

Année universitaire 2022-2023
Licence 2 : ÉCONOMIE ET GESTION — sections 1 et 2
Math3
2^e devoir — 2023-01-01

Durée : 2 heures

Documents et portables sont interdits.

Les calculatrices de type « collège » sont autorisées.

Aucun brouillon ne sera corrigé.

Toutes les réponses devront être justifiées et rédigées avec soin.

Le barème est donné à titre indicatif, il reste susceptible d'être modifié.

Ce devoir comporte une page.

Exercice A (5 points)

Soit f la fonction réelle de deux variables réelles définie par $f(x, y) = 3y^5 + 3x^4 - 8x^3 - 5y^3$.

- Déterminez les éventuels points critiques de f et précisez leurs natures.
- Recherchez les optimums de f sous la contrainte $x + y = 0$.

Quelle conclusion peut-on tirer de cette étude en ce qui concerne la nature du point O : $(0, 0)$ pour f ?

Exercice B (5 points)

- Calculez $I = \int_1^4 \frac{x^2}{x+1} dx$ à l'aide du changement de variable $u = x + 1$.
- Calculez $J = \int_1^{256} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ à l'aide du changement de variable $u = \sqrt[4]{x}$.

Exercice C (5 points)

Justifiez que la série de terme général $u_n = \frac{1}{4^n} - \frac{6^n}{7^n}$ converge et calculez sa somme.

Exercice D (5 points)

Soit f une fonction réelle de deux variables réelles. On a calculé, pour quelques points, les valeurs de f et de ses dérivées qui sont données dans le tableau suivant.

point	A	B	C	D	E	F
x	26	6	30	26	-13	-12
y	-18	16	25	11	8	3
$f(x, y)$	15	-17	12	26	-75	157
$f'_x(x, y)$	0	1	0	0	0	2
$f'_y(x, y)$	0	3	0	0	0	4
$f''_{x^2}(x, y)$	2	2	5	-7	-9	1
$f''_{xy}(x, y)$	1	7	3	-4	2	1
$f''_{y^2}(x, y)$	5	1	1	-3	-2	9

Pour chacun des points ci-dessus, précisez, en justifiant soigneusement, s'il s'agit d'un point critique ou pas. S'il s'agit d'un point critique, déterminez sa nature et, s'il s'agit d'un extrémum, précisez s'il peut s'agir d'un extrémum global.

Remarque : on écrira « ordinaire » pour un point qui n'est pas critique.

Exercice E (5 points)

Soit f la fonction réelle de deux variables réelles définie par $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 3xy + 2x + 3y$.

Déterminez les éventuels points critiques de f et précisez leurs natures.