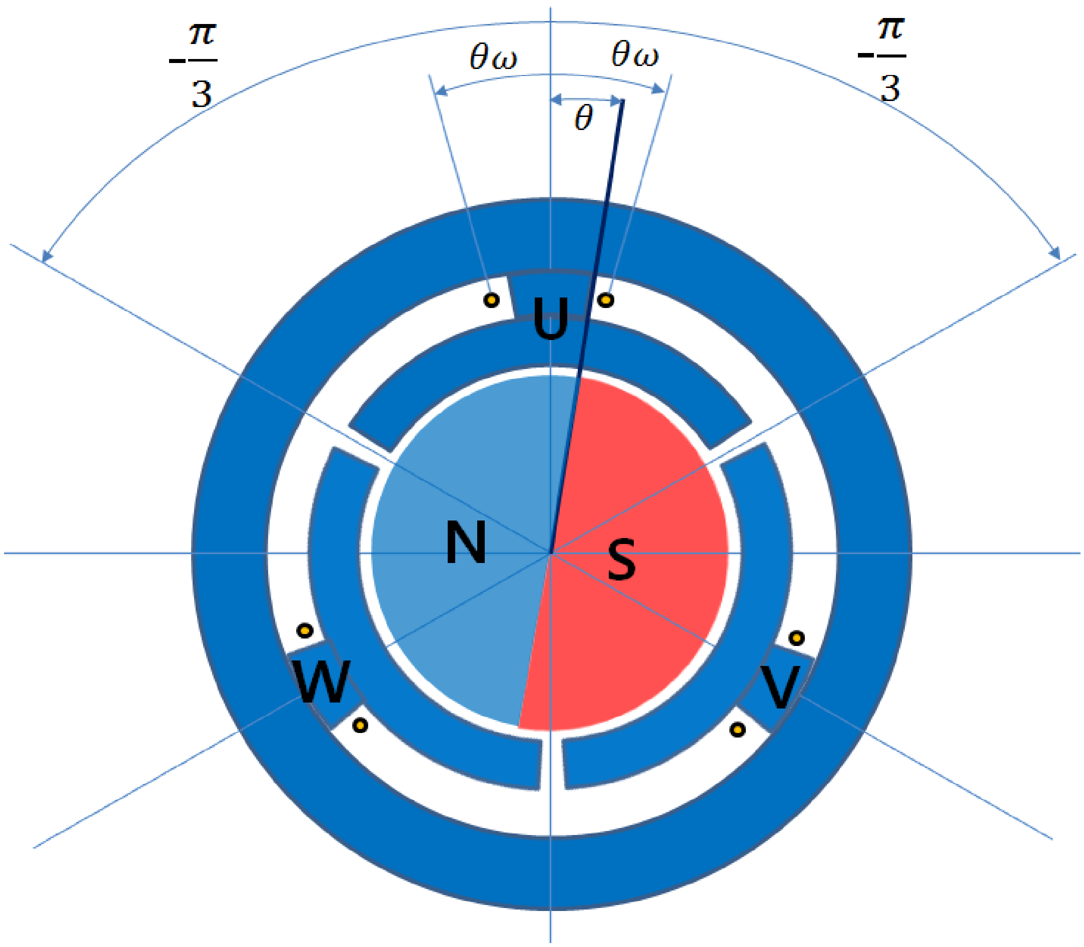
3상2극 BLDC 모터의 구동 해석



권선의 면적(S_U)

그림같이 각 상에 1turn 씩 감겨있는 BLDC Motor의 한 상(U phase) 만을 고려하면 그 권선이 분포된 영역의 면적(S_u)는

$$S_u = \left(\frac{2 \cdot \theta_\omega}{2\pi} \cdot 2\pi r \right) \cdot l = 2 r \theta_\omega \cdot l$$

r : 중심에서 권선까지의 반지름
l : 권선의 길이
θ_ω : 기준선으로 부터 권선이 놓이 각

U상에서의 N극과 S극의 면적

코어를 통하여 $-\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3}$ 구간의 모든 Flux가 권선면 안으로 들어간다고 가정하고, U상에 놓인 N극과 S극의 면적을 구하면

N극의 S_U 에서의 상대적 면적

$$S_{U\_N} = \begin{cases} S_U \cdot \dfrac{\theta + \frac{\pi}{3}}{2 \cdot \frac{\pi}{3}} & -\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3} \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \le \theta \le -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$S_{U\_N} = \begin{cases} \dfrac{3}{2} \dfrac{S_U \left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right)}{\pi} & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ 0 & -\frac{1}{2}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le -\frac{1}{3}\pi \end{cases} \tag{2.1.1}$$

