#### 2-2-2.함수의 극대, 극소와 그래프



# 수학 계산력 강화

#### (2)함수의 극대와 극소





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-03-12

2) 제작자 : 교육지대㈜

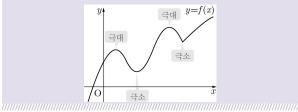
3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

# 01 / 함수의 극대와 극소

함수 f(x)에서 x=a를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여

- (1)  $f(x) \le f(a)$ 일 때, 함수 f(x)는 x = a에서 극대라 하며, f(a)를 **극댓값**이라 한다.
- (2)  $f(x) \ge f(a)$ 일 때, 함수 f(x)는 x = a에서 **극소**라 하며, f(a)를 **극솟값**이라 한다.
- 이때 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라 한다.



ightharpoonup 다음 함수 f(x)의 극댓값과 극솟값을 구하여라.

1. 
$$f(x) = x^3 - 3x$$

2. 
$$f(x) = -x^3 + 12x + 5$$

3. 
$$f(x) = x^3 - 6x^2$$

**4.** 
$$f(x) = -2x^3 + 6x + 1$$

5. 
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

**6.** 
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24$$

7. 
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

8. 
$$f(x) = -x^3 + 3x + 3$$

**9.** 
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

**10.** 
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$$

**11.** 
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

**12.** 
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$$

**13.** 
$$f(x) = 2x^3 - 6x + 5$$

**14.** 
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$$

**15.** 
$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$$

**16.** 
$$f(x) = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$$

**17.** 
$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 3$$

**18.** 
$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 5$$

**19.** 
$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

**20.** 
$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

**21.** 
$$f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 1$$

**22.** 
$$f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 10$$

**23.** 
$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 7$$

**24.** 
$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$$

**25.** 
$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 16x - 1$$

**26.** 
$$f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 1$$

**27.** 
$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$$

**28.** 
$$f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$$

**29.** 
$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 2$$

**30.** 
$$f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$$

# 02 / 함수의 극대와 극소를 이용한 미정계수의 결정

함수 f(x)가 x=a에서 미분가능하고 x=a에서 극값을 가지면 f'(a) = 0이다.

**31.** 미분가능한 함수 f(x)가 x=1에서 극값 8을 가 질 때, f(1) + f'(1)의 값을 구하여라.

**32.** 두 함수  $f(x) = x^2 + ax + 3$ ,  $g(x) = -2x^2 + bx + 4$ 가 모두 x=2에서 극값을 가질 때, 상수 a, b의 값 을 구하여라.

- $\blacksquare$  함수 f(x)가 다음 조건을 만족할 때, 상수 a, b, c의 값을 구 하여라.
- **33.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓 값 3을 갖고, x=1에서 극솟값을 갖는다.
- **34.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 2에서 극솟값 -10을 갖고, x = -3에서 극댓값을 갖는다.

- **35.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 0에서 극댓값 3을 갖고, x = 2에서 극솟값을 갖는다.
- **36.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -2에서 극솟 값 30을 갖고, x = 4에서 극댓값을 갖는다.
- **37.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 1에서 극댓 값 6을 갖고, x=-1에서 극솟값을 갖는다.
- **38.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 0에서 극댓 값 4를 갖고, x = -2에서 극솟값을 갖는다.
- **39.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댔 값 4를 갖고, x = 2에서 극솟값을 갖는다.
- **40.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓 값 10을 갖고, x = 2에서 극솟값을 갖는다.
- **41.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓 값 13을 갖고, x = 2에서 극솟값을 갖는다.
- **42.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 1에서 극솟값 -3을 갖고, x = -2에서 극댓값을 갖는다.

**43.** 함수  $f(x) = -2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 1에서 극솟 값 -2를 갖고, x=2에서 극댓값을 갖는다.

☑ 다음 물음에 답하여라.

