

# Sommaire

|   |    |
|---|----|
| <b>Textes officiels</b> .....   | 5  |
| <b>Horaires</b> .....   | 7  |
| <b>Série économique et sociale (ES)</b> .....   | 9  |
| Objectifs généraux .....  | 9  |
| Mathématiques et informatique en classes de première et terminale ES .....                    | 9  |
| Organisation de l'enseignement et du travail des élèves .....                                 | 10 |
| Contenu du programme de la classe de première ES .....  | 10 |
| Le programme de l'enseignement obligatoire au choix de la classe de première ES .....         | 15 |
| <b>Série littéraire (L) - enseignement obligatoire mathématiques-informatique</b> .....       | 17 |
| Présentation générale .....   | 17 |
| Contenu du programme .....  | 17 |
| <b>Série littéraire (L) - option facultative</b> .....  | 21 |
| Objectifs généraux .....  | 21 |
| Contenu du programme .....  | 21 |
| <b>Série scientifique (S)</b> .....   | 25 |
| Généralités à propos d'une formation scientifique en classes de première et terminale S ..... | 25 |
| Mathématiques et informatique en classes de première et terminale S .....                     | 27 |
| Épistémologie et histoire des mathématiques .....   | 28 |
| Organisation de l'enseignement et du travail des élèves .....                                 | 29 |
| Contenu du programme de la classe de première S .....   | 29 |

collection Lycée – voie générale et technologique  
série Programmes

# Mathématiques

**classe de première**  
**séries ES, L, S**

Ministère de l'éducation nationale  
Direction de l'enseignement scolaire

édition mai 2002

Centre national de documentation pédagogique

**Coordination éditoriale**

Christine NOTTRELET

et son équipe

Christine ALABERT – Jeannine DEVERGILLE – Maryse LAIGNEL

37, rue Jacob – 75006 PARIS – Tél. : 01 44 55 61 87...

**Secrétariat d'édition**

AMC Éditions

**Maquette**

Fabien BIGLIONE

**Maquette de couverture**

Catherine VILLOUTREIX

© 2002 - CNDP, 29, rue d'Ulm, 75005 Paris

ISBN : 2-240-72982-1

ISSN : 1624-5393

« Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant aux termes de l'article L. 122-5 2° et 3°, d'une part, que "les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que "les analyses et courtes citations justifiées par le caractère critique, polémique, pédagogique, scientifique ou d'information de l'œuvre à laquelle elles sont incorporées", **toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement du CNDP est illicite** (article L. 122-4). Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. »

# T extes officiels

## ■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de la classe de première de la série économique et sociale.  
BO hors série n° 8 du 31 août 2000 - Volume 6.

## ■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de l'enseignement obligatoire mathématiques-informatique de la classe de première de la série littéraire.  
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

## ■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de la classe de première de la série scientifique.  
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

## ■ Arrêté du 20 juillet 2001

Fixant le programme de l'option facultative de la classe de première de la série littéraire.  
BO hors série n° 3 du 30 août 2001 - Volume 8.

# H oraires

## ■ Arrêté du 19 juin 2000

Organisation et horaires de la classe de première des séries ES, L et S.  
BO n° 29 du 27 juillet 2000.

### SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE (ES)

| Classe de première         |             |
|----------------------------|-------------|
| Enseignement obligatoire   | Horaire     |
| Mathématiques              | 2,5 + (0,5) |
| Enseignement obligatoire * | Horaire     |
| Mathématiques              | 2           |

( ) L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

\* Au choix parmi d'autres enseignements.

### SÉRIE LITTÉRAIRE (L)

| Classe de première           |         |
|------------------------------|---------|
| Enseignement obligatoire     | Horaire |
| Mathématiques - informatique | 1 + (1) |
| Option facultative *         | Horaire |
| Mathématiques (a)            | 3       |

( ) L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

\* 2 au plus au choix parmi d'autres enseignements.

(a) Il s'agit d'une option spécifique pour les élèves envisageant une poursuite d'études nécessitant des mathématiques.

### SÉRIE SCIENTIFIQUE (S)

| Classe de première       |         |
|--------------------------|---------|
| Enseignement obligatoire | Horaire |
| Mathématiques            | 4 + (1) |

( ) L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

# Série économique et sociale (ES)

■ Arrêté du 9 août 2000

BO hors série n° 8 du 31 août 2000 - Volume 6.

## 1 - Objectifs généraux

La science est un moyen « déraisonnablement efficace » (pour paraphraser Wigner) de rendre le monde qui nous entoure intelligible et partiellement prévisible : l'institution scolaire se doit de favoriser l'accès à ce moyen pour tous les lycéens, en particulier ceux de la série économique et sociale. Dans cette perspective, est réaffirmé ici le caractère indispensable d'un enseignement de mathématiques consistant dans cette série, et ce d'autant plus que par le biais des progrès technologiques, les mathématiques sont de plus en plus massivement présentes.

Cet enseignement doit en particulier aider les élèves à intégrer des mathématiques dans leur mode de pensée ; c'est là un travail de longue haleine et, à l'issue du cycle première-terminale, les élèves devraient avoir rencontré quelques types de questions appelant un traitement mathématique et saisi la nature des réponses que les mathématiques leur apportent.

Dans un premier temps, les objectifs suivants seront prioritairement visés :

- entraîner à la lecture active de l'information, à sa critique éclairée et à son traitement, en particulier en privilégiant les connaissances et les méthodes permettant des changements de registre (graphique, numérique, algébrique, etc.) ;
- initier les élèves à la pratique d'une démarche scientifique globale, mêlant observation, exercice de l'imagination, questionnement, synthèse, usage de la logique, argumentation et démonstration mathématique ;
- favoriser le travail personnel des élèves et donner la possibilité et le goût des problèmes consistants ou non entièrement balisés, qu'ils viennent des mathématiques ou d'ailleurs ;
- promouvoir la cohérence de la formation des élèves en s'appuyant sur l'intuition, en relevant systématiquement les liens entre les différentes parties du programme et en exploitant les jonctions entre les mathématiques et les autres disciplines.

## 2 - Mathématiques et informatique en classes de première et terminale ES

On peut souligner deux aspects du lien entre mathématiques et informatique.

Utiliser des outils logiciels (sur calculatrice ou ordinateur) requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématique et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur et de savoir comment analyser les réponses fournies ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche scientifique.

‘ L’informatique a totalement transformé le paysage des mathématiques ; elle permet la confrontation aisée de plusieurs modèles, le calcul effectif de solutions non explicites d’équations, la pratique de la simulation ; des logiciels mettent à la portée d’un nombre toujours plus grand d’individus des applications de mathématiques sophistiquées, en particulier dans les entreprises. Une évolution des méthodes d’enseignement, voire des contenus, se fera peu à peu ; s’il est nécessaire de l’amorcer dès aujourd’hui, il convient aussi de réfléchir et d’expérimenter diverses stratégies éducatives.

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrice programmable graphique, travail de la classe entière (ou d’un groupe) utilisant un ordinateur muni d’un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d’utilisation la plus adaptée.

### **3 - Organisation de l’enseignement et du travail des élèves**

L’horaire hebdomadaire est, pour la partie obligatoire, de 3 heures en première dont une demi-heure dédoublée et de 4 heures en terminale ; s’y ajoutent 2 heures d’enseignement au choix en première et 2 heures d’enseignement de spécialité en terminale. Une cohérence forte s’impose entre les parties obligatoire et au choix (ou de spécialité) ; seule leur attribution à un même enseignant pourra réellement la garantir. Chaque professeur garde toute liberté pour l’organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe suivant.

L’enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l’activité mathématique dans sa classe ; travail sur problèmes et exercices, élaboration de démonstration, exposé magistral, synthèse, etc., rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève une implication active et l’acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. À cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d’enseignement, à la maison ou au lycée, jouent aussi un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées :

- la résolution d’exercices d’entraînement, en lien avec l’étude du cours, permet aux élèves d’affermir leurs connaissances de base et d’évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d’un problème, mise au point d’exercices étudiés en classe, etc.) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d’un raisonnement et d’expression écrite ; vu l’importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être réguliers, mais leur longueur doit rester modeste ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d’application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté et des questions plus ouvertes (telles la recherche d’informations pertinentes ou le traitement adapté de données chiffrées en vue de leur interprétation).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent d’aborder des situations plus complexes et de mener un travail sur le long terme.

