) - 1 = \frac{1}{9}x - \frac{4}{3}$$

$$\textcircled{4} f : y = \frac{1}{3}x - 1 \text{에서}$$

$$\frac{1}{3}x = y + 1, x = 3y + 3 \text{이므로}$$

$$f^{-1}(x) = 3x + 3$$

$$\textcircled{5} (f \circ f)(x) = \frac{1}{9}x - \frac{4}{3} \text{이므로}$$

$$(f \circ f)(0) = -\frac{4}{3}$$

27) [정답] ④

[해설] $f(-1) = -3, f^{-1}(12) = 4, f(4) = 12$

$$f(-1) = -a + b = -3 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(4) = 4a + b = 12 \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②식을 연립하면

$$a = 3, b = 0, f(x) = 3x$$

$$\therefore f(1) = 3$$

28) [정답] ②

[해설] $f(x)$ 가 증가함수이므로 $f(x)$ 의 그래프와

그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은

항상 직선 $y = x$ 위의 있다.

$$-x^2 + 4x - 2 = x, x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 교점의 좌표는 (1, 1), (2, 2)이고

이 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} \text{이다.}$$

29) [정답] ②

[해설] $f(1) = -5$ 에서 $a + b = -5 \dots\dots \textcircled{1}$

$$f^{-1}(1) = -5 \text{이므로 } f(-5) = 1$$

$$-5a + b = 1 \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -1, b = -4$

$$\therefore ab = 4$$

30) [정답] ③

[해설] $f(1) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$ 또는

$$f(2) = 3 \text{ 또는 } f(2) = 4$$

(i) $f(2) = 2$ 이면

$$(f \circ f)(2) = 3 \text{에서 } f(2) = 3 \text{이므로 모순이다.}$$

(ii) $f(2) = 3$ 이면

$$(f \circ f)(2) = 3 \text{에서 } f(3) = 3, \text{일대일대응이}$$

아니므로 모순이다.

(iii) $f(2) = 4$ 이면

$$(f \circ f)(2) = 3 \text{에서 } f(4) = 3, \text{따라서 } f(3) = 2$$

$$\therefore f(3) \times f^{-1}(3) = 2 \times 4 = 8$$

31) [정답] ①

$$[\text{해설}] f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ 2x & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$x < 1 \text{ 일 때, } f : y = x+1, x = y-1 \ (y < 2)$$

$$\text{이므로 } f^{-1}(x) = x-1 \ (x < 2)$$

$$x \geq 1 \text{ 일 때, } f : y = 2x, x = \frac{1}{2}y \ (y \geq 2) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x \ (x \geq 2)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ \frac{1}{2}x & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1 \text{ 에서}$$

$$g : y = \frac{1}{2}x + 1, x = 2y - 2 \text{ 이므로}$$

$$g^{-1}(x) = 2x - 2$$

$$f \circ h = g^{-1} \text{ 에서}$$

$$f^{-1} \circ f \circ h = f^{-1} \circ g^{-1}$$

$$h(x) = f^{-1}(g^{-1}(x)) = f^{-1}(2x - 2)$$

$$= \begin{cases} (2x-2)-1 & (2x-2 < 2) \\ \frac{1}{2}(2x-2) & (2x-2 \geq 2) \end{cases}$$

$$\therefore h(x) = \begin{cases} 2x-3 & (x < 2) \\ x-1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$a=2, b=-3, c=1, d=-1, p=2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a+b+c+d-p = -3$$

32) [정답] ⑤

$$[\text{해설}] f(x) = \begin{cases} -x+a & (x < 1) \\ \frac{5}{2}-\frac{1}{2}x & (x \geq 1) \end{cases} \text{ 가}$$

$$\text{일대일 대응이므로 } -1+a = \frac{5}{2}-\frac{1}{2}, a=3$$

$$g(g(-5)) = b \text{ 에서 } f(f(b)) = -5$$

$$f(b) = k \text{ 라 하면 } f(k) = -5$$

$$x \geq 1 \text{ 에서 } y \leq 2 \text{ 이므로 } \frac{5}{2}-\frac{1}{2}k = -5, k=15$$

$$x < 1 \text{ 에서 } y > 2 \text{ 이므로 } -b+3 = 15, b=-12$$

$$\therefore a-b = 15$$