## 01 이항분포

(1) 이항분포 : 한 번의 시행에서 사건 $A$가 일어날 확률을 $p$, 일어나지 않을 확률을 $q(=1-p)$라 하고 $n$번의 독립시행에서 사건 $A$가 일어나는 횟수를 $X$라고 하면 $X$는 $0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$의 값을 갖는 확률변수이고, $X$의 확률질량함수는
$\mathrm{P}(X=x)={}_n\mathrm{C}_x\, p^x q^{n-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$이다.
이와 같은 확률변수 $X$의 확률분포를 이항분포라 하고, 기호로 $\mathrm{B}(n,\ p)$와 같이 나타낸다.

◪ 다음 확률변수 $\mathrm{X}$ 중에서 그 확률분포가 이항분포인 것을 찾고, 이항분포인 것은 $\mathrm{B}(n,\ p)$의 꼴로 나타내어라.

**1.** $5$개의 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수 $\mathrm{X}$

**2.** $6$개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수 $X$

**3.** $10$개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 나오는 동전의 개수 $\mathrm{X}$

**4.** 명중률이 $\frac{1}{3}$인 양궁 선수가 $7$발의 화살을 쏠 때, 과녁에 명중하는 화살의 개수 $\mathrm{X}$

**5.** 주사위를 $50$번 던질 때, $3$의 배수의 눈이 나오는 횟수 $X$

**6.** 주사위를 $100$번 던질 때, $3$의 배수의 눈이 나오는 횟수 $\mathrm{X}$

**7.** 검은 구슬 $2$개와 흰 구슬 $5$개 중에서 임의로 $2$개의 구슬을 한 개씩 차례대로 꺼낼 때, 흰 구슬의 개수 $X$

**8.** 흰 공 $3$개와 검은 공 $5$개가 들어 있는 주머니에서 임의로 $4$개의 공을 한 개씩 차례대로 꺼낼 때 나오는 검은 공의 개수 $\mathrm{X}$

**9.** $2$개의 당첨 제비가 들어 있는 $10$개의 제비 중에서 임의로 $2$개의 제비를 한 개씩 차례대로 뽑을 때, 나오는 당첨 제비의 개수 $\mathrm{X}$

◪ 확률변수 $\mathrm{X}$가 이항분포 $\mathrm{B}\left(9,\ \frac{1}{2}\right)$을 따를 때, 다음 물음에 답하여라.

**10.** $\mathrm{X}$의 확률질량함수를 구하여라.

**11.** $\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)$을 구하여라.



I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 자유투 성공률이 $0.6$인 어떤 농구 선수가 $5$번의 자유투를 시도할 때, 성공한 횟수를 확률변수 $\mathrm{X}$라 하자. 다음 물음에 답하여라.

**12.** $\mathrm{B}(n,\ p)$의 꼴로 나타내어라.

**13.** $\mathrm{X}$의 확률질량함수를 구하여라.

**14.** $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)$를 구하여라.

◪ 한 개의 동전을 $10$번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $\mathrm{X}$라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

**15.** $\mathrm{B}(n,\ p)$의 꼴로 나타내어라.

**16.** $\mathrm{X}$의 확률질량함수를 구하여라.

**17.** 앞면이 $4$번 나올 확률을 구하여라.

◪ 서로 다른 $2$개의 동전을 동시에 던지는 시행을 $4$회 반복할 때, $2$개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

**18.** $B(n, p)$의 꼴로 나타내어라.

**19.** $X$의 확률질량함수를 구하여라.

**20.** $P(X=2)$를 구하여라.

## 02 이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때,

(1) $X$의 평균 : $\mathrm{E}(X)=np$

(2) $X$의 분산 : $\mathrm{V}(X)=npq$ (단, $q=1-p$)

(3) $X$의 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{npq}$ (단, $q=1-p$)

참고 확률변수 $X$의 확률이 독립시행의 확률로 나누어지면 $X$는 이항분포를 따르며 이때 시행 횟수 $n$과 한 번의 시행에서 어떤 사건이 일어날 확률 $p$를 구하여 $\mathrm{B}(n,\ p)$로 나타낸다.

◪ 확률변수 $\mathrm{X}$가 다음과 같은 이항분포를 따를 때, $\mathrm{X}$의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.

