





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1-2.로그

- 1) 제작연월일: 2020-03-10
- 2) 제작자 : 교육지대㈜
- 3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

개념check

[로그의 정의]

- a>0, $a\neq 1$ 일 때, 양수 N에 대하여
- (1) 로그 $(\log_a N)$: $a^x = N$ 을 만족시키는 실수 x
- (2) 로그의 밑과 진수의 조건
- ① 밑의 조건 : a>0, $a\neq 1$
- ② 진수의 조건 : $N \! > \! 0$



[로그의 성질]

- a > 0, $a \neq 1$, M > 0, N > 0일 때
- ① $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- $\bigcirc \log_a MN = \log_a M + \log_a N$
- ④ $\log_a M^k = k \log_a M$ (단, k는 실수)

[로그의 밑의 변환 공식]

- a > 0, a ≠ 1, b > 0일 때
- ① $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_a a}$ (단, c > 0, $c \neq 1$) ② $\log_a b = \frac{1}{\log_a a}$ (단, $b \neq 1$)

[로그의 여러 가지 성질]

- a > 0, $a \neq 1$, b > 0일 때
- ① $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ (단, $b \neq 1$)
- ② $\log_a m b^n = \frac{n}{m} \log_a b$ (단, m, n은 실수, $m \neq 0$)
- ③ $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ (단, c > 0, $c \neq 1$)

[로그의 정수 부분과 소수 부분]

- a>0, a≠1, N>0일 때
- 정수 n에 대하여 $n < \log_a N < n + 1$ 인 경우
- ① $\log_a N$ 의 정수 부분: n
- ② $\log_a N$ 의 소수 부분: $\log_a N n$

기본문제

- ${f 1.}$ $2^6=64$ 를 로그를 사용하여 나타내면 $\log_a b=c$, $10g_327=3$ 을 지수를 사용하여 나타내면 $p^q=r$ 이 된다. 이때, b-(ap+cq+r)의 값은?
 - 10
- 2 11
- 3 12
- (4) 13
- **⑤** 14

단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법

- **2.** $\log_a 81 = 4$, $\log_2 b = 5$, $\log_4 64 = c$ **\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow** 의 값은?
 - 1 40
- 2 41
- 3)42
- **(4)** 43
- (5) 44

[문제]

- 다음 중 옳지 않은 것을 고르시오.
 - ① $\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$
- $2 \log_{0.1} 1000 = -3$
- $3 \log_{\sqrt{2}} 8 = 4$
- $4 \log_{\frac{1}{2}} 9 = -2$

[문제]

- **4.** $\log_{12}8 + \log_{12}2 + \log_{12}9$ 의 값을 a라 하고, $\log_6 \sqrt{54} - \log_6 3$ 의 값을 b라 할 때, ab의 값은?
 - 1 1
- (2) 2

③ 3

(4) 4

(5) 5

[예제]

5. $\frac{1}{2}\log_6 3 - 2\log_5 \sqrt{10}$ 의 값을 a라 하고,

 $\log_5 \frac{1}{2} - \log_6 \sqrt{2}$ 의 값을 b라 할 때, a-b의 값은?

- (1) 1
- $2 \frac{1}{2}$
- **3** 0

(5) 1

[문제]

- 6. 다음 식을 계산한 값이 1이 <u>아닌</u> 것을 고르시오.
 - ① $\frac{1}{3}\log_2\frac{8}{7} + \log_2\sqrt[3]{7}$
 - ② $2\log_5\sqrt{45} \log_5\frac{9}{125}$
 - $3 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \log_{10} 2500 + \log_{10} 6 \log_{10} 3 \right)$

- $\log_{16} 8 = a$, $\log_{\frac{1}{a}} 9 = b$ 일 때, $\log_{(-ab)} \frac{a}{3}$ 의 값은?
 - $\bigcirc -2$

- 3 0
- **4**) 1

⑤ 2

[문제]

