

# BTS Aéro - Intégration par parties

## 1 Intégration par parties

Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$ . La dérivée du produit  $uv$  est

$$(uv)' = u'v + uv' \quad \text{donc} \quad u'v = (uv)' - uv'.$$

Les fonctions  $u$  et  $v$  sont dérivables, donc continues ; si de plus  $u'$  et  $v'$  sont continues, alors les fonctions  $u'v$ ,  $uv'$  et  $(uv)'$  sont continues, donc intégrables.

Si  $a$  et  $b$  sont deux éléments de  $I$ , on a alors

$$\int_a^b u'(t)v(t) dt = \int_a^b (uv)'(t) dt - \int_a^b u(t)v'(t) dt,$$

soit encore, si on choisit  $uv$  comme primitive de  $(uv)'$ ,

$$\int_a^b u'(t)v(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t) dt,$$

Formule à apprendre :

$$\boxed{\int_a^b u'v dt = [uv]_a^b - \int_a^b uv' dt}$$

### exemple

On désire calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 te^t dt$ . On pose  $u'(t) = e^t$ ,  $v(t) = t$  donc  $u(t) = e^t$ ,  $v'(t) = 1$  et il vient

$$\int_0^1 te^t dt = [te^t]_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - [e^t]_0^1 = 1.$$

### conseil pratique : choisir $u'$ et $v$

- $\exp \times P$ , où  $P$  est un polynôme : intégrer l'exponentielle, dériver le polynôme :  $u' = \exp$ ,  $v = P$ .  
De même pour  $\cos \times P$ ,  $\sin \times P$
- $\ln \times P$ , où  $P$  est un polynôme. C'est le contraire. intégrer le polynôme, dériver le logarithme :  $u' = P$ ,  $v = \ln$ .