Rapport de stage: 4GT

1 Introduction

Ce premier stage s'est déroulé dans une classe de 4e générale de Mme Delphine Panaux du Collège Sainte-Marie de Saint-Ghislain. Le stage a débuté le vendredi 7 février 2025 et s'est terminé, pour la partie "cours", le jeudi 20 février 2025. La correction de l'interrogation a eu lieu le lundi 17 mars 2025. Le sujet du stage était la résolution des équations du deuxième degré et des équations fractionnaires.

Dans ce rapport, je commencerai par détailler le contenu vu en classe et sa conformité avec le programme du SEGEC, dont fait partie le Collège Sainte-Marie. Je présenterai ensuite l'interrogation donnée aux élèves et discuterai des résultats. Enfin, je réaliserai une analyse réflexive du stage.

Ce stage n'est pas ma première expérience d'enseignement. Je suis en effet en fonction dans les écoles des religieuses Ursulines de Mons depuis trois ans, où j'ai donné les cours suivants : 4e GT math 5, 5e GT math 4, 6e GT math 4, 5e TQ math 2, 6e TQ math 2 et 6e TQ math 4. Avant cela, j'ai été pendant sept ans assistant à l'Université de Mons, au département de mathématiques de la Faculté des sciences.

2 Contenu et organisation du stage

2.1 Ressources et compétences du référentiel et du programme du SEGEC

Ce stage s'insère dans l'UAA5 - Deuxième degré de la 4e année du secondaire. De cette UAA, le stage a couvert les éléments suivants du référentiel :

1. **Ressources** : équations du second degré
2. **Processus** :
   - Connaître : néant
   - Appliquer : résoudre algébriquement une équation du deuxième degré
   - Transférer : néant
3. **Compétence à développer** : néant
4. **Stratégie transversale** : communiquer et présenter des résultats

Ainsi, le stage de 10 heures ne couvre qu'une très faible portion de ce que demande le référentiel.

<table>
<tr><th colspan="3">Mathématiques : 2e degré de transition (4e année)</th></tr>
<tr><td>4UAA5</td><td>Unité d'acquis d'apprentissage</td><td>Deuxième degré</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compétences à développer
RÉSOUDRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU 2E DEGRÉ
ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU 2E DEGRÉ</td></tr>
<tr><th colspan="2">Processus</th><th>Ressources</th></tr>
<tr><td>Appliquer
• Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2e degré
• Associer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à son graphique et réciproquement
• Construire l'expression analytique d'une fonction du 2e degré à partir de son graphique et réciproquement
• Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2e degré
• Déterminer l'expression analytique d'une fonction du 2e degré répondant à des conditions données</td><td>Transférer
• Modéliser et résoudre un problème d'optimisation
• Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses</td><td rowspan="2">Fonction du 2e degré
Caractéristiques de la fonction du 2e degré
• Zéro
• Signe
• Croissance, décroissance
• Extremum
Caractéristiques de la parabole d'axe vertical
• Sommet
• Axe de symétrie
• Concavité
Équations et inéquations du 2e degré
Somme et produit des solutions de l'équation du 2e degré
Forme factorisée du trinôme du 2e degré</td></tr>
<tr><td colspan="2">Connaitre
• Lier les diverses écritures de la fonction du 2e degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique:
$x \to a(x-\alpha)^2+\beta$
$x \to ax^2+bx+c$
$x \to a(x-x_1)(x-x_2)$
• Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du 2e degré</td></tr>
<tr><td colspan="3">Stratégies transversales
Modéliser et résoudre des problèmes
Critiquer un résultat
Communiquer et présenter des résultats
Reconnaitre le modèle quadratique
Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction</td></tr>
</table>

Figure 1: Extrait du référentiel

Dans le réseau du SEGEC, il est recommandé de consacrer 30 heures de cours, évaluations formatives et certificatives comprises, pour voir l'entièreté de cette UAA. De plus, le programme du SEGEC demande explicitement d'aborder les équations du deuxième degré à partir de la recherche des racines des fonctions du deuxième degré. Lors d'une réunion récente avec la CSAPP du SEGEC, Mme Looze, il nous a été rappelé que la volonté ici est de privilégier l'analyse graphique des fonctions du deuxième degré afin de fournir du sens aux élèves dans la résolution des équations. Ainsi, partir de la fonction du deuxième degré et de sa forme canonique pour développer la résolution des équations du deuxième degré est une approche recommandée.

Cette manière de procéder était d'ailleurs le programme initial de mon stage. Mais le retard dû à la grève a contraint l'équipe du Collège Sainte-Marie à changer l'organisation de cette UAA et à se concentrer d'abord sur la résolution algébrique des équations. Il est à noter que j'ai été prévenu de ce changement une semaine avant le stage et après avoir remis une préparation complète pour le programme initial, présentée en annexe 5.

2.2 Cours distribué aux élèves

Étant donné le changement tardif du sujet du stage, Mme Panaux m'a demandé de suivre un plan strict pour aborder la résolution algébrique des équations du deuxième degré et des équations fractionnaires. Voici ce plan :

1. Rappel des méthodes de résolution de troisième (4 périodes) : la factorisation, la règle du produit nul, les produits remarquables.
2. Construction des formules de résolution des équations par la méthode d'Al-Khwarizmi (2 périodes) : démonstration en deux temps (d'abord sur deux exemples, puis le cas général).
3. Résolution d'exercices en deux temps (3 périodes) : d'abord des équations complètes, puis des équations de types mélangés.
4. Résolution des équations fractionnaires (1 période).

Le cours distribué aux élèves suit strictement ce plan et contient plus de 50 équations à résoudre et 6 équations fractionnaires.

En plus des exercices de résolution d'équations demandés par Mme Panaux, j'ai inséré des exercices (2, 3 et 4) dont le but n'est pas la résolution mais l'identification du type d'équation et des coefficients des équations.

Ce cours est, au final, une approche très classique de cette UAA. Dans mes classes, je suis plutôt l'approche proposée par le SEGEC, car je la trouve moins brutale pour les élèves.

2.3 Interrogation : contenu et résultats

Mme Panaux souhaitait une interrogation sur la résolution d'équations. Je lui ai proposé un QCM en complément afin de tester la compréhension fine de la théorie et la maîtrise du vocabulaire lié aux équations. Par exemple, j'ai voulu tester si les élèves ont compris que le signe du nombre $\rho = b^2 - 4ac$ donne le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Il y avait 8 équations à résoudre complètement. Ces 8 équations couvraient les différents cas. Pour les équations, le barème était le suivant :

1. 1,5 point pour le développement,
2. 1 point pour la conclusion.

L'élève perdait des points en cas d'erreurs de calcul, d'oubli d'utiliser les équivalences dans la résolution, ou de non-respect de la symbolique (par exemple, écrire $\{\emptyset\}$ pour l'ensemble vide).

Pour le QCM, une bonne case cochée rapportait 1 point. Dans tout autre cas, la note de la question était de 0.

Les résultats de cette interrogation ont été discutés en classe, en profitant du fait que les élèves venaient de voir les statistiques avant et juste après le stage. Ces résultats et la correction de l'interrogation sont disponibles en ligne : https://qlambotte.github.io/resultats-interro/materials/resultats.html#/title-slide

Cette correction de l'interrogation s'est faite en deux temps pour les équations: analyse d'une solution erronnée puis présentation d'une solution complète. Une copie pdf du site web est en annexe 6.

a	b	c	d	e	1	2	3	4	5	6	7	8	tot qcm	tot eq	tot
0	1	0	1	1	0	2.5	0	2.5	0	1.5	0	2	3	8.5	11.5
1	0	0	0	0	0	2.5	0	2	2.5	0	0	0	1	7	8
1	0	0	1	1	1.5	2.5	2	1.5	2.5	2.5	2.5	2.5	3	17.5	20.5
1	1	0	0	0	0	1.5	0	0	0	1	0	0	2	2.5	4.5
1	1	0	1	1	2.5	2.5	2.5	2	0	2.5	2.5	2.5	4	17	21
1	1	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	3	2	5
1	1	1	0	1	2.5	2.5	2	2.5	2.5	2	2.5	2	4	18.5	22.5
1	1	0	1	0	0	2.5	0	2	0	0	0	0	3	4.5	7.5
1	1	0	0	0	2	2.5	1	0	0	2	1	0	2	8.5	10.5
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4
1	1	0	1	1	2	2.5	2.5	0	0	2.5	2.5	2.5	4	14.5	18.5
1	1	0	0	0	0	2.5	0	2.5	0	2.5	1.5	1	2	10	12
1	1	1	0	1	2.5	2.5	2	2.5	0	2	0.5	1	4	13	17
1	0	0	1	0	0	2.5	0	1.5	2.5	0	0	1	2	7.5	9.5
1	1	0	0	0	2.5	2.5	2.5	2	0	1.5	2.5	2.5	2	16	18
1	1	0	1	0	2.5	2.5	0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	3	17.5	20.5
1	1	0	1	0	0	1.5	0	0	0	0	0	0	3	1.5	4.5
1	1	0	0	0	2	0	1.5	0	0	2.5	2.5	0	2	8.5	10.5
1	1	0	1	1	0	2.5	2	2.5	2.5	2.5	2.5	0	4	14.5	18.5
1	1	0	0	1	1	2.5	0.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	3	16.5	19.5
1	1	0	1	0	0	0	0	2.5	0	2.5	2	1	3	8	11
1	1	0	1	0	2.5	2.5	2.5	2	2.5	2.5	2.5	2.5	3	19.5	22.5

Figure 2: Résultats de l'interro

Sur la figure précédente, les cinq premières colonnes correspondent aux QCM et les autres aux équations.

Les résultats de l'interrogation sont conformes à mes prédictions et à celles de Mme Panaux: une moyenne de 13,5/25 avec un écart-type de 6,44. La distribution des notes est asymétrique: 10 élèves ont plus de 17/25 et 12 ont moins de 12/25. Ceci est dû principalement au manque de préparation des élèves, qui n'accordent aucune valeur aux évaluations formatives. Ces résultats contrastent d'ailleurs avec les interactions que j'ai pu avoir avec les élèves en classe pendant le stage. D'autre part, cette interrogation a été programmée trois semaines après le stage, ce qui a laissé aux élèves le temps d'oublier mon cours. Les élèves, dont la franchise n'est plus à démontrer, m'ont confirmé le jour de la correction qu'ils avaient eu la "flemme" de la préparer.

3 Analyse réflexive

Dans l'ensemble, ce stage s'est déroulé correctement. J'ai bénéficié de mon expérience dans l'école où je travaille depuis trois ans pour prester le stage en suivant les directives de Mme Panaux, sans retard dans le planning initial. J'ai pu découvrir la culture et le fonctionnement d'une autre école que la mienne, et la différence que cela peut avoir sur les élèves.

Mme Panaux n'a pas eu de remarques importantes concernant mon stage. Elle a simplement attiré mon attention sur deux points :

1. Insister davantage sur la structure de résolution des équations et la symbolique associée.
2. (Remarque faite aussi par Mme Launois) Éviter autant que possible d'utiliser la racine carrée pour résoudre une équation du type $x^2 = 4$, car cela engendre des erreurs fréquentes, comme l'oubli de la solution négative.

Ce stage a été pour moi une première occasion d'avoir un regard extérieur sur ma pratique d'enseignant. J'en retire une expérience positive, tant sur le plan intellectuel qu'humain.

