



◇「콘텐츠산업 진흥법」제33조에 의한 표시
1) 제작연월일 : 2020-03-05
2) 제작자 : 교육지대(주)
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초
제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호
되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무
단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법
외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[이차방정식과 이차함수의 관계]

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 의 부호에 따라
이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 다음과 같이
결정된다.

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$
$a < 0$	$a < 0$	$a < 0$
서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

[이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계]

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 위치 관계

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ $y=mx+n$	$y=ax^2+bx+c$ $y=mx+n$	$y=ax^2+bx+c$ $y=mx+n$
서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

기본문제

[문제]

1. 다음 중 이차함수의 그래프와 x 축이 서로 다른
두 점에서 만나는 것은?

- ① $y=x^2-5x+8$ ② $y=-x^2+4x-4$
③ $y=2x^2-x+1$ ④ $y=2x^2-3x+5$
⑤ $y=3x^2-5x+1$

[문제]

2. 이차함수 $y=-x^2+3x+k$ 의 그래프와 x 축이 만
나지 않을 때, 실수 k 의 범위는?

- ① $k > -\frac{9}{4}$ ② $k < -\frac{9}{4}$
③ $k \leq -\frac{9}{4}$ ④ $k > -9$
⑤ $k < -9$

[문제]

3. 다음 중 이차함수의 그래프와 직선이 접하는 것
은?

- ① $y=x^2-5x+5, y=x+1$
② $y=-x^2+4x+3, y=2x+1$
③ $y=2x^2-3x+1, y=3x-2$
④ $y=2x^2-3x+1, y=x-1$
⑤ $y=3x^2-2x+1, y=2x-1$

[예제]

4. 이차함수 $y=x^2-7x+5$ 의 그래프와 직선
 $y=-x+k$ 가 한 점에서 만날 때, 실수 k 의 값은?

- ① $k=-4$ ② $k=4$
③ $k=-11$ ④ $k=11$
⑤ $k=12$

[문제]

5. 이차함수 $y=x^2-2x+4$ 의 그래프와 직선
 $y=x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의
범위는?

- ① $k < \frac{7}{4}$ ② $k > \frac{7}{4}$
③ $k \leq \frac{7}{4}$ ④ $k < -15$
⑤ $k > -15$

평가문제

[스스로 확인하기]

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계에 대하여 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 상수)

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 할 때

ㄱ. $D<0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.

ㄴ. $D=0$ 이면 한 점에서 만난다. (접한다.)

ㄷ. $D>0$ 이면 만나지 않는다.

- ① \perp
② \perp, \sqsubset
③ \neg, \perp
④ \neg, \sqsubset
⑤ \neg, \perp, \sqsubset

[스스로 확인하기]

7. 다음 중 이차함수의 그래프와 x 축이 만나지 않는 것은?

- ① $y = x^2 - 6x + 9$ ② $y = -x^2 + 4x - 4$
 ③ $y = -2x^2 - x - 1$ ④ $y = 2x^2 - 3x - 3$
 ⑤ $y = 2x^2 - 3x + 1$

[스스로 확인하기]

8. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프와 접하는 직선은?

- ① $y = -x - 6$ ② $y = -x + 3$
③ $y = x + 3$ ④ $y = x + 6$
⑤ $y = 2x + 1$

[스스로 확인하기]

9. 이차함수 $y = x^2 + 2ax - 2a + 1$ 의 그래프가 x 축과 접할 때, 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① 2 ② 1
③ 0 ④ -1
⑤ -2

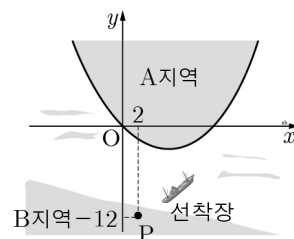
[스스로 확인하기]

10. 두 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$, $y = -x^2 + 4x + m$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + k$ 에 동시에 접할 때, 상수 k , m 에 대하여 $k + m$ 의 값은?

- ① -15 ② -13
③ -11 ④ -9
⑤ -7

[스스로 확인하기]

- 11.** 다음 그림은 어느 해안 지역을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 그림에서 A지역의 해안선은 이차함수 $y = \frac{1}{6}x^2 - x$ 의 그래프 모양이고, B지역에 있는 선착장의 위치는 P(2, -12)이다. 선착장 P지점에서 A지역을 향해 출발한 배는 직선으로만 이동한다고 한다. 배의 경로와 A지역의 해안선이 접할 때, 접점의 x 좌표를 모두 구한 후 더하면? (단, 배의 크기는 무시한다.)



