

2019 暑期集训新队员选拔赛第 2 场

试题分析

魔菜队

2019 年 8 月 17 日

难度预估

- Easy: B,D,F,G
- Medium: A,H,I
- Medium Hard: C,E

通过情况

	通过人数	提交人数
A. csl 找妈妈 III	0	12
B. compute 的取石子游戏	8	70
C. compute 的小区规划	0	0
D. compute 的树	4	9
E. lin88 的套娃	0	0
F. lin88 的高铁站	20	64
G. lin88 的宇宙航行	11	35
H. lin88 找规律	5	6
I. compute 的期末作业	0	1

Problem F. lin88 的高铁站

- First Solved By: 邬广星 (0:46)

Problem F. lin88 的高铁站

- First Solved By: 邬广星 (0:46)
- Shortest Judge Code Length: 558B

Problem F. lin88 的高铁站

- First Solved By: 邬广星 (0:46)
- Shortest Judge Code Length: 558B
- 写出一个可以支持单点修改, 查询区间和的数据结构即可。

Problem F. lin88 的高铁站

- First Solved By: 邬广星 (0:46)
- Shortest Judge Code Length: 558B
- 写出一个可以支持单点修改，查询区间和的数据结构即可。
- 可采用的方法有：树状数组，线段树，分块等

Problem G. lin88 的宇宙航行

- First Solved By: 王如嫣 (1:39)

Problem G. lin88 的宇宙航行

- First Solved By: 王如嫣 (1:39)
- Shortest Judge Code Length: 447B

Problem G. lin88 的宇宙航行

- First Solved By: 王如嫣 (1:39)
- Shortest Judge Code Length: 447B
- 要求算出最少需要几条边使图联通。

Problem G. lin88 的宇宙航行

- First Solved By: 王如嫣 (1:39)
- Shortest Judge Code Length: 447B
- 要求算出最少需要几条边使图联通。
- 等价于求图目前的联通块个数。

Problem G. lin88 的宇宙航行

- First Solved By: 王如嫣 (1:39)
- Shortest Judge Code Length: 447B
- 要求算出最少需要几条边使图联通。
- 等价于求图目前的联通块个数。
- 用并查集实时维护联通块个数即可。

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过
- 也可以直接找出通解

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过
- 也可以直接找出通解
- 通解如下:

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过
- 也可以直接找出通解
- 通解如下:
- 当 x 为奇数时, 无论怎么取都只能取奇数个, 所以答案只与 n 的奇偶性有关, P 态为 $n \equiv 0 \pmod{2}$

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过
- 也可以直接找出通解
- 通解如下:
- 当 x 为奇数时, 无论怎么取都只能取奇数个, 所以答案只与 n 的奇偶性有关, P 态为 $n \equiv 0 \pmod 2$
- 当 x 为偶数时, 设 $nn = n \pmod{x+1}$, P 态为 $nn \neq x$ 且 nn 为偶数。

Problem B. compute 的取石子游戏

- First Solved By: 王如嫣 (0:28)
- Shortest Judge Code Length: 301B
- 博弈课堂练习题
- 可以暴力打表直接过
- 也可以直接找出通解
- 通解如下:
- 当 x 为奇数时, 无论怎么取都只能取奇数个, 所以答案只与 n 的奇偶性有关, P 态为 $n \equiv 0 \pmod 2$
- 当 x 为偶数时, 设 $nn = n \pmod{x+1}$, P 态为 $nn \neq x$ 且 nn 为偶数。
- 解释: 循环周期为 x , 所以 x 的倍数跟他其实是等价的, 无视就好了。

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转
- 循环部分就变成了前缀, NEXT 数组即前缀后缀相同的最大长度

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转
- 循环部分就变成了前缀, NEXT 数组即前缀后缀相同的最大长度
- 最大的 i , 使得 $i \% 2 == 0$ 且 $next[i] == \frac{i}{2}$, $\frac{i}{2}$ 就是答案

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转
- 循环部分就变成了前缀, NEXT 数组即前缀后缀相同的最大长度
- 最大的 i , 使得 $i \% 2 == 0$ 且 $next[i] == \frac{i}{2}$, $\frac{i}{2}$ 就是答案
- 可作练习自行证明

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转
- 循环部分就变成了前缀, NEXT 数组即前缀后缀相同的最大长度
- 最大的 i , 使得 $i \% 2 == 0$ 且 $next[i] == \frac{i}{2}$, $\frac{i}{2}$ 就是答案
- 可作练习自行证明
- 也可以用哈希, 然后枚举长度后 check, 这样的复杂度是 $O(n \log n)$ 的