**21.** $B\left(3,\ \dfrac{1}{2}\right)$

**22.** $B\left(10,\ \dfrac{2}{5}\right)$

**23.** $B(10,\ 0.2)$

**24.** $B\left(36,\ \dfrac{1}{2}\right)$

**25.** $B\left(63,\ \dfrac{1}{3}\right)$

**26.** $B\left(100,\ \dfrac{1}{2}\right)$

**27.** $B\left(150,\ \dfrac{2}{5}\right)$

**28.** $B\left(128,\ \dfrac{3}{4}\right)$

**29.** $B\left(720,\ \dfrac{1}{6}\right)$


I410-ECN-0199-2019-001-000244110

◪ 한 개의 주사위를 45번 던졌을 때, 6의 약수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음을 구하여라.

**30.** 평균 $\mathrm{E}(\mathrm{X})$

**31.** 분산 $\mathrm{V}(\mathrm{X})$

**32.** 표준편차 $\sigma(\mathrm{X})$

◪ 1개의 동전을 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 $X$라고 할 때, 다음을 구하여라.

**33.** 평균 $E(X)$

**34.** 분산 $V(X)$

**35.** 표준편차 $\sigma(X)$

◪ 다음 물음에 답하여라.

**36.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(40, \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $E(X)$의 값

**37.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, $V(X)$의 값

**38.** 이항분포 $B(10, p)$를 따르는 확률변수 $X$의 평균이 5일 때, $E(X^2)$의 값

**39.** 이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수 $X$의 평균이 20, 표준편차가 4일 때, $n$의 값

**40.** 이항분포 $B(n, \frac{1}{4})$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $X^2$의 평균이 19일 때, $n$의 값

**41.** 이항분포 $B(n, p)$를 따르는 확률변수 $X$의 평균과 분산이 각각 $E(X)=50$, $V(X)=25$일 때, $n$과 $p$의 값

**42.** 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르는 확률변수 $X$의 평균과 분산이 각각 $\mathrm{E}(X)=40$, $\mathrm{V}(X)=30$일 때, $n$과 $p$의 값

**43.** 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때, 확률변수 X의 평균이 20, 분산이 16이라고 할 때, $n$과 $p$의 값

**44.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{45}C_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{45-x}$ (단, $x=0, 1, \cdots, 45$)

일 때, $V(X)$의 값

**45.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{36}C_x\left(\frac{5}{6}\right)^x\left(\frac{1}{6}\right)^{36-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 36)$

일 때, $E(X)$의 값

**46.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{100}C_x \cdot \frac{4^x}{5^{100}}$ $(x=0, 1, 2, \cdots, 100)$

일 때, $V(X)$의 값

**47.** 확률변수 $X$의 확률질량함수가

$P(X=x)={}_{30}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{30-x}$ $(x=0, 1, 2, \cdots, 30)$

일 때, $E(X)$와 $V(X)$의 값

◪ 다음 물음에 답하여라.

**48.** 한 개의 주사위를 $30$번 던져서 $6$의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $\mathrm{X}$라 할 때, $\mathrm{X}$의 평균과 표준편차를 구하여라.

**49.** 타율이 $3$할인 야구 선수가 네 번의 타석에서 안타를 칠 횟수를 확률변수 $\mathrm{X}$라 할 때, $\mathrm{X}$의 평균과 표준편차를 구하여라.

**50.** 발아율이 $20\%$인 씨앗 $5000$개를 뿌려 발아하는 씨앗의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 평균을 구하여라.

**51.** 발아율이 $0.8$인 씨앗 $100$개를 심어서 발아된 씨앗의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 분산을 구하여라.

**52.** 한 개의 주사위를 $40$번 던져서 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 표준편차를 구하여라.

**53.** 주머니에 파란 공 $3$개와 흰 공 $2$개가 있다. 이 중에서 한 개의 공을 꺼내고 다시 되돌려 놓는 시행을 $100$번 반복하여 흰 공이 나오는 횟수를 $X$라 할 때, 확률변수 $X$의 분산을 구하여라.

**54.** 흰 공 $8$개와 검은 공 $2$개가 들어 있는 주머니에서 $1$개의 공을 꺼내어 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는 시행을 $100$회 반복하여 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 분산을 구하여라.

