NSI Première - Algorithmique

Algorithme des k plus proches voisins

qkzk

2021/06/07

Nous allons étudier un algorithme d'apprentissage automatique (*machine learning*) dont l'objectif est de classifier des objets.

Entrainer une machine à apprendre n'est pas une idée récente, la première référence remontant à 1959 et est due à l'informaticien américain Arthur Samuel. Depuis le début des années 2000 ces méthodes rencontrent un important succès dû à la disponibilité de nombreux jeux de données et à l'amélioration de la performance des machines.

Principe

L'algorithme des k plus proches voisins est un algorithme *d'apprentissage supervisé*.

L'objectif de l'algorithme est de donner un *label* à des données.

On dispose de données *labélisées* qui servent à l'apprentissage et à la mesure de qualité des prédictions.

Une fois l'algorithme entrainé et testé on peut l'employer afin qu'il prédise le label d'une nouvelle donnée.

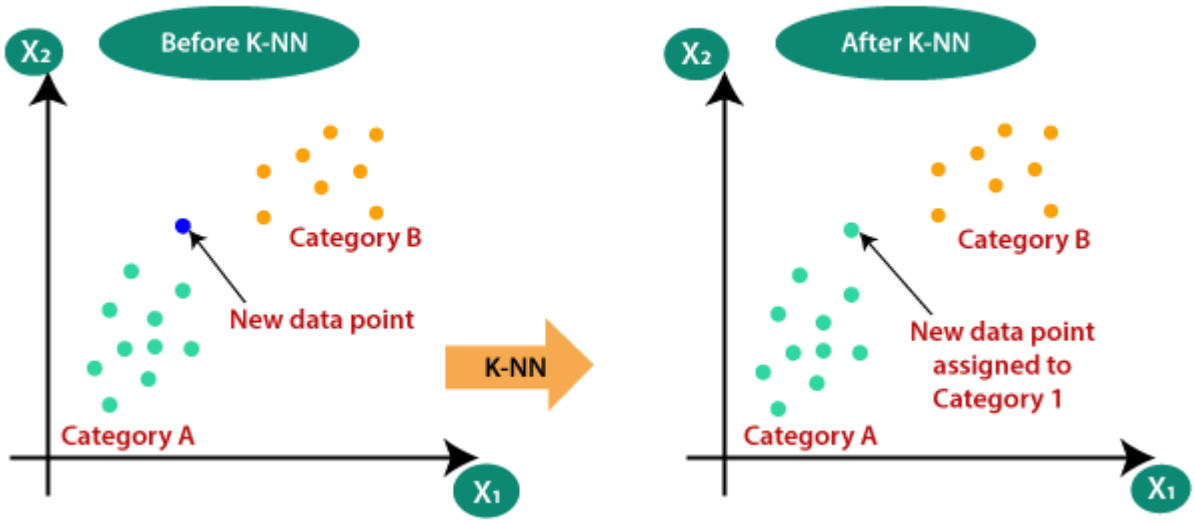
Figure 1: MINST

Classification

Le jeu de données doit :

- posséder une ou plusieurs caractéristiques,
- un label pour chaque donnée.

Dans l'exemple ci-dessous, les caractéristiques sont x_1 et x_2 et les labels sont A et B.



On ajoute un nouveau point (en bleu) dont on ne connait pas le label...

L'algorithme kNN va lui attribuer un label, en utilisant les données précédentes.

Le point se voit attribuer la catégorie A.

Algorithme kNN

- On choisit une valeur pour k,
- On calcule les distances d entre la nouvelle donnée N et ses voisins X_i déjà classifiés.
- Parmi les points X_i, les k plus proches de N sont retenus.
- On attribue à N le label majoritaire parmi les k plus proches voisins.

Choix d'une valeur de k

On peut choisir la valeur que l'on veut mais ...

- Une valeur impaire produit des ex-aequos,
- Une valeur trop faible va rendre le résultat sensible au *bruit*,
- Une valeur trop grande risque de faire sortir des classes.