- **44.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 12x$ 가 x = -1에서 극댓값 을 가질 때, a의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)
- **45.** 함수  $f(x) = x^3 3x + a$ 가 극댓값이 12이고, 극솟 값이 m일 때, a+m의 값을 구하여라. (단, a는 상 수이다.)
- **46.** 함수  $f(x) = 2x^3 12x^2 + ax 4$ 가 x = 1에서 극댓 값 M을 가질 때, a+M의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)
- **47.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ 가 x = 1에서 극댓값, x=3에서 극솟값을 가질 때, a+b의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)
- **48.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 x = -1에서 극대값 3을 갖고, 극솟값 m을 가질 때, a+b+m의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)
- **49.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 6$ 이 x = 1에서 극소값 -1을 갖고, 극댓값 M을 가질 때, a+b+M의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)

- **50.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ 가 x = 2에서 극댓값 5 를 가질 때, 함수 f(x)의 극솟값을 구하여라. (단, a, b는 상수)
- **51.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx 2$ 가 x = 1에서 극솟값 -4를 가질 때, f(x)의 극댓값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)
- **52.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극솟 x = 4를 갖고, x = 3에서 극댓값을 가질 때, a + bc의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)
- **53.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓값 17을 갖고, x=3에서 극솟값을 가질 때, a-b+c의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)
- **54.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 1에서 극댓값 을 갖고 x=3에서 극솟값 10을 가질 때, 함수 f(x)의 극댓값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수)
- **55.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓값 을 갖고, x=3에서 극솟값 -20을 가질 때, 함수 f(x)의 극댓값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수)
- **56.** 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 0에서 극댓값 10을 갖고 x=4에서 극솟값을 가질 때, 함수 f(x)의 <del>극솟</del>값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수)

- **57.** 함수  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = -1에서 극댓 값 4를 갖고, x=2에서 극솟값을 가질 때, 함수 f(x)의 극솟값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수)
- **58.** 함수  $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 가 x=1에서 극댓값 3을 갖고, x = 2에서 극솟값을 가질 때, f(3)의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)
- **59.** 함수  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 x = 0에서 극댓값 2를 갖고, x=-2에서 극솟값을 가질 때, f(-1)의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)
- **60.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 f(x)가 x=2에 서 극솟값 -2를 갖는다. f(0) = 2일 때, 함수 f(x)의 극댓값을 구하여라.
- **61.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 f(x)가 x=1에 서 극댓값 3을 갖는다. f'(2) = -3일 때, 함수 f(x)의 극솟값을 구하여라.
- 값의 합이 0일 때, a의 값을 구하여라. (단, a는 상 수이다.)



# 정답 및 해설

- 1) 극댓값 2, 극솟값 -2
- $\Rightarrow f(x) = x^3 3x$  에서

 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

	$\boldsymbol{x}$	•••	-1	•••	1	•••
f'	'(x)	+	0	_	0	+
$\int f$	(x)	7	2	7	-2	1

따라서 f(x)의 극댓값은 f(-1)=2, 극솟값은 f(1) = -2이다.

- 2) 극댓값 21, 극솟값 -11
- $\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 12 = -3(x+2)(x-2)$

f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 2

x		-2	•••	2	
f'(x)		0	+	0	_
f(x)	7	-11	7	21	7

따라서 함수 f(x)는

x = -2에서 극소이고, 극솟값은 f(-2) = -11

x=2에서 극대이고, 극댓값은 f(2)=21

- 3) 극댓값 0, 극솟값 -32
- $\Rightarrow f(x) = x^3 6x^2$ 에서

 $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$ 

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 4

x	•••	0	•••	4	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	극대	¥	극소	1

따라서 f(x)의 극댓값은 f(0)=0, 극솟값은 f(4) = 64 - 96 = -32

- 4) 극댓값 5, 극솟값 -3
- $\Rightarrow f(x) = -2x^3 + 6x + 1$  에서

 $f'(x) = -6x^2 + 6 = -6(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

x	•••	-1	•••	1	• • •
f'(x)	_	0	+	0	_
f(x)	7	-3	1	5	7

따라서 f(x)의 극댓값은 f(1)=5, 극솟값은 f(-1) = -3이다.

- 5) 극댓값 2, 극솟값 -2
- $\Rightarrow f(x) = x^3 3x^2 + 2$  에서

 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ 

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2

x	•••	0	•••	2	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	극대	7	극소	1

따라서 f(x)의 극댓값은 f(0) = 2, 극솟값은 f(2) = 8 - 12 + 2 = -2

- 6) 극댓값 -20, 극솟값 -24
- $\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 24$
- $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$

f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 0

x	•••	-2	•••	0	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	-20	7	-24	1

따라서 f(x)의 극댓값은 f(-2) = -20, 극솟값은 f(0) = -24이다.

- 7) 극댓값 1, 극솟값 -3
- $\Rightarrow f(x) = x^3 3x^2 + 1$  에서

 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ 

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2

x	•••	0	•••	2	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	1	7	-3	1

따라서 f(x)의 극댓값은 f(0)=1, 극솟값은 f(2) = -3이다.