**55.** 두 개의 주사위를 $180$번 던지는 시행에서 나오는 두 눈의 수의 곱이 소수가 되는 횟수를 확률변수 $\mathrm{X}$라 할 때, 확률변수 $\mathrm{X}$의 표준편차를 구하여라.

**56.** 치료율이 $60\%$인 주사약을 $1000$명의 환자에게 놓았을 때, 치유된 환자의 수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 표준편차를 구하여라.

**57.** 두 사람 $A$, $B$가 가위바위보를 $15$번 할 때, $A$가 이기는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X^2$의 평균을 구하여라.

**58.** 서로 다른 두 개의 주사위를 $6$번 던지는 시행에서 두 눈의 수의 합이 $3$의 배수가 되는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 표준편차를 구하여라.

**59.** 한 개의 주사위를 $n$번 던지는 시행에서 $3$의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 평균은 $E(X)=9$일 때, $X^2$의 평균을 구하여라.

**60.** $A$공장에서 제작하는 사탕은 $3$개 중 $1$개의 비율로 불량품이 있고, 상자를 포장하는 포장지는 $4$개 중 $1$개의 비율로 불량품이 있다고 한다. $90$개 상자 각각에 사탕을 $2$개씩 넣어 포장할 때, 사탕과 포장지 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수 $X$라 할 때, $X$의 분산을 구하여라.

◪ 다음 물음에 답하여라.

**61.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, 확률변수 $\sigma(3X-4)$의 값

**62.** 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $E(X^2)=13$일 때, $E(4X-7)$의 값

**63.** 이항분포 $B(10,\ p)$를 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $E(2X+3)=13$일 때, $E(X^2)$의 값

**64.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B(200,\ p)$를 따르고 $X$의 평균이 $40$일 때, $\sigma(2X+5)$의 값

**65.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르고 $P(X=1)=4P(X=0)$일 때, $\sigma(2X-1)$의 값

**66.** 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$을 따르고, 확률변수 $Y=\frac{1}{2}X-5$라 하자. $E(Y^2)$의 값

**67.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고, $\mathrm{E}(2X-4)=68$, $\mathrm{V}(2X-4)=48$일 때, 자연수 $n$의 값

◪ 다음 물음에 답하여라.

**68.** 한 개의 주사위를 $40$번 던질 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 이때 확률변수 $3X-1$의 평균을 구하여라.

**69.** 동전 $2$개를 동시에 $100$번 던질 때, 모두 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 할 때, $2X+3$의 평균을 구하여라.

**70.** $20$개의 동전을 동시에 던질 때, 뒷면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 $X$라고 할 때 $\frac{1}{5}X+1$의 분산을 구하여라.

**71.** 어떤 핸드볼 선수의 슛 성공률은 $90\%$이고 선수가 한 시합에서 $10$회의 슛을 던질 때, 슛을 성공하는 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. $-10X+10$의 분산을 구하여라.

**72.** 어느 사격 선수는 $10$번 중에서 $6$번의 비율로 과녁에 명중시킨다고 한다. 이 선수가 $5$발을 쏠 때, 과녁에 명중시킨 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. 이때 $2X-3$의 평균을 구하여라.

**73.** 주머니 안에 흰 공 $3$개, 검은 공 $6$개가 들어있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼내 공의 색을 확인한 후 다시 주머니 안에 넣는 시행을 $6$번 반복할 때, 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하자. 이 때, $3X+1$의 분산을 구하여라.

**74.** 흰 구슬 $3$개와 붉은 구슬 $5$개가 들어 있는 주머니에서 임의로 구슬 $1$개를 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 $4$번 반복할 때, 흰 구슬이 나오는 횟수를 $X$라고 하자. 이때 확률변수 $12X-5$의 평균을 구하여라.

**75.** 상자 안에 흰 공이 $1$개, 검은 공이 $2$개, 노란 공이 $3$개 들어 있다. 이 상자에서 임의로 $1$개의 공을 꺼내어 공의 색을 확인한 다음 다시 넣는 시행을 $18$회 반복할 때, 검은 공이 나온 횟수를 확률변수 $X$라 하자. $-3X+2$의 표준편차를 구하여라.

**76.** $100$원짜리 동전 $2$개를 동시에 던지는 시행을 $20$번 반복할 때, 두 개 모두 같은 면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라고 하자. 확률변수 $Y$가 $Y=(2X-1)^2$일 때, $Y$의 평균을 구하여라.