### **4 - Les contenus du programme de la classe de première ES**

L’enseignement des mathématiques en série ES a été notablement repensé durant la dernière décennie. Le présent programme reprend les intentions définies alors : souci d’inscrire les mathématiques dans la formation générale des élèves de cette série en cohérence avec les autres disciplines, traitement privilégié de l’information « chiffrée » sous toutes ses formes, introduction motivée et étude progressive de concepts mathématiques nouveaux. Une réécriture partielle s’est néanmoins imposée compte tenu de la mise en place de nouveaux programmes au collège puis en seconde ; certains points, du fait de leur nouveauté, sont rédigés de façon assez détaillée, les

autres de façon plus concise. En revanche, des modifications substantielles ont été apportées au contenu de l'enseignement au choix de première et à la spécialité de terminale.

Les tableaux qui suivent comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la deuxième fixe, lorsque cela est nécessaire, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions.

L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres.

## **Traitement des données et probabilités**

La manipulation avisée des pourcentages est un objectif minimum que tout enseignement de mathématiques se doit d'atteindre ; il convient sur ce sujet de conforter tout au long de la scolarité les acquis et la pratique d'automatismes intelligents ; ceux-ci seront mis en œuvre en particulier lors de la lecture critique de résultats fournis par les médias.

La statistique est utilisée aujourd'hui dans de nombreux domaines ; il ne s'agit pas là d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée très ancien, rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine a une pratique très spécifique de la statistique fondée sur une problématique propre, la nature des expériences que l'on peut faire, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques les plus souvent mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

Dans les domaines spécifiques à la série ES, les données sont souvent ordonnées (séries chronologiques), l'ordre étant capital (ce qui n'était en général pas le cas pour les séries étudiées en seconde). De plus, la définition de ces données est souvent complexe (indices économiques, données moyennées ou lissées, etc.). Les élèves devront acquérir le réflexe de réfléchir sur la nature même des données traitées avant de commenter la structure qui se dégage de leur description graphique et numérique.

En statistique descriptive, on introduit :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments pourront être travaillés sur des séries de données collectées dans d'autres disciplines (notamment en économie) et sur des séries simulées. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilités et statistique.

On n'abordera pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de ES est susceptible d'entreprendre ultérieurement (sciences humaines, économie, finances, etc.).

La partie du programme consacrée aux probabilités est centrée sur quelques concepts de base : ceux-ci seront introduits pour expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques. En première, on explicitera ce qu'est la simulation d'une expérience (détermination d'un modèle de cette expérience suivie de la simulation de ce modèle) ; on indiquera que la simulation permet, d'une part, d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et, d'autre part, par la comparaison de résultats simulés et de résultats expérimentaux, de valider des modèles.

L'outil naturel pour traiter les problèmes de ce chapitre est l'ordinateur. Les élèves devront en outre savoir utiliser leur calculatrice en mode statistique pour de petites séries.



| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES  |
|--|--|---|
| <p><b>Pourcentages</b></p> <p>Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une baisse.<br/>Augmentations et baisses successives.<br/>Variations d'un pourcentage.</p> <p>Pourcentages de pourcentages.<br/>Addition et comparaison de pourcentages.</p>   | <p>On s'appuiera essentiellement sur des données socio-économiques, historiques et géographiques pour réinvestir toutes les connaissances antérieures relatives aux pourcentages ; on étudiera des exemples présentés sous diverses formes (tableaux à double entrée, graphiques, etc.).</p> <p>L'élève doit savoir passer de la formulation additive (« augmenter de 5 % ») à la formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 »).</p> <p>On formulera aussi ces variations en termes d'indices (comparaison à la valeur prise une année donnée choisie comme base 100).</p> <p>On distinguera les pourcentages décrivant le rapport d'une partie au tout des pourcentages d'évolution (augmentation ou baisse).</p>  | <p>Aucune connaissance technique proprement nouvelle n'est au programme de première ; ce sujet donnera lieu, régulièrement durant l'année, à des activités dans le double objectif suivant : entraîner à une pratique aisée de techniques élémentaires de calcul, amener à une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées.</p> <p>On pourra relever certains pièges classiques de la formulation additive (« pour compenser une hausse de 10 %, suffit-il d'appliquer une baisse de 10 % ? »).</p> <p>Il s'agit en particulier de s'attacher à dégager les différentes interprétations possibles de l'augmentation ou de la diminution d'un pourcentage.</p>  |
| <p><b>Statistique</b></p> <p>Étude de séries de données :<br/>– nature des données (effectifs, données moyennes, indices, pourcentages, etc.) ;<br/>– lissage par moyennes mobiles ;<br/>– histogrammes à pas non constants ;<br/>– diagrammes en boîte.</p> <p>Effet de structure lors du calcul de moyennes.</p> <p>Mesures de dispersion : intervalle interquartile, écart-type.</p> <p>Tableau à double entrée : étude fréquentielle ; lien entre arbre et tableau à double entrée ; notion de fréquence de A sachant B.</p> | <p>On s'intéressera en particulier aux séries chronologiques.</p> <p>On effectuera à l'aide d'un tableur le lissage par moyennes mobiles et on observera directement son effet sur la courbe représentant la série.</p> <p>Les histogrammes à pas non constants ne seront pas développés pour eux-mêmes, mais le regroupement en classes inégales s'imposera lors de l'étude d'exemples comme des pyramides des âges ou de salaires.</p> <p>On apprendra à interpréter diverses formes de diagrammes en boîtes à partir d'exemples.</p> <p>En liaison avec le paragraphe « probabilités », on étudiera plusieurs séries obtenues par simulation d'un modèle ; on comparera les diagrammes en boîte.</p> <p>L'utilisation d'un logiciel informatique est indispensable pour accéder à une simulation sur un nombre important d'expériences.</p> <p>On observera dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.</p> | <p>Sans développer de technicité particulière à propos des histogrammes à pas non constants, on montrera l'intérêt d'une représentation pour laquelle l'aire est proportionnelle à l'effectif.</p> <p>L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), <i>robuste</i> par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise <math>\sum (x_i - x)^2</math> alors qu'elle ne minimise pas <math>\sum  x_i - x </math>.</p> <p>On notera s l'écart-type d'une série, plutôt que <math>\sigma</math>, réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.</p> <p>La fréquence de A sachant B sera notée <math>f_B(A)</math> ; elle prépare à la notion de probabilité conditionnelle qui sera traitée en terminale.</p> |

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE  | COMMENTAIRES  |
|--|---|---|
| <b>Probabilités</b><br>Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements.<br>Modélisation d'expériences de référence menant à l'équiprobabilité ; utilisation de modèles définis à partir de fréquences observées. | Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres.<br><br>On mènera de pair simulation et étude théorique de la somme de deux dés (en liaison avec le paragraphe précédent). | Un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres peut être par exemple :<br><i>Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.</i><br>On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience.<br>On pourra ne pas se limiter à l'étude d'une seule situation et envisager d'autres expériences (produit de deux dés, somme de trois dés, etc.).<br>On pourra repérer les difficultés soulevées par le choix d'un modèle mais sans s'y attarder : on utilisera directement des modèles que la statistique a permis de choisir. |

## Algèbre et analyse

On gardera dans tout ce chapitre l'état d'esprit recommandé en classe de seconde et rappelé dans la présentation générale de ce programme : utiliser et développer conjointement les traitements graphique, numérique et algébrique.

La partie algèbre vise à entretenir et prolonger les connaissances acquises antérieurement sur les résolutions d'équations ou de systèmes. On veillera à traiter ce sujet suffisamment tôt dans l'année (il pourra servir de support à l'introduction d'éléments de calcul matriciel prévus dans le programme de l'option).

Pour les suites, l'objectif principal est de familiariser les élèves avec la modélisation de phénomènes itératifs simples.

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés.

Les opérations entre fonctions seront introduites à travers des exemples et il n'y a pas lieu d'effectuer d'exposé général ; il en sera de même de l'étude des variations d'une fonction à partir de fonctions plus élémentaires : l'important est de ne pas passer à côté d'évidences et d'éviter les complications artificielles.

Le concept de dérivée est un élément fondamental du programme de première ; lors de son introduction, on se contentera d'une approche intuitive de la limite finie en un point. On abordera les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini) sous un angle graphique et on gardera là aussi une vision intuitive.