- 8) 극댓값 5, 극솟값 1
- $\Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x + 3$ 에서

 $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

x	•••	-1	•••	1	•••
f'(x)	_	0	+	0	_
f(x)	7	극소	1	극대	7

따라서 함수 f(x)는 x=1에서 극대이고 극댓값은 f(1) = 5, x = -1에서 극소이고 극솟값은 f(-1) = 1

- 9) 극댓값 4, 극솟값 0
- $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 12x + 9 = 3(x 1)(x 3)$

f'(x) = 0에서 x = 1 또는 x = 3이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	1	• • •	3	•••
f'(x)	+	0		0	+
f(x)	1	4	7	0	1

따라서 함수 f(x)는

x=1일 때 극대이고 극댓값은 f(1)=4,

x=3일 때 극소이고 극솟값은 f(3)=0

- 10) 극댓값 16, 극솟값 -16
- $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x 9 = 3(x+3)(x-1)$

f'(x) = 0에서 x = -3 또는 x = 1이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

	x	•••	-3	•••	1	•••
	f'(x)	+	0	_	0	+
Ī	f(x)	1	16	7	-16	1

### 따라서 함수 f(x)는

x = -3일 때 극대이고 극댓값은 f(-3) = 16x = 1일 때 극소이고 극솟값은 f(1) = -16

#### 11) 극값을 갖지 않는다.

 $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$ 

f'(x) = 0에서 x = 1이므로 함수 f(x)의 증가와 감소 를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	1	•••
f'(x)	+	0	+
f(x)	7	0	1

따라서 함수 f(x)는 극값을 갖지 않는다.

# 12) 극댓값 2, 극<del>속</del>값 -2

 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 20$ 

 $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$ 

f'(x) = 0에서 x = 1 또는 x = 3

x	•••	1	•••	3	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	2	7	-2	1

따라서 함수 f(x)는 x=1에서 극대이고 극댓값은 f(1)=2, x=3에서 극소이고 극솟값은 f(3)=-2

# 13) 극댓값 9, 극솟값 1

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 6x + 5$ 에서

 $f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

x	•••	-1	• • •	1	• • •
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	극대	7	극소	1

따라서 함수 f(x)는 x=-1에서 극대이고 극댓값은  $f(-1)=-2+6+5=9,\ x=1$ 에서 극소이고 극솟값은 f(1)=2-6+5=1

# 14) 극댓값 2, 극솟값 1

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 20 |x|$ 

 $f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 1

x	•••	0	•••	1	• • •
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	극대	7	극소	7

따라서 함수 f(x)는 x=0에서 극대이고 극댓값은 f(0)=2, x=1에서 극소이고 극솟값은 f(1)=1

#### 15) 극댓값 3, 극솟값 -5

 $\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$ 

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	0	•••	2	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	3	7	-5	1

#### 따라서 함수 f(x)는

x=0일 때 극대이고 극댓값은 f(0)=3,

x=2일 때 극소이소 극솟값은 f(2)=-5

#### 16) 극값을 갖지 않는다.

 $\Rightarrow f'(x) = -6x^2 - 12x - 6 = -6(x+1)^2$ 이므로

f'(x) = 0에서 x = -1

x		-1	
f'(x)	_	0	_
f(x)	¥	3	7

따라서 함수 f(x)는 극값을 갖지 않는다.

#### 17) 극댓값 23, 극솟값 -4

 $\Rightarrow f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 3$ 

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = -6(x+1)(x-2)$$

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 2

	x	•••	-1	•••	2	•••
	f'(x)	_	0	+	0	_
Ī	f(x)	V	-4	1	23	7

따라서 f(x)의 극댓값은 f(2) = 23, 극솟값은 f(-1) = -4이다.

# 18) 극댓값 25, 극솟값 -2

 $\Rightarrow f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 5$ 

 $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = -6(x+1)(x-2)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 2

x		-1	•••	2	
f'(x)	_	0	+	0	_
f(x)	7	-2	7	25	7

따라서 f(x)의 극댓값은 f(2)=25, 극솟값은 f(-1)=-2이다.

# 19) 극댓값 21, 극솟값 -6

 $\Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x-1)(x+2)$ 

f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 1이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	-2	•••	1	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	21	7	-6	1

#### 따라서 함수 f(x)는

x=-2일 때 극대이고 극댓값은 f(-2)=21

x=1일 때 극소이고 극솟값은 f(1)=-6

#### 20) 극댓값 0, 극솟값 -1

 $\Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2$ 에서

 $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 0 또는 x = 1

x	•••	-1	•••	0	•••	1	•••
f'(x)		0	+	0	_	0	+
f(x)	7	-1	7	0	7	-1	7

따라서 f(x)의 극댓값은 f(0) = 0, 극솟값은 f(-1) = f(1) = -1이다.