S극의 S_U 에서의 상대적 면적

$$S_{U\_S} = \begin{cases} S_U \cdot \dfrac{-\theta + \frac{\pi}{3}}{2 \cdot \frac{\pi}{3}} & -\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3} \\ 0 & \frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$S_{U\_S} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{S_U \left(\frac{1}{3}\pi - \theta\right)}{\pi} & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ 0 & \frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{2}\pi \end{cases} \quad (2.2.1)$$

U 상에서의 Flux(Φ_U)

- $-\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3}$ 일 경우

$$\Phi_U = (S_{U\_N} - S_{U\_S}) \cdot B_t = S_U \cdot \left(\frac{\theta + \frac{\pi}{3}}{2 \cdot \frac{\pi}{3}} - \frac{-\theta + \frac{\pi}{3}}{2 \cdot \frac{\pi}{3}} \right) \cdot B_t = S_U \cdot \frac{\theta}{\frac{\pi}{3}} \cdot B_t = (2 \cdot r \cdot \theta_\omega \cdot l) \cdot \frac{\theta}{\frac{\pi}{3}} \cdot B_t$$

$$= \left(\frac{6 \cdot \theta_\omega}{\pi} \right) \cdot r \cdot l \cdot B_t \cdot \theta$$

- $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le -\frac{\pi}{3}$ 일 경우, S극만이 U상에 걸리므로

$$S_{U\_N} = 0, \quad S_U = S_{U\_S}$$

$$\Phi_U = -S_U \cdot B_t = -2\,\theta_\omega \cdot r \cdot l \cdot B_t$$

- $\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ 일 경우, N극만이 U상에 걸리므로

$$S_{U\_S} = 0, \quad S_U = S_{U\_N}$$

$$\Phi_U = 2\,\theta_\omega \cdot r \cdot l \cdot B_t$$

이 된다.
이것을 정리하면

$$\Phi_U = \begin{cases} \left(\dfrac{6\cdot\theta_\omega}{\pi}\right)\cdot r\cdot l\cdot B_t\cdot\theta & -\dfrac{\pi}{3} \le \theta \le \dfrac{\pi}{3} \\ -2\ \theta_\omega\cdot r\cdot l\cdot B_t & -\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le -\dfrac{\pi}{3} \\ 2\ \theta_\omega\ \cdot r\cdot l\cdot B_t & \dfrac{\pi}{3} \le \theta \le \dfrac{\pi}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$\Phi_U = \begin{cases} \dfrac{6\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t\ \theta}{\pi} & -\dfrac{1}{3}\ \pi \le \theta \text{ and } \theta \le \dfrac{1}{3}\ \pi \\ -2\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t & -\dfrac{1}{2}\ \pi \le \theta \text{ and } \theta \le -\dfrac{1}{3}\ \pi \\ 2\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t & \dfrac{1}{3}\ \pi \le \theta \text{ and } \theta \le \dfrac{1}{2}\ \pi \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{3.1}$$

U상에서의 유도되는 기전력(e_U)

U상에서 유도되는 기전력은

- $-\dfrac{\pi}{3} \le \theta \le \dfrac{\pi}{3}$ 일 경우

$$e_U = \frac{d\Phi_U}{dt} = \frac{d\Phi_U}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega_r\cdot\frac{d\Phi_U}{d\theta} = \left(\frac{6\ \theta_\omega}{\pi}\right)\ r\cdot l\cdot B_t\cdot\omega_r = K_e\cdot\omega_r$$

여기서

기전력 상수 $K_e = \left(\dfrac{6\ \theta_\omega}{\pi}\right)\ r\cdot l\cdot B_t$:

ω_r = 회전자(Rotor)의 각속도

- $-\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le -\dfrac{\pi}{3}$ **or** $\dfrac{\pi}{3} \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$ 일 경우

$$e_U = \omega_r\cdot\frac{d\Phi_U}{d\theta} = 0$$

이 된다.

