origin   of   quantization. ....

이해해야 됨.

Lower bound. of energy in a box.

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}$$ Lowest energy : $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$.

uncertainty principle 을 이용해서 Lower bound를 찾아 보자.

particle in a box 문제 에서 $\langle P \rangle$ 평균적인 momentum은

$\langle P \rangle = 0$ 일수밖에 없다.

If $\langle P \rangle \neq 0$, the particle must drift either to the right or to the left.

so $\langle P \rangle = 0$.

$$\langle H \rangle = \frac{\langle P^2 \rangle}{2m} = \frac{\langle (P - \langle P \rangle)^2 \rangle}{2m} = \frac{(\Delta P)^2}{2m}$$

uncertainty principle 에 의해

$$\Delta x \cdot \Delta P \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta P \geq \frac{\hbar}{2 \Delta x} \Rightarrow (\Delta P)^2 \geq \frac{\hbar^2}{4(\Delta x)^2}$$

standard deviation Δx cannot ~~b�~~ exceed $L/2$.

$$(\Delta p)^2 \geq \frac{\hbar^2}{4 L^2}$$

$$\rightarrow \frac{(\Delta p)^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2 \cdot 4 m L^2}$$

Lower bound 은 $\frac{\hbar^2}{2mL^2}$ 이다.

실제 Lowest energy 는 $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ 이니

uncertainty principle 을 만족한다.