# 21) 극솟값 $\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x^2 = 4x^2(x-1)$$

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 1이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	0	•••	1	•••
f'(x)	_	0	_	0	+
f(x)	7	1	7	$\frac{2}{3}$	1

따라서 함수 f(x)는 x=1에서 극소이고 극솟값은  $f(1) = \frac{2}{3}$ 

# 22) 극솟값 -6

$$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 24x^2 = 12x^2(x-2)$$

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	0	•••	2	•••
f'(x)	_	0	_	0	+
f(x)	7	10	7	-6	7

따라서 함수 f(x)는 x=2에서 극소이고, 극솟값은 f(2) = -6

# 23) 극댓값 7, 극솟값 -1, $\frac{109}{16}$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 4x = 2x(x+2)(2x-1)$$

f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 0 또는  $x = \frac{1}{2}$ 이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음 과 같다.

x	•••	-2		0		$\frac{1}{2}$	•••
f'(x)	_	0	+	0	_	0	+
f(x)	7	구 소	1	구 대	×	구 소	1

따라서 함수 f(x)는 x=0일 때 극대이고 극댓값은 f(0) = 7, x = -2,  $x = \frac{1}{2}$ 일 때 극소이고 극솟값  $\circ f(-2) = -1, \ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{109}{16}$ 

24) 극솟값 
$$-\frac{27}{16}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2 = 2(x+1)(x-1)^2$$

$$f'(x) = 0$$
에서  $x = -\frac{1}{2}$  또는  $x = 1$ 이므로 함수  $f(x)$  의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

f'(x)27f(x)

따라서 함수 f(x)는  $x=-\frac{1}{2}$ 일 때 극소이고 극솟값  $\stackrel{\circ}{=} f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{27}{16}$ 

# 25) 극솟값 -12

x	•••	-2	•••	1	•••
f'(x)	_	0	_	0	+
f(x)	7	15	7	-12	1

따라서 함수 f(x)는 x=1일 때 극소이고 극솟값은 f(1) = -12이다.

### 26) 극솟값 -23

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x - 8 = 4(x+1)^2(x-2)$$
이므로  $f'(x) = 0$ 에서  $x = -1$  또는  $x = 2$ 

x	• • •	-1		2	
f'(x)	_	0	_	0	+
f(x)	7	4	7	-23	1

따라서 함수 f(x)는 x=2에서 극소이고 극솟값은 f(2) = -23이다.

# 27) 극댓값 -8, 극솟값 -9

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24$$
$$= 4(x-1)(x-2)(x-3)$$

f'(x) = 0에서 x = 1 또는 x = 2 또는 x = 3이므로 함 수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	• • •	1		2		3	
f'(x)	_	0	+	0	_	0	+
f(x)	7	-9	7	-8	7	-9	1

따라서 함수 f(x)는

x=2일 때 극대이고 극댓값은 f(2)=-8x=1 또는 x=3일 때 극소이고 극솟값은

f(1) = f(3) = -9

#### 28) 극댓값 1, 극솟값 -1

$$\Rightarrow f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1 \text{ odd}$$

$$f'(x) = 8x^3 - 8x = 8x(x+1)(x-1)$$

$$f'(x) = 0$$
에서  $x = -1$  또는  $x = 0$  또는  $x = 1$ 

x	•••	-1		0		1	
f'(x)	_	0	+	0	_	0	+
f(x)	7	-1	1	1	7	-1	1

따라서 함수 f(x)는

x = -1과 x = 1일 때 극소이고 극솟값은 -1

#### x=0일 때 극대이고 극댓값은 1

#### 29) 극솟값 1

$$\Rightarrow$$
  $f'(x) = 12x^3 + 12x^2 = 12x^2(x+1)$ 이므로  $f'(x) = 0$ 에서  $x = -1$  또는  $x = 0$ 

x	•••	-1	•••	0	•••
f'(x)	_	0	+	0	+
f(x)	7	1	7	2	1

따라서 함수 f(x)는 x=-1에서 극소이고, 극솟값은 f(-1)=1

# 30) 극댓값 2, 극솟값 1

$$\Rightarrow f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 20$$

$$f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 8x = -4x(x-1)(x-2)$$

$$f'(x) = 0$$
에서  $x$ 

$$f'(x) = 0$$
에서  $x = 0$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$ 

x	•••	0	•••	1	•••	2	•••
f'(x)	+	0	_	0	+	0	_
f(x)	7	2	7	1	1	2	7

따라서 f(x)의 극댓값은 f(0) = f(2) = 2, 극솟값은 f(1) = 1이다.

