Année universitaire 2021-2022

Licence 1 : Éco-Gestion

Math2

2e devoir — mai 2022

Durée : 2 heures

Documents et portables sont interdits.
Les calculatrices de type « collège » sont autorisées.
Aucun brouillon ne sera corrigé.
Toutes les réponses devront être justifiées et rédigées avec soin.

Le barème est donné à titre indicatif, il reste susceptible d'être modifié.

Ce devoir comporte une page.

Exercice A (3 points)

(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 1{,}1$. Soit $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$. Déterminer le plus petit entier n pour lequel S_n est supérieur à dix millions.

Exercice B (3 points)

Soit f la fonction définie par $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}; (x, y) \longmapsto x^2 + y^2 - 4$.

1. Déterminer l'équation de la courbe de niveau 5 de f et préciser sa nature ;
2. Déterminer l'équation de la courbe de niveau -7 de f et préciser sa nature.

Exercice C (5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x+5}{3x^2-12}$.

1. Déterminer $\mathscr{D}$ l'ensemble de définition de f.
2. Calculer $f'(x)$ la dérivée de f.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f. Utiliser un tableau de variation pour présenter les résultats.
4. Déterminer la limite de $f(x)$ en plus l'infini.

Exercice D (5 points)

1. Soit g la fonction définie par $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}; x \longmapsto x^3 - 4x^2 + 4x + 2$.
   (a) Déterminer $g'(x)$ et $g''(x)$;
   (b) Résoudre $g'(x) = 0$;
   (c) À l'aide de g'', déterminer la nature des points critiques de g.
2. Soit f la fonction définie par $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}; (x, y) \longmapsto x^2y + xy + 9y + 47$.
   Déterminer les optimums de f sous la contrainte $x - y - 5 = 0$.

Exercice E (4 points)

Soit f la fonction définie par $f : \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}; x \longmapsto \mathrm{e}^{1/x}$.

1. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe ;
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.
3. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.