

교과서 변형문제 발전

1-1.제곱근과 실수_비상(김원경)



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

- 1) 제작연월일: 2022-01-03
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

[단원 마무리]

단원 ISSUE /

이 단원에서는 제곱근의 뜻과 표현에 대한 문제, 제곱근의 성질을 이용하여 식을 계산하는 문제, 무리수와 실수에 대한 문제 등이 자주 출제되며 제곱근의 뜻과 표현에 대하여 정확하게 알고, 제곱 근의 성질에서 부호에 따라 값이 달라지는 것에 유의합니다. 또한 무리수와 실수에 대한 문제에서 헷갈리는 부분이 많아 정의와 성 질을 확실하게 학습하도록 합니다.

평가문제

[중단원 학습 점검]

1. $A = \sqrt{(2x+1)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은?

$$\bigcirc x \geq \frac{1}{2}$$
일 때, $A = 3x + \frac{1}{2}$ 이다.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ 일 때, $A = x + \frac{1}{2}$ 이다.

- ② (), (L)
- ③ ⑦, ©
- (4) (L), (E)
- (5) (7), (12), (12)

[단원 마무리]

- **2.** 다음 중 그 값이 나머지 넷과 <u>다른</u> 하나는?
 - ① $\sqrt{64}$ 의 양의 제곱근
 - ② 제곱근 2^3
 - ③ 제곱하여 8이 되는 양수
 - ④ $x^2 = 8$ 을 만족 시키는 x의 값
 - ⑤ $\sqrt{(-8)^2}$ 의 양의 제곱근

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

①
$$\sqrt{a^2} = |a|$$
 ② $\sqrt{\frac{1}{a^2}} = \left|\frac{1}{a}\right|$

$$(3) \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$$
 $(4) \sqrt{(b-a)^2} = |a-b|$

$$\sqrt{(b-a)^2} = |a-b|$$

(5)
$$\sqrt{(a+b)^2} = a+b$$

4. $\frac{3}{2} < \sqrt{x} - 2 < 3$ 을 만족시키는 3의 배수 x의 개

- ① 5개
- ② 4개
- ③ 3개
- ④ 1개
- ⑤ 0개

[단원 마무리]

5. $\sqrt{25-\frac{1}{2}n}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n의 값 중 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라 할 때, M, m의 평균은?

- 8
- ③ 34
- $4 \frac{67}{2}$
- (5) 68

[중단원 학습 점검]

6. 다음 중 x가 a의 제곱근임을 바르게 나타낸 것 은?(단, a > 0)

- (1) $a^2 = x$
- ② $x^2 = a$
- (3) $x^2 = \sqrt{a}$
- (4) $a = \pm \sqrt{x}$
- $(5) \ a = \sqrt{x}$

[중단원 학습 점검]

- **7.** $\sqrt{225} \div (-\sqrt{3})^2 \sqrt{(-11)^2} \times (-\sqrt{2})^2$ 의 값은?
 - $\bigcirc -17$
- \bigcirc -12
- (3) 7
- 4) 12
- (5) 17

[중단원 학습 점검]

8. $A = \sqrt{225} \div (-\sqrt{3})^2 + \sqrt{\frac{1}{9}} \times (-\sqrt{12})^2$,

 $B = (-\sqrt{6})^2 - \sqrt{2^4}$ 일 때, $\frac{AB}{2}$ 의 제곱근은?

① 9

- 3 ± 3
- (4) $\sqrt{3}$
- (5) $\pm \sqrt{3}$

[중단원 학습 점검]

9. 다음 보기 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은?

<보기>

- ① 2.7의 제곱근은 $\pm \frac{5}{3}$ 이다.
- \bigcirc 6은 제곱근 $(\sqrt{(-6)^2})^2$ 이다.
- © 제곱근 $\left(-\frac{2}{7}\right)^6$ 은 $\frac{8}{7^3}$ 이다.
- ② $\sqrt{625}$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{5}$ 이다.
- ◎ 모든 수의 제곱근은 1개 또는 2개이다.
- ① ⑦, ②, ⑤
- 2 O, C, E
- 3 (, , ,
- (4) (7), (L), (D)
- (5) (C), (C), (C)

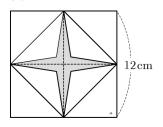
[중단원 학습 점검]

10. 다음 수를 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째 에 오는 수는?