**77.** 자연수 전체의 집합의 세 부분집합 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{5,6,7,8\}$, $C=\{9,10,11,12\}$가 있다. 세 집합에서 임의로 원소를 각각 한 개씩 뽑을 때, 뽑은 세 수 중에서 $4$의 배수의 개수를 확률변수 $X$라 하자. $-4X+3$의 표준편차를 구하여라.

**78.** 좌표평면 위의 원점에서 출발하는 점 $P(x,y)$는 주사위를 던져 $1$, $2$, $3$, $4$의 눈이 나오면 $x$축의 방향으로 $1$만큼, $5$, $6$의 눈이 나오면 $y$축의 방향으로 $1$만큼 움직인다. 주사위를 $20$번 던질 때, 점 $P$의 $x$좌표를 확률변수 $X$라고 하고 점 $P$의 $y$좌표를 확률변수 $Y$라고 할 때, $E(3X)+V(3Y-5)$의 값을 구하여라.

정답 및 해설

1) $B\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$

⇨ 동전을 던지는 시행은 독립시행이므로

X는 이항분포 $B\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

2) $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$

⇨ 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이므로

앞면이 나오는 동전의 개수 $X$는

이항분포 $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

3) $B\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$

⇨ 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이므로

뒷면이 나오는 동전의 개수 X는

이항분포 $B\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

4) $B\left(7,\ \frac{1}{3}\right)$

⇨ 명중률이 $\frac{1}{3}$이므로

과녁에 명중하는 화살의 개수 X는

이항분포 $B\left(7,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

5) $B\left(50, \frac{1}{3}\right)$

⇨ 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

3의 배수의 눈이 나오는 횟수 $X$는

이항분포 $B\left(50, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

6) $B\left(100,\ \frac{1}{3}\right)$

⇨ 주사위를 던지는 시행은 독립시행이고

3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

X는 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

7) 이항분포가 아니다.
⇨ 구슬 2개를 꺼낼 때, 처음 1개를 꺼내는 시행과 다음에 1개를 뽑는 시행은 서로 독립이 아니므로 이항분포를 따르지 않는다.

8) 이항분포가 아니다.

9) 이항분포가 아니다.
⇨ 2개의 제비를 1개씩 차례대로 뽑을 때, 첫 번째 제비를 뽑는 시행과 두 번째 제비를 뽑는 시행은 서로 독립이 아니므로 이항분포를 따르지 않는다.

10) $\begin{cases} {}_9\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=0) \\ {}_9\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{9-x} & (x=1,\ 2,\ \cdots,\ 8) \\ {}_9\mathrm{C}_9\left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=9) \end{cases}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)=\begin{cases} {}_9\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=0) \\ {}_9\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{9-x} & (x=1,\ 2,\ \cdots,\ 8) \\ {}_9\mathrm{C}_9\left(\frac{1}{2}\right)^9 & (x=9) \end{cases}$

11) $\frac{21}{128}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)={}_9\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{21}{128}$

12) $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{3}{5}\right)$

⇨ X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{3}{5}\right)$을 따른다.

13) $\begin{cases} {}_5\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{5}\right)^5 & (x=0) \\ {}_5\mathrm{C}_x\left(\frac{3}{5}\right)^x\left(\frac{2}{5}\right)^{5-x} & (x=1,\ 2,\ 3,\ 4) \\ {}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{3}{5}\right)^5 & (x=5) \end{cases}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)=\begin{cases} {}_5\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{5}\right)^5 & (x=0) \\ {}_5\mathrm{C}_x\left(\frac{3}{5}\right)^x\left(\frac{2}{5}\right)^{5-x} & (x=1,\ 2,\ 3,\ 4) \\ {}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{3}{5}\right)^5 & (x=5) \end{cases}$

14) $\frac{144}{625}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)={}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{144}{625}$

15) $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$

16) ${}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 10)$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)={}_{10}C_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}={}_{10}C_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

$(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 10)$

17) $\frac{105}{512}$

⇨ $\mathrm{P}(\mathrm{X}=4)={}_{10}\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{105}{512}$

18) $B\left(4,\ \frac{1}{4}\right)$

⇨ 2개 모두 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이므로
2개 모두 앞면이 나오는 횟수 $X$는
이항분포 $B\left(4,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

19) $P(X=x)={}_4\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{4-x}\quad(x=0,1,2,3,4)$

