Soit $f(x,y) = 3x^2 - 2y^2 + 8x\ln(y)$

1. Préciser le domaine de définition D de f et le représenter.

   $D_{\ln} =]0;+\infty[$ donc $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y > 0\} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^*$

2. Calculer les dérivées partielles du premier ordre en un point quelconque de D.

   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 6x + 8\ln(y) \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -4y + \dfrac{8x}{y}$

3. Soit $a = (1;1)$.
   Après vous être assuré que $a \in D$ et que $f(a) \neq 0$, calculer les élasticités partielles de f au point a.

   $1 > 0$ donc $a \in D$. $f(1,1) = 3 - 2 + 8 \times 0 = 1 \neq 0$ donc les élasticités partielles existent en a.
   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,1) = 6 \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(1,1) = -4 + \dfrac{8}{1} = 4 \qquad e_x^f(X_0) = \dfrac{x_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial x}(X_0) \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{y_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial y}(X_0)$
   $e_x^f(1,1) = \dfrac{1}{1} \times 6 = 6 \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{1}{1} \times 4 = 4$

Soit $f(x,y) = \ln(2x+y-3)$

1. Préciser le domaine de définition D de f et le représenter.

   $D_{\ln} =]0;+\infty[$ donc $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2x+y-3 > 0\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y > -2x+3\}$ (au dessus de la droite)

2. Calculer les dérivées partielles du premier ordre en un point quelconque de D.

   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \dfrac{2}{2x+y-3} \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \dfrac{1}{2x+y-3}$

3. Soit $a = (1;3)$.
   Après vous être assuré que $a \in D$ et que $f(a) \neq 0$, calculer les élasticités partielles de f au point a.

   $2+3-3 = 2 > 0$ donc $a \in D$. $f(1,3) = \ln(2) \neq 0$ donc les élasticités partielles existent en a.
   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,3) = \dfrac{2}{2} = 1 \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(1,3) = \dfrac{1}{2} \qquad e_x^f(X_0) = \dfrac{x_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial x}(X_0) \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{y_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial y}(X_0)$
   $e_x^f(1,3) = \dfrac{1}{\ln(2)} \times 1 \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{1}{\ln(2)} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2\ln(2)}$

Soit $f(x,y) = \sqrt{(x-2)(y+1)}$

1. Préciser le domaine de définition D de f et le représenter.
   $D_{\sqrt{}} = [0;+\infty[$ donc $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x-2)(y+1) \geq 0\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x \geq 2$ et $y \geq -1)$ ou $(x \leq 2$ et $y \leq -1)\}$
2. Calculer les dérivées partielles du premier ordre en un point quelconque de D.

   $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{y+1}{2\sqrt{(x-2)(y+1)}} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{x-2}{2\sqrt{(x-2)(y+1)}}$$
3. Soit $a = (3;3)$.
   Après vous être assuré que $a \in D$ et que $f(a) \neq 0$, calculer les élasticités partielles de f au point a.

   $(3-2) \times (3+1) = 4 \geq 0$ donc $a \in D$. $f(3,3) = \sqrt{4} = 2 \neq 0$ donc les élasticités partielles existent en a.
   $\frac{\partial f}{\partial x}(3,3) = \frac{4}{2 \times 2} = 1 \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(3,3) = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \qquad e_x^f(X_0) = \frac{x_0}{f(X_0)} \frac{\partial f}{\partial x}(X_0) \qquad e_y^f(X_0) = \frac{y_0}{f(X_0)} \frac{\partial f}{\partial y}(X_0)$
   $e_x^f(3,3) = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \qquad e_y^f(X_0) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

Soit $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-3} - y + 3\sqrt{xy}$

1. Préciser le domaine de définition D de f et le représenter.

   $D_{\sqrt{}} = [0;+\infty[$ donc $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / xy \geq 0\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x \geq 0 \text{ et } y \geq 0) \text{ ou } (x \leq 0 \text{ et } y \leq 0)\}$

2. Calculer les dérivées partielles du premier ordre en un point quelconque de D.

   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \mathrm{e}^{x-3} + 3\dfrac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -1 + 3\dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}$

3. Soit $a = (3;3)$.
   Après vous être assuré que $a \in D$ et que $f(a) \neq 0$, calculer les élasticités partielles de f au point a.

   $3 \times 3 = 9 \geq 0$ donc $a \in D$. $f(3,3) = \mathrm{e}^0 - 3 + 3\sqrt{3 \times 3} = 1 - 3 + 3 \times 3 = 7 \neq 0$ donc les élasticités partielles existent en a.
   $\dfrac{\partial f}{\partial x}(3,3) = \mathrm{e}^0 + 3\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{2} \qquad \dfrac{\partial f}{\partial y}(3,3) = -1 + 3\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -1 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}$
   $e_x^f(X_0) = \dfrac{x_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial x}(X_0) \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{y_0}{f(X_0)}\dfrac{\partial f}{\partial y}(X_0)$
   $e_x^f(3,3) = \dfrac{3}{7} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{15}{14} \qquad e_y^f(X_0) = \dfrac{3}{7} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{14}$