- log₃15×log₅15-log₃5-log₅3 의 값은?
 - 1 1

② 2

③ 3

4

⑤ 5

- 9. $\log_6 2 = a$, $\log_5 6 = b$ 일 때, $\log_5 40$ 을 a, b로 나타 내시오.
 - (1) $a^3 + b$
- $\bigcirc \frac{a^3}{h}$
- ③ 3a+b
- \bigcirc $\frac{3a}{b}$
- $\bigcirc 3ab + 1$

- $10. \quad \log_{10} 2 = a, \; \log_{10} 3 = b$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

 - ① $\log_{10}18 = a + 2b$ ② $\log_{2}24 = \frac{3a + b}{a}$

 - ③ $\log_{27}\sqrt{8} = \frac{a}{2b}$ ④ $\log_5 108 = \frac{2a+3b}{1-a}$

평가문제

[스스로 확인하기]

11. 다음 중 빈 칸에 들어갈 것으로 알맞은 것을 <u>모</u> 두 고르면?

a > 0, $a \neq 1$, M > 0, N > 0일 때

- (1) $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- (2) $\log_a MN = \boxed{ (7)}$
- (3) $\log_a \frac{M}{N} =$ (나)
- (4) $\log_a M^k =$ (다) (단, k는 실수)
- ① (7) $\log_a M \times \log_a N$
- ② (7) $\log_a M + \log_a N$
- $\Im (\ensuremath{ \cup{4}}) \log_a M \log_a N \qquad \ensuremath{ \cup{4}} \ensuremath{ \cup{4}} \ensuremath{ \cup{4}} \ensuremath{ \cup{4}} \frac{\log_a M}{\log_a N}$
- ⑤ (다) $(\log_a M)^k$

[스스로 확인하기]

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

①
$$3^5 = 243 \iff \log_2 243 = 5$$

$$2^{-4} = \frac{1}{16} \iff \log_2 \frac{1}{16} = -4$$

$$4 \cdot 10^0 = 1 \iff \log_{10} 1 = 0$$

(5)
$$13^{\frac{1}{2}} = \sqrt{13} \iff \log_{\sqrt{13}} 13 = \frac{1}{2}$$

[문제]

[스스로 확인하기]

13. 다음 식의 값은?

$$\left(\log_3 \frac{1}{2} - \log_3 \frac{3}{2}\right) + \left(\log_3 \frac{3}{4} - \log_3 \frac{5}{4}\right) + \left(\log_3 \frac{5}{6} - \log_3 \frac{7}{6}\right) \\ + \dots + \left(\log_3 \frac{23}{24} - \log_3 \frac{25}{24}\right) + \left(\log_3 \frac{25}{26} - \log_3 \frac{27}{26}\right)$$

- $\bigcirc -3$
- ③ 1
- **4** 3
- **⑤** 5

[스스로 확인하기]

14. $\log_3 2 = a$, $\log_5 2 = b$ 일 때, $\log_5 30$ 을 a, b에 관하여 나타낸 것은?

- ① $a^2 + ab + a$
- ② $b^2 + ab + b$
- ③ $b+1+\frac{b}{a}$ ④ $b+1+\frac{a}{b}$
- (5) $1 + \frac{b}{a} + \frac{1}{a}$

[스스로 확인하기]

15.
$$\log_2 \sqrt{9} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{5} + \frac{3}{2} \log_8 45 = p \log_2 q$$
 일 때, $p+q$ 의 값은?

① 4

- 2) 5
- 3 6
- (4) 7

(5) 8

[스스로 확인하기]

16. 다음은 $\log_{10}5$ 는 유리수가 아님을 보이는 과정이 다. 빈칸에 들어갈 말로 알맞은 것을 고르시오.

결론을 부정하여 log₁₀5가 유리수라 하자.

