

NSI - Terminale

Graphes - Travaux dirigés (SD)

qkzk

2020/10/11

Compétence : *Savoir représenter une situation sous la forme d'un graphe.*

Exercice 1

On souhaite organiser un tournoi de football avec 4 équipes (numérotées de 1 à 4). Chaque équipe rencontre une seule fois toutes les autres.

1. Représenter la situation sous la forme d'un graphe
2. Combien d'arêtes possède-t-il ? En déduire le nombre de matchs au total pour ce tournoi
3. Ce graphe est-il connexe ?
4. Ce graphe est-il complet ?

Compétence : *Savoir analyser une situation mise sous la forme d'un graphe.*

Exercice 2

Un club de tennis doit sélectionner deux joueurs parmi quatre pour représenter le club à un tournoi national. Les quatre joueurs sont notés A, B, C et D. Pour réaliser la sélection le club organise des matchs : chaque joueur rencontre les trois autres :

Règle :

- Tout match gagné donne un point,
- Tout match perdu enlève un point.

Les joueurs sélectionnés sont les joueurs ayant obtenu le plus grand nombre de points. On donne le résultat sous la forme d'un graphe orienté

digraph G {

```
bgcolor="#ffffff00"
node [shape=circle]
ranksep=0.2;
```

```
A -> B [ minlen =4];
A -> C [ minlen =4];
A -> D [ minlen =4];
B -> C [ minlen =4];
B -> D [ minlen =4];
D -> C [ minlen =4];
{
    rank=same;A;B;
}
{
    rank=same;D;C;
}
}
```

Le sens de l'arc $A \rightarrow B$ indique le joueur A a battu le joueur B

1. Donner le nombre de points de chaque joueur
2. En déduire les joueurs sélectionnés

Exercice 3

Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant les sommets 1-2-3-4. Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus en partant du sommet 1 et sortant au sommet 4.

```
digraph G {  
  
    bgcolor="#ffffff00"  
    node [shape=circle]  
    ranksep=0.2;  
  
    1 -> 2 [ minlen =3 label="s"];  
    2 -> 1 [ minlen =3 label="u"];  
    2 -> 3 [ minlen =3 label="e"];  
    2:e -> 2 [ minlen =3 label="p"];  
    2:w -> 2 [ minlen =3 label="c"];  
    3 -> 3 [ minlen =3 label="n"];  
    3 -> 4 [ minlen =3 label="s"];  
}
```

1. Parmi les trois codes suivants, quels est (sont) le(s) code(s) reconnu(s) par le graphe.
 - SUCCES
 - SCENES
 - SUSPENS
2. Quelle est la taille du plus petit code possible ? Ce code est-il unique ?
3. Y a-t-il une taille maximale ?

Compétence : Représenter sous la forme d'une matrice d'adjacence ou sous la forme d'une liste d'adjacence.

Exercice 4

On donne le graphe suivant :

```
digraph G {  
  
    bgcolor="#ffffff00"  
    node [shape=circle]  
    ranksep=0.2;  
    layout=circo;  
  
    1 -> 2 [ minlen =4 ];  
    1 -> 3 [ minlen =4 ];  
    1 -> 4 [ minlen =4 ];  
    2 -> 2 [ minlen =4 ];  
    4 -> 3 [ minlen =4 ];  
    4 -> 4 [ minlen =4 ];  
    3 -> 6 [ minlen =4 ];  
    3 -> 5 [ minlen =4 ];  
    5 -> 5 [ minlen =4 ];  
    5 -> 3 [ minlen =4 ];  
    6 -> 3 [ minlen =4 ];  
    6 -> 6 [ minlen =4 ];  
}
```

1. Donner une représentation de ce graphe au moyen d'une liste d'adjacence.
2. Donner une représentation de ce graphe au moyen d'une matrice d'adjacence.

Exercice 5

Compétence : Représenter un graphe à partir d'une matrice d'adjacence ou à partir d'une liste d'adjacence.

1. Donner le graphe associé à la matrice d'adjacence A ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Note : On notera les sommets A, B, C, D, E et F

2. Donner le multigraphe associé à la matrice d'adjacence B ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Note : On notera les sommets A, B, C et D

Exercice 6

1. Donner le graphe associé à la liste des prédécesseurs ci-après ;

Sommet	Liste des prédécesseurs
A	(E, F)
B	\emptyset
C	(A, F)
D	(D, F)
E	\emptyset
F	(B, c)

2. Donner le graphe associé à la liste des voisins ci-après

Sommet	Liste des voisins
A	(C, D, E)
B	(C, D, E)
C	(A, B, D)
D	(A, B, C, E)
E	(A, D, B)

Exercice 7 - Bilan

On considère un groupe de dix personnes présentes sur un réseau social, le tableau suivant indique les paires de personnes qui ont une relation d'amitié dans ce réseau social.

i	Amis de i
1	3, 6, 7
2	6, 8
3	1, 6, 7
4	5, 10
5	4, 10
6	1, 2, 3, 7
7	1, 3, 6
8	2
9	
10	4, 5

1. Représenter cette situation par un graphe dans lequel une arête montre le lien d'amitié.
2. Ce graphe est-il connexe ? Si non donner ses composantes connexes.
3. L'adage "les amis de nos amis sont nos amis" est-il vérifié ? Si non, que faudrait-il faire pour que ce le soit ?