L2 S4 Correction de l'IE n° 2

Sujet 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}. \quad \text{Avec} \quad U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$AU = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 3y + 7z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \end{cases}$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$
$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

$$\iff \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0 \\ -y + z = 0 \\ -y + z = 0 \end{cases}$$

$L_2 \iff L_3$

$$\iff \begin{cases} 2x = -2y - 3z \\ y = z \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x = -5z \\ y = z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{5}{2} z \\ y = z \\ z \text{ est libre} \end{cases}$$

On substitue

$$\iff \begin{cases} x = -\frac{5}{2} t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Il y a une droite de solutions

8min 30 sec

Sujet 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{On a} \quad \begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ 3x + 9y - 2z = 0 \end{cases}$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$

$$\iff \begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ 9y - 7z = 0 \\ 18y - 14z = 0 \end{cases}$$

$L_3 = 2L_2$

On peut simplifier

$$\iff \begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ 9y - 7z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 3y - 4z \\ y = \frac{7}{9} z \end{cases}$$

On substitue

$$\iff \begin{cases} x = 3 \times \frac{7}{9} y - 4z = \frac{7}{3} z - 4z = -\frac{5}{3} z \\ y = \frac{7}{9} z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{5}{3} z \\ y = \frac{7}{9} z \\ z \text{ est libre} \end{cases}$$

Une droite de solutions

15 min 50 s

Sujet 3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$ Avec $U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ on a $\begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$

$L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 + L_1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ -9y + 7z = 0 \\ -9y + 7z = 0 \end{cases}$ $L_2 \Leftrightarrow L_3$ On peut simplifier $\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ -9y + 7z = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y + 3z \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \times \frac{7}{9}z + 3z = -\frac{14}{3}z + 3z = -\frac{5}{3}z \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$

On substitue

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3}z \\ y = \frac{7}{9}z \\ z \text{ est libre} \end{cases}$

Une droite de solution

21 min 30 sec

Sujet 4

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$ Avec $U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $AU = 0 \iff \begin{cases} 5x + y + 2z = 0 \\ 4x + 4y + 4z = 0 \\ -x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$

$L_1 \leftrightarrow L_3$ $\begin{cases} -x + 3y + 2z = 0 \\ 4x + 4y + 4z = 0 \\ 5x + y + 2z = 0 \end{cases}$ $L_2 \leftarrow L_2 + 4L_1$, $L_3 \leftarrow L_3 + 5L_1$ $\iff \begin{cases} -x + 3y + 2z = 0 \\ 16y + 12z = 0 \\ 16y + 12z = 0 \end{cases}$

$L_2 \iff L_3$

On peut simplifier

$\iff \begin{cases} x = 3y + 2z \\ y = -\frac{12}{16}z = -\frac{3}{4}z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -3 \times \frac{3}{4}z + 2z = -\frac{1}{4}z \\ y = -\frac{3}{4}z \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = -\frac{1}{4}z \\ y = -\frac{3}{4}z \\ z \text{ est libre} \end{cases}$ Une droite de solution

27'