 $\sqrt{8^2}$, $(-\sqrt{2})^2$, $-\sqrt{9^2}$, $-(-\sqrt{3})^2$, $\sqrt{(-5)^2}$

- ① $\sqrt{(-5)^2}$ ② $-(-\sqrt{3})^2$
- $(3) \sqrt{9^2}$
- $(4) (-\sqrt{2})^2$
- (5) $\sqrt{8^2}$

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 cm 인 정사 각형 모양의 색종이를 그림과 같이 연속해서 접는 과정을 계속 반복하였다. 이 때 세 번 접었을 때 나 오는 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{10}$ cm
- $\bigcirc 3\sqrt{2} \text{ cm}$
- ③ $4\sqrt{2}$ cm
- (4) 6 cm
- (5) 8 cm

[중단원 학습 점검]

- **12.** $20 < x \le 50$ 일 때, 두 수 $\sqrt{3x}$ 와 $\sqrt{5x}$ 가 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 x의 개수는?
 - ① 26개
- ② 27개
- ③ 287H
- ④ 30개
- ⑤ 31개

[단원 마무리]

13. 다음 중 옳은 것은?

- ① a, b가 무리수이면 a-b도 무리수이다.
- ② 근호를 사용한 수는 모두 무리수이다.
- ③ a가 유리수이고 b가 무리수이면 a+b는 무리수이다.
- ④ a, b가 무리수이면 ab도 무리수이다.
- ⑤ 유리수인 동시에 무리수인 수는 π 이다.

[중단원 학습 점검]

- **14.** a는 양의 유리수, b는 양의 무리수일 때, 다음 중 항상 무리수인 것은?(정답 2개)
 - \bigcirc a+b
- $\bigcirc \sqrt{a}-b$
- \bigcirc $\sqrt{a} \times b$
- \bigcirc $\frac{a}{b^2}$

[중단원 학습 점검]

- **15.** 두 수 $10-\sqrt{8}$ 과 $\sqrt{3}+8$ 사이에 있는 모든 정 수의 개수는?
 - ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

[단원 마무리]

- **16.** -1 < a < 0일 때, 다음 중 그 값이 가장 작은 값 은?
 - (1) a^2
- \bigcirc $\sqrt{-a}$
- $\Im \sqrt{a^2}$
- $\textcircled{4} \ \frac{1}{\sqrt{-a}}$
- ⑤ $\frac{1}{a^2}$

[중단원 학습 점검]

17. 다음은 7명의 학생이 유리수와 무리수에 대해 나 눈 대화의 일부이다. 설명이 옳은 학생의 수는?

호석 : $\sqrt{0.9} = 0.3$ 이다.

정국: 무리수는 무한소수이다.

석진 : 0에 가장 가까운 무리수는 $\sqrt{0.01}$ 이다.

윤기 : $(-5)^2$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{5}$ 이다.

태형 : 무리수 중에서 수직선 위의 점에 대응되지 않는

수도 있다.

남준 : 모든 무리수는 수직선 위의 점에 대응된다.

지민 : 수직선 위의 무리수는 오른쪽으로 갈수록 크다.

1 1

② 3

3 4

4) 5

⑤ 6

(\frac{\pi}{2}

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설]
$$\bigcirc -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$
일 때,

$$2x+1>0$$
, $x-\frac{1}{2}<0$ 이므로

$$A = (2x+1) + \left(-x + \frac{1}{2}\right) = x + \frac{3}{2} \, \mathrm{olch}.$$

2) [정답] ④

[해설] ①
$$\sqrt{64}$$
의 양의 제곱근= $\sqrt{8}$

- ② 제곱근 $2^3 = \sqrt{8}$
- ③ 제곱하여 8이 되는 양수= $\sqrt{8}$
- ④ $x^2 = 8$ 을 만족 시키는 x의 값=± $\sqrt{8}$
- ⑤ $\sqrt{(-8)^2}$ 의 양의 제곱근= $\sqrt{8}$

3) [정답] ⑤

[해설] ⑤
$$\sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$$

 $a+b$ 의 값은 항상 양수가 아니다.

4) [정답] ②

[해설]
$$\frac{3}{2} < \sqrt{x} - 2 < 3$$

$$\frac{7}{2}$$
< \sqrt{x} < 5

5) [정답] ③

[해설]
$$\sqrt{25-\frac{1}{2}n}$$
 이 정수가 되려면 $25-\frac{1}{2}n$ 은 0 또

는 어떤 자연수의 제곱이 되어야 한다.

$$25 - \frac{1}{2}n = 0$$
일 때 $n = 50$

$$25 - \frac{1}{2}n = 1$$
일 때 $n = 48$

$$25 - \frac{1}{2}n = 4$$
일 때 $n = 42$

$$25 - \frac{1}{2}n = 9$$
일 때 $n = 32$

$$25 - \frac{1}{2}n = 16$$
일 때 $n = 18$

이 중 M=50, m=18이므로 이 두 수의 평균은 $\frac{50+18}{2}=34$ 이다.