두 자연수 p, q가 서로소일 때

$$\log_{10} 5 = \frac{p}{q} (p < q)$$
라 하면

로그의 정의에 따라 $10^{\frac{p}{q}} = 5, 10^p = 5^q$ 이므로

$$2^p 5^p = 5^q$$
, 즉 $2^p = \boxed{(가)}$

그런데 (가) 은/는 (나) 이고,

 2^{p} 은 (다) 이므로 2^{p} 과 (가) 은/는 항상 같 지 않다. 따라서 $log_{10}5$ 는 유리수가 아니다.

- ① (가) 5^{p-q} , (나) 홀수, (다) 짝수
- ② (7) 5^{p-q} , (나) 짝수, (다) 짝수
- ③ (가) 5^{p-q} , (나) 홀수, (다) 홀수
- ④ (가) 5^{q-p} , (나) 짝수, (다) 홀수
- ⑤ (가) 5^{q-p} , (나) 홀수, (다) 짝수

17.
$$\log_4 3\sqrt{2} - \log_4 2\sqrt{2} + \log_2 \frac{1}{\sqrt{3}}$$
 의 값은?

- $\bigcirc -1$
- $2 \frac{1}{2}$
- 3 0
- $4 \frac{1}{2}$

(5) 1

[스스로 마무리하기]

$oldsymbol{18}$. 다음 이차방정식의 두 실근을 lpha,~eta라 할 때,

$$\log_2\!\!\left(\frac{1}{\alpha}\!+\!\frac{1}{\beta}\right)$$
의 값은?

$$x^2 - 2(\log 2 + \log 3)x + \log 12 - \log 2 = 0$$

- $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$

③ 0

(4) 1

(5) 2

9

정답 및 해설

1) [정답] ④

[해설]
$$2^6 = 64$$
를 로그를 사용하여 나타내면 $\log_2 64 = 6$ 이므로 $a = 2$, $b = 64$, $c = 6$ 이다. 또한, $\log_3 27 = 3$ 을 지수를 사용하여 나타내면 $3^3 = 27$ 이므로 $p = 3$, $q = 3$, $r = 27$ 이다. 따라서 $b - (ap + cq + r) = 64 - (2 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 27) = 13$ 이다

2) [정답] ②

[해설]
$$\log_a 81 = 4$$
 에서 $a^4 = 81$ 이다.
이때, $3^4 = 81$ 이므로 $a = 3$ 이다.
또 $\log_2 b = 5$ 에서 $2^5 = 32 = b$ 이다.
또 $\log_4 64 = c$ 에서 $4^c = 64$ 이다.
이때, $4^3 = 64$ 이므로 $c = 3$ 이다.
따라서 $ac + b = 3 \cdot 3 + 32 = 41$ 이다.

3) [정답] ③

[해설] ①
$$\sqrt{8}=2^{\frac{3}{2}}$$
이므로 $\log_2\sqrt{8}=\frac{3}{2}$ 이다.
② $0.1=10^{-1},\ 1000=10^3$ 이므로 $1000=(0.1)^{-3}$ 이다.
다. 따라서 $\log_{0.1}1000=-3$ 이다.

③
$$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$$
, $8=2^3$ 이므로 $8=2^3=(\sqrt{2})^6$ 이다.
따라서 $\log_{\sqrt{2}}8=6$ 이다.

④
$$\frac{1}{3}$$
= 3^{-1} , $9=3^2$ 이므로 $9=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 이다. 따라서 $\log_{\frac{1}{2}}9=-2$ 이다.

⑤
$$32=2^5$$
, $8=2^3$ 이므로 $8=\left(2^5\right)^{\frac{3}{5}}=32^{\frac{3}{5}}$ 이다.
따라서 $\log_{32}8=\frac{3}{5}$ 이다.

