2-1.삼각함수 2-1-2.삼각함수의 뜻, 삼각함수 사이의 관계_천재(류희찬) 🏟 🚉됐다



내 교과서 속 문제를 실제 기출과 유사 변형하여 구성한 단원별 족보



◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

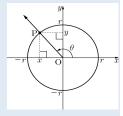
- 1) 제작연월일 : 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check /

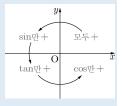
[삼각함수]

- 그림과 같이 $\overline{OP} = r$ 인 점 P(x, y)에 대하여 동경 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 일반각의 크기를 θ 라 할 때
- ① θ 의 사인함수 : $\sin \theta = \frac{y}{1}$
- ② θ 의 코사인함수 : $\cos\theta = \frac{x}{100}$
- ③ θ 의 탄젠트함수 : $tan\theta = \frac{y}{x}(x \neq 0)$



[삼각함수 값의 부호]

- •삼각함수의 값의 부호
- ① θ 가 제1사분면의 각 \Rightarrow 모두가 +
- ② θ가 제2사분면의 각 ⇒ $\sin \theta$ 만 +
- ③ θ 가 제3사분면의 각 ⇒ $tan\theta$ 만 +
- ④ θ 가 제4사분면의 각 \Rightarrow $\cos\theta$ 만 +



[삼각함수 사이의 관계]

- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{}$ $\cos\theta$
- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

기본문제

[문제]

- **1.** 원점 O와 점 P(-3, 4)를 지나는 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라 할 때, $6\sin\theta + 3\cos\theta - 3\tan\theta$ 의 값은?
 - ① 5

② 6

- 3 7
- (4) 8

(5) 9

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

- (3) $\tan \frac{13}{12}\pi > 0$ (4) $\sin \left(-\frac{23}{5}\pi\right) > 0$
- ⑤ $\cos \frac{7}{4}\pi > 0$

[예제]

[문제]

3. 다음 중 제2사분면의 각 θ 에 대한 설명으로 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은?

<보기>

- $\neg . \sin \theta > 0$
- $L. \cos \theta < 0$
- \sqsubset . $\tan \theta < 0$
- ① ¬
- ② □
- ③ ¬, ∟
- ④ ∟, ⊏
- ⑤ ┐, ∟, ⊏

[문제]

- **4.** 다음 중 $\sin\theta\cos\theta < 0$, $\cos\theta\tan\theta < 0$ 을 동시에 만족시키는 각 θ 는 제 몇 사분면의 각인가?
 - ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ *y*축 위

 $5\cos\theta_1 - \sqrt{3}\tan\theta_2$ 의 값은?

- $\bigcirc -1$
- 3 3
- \bigcirc 4
- (5) 5

[문제]

- **6.** 각 θ 가 제2사분면의 각이고 $\cos\theta = -\frac{1}{4}$ 일 때, $\sin\theta + \tan\theta$ 의 값을 구하시오.
 - ① $-\frac{5}{4}\sqrt{15}$ ② $-\sqrt{15}$
 - $3 \frac{3}{4}\sqrt{15}$ $4 \frac{3}{4}\sqrt{15}$

[예제]

7. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$ 의 값은?

(단, $\sin\theta > \cos\theta$)

- ① $-\frac{\sqrt{17}}{51}$ ② $-\frac{2\sqrt{17}}{51}$
- $3 \frac{3\sqrt{17}}{51}$ $4 \frac{4\sqrt{17}}{51}$
- $\bigcirc -\frac{5\sqrt{17}}{51}$

[문제]

- 8. $\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin^3\theta \cos^3\theta$ 의 값은?
 - ① $\frac{1}{2}$

[문제]

9. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때,

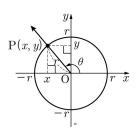
 $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ 의 값을 구하시오.

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $3\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $(4) 2\sqrt{2}$
- $5\frac{5\sqrt{2}}{2}$

평가문제

[스스로 확인하기]

 ${f 10}$. 다음은 동경 OP가 나타내는 일반각 heta에 대한 그 래프이다. 일반각 θ 에 대한 삼각함수의 값으로 옳은 것을 <u>모두</u> 고르시오.