#### 31) 8

$$\Rightarrow f(x)$$
가  $x=1$ 에서 극값 8을 가지므로

$$f(1) = 8, f'(1) = 0$$

$$f(1) + f'(1) = 8$$

# 32) a = -4, b = 8

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + ax + 3, \ g(x) = -2x^2 + bx + 4$$

$$f'(x) = 2x + a, \ g'(x) = -4x + b$$

두 함수 f(x), g(x)는 모두 x=2에서 극값을 가지므 로

$$f'(2) = 0, g'(2) = 0$$

$$4+a=0, -8+b=0$$

$$\therefore a = -4, b = 8$$

# 33) a = 0, b = -3, c = 1

$$f(x) = 3x^2 + 2ax + b$$
이고 함수  $f(x)$ 가  $x = -1$ ,  $x = 1$ 에서 극값을 가지므로

f'(-1)=3-2a+b=0, f'(1)=3+2a+b=0

위 두 식을 연립하여 풀면 a=0, b=-3

또한, f(-1)=3이므로 -1+a-b+c=3  $\therefore c=1$ 

34) 
$$a = \frac{3}{2}$$
,  $b = -18$ ,  $c = 12$ 

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$
이고 함수  $f(x)$ 가

x = -3, x = 2에서 극값을 가지므로

$$f'(-3) = 27 - 6a + b = 0, \ f'(2) = 12 + 4a + b = 0$$

위 두 식을 연립하여 풀면  $a = \frac{3}{2}, b = -18$ 

또한, f(2) = -10이므로 8+4a+2b+c=-10

 $\therefore c = 12$ 

35) a = -3, b = 0, c = 3

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$
이고 함수  $f(x)$ 가  $x = 0$ ,  $x = 2$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(0) = b = 0, \ f'(2) = 12 + 4a + b = 0$$

두 식을 연립하여 풀면 
$$a=-3$$
,  $b=0$ 

또 
$$f(0) = 3$$
이므로  $c = 3$ 

36) 
$$a = -3$$
,  $b = -24$ ,  $c = 2$ 

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$x = -2$$
,  $x = 4$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(-2) = 12 - 4a + b = 0 \cdots$$

$$f'(4) = 48 + 8a + b = 0 \cdots$$

$$\bigcirc$$
,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면  $a=-3$ ,  $b=-24$ 

$$f(-2) = 30$$
이므로  $-8 + 4a - 2b + c = 30$   $\therefore c = 2$ 

37) 
$$a=0$$
,  $b=3$ ,  $c=4$ 

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$
이고 함수  $f(x)$ 가

x=1, x=-1에서 극값을 가지므로

$$f'(1) = -3 + 2a + b = 0$$

... ⊙

$$f'(-1) = -3 - 2a + b = 0$$

... □

①, ①을 연립하여 풀면 a=0, b=3또한 f(1) = 6이므로 -1 + a + b + c = 6

$$\therefore c = 4$$

#### 38) a = -3, b = 0, c = 4

$$\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$
이고 함수  $f(x)$ 가

$$x = -2$$
,  $x = 0$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(-2) = -12 - 4a + b = 0$$
 ...  $\bigcirc$ 

$$f'(0) = b = 0$$

··· (L)

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-3, b=0또한 f(0) = 4이므로 c = 4

# 39) a = -3, b = -12, c = -3

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

$$x = -1$$
,  $x = 2$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(-1) = 6 - 2a + b = 0 \cdots$$

$$f'(2) = 24 + 4a + b = 0 \cdots$$

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-3, b=-12

또, 
$$f(-1) = 4$$
이므로  $-2 + a - b + c = 4$   
 $\therefore c = -3$ 

### 40) a = -3, b = -12, c = 3

$$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

$$x = -1$$
,  $x = 2$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(-1) = 6 - 2a + b = 0 \cdots$$

$$f'(2) = 24 + 4a + b = 0 \cdots$$

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-3, b=-12

또, 
$$f(-1) = 10$$
이므로  $-2 + a - b + c = 10$   
 $\therefore c = 3$ 

41) 
$$a = -3$$
,  $b = -12$ ,  $c = 6$ 

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c \text{ on } \forall$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