4) [정답] ①

[하]설]
$$a = \log_{12} 8 + \log_{12} 2 + \log_{12} 9 = \log_{12} (2^3 \cdot 2 \cdot 3^2)$$

 $= \log_{12} (2^3 \cdot 2 \cdot 3^2) = \log_{12} (2^2 \cdot 3)^2 = 2$
 $b = \log_6 \sqrt{54} - \log_6 3 = \log_6 \frac{3\sqrt{6}}{3} = \log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2}$
 $\therefore ab = 1$

5) [정답] ②

[해설]

$$a - b = \frac{1}{2} \log_6 3 - 2\log_5 \sqrt{10} - \left(\log_5 \frac{1}{2} - \log_6 \sqrt{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \log_6 3 + \log_6 \sqrt{2} - 2\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \frac{1}{2}$$

$$= \log_6 \sqrt{3} + \log_6 \sqrt{2} - \left(\log_5 10 + \log_5 \frac{1}{2}\right)$$

$$= \log_6 \sqrt{6} - \log_5 5 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

6) [정답] ②

[해설] ①
$$\frac{1}{3}\log_2\frac{8}{7} + \log_2\sqrt[3]{7} = \frac{1}{3}\log_2\frac{8}{7} + \frac{1}{3}\log_27$$

$$= \frac{1}{3}\left(\log_2\frac{8}{7} + \log_27\right) = \frac{1}{3}\left(\log_2\frac{8}{7} \cdot 7\right) = \frac{1}{3}\log_28 = 1$$
② $2\log_5\sqrt{45} - \log_5\frac{9}{125} = \log_5(\sqrt{45})^2 - \log_5\frac{9}{125}$

$$= \log_545 \cdot \frac{125}{9} = \log_55^4 = 4$$
③ $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\log_{10}2500 + \log_{10}6 - \log_{10}3\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\log_{10}50 + \log_{10}6 - \log_{10}3\right) = \frac{1}{2}\log_{10}50 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2}\log_{10}100 = 1$$
④ $\log_ab + \frac{1}{2}\log_aa^2b - \log_ab\sqrt{b}$

$$= \log_ab + \log_aa\sqrt{b} - \log_ab\sqrt{b} = \log_a\left(b \cdot a\sqrt{b} \cdot \frac{1}{b\sqrt{b}}\right)$$

$$= \log_aa = 1$$
⑤
$$\frac{1}{2}\left(\log_{abc}a^2 + \log_{abc}b^2 + \log_{abc}c^2\right) = \frac{1}{2}\left\{\log_{abc}(abc)^2\right\}$$

7) [정답] ⑤

[해설]
$$16 = 2^4$$
, $8 = 2^3$ 이므로 $\log_{16}8 = \log_{2} \cdot 2^3 = \frac{3}{4} = a$
$$\frac{1}{27} = 3^{-3}, \ 9 = 3^2 \circ 1$$
 므로 $\log_{\frac{1}{27}}9 = \log_{3^{(-3)}}3^2 = -\frac{2}{3} = b$ $\therefore \log_{(-ab)}\frac{a}{3} = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4} = 2$

8) [정답] ②

[해설]
$$\log_3 15 \times \log_5 15 - \log_3 5 - \log_5 3$$

= $(1 + \log_3 5)(1 + \log_5 3) - \log_3 5 - \log_5 3$
= $1 + \log_3 5 + \log_5 3 + \log_5 3 + \log_5 3 - \log_5 3 - \log_5 3$
= $1 + \log_3 5 \times \log_5 3 = 2$

9) [정답] ⑤

[해설]
$$\log_5 40 = \frac{\log_6 40}{\log_6 5}$$
 $\log_6 40 = a$, b 로 나타내면 $\log_6 40 = \log_6 (2^3 \times 5) = 3\log_6 2 + \log_6 5$ $= 3a + \frac{1}{b} \left(\because \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} \right)$ 따라서 $\log_5 40 = a$, b 로 나타내면

$$\frac{3a + \frac{1}{b}}{\frac{1}{b}} = 3ab + 1$$
[다른 풀이] $ab = \log_5 6 \times \log_6 2 = \log_5 2$
 $\therefore \log_5 40 = \log_5 (2^3 \times 5) = 3ab + 1$