4 Annexe 1: cours distribué aux élèves

UAA5 - Deuxième degré

1 | Équations du deuxième degré

Tu as déjà résolu l'année dernière des équations du deuxième degré à une inconnue. Nous allons résoudre quelques équations afin de rappeler les méthodes.

a) $x^2 + 4 = 4x$

b) $3x^2 + 2x = 0$

c) $x^2 - 4 = 0$

d) $x^2 + 4 = 0$

e) $3x^2 = 0$

Exercice 1. Résous les équations suivantes.

a) $9x^2 - 36x = 0$

b) $4x^2 - 9 = 0$

c) $16x^2 = 0$

d) $x^2 + 1 = 2x$

e) $4x^2 + 9 = 0$

f) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

Réponses finales:

a) $S = \{0, 4\}$

b) $S = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$

c) $S = \{0\}$

d) $S = \{1\}$

e) $S = \varnothing$

f) $S = \left\{\frac{-5}{2}\right\}$

1.1 Définitions

Définition 1. Une *équation du deuxième degré* d'inconnue x dans $\mathbb{R}$ est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où a, b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$. Cette équation est dite *incomplète* si $b = 0$ ou $c = 0$ et elle est dite *complète* dans le cas contraire.

Remarque 1. Si $a = 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est équivalente à l'équation $bx + c = 0$. On obtient donc une équation du premier degré. C'est pour cette raison qu'on suppose $a \neq 0$ dans la définition précédente.

Exercice 2. Entoure les équations du deuxième degré.

$3x + \dfrac{1}{x} = 4$ $\qquad$ $3x + x^2 = \sqrt{2x}$ $\qquad$ $4x - x^2 + 2 = 0$ $\qquad$ $3x + 1 = x^2$

$4x + 5 = 0$ $\qquad$ $x^2 + 3x + x^4 = 0$ $\qquad$ $\dfrac{1}{x^2 + 2x + 1} = 0$ $\qquad$ $x^2 = 2x + 1$

Exercice 3. Entoure les équations incomplètes.

$3x + x^2 = 4$ $\qquad$ $4x - x^2 + 2 = 0$ $\qquad$ $4x^2 + 5 = 0$ $\qquad$ $x^2 + 3x = 0$

Exercice 4. Complète le tableau suivant:

Equation	coefficient du 2e degré	coefficient du 1er degré	coefficient indépendant
$-x^2 + x = 0$			
$-10x + 4x^2 + 1 = 0$			
$-4x + 4x^3 = 0$			
$x^2 - 1 = 4x$			

1.2 Résolution des équations du deuxième degré

1.2.1 Premier cas: équation incomplète sans terme du premier degré

On considère les équations du type $ax^2 + c = 0$, où $a, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Voici trois exemples.

$9x^2 - 36 = 0$ $\qquad$ $2x^2 = 0$ $\qquad$ $-5x^2 - 20 = 0$

Méthode de résolution:

1. On réécrit l'équation sous la forme $x^2 - r = 0$.
2. En fonction du signe de r, on obtient 0, 1, ou 2 solutions:
   - si $r > 0$, on factorise le membre de gauche puis on applique la règle du produit nul: $x - \sqrt{r} = 0$ ou $x + \sqrt{r} = 0$. Il y a deux solutions: $S = \{\sqrt{r}, -\sqrt{r}\}$.
   - si $r = 0$, on a une solution: grâce à la règle du produit nul, on sait que $x^2 = 0$ est équivalent à $x = 0$. Donc $S = \{0\}$. On dit ici que 0 est une solution **double**.
   - si $r < 0$, on n'a pas de solution: $S = \varnothing$.

Exercice 5. Résous les équations suivantes.

a) $3x^2 - 5 = 0$ $\qquad$ b) $7x^2 + 3 = 0$ $\qquad$ c) $8x^2 = 0$

1.2.2 Deuxième cas: équation incomplète sans terme indépendant

On considère les équations du type: $ax^2 + bx = 0$, où $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Voici un exemple: $2x^2 + 10x = 0$.

Méthode de résolution:

1. On met x en évidence: $ax^2 + bx = x(ax + b)$.
2. On applique la règle du produit nul: $x = 0$ ou $ax + b = 0$
3. L'ensemble des solutions est: $S = \left\{0, \dfrac{-b}{a}\right\}$.

Exercice 6. Résous les équations suivantes.

a) $-5x^2 + 6x = 0$ b) $5x^2 = 2x$ c) $x^2 = -4x$

1.2.3 Troisième cas: équation complète avec un trinôme carré parfait

On se concentre sur les équations du type $ax^2 + bx + c = 0$ où $ax^2 + bx + c$ est un trinôme carré parfait et où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Par exemple: $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Méthode de résolution:

1. On transforme l'équation en une équation de la forme $(mx + p)^2 = 0$, où $m \neq 0$, en utilisant les identités remarquables.
2. On applique la règle du produit nul: $mx + p = 0$
3. L'ensemble des solutions est: $S = \left\{\dfrac{-p}{m}\right\}$.

   Comme pour le premier cas, on dit que $\dfrac{-p}{m}$ est une solution double.

Exercice 7. Résous les équations suivantes.

1. $4x^2 - 12x + 9 = 0$
2. $5x^2 + 10x + 5 = 0$
3. $\dfrac{x^2}{4} + 3x + 9 = 0$

1.2.4 Exercices supplémentaires

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $9x^2 - 25 = 0$
2. $(3 - 7x)(-2x - 4) = 0$
3. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
4. $3x^2 + 12 = 0$
5. $-\frac{1}{3}x^2 = 0$
6. $9x^2 - 6x = -1$
7. $3x^2 - 4 = 0$
8. $5x^2 - 3x = 4x$
9. $2x^2 - 1 = 0$
10. $25x^2 + 1 = 10x$

Pour se dépasser...

11. $(2x - 1)^2 = 9$
12. $(4x - 2)^2 = 7$
13. $(3x - 1)^2 + 1 = 0$
14. $x^2 - 4 = x + 2$
15. $(3 - 7x)(-2x - 4) = 9x - 49x^2$
16. $(x - 3)(x - 5) + x = 5$
17. $(x + 3)^2 - 7(x + 3) = 0$
18. $3x^2 + 5x = 5(x - 1)$

Solutions:

1. $S = \{\frac{-5}{3}; \frac{5}{3}\}$
2. $S = \{-2; \frac{3}{7}\}$
3. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
4. $S = \varnothing$
5. $S = \{0\}$
6. $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$
7. $S = \{\frac{-2\sqrt{3}}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\}$
8. $S = \left\{0; \frac{7}{5}\right\}$
9. $S = \left\{\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
10. $S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$
11. $S = \{-1; 2\}$
12. $S = \{\frac{-\sqrt{7}+2}{4}; \frac{\sqrt{7}+2}{4}\}$
13. $S = \varnothing$
14. $S = \{-2; 3\}$
15. $S = \{\frac{-7}{9}; \frac{3}{7}\}$
16. $S = \{2; 5\}$
17. $S = \{-3; 4\}$
18. $S = \varnothing$

1.2.5 Quatrième cas: équation complète sans trinôme carré parfait

On considère ici les équations du deuxième degré de manière générale: $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Nous allons résoudre l'équation $x^2 + 6x - 16 = 0$. Cette équation est complète et le trinôme n'est pas un carré parfait: nous avons donc besoin d'une nouvelle méthode.

Pour résoudre cette équation, nous allons interpréter x^2 et $6x$ comme les aires d'un carré et de deux rectangles. Ceci nous permettra de résoudre l'équation de manière géométrique. Cette manière de résoudre une équation a été inventée par le mathématicien Perse Al-Khwârizmî au 9e siècle.

1. Sur le quadrillage ci-dessous, représente un carré dont la longueur vaut l'inconnue x. Représente ensuite deux ractangles, un à droite du carré et un au dessus, de largeur x et de longueur $\dfrac{6}{2} = 3$.

2. Complète la figure de sorte à obtenir un grand carré.

3. Calcule l'aire du grand carré de deux manières:

   (a) en sommant les aires des formes intermédiaires:

   (b) en calculant le carré du côté du grand carré:

4. On obtient donc une équation:

5. L'équation de départ nous dit que $x^2 + 6x = 16$. Donc:

6. En conclusion:

Exercice 8. Applique la méthode d'Al-Khwârizmî pour résoudre les deux équations suivantes:

a) $x^2 + 10x = 24$

b) $x^2 + 5x = 6$

Nous allons appliquer la méthode d'Al-Khwârizmî à l'équation générale $ax^2+bx+c=0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$, afin de construire des formules pour résoudre une équation de deuxième degré.

1. On commence par réécrire l'équation:

2. On représente ensuite géométriquement le membre de gauche, puis on complète la figure pour obtenir un carré:

3. On calcule l'aire du grand carré de deux manières:

   (a) en sommant les aires des formes intermédiaires:

   (b) en calculant le carré du côté du grand carré:

4. On obtient donc une équation:

5. L'équation de départ nous dit que $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$. Donc:

6. Posons $\rho = b^2 - 4ac$. Il y a trois possibilités:

7. En conclusion:

Méthode de résolution:
Pour résoudre une équation du deuxième degré $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$:

1. On calcule le réalisant: $\rho = b^2 - 4ac$;

2. On écrit les solutions en fonction du signe de ρ:

   (a) si $\rho > 0$, on a deux solutions: $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$

   (b) si $\rho = 0$, on a une solution double: $x_1 = \dfrac{-b}{2a}$

   (c) si $\rho < 0$, l'équation n'a pas de solution.

Attention!: cette méthode générale n'est à utiliser que si les autres méthodes vues ne sont pas applicables.

Voici trois exemples:

1. $3x^2 - 6x - 2 = 0$

2. $x^2 + 4x + 4 = 0$

3. $2x^2 - x + 1 = 0$

1.2.6 Exercices

Exercice 9. Parmi les équations suivantes, entoure celles qui peuvent être résolues sans utiliser le réalisant ρ. Résous ensuite toutes les équations en utilisant la méthode appropriée.

1. $2x^2 - 3 = 0$
2. $2x^2 + 3 = 0$
3. $2x^2 - 9x + 9 = 0$
4. $\frac{-1}{2}x^2 = 0$
5. $-2x^2 + 4x = 96$
6. $-2x^2 + 4x = 0$
7. $-5x^2 - 4x + 1 = 0$
8. $9x^2 - 6x = -1$

Exercice 10. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en employant la méthode générale (c'est-à-dire en utilisant le réalisant).

1. $x^2 + x - 2 = 0$
2. $4x^2 + 5x + 5 = 0$
3. $14x - 15 = -8x^2$
4. $5x^2 + 2x - 9 = 0$
5. $6x^2 - 10x - 1 = 0$
6. $x^2 - 2x - 6 = 0$

Solutions:

1. $S = \{-2, 1\}$
2. $S = \varnothing$
3. $S = \left\{\frac{-5}{2}, \frac{3}{4}\right\}$
4. $S = \left\{\frac{-1-\sqrt{46}}{5}, \frac{-1+\sqrt{46}}{5}\right\}$
5. $S = \left\{\frac{5-\sqrt{31}}{6}, \frac{5+\sqrt{31}}{6}\right\}$
6. $S = \left\{1 + \sqrt{7}, 1 - \sqrt{7}\right\}$

1.2.7 Exercices supplémentaires

Exercice 11. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en employant la méthode la plus adaptée.