함수 f(x)가 x=-1에서 극댓값을 가지므로

f'(-1) = 0

또 x=2에서 극솟값을 가지므로 f'(2)=0

f'(-1) = 0에서 6-2a+b=0

 $\therefore 2a-b=6 \cdots \bigcirc$ 

f'(2) = 0 에서 24 + 4a + b = 0

 $\therefore 4a+b=-24 \cdots \bigcirc$ 

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-3, b=-12

 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + c$ 

이때 f(-1) = 13이므로

-2-3+12+c=13 : c=6

42) a = 3, b = -12, c = 4

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c \circlearrowleft A$ 

 $f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$ 

x = -2, x = 1에서 극값을 가지므로

 $f'(-2) = 24 - 4a + b = 0 \cdots$ 

 $f'(1) = 6 + 2a + b = 0 \cdots$ 

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=3, b=-12

또 f(1) = -3이므로 2+a+b+c=-3

 $\therefore c = 4$ 

43) a = 9, b = -12, c = 3

 $f'(x) = -6x^2 + 2ax + b$ 이고 함수 f(x)가 x = 1, x = 2에서 극값을 가지므로

 $f'\left(1\right) = -6 + 2a + b = 0, \ f'\left(2\right) = -24 + 4a + b = 0$ 

위 두 식을 연립하여 풀면 a=9, b=-12

또한, f(1) = -2이므로 -2+a+b+c=-2

 $\therefore c = 3$ 

44) -3

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x \text{ odd}$ 

 $f'(x) = 6x^2 + 2ax - 12$ 

이때 f(x)는 x=-1에서 극댓값을 가지므로

f'(-1) = 0

6-2a-12=0, 2a=-6  $\therefore a=-3$ 

45) 18

 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + a \cap \lambda$ 

 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$ 

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

즉 f(x)는 x=-1에서 극댓값, x=1에서 극솟값을 가지므로

f(-1) = 12 에서 -1 + 3 + a = 12 : a = 10

따라서  $f(x) = x^3 - 3x + 10$ 이므로 함수 f(x)의 극솟 값으

m = f(1) = 1 - 3 + 10 = 8

 $\therefore a+m=18$ 

46) 22

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$ 

 $f'(x) = 6x^2 - 24x + a$ 

함수 f(x)가 x=1에서 극댓값 M을 가지므로

f(1) = M에서 2 - 12 + a - 4 = M

 $\therefore a-14=M \cdots \bigcirc$ 

f'(1) = 0에서 6 - 24 + a = 0  $\therefore a = 18$ 

a=18을  $\bigcirc$ 에 대입하면 M=4  $\therefore a+M=22$ 

47) 3

 $\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5 \text{ old }$ 

 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 

이때 f'(1) = 0, f'(3) = 0이므로

3+2a+b=0, 27+6a+b=0

 $\therefore a = -6, b = 9$ 

 $\therefore a+b=3$ 

48) -4

 $\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 \text{ on } \lambda$ 

 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 

함수 f(x)가 x=-1에서 극댓값 3을 가지므로

f'(-1) = 0에서 3-2a+b=0

 $\therefore 2a-b=3 \cdots \bigcirc$ 

f(-1) = 3 에서 -1 + a - b + 1 = 3

 $\therefore a-b=3 \cdots \bigcirc$ 

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=0, b=-3

 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$ 이므로

f'(x) = 0에서 x = -1 또는 x = 1

따라서  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 이므로 함수 f(x)의 극솟값으

m = f(1) = 1 - 3 + 1 = -1

 $\therefore a+b+m=-4$ 

49) 17

 $\Rightarrow f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 6 \text{ on } \forall$ 

 $f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$ 

함수 f(x)가 x=1에서 극솟값 -1을 가지므로

f'(1) = 0에서 6 + 2a + b = 0

 $\therefore 2a+b=-6 \cdots \bigcirc$ 

f(1) = -1에서 2+a+b+6 = -1

 $\therefore a+b=-9 \cdots$ 

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=3, b=-12

 $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x+2)(x-1)$ 이므로

f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 1

따라서  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$ 이므로 함수 f(x)의 극댓값은

M = f(-2) = -16 + 12 + 24 + 6 = 26

 $\therefore a+b+M=17$ 

50) 1

 $\Rightarrow f(x) = -x^3 + ax^2 + b$  |  $\Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2ax$ 

함수 f(x)가 x=2에서 극댓값 5를 가지므로

f(2) = 5, f'(2) = 0

f(2) = 5에서 -8+4a+b=5  $\therefore 4a+b=13$ 

f'(2) = 0 에서 -12 + 4a = 0  $\therefore a = 3$ 

위 두 식을 연립하여 풀면 a=3, b=1

따라서  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ 이고

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

	x	•••	0	•••	2	•••
	f'(x)	_	0	+	0	_
ĺ	f(x)	7	1	1	5	7

따라서 함수 f(x)의 극솟값은 f(0) = 1이다.