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES   |
|--|--|--|
| <b>Algèbre</b><br>Exemples de systèmes d'équations linéaires à deux ou trois inconnues ; d'inéquations linéaires à deux inconnues.<br><br>Résolution d'équations et d'inéquations du second degré. | On étudiera quelques exemples simples de problèmes de programmation linéaire.<br><br>On fera le lien avec la représentation graphique de la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$ . | On consolidera l'interprétation géométrique des systèmes linéaires à deux inconnues ; cela amènera à reconnaître directement l'équation $ux + vy + w = 0$ (avec $(u,v) \neq (0;0)$ ) comme équation de droite.<br>On évitera l'application systématique de formules générales utilisant le discriminant lorsqu'une solution plus simple est immédiate. |

| CONTENUS  | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES  |
|---|--|---|
| <b>Suites</b><br>Modes de génération de suites numériques.<br>Suites croissantes, suites décroissantes.<br>Suites arithmétiques ; suites géométriques de raison positive ; somme des $n$ premiers termes.   | Exemples de l'utilisation de suites numériques pour décrire des situations simples.<br>Sur tableur ou calculatrice, calcul des termes d'une suite suivant différents modes de génération et observation comparée des croissances de suites arithmétiques ou géométriques.  | De nombreux phénomènes économiques, notamment chronologiques, peuvent être décrits avec une suite : on se limitera à l'étude durant un temps fini.<br>On parlera de croissance exponentielle pour des suites géométriques à termes positifs, de raison supérieure à 1.  |
| <b>Généralités sur les fonctions</b><br>Représentation graphique de la fonction $x \mapsto u(x+k)$ et des fonctions $u+k$ , $u+v$ , $u-v$ , $ku$ , $ u $ , où $u$ et $v$ sont des fonctions connues et $k$ une constante.<br>Sens de variation dans des cas simples.<br><br>Mise en évidence de la « composée » de fonctions dans des expressions simples.  | On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. On privilégiera les représentations graphiques faites à l'aide d'un grapheur (calculatrice graphique ou ordinateur).<br><br>On montrera en particulier que si $u$ et $v$ sont monotones de même sens, alors $u+v$ l'est aussi.<br><br>On reviendra à cette occasion sur le sens des écritures algébriques. Dans des cas simples où n'interviennent que des fonctions monotones, on déduira le sens de variation.   | On se restreindra à des cas simples. L'objectif essentiel est la compréhension du sens des opérations élémentaires sur des fonctions : on pourra traiter un ou deux exemples à la main, mais aucune technicité n'est à rechercher ici ; un grapheur permettra avantageusement de varier les situations.<br><br>On abordera à cette occasion les propriétés relatives à la somme membre à membre de deux inégalités.<br><br>La « composée » de fonctions sera ici introduite naturellement, sans qu'il soit indispensable d'utiliser la notation $u \circ v$ . |
| <b>Dérivation</b><br>Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.<br>Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand $h$ tend vers 0.<br>Fonction dérivée.<br>Tangente à la courbe représentative d'une fonction $f$ dérivable.<br>Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de $x \mapsto x^n$ , de $x \mapsto \sqrt{x}$ .<br>Lien entre dérivée et sens de variation.<br><br>Application à l'approximation de pourcentages. | Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.<br>On reliera coût marginal et dérivée en un point.<br><br>On étudiera, sur quelques exemples, les variations de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples.<br>On montrera que, pour un taux $x$ faible, $n$ hausses successives de $x$ % équivalent pratiquement à une hausse de $n x$ %. On illustrera ceci à l'aide de la représentation graphique de la fonction $x \mapsto (1+x)^n$ (pour $n = 2$ ou $n = 3$ ) et de sa tangente pour $x = 0$ . | On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite.<br>Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits à l'occasion de ce travail sur la notion de dérivée ; on s'en tiendra à une approche sur des exemples et à une utilisation intuitive.<br>Aucun développement n'est demandé sur ce sujet.<br><br>On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant et on admettra la réciproque.   |

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE  | COMMENTAIRES   |
|--|---|--|
| <b>Comportements asymptotiques</b><br>Comportement des fonctions de référence à l'infini ( $x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto 1/x, x \mapsto 1/x^2$ ; en zéro ( $x \mapsto 1/x, x \mapsto 1/x^2$ )).<br>Asymptote horizontale, verticale ou oblique. | Ce travail sera illustré à l'aide des outils graphiques.<br><br>On s'intéressera à des fonctions mises sous la forme $f(x) = ax + b + \varepsilon(x)$ , la fonction $\varepsilon$ tendant vers 0 en $+$ ou en $-$ . | On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement. |

## 5 - Le programme de l'enseignement obligatoire au choix de la classe de première ES

L'idée directrice du programme de l'enseignement au choix de première est de compléter, toujours dans l'esprit de la série économique et sociale, les connaissances mathématiques des élèves en vue d'une poursuite d'études.

Quelques prolongements du programme obligatoire sont proposés en analyse.

Un chapitre de géométrie vise à étendre à l'espace les acquis antérieurs dans le plan : calculs et illustrations graphiques seront menés simultanément et prépareront le terrain à des modélisations ultérieures.

Une introduction du calcul matriciel apparaît ici : les multiples applications ultérieures la justifient amplement ; le calcul matriciel offre par ailleurs un terrain favorable à une manipulation motivée, ordonnée et rigoureuse de calculs numériques simples. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée. Vecteurs et matrices seront présentés comme des tableaux de nombres décrivant des situations simples et sur lesquels on peut définir des opérations dont l'interprétation s'avère aisée et convaincante.

| CONTENUS  | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE  | COMMENTAIRES  |
|---|---|---|
| <b>Complément sur les fonctions</b><br>Fonctions affines par morceaux.  | Exemples simples d'interpolation linéaire.  |   |
| <b>Géométrie dans l'espace</b><br>Calcul vectoriel. Vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.<br>Repérage : coordonnées d'un point, d'un vecteur.<br>Distance entre deux points ; condition analytique d'orthogonalité entre deux vecteurs.<br><br>Équation cartésienne d'un plan.<br>Équation cartésienne d'une droite.<br><br>Sur des exemples simples de fonctions de deux variables, représentation et lectures de courbes de niveau. | On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan.<br>On pourra n'utiliser que des repères orthogonaux.<br>Les élèves devront savoir lire et représenter un nuage de points en trois dimensions à l'aide d'un logiciel adapté.<br><br>On pourra d'abord établir l'équation d'un plan parallèle à un plan de coordonnées, celle d'un plan parallèle à un axe du repère, puis passer au cas général. On pourra admettre que, pour $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ , $ax + by + cz + d = 0$ est l'équation d'un plan.<br><br>On visualisera les situations dans l'espace à l'aide de logiciels ; ceux-ci mettront en évidence les surfaces représentant ces fonctions et les courbes de niveau apparaîtront comme des sections de ces surfaces par des plans horizontaux. | Une exploration intuitive de l'espace a déjà été menée les années antérieures. L'objectif prioritaire est ici le travail sur les coordonnées : par le simple ajout d'une coordonnée, on étend le calcul vectoriel de la dimension deux à la dimension trois. <i>A contrario</i> , on pourra revenir à la géométrie plane en annulant la troisième coordonnée.<br><br>On pourra interpréter des exercices de programmation linéaire, dans lesquels interviennent des fonctions de coût du type $z = ax + by + c$ .<br><br>Aucune étude théorique de ces surfaces n'est demandée. |

| CONTENUS  | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE  | COMMENTAIRES   |
|---|---|--|
| <b>Calcul matriciel</b><br>Vecteurs-lignes ou colonnes, matrices : définition, dimension, opérations.<br><br>Multiplication d'une matrice par un vecteur.<br>Multiplication de deux matrices.<br><br>Application à la résolution de problèmes faisant intervenir un système linéaire d'équations. | Vecteurs et matrices seront présentés comme des tableaux de nombres décrivant des situations simples ; les opérations seront introduites à la suite d'exemples leur donnant du sens et les justifiant.<br><br>Les opérations seront d'abord réalisées à la main ; on évitera les complications artificielles et on en restera à des dimensions modestes (2, 3, 4 au plus). On posera la question de la recherche de l'inverse d'une matrice ; on cherchera à résoudre ce problème à la main, sur un ou deux exemples en dimension 2.<br><br>On interprétera géométriquement les systèmes à 3 inconnues.<br>On exploitera les possibilités offertes par les tableurs et calculatrices. | On évitera ici tout formalisme et on privilégiera une présentation intuitive en réponse à des situations concrètes.<br>Le calcul matriciel sera l'occasion de calculs numériques simples, ne pouvant aboutir que si l'on procède avec ordre et rigueur.<br><br>La notion de déterminant d'une matrice n'est pas au programme.<br>On notera la linéarité sous-jacente à la multiplication d'une matrice $A$ par un vecteur $X$ ; on en donnera la signification à travers les exemples concrets étudiés.<br><br>On reprendra en termes matriciels la résolution de systèmes au programme de la partie obligatoire. On ne résoudra à la main que des systèmes à 2 inconnues (exceptionnellement 3) ; on utilisera calculatrices et tableurs pour les dimensions supérieures. |



# Série littéraire (L) - enseignement obligatoire mathématiques - informatique

■ Arrêté du 9 août 2000

BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

## Présentation générale

Le programme de première de la série littéraire est centré sur les mathématiques utilisées de façon visible dans notre société actuelle : les tableaux de nombres, les pourcentages, certains paramètres statistiques ; les représentations graphiques sont ainsi des mathématiques visibles. Il a pour objectif de rendre les élèves actifs et le plus autonomes possible vis-à-vis de l'information reçue. Il intègre, comme son intitulé « mathématiques-informatique » le suggère, une dimension informatique en proposant systématiquement une mise en œuvre sur tableur des différents paragraphes.