Problem H. lin88 找规律

- First Solved By: 朱剑翔 (2:26)
- Shortest Judge Code Length: 487B
- 找循环节的一个方法, KMP 算法
- 把数字当作字符, 就可以建出 KMP 的 NEXT 数组
- 前一部分是无序的, 考虑 NEXT 值只与前缀有关, 把串反转
- 循环部分就变成了前缀, NEXT 数组即前缀后缀相同的最大长度
- 最大的 i , 使得 $i \% 2 == 0$ 且 $next[i] == \frac{i}{2}$, $\frac{i}{2}$ 就是答案
- 可作练习自行证明
- 也可以用哈希, 然后枚举长度后 check, 这样的复杂度是 $O(n \log n)$ 的
- 但是验题人用了自然溢出的哈希过了这题以后把自然溢出卡掉了

Problem D. compute 的树

- First Solved By: 王如嫣 (0:54)

Problem D. compute 的树

- First Solved By: 王如嫣 (0:54)
- Shortest Judge Code Length: 646B

Problem D. compute 的树

- First Solved By: 王如嫣 (0:54)
- Shortest Judge Code Length: 646B
- 随便想办法画出一棵树即可。

Problem D. compute 的树

- First Solved By: 王如嫣 (0:54)
- Shortest Judge Code Length: 646B
- 随便想办法画出一棵树即可。
- 可采用的方法有：BFS，DFS 等。

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题
- 进一步观察三种颜色的情况，发现由三种颜色围成的面积都能表示

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题
- 进一步观察三种颜色的情况，发现由三种颜色围成的面积都能表示
- 所以结论就是由所有颜色组成的凸包内的点都能表示

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题
- 进一步观察三种颜色的情况，发现由三种颜色围成的面积都能表示
- 所以结论就是由所有颜色组成的凸包内的点都能表示
- 求出所给出的点组成的凸包，并判断点是否在多边形内即可

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题
- 进一步观察三种颜色的情况，发现由三种颜色围成的面积都能表示
- 所以结论就是由所有颜色组成的凸包内的点都能表示
- 求出所给出的点组成的凸包，并判断点是否在多边形内即可
- 注意凸包退化成一点或一条线的情况

Problem A. csl 找妈妈 III

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 2700B
- 首先由观察可知，用两种颜色能调出的范围是一条直线
- 这启示我们在坐标系中解决这个问题
- 进一步观察三种颜色的情况，发现由三种颜色围成的面积都能表示
- 所以结论就是由所有颜色组成的凸包内的点都能表示
- 求出所给出的点组成的凸包，并判断点是否在多边形内即可
- 注意凸包退化成一点或一条线的情况
- 数据有重点，要注意处理

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B
- 答案一定是一颗生成树，因为如果有多余的一条边，他总会使复杂度更小。

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B
- 答案一定是一颗生成树，因为如果有多余的一条边，他总会使复杂度更小。
- 与生成树相关的状压 dp。

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B
- 答案一定是一颗生成树，因为如果有多余的一条边，他总会使复杂度更小。
- 与生成树相关的状压 dp。
- $dp[S][u]$ 表示点集为 S ，根为 u 的最大复杂度。

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B
- 答案一定是一颗生成树，因为如果有多余的一条边，他总会使复杂度更小。
- 与生成树相关的状压 dp。
- $dp[S][u]$ 表示点集为 S ，根为 u 的最大复杂度。
- 转移方程：

$$dp[S][u] = \min_{T \in S} (dp[T][u] + dp[S - T][v] + w_{(u,v)} \times size_T \times (n - size_T))$$

Problem C. compute 的小区规划

- First Solved By: N/A
- Shortest Judge Code Length: 1137B
- 答案一定是一颗生成树，因为如果有多余的一条边，他总会使复杂度更小。
- 与生成树相关的状压 dp。
- $dp[S][u]$ 表示点集为 S ，根为 u 的最大复杂度。
- 转移方程：

$$dp[S][u] = \min_{T \in S} (dp[T][u] + dp[S - T][v] + w_{(u,v)} \times size_T \times (n - size_T))$$

- 后面一部分是在计算新加入的一条边对答案的贡献。

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B
- 把每外径内径看成线段的断点，每个套娃就是一维线段