1. $11x^2 - 200 = 9x^2$
2. $-8x + 5 = -4x^2 + 5$
3. $11 - 14x^2 = 2x^2 + 7$
4. $4x = 8x^2 - 5$
5. $-3x^2 - 5x - 4 = -x^2 - 4$
6. $7x + 3 = -3x^2$
7. $x^2 = 16$
8. $25\left(1 + x^2\right) = 0$
9. $\frac{x^2}{4} + x = 0$
10. $25x^2 - 70x + 49 = 0$
11. $-4\left(x^2 - 18x + 81\right) = 0$

Solutions:

1. $S = \{-10, 10\}$
2. $S = \{0, 2\}$
3. $S = \left\{\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$
4. $S = \left\{\frac{1-\sqrt{11}}{4}, \frac{1+\sqrt{11}}{4}\right\}$
5. $S = \left\{\frac{-5}{2}, 0\right\}$
6. $S = \left\{\frac{-7-\sqrt{13}}{6}, \frac{-7+\sqrt{13}}{6}\right\}$
7. $S = \{-4, 4\}$
8. $S = \varnothing$
9. $S = \{-4, 0\}$
10. $S = \left\{\frac{7}{5}\right\}$
11. $S = \{9\}$

1.3 Équations fractionnaires du deuxième degré

Les méthodes de résolution des équations du deuxième degré peuvent s'appliquer aux équations fractionnaires du deuxième degré.

Commençons par un exemple: résolvons l'équation $\frac{-3}{x+1}+\frac{7}{x-1}=\frac{-2-x^2}{x^2-1}$.

Exercice 12. Résous les équations suivantes. N'oublie pas les conditions d'existence!

1. $\frac{x-2}{x-6}-\frac{x-6}{x-2}=\frac{2}{x-2}-\frac{2}{x-6}$
2. $\frac{x+4}{x-2}=\frac{x+2}{1}$
3. $\frac{6x}{x^2-4}=\frac{3}{x-2}+2$
4. $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-2}=\frac{4}{x(x-2)}$
5. $\frac{3}{2x+5}+\frac{4}{2x-5}=\frac{14x+3}{4x^2-25}$

5 Annexe 2: cours complété

UAA5 - Deuxième degré

1 | Équations du deuxième degré

Tu as déjà résolu l'année dernière des équations du deuxième degré à une inconnue. Nous allons résoudre quelques équations afin de rappeler les méthodes.

Remarque: lors du cours, chaque ligne a été justifiée à l'écrit et à l'oral.

a) $x^2 + 4 = 4x$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2$

Conclusion : $S = \{2\}$

b) $3x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow x(3x+2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $3x = -2$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2/3$

Conclusion : $S = \{0 ; -2/3\}$

c) $x^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$

Conclusion : $S = \{\pm 2\}$.

d) $x^2 + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = -4$

Comme $-4 < 0$ et $x^2 \geq 0$, il n'y a pas de solution.

Conclusion : $S = \emptyset$

e) $3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

Conclusion : $S = \{0\}$

Exercice 1. Résous les équations suivantes.

a) $9x^2 - 36x = 0$

b) $4x^2 - 9 = 0$

c) $16x^2 = 0$

d) $x^2 + 1 = 2x$

e) $4x^2 + 9 = 0$

f) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

Réponses finales:

a) $S = \{0, 4\}$

b) $S = \{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$

c) $S = \{0\}$

d) $S = \{1\}$

e) $S = \varnothing$

f) $S = \{\frac{-5}{2}\}$

1.1 Définitions

Définition 1. Une *équation du deuxième degré* d'inconnue x dans $\mathbb{R}$ est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où a, b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$. Cette équation est dite *incomplète* si $b = 0$ ou $c = 0$ et elle est dite *complète* dans le cas contraire.

Remarque 1. Si $a = 0$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est équivalente à l'équation $bx + c = 0$. On obtient donc une équation du premier degré. C'est pour cette raison qu'on suppose $a \neq 0$ dans la définition précédente.

Exercice 2. Entoure les équations du deuxième degré.

$3x + \frac{1}{x} = 4$ $\qquad$ $3x + x^2 = \sqrt{2x}$ $\qquad$ $4x - x^2 + 2 = 0$ $\qquad$ $3x + 1 = x^2$

$4x + 5 = 0$ $\qquad$ $x^2 + 3x + x^4 = 0$ $\qquad$ $\frac{1}{x^2 + 2x + 1} = 0$ $\qquad$ $x^2 = 2x + 1$

Exercice 3. Entoure les équations incomplètes.

$3x + x^2 = 4$ $\qquad$ $4x - x^2 + 2 = 0$ $\qquad$ $4x^2 + 5 = 0$ $\qquad$ $x^2 + 3x = 0$

Exercice 4. Complète le tableau suivant:

Equation	coefficient du 2e degré	coefficient du 1er degré	coefficient indépendant
$-x^2 + x = 0$	-1	1	0
$-10x + 4x^2 + 1 = 0$	4	-10	1
$-4x + 4x^3 = 0$	0	-4	0
$x^2 - 1 = 4x$	1	-4	-1

1.2 Résolution des équations du deuxième degré

1.2.1 Premier cas: équation incomplète sans terme du premier degré

On considère les équations du type $ax^2 + c = 0$, où $a, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Voici trois exemples.

$9x^2 - 36 = 0$ $\quad$ $2x^2 = 0$ $\quad$ $-5x^2 - 20 = 0$

Méthode de résolution:

1. On réécrit l'équation sous la forme $x^2 - r = 0$.
2. En fonction du signe de r, on obtient 0, 1, ou 2 solutions:
   - si $r > 0$, on factorise le membre de gauche puis on applique la règle du produit nul: $x - \sqrt{r} = 0$ ou $x + \sqrt{r} = 0$. Il y a deux solutions: $S = \{\sqrt{r}, -\sqrt{r}\}$.
   - si $r = 0$, on a une solution: grâce à la règle du produit nul, on sait que $x^2 = 0$ est équivalent à $x = 0$. Donc $S = \{0\}$. On dit ici que 0 est une solution **double**.
   - si $r < 0$, on n'a pas de solution: $S = \varnothing$.

Exercice 5. Résous les équations suivantes.

a) $3x^2 - 5 = 0$ $\quad$ b) $7x^2 + 3 = 0$ $\quad$ c) $8x^2 = 0$

1.2.2 Deuxième cas: équation incomplète sans terme indépendant

On considère les équations du type: $ax^2 + bx = 0$, où $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Voici un exemple: $2x^2 + 10x = 0$.

Méthode de résolution:

1. On met x en évidence: $ax^2 + bx = x(ax + b)$.
2. On applique la règle du produit nul: $x = 0$ ou $ax + b = 0$
3. L'ensemble des solutions est: $S = \left\{0, \dfrac{-b}{a}\right\}$.

Exercice 6. Résous les équations suivantes.

a) $-5x^2 + 6x = 0$ b) $5x^2 = 2x$ c) $x^2 = -4x$

1.2.3 Troisième cas: équation complète avec un trinôme carré parfait

On se concentre sur les équations du type $ax^2 + bx + c = 0$ où $ax^2 + bx + c$ est un trinôme carré parfait et où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Par exemple: $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Méthode de résolution:

1. On transforme l'équation en une équation de la forme $(mx + p)^2 = 0$, où $m \neq 0$, en utilisant les identités remarquables.
2. On applique la règle du produit nul: $mx + p = 0$
3. L'ensemble des solutions est: $S = \left\{\dfrac{-p}{m}\right\}$.

   Comme pour le premier cas, on dit que $\dfrac{-p}{m}$ est une solution double.

Exercice 7. Résous les équations suivantes.

1. $4x^2 - 12x + 9 = 0$
2. $5x^2 + 10x + 5 = 0$
3. $\dfrac{x^2}{4} + 3x + 9 = 0$

1.2.4 Exercices supplémentaires

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $9x^2 - 25 = 0$
2. $(3 - 7x)(-2x - 4) = 0$
3. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
4. $3x^2 + 12 = 0$
5. $-\frac{1}{3}x^2 = 0$
6. $9x^2 - 6x = -1$
7. $3x^2 - 4 = 0$
8. $5x^2 - 3x = 4x$
9. $2x^2 - 1 = 0$
10. $25x^2 + 1 = 10x$

Pour se dépasser...

11. $(2x - 1)^2 = 9$
12. $(4x - 2)^2 = 7$
13. $(3x - 1)^2 + 1 = 0$
14. $x^2 - 4 = x + 2$
15. $(3 - 7x)(-2x - 4) = 9x - 49x^2$
16. $(x - 3)(x - 5) + x = 5$
17. $(x + 3)^2 - 7(x + 3) = 0$
18. $3x^2 + 5x = 5(x - 1)$

Solutions:

1. $S = \{\frac{-5}{3}; \frac{5}{3}\}$
2. $S = \{-2; \frac{3}{7}\}$
3. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
4. $S = \varnothing$
5. $S = \{0\}$
6. $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$
7. $S = \{\frac{-2\sqrt{3}}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\}$
8. $S = \left\{0; \frac{7}{5}\right\}$
9. $S = \left\{\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
10. $S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$
11. $S = \{-1; 2\}$
12. $S = \{\frac{-\sqrt{7}+2}{4}; \frac{\sqrt{7}+2}{4}\}$
13. $S = \varnothing$
14. $S = \{-2; 3\}$
15. $S = \{\frac{-7}{9}; \frac{3}{7}\}$
16. $S = \{2; 5\}$
17. $S = \{-3; 4\}$
18. $S = \varnothing$

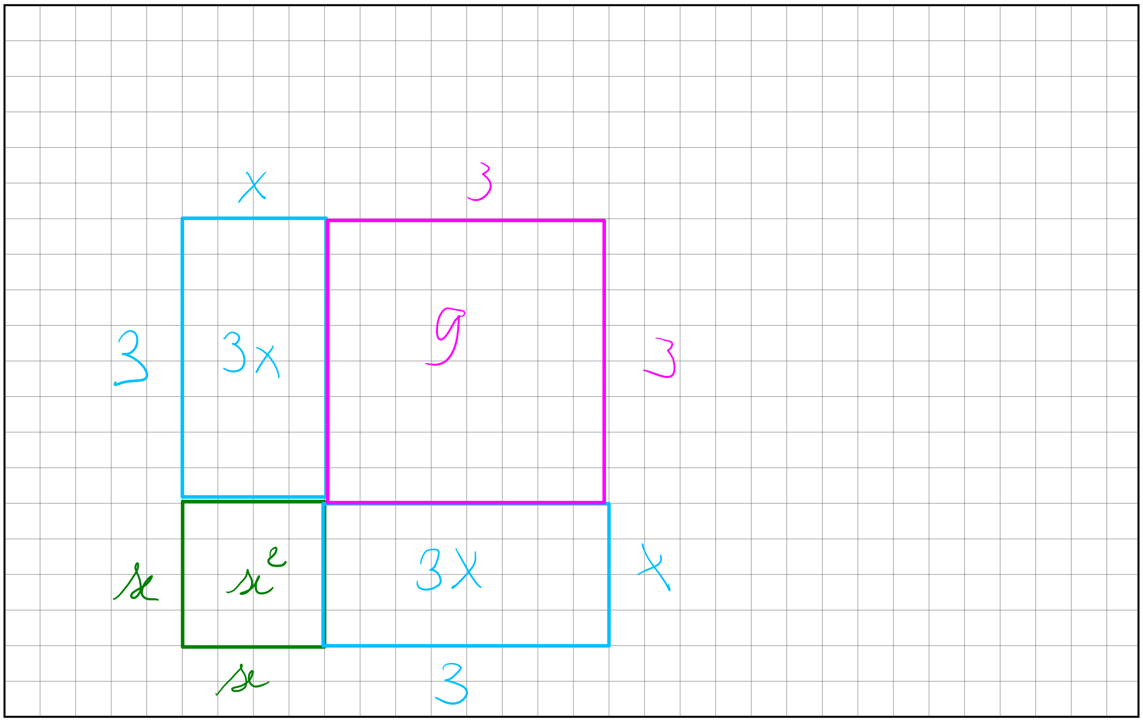
1.2.5 Quatrième cas: équation complète sans trinôme carré parfait

On considère ici les équations du deuxième degré de manière générale: $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Nous allons résoudre l'équation $x^2 + 6x - 16 = 0$. Cette équation est complète et le trinôme n'est pas un carré parfait: nous avons donc besoin d'une nouvelle méthode.