Le but de cette année de première est de consolider les bases rendant les élèves capables, avec l'expérience :

- de représenter, commenter et résumer des données qu'ils ont eux-mêmes recueillies ou recherchées ;
- de critiquer de façon constructive les formulations, commentaires et interprétations de données chiffrées ou graphiques diffusés par certains médias.

## Contenu du programme

### 1 - Information chiffrée

Il s'agit de mettre en œuvre des connaissances antérieures, d'approcher et de faire fonctionner les mathématiques en jeu dans un tableur.

Le travail se fera essentiellement à partir de documents s'appuyant sur des données chiffrées et des représentations graphiques issues des autres disciplines ou des médias. Certains éléments de ce paragraphe pourront, suivant les choix de l'enseignant, être étudiés en liaison avec les deux suivants.

| CONTENUS  | COMMENTAIRES   |
|---|--|
| <b>Pourcentages</b><br>Coefficient multiplicatif associé à un pourcentage.<br>Itération de pourcentages.<br>Analyse des variations d'un pourcentage.<br>Comparaison de pourcentages.<br>Approximation linéaire dans le cas de faibles pourcentages. | À partir d'activités, on travaillera sur le sens des pourcentages étudiés et la légitimité des opérations faisant intervenir des pourcentages (somme, multiplication).<br>La place réservée aux techniques de calcul est réduite puisque celles-ci sont généralement déjà connues. |
| <b>Feuilles automatisées de calcul</b><br>Exploration dynamique d'une feuille automatisée de calcul et explicitation des relations entre diverses cellules de cette feuille.  | Il s'agit de repérer certains concepts, notions et outils mathématiques mis en œuvre lors de l'utilisation d'un tableur (notamment les notions de variable, de fonction, de moyenne pondérée).   |

| CONTENUS   | COMMENTAIRES   |
|--|--|
| Réalisation d'une feuille automatisée de calcul à partir d'un texte, écrit en langue naturelle, comportant quelques règles et contraintes assez simples.   | À partir d'exemples (budgets d'association, feuilles de remboursement de la sécurité sociale, bilans de clubs d'investissements, feuilles de facturation, etc.), on s'attachera à comprendre comment se font les modifications de toutes les cellules de la feuille de calcul lorsqu'on change une donnée, une pondération ou une règle de calcul. |
| <b>Représentations graphiques</b><br>Interprétation de l'information lisible sur un graphique : valeur exacte ou approchée, influence sur l'allure de la courbe d'un changement de fenêtre graphique.<br>Interpolation linéaire.<br>Résolution graphique d'équations, d'inéquations et recherche d'extremum en exploitant les changements de fenêtre graphique.<br>Lecture de courbes de niveaux et repérage d'un point par trois coordonnées. | On privilégiera les fonctions du temps.<br>On remarquera que pour des représentations de fonctions croissantes du temps avec une graduation régulière en abscisse, on ne peut pas forcément conclure quant aux variations de $\frac{f(a+1) - f(a)}{f(a)}$<br>On ne proposera aucun formalisme sur les fonctions de deux variables.                 |
| <b>Outils graphiques de dénombrement</b><br>Diagrammes ; arbres.   | On découvrira, à travers deux ou trois exemples, quelques modes d'organisation des données en arbre ou en tableau permettant de résoudre facilement des problèmes simples.   |

## 2 - Statistique

En seconde, les élèves ont abordé les notions de fluctuation d'échantillonnage et de simulation. On va maintenant définir de nouveaux paramètres à associer à une série de données numériques ; pour l'interprétation des valeurs de ces paramètres, on gardera à l'esprit qu'ils fluctuent d'une série de données à une autre.

L'objectif de ce chapitre est :

- de familiariser les élèves avec des questions de nature statistique ;
- de montrer, à travers la notion de phénomènes gaussiens, la nature de l'information prévisionnelle apportée par un écart-type ;
- d'étudier des tableaux de pourcentages.

| CONTENUS  | COMMENTAIRES  |
|---|---|
| <b>Diagrammes en boîtes</b><br><b>Intervalle inter-quartile</b><br><br>Définition de l'intervalle interquartile.<br><br>Construction de diagrammes en boîtes (aussi appelés <i>boîtes à moustaches</i> ou <i>boîtes à pattes</i> ). | On étudiera des données recueillies par les élèves, tout en choisissant des situations permettant de limiter le temps de recueil de ces données.<br>À cette occasion, on s'attachera à :<br>– définir une problématique ou une question précise motivant un recueil de données expérimentales ;<br>– définir les données à recueillir, leur codage et les traitements statistiques qu'on appliquera pour avoir des éléments de réponses à la question posée ;<br>– élaborer un protocole de recueil et aborder les problèmes que cela pose.<br><br>Proposition d'exemples : battements cardiaques, estimation de longueurs, durée des repas du soir, nombre et durée de conversations téléphoniques, temps de passage en caisse dans une grande surface, etc. |

| CONTENUS   | COMMENTAIRES  |
|--|---|
| <b>Variance, écart-type</b><br><br>Introduction de l'écart-type pour des données gaussiennes.<br><br>Définition de la plage de normalité pour un niveau de confiance donné.  | L'objectif est ici de rendre les élèves capables de comprendre l'information apportée par la valeur de l'écart-type lors de mesures issues de la biologie ou du contrôle industriel.<br><br>On pourra prendre comme exemple de référence l'étude des courbes de taille et/ou de poids dans les carnets de santé des enfants, en se limitant éventuellement à des âges inférieurs à quatre ou six ans.<br><br>On se limitera ici aux exemples de résultats fournis par les laboratoires biologiques lors de certains examens.<br><br>Pour l'interprétation, lorsque le niveau de confiance est 0,95, on notera que le choix de ce dernier résulte d'un consensus pour avoir des formules simples et implique qu'environ une personne sur vingt sorte de cette plage. |
| <b>Tableaux croisés</b><br><br>Analyse d'un tableau de grands effectifs ;<br>Construction et interprétation :<br>– des marges ;<br>– du tableau des pourcentages en divisant chaque cellule par la somme de toutes les cellules ;<br>– du tableau des pourcentages par ligne en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même ligne ;<br>– du tableau des pourcentages par colonne en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même colonne. | On ne parlera pas des tableaux théoriques ou dits de proportionnalité ; les commentaires sur les pourcentages des lignes (resp. des colonnes) se feront simplement à partir des distributions de fréquences associées aux marges horizontales (resp. verticales).<br><br>On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de résultats d'élection (classification selon les régions ou les classes d'âge des votes à une élection où plusieurs candidats sont en présence).   |

### 3 - Exemple de types de croissance

On accordera ici une place importante aux séries chronologiques. Par ailleurs, ce paragraphe sera l'occasion pour l'enseignant de préciser dans quel contexte historique ou culturel ont pu apparaître certaines notions.

En fin d'étude, l'enseignant proposera la lecture critique de documents commentant la croissance de certains phénomènes.

| CONTENUS   | COMMENTAIRES  |
|--|---|
| <b>Suites arithmétiques ; croissance linéaire</b><br><br>Exemples de suites ayant un accroissement constant ; calcul du $n$ -ième terme.<br>Calcul sur tableur des $n$ premiers termes d'une telle suite et représentation graphique correspondante.<br>Pour une suite finie de nombres, reconnaissance à partir de sa représentation graphique de sa nature arithmétique. | L'enseignant privilégiera l'une des deux notations $u(n)$ ou $u_n$ pour le terme d'indice $n$ d'une suite ; les élèves devront avoir rencontré les deux.  |
| <b>Suites géométriques ; croissance exponentielle</b><br><br>Exemples de suites ayant un accroissement relatif constant ; calcul du $n$ -ième terme.<br>Calcul sur tableur des $n$ premiers termes d'une telle suite ; représentation graphique correspondante ; comparaison avec le cas d'une croissance linéaire.  | On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de l'accroissement (ou diminution) d'une population ou l'évolution d'un capital placé à intérêts composés.   |
| <b>Autres exemples de croissance</b>   | On montrera qu'il existe d'autres types de croissances. On pourra prendre comme exemple le cas de suites ayant des différences secondes constantes, que l'on pourra illustrer historiquement par les travaux de Galilée, mettre en œuvre sur un tableur et représenter graphiquement. |



## 4 - Activités d'ouverture

Cette dernière partie propose, en dehors du champ d'évaluation de l'épreuve anticipée de mathématiques du baccalauréat, des activités complémentaires. L'une au moins de ces activités d'ouverture sera proposée à la classe entière ou à une partie seulement lors de séances en demi-classe.

| CONTENUS                                  | COMMENTAIRES   |
|---|--|
| Figure géométrique obtenue par itération. | On pourra prendre comme exemple de référence le flocon de Von Koch, choisi ici en raison de son intérêt tant épistémologique (il ouvre sur le concept d'infini), qu'algébrique (formalisation du passage d'une étape à la suivante et lien avec les suites) ou culturel et esthétique. |
| Analyse et production de pavages du plan. | Cette activité reprend et complète l'un des thèmes proposés dans le programme de seconde.  |



# érie littéraire (L) - option facultative

■ Arrêté du 20 juillet 2001

BO hors série n° 3 du 30 août 2001 - Volume 8.