#### 51) 0

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2 \text{ on } A$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

이때 
$$f(1) = -4$$
,  $f'(1) = 0$ 이므로

$$1+a+b-2=-4$$
  $\therefore a+b=-3 \cdots \bigcirc$ 

$$3+2a+b=0$$
  $\therefore 2a+b=-3 \cdots \bigcirc$ 

$$\bigcirc$$
,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면  $a=0$ ,  $b=-3$ 

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$
 에서  $x^2 = 1$   $\therefore x = \pm 1$ 

따라서 
$$f(x) = x^3 - 3x - 2$$
이므로  $f(x)$ 의 극댓값은  $f(-1) = -1 + 3 - 2 = 0$ 

#### 52) 12

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c \cap \lambda$$

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$

함수 
$$f(x)$$
가  $x=-1$ 에서 극소,  $x=3$ 에서 극대이므로  $-3x^2+2ax+b=0$ 에서  $-3(x+1)(x-3)=0$ 

$$2a = 6, b = 9$$
  $\therefore a = 3, b = 9$ 

즉 
$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + c$$
에서  $f(-1) = -4$ 이므로

$$1+3-9+c=-4$$
 :  $c=1$ 

$$a + bc = 3 + 9 = 12$$

#### 53) 18

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \circ A$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

함수 f(x)가 x=-1에서 극대, x=3에서 극소이므로

$$f'(x) = 3(x+1)(x-3) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$2a = -6, b = -9$$
 :  $a = -3$ 

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + c$$
에서  $f(-1) = 17$ 이므로

$$-1-3+9+c=17$$
 :  $c=12$ 

$$\therefore a-b+c=-3-(-9)+12=18$$

#### 54) 14

 $\Rightarrow$   $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 에서  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 함수 f(x)가 x = 1에서 극댓값을 가지므로 f'(1) = 0

또, x = 3에서 극솟값 10을 가지므로

$$f(3) = 10, f'(3) = 0$$

$$f'(1) = 0$$
에서  $3 + 2a + b = 0$ 

$$\therefore 2a+b=-3$$

...(□)

f(3) = 10에서 27 + 9a + 3b + c = 10

$$\therefore 9a + 3b + c = -17$$

$$f'(3) = 0$$
에서  $27 + 6a + b = 0$ 

$$\therefore 6a+b=-27$$

 $\bigcirc$ , ⓒ을 연립하여 풀면 a=-6, b=9이고 ⓒ에 의하

여 c=10이다.

따라서  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 10$ 이므로 함수 f(x)의 극댓값은 f(1) = 14이다.

#### 55) 12

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \cap \lambda$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$x = -1$$
에서 극댓값을,  $x = 3$ 에서 극솟값을 가지므로

$$f'(x) = 3(x+1)(x-3) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$\therefore a = -3, b = -9$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + c$$

이때 
$$f(3) = -20$$
이므로

$$27 - 27 - 27 + c = -20$$
 :  $c = 7$ 

따라서 
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$
이므로 극댓값은

$$f(-1) = -1 - 3 + 9 + 7 = 12$$

#### 56) -22

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \circ |A|$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

함수 f(x)가 x=0에서 극댓값을 가지므로 f'(0)=0

또 
$$x=4$$
에서 극솟값을 가지므로  $f'(4)=0$ 

$$f'(0) = 0$$
에서  $b = 0$ 

$$f'(4) = 0$$
 에서  $48 + 8a + b = 0$  .....

$$b=0$$
을  $\bigcirc$ 에 대입하면  $8a=-48$   $\therefore a=-6$ 

즉 
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + c$$
에서  $f(0) = 10$ 이므로  $c = 10$ 

따라서 
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$$
이므로 함수  $f(x)$ 의 극솟 값은

$$f(4) = 64 - 96 + 10 = -22$$

# 57) -23

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c \circ A$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