20) $\frac{27}{128}$

⇨ $P(X=2)={}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$

21) $E(X)=\frac{3}{2},\ V(X)=\frac{3}{4},\ \sigma(X)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

⇨ $E(X)=3\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$
$V(X)=3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$
$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

22) $E(X)=4,\ V(X)=\frac{12}{5},\ \sigma(X)=\frac{2\sqrt{15}}{5}$

⇨ $E(X)=10\times\frac{2}{5}=4$
$V(X)=10\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{5}$
$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{12}{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$

23) $\mathrm{E(X)}=2,\ \mathrm{V(X)}=1.6,\ \sigma=\sqrt{1.6}$
⇨ $E(X)=10\times0.2=2$
$V(X)=10\times0.2\times0.8=1.6$
$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{1.6}$

24) $E(X)=18,\ V(X)=9,\ \sigma(X)=3$

⇨ $E(X)=36\cdot\frac{1}{2}=18$
$V(X)=36\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=9$
$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{9}=3$

25) $\mathrm{E(X)}=21,\ \mathrm{V(X)}=14,\ \sigma(\mathrm{X})=\sqrt{14}$

⇨ $\mathrm{E(X)}=63\times\frac{1}{3}=21$
$\mathrm{V(X)}=63\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=14$
$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{14}$

26) $\mathrm{E(X)}=50,\ \mathrm{V(X)}=25,\ \sigma(\mathrm{X})=5$

⇨ $E(X)=100\times\frac{1}{2}=50$
$V(X)=100\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=25$
$\sigma(X)=\sqrt{25}=5$

27) $\mathrm{E(X)}=60,\ \mathrm{V(X)}=36,\ \sigma(\mathrm{X})=6$

⇨ $\mathrm{E(X)}=150\times\frac{2}{5}=60$
$\mathrm{V(X)}=150\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=36$
$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=6$

28) $\mathrm{E(X)}=96,\ \mathrm{V(X)}=24,\ \sigma(\mathrm{X})=2\sqrt{6}$

⇨ $\mathrm{E(X)}=128\times\frac{3}{4}=96$
$\mathrm{V(X)}=128\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=24$
$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

29) $E(X)=120,\ V(X)=100,\ \sigma(X)=10$

⇨ $E(X)=n\times p=720\times\frac{1}{6}=120,$
$V(X)=n\times p\times(1-p)=720\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=100$
$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=10$

30) 30

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(45,\ \frac{2}{3}\right)$를 따르므로
$\mathrm{E(X)}=45\times\frac{2}{3}=30$

31) 10

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(45,\ \frac{2}{3}\right)$를 따르므로
$\mathrm{V(X)}=45\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=10$

32) $\sqrt{10}$

⇨ 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(45,\ \frac{2}{3}\right)$를 따르므로
$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\mathrm{V(X)}}=\sqrt{10}$

33) 50

⇨ 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이므로
앞면이 나오는 동전의 개수 $X$는
이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.
$\therefore E(X)=100\times\frac{1}{2}=50$

34) 25

⇨ $V(X)=100\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=25$

35) 5

⇨ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{25}=5$

36) 10

37) $\frac{16}{5}$

38) $\frac{55}{2}$

⇨ $E(X)=10\times p=5$이므로 $p=\frac{1}{2}$

$V(X)=10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=\frac{5}{2}+5^2=\frac{55}{2}$

39) 100

⇨ $E(X)=np=20$ …… ㉠

$V(X)=np(1-p)=16$ …… ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$20(1-p)=16,\ 1-p=\frac{4}{5}\quad\therefore p=\frac{1}{5}$

$p=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면 $\frac{1}{5}n=20$

$\therefore n=100$

40) 16

⇨ 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(n,\frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=n\times\frac{1}{4}=\frac{n}{4}$,

$V(X)=n\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3n}{16}$

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$

$\frac{3n}{16}+\left(\frac{n}{4}\right)^2=19,\quad n^2+3n-304=0$

$(n+19)(n-16)=0$

$\therefore n=16$

41) $n=100,\ p=\frac{1}{2}$

42) $n=160,\ p=\frac{1}{4}$

43) $n=100,\ p=\frac{1}{5}$

⇨ X의 평균이 20, 분산이 16이므로

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=np=20$이고, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=np(1-p)=16$에서

$20(1-p)=16,\ 1-p=\frac{4}{5}$

$\therefore\ p=\frac{1}{5}$

이를 $np=20$에 대입하면 $n\times\frac{1}{5}=20$

$\therefore\ n=100$

44) 10

45) 30

46) 16

47) $E(X)=10,\ V(X)=\frac{20}{3}$

⇨ 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(30,\frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=30\times\frac{1}{3}=10$

$V(X)=30\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$

48) $\mathrm{E}(\mathrm{X})=5,\ \sigma(\mathrm{X})=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

⇨ 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 6의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이므로 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(30,\frac{1}{6}\right)$을 따른다.