Par *bruit* on entend *bruit statistique*, les faibles variations de mesure ou de qualité dans les données.

Apprentissage

Contrairement à de nombreux algorithmes plus complexes, la phase d'apprentissage est immédiate. Il suffit de découper notre jeu de données initiales (labélisées) en deux lots. Le premier servira à *apprendre* le second à *tester*.

La phase de test permet de mesurer la qualité des prédictions contre des données pour lesquelles on connait déjà la classe.

Exemple

On considère deux espères, les crocodiles et les alligators.

On a des raisons de supposer qu'on peut les distinguer en mesurant la largeur de leur gueule et leur longueur.

gueule	longueur	classe
0.17	2.84	alligator
0.24	3.82	alligator
0.24	3.39	alligator
0.2	2.60	alligator
0.25	4.21	crocodile
0.47	4.64	crocodile
0.47	4.48	crocodile
0.49	4.9	crocodile
0.46	4.08	crocodile

On ajoute un nouvel animal dont on connait les caractéristiques :

`N : gueule = 0.19, longueur = 2.91`

À quelle espèce appartient-il ?

On complète les données précédentes avec la distance séparant cet animal des précédents.

On emploie ici une distance Euclidienne usuelle : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

distance	classe
0.072	alligator
0.911	alligator
0.482	alligator
0.310	alligator
1.301	crocodile
1.752	crocodile
1.594	crocodile
2.012	crocodile
1.200	crocodile

Choisissons $k = 3$, on ne conserve que les trois animaux les plus proches de notre nouvel animal :

distance	classe
0.072	alligator
0.310	alligator
0.482	alligator

La classe majoritaire est `alligator`, et c'est celle qu'on attribue à notre nouvel animal.

```
a
```

Complexité

- Afin de calculer les distances, un parcourt du tableau suffit : $O(n)$
- Mais... on décide de converver les k plus proches... on pourrait être tenté de trier et la complexité deviendrait $O(n \log(n))$ ou pire, $O(n^2)$ si on utilise un des tris étudiés cette année...

  C'est une mauvaise idée, on peut parfaitement déterminer les plus proches en un seul parcours. À chaque fois qu'on rencontre une donnée plus proche, on l'insère dans la liste à sa place.

  Ainsi la complexité devient $O(k \times n)$, mais k étant constant : $O(n)$.

L'algorithme de k plus proches voisins, bien implanté, est *linéaire.*

Choix d'une distance et pré-traitement des données

Il existe de nombreuses manières de calculer la distance entre des objets, la distance *usuelle*, vue en seconde n'en est qu'une parmi d'autre.

Selon le type de donnée, on peut amené à changer la distance employée.

C'est en particulier le cas lorsqu'on utilise avec des données *qualitatives* (couleur des yeux).

Par ailleurs, ainsi qu'on peut le remarquer dans l'exemple précédent, les données ne sont pas toutes du même ordre de grandeur. Cela engendre un problème, les données les plus *grandes* vont peser plus lourdement dans le calcul de distance.

Afin de pallier cette difficulté on *normalise* les données, c'est à dire qu'on divise toutes les données d'une même catégorie par leur valeur maximale afin de les ramener entre 0 et 1.

Lourdeur de l'algorithme

Bien qu'il soit linéaire, l'algorithme kNN présente un défaut majeur :

> À chaque nouvelle donnée, il faut parcourir tout le tableau pour la classifier. Plus on ajoute de données, plus il est *lent*.

Utilisations dans l'industrie

Des adaptations de kNN sont employées en permanence. L'exemple auquel vous avez tous déjà été confronté est celui de la recommandation après consultation d'un contenu.

Vous regardez une vidéo en streaming et on vous propose d'autres vidéos similaires, succeptibles de vous intéresser. Comment faire ?

On attribue à chaque vidéo des caractéristiques et on lui donne un label en déterminant les autres vidéos dont elle est le plus proche.

On utilise plusieurs labels différents ("intérêt chez les moins de 18", "nombre de scènes d'action" etc.) et on détermine les plus représentatifs.