함수 
$$f(x)$$
가  $x=-1$ 에서 극댓값을 가지므로

$$f'(-1) = 0$$

또 x=2에서 극솟값을 가지므로 f'(2)=0

$$f'(-1) = 0$$
에서  $6 - 2a + b = 0$ 

$$\therefore 2a-b=6 \cdots \bigcirc$$

$$f'(2) = 0$$
에서  $24 + 4a + b = 0$ 

$$\therefore 4a+b=-24 \cdots$$

# $\bigcirc$ , $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-3, b=-12

즉 
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + c$$
에서  $f(-1) = 4$ 이므로

$$-2-3+12+c=4$$
 :  $c=-3$ 

따라서 
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 3$$
이므로 함수  $f(x)$ 의 극솟값은

$$f(2) = 16 - 12 - 24 - 3 = -23$$

### 58) 5

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \cap A$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f(x)$$
가  $x=1$ 과  $x=2$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(x) = 3(x-1)(x-2) = 3x^2 - 9x + 6$$

$$\therefore a = -\frac{9}{2}, b = 6$$

$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + c$$

이때 
$$f(1)=3$$
이므로

$$1 - \frac{9}{2} + 6 + c = 3$$
  $\therefore c = \frac{1}{2}$ 

따라서 
$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + \frac{1}{2}$$
이므로

$$f(3) = 27 - \frac{81}{2} + 18 + \frac{1}{2} = 5$$

#### 59) 0

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c \text{ on } A$$

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$

$$f(x)$$
가  $x=0$ 과  $x=-2$ 에서 극값을 가지므로

$$f'(x) = -3x(x+2) = -3x^2 - 6x$$

$$\therefore a = -3, b = 0$$

$$f(x) = -x^3 - 3x^2 + c$$

이때 
$$f(0) = 2$$
이므로  $c = 2$ 

따라서 
$$f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$$
이므로

$$f(-1) = 1 - 3 + 2 = 0$$

### 60) 2

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$
라 하면  $f(0) = 2$ 이므로  $c = 2$ 

즉, 
$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$$
에서

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

이때, f(x)가 x=2에서 극솟값 -2를 가지므로

$$f(2) = -2$$
에서  $8+4a+2b+2=-2$ 

$$\therefore 2a+b=-6$$

$$f'(2) = 0$$
에서  $12 + 4a + b = 0$ 

$$\therefore 4a+b=-12$$

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면  $a=-3,\ b=0$ 

따라서 
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$
이고

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

f'(x) = 0에서 x = 0 또는 x = 2이므로 함수 f(x)의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x		0	•••	2	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	2	V	-2	7

따라서 함수 f(x)의 극댓값은 f(0) = 2이다.

#### 61) -1

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$
라 하면

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

이때, f(x)가 x=1에서 극댓값 3을 가지므로

f(1) = 3에서 1 + a + b + c = 3

$$\therefore a+b+c=2$$

... (¬)

... (¬)

... (

$$f'(1) = 0$$
에서  $3 + 2a + b = 0$ 

$$\therefore 2a+b=-3$$

... □

또, 
$$f'(2) = -3$$
이므로  $12 + 4a + b = -3$ 

$$\therefore 4a+b=-15$$

... ⊜

①,  $\mathbb{C}$ 을 연립하면 a=-6, b=9이고  $\bigcirc$ 에 의하여 c=-1이다.

따라서 
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$
이고

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

f'(x) = 0에서 x = 1 또는 x = 3이므로 함수 f(x)의 증가와 함수를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	•••	1	•••	3	•••
f'(x)	+	0	_	0	+
f(x)	1	3	7	-1	1

따라서 함수 f(x)의 극솟값은 f(3) = -1이다.

#### 62) 3

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3ax^2 + 9x + 27$$
 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6ax + 9 = 3(x^2 - 2ax + 3)$$

$$f'(x) = 0$$
의 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하면

$$\alpha + \beta = 2a$$
.  $\alpha\beta = 3$ 

이때 극댓값과 극솟값의 합이 0이므로

$$f(\alpha) + f(\beta) = 0$$

$$\alpha^3 + \beta^3 - 3a(\alpha^2 + \beta^2) + 9(\alpha + \beta) + 54 = 0$$

$$\{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)\}-3a\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}$$

$$+18a+54=0$$

$$(8a^3 - 18a) - 3a(4a^2 - 6) + 18a + 54 = 0$$

$$-4a^3+18a+54=0$$
,  $2a^3-9a-27=0$ 

$$(a-3)(2a^2+6a+9)=0$$
 :  $a=3$