- $\Im \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

[스스로 확인하기]

11. 좌표평면에 원점 O와 점 P(-3, 4),

점 $Q(2, -\sqrt{21})$ 가 있다. 동경 OP가 나타내는 각 을 α , 동경 OQ가 나타내는 각을 β 라 할 때, $\sin\alpha + \cos\beta$ 의 값은?

[스스로 확인하기]

- **12.** 각 θ 가 제3사분면의 각이고 $\cos\theta = -\frac{5}{13}$ 일 때, $5\tan\theta - 13\sin\theta$ 의 값을 구하시오.
 - $\bigcirc -25$
- \bigcirc -24
- 3 0

- **4** 24
- ⑤ 25

[스스로 확인하기]

- **13.** x에 대한 이차방정식 $5x^2 + 5ax 12a = 0$ 의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$ 일 때, 양수 a의 값은?
- ② $\frac{1}{4}$
- $3\frac{1}{3}$
- $4\frac{1}{2}$

(5) 1

[스스로 마무리하기]

- **14.** 원점 O와 점 P(1, -2)를 지나는 동경 OP가 나 타내는 각을 θ 라 할 때, $\sin\theta\cos\theta - \tan\theta$ 의 값은?
 - ① 1

- $3\frac{7}{5}$

15. $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 2$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은?

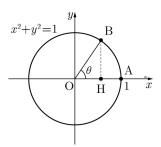
(단, θ 는 제1사분면의 각이다.)

- ① $\sqrt{2}$
- $\sqrt{3}$
- $4 \frac{\sqrt{3}}{2}$

[스스로 마무리하기]

16. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 x축의 양의 부분과 만나는 점을 A라 하자. 원점 O와 원 위의 점 B를 지나는 동경 OB가 나타내는 각이 θ 이고, B에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분

AH의 길이는? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



- ① $\cos\theta$
- $21 \cos\theta$
- $\Im \sin\theta$ $\Im \tan\theta$
- $4 1 \sin\theta$

- [스스로 마무리하기]

정답 및 해설

1) [정답] ③

[해설]
$$\sin\theta = \frac{4}{5}$$
, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$, $\tan\theta = -\frac{4}{3}$
 $\therefore 6\sin\theta + 3\cos\theta - 3\tan\theta$
 $= 6 \times \frac{4}{5} + 3 \times \left(-\frac{3}{5}\right) - 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 7$

2) [정답] ④

[해설] ①
$$\frac{24}{5}\pi = 2\pi \times 2 + \frac{4}{5}\pi$$
으로 $\frac{24}{5}\pi$ 는 제2사분면 에 있으므로 $\sin\frac{24}{5}\pi > 0$

②
$$-\frac{9}{4}\pi = 2\pi \times (-2) + \frac{7}{4}\pi$$
으로 $-\frac{9}{4}\pi$ 는 제4사 분면에 있으므로 $\cos\left(-\frac{9}{4}\pi\right) > 0$

③
$$\frac{13}{12}\pi$$
는 제3사분면에 있으므로 $\tan\frac{13}{12}\pi>0$

④
$$-\frac{23}{5}\pi = 2\pi \times (-3) + \frac{7}{5}\pi$$
으로 $-\frac{23}{5}\pi$ 는 제3
사분면에 있으므로 $\sin\left(-\frac{23}{5}\pi\right) < 0$

⑤
$$\frac{7}{4}\pi$$
는 제4사분면에 있으므로 $\cos\frac{7}{4}\pi>0$

3) [정답] ⑤

[해설] 제2사분면의 각 θ 에 대하여 다음이 성립한다. $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0$, $\tan \theta < 0$ 이다.

4) [정답] ④

[해설] $\sin\theta\cos\theta < 0$ 에서

로 θ 는 제2사분면 또는 제4사분면의 각이다. 또한 $\cos\theta \tan\theta < 0$ 에서 $\cos\theta > 0$, $\tan\theta < 0$ 또는 $\cos\theta < 0$, $\tan\theta > 0$ 이므 로 θ 는 제4사분면 또는 제3사분면의 각이다. 따라서 두 조건을 모두 만족하는 각 θ 는 제4사분 면의 각이다.