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B
- 把每外径内径看成线段的断点，每个套娃就是一维线段
- 求的就是：选定一些不互相重合的线段，但又不能有空隙能够让别的线段插入的方案数

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B
- 把每外径内径看成线段的断点，每个套娃就是一维线段
- 求的就是：选定一些不互相重合的线段，但又不能有空隙能够让别的线段插入的方案数
- 看成排在一条轴上的一堆线段，为方便处理可离散化左右端点

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B
- 把每外径内径看成线段的断点，每个套娃就是一维线段
- 求的就是：选定一些不互相重合的线段，但又不能有空隙能够让别的线段插入的方案数
- 看成排在一条轴上的一堆线段，为方便处理可离散化左右端点
- 把端点分为左端点和右端点放在数轴上

Problem E. lin88 的套娃

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 1338B
- 把每外径内径看成线段的断点，每个套娃就是一维线段
- 求的就是：选定一些不互相重合的线段，但又不能有空隙能够让别的线段插入的方案数
- 看成排在一条轴上的一堆线段，为方便处理可离散化左右端点
- 把端点分为左端点和右端点放在数轴上
- 随后从左到右 DP 计数，用 cur 表示取当前点前的所有完整线段的方案数

Problem E. lin88 的套娃

- 遇到线段的左端点时，把到当前方案数 cur 记到此线段上，表示有这么多种方案到达此线段

Problem E. lin88 的套娃

- 遇到线段的左端点时，把当前方案数 cur 记到此线段上，表示有这么多种方案到达此线段
- 遇到右端点时，把此端点的方案数加到 cur 上，同时把此线段左端点之前加入 cur 的贡献去掉，表示不能让那些方案跨过此线段

Problem E. lin88 的套娃

- 遇到线段的左端点时，把当前方案数 cur 记到此线段上，表示有这么多种方案到达此线段
- 遇到右端点时，把此端点的方案数加到 cur 上，同时把此线段左端点之前加入 cur 的贡献去掉，表示不能让那些方案跨过此线段
- 这里可以用一个最小堆维护右端点的坐标，同时还有右端点贡献给 cur 的值

Problem E. lin88 的套娃

- 遇到线段的左端点时，把当前方案数 cur 记到此线段上，表示有这么多种方案到达此线段
- 遇到右端点时，把此端点的方案数加到 cur 上，同时把此线段左端点之前加入 cur 的贡献去掉，表示不能让那些方案跨过此线段
- 这里可以用一个最小堆维护右端点的坐标，同时还有右端点贡献给 cur 的值
- 同一个点上同时有左端点和右端点是先处理右端点

Problem E. lin88 的套娃

- 遇到线段的左端点时，把当前方案数 cur 记到此线段上，表示有这么多种方案到达此线段
- 遇到右端点时，把此端点的方案数加到 cur 上，同时把此线段左端点之前加入 cur 的贡献去掉，表示不能让那些方案跨过此线段
- 这里可以用一个最小堆维护右端点的坐标，同时还有右端点贡献给 cur 的值
- 同一个点上同时有左端点和右端点是先处理右端点
- 到最后 cur 就是答案

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B
- 阅读理解 + 小清新数论题

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B
- 阅读理解 + 小清新数论题
- 大家应该都知道 $a^x \bmod p$ 当 $\gcd(x, p) = 1$ 时是有循环节的

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B
- 阅读理解 + 小清新数论题
- 大家应该都知道 $a^x \bmod p$ 当 $\gcd(x, p) = 1$ 时是有循环节的
- 那 $2^i + 2^{n-i} \bmod p$ 这个函数又如何呢

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B
- 阅读理解 + 小清新数论题
- 大家应该都知道 $a^x \bmod p$ 当 $\gcd(x, p) = 1$ 时是有循环节的
- 那 $2^i + 2^{n-i} \bmod p$ 这个函数又如何呢
- 仔细思考后可以发现 2^i 与 $(2^{-1})^i$ 循环节长度是相同的

Problem I. compute 的期末作业

- First Solved By:N/A
- Shortest Judge Code Length: 544B
- 阅读理解 + 小清新数论题
- 大家应该都知道 $a^x \bmod p$ 当 $\gcd(x, p) = 1$ 时是有循环节的
- 那 $2^i + 2^{n-i} \bmod p$ 这个函数又如何呢
- 仔细思考后可以发现 2^i 与 $(2^{-1})^i$ 循环节长度是相同的
- 本题只要暴力求 p 项取其中最大值即可。