## Objectifs généraux

Les options facultatives de mathématiques de première et terminale L s'adressent à des élèves qui, dans leurs études ultérieures et/ou leur vie professionnelle, devront soit utiliser ou enseigner des mathématiques (tels les futurs professeurs des écoles), soit comprendre et être capables de travailler sur des arguments et des raisonnements de nature mathématique, dans des domaines variés.

Comme c'est le cas dans les séries S et ES, la formation en mathématiques participe d'un enseignement à la fois culturel et technique. Le lien avec les autres disciplines peut porter dans cette série sur l'implication des mathématiques dans les disciplines littéraires et artistiques. Cependant, la culture mathématique proposée ne doit pas être purement spéculative : il importe qu'elle soit fondée sur une réelle pratique du raisonnement et de la démonstration et sur l'expérience de la confiance liée à la maîtrise de certaines techniques. Bien que fondamentale dans l'activité mathématique, la formalisation ne devra pas constituer un obstacle pour les élèves : une large place sera donc laissée à l'intuition et aux réalisations concrètes variées (tracés, calculs sur tableurs, etc.) ; en particulier, le programme demande que les études numériques soient systématiquement corrélées à une vision géométrique ou graphique.

Les choix de programme ont été faits pour permettre de reprendre et de confirmer en terminale les acquis de première.

La plus grande partie du cours de mathématiques-informatique de première pourra être réinvestie sans problème.

L'enseignant reste libre de l'ordre des présentations des diverses notions.

## Contenu du programme

À titre indicatif, les répartitions horaires respectives pour les différents chapitres du programme sont approximativement : géométrie : 45 % (environ 14 semaines), combinatoire : 10 % (environ 3 semaines), analyse : 45 % (environ 14 semaines).

| CONTENUS  | MODALITÉS  | COMMENTAIRES   |
|---|--|--|
| <b>Géométrie plane</b><br><br>Constructions et tracés<br>(« à la règle et au compas »).<br>Constructions de polygones réguliers (à $n$ côtés pour $n = 3, 4, 6, 8, 12$ ).<br><br>Problèmes de construction. | <br><br>On s'appuiera sur les transformations étudiées jusqu'en seconde, y compris les agrandissements et réductions ; on rappellera avec précision les propriétés utilisées.<br><br>On utilisera les propriétés des angles géométriques (y compris le théorème de l'angle inscrit). | <br><br>Dans tout ce paragraphe, on articulera avec soin tracés effectifs et justifications. On utilisera en particulier les logiciels de géométrie : ceux-ci dispensent des problèmes de tracés et leur utilisation nécessite l'explicitation <i>a priori</i> des propriétés traduisant l'énoncé. Cette utilisation s'intègre donc tout à fait dans la démarche de démonstration souhaitée ici. |

| CONTENUS  | MODALITÉS   | COMMENTAIRES   |
|---|---|--|
| <p>Nombres constructibles.</p> <p>Commensurabilité et algorithme d'Euclide.</p>   | <p>On traitera des exemples tels que : cercle de rayon donné passant par un point donné et tangent à une droite donnée (ou tangent à deux droites) ; cercle tangent à trois droites données ; triangle équilatéral inscrit (resp. circonscrit) dans un triangle donné ; construction de figures semblables à une figure donnée ; carré « inscrit » dans un demi-disque, dans un triangle ; tangente commune à deux cercles.</p> <p>On construira la somme et le produit de deux nombres constructibles ; l'inverse et la racine carrée d'un nombre constructible. On en déduira que tout rationnel est constructible.</p> <p>On posera le problème du pavage d'un rectangle avec des dalles carrées identiques les plus grandes possible. On fera le lien avec le calcul d'un PGCD.</p> | <p>On pourra expliciter la méthode qui consiste à abandonner dans un premier temps une des contraintes du problème.</p> <p>On pourra évoquer le problème de la quadrature du cercle.</p> <p>On débouche ainsi de façon très naturelle sur des nombres n'ayant pas de « commune mesure » et donc sur les nombres irrationnels.</p>  |
| <p><b>Géométrie dans l'espace</b></p> <p>Perspective cavalière</p>  | <p>On énoncera les propriétés usuelles : conservation des milieux, des rapports, du parallélisme, du contact ; mais non des longueurs et des angles. On représentera des solides usuels ainsi que des sections planes de ces solides. On abordera la représentation d'un cercle inscrit dans la face d'un cube puis d'une sphère.</p>   | <p>On illustrera en particulier ces propriétés en représentant l'image d'une fenêtre éclairée par le soleil sur les murs d'une pièce (projection parallèle sur les murs de la pièce).</p>  |
| <p><b>Combinatoire</b></p> <p>Introduction des combinaisons par le triangle de Pascal.</p> <p>Notation <math>\binom{n}{p}</math>.</p> <p>Formule du binôme.</p> | <p>Les calculs de <math>\binom{n}{p}</math> pour des valeurs de <math>n</math> inférieures à 10 seront faits à partir du triangle de Pascal.</p> <p>On introduira la formule</p> $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ <p>On proposera des dénombrements utilisant les combinaisons et des arbres.</p>   | <p>On pourra utiliser le triangle de Pascal pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– le décompte des parties de <math>p</math> éléments d'un ensemble à <math>n</math> éléments ;</li> <li>– le calcul des coefficients de la décomposition de <math>(a + b)^n</math>.</li> </ul> <p>Le symbole <math>\binom{n}{p}</math> sera désigné par la locution « <math>p</math> parmi <math>n</math> ».</p> |
| <p><b>Analyse</b></p> <p>Exemples de problèmes mettant en jeu des fonctions simples.</p>  | <p>On manipulera à cette occasion des fonctions simples : polynômes de degré au plus 3, fractions rationnelles du type <math>\frac{ax + b}{cx + d}</math>, fonction du type <math>\sqrt{u}</math> où <math>u</math> est un polynôme de degré au plus 2 ; on représentera ces fonctions à l'aide de la calculatrice graphique ou d'un logiciel adapté.</p>   | <p>Les problèmes abordés seront issus de situations cinématiques simples (mouvement d'un point sur un axe gradué, remplissage d'un récipient, etc.), de situations géométriques simples (aire d'un rectangle de périmètre donné en fonction d'une dimension, etc.), ou de questions de coûts en fonction du nombre d'unités, etc.</p>  |

| CONTENUS   | MODALITÉS  | COMMENTAIRES   |
|--|--|--|
| Nombre dérivé d'une fonction en un point.  | Approche de la notion de vitesse instantanée d'un mouvement rectiligne.  | On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite.<br>Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits à l'occasion de ce travail sur la notion de dérivée ; on s'en tiendra à une approche sur des exemples et à une utilisation intuitive. |
| Fonction dérivée.  | Dérivée des fonctions usuelles (polynômes de degré au plus 3 ; fonctions homographiques ; fonctions du type $\sqrt{u}$ où $u$ est un polynôme de degré au plus 2).   | Les formules de dérivation d'une somme de fonctions et d'un produit d'une fonction par un nombre sont admises. Les formules de dérivation d'un produit ou d'un quotient de fonctions sont hors programme.  |
| Tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.  |  | On fera le lien avec le nombre dérivé ; on ne calculera pas systématiquement l'équation de la tangente.  |
| Lien entre signe de la dérivée et sens de variation d'une fonction sur un intervalle.<br>Cas du trinôme du second degré. | Construction du tableau de variations d'une fonction trinôme du second degré ; condition d'existence de zéros (et recherche de ces zéros en remplaçant $x$ par $a + x$ où $f(a)$ est l'extremum).                        | On fera le lien entre coefficient directeur de la tangente et sens de variation de la fonction, puis entre signe de la dérivée et sens de variation de la fonction.<br>Pour le second degré, on travaillera avant tout sur des exemples numériques.                            |
| Application à l'approximation de pourcentages.   | En liaison avec le programme obligatoire de première, on expliquera que pour un taux $x$ faible et un entier $n$ petit, $n$ hausses successives de $x$ % donnent presque le même résultat qu'une seule hausse de $nx$ %. | On pourra faire le lien avec la formule du binôme.   |
| Modélisation de quelques situations faisant intervenir des extrema de fonctions simples.                                 |  |  |