Pour résoudre cette équation, nous allons interpréter x^2 et $6x$ comme les aires d'un carré et de deux rectangles. Ceci nous permettra de résoudre l'équation de manière géométrique. Cette manière de résoudre une équation a été inventée par le mathématicien Perse Al-Khwârizmî au 9e siècle.

1. Sur le quadrillage ci-dessous, représente un carré dont la longueur vaut l'inconnue x. Représente ensuite deux ractangles, un à droite du carré et un au dessus, de largeur x et de longueur $\dfrac{6}{2} = 3$.



2. Complète la figure de sorte à obtenir un grand carré.

3. Calcule l'aire du grand carré de deux manières:

   (a) en sommant les aires des formes intermédiaires:

   aire=x^2+3x+3x+9=x^2+6x+9

   (b) en calculant le carré du côté du grand carré:

   aire = $(x+3)^2$

4. On obtient donc une équation:

   $(x+3)^2=x^2+6x+9$

5. L'équation de départ nous dit que $x^2 + 6x = 16$. Donc:

   $(x+3)^2$=16+9=25

   <=> x+3 = 5 ou x+3=-5
   <=> x=2 ou x=-8

6. En conclusion: S={2,-8}.

Exercice 8. Applique la méthode d'Al-Khwârizmî pour résoudre les deux équations suivantes:

a) $x^2 + 10x = 24$

b) $x^2 + 5x = 6$

Nous allons appliquer la méthode d'Al-Khwârizmî à l'équation générale $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$, afin de construire des formules pour résoudre une équation de deuxième degré.

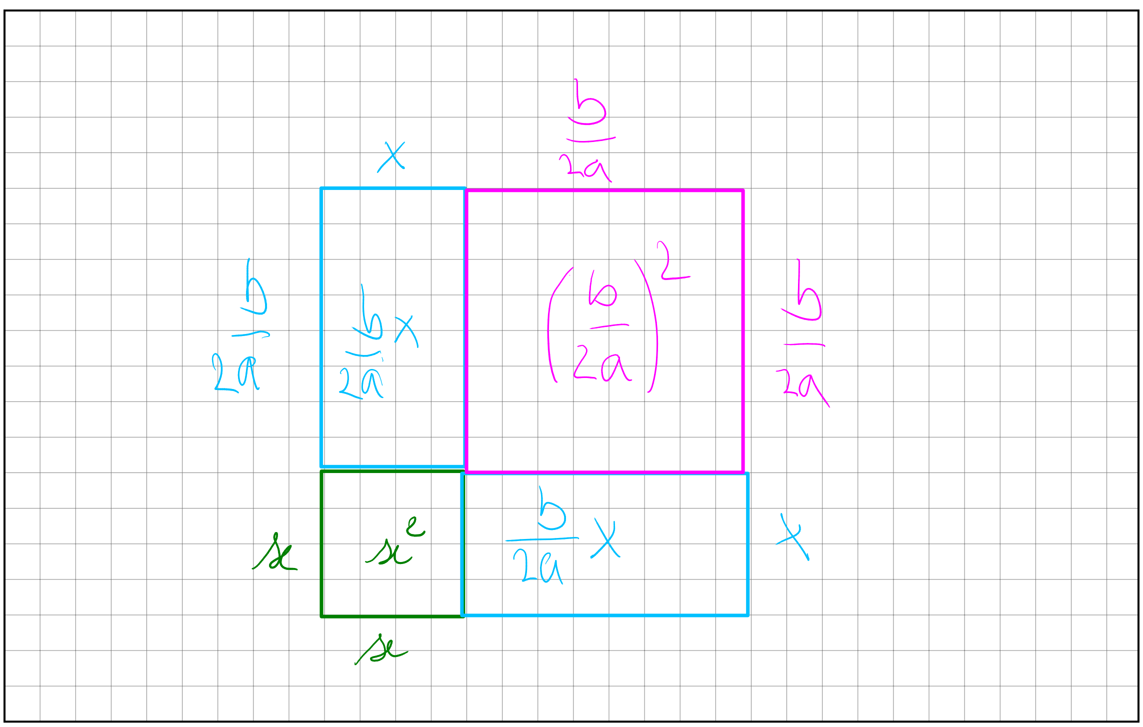
1. On commence par réécrire l'équation:

   $ax^2+bx+c=0$

   $\Leftrightarrow x^2+bx/a+c/a=0$ (on divise chaque membre par a, ce qui est autorisé puisque a est différent de 0)

   $\Leftrightarrow x^2+bx/a=-c/a$ (on retranche c/a à chaque membre)

2. On représente ensuite géométriquement le membre de gauche, puis on complète la figure pour obtenir un carré:



3. On calcule l'aire du grand carré de deux manières:

   (a) en sommant les aires des formes intermédiaires:

   aire = $x^2+bx/a+(b/(2a))^2$

   (b) en calculant le carré du côté du grand carré: aire=$(x+b/(2a))^2$

4. On obtient donc une équation: $(x+b/(2a))^2=x^2+bx/a+(b/(2a))^2$

5. L'équation de départ nous dit que $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$. Donc:

$(x+b/(2a))^2=-c/a+(b/(2a))^2$
$= -c/a+b^2/(4a^2)$ (on développe le carré)
$= -4ac/(4a^2)+b^2/(4a^2)$ (on met au même dénominateur les fractions)
$= (b^2-4ac)/(4a^2)$ (on effecture l'addition)

6. Posons $\rho = b^2 - 4ac$. Il y a trois possibilités:

$\rho = 0$:

Alors $(x+b/(2a))^2=0$

Donc $x+b/(2a)=0$
Donc $x=-b/(2a)$

$\rho<0$

Alors l'équation est impossible:
le membre de gauche est positif
ou nul alors que le membre de droite
est strictement négatif

$\rho >0$, alors

$(x+b/(2a))^2=\rho/(4a^2)$
$\Leftrightarrow x+b/(2a)=\sqrt{\rho}/(2a)$ ou $x+b/(2a)=-\sqrt{\rho}/(2a)$
....
$\Leftrightarrow x= \dfrac{-b+\sqrt{\rho}}{2a}$ ou $x= \dfrac{-b-\sqrt{\rho}}{2a}$

7. En conclusion:

Si $\rho =0$, alors $S=\{-b/(2a)\}$
Si $\rho <0$, alors $S=\{\}$
Si $\rho>0$, alors $S=\left\{ \dfrac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} ; \dfrac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} \right\}$

Méthode de résolution:

Pour résoudre une équation du deuxième degré $ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$:

1. On calcule le réalisant: $\rho = b^2 - 4ac$;
2. On écrit les solutions en fonction du signe de ρ:
   (a) si $\rho > 0$, on a deux solutions: $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\rho}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\rho}}{2a}$
   (b) si $\rho = 0$, on a une solution double: $x_1 = \dfrac{-b}{2a}$
   (c) si $\rho < 0$, l'équation n'a pas de solution.

Attention!: cette méthode générale n'est à utiliser que si les autres méthodes vues ne sont pas applicables.

Voici trois exemples:

1. $3x^2 - 6x - 2 = 0$

① Coefficients: $a = 3$, $b = -6$, $c = -2$.

② Calcul du réalisant: $\rho = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 36 + 24 = 60$

③ Calcul des racines: il y en a 2 puisque $\rho > 0$:

$x_1 = \dfrac{6 + \sqrt{60}}{6} = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$ et $x_2 = \dfrac{3 - \sqrt{15}}{3}$

④ Conclusion: $S = \left\{ \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3} \right\}$.

2. $x^2 + 4x + 4 = 0$

3. $2x^2 - x + 1 = 0$

1.2.6 Exercices

Exercice 9. Parmi les équations suivantes, entoure celles qui peuvent être résolues sans utiliser le réalisant ρ. Résous ensuite toutes les équations en utilisant la méthode appropriée.

1. $2x^2 - 3 = 0$
2. $2x^2 + 3 = 0$
3. $2x^2 - 9x + 9 = 0$
4. $\frac{-1}{2}x^2 = 0$
5. $-2x^2 + 4x = 96$
6. $-2x^2 + 4x = 0$
7. $-5x^2 - 4x + 1 = 0$
8. $9x^2 - 6x = -1$

Exercice 10. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en employant la méthode générale (c'est-à-dire en utilisant le réalisant).

1. $x^2 + x - 2 = 0$
2. $4x^2 + 5x + 5 = 0$
3. $14x - 15 = -8x^2$
4. $5x^2 + 2x - 9 = 0$
5. $6x^2 - 10x - 1 = 0$
6. $x^2 - 2x - 6 = 0$

Solutions:

1. $S = \{-2, 1\}$
2. $S = \varnothing$
3. $S = \left\{\frac{-5}{2}, \frac{3}{4}\right\}$
4. $S = \left\{\frac{-1-\sqrt{46}}{5}, \frac{-1+\sqrt{46}}{5}\right\}$
5. $S = \left\{\frac{5-\sqrt{31}}{6}, \frac{5+\sqrt{31}}{6}\right\}$
6. $S = \left\{1+\sqrt{7}, 1-\sqrt{7}\right\}$

1.2.7 Exercices supplémentaires

Exercice 11. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en employant la méthode la plus adaptée.

1. $11x^2 - 200 = 9x^2$
2. $-8x + 5 = -4x^2 + 5$
3. $11 - 14x^2 = 2x^2 + 7$
4. $4x = 8x^2 - 5$
5. $-3x^2 - 5x - 4 = -x^2 - 4$
6. $7x + 3 = -3x^2$
7. $x^2 = 16$
8. $25\left(1 + x^2\right) = 0$
9. $\frac{x^2}{4} + x = 0$
10. $25x^2 - 70x + 49 = 0$
11. $-4\left(x^2 - 18x + 81\right) = 0$

Solutions:

1. $S = \{-10, 10\}$
2. $S = \{0, 2\}$
3. $S = \left\{\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$
4. $S = \left\{\frac{1-\sqrt{11}}{4}, \frac{1+\sqrt{11}}{4}\right\}$
5. $S = \left\{\frac{-5}{2}, 0\right\}$
6. $S = \left\{\frac{-7-\sqrt{13}}{6}, \frac{-7+\sqrt{13}}{6}\right\}$
7. $S = \{-4, 4\}$
8. $S = \varnothing$
9. $S = \{-4, 0\}$
10. $S = \left\{\frac{7}{5}\right\}$
11. $S = \{9\}$

1.3 Équations fractionnaires du deuxième degré

Les méthodes de résolution des équations du deuxième degré peuvent s'appliquer aux équations fractionnaires du deuxième degré.