따라서 평균과 표준편차를 구하면

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=np=30\times\frac{1}{6}=5$

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=np(1-p)=5\times\frac{5}{6}=\frac{25}{6}$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{\frac{25}{6}}=\frac{5}{\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

49) $\mathrm{E}(\mathrm{X})=1.2,\ \sigma(\mathrm{X})=\sqrt{0.84}$

⇨ 타율이 3할이면 안타를 칠 확률이 0.3이므로

X는 이항분포 $\mathrm{B}(4,\ 0.3)$을 따른다.

$\mathrm{E}(\mathrm{X})=np=4\times0.3=1.2$

$\mathrm{V}(\mathrm{X})=np(1-p)=1.2\times0.7=0.84$

$\sigma(\mathrm{X})=\sqrt{0.84}$

50) 1000

⇨ 발아율이 20%이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(5000,\frac{1}{5}\right)$을 따른다.

$\therefore E(X)=5000\times\frac{1}{5}=1000$

51) 16

⇨ 발아된 씨앗의 개수를 확률변수 $X$라 하면

확률변수 $X$는 이항분포 $B(100,0.8)$을 따르므로

$E(X)=100\times0.8=80$

$V(X)=100\times0.8\times0.2=16$

52) $\sqrt{10}$

⇨ 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 수가 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 $X$는

이항분포 $B\left(40,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\therefore\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{40\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$

53) 24

54) 16

⇨ 흰 공이 나올 확률이 $\frac{4}{5}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(100, \frac{4}{5}\right)$를 따른다.

$\therefore V(X)=100\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=16$

55) 5

⇨ 두 개의 주사위에서 나오는 두 수의 곱이 소수가 되기 위해서는 하나의 주사위에서는 1의 눈이 나와야 되고, 다른 하나의 주사위에서 소수의 눈이 나와야 하며, 가능한 경우를 순서쌍으로 나타내보면 $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,5)$, $(2,1)$, $(3,1)$, $(5,1)$이다.

따라서 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(180, \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$

$V(X)=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=25$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{25}=5$

56) $4\sqrt{15}$

⇨ 치료율이 60%이므로 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(1000, \frac{3}{5}\right)$을 따른다.

$V(X)=1000\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=240$

$\therefore\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{240}=4\sqrt{15}$

57) $\frac{85}{3}$

⇨ $A$가 이길 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(15, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

$E(X)=15\times\frac{1}{3}=5$, $V(X)=15\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$

이므로 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=\frac{10}{3}+5^2=\frac{85}{3}$

58) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

⇨ 두 개의 주사위의 눈의 수의 합이

3의 배수의 수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

$\therefore\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{6\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

59) 87

⇨ 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

$E(X)=9$이므로 $n\times\frac{1}{3}=9$ $\therefore n=27$

$V(X)=27\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=6$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=6+9^2=87$

60) 20

⇨ 사탕이 합격품일 확률은 $\frac{2}{3}$이고

포장지가 합격품일 확률은 $\frac{3}{4}$이므로

사탕 2개와 포장지가 모두 합격품일 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{3}$이다.