- ① 4 ② 2
③ 0 ④ -2
⑤ -4

[스스로 마무리하기]

12. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 3$ 이 점 $(-1, 1)$ 에서 접할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 4 ② 6
③ 8 ④ 10
⑤ 12

유사문제

13. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

14. 이차함수 $y = -2x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 3$ 이 한 점에서 만나도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① -4 ② -2
③ 0 ④ 2
⑤ 4

15. 이차함수 $y = 2x^2 - 2x + 3a$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-3, b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② 0
③ 2 ④ 3
⑤ 5

16. 이차함수 $y = x^2 - 4x + a + 1$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 자연수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2$ 의 그래프가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 직선 $y = -2ax - b + 2k$ 에 접할 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 2
⑤ 3

18. 이차함수 $y = x^2 - ax - 2$ 의 그래프와 x 축이 만나는 두 점 사이의 거리가 4일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{3}$ ④ 4
⑤ $2\sqrt{5}$



정답 및 해설

1) [정답] ⑤

[해설] 상수인 a, b, c 에 대하여 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이어야한다.

$$(i) D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 8 = -7 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$(ii) \frac{D}{4} = 2^2 - (-1) \times (-4) = 0$$

따라서 x 축에 접한다.

$$(iii) D = (-1)^2 - 4 \times 2 \times 1 = -7 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$(iv) D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 = -31 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$(v) D = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 13 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

2) [정답] ②

[해설] 상수인 a, b, c 에 대하여 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 만나지 않으려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 실근을 가지지 않아야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac < 0$ 이어야한다.
 $-x^2 + 3x + k = 0$ 에서
 판별식 $D = 3^2 - 4 \times (-1) \times k = 4k + 9 < 0$
 $4k + 9 < 0$, 즉 $k < -\frac{9}{4}$

3) [정답] ④

[해설] 상수인 a, b, c, m, n 에 대하여 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 이 접하려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = mx + n$, 즉 $ax^2 + (b-m)x + (c-n) = 0$ 이 중근을 가져야하므로 판별식 $D = (b-m)^2 - 4 \times a \times (c-n) = 0$ 이어야한다.

$$(i) D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 20 > 0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(ii) \frac{D}{4} = 1^2 - (-1) \times 2 = 3 > 0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(iii) \frac{D}{4} = (-3)^2 - 2 \times 3 = 3 > 0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(iv) \frac{D}{4} = (-2)^2 - 2 \times 2 = 0$$

따라서 이차함수와 직선은 접한다.

$$(v) \frac{D}{4} = (-2)^2 - 3 \times 2 = -2 < 0$$

따라서 이차함수와 직선은 만나지 않는다.

4) [정답] ①

[해설] $y = -x + k$ 를 $y = x^2 - 7x + 5$ 에 대입하면

$$-x + k = x^2 - 7x + 5, \text{ 즉 } x^2 - 6x + 5 - k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times (5 - k) = k + 4 = 0$$

따라서 $k = -4$

5) [정답] ②

[해설] $y = x + k$ 를 $y = x^2 - 2x + 4$ 에 대입하면

$$x + k = x^2 - 2x + 4, \text{ 즉 } x^2 - 3x + 4 - k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (4 - k) = 4k - 7 > 0$$

따라서 $k > \frac{7}{4}$

6) [정답] ①

[해설] (i) 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이어야한다.

(ii) 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 접하려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 중근을 가져야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이어야한다.

(iii) 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 만나지 않으려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 실근을 가지지 않아야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac < 0$ 이어야한다.

7) [정답] ③

[해설] 상수인 a, b, c 에 대하여 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만나지 않으려면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 실근을 가지지 않아야하므로 판별식 $D = b^2 - 4ac < 0$ 이어야한다.

$$(i) \frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times 9 = 0$$

따라서 x 축에 접한다.

$$(ii) \frac{D}{4} = 2^2 - (-1) \times (-4) = 0$$

따라서 x 축에 접한다.

$$(iii) D = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times (-1) = -7 < 0$$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

$$(iv) D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 33 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$(v) D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

8) [정답] ①

[해설] 상수인 a, b, c, m, n 에 대하여 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 이

접하려면 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$, 즉 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$ 이 중근을 가져야하므로 판별식 $D=(b-m)^2-4\times a\times(c-n)=0$ 이어야한다.

$$(i) \frac{D}{4}=2^2-1\times 4=0$$

따라서 이차함수와 직선은 접한다.

$$(ii) \frac{D}{4}=2^2-1\times(-5)=9>0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(iii) \frac{D}{4}=1^2-1\times(-5)=6>0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(iv) \frac{D}{4}=1^2-1\times(-8)=9>0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

$$(v) D=1^2-4\times 1\times(-3)=13>0$$

따라서 이차함수와 직선은 두 점에서 만난다.

9) [정답] ⑤

[해설] $\frac{D}{4}=a^2-1\times(-2a+1)=a^2+2a-1=0$

즉 $a^2+2a-1=0$ 일 때, 이차함수의 그래프가 x 축에 접한다.