■ Arrêté du 9 août 2000

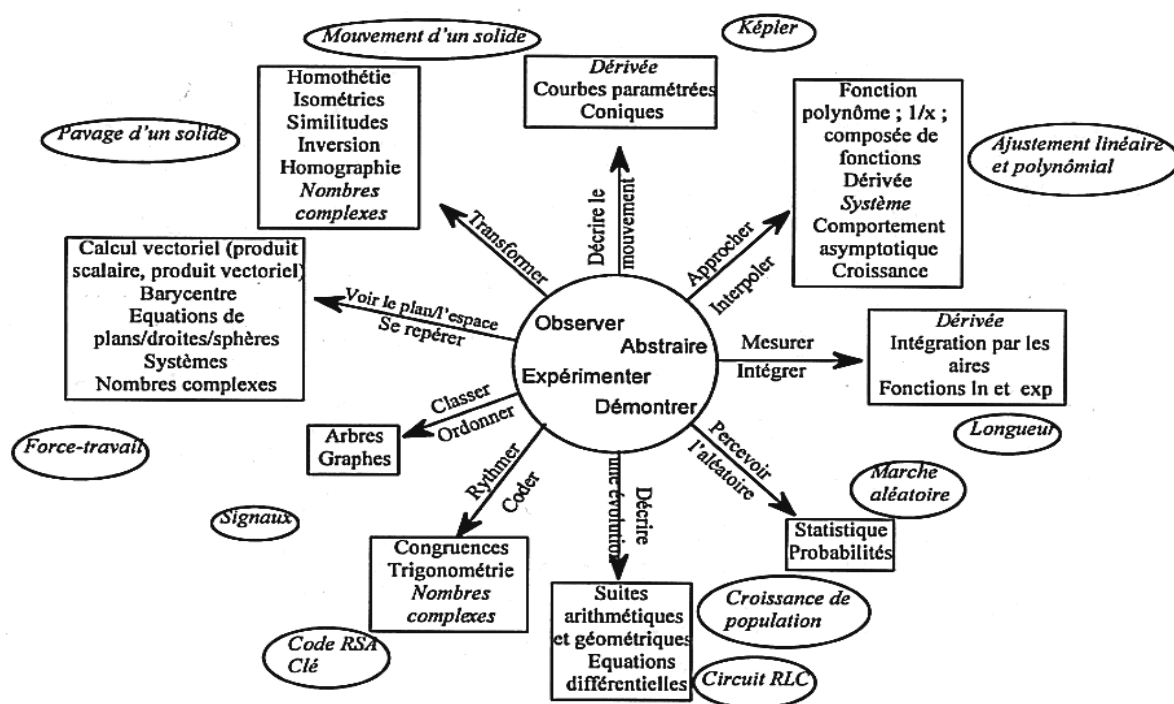
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

## 1 - Généralités à propos d'une formation scientifique en classes de première et terminale S

Pour concevoir un programme de mathématiques dans le cadre d'une formation scientifique pour les élèves de première et terminale S, il convient :

- de prendre en compte la diversité des mathématiques actuelles ;
- de rappeler les éléments fondamentaux propres à toute démarche mathématique et, de ce fait, incontournables dans tout projet de formation mathématique.

Le schéma suivant illustre ce propos ; il permet par ailleurs de situer les choix de contenus définis au paragraphe 5.



Le noyau central du schéma résume, en quatre composantes essentielles, la spécificité de toute pratique mathématique : observation, abstraction, expérimentation, démonstration. Ces quatre composantes entretiennent entre elles des rapports dialectiques, l'une appelant l'autre ou s'appuyant sur elle, au gré du travail mathématique réalisé.

Dans tous les domaines, l'observation est un processus dynamique suscité par une problématique propre à la discipline ; elle conduit à des questions et éclaire ainsi l'origine et le développement de certaines idées. L'observation ne peut être pratiquée sans disposer d'un bagage théorique ; elle est d'autant plus riche que les connaissances de l'observateur sont importantes et organisées en un système cohérent.

L'observation active demande de l'expérience et concourt en retour à la forger.

L'abstraction est au cœur de l'activité mathématique et connaît plusieurs niveaux ; il importe que les élèves expérimentent la force et le pouvoir de chaque niveau qu'ils abordent. L'abstraction ouvre la possibilité d'évoluer dans de nouveaux mondes où des questions issues d'une réalité complexe peuvent être formulées simplement et admettent des réponses qui, en retour, rendent cette réalité plus intelligible et partiellement prévisible. Accéder à ces nouveaux mondes et y évoluer est difficile et demande du temps ; de plus, l'aisance à un certain niveau d'abstraction nécessite d'avoir entrevu et fait quelques pas à des niveaux supérieurs. Néanmoins, cela représente une aventure que l'on se doit de proposer à des adolescents et à laquelle ils peuvent trouver du plaisir. Un programme ne constitue pas en lui-même une méthode d'accès à divers niveaux d'abstraction ; c'est à l'enseignant qu'incombe la tâche de rendre possible les processus d'abstraction à partir des éléments du programme. Comme le précédent, le programme actuel repose sur une stratégie éducative où l'on va de la construction d'objets mentaux vers des concepts mathématiques. Pour tous les élèves, et en particulier ceux qui ne deviendront pas des professionnels des mathématiques, cette construction des objets mentaux est capitale ; mais elle l'est aussi pour les futurs scientifiques, qu'elle munit des références préalables indispensables à toute présentation des théories qui unifient et généralisent.

L'expérimentation prend place à presque tous les niveaux de l'activité mathématique. Elle englobe toutes les procédures visant à traiter des cas particuliers d'une question trop difficile pour être abordée directement ; elle permet notamment :

- de trouver d'éventuels contre-exemples ;
- de comprendre comment la question se résout dans des cas particuliers et en quoi les arguments valables se généralisent ou non ;
- de faire des conjectures sur des questions voisines.

La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France.

Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations. Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis, etc.). La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction  $x \mapsto x^2 + 1$  est à valeurs positives). C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate.

Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que, pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoirs, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques.

‘ Différentes actions sont indiquées sur des flèches ; ces actions doivent toutes s'entendre dans le champ des mathématiques (ainsi, percevoir l'aléatoire, c'est trouver les bons concepts menant aux théorèmes permettant de rendre l'aléatoire intelligible et partiellement prévisible) ; la connaissance des actions que l'on développe peut faciliter le travail interdisciplinaire ainsi que la communication, tant aux élèves qu'aux familles, de ce qu'est le travail mathématique.

‘ Les pavés du schéma sont des listes de contenus qui ont semblé aujourd'hui incontournables dans le cadre d'une formation scientifique au niveau du lycée. Néanmoins, quel que soit l'horaire imparti aux mathématiques, il y aura toujours plus de contenus jugés indispensables que ne peut en comporter un programme. L'élaboration d'un programme implique donc des choix : choix guidés par l'équilibre à rechercher entre poids des nouveautés, continuité à assurer avec les anciens programmes et faisabilité pour une classe d'âge donnée. D'autres choix seront faits dans le futur ; le schéma ci-dessus pourrait contribuer à les préparer et constituer de ce fait un guide possible pour la formation permanente des enseignants.

‘ Des thèmes et sujets d'études, inscrits dans des ellipses, gravitent dans la partie la plus extérieure du schéma ; ils sont de natures très différentes. Certains indiquent des liens avec d'autres disciplines, où des concepts de mathématiques sont soit essentiels à l'élaboration d'une théorie, soit appliqués avec une grande efficacité. D'autres sujets renvoient à des domaines d'activité mathématique actuellement foisonnants. Ces sujets et thèmes veulent inciter à aborder les mathématiques en partant de questions et problèmes riches (qu'ils soient issus des mathématiques ou non, qu'ils puissent ou non être entièrement résolus) ; ces exemples indiquent aussi qu'une formation scientifique doit munir l'élève de connaissances suffisamment étoffées pour qu'il puisse aborder des questions d'actualité (dans le cadre des Travaux personnels encadrés notamment).

Le schéma ci-dessus suggère une conception de l'enseignement des mathématiques plus orientée par des problématiques et des grandes activités que par des contenus. Cependant, mettre en œuvre une telle conception nécessite aussi de décliner des contenus (un « programme » au sens usuel du terme) : c'est l'objet du tableau du paragraphe 5.