10) [정답] ⑤

[해설] ①
$$\log_{10}18 = \log_{10}2 + \log_{10}3^2 = a + 2b$$

$$\log_5 108 = \frac{\log_{10} 2^2 + \log_{10} 3^3}{\log_{10} 5} = \frac{2\log_{10} 2 + 3\log_{10} 3}{1 - \log_{10} 2}$$
$$= \frac{2a + 3b}{1 - a}$$

11) [정답] ②, ③

[해설] a > 0, $a \ne 1$, M > 0, N > 0일 때

- (1) $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- (2) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

(3)
$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

(4)
$$\log_a M^k = k \log_a M$$
 (단, k는 실수)

12) [정답] ⑤

[해설]
$$13^{\frac{1}{2}} = \sqrt{13} \iff \log_{13} \sqrt{13} = \frac{1}{2}$$

13) [정답] ①

[해설]
$$\left(\log_3 \frac{1}{2} - \log_3 \frac{3}{2}\right) + \left(\log_3 \frac{3}{4} - \log_3 \frac{5}{4}\right)$$

 $+ \dots + \left(\log_3 \frac{23}{24} - \log_3 \frac{25}{24}\right) + \left(\log_3 \frac{25}{26} - \log_3 \frac{27}{26}\right)$
 $= \log_3 \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \dots \times \frac{23}{25} \times \frac{25}{27}\right)$
 $= \log_3 \frac{1}{27} = -3$

14) [정답] ③

[해설]
$$\log_2 3 = \frac{1}{a}$$
, $\log_2 5 = \frac{1}{b}$
$$\frac{\log_2 30}{\log_2 5} = \frac{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 5} = \frac{1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{b}}$$

$$= \frac{ab + a + b}{a} = b + 1 + \frac{b}{a}$$

15) [정답] ②

[해설]
$$\log_2 \sqrt{9} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{5} + \frac{3}{2} \log_8 45$$

$$= \log_2 \sqrt{9} + \log_2 \sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\log_2 45}{\log_2 8}$$

$$= \log_2 3 + \log_2 \frac{1}{\sqrt{5}} + \log_2 \sqrt{45} = \log_2 9 = 2\log_2 3$$
 따라서 $p = 2$, $q = 3$ 이므로 $p + q = 5$

16) [정답] ⑤

[해설] 결론을 부정하여
$$\log_{10}5$$
가 유리수라 하자.
두 자연수 p , q 가 서로소일 때 $\log_{10}5 = \frac{p}{q}(p < q)$ 라 하면 로그의 정의에 따라 $10^{\frac{p}{q}} = 5$, $10^p = 5^q$ 이므로 $2^p 5^p = 5^q$, 즉 $2^p = \frac{5^q}{5^p} = \boxed{5^{q-p}}$ 그런데 $\boxed{5^{q-p}}$ 은/는 $\boxed{2}$ 수 이고, 2^p 은 $\boxed{4}$ 수 이므로 $2^p 3^p = \boxed{5^{q-p}}$ 은/는 항상 같지 않다. 따라서 $\log_{10}5$ 는 유리수가 아니다.

17) [정답] ②

[해설]
$$\log_4 3\sqrt{2} - \log_4 2\sqrt{2} + \log_2 \frac{1}{\sqrt{3}}$$

 $= \log_4 3\sqrt{2} - \log_4 2\sqrt{2} + \log_4 \frac{1}{3}$
 $= \log_4 \left(3\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3}\right)$
 $= \log_4 \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

18) [정답] ④

[해설] x에 대한 이차방정식

 $x^2 - 2(\log 2 + \log 3)x + \log 12 - \log 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 하면 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2(\log 2 + \log 3) = 2\log 6$, $\alpha\beta = \log 12 - \log 2 = \log 6$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} = \frac{2 \log 6}{\log 6} = 2$ $\therefore \log_2\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) = \log_2 2 = 1$