

Année universitaire 2023-2024
LICENCE ÉCONOMIE ET GESTION, 2^e année
Math3
2^e devoir (*partiel*) — 13 décembre 2023

Durée : 2 heures

Documents et portables sont interdits.

Les calculatrices de type « collègue » sont autorisées.

Aucun brouillon ne sera corrigé.

Toutes les réponses devront être justifiées et rédigées avec soin.

Le barème est donné à titre indicatif, il reste susceptible d'être modifié.

Ce devoir comporte une page.

Exercice A (8 points)

Soit f définie sur \mathbb{R}^2 par $f(x, y) = x^2 y + \frac{1}{2} y^2 - y$.

1. Montrer que f admet trois points critiques $X_1 : (0, 1)$, $X_2 : (1, 0)$ et $X_3 : (-1, 0)$ puis préciser leur nature.
2. Déterminer les extrema de cette fonction sous la contrainte $g(x, y) = x - y + 1 = 0$.
3. Donner une valeur approchée de $f(1,01 ; 0,98)$ (on écrira un développement limité de f à l'ordre 1).

Exercice B (5 points)

Soit $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 36x - 3y$. Déterminer les points critiques de f et préciser leur nature.

Exercice C (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$.

1. Montrer qu'il existe trois constantes a , b et c telles que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.

On trouvera $a = 2$, $b = c = 1$.

2. À l'aide de la question précédente, calculer $I = \int_2^4 f(x) dx$.

3. À l'aide d'une IPP (et en utilisant les questions précédentes), calculer l'intégrale $J = \int_2^4 (4x - 1) \ln(x - 1) dx$.

Exercice D (2 points)

Donner la nature des séries de terme général (justifier) :

1) $U_n = \frac{2n + 3n^2}{n^3}$ (avec $n > 0$); 2) $V_n = \left(\frac{2n + 1}{5n + 2} \right)^n$