## **2 - Mathématiques et informatique en classes de première et terminale S**

### **Liens entre mathématiques et informatique**

On peut distinguer trois aspects du lien entre mathématiques et informatique.

‘ Les progrès de l'informatique sont étroitement liés à la fois à ceux de la technologie et à ceux des mathématiques. L'informatique fait ainsi largement appel à des domaines des mathématiques et, par les problématiques qu'elle suscite, elle contribue fortement à leur développement : il en est ainsi notamment des mathématiques discrètes. Les nouveaux programmes ne développent pas en priorité les domaines mathématiques les plus liés à l'informatique ; un tel choix doit se faire à l'issue d'un large débat dont la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques créée en 1999 a été saisie.

‘ Certaines notions informatiques élémentaires (boucle, test, récursivité, tri, cheminement dans des graphes, opérations sur des types logiques) font partie du champ des mathématiques et pourraient être objets d'enseignement dans cette discipline. Compte tenu de l'horaire imparti et des débats en cours, il n'est proposé ici aucun chapitre d'informatique. Néanmoins, l'élève devra mettre en œuvre, notamment sur sa calculatrice, les notions de boucle et test.

‘ L'utilisation de logiciels requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer : tant sur le calcul algébrique, sur les fonctions que sur la géométrie. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématiques et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur ou la calculatrice et de savoir comment analyser les réponses fournies ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche proprement mathématique.

### **Apports des outils logiciels**

L'évolution des outils disponibles pour faire des mathématiques s'est toujours accompagnée d'une évolution des approches et des pratiques. L'informatique change qualitativement et quantitativement les possibilités de calculs exacts (calcul formel) ou approchés, permet des approches nouvelles de problèmes classiques et ouvre le champ à de nouveaux problèmes ; il est nécessaire de revisiter l'enseignement des mathématiques à la lumière des immenses possibilités offertes (logiciels de géométrie, de calcul formel, tableur, traceur, etc.) ; l'usage éclairé d'outils informatiques est donc recommandé dans chaque chapitre du programme.

Il est à noter aussi que l'informatique, sanctionnant immédiatement et visiblement les fautes de syntaxe, contribue à former à l'esprit de rigueur, notamment dans la manipulation des objets traités (nombres, variables, figures géométriques).

### **Modalités de mise en œuvre**

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrices programmables graphiques, travail de la classe entière (ou d'un groupe) utilisant un ordinateur muni d'un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la plus adaptée.

## **3 - Épistémologie et histoire des mathématiques**

Les élèves doivent prendre conscience du fait que les mathématiques sont une discipline vivante, fruit du labeur et du génie de nombreux individus : connaître au moins le nom de quelques-uns d'entre eux et la période à laquelle ils ont vécu fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique.

La plupart des idées ont mis longtemps à émerger : le savoir permettra aux élèves de mieux accepter l'importance du temps qu'il devra passer pour se les approprier.

En lien avec le programme, on pourra par exemple privilégier :

- le travail d'un ensemble de textes historiques liés à un même thème (par exemple, la notion de fonction ou d'équations, de dérivée ou de loi de probabilité, etc.) permettant de voir la nature des questions à l'origine de certains concepts et le langage dans lequel des questions ont été formulées et abordées ;
- une chronologie sur laquelle on repère l'évolution de concepts.

Liberté est laissée au professeur pour l'intégration de cette composante historique et épistémologique ; il conviendra de privilégier la qualité sur la quantité ; de plus, il n'y a pas lieu d'être systématique, l'histoire d'une notion n'aidant pas toujours l'élève à se l'approprier (il arrive même que l'oubli de l'origine de certaines questions soit un prix à payer pour avancer en sciences).



## 4 - Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe 5. Bien que modestes, ces contenus représentent un saut qualitatif dans le cursus mathématique des lycéens : ce saut est inhérent au choix d'une section scientifique à l'issue d'une seconde de détermination ; l'enseignant aidera chacun de ses élèves à le réaliser.

L'enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe ; recherche de problèmes, résolution d'exercices, mise en forme de démonstrations, exposé magistral, synthèse, etc., rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève l'acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. À cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées :

- la résolution d'exercices d'entraînement, en liaison avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- l'étude de situations plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte, etc.) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents mais leur longueur doit rester raisonnable ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats, et des problèmes plus ouverts (susceptibles d'amener l'élève à choisir un modèle mathématique approprié, à émettre une conjecture, à expérimenter à travers des exemples ou des contre-exemples, à construire un raisonnement) ;
- l'exploitation de documents, individuelle ou en équipe, contribue au développement des capacités d'expression écrite (rédaction d'un rapport) ou orale (mise au point d'un exposé).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent aussi de faire étudier des situations complexes et d'entraîner les élèves à mener un travail long jusqu'à son terme.

## 5 - Les contenus du programme de la classe de première S

Un programme se doit de répondre aux spécifications de formation fournies par l'institution, d'une part (représentée, en particulier, par le Conseil national des programmes) et, dans une certaine mesure et de façon peut-être moins explicite, par la communauté scientifique, d'autre part.

Les spécifications notifiées par le Conseil national des programmes en janvier 1999 étaient d'introduire de la statistique en première et terminale S et d'utiliser les possibilités offertes par l'informatique. La prise en compte de cette demande, des attentes exprimées lors de la phase préparatoire à la rédaction de ce programme et, comme indiqué plus haut, la recherche d'un équilibre entre le poids des nouveautés, la continuité à assurer avec les anciens programmes et la faisabilité pour une classe d'âge donnée, ont conduit aux choix de contenus présentés dans les tableaux ci-après.

Ces tableaux comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la deuxième fixe, lorsque cela est utile, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions.

Les contenus sont à introduire et à développer dans l'esprit des paragraphes précédents : on les fera donc fonctionner en situation (recherche et étude de conjectures, résolution de problèmes, argumentation, raisonnement, démonstration). On privilégiera le traitement de problèmes permettant d'aborder plusieurs concepts en même temps. L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens intimes qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres.

Aucun titre relatif au calcul algébrique ne figure ici, mais celui-ci doit être largement présent dans différentes parties du programme.

Désormais, la statistique est étudiée en série S ; aussi, quelques éléments sont-ils développés sur cet enseignement (la longueur du commentaire n'est pas proportionnelle au temps à consacrer à ce sujet).

L'usage de la statistique dans de nombreux domaines ne relève pas d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée anciens, diffusion rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine d'application a une pratique spécifique de la statistique, fondée sur une problématique propre, le type d'expériences réalisables, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques de calcul mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

En classe de seconde, les élèves ont acquis une expérience de l'aléatoire en pratiquant eux-mêmes des expériences de référence (lancers de dés, de pièces) et en simulant d'autres expériences à l'aide de listes de chiffres au hasard produites par une calculatrice ou un ordinateur. La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques.

Une partie du programme des classes de première et de terminale S concerne la modélisation d'expériences de référence, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en prévoir d'autres. En première, on approfondira la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ; la simulation permet, d'une part, d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et, d'autre part, par la comparaison de telles estimations avec des résultats expérimentaux, de valider le modèle choisi.

La statistique descriptive a une part modeste dans la série S ; en particulier, on n'aborde pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de S est susceptible d'entreprendre ultérieurement.

## **Géométrie**

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie.

Le repérage polaire dans le plan et le repérage cartésien dans l'espace offrent de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets.

L'étude de configurations du plan et de l'espace est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations.

Enfin, la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des îlots déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs ; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration.

L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce que l'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'expliciter est un élément important d'une formation scientifique.