$a^2+2a-1=0$ 은 a 에 대한 이차방정식이므로 두 근의 합은 -2

10) [정답] ③

[해설] 상수인 a, b, c, m, n 에 대하여 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 이 접하려면 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$, 즉 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$ 이 중근을 가져야하므로 판별식 $D=(b-m)^2-4\times a\times(c-n)=0$ 이어야한다.

$$(i) y=x^2-2x-1, y=2x+k \text{의 판별식}$$

$$\frac{D_1}{4}=(-2)^2-1\times(-1-k)=k+5=0$$

$$\text{즉 } k=-5$$

$$(ii) y=-x^2+4x+m, y=2x-5 \text{의 판별식}$$

$$\frac{D_2}{4}=1^2-(-1)\times(m+5)=m+6=0$$

$$\text{즉 } m=-6$$

$$\text{따라서 } k+m=-11$$

11) [정답] ①

[해설] 점 $P(2, -12)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식을 $y=mx+b$ 라 하면

$$-12=2m+b, b=-2m-12$$

$$\text{즉 } y=mx-2m-12$$

이때 $\frac{1}{6}x^2-x=mx-2m-12$ 에서 이차방정식

$$\frac{1}{6}x^2-(m+1)x+2m+12=0 \text{의 판별식을 } D \text{라}$$

하면

$$D=\{-(m+1)\}^2-4\times\frac{1}{6}\times(2m+12)$$

$$=m^2+\frac{2}{3}m-7=(m-\frac{7}{3})(m+3)=0$$

$$\text{즉 } m=\frac{7}{3} \text{ 또는 } m=-3$$

$$(i) m=\frac{7}{3} \text{ 일 때, } \frac{1}{6}x^2-\frac{10}{3}x+\frac{50}{3}=0 \text{에서}$$

$$\frac{1}{6}(x-10)^2=0 \text{이므로 } x=10$$

$$(ii) m=-3 \text{ 일 때, } \frac{1}{6}x^2+2x+6=0 \text{에서}$$

$$\frac{1}{6}(x+6)^2=0 \text{이므로 } x=-6$$

따라서 접점의 x 좌표는 10, -6 이다.

12) [정답] ③

[해설] 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프와 직선 $y=2x+3$ 이 접하므로

이차방정식 $x^2+(a-2)x+b-3=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=(a-2)^2-4(b-3)$$

$$=a^2-4a-4b+16=0 \quad \dots\dots ㉠$$

한편 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로

$$1=(-1)^2-a+b, b=a \quad \dots\dots ㉡$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$a^2-4a-4a+16=0, a^2-8a+16=0$$

$$(a-4)^2=0, \text{ 즉 } a=4 \text{(중근)}$$

$$a=4 \text{를 } ㉡ \text{에 대입하면 } b=4$$

$$\text{따라서 } a+b=8$$

13) [정답] ②

[해설] 이차함수 $y=x^2-3x+k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식

$x^2-3x+k=0$ 의 판별식을 D 라고 하면 $D>0$ 이다.

$$D=9-4k>0, k<\frac{9}{4}$$

따라서 정수 k 의 최댓값은 2이다.

14) [정답] ⑤

[해설] $-2x^2+ax+1=2x+3$

$$2x^2+(2-a)x+2=0 \text{에서}$$

한 점에서 만날 조건은 $D=0$ 이므로

$$D=(2-a)^2-16=0$$

$$a^2-4a-12=0$$

따라서 모든 a 의 값의 합은 4이다.

15) [정답] ①

[해설] $2x^2-2x+3a=0$ 의 두 근이 $-3, b$ 이므로 두 근의 합: $-3+b=1, b=4$

두 근의 곱: $-3b = \frac{3a}{2}, \quad a = -8$

$\therefore a + b = -4$

16) [정답] ②

[해설] $x^2 - 4x + a + 1 = 0$

$D/4 = 4 - (a + 1) > 0$ 이므로 $a < 3$

따라서 자연수 a 의 개수는 2이다.

17) [정답] ②

[해설] $x^2 - 2kx + k^2 = -2ax - b + 2k$

$x^2 + 2(a - k)x + k^2 - 2k + b = 0$ 에서

접할 조건은 $D = 0$ 이므로

$D/4 = (a - k)^2 - (k^2 - 2k + b) = 0$

$2(1 - a)k + a^2 - b = 0$

k 에 대한 항등식이므로

$1 - a = 0, \quad a^2 - b = 0$

$a = 1, \quad b = 1$

$\therefore a - b = 0$

18) [정답] ②

[해설] 이차함수의 그래프와 x 축이 만나는 교점의

x 좌표는 이차방정식의 실근과 같다.

방정식 $x^2 - ax - 2 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 라

고 하면 함수 $y = x^2 - ax - 2$ 의 그래프와 x 축이 만나는 두 점 사이의 거리가 4이므로 $\alpha - \beta = 4$ 이다.

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = a, \quad \alpha\beta = -2$ 이

므로 $(\alpha + \beta)^2 = (\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta$ 에서

$a^2 = 8 \quad \therefore a = 2\sqrt{2}$