6) [정답] ②

[해설] ① $a^2 = x : x 는 a$ 의 제곱

③ $x^2 = \sqrt{a}$: 제곱근 a는 x^2

④ $a=\pm \sqrt{x}$: a는 x의 제곱근

⑤ $a = \sqrt{x}$: a는 제곱근 x

7) [정답] ①

[해설]
$$\sqrt{225} \div (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{(-11)^2} \times (-\sqrt{2})^2$$

= $15 \div 3 - 11 \times 2 = 5 - 22 = -17$

8) [정답] ③

[해설]
$$A = \sqrt{225} \div (-\sqrt{3})^2 + \sqrt{\frac{1}{9}} \times (-\sqrt{12})^2$$
,
$$= 15 \div 3 + \frac{1}{3} \times 12 = 9$$

$$B = (-\sqrt{6})^2 - \sqrt{2^4} = 6 - 2^2 = 2$$
이므로
$$\frac{AB}{2} = \frac{9 \times 2}{2} = 9$$
의 제곱근은 ±3이다.

9) [정답] ①

[해설] ② $\sqrt{625} = 25$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{25} = 5$ 이다. ③ 음수의 제곱근은 없다.

10) [정답] ①

[해설]
$$\sqrt{8^2}$$
, $(-\sqrt{2})^2$, $-\sqrt{9^2}$, $-(-\sqrt{3})^2$, $\sqrt{(-5)^2}$ 를 정리하면

$$8, 5, 2, -3, -9$$
이므로 두 번째 오는 수는 $5 = \sqrt{(-5)^2}$ 이다.

11) [정답] ②

[해설] 한 변의 길이가 12인 정사각형의 색종이의 넓 이는 $12^2 = 144$

색종이를 그림과 같이 접으면 넓이가 $\frac{1}{2}$ 배가 되므로 세 번 접었을 때, 나오는 정사각형의 넓이는 $144 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 18$

따라서 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (cm)

12) [정답] ②

[해설] $\sqrt{3x}$ 가 유리수가 되려면

 $x=3\times($ 자연수)²의 꼴이 되어야 한다.

이러한 $20 < x \le 50$ 의 범위에서 자연수 x는

 3×3^2 , 3×4^2 으로 2개다.

 $\sqrt{5x}$ 가 유리수가 되려면

 $x=5\times($ 자연수)²의 꼴이 되어야 한다.

이러한 $20 < x \le 50$ 의 범위에서 자연수 x는

 5×3^2 으로 1개다.

따라서 $20 < x \le 50$ 의 범위에 해당하는 자연수 30개 중에서 위의 경우를 제외한 자연수에 대하여

$$\sqrt{3x}$$
, $\sqrt{5x}$ 가 무리수가 되므로 $\therefore 30 - (2+1) = 27$ 개

13) [정답] ③

[해설] ① $a = b = \sqrt{3}$ 일 때, $a - b = \sqrt{3} - (\sqrt{3}) = 0$ 이

므로 유리수 이다.

- ② $\sqrt{4}$ 는 2이므로 유리수이다.
- ④ $a=\sqrt{2},\ b=-\sqrt{2}$ 이면 ab=-2이므로 유리수이다.
- ⑤ 유리수인 동시에 무리수인 수는 없다.

14) [정답] ①, ③

[해설] a=2, $b=\sqrt{2}$ 를 대입하면

- ② $\sqrt{a}-b=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ 으로 유리수 이다.
- ④ $\sqrt{a} \times b = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 이므로 유리수이다.
- ⑤ $\frac{a}{b^2} = \frac{2}{(\sqrt{2})^2} = 1$ 이므로 유리수이다.

15) [정답] ③

[해설] $2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로 $7 < 10 - \sqrt{8} < 8$,

 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $9 < \sqrt{3} + 8 < 10$ 이다.

이 두 수 사이에 있는 모든 정수는 8,9로 2개 다.

16) [정답] ①

[해설] -1 < a < 0의 범위에 해당하는 a의 값은 $-\frac{1}{2}$

라 하자.

①
$$a^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{16}}$$

②
$$\sqrt{-a} = \sqrt{-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{a^2} = |a| = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\underbrace{1}{\sqrt{-a}} = \sqrt{-\frac{1}{a}} = \sqrt{2}$$

$$\bigcirc \frac{1}{a^2} = 4$$

17) [정답] ②

[해설] 호석:
$$\sqrt{0.9} = \sqrt{\frac{9}{9}} = \sqrt{1} = 1$$

정국: 무리수는 순환하지 않는 무한소수, 즉 무한 소수이다.

석진: 0에 가장 가까운 무리수는 알 수 없으며,

$$\sqrt{0.01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$
은 유리수이다.

윤기: $(-5)^2 = 25$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{25} = \pm 5$ 이다.

태형: 무리수는 실수이므로 수직선 위에 반드시 대응한다.