이 것을 정리하면

$$e_U = \begin{cases} K_e \cdot \omega_r & -\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3} \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \le \theta \le -\frac{\pi}{3} \ \textbf{or} \ \frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$e_U = \begin{cases} K_e \ \omega_r & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ 0 & -\frac{1}{2}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le -\frac{1}{3}\pi \ \textbf{or} \ \frac{1}{3}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le \frac{1}{2}\pi \end{cases} \tag{4.1}$$

권선의 Turn수가 Z 일 경우의 Flux(Φ_U) 와 기전력(e_U)

- Flux(Φ_U) : Turn 수와 관계가 없으므로

(3.1)

$$\Phi_U = \begin{cases} \dfrac{6\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t\ \theta}{\pi} & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ -2\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t & -\frac{1}{2}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le -\frac{1}{3}\pi \\ 2\ \theta_\omega\ r\ l\ B_t & \frac{1}{3}\pi \le \theta \ \textbf{and} \ \theta \le \frac{1}{2}\pi \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases} \tag{5.1}$$

이 되고 그래프를 그려보면

- 기전력(e_U)

상에 권선된 Turn 수가 Z 이고, 직렬 회로수가 a(ex, 3 $slot \rightarrow a = 1$, 6 $slot \rightarrow 2$) 이면

$$e_U = \begin{cases} K_e \cdot a \cdot \omega_r & -\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{3} \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \le \theta \le -\frac{\pi}{3} \ \textbf{or} \ \frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$e_U = \begin{cases} K_e\ a\ \omega_r & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ 0 & -\frac{1}{2}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le -\frac{1}{3}\pi \text{ or } \frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{2}\pi \end{cases} \tag{5.2}$$

$$K_e = \left(\frac{6\ \theta_\omega}{\pi}\right) \cdot r \cdot l \cdot B_t \cdot Z$$

$$e_U = \begin{cases} K_e\ a\ \omega_r & -\frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{3}\pi \\ 0 & -\frac{1}{2}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le -\frac{1}{3}\pi \text{ or } \frac{1}{3}\pi \le \theta \text{ and } \theta \le \frac{1}{2}\pi \end{cases} \tag{5.3}$$

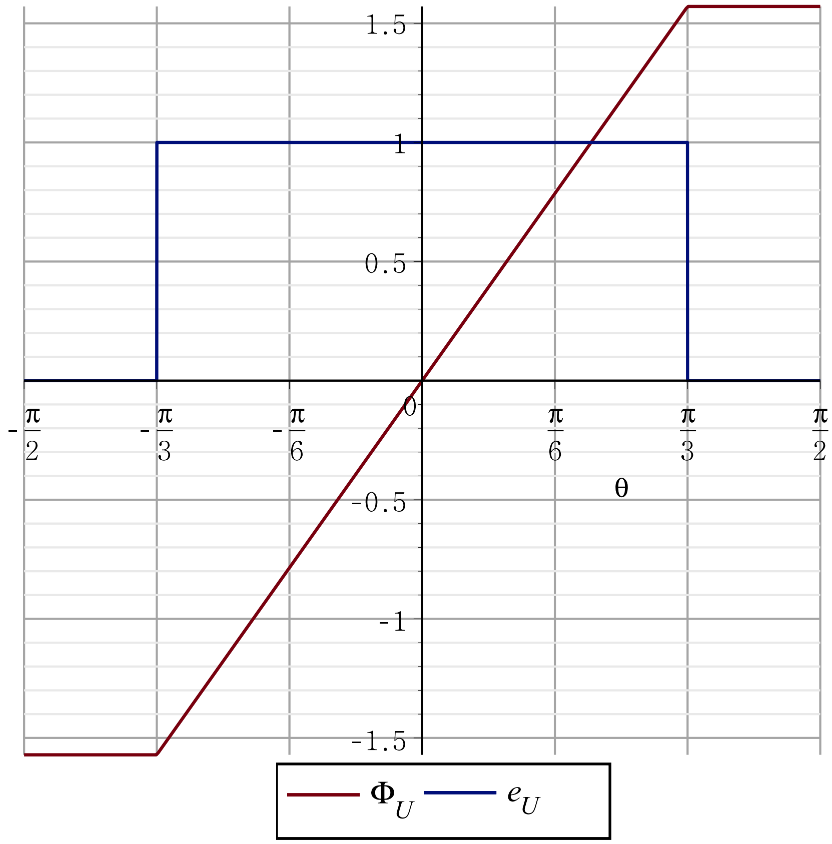
이 된다.

다음 조건일 경우 그래프를 그려보면

$\theta_\omega := \frac{\pi}{4} :\ r := 1 :\ l := 1;\ B_t := 1 :$

$K_e := 1 :\ a := 1 :\ \omega_r := 1 :$

$plot\left([rhs(\mathbf{(5.1)}),\ rhs(\mathbf{(5.2)})],\ \theta = -\frac{\pi}{2}..\frac{\pi}{2},\ tickmarks = \left[spacing\left(\frac{\pi}{6}\right),\ default\right],\ legend = [\Phi_U,\ e_U],\ gridlines = true\right)$



1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-π/2
-π/3
-π/6
π/6
π/3
π/2
θ
Φ_U
e_U