Commençons par un exemple: résolvons l'équation $\frac{-3}{x+1} + \frac{7}{x-1} = \frac{-2-x^2}{x^2-1}$.

(1) Posons les CE: $x+1 \neq 0$, $x-1 \neq 0$ et $x^2-1 \neq 0$

Donc $x \neq -1$ et $x \neq 1$.

(2) Mettons les deux membres au même dénominateur

$$\frac{-3}{x+1} + \frac{7}{x-1} = \frac{-2-x^2}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3(x-1)}{x^2-1} + \frac{7(x+1)}{x^2-1} = \frac{-2-x^2}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow -3x+3+7x+7 = -2-x^2$$ (sous l'hyp. des CE).

$$\Leftrightarrow 4x+10 = -2-x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+8=0$$

(3) On résout $x^2+4x+8=0$ en appliquant la méthode du réalisant: Il n'y a pas de solution car $\rho < 0$.

(4) Conclusion: $S = \emptyset$.

Exercice 12. Résous les équations suivantes. N'oublie pas les conditions d'existence!

1. $\frac{x-2}{x-6} - \frac{x-6}{x-2} = \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x-6}$
2. $\frac{x+4}{x-2} = \frac{x+2}{1}$
3. $\frac{6x}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} + 2$
4. $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x-2} = \frac{4}{x(x-2)}$
5. $\frac{3}{2x+5} + \frac{4}{2x-5} = \frac{14x+3}{4x^2-25}$

6 Annexe 3: interrogation

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom : ______________

Prénom : ____________

Classe : 4C

- Commence par indiquer ton **NOM** et ton **Prénom** sur **chaque** feuille.
- tu as **50 minutes** pour répondre à ce test.
- **Lis attentivement** l'énoncé de chaque question.
- L'utilisation d'une calculatrice **est autorisée**.
- Chaque réponse finale doit être **simplifiée**.
- Tu peux utiliser le verso de chaque page comme feuilles de brouillon.

Question 1. Résous les équations suivantes, en utilisant la méthode adéquate. /20

Attention ! l'utilisation d'une mauvaise méthode donne une note de 0 pour l'équation.

$12x^2 + 1 = 5x$

$x^2 - 49 = 0$

$6x^2 + 2x = 24$

$x^2 + 14x + 49 = 14x$

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom :

Prénom :

Classe : 4C

$4x^2 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x^2 - 2x = -1$

$4x^2 - 2x = 0$

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom :
Prénom :
Classe : 4C

Question 2. Pour chacune des questions suivantes, coche la case correcte. /5

Attention !: cocher une mauvaise case fait perdre 1 point.

(a) Quel est le type de l'équation $2x^2 + 3x + 1 = 0$?

☐ Incomplète sans terme du premier degré ☐ Incomplete sans terme indépendant

☐ Complète

(b) Soit l'équation $x^2 = 9$. Les solutions de l'équation sont -9 et 9.

☐ Vrai ☐ Faux

(c) L'équation $x^2 + x = 0$ a combien de solutions ?

☐ 0 solution ☐ 1 solution ☐ 2 solutions

(d) Quel est le type de l'équation $x^2 + 78x + 10 = 78x$?

☐ Incomplète sans terme du premier degré ☐ Incomplete sans terme indépendant

☐ Complète

(e) L'équation $x^2 - 12x + 36 = 0$ a combien de solutions ?

☐ 0 solution ☐ 1 solution ☐ 2 solutions

7 Annexe 4: correctif de l'interrogation avec barème

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom :

Prénom :

Classe : 4C

- Commence par indiquer ton **NOM** et ton **Prénom** sur **chaque** feuille.
- tu as **50 minutes** pour répondre à ce test.
- **Lis attentivement** l'énoncé de chaque question.
- L'utilisation d'une calculatrice **est autorisée**.
- Chaque réponse finale doit être **simplifiée**.
- Tu peux utiliser le verso de chaque page comme feuilles de brouillon.

Question 1. Résous les équations suivantes, en utilisant la méthode adéquate. /20
Attention ! l'utilisation d'une mauvaise méthode donne une note de 0 pour l'équation.

$12x^2 + 1 = 5x$

$\Leftrightarrow 2x(x-1)=0$

$\Leftrightarrow 2x=0$ ou $x-1=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=1$ /1,5

Conclusion : $S=\{0,1\}$ /1

$x^2 - 49 = 0$

$\Leftrightarrow x^2=49$

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{49}$

$\Leftrightarrow x=\pm 7$ /1,5

Conclusion : $S=\{\pm 7\}$ /1

$6x^2 + 2x = 24$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=0$

$\Leftrightarrow x-1=0$

$\Leftrightarrow x=1$ /1,5

Conclusion : $S=\{1\}$ /1

$x^2 + 14x + 49 = 14x$

$\Leftrightarrow x^2+49=0$

$\Leftrightarrow x^2=-49$ /1,5

Comme $-49<0$, l'équation n'a pas de solution.

Conclusion : $S=\emptyset$. /1

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom :
Prénom :
Classe : 4C

$4x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

Conclusion :

$S = \{0\}$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

Posons $a = 1$, $b = -4$ et $c = 3$

On a $\rho = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$

$= 16 - 12$

$= 4$

Donc on a 2 solutions

$x_1 = \frac{4+2}{2} = 3$ et $x_2 = \frac{4-2}{2} = 1$

Conclusion : $S = \{3, 1\}$.

$x^2 - 2x = -1$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$

Conclusion

$S = \{1\}$

$4x^2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow 2x(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

Conclusion :

$S = \{0; 2\}$

Math 5

Contrôle – UAA5 (13 mars 2025)

Nom :
Prénom :
Classe : 4C

Question 2. Pour chacune des questions suivantes, coche la case correcte.
Attention !: cocher une mauvaise case fait perdre 1 point.

/5

(a) Quel est le type de l'équation $2x^2 + 3x + 1 = 0$?

☐ Incomplète sans terme du premier degré ☐ Incomplete sans terme indépendant
☒ Complète

(b) Soit l'équation $x^2 = 9$. Les solutions de l'équation sont -9 et 9.

☐ Vrai ☒ Faux

(c) L'équation $x^2 + x = 0$ a combien de solutions ?

☐ 0 solution ☐ 1 solution ☒ 2 solutions

(d) Quel est le type de l'équation $x^2 + 78x + 10 = 78x$?

☒ Incomplète sans terme du premier degré ☐ Incomplete sans terme indépendant
☐ Complète

(e) L'équation $x^2 - 12x + 36 = 0$ a combien de solutions ?

☐ 0 solution ☒ 1 solution ☐ 2 solutions

8 Annexe 5: préparation initiale

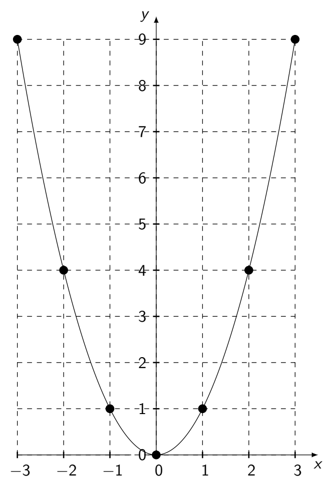
UAA5 - Deuxième degré

1 | Fonctions du deuxième degré

1.1 Introduction

1.1.1 La fonction carré

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9



Caractéristiques:

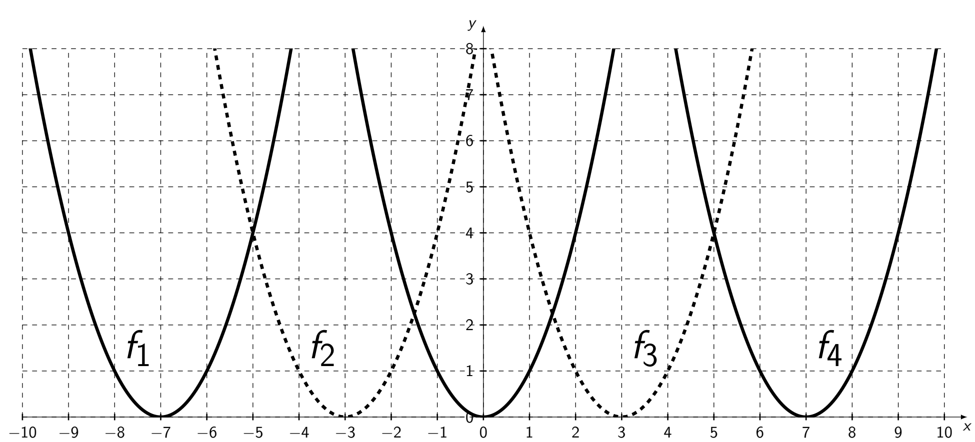
1. $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{im}(f) = \mathbb{R}^{\geq 0}$
2. Racine(s): 0
3. Axe de symétrie: $x = 0$
4. Concavité: vers le haut
5. Signe et variations:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de $f(x)$	+	+	0	+	+

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Var. de $f(x)$		$\searrow$	0 *min*	$\nearrow$	

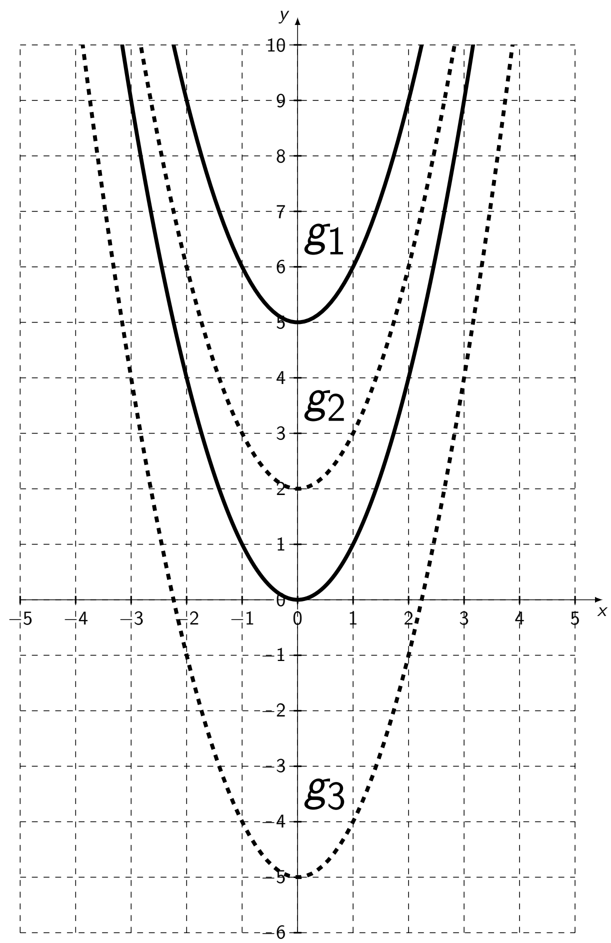
1.1.2 Les transformations de la fonction carré

Exercice 1. Voici les graphes de 4 fonctions, obtenus à partir de la fonction carré.