 $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0$ 또는 $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$ 이므

5) [정답] ③

[해설]
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
 에서

$$\cos^2\theta_1 = 1 - \sin^2\theta_1 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$
 이때 각 θ_1 가 제3사분면의 각이므로 $\cos\theta_1 < 0$ 따라서 $\cos^2\theta_1 = \frac{16}{25}$ 에서 $\cos\theta_1 = -\frac{4}{5}$ 또한 $\sin^2\theta_2 = 1 - \cos^2\theta_2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 이때 각 θ_2 가 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta_2 < 0$ 따라서 $\sin^2\theta_2 = \frac{1}{4}$ 에서 $\sin\theta_2 = -\frac{1}{2}$ 또 $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ 이므로 $\tan\theta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\therefore 5\cos\theta_1 - \sqrt{3}\tan\theta_2 = -4 - (-1) = -3$$

6) [정답] ③

7) [정답] ④

[해설]
$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$$
의 양변을 제곱하면
$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{9}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
 이므로 $2\sin\theta\cos\theta = -\frac{8}{9}$
$$\sin\theta\cos\theta = -\frac{4}{9}$$
 또한 $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$
$$= 1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{17}{9}$$

$$\sin\theta > \cos\theta$$
 이므로 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{\sqrt{17}}{3}$
$$\therefore \frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = -\frac{4}{3\sqrt{17}} = -\frac{4\sqrt{17}}{51}$$

8) [정답] ④

[해설]
$$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$$
 에서
$$\frac{1}{4} = 1 - 2\sin\theta\cos\theta, \ \sin\theta\cos\theta = \frac{3}{8}$$
 따라서
$$\sin^3\theta - \cos^3\theta = (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{16}$$

9) [정답] ①

[해설]
$$(\sin\theta + \cos\theta)^2$$

 $= \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$
 $= 1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1 + 2 \times \frac{1}{2} = 2$
 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때 $\sin\theta > 0$, $\cos\theta > 0$ 이므로
 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$
따라서 $\sin^3\theta + \cos^3\theta$
 $= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$
 $= \sqrt{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

10) [정답] ④, ⑤

[해설] ①
$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

11) [정답] ②

[해설]
$$\overline{\text{OP}} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$$
이므로
$$\sin\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\overline{\text{OQ}} = \sqrt{2^2 + (-\sqrt{21})^2} = 5$$
이므로
$$\cos\beta = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \sin\alpha + \cos\beta = \frac{6}{5}$$

12) [정답] ④

[해설]
$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$
 에서 $\cos\theta = -\frac{5}{13}$ 이므로 $\sin^2\theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ 이때 θ 는 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta = -\frac{12}{13}$ 또한 $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ 이므로 $\tan\theta = \frac{12}{5}$

따라서
$$5\tan\theta - 13\sin\theta = 24$$

13) [정답] ①

[해설]
$$5x^2 + 5ax - 12a = 0$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 따라 $\sin\theta + \cos\theta = -a \quad \cdots \bigcirc$

$$\sin\theta\cos\theta = -\frac{12a}{5}$$
 ...

○의 양변을 제곱하면

 $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = a^2$

$$1 + 2\sin\theta\cos\theta = a^2 \quad \cdots \bigcirc$$

○을 □에 대입하면

$$1+2\times\left(-\frac{12a}{5}\right)=a^2$$
, $5-24a=5a^2$,

$$5a^2 + 24a - 5 = 0$$
, $(5a - 1)(a + 5) = 0$

$$a > 0$$
이므로 $a = \frac{1}{5}$

14) [정답] ④

[해설]
$$\sin\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$
, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\tan\theta = -2$ 이므로 $\sin\theta\cos\theta - \tan\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} - (-2)$ $= -\frac{2}{5} + 2 = \frac{8}{5}$

15) [정답] ①

[해설]
$$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 2$$
 에서

$$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = 2 \circ | 므로$$

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$$

따라서

 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 2$ θ 는 제1사분면의 각이므로 $\sin \theta > 0$, $\cos \theta > 0$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$$

16) [정답] ②

[해설]
$$\overline{OB} = 1$$
이므로 $\overline{OH} = \cos\theta$
 $\overline{OA} = 1$ 이므로 $\overline{AH} = 1 - \cos\theta$