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES  |
|--|--|---|
| <b>Sections planes</b><br><br>Sections planes d'un cube, d'un tétraèdre.   | Pour aborder ces problèmes, les élèves pourront s'aider de manipulations de solides et d'un logiciel de géométrie.   | On utilisera les règles d'incidence vues en classe de seconde pour justifier les constructions des différentes sections planes possibles. Ce travail, en consolidant la perception de l'espace, facilitera l'introduction du repérage cartésien.  |
| <b>Repérage</b><br><br>Repérage polaire dans le plan et trigonométrie ; mesures des angles orientés, mesure principale, relation de Chasles, lignes trigonométriques des angles associés.<br><br>Repérage cartésien dans l'espace. Distance entre deux points en repère orthonormal.   | Repérage d'abord d'un point du cercle trigonométrique, à l'aide d'un réel défini à un multiple près de $2\pi$ ; lien entre repérage polaire et repérage cartésien.<br><br>En particulier, équation de quelques objets de l'espace : plans parallèles aux plans de coordonnées ; sphère centrée à l'origine, cône de sommet l'origine et cylindre, chacun ayant pour axe un axe du repère.  | C'est en « enroulant $\mathbf{R}$ » sur le cercle trigonométrique que les élèves ont construit en seconde les représentations graphiques des fonctions sinus et cosinus ; une première approche du radian et des angles orientés a alors été réalisée, s'appuyant sur la proportionnalité entre mesure de l'angle au centre et longueur de l'arc intercepté. On gardera ici cette vision dynamique de l'enroulement.<br><br>Il s'agit ici de rendre familiers quelques objets usuels. |
| <b>Géométrie vectorielle</b><br><br>Calcul vectoriel dans l'espace.<br><br>Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.<br><br>Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.<br><br>Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs. | On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.<br><br>On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.<br><br>Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.<br><br>Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre.<br>Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus. | La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.<br><br>On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace.<br>On pourra faire le lien avec le travail d'une force.<br><br>Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.  |

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES  |
|--|--|---|
| <b>Transformations</b><br>Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle). | Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.  | Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.  |
| <b>Lieux géométriques dans le plan</b>   | <p>Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux.</p> <p>On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.</p> | <p>La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant.</p> <p>Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques.</p> <p>On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.</p> |

### Analyse

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés, nécessaires à la résolution de problèmes. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première ; il est conseillé de l'aborder rapidement : les fonctions étudiées au lycée sont toutes régulières ; on se contentera donc d'une approche intuitive des limites finies en un point à travers la notion de dérivée. Pour les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini), on gardera de même une vision intuitive. Par contre, un travail plus approfondi est proposé sur la notion de limite d'une suite, plus facile à aborder que celle de limite d'une fonction en un point : l'objectif est ambitieux, il convient cependant de rester raisonnable dans sa mise en œuvre et de privilégier les raisonnements à support graphique.

| CONTENUS  | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE  | COMMENTAIRES   |
|---|---|--|
| <b>Généralités sur les fonctions</b><br>Opérations sur les fonctions : $u + v$ , $\lambda u$ , $uv$ , $\frac{u}{v}$ , $u \circ v$ .<br>Définition d'une fonction polynôme et de son degré.<br>Sens de variation et représentation graphique d'une fonction de la forme $u + \lambda$ , $\lambda u$ , la fonction $u$ étant connue. Sens de variation de $u \circ v$ , $u$ et $v$ étant monotones. | <p>On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d'une même fonction trinôme, d'une même fonction homographique.</p> <p>On travaillera, à l'aide de grapheurs, sur des familles de courbes représentatives de fonctions associées à deux fonctions données <math>u</math> et <math>v</math> :<br/> <math>u + \lambda</math>, <math>\lambda u</math>, <math>u + v</math>, <math>lu</math>, <math>x \mapsto u(\lambda x)</math><br/> et <math>x \mapsto u(x + \lambda)</math>.</p> | <p>Les transformations d'écritures s'effectueront à l'occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d'asymptotes, résolution d'équations). On remarquera que certaines familles de fonctions sont stables par certaines opérations, pas par d'autres.</p> <p>On remarquera à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle donnant dans tous les cas le sens de variation de <math>u + v</math> ou de <math>u \circ v</math>.</p> <p>On justifiera les symétries observées sur les représentations graphiques.</p> |

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES   |
|--|--|--|
| Résolution de l'équation du second degré.<br>Étude du signe d'un trinôme.  | On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.   | On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.   |
| <p><b>Dérivation</b></p> <p>Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.</p> <p>Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de <math>\frac{f(a+h) - f(a)}{h}</math> quand <math>h</math> tend vers 0.</p> <p>Fonction dérivée.</p> <p>Tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable ; approximation affine associée de la fonction.</p> <p>Dérivée des fonctions usuelles :<br/> <math>x \mapsto x^n</math>, <math>x \mapsto \sqrt{x}</math>, <math>x \mapsto \cos x</math> et <math>x \mapsto \sin x</math><br/> Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de <math>x \mapsto f(ax+b)</math>.</p> <p>Lien entre signe de la dérivée et variations.</p> | <p>Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.</p> <p>On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : <math>y' = f(t)</math> et <math>y(t_0) = y_0</math> en utilisant l'approximation <math>\Delta f = f(a) \Delta t</math>.</p> <p>On justifiera le résultat donnant la dérivée de <math>u \cdot v</math> et <math>\frac{1}{u}</math>.</p> <p>On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.</p> | <p>On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduites sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.</p> <p>Dans les cas usuels, la limite de <math>\frac{f(a+h) - f(a)}{h}</math> s'obtient, après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra tous les résultats utiles.</p> <p>La notion de développement limité à l'ordre 1 n'est pas au programme. On pourra cependant évoquer le caractère optimal de l'approximation affine liée à la dérivée.</p> <p>On pourra observer sur grapheur ou tableur l'erreur commise dans le cas où l'on connaît une expression de la fonction <math>y</math>.</p> <p>On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus.</p> <p>On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque.</p> <p>L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.</p> |
| <p><b>Comportement asymptotique de certaines fonctions</b></p> <p>Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.</p>   | <p>On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type <math>x \mapsto ax + b + h(x)</math> avec <math>h</math> tendant vers 0 en <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math>), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.</p>   | <p>On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.</p>  |

| CONTENUS   | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES  |
|--|--|---|
| <p><b>Suites</b></p> <p>Modes de générations d'une suite numérique.<br/>Suite croissante, suite décroissante.<br/>Suites arithmétiques et suites géométriques.</p> <p>Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples.<br/>Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition.</p> <p>Limite d'une suite géométrique.</p> | <p>Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence.<br/>Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques.<br/>Comparaisons des valeurs des premiers termes des suites <math>(1 + t)^n</math> et <math>1 + nt</math> pour différentes valeurs de <math>t</math> (en lien avec la notion de dérivée).</p> <p>On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.</p> <p>On utilisera au choix une des définitions suivantes pour la convergence d'une suite vers <math>a</math> :<br/><i>Tout intervalle ouvert contenant <math>a</math> contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini d'entre eux.</i><br/><i>Tout intervalle ouvert contenant <math>a</math> contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.</i></p> <p>Démonstration du théorème « des gendarmes » ; les théorèmes sur la somme, le produit et le quotient de suites convergents seront pour la plupart admis.</p> <p>On pourra mettre la définition en œuvre pour étudier une limite (exemple : suite <math>(w_n)</math> définie par <math>w_n = \max(u_n, v_n)</math>) ou pour montrer l'unicité de la limite.</p> <p>On montrera avec des exemples la variété de comportement de suites convergeant vers une même limite.</p> | <p>On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.</p> <p>Le travail demandé ici à propos de la définition de la convergence est de nature épistémologique ; il sera présenté aux élèves comme tel et pourra permettre d'amorcer une réflexion, poursuivie en terminale, sur la nature des mathématiques. Toute définition en <math>\mathbb{E}</math> et <math>\mathbb{N}</math> est exclue.</p> <p>On indiquera clairement qu'une fois la définition posée et les théorèmes établis, il est en général plus facile d'avoir recours aux théorèmes (ils sont là pour ça) plutôt qu'à la définition, sauf pour les contre-exemples.</p> <p>La définition d'une limite infinie pourra être abordée ou non.</p> |

### Probabilités et statistique

La partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique est centrée :

- sur la mise en place d'éléments de base indispensables pour comprendre ou pratiquer la statistique partout où elle est présente ;

- sur l'acquisition de concepts de probabilité permettant de comprendre et d'expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

Le programme de la classe de première introduit quelques outils descriptifs nouveaux :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments de statistique pourront notamment être travaillés pour des séries construites à partir de séries simulées ; on rencontre ainsi des répartitions variées et on prépare la notion d'estimateur. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilité et statistique.

| CONTENUS  | MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE   | COMMENTAIRES   |
|---|--|--|
| <b>Statistique</b><br><br>Variance et écart-type.<br>Diagramme en boîtes ; intervalle interquartile.<br>Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données.   | On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non.<br><br>On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille.<br>L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice permettent d'observer, dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.   | L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise $\sum (x_i - x)^2$ , alors qu'elle ne minimise pas $\sum  x_i - x $ .<br>On notera $s$ l'écart-type d'une série, plutôt que $\sigma$ , réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.  |
| <b>Probabilités</b><br><br>Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité.<br><br>Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type.<br><br>Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.). | Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille $n$ , pour $n = 10 ; 100 ; 1000$ .<br><br>On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.). | On pourra, par exemple, choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante :<br><i>Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité <math>P</math>, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille <math>n</math> se rapprochent de <math>P</math> quand <math>n</math> devient grand.</i><br><br>On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme.<br><br>On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité. |