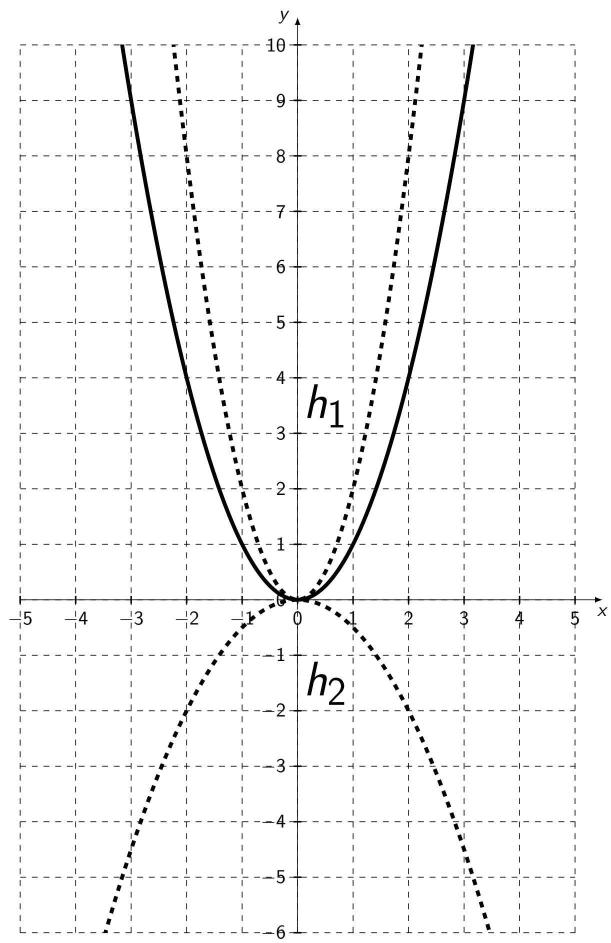
1. Donne l'expression analytique de chacune des fonctions.
2. Donne les caractéristiques de chacune des fonctions (sommet, axe de symétrique, variations, racines, signe).
3. Quels liens peux-tu établir entre le graphique des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 et la fonction carré?

Exercice 2. Voici les graphes de 3 fonctions, obtenus à partir de la fonction carré.



1. Donne l'expression analytique de chacune des fonctions.
2. Donne les caractéristiques de chacune des fonctions (sommet, axe de symétrique, variations, racines, signe).
3. Quels liens peux-tu établir entre le graphique des fonctions g_1, g_2 et g_3 et la fonction carré?

Exercice 3. Voici les graphes de 2 fonctions, obtenus à partir de la fonction carré.

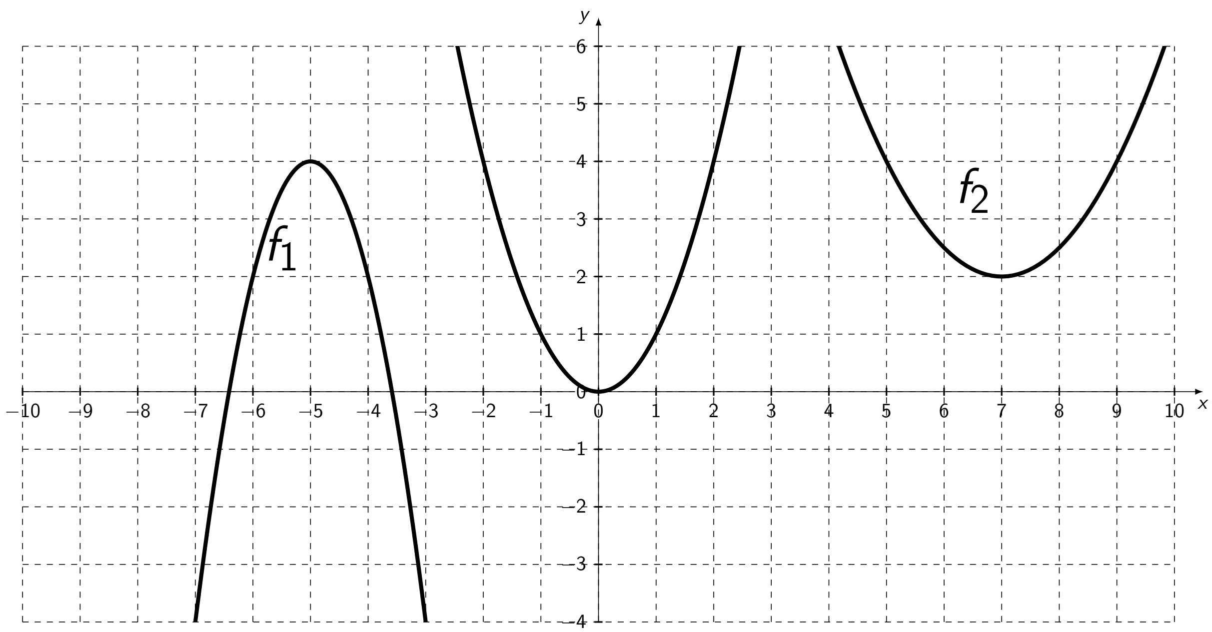


1. Donne l'expression analytique de chacune des fonctions.

2. Donne les caractéristiques de chacune des fonctions (sommet, axe de symétrique, variations, racines, signe).

3. Quels liens peux-tu établir entre le graphique des fonctions h_1 et h_2 et la fonction carré?

Exercice 4. Voici les graphes de 2 fonctions, obtenus à partir de la fonction carré.



1. Donne l'expression analytique de chacune des fonctions.

2. Donne les caractéristiques de chacune des fonctions (sommet, axe de symétrique, variations, racines, signe).

1.2 Les caractéristiques des fonctions du second degré

1.2.1 Définition

Définition 1. Une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une **fonction du second degré** si son expression analytique est $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des nombres réels tels que $a \neq 0$.

Remarque 1.
- L'expression $ax^2 + bx + x$ est appelées trinôme du second degré.
- On suppose, dans la définition, que $a \neq 0$ car si $a = 0$, alors $ax^2 + bx + c = bx + c$. On se retrouve donc avec un binôme du premier degré.

L'exemple le plus simple de fonction du second degré est la fonction carré. Nous allons voir que l'étude générale des fonctions du second degré découlera de l'étude de la fonction carré.

1.3 Réécritures d'un trinôme du deuxième degré

Les fonctions du deuxième degré peuvent s'écrire de 3 manières différentes. Chacune des ces écritures permet de mettre en évidence certaines caractéristiques du graphe d'une fonction du deuxième degré.

Forme développée	Forme canonique	Forme factorisée
$f(x) = ax^2 + bx + x$	$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
Expression la plus courante	Permet un tracé rapide du graphe de f	Met en évidence les racines de la fonction.

Exercice 5. Indique le type d'écriture de chaque expression ci-dessous en cochant la bonne case.

Expression	Forme développée	Forme canonique	Forme factorisée
$2x^2 + 4x + 1$			
$-3(x-1)(x+5)$			
$x^2 + 7x$			
$2(x+4)^2 - 3$			
$2x(x+4)$			
$(x-3)^2 + 1$			

1.4 Formes canonique et développée d'une fonction du deuxième degré

Nous allons voir que tout trinôme du deuxième degré $ax^2 + bx + c$ peut se réécrire sous la forme canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$ et réciproquement.

Travaillons sur un exemple, pour ensuite généraliser.

Soit $f(x) = 3(x + 2)^2 - 4$.

Soit $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$

En conclusion:

Propriété 1. En développant l'expression $a(x + \alpha)^2 + \beta$ on obtient un trinôme $ax^2 + bx + c$, où $b = 2a\alpha$ et $c = a\alpha^2 + \beta$.

Nous venons de voir comment passer de la forme canonique à la forme développée. Pour aller de la forme développée vers la forme canonique, on peut exploiter les calculs précédents, particulièrement les équations

$$b = 2a\alpha \text{ et } c = a\alpha^2 + \beta.$$

Manipulons ces équations en isolant α puis β.

Donc, en partant de l'expression $ax^2 + bx + c$, si on pose $\alpha = \frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, alors

$$a(x + \alpha)^2 + \beta = ax^2 + bx + c.$$

En conclusion:

Propriété 2. Toute fonction du deuxième degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ s'écrit sous la forme

$$f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$$

où

$$\alpha = \frac{b}{2a} \text{ et } \beta = \frac{-\rho}{4a}, \text{ où } \rho = b^2 - 4ac.$$

Remarque 2. Le nombre $\rho = b^2 - 4ac$ est appelé *réalisant* du trinôme $ax^2 + bx + c$. Nous verrons plus tard que ce nombre a un rôle important concernant les racines du trinôme.

Exercice 6. Écris sous la forme canonique les deux fonctions suivantes

1. $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$

   Forme canonique: $f(x) =$ . . . .

2. $f(x) = 5x^2 + 15x - 4$

   Forme canonique: $f(x) =$ . . . .

1.4.1 Caractéristiques graphiques

Nous avons observé qu'une fonction obtenue en transformant le graphe de la fonction carré est représentée par une parabole. Voici une synthèse des caractéristiques graphiques qui en découlent.

Propriété 3. Soit f une fonction du deuxième degré, de forme canonique $a(x+\alpha)^2+\beta$, où $a, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$. Alors,

1. le graphe de f est obtenu à partir du graphe de la fonction carré grâce aux transformations suivantes:
   (a) un étirement/une compression vertical de facteur a;
   (b) une translation horizontale de α unités;
   (c) une translation verticale de β unités.
2. le graphe de f a les caractéristiques suivante:
   (a) concavité: vers le haut si $a > 0$ et vers le bas si $a < 0$;
   (b) axe de symétrique: $x = -\alpha$;
   (c) sommet: $S = (-\alpha; \beta)$;
   (d) variations:

$a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
Var. de $f(x)$		$\searrow$	β *min*	$\nearrow$	

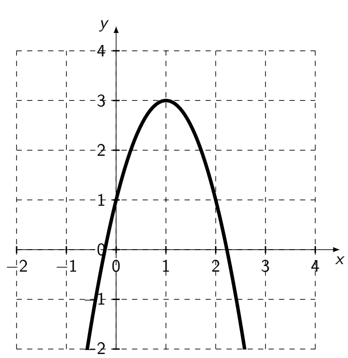
$a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
Var. de $f(x)$		$\nearrow$	β *max*	$\searrow$	

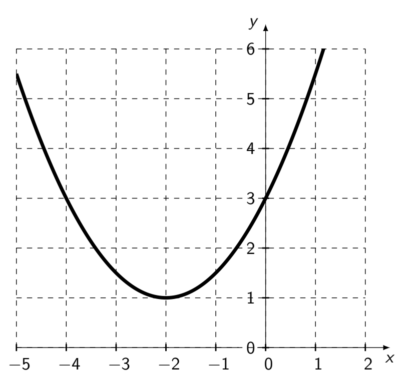
1.5 Comment observer les paramètre a et c sur un graphe?

Voici les graphes de deux fonctions du deuxième degré.

$f(x) = -2x^2 + 4x + 1$



$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$



Observations 1. Sur le graphe de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$:

1. a s'observe en mesurant le déplacement vertical pour rejoindre le graphe de f après un déplacement horizontal de 1 unité en partant du sommet;

2. c est l'ordonnée à l'origine.

1.6 Exercices

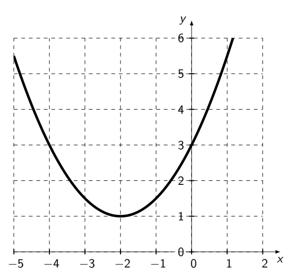
Exercice 7. Donne toutes les caractéristiques des paraboles (concavité, axe de symétrie, sommet en précisant s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum) associées aux fonctions suivantes, **sans les représenter**. Établis ensuite le tableau de variations de chaque fonction.