따라서 사탕 2개와 포장지 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수 $X$라 하면 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(90, \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=90\times\frac{1}{3}=30$

$V(X)=90\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=20$

61) 12

⇨ 확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$을 따르므로

$E(X)=100\cdot\frac{1}{5}=20$

$V(X)=100\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}=16$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{16}=4$

$\therefore\sigma(3X-4)=3\cdot 4=12$

62) 6

⇨ $E(X)=n\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}n$

$V(X)=n\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}n$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$이므로

$\frac{3}{16}n=13-\left(\frac{1}{4}n\right)^2$, $n^2+3n-208=0$

$(n+16)(n-13)=0$

$\therefore n=13$

따라서 $E(X)=13\times\frac{1}{4}=\frac{13}{4}$이므로

$E(4X-7)=4E(X)-7=4\times\frac{13}{4}-7=6$

63) $\frac{55}{2}$

64) $8\sqrt{2}$

65) 3

⇨ 확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$P(X=1)={}_nC_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}=n\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

$P(X=0)={}_nC_0\left(\frac{3}{4}\right)^n=\left(\frac{3}{4}\right)^n$

에서 $n\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}=4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^n$

$\frac{n}{4}=4\cdot\frac{3}{4}$

$\therefore n=12$

따라서 $\sigma(X)=\sqrt{12\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}}=\frac{3}{2}$이므로

$\sigma(2X-1)=2\cdot\frac{3}{2}=3$

66) 29

⇨ $X\sim N(20,4^2)$

$E(X^2)-20^2=16$

$\therefore E(\frac{1}{4}X^2-5X+25)=\frac{1}{4}E(X^2)-5E(X)+25=29$

67) 54

68) 59

69) 53

70) $\frac{1}{5}$

⇨ 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(20,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$V(X)=20\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=5$

$\therefore V\left(\frac{1}{5}X+1\right)=\left(\frac{1}{5}\right)^2V(X)=\frac{1}{25}\times5=\frac{1}{5}$

71) 90

⇨ 핸드볼 선수가 슛을 성공할 확률은

$\frac{90}{100}=\frac{9}{10}$이므로 확률변수 $X$는

이항분포 $B\left(10,\ \frac{9}{10}\right)$를 따른다.

따라서 $V(X)=10\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$이므로

$V(-10X+10)=100\,V(X)=100\cdot\frac{9}{10}=90$

72) 3

⇨ 과녁에 명중시킬 확률이 $\frac{3}{5}$이므로

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(5,\ \frac{3}{5}\right)$을 따른다.

$E(X)=3$

$\therefore E(2X-3)=3$

73) 12

⇨ 흰 공이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하면

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(6,\frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=6\times\frac{1}{3}=2$

$V(X)=6\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$

$V(3X+1)=9\,V(X)=9\times\frac{4}{3}=12$

74) 13

⇨ $P(X=x)={}_4C_x\left(\frac{3}{8}\right)^x\left(\frac{5}{8}\right)^{4-x}\ (x=0,1,2,3,4)$이므로

흰 구슬이 나오는 횟수를 확률변수 $X$라 하면

확률변수 $X$는 이항분포 $B\left(4,\frac{3}{8}\right)$을 따르므로

$E(X)=4\times\frac{3}{8}=\frac{3}{2}$

$E(12X-5)=12\times\frac{3}{2}-5=13$

75) 6

76) 381

⇨ 두 개의 동전이 같은 면이 나오는 횟수를

확률변수 $X$라 하면 확률변수 $X$는

이항분포 $B\left(20,\frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=20\times\frac{1}{2}=10$

$V(X)=20\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=5$

에서 $E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=5+10^2=105$

$\therefore E(Y)=E(4X^2-4X+1)=4E(X^2)-4E(X)+1$
$=4\times105-4\times10+1=381$

77) 3

⇨ 각 집합에서 4의 배수를 뽑을 확률은 $\frac{1}{4}$로

동일하므로 $X\sim B\left(3,\frac{1}{4}\right)$이다.

$\sigma(X)=\sqrt{3\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}=\frac{3}{4}$

$\therefore \sigma(-4X+3)=4\sigma(X)=3$

78) 80

⇨ 주사위를 한 번 던졌을 때 $x$축의 방향으로

움직일 확률은 $\frac{2}{3}$, $y$축의 방향으로 움직일 확률은

$\frac{1}{3}$ 이다. 즉, 20번을 던졌을 때 $x$축으로 움직이는 횟수가 $X$, $y$축으로 움직이는 횟수가 $Y$이므로

$X \sim B\left(20, \frac{2}{3}\right)$, $Y \sim B\left(20, \frac{1}{3}\right)$이다.

$\therefore E(3X)+V(3Y-5)$

$=3E(X)+3^2V(Y)=3\cdot 20\cdot \frac{2}{3}+3^2\cdot 20\cdot \frac{1}{3}\cdot \frac{2}{3}$

$=40+40=80$