1. $f(x) = -(x+3)^2 + 2$
2. $g(x) = 2x^2 + 1$
3. $h(x) = -\dfrac{1}{2}(x-1)^2$
4. $k(x) = 2x^2 + 4x + 1$
5. $l(x) = 2x^2 + 4x - 10$
6. $m(x) = x^2 + x - 6$

Exercice 8. Représente les fonctions suivantes.

1. $f(x) = 3x^2 + x - 1$
2. $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 4x$

Exercice 9. Pour chacune des fonctions représentées ci-après, donne les valeurs de a, α et β. Donne ensuite leur expression analytique, sous forme canonique.

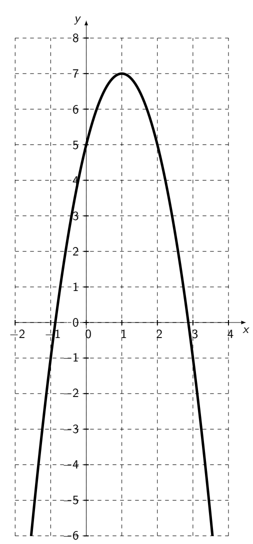


$a = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\beta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

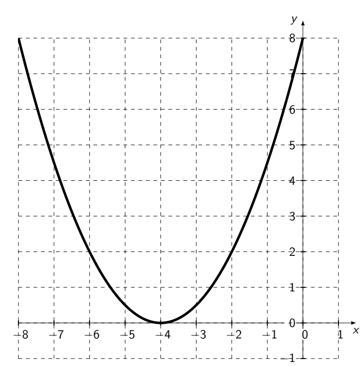


$a = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\beta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



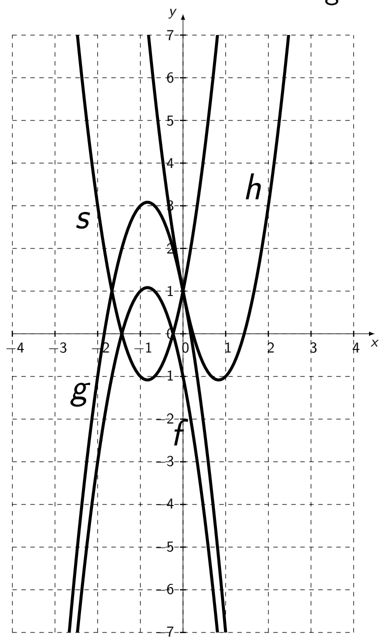
$a = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\beta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 10. Associe à chaque graphe son expression analytique. Justifie en identifiant les caractéristique des fonctions du deuxième degré.

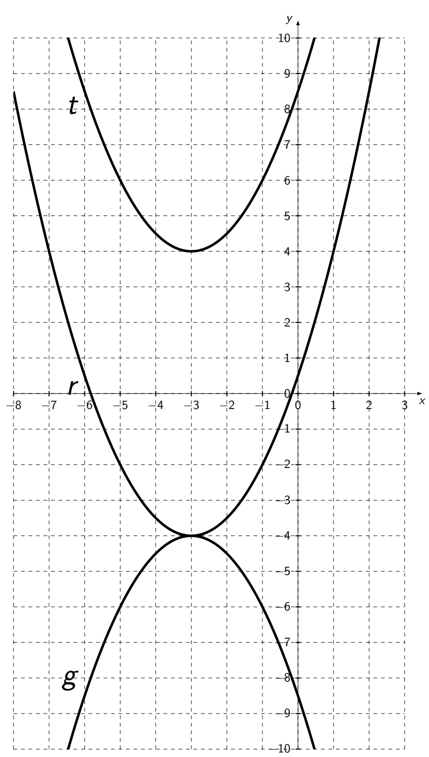


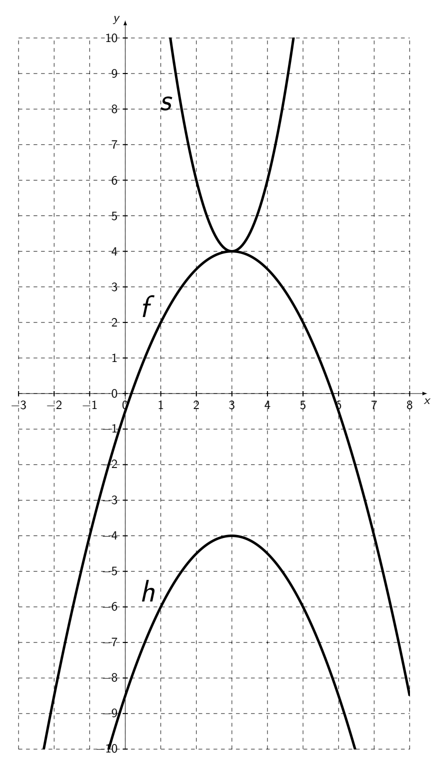
Graphe	Expression analytique
	$-3x^2 - 5x - 1$
	$3x^2 + 5x + 1$
	$-3x^2 - 5x + 1$
	$x^2 - 5x + 1$

Exercice 11. Associe à chaque graphe son expression analytique. Justifie en identifiant les caractéristique des fonctions du deuxième degré.

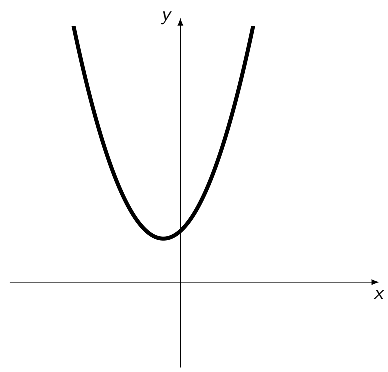
Graphe	Expression analytique
	$-0{,}5(x-3)^2 + 4$
	$-0{,}5(x-3)^2 - 4$
	$2(x-3)^2 + 4$

Graphe	Expression analytique
	$0{,}5(x+3)^2 - 4$
	$-0{,}5(x+3)^2 - 4$
	$0{,}5(x+3)^2 + 4$





Exercice 12. Voici le graphe d'une fonction f.



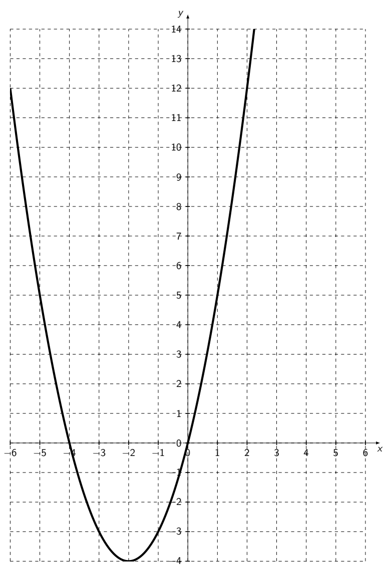
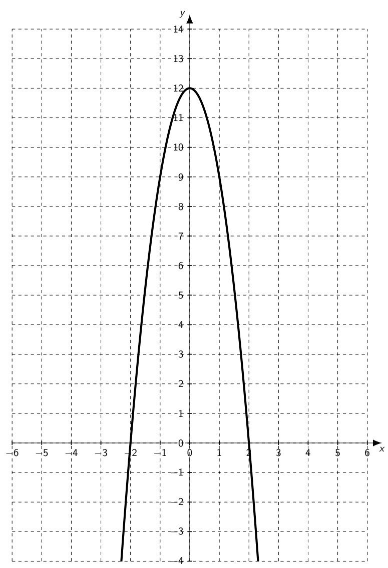
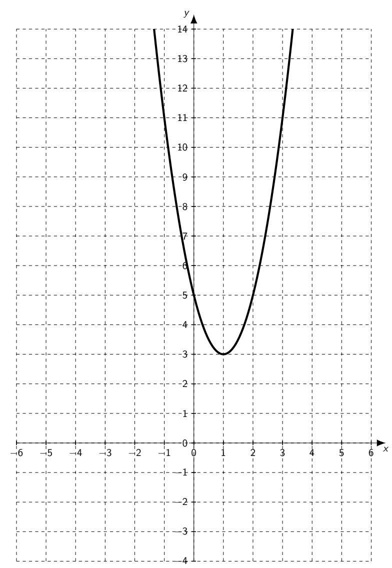
Parmi les expressions analytiques suivantes, laquelle correspond au graphe ci-dessus ? Justifie ton choix. Il n'y a qu'une bonne réponse.

1. $f(x) = 5x^2 - 3x - 3$
2. $f(x) = 5x^2 + 3x + 3$
3. $f(x) = -5x^2 + 3x - 3$
4. $f(x) = 5x^2 + 3x - 3$
5. $f(x) = -5x^2 - 3x - 3$
6. $f(x) = 5x^2 - 3x + 3$
7. $f(x) = -5x^2 + 3x + 3$
8. $f(x) = -5x^2 - 3x + 3$

1.7 Racines et signe d'une fonction du deuxième degré

1.7.1 Racines

Exercice 13. Dans chacune des figures suivantes, la fonction représentée est une fonction du deuxième degré. Écris l'expression analytique, sous forme canonique, de chaque fonction représentée. Détermine algébriquement et graphiquement ses racines. Établis ensuite le tableau de signes de la fonction.

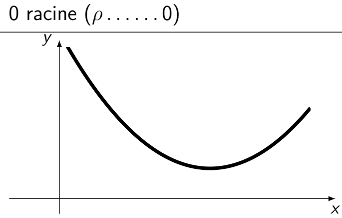




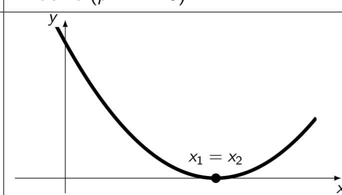
Nous allons voir maintenant le rôle que joue le réalisant $\rho = b^2 - 4ac$ pour la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$. Calculons les racines de f en passant par la forme canonique:

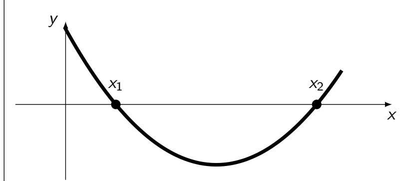
A partir de cette étape, trois situations sont à envisager:

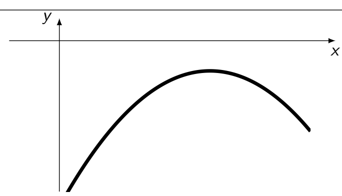
Ainsi, le rôle du réalisant est

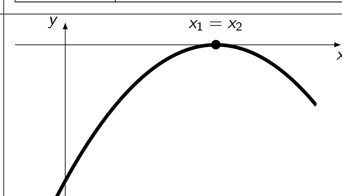
1.7.2 Signe

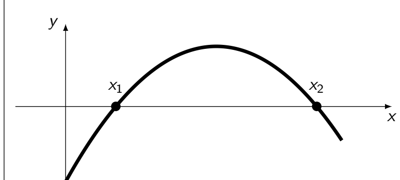
<table>
<tr><td></td><td>0 racine ($\rho \dots\dots 0$)</td><td>1 racine ($\rho \dots\dots 0$)</td><td>2 racines ($\rho \dots\dots 0$)</td></tr>
<tr><td>$a \dots\dots 0$</td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ x_1 $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$a \dots\dots 0$</td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ x_1 $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td>
<td>

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $f(x)$</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

Propriété 4. Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$. Alors le signe de f est le même que celui de a, sauf entre les racines de f, si elles existent.

1.8 Exercice

Exercice 14. Relie chaque fonction au tableau de signe correspondant. Justifie ton choix en utilisant les paramètres a et ρ.

1. $f(x) = 2x^2 - x - 6$
2. $f(x) = (3 - x)^2$
3. $f(x) = -4x^2 + x - 3$
4. $f(x) = 5x - 25x^2$
5. $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

x	$-\infty$				$+\infty$
signe de $f(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$

x	$-\infty$				$+\infty$
signe de $f(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
signe de $f(x)$	$+$	$+$	0	$+$	$+$

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
signe de $f(x)$	$-$	$-$	0	$-$	$-$

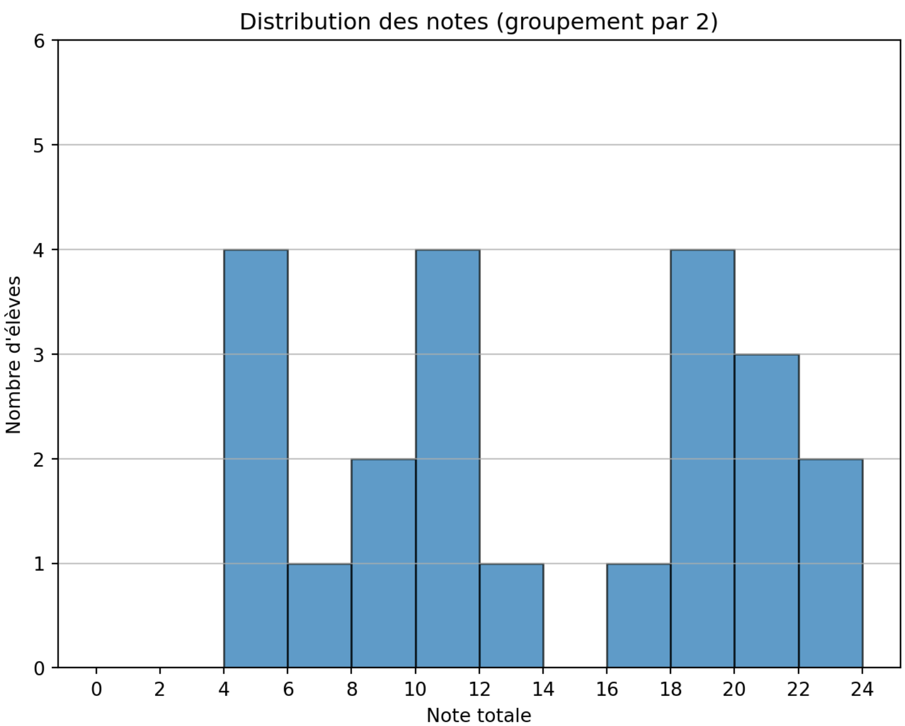
x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $f(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $f(x)$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$

9 Annexe 6: analyse et correction de l'interro

Correction de l'évaluation formative n°1 sur le second degré

Résultats de l'évaluation



Analyse

Statistiques Globales :

*   Score Max Possible : 25.0
*   Moyenne Totale : 13.50
*   Écart-Type Total : 6.44

Classement des Questions (de la moins bien réussie à la mieux réussie):
* Question c : Moyenne = 0.14, Écart-Type = 0.35
* Question 5 : Moyenne = 0.36, Écart-Type = 0.49
* Question 3 : Moyenne = 0.38, Écart-Type = 0.43
* Question e : Moyenne = 0.41, Écart-Type = 0.50
* Question 1 : Moyenne = 0.43, Écart-Type = 0.46
* Question 8 : Moyenne = 0.46, Écart-Type = 0.45
* Question d : Moyenne = 0.55, Écart-Type = 0.51
* Question 7 : Moyenne = 0.55, Écart-Type = 0.47

Palmarès des erreurs

QCM : Question 1 (c)

Question : L'équation $x^2 + x = 0$ a combien de solutions ?

- 0 solution
- 1 solution
- 2 solutions

Explication : On peut factoriser l'équation en $x(x + 1) = 0$. Les solutions sont donc $x = 0$ et $x = -1$.

Équation 5 : $-4x^2 = 0$

Solution proposée :

$$\begin{aligned}
&-4x^2 = 0 \\
&\sqrt{-4x^2} = \sqrt{0} \\
&\emptyset = 0 \\
&S = \{\emptyset\}
\end{aligned}$$

Résolution de $-4x^2 = 0$

Type : Équation incomplète
Méthode rapide : Simplification

Solution :

$$\begin{aligned} & -4x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & x = 0 \end{aligned}$$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{0\}$.

Équation 3 : $6x^2 + 2x = 4$

Solution proposée :

$$
\begin{aligned}
&2x(x+1) = 4 \\
&2x = 4 \text{ ou } 3x + 1 = 4 \\
&x = 2 \text{ ou } x = 1 \\
&S = \{2; 1\}
\end{aligned}
$$

Résolution de l'équation $6x^2 + 2x = 4$

Type : Équation complète
Méthode : Réalisant

Solution :

$$\begin{aligned} & 6x^2 + 2x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & 3x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$a = 3, \quad b = 1, \quad c = -2$$
$$\rho = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 1 + 24 = 25$$

Équation 3 (suite)

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{25}}{6} = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{25}}{6} = \frac{-1-5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

Conclusion : L’ensemble des solutions est : $S = \{-1, \frac{2}{3}\}$.

Équation 1 : $12x^2 + 1 = 5x$

Solution proposée :

$$
\begin{aligned}
&12x^2 - 5x = -1 \\
&x(12x - 5) = -1 \\
&x = -1 \text{ ou } 12x - 5 = -1 \\
&x = -1 \text{ ou } x = 1/3 \\
&S = \{-1; 1/3\}
\end{aligned}
$$

Résolution de l'équation $12x^2 + 1 = 5x$

Type : Équation complète
Méthode rapide : Réalisant

Solution :

$$12x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = 12, \quad b = -5, \quad c = 1$$

$$\rho = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 25 - 48 = -23$$

Équation 8 : $4x^2 - 2x = 0$

Solution :

$$\begin{aligned} 4x^2 &= 2x \\ \sqrt{4x^2} &= \sqrt{2x} \\ x &= x/2 \\ S &= \emptyset \end{aligned}$$

Résolution de l'équation $4x^2 - 2x = 0$

Type : Équation incomplète (sans terme constant)
Méthode rapide : Factorisation

Solution :

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2x &= 0 \\ 2x(2x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Solutions : $x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{0, \frac{1}{2}\}$.

Équation 7 : $x^2 - 2x = -1$

Solution proposée :

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x-1)(x+1) &= 0 \\ x - 1 &= 0 \\ S &= \{1\} \end{aligned}$$

Résolution de l'équation $x^2 - 2x = -1$

Type : Équation complète
Méthode rapide : Factorisation (trinôme carré parfait)

Solution :

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$(x-1)^2 = 0$$

Solution unique : $x = 1$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{1\}$.

Correction des questions

QCM : Question 1 (a)

Question : Quel est le type de l'équation $2x^2 + 3x + 1 = 0$?

- Incomplète sans terme du premier degré
- Incomplète sans terme indépendant
- Complète

Explication : L'équation contient un terme en x^2, un terme en x et un terme indépendant, elle est donc complète.

QCM : Question 1 (b)

Question : Soit l'équation $x^2 = 9$. Les solutions de l'équation sont -9 et 9.

- Vrai
- Faux

Explication : Les solutions sont -3 et 3 car $(-3)^2 = 9$ et $(3)^2 = 9$.

QCM : Question 1 (c)

Question : L'équation $x^2 + x = 0$ a combien de solutions ?

- 0 solution
- 1 solution
- 2 solutions

Explication : On peut factoriser l'équation en $x(x+1) = 0$. Les solutions sont donc $x = 0$ et $x = -1$.

QCM : Question 1 (d)

Question : Quel est le type de l'équation $x^2 + 78x + 10 = 78x$?

- Incomplète sans terme du premier degré
- Incomplète sans terme indépendant
- Complète

Explication : En simplifiant l'équation, on obtient $x^2 + 10 = 0$. Il n'y a pas de terme en x, donc elle est incomplète sans terme du premier degré.

QCM : Question 1 (e)

Question : L'équation $x^2 - 12x + 36 = 0$ a combien de solutions ?

- 0 solution
- 1 solution
- 2 solutions

Explication : On peut factoriser l'équation en $(x - 6)^2 = 0$. Il y a donc une seule solution : $x = 6$.

Équation 1 : $12x^2 + 1 = 5x$

Type : Équation complète
Méthode rapide : Réalisant

Solution :

$$12x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = 12, \quad b = -5, \quad c = 1$$

$$\rho = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 25 - 48 = -23$$

Comme $\rho < 0$, l'équation n'a pas de solution réelle.

Conclusion : L'ensemble des solutions est vide : $S = \emptyset$.

Équation 2 : $x^2 - 49 = 0$

Type : Équation incomplète (sans terme en x)
Méthode rapide : Racine carrée

Solution :

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm\sqrt{49}$$

$$x = 7 \text{ ou } x = -7$$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{-7, 7\}$.

Équation 3 : $6x^2 + 2x = 4$

Type : Équation complète
Méthode : Réalisant

Solution :

$$\begin{aligned} &6x^2 + 2x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow &3x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$a = 3, \quad b = 1, \quad c = -2$$
$$\rho = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 1 + 24 = 25$$

Équation 3 (suite)

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{25}}{6} = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{25}}{6} = \frac{-1-5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{-1, \frac{2}{3}\}$.

Équation 4 : $x^2 + 14x + 49 = 14x$

Type : Équation incomplète
Méthode rapide : Racine carrée

Solution :

$$\begin{aligned} & x^2 + 14x + 49 = 14x \\ \Leftrightarrow & x^2 + 49 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 = -49 \end{aligned}$$

Pas de solution réelle, puisque $x^2 \geq 0$ et $-49 < 0$.

Conclusion : L'ensemble des solutions est vide : $S = \emptyset$.

Équation 5 : $-4x^2 = 0$

Type : Équation incomplète
Méthode rapide : Simplification

Solution :

$$\begin{aligned} & -4x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & x = 0 \end{aligned}$$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{0\}$.

Équation 6 : $x^2 - 4x + 3 = 0$

Type : Équation complète
Méthode : Réalisant

Solution :

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 3$$

$$\rho = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

Équation 6 (suite)

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{4+\sqrt{4}}{2} = \frac{4+2}{2} = 3$$
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\rho}}{2a} = \frac{4-\sqrt{4}}{2} = \frac{4-2}{2} = 1$$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{1, 3\}$.

Équation 7 : $x^2 - 2x = -1$

Type : Équation complète
Méthode rapide : Factorisation (trinôme carré parfait)

Solution :

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Solution unique : $x = 1$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{1\}$.

Équation 8 : $4x^2 - 2x = 0$

Type : Équation incomplète (sans terme constant)
Méthode rapide : Factorisation

Solution :

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2x &= 0 \\ 2x(2x-1) &= 0 \end{aligned}$$

Solutions : $x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$

Conclusion : L'ensemble des solutions est : $S = \{0, \frac{1}{2}\}$.