# Introduction mathématique aux sciences de la vie

*Séance d'exercices du 03/11/25*

Télécharger le PDF

# Planification

- Il reste 6 séances d'exercices:
  → 1 sur la fin des exponentielles/log et manipulations de fonctions
  → 2 sur les dérivées
  → 2 sur les intégrales
  → 1 sur les nombres complexes
- Simulation d'examen: lors des dernières remédiations:
  → Examen à préparer le dernier week-end
  → Correction en remédiation
- Il reste 9 semaines avant le début de la session de janvier
  → planifiez votre travail
  → allez chercher de l'aide si nécessaire

# Composition

- $f(x) = \mathrm{e}^x$ et $g(x) = 42\ln(x)$

# Réciproque d'une fonction

- $f(x) = x^2 - 6x + 9$

# Exponentielles et logarithmes

# 2.3.B) (page 9)

- $\mathbf{ln(13,5)}$

# 2.3.C) (page 9)

- $\mathbf{log(1, 25)}$

# 2.3.D) (page 9)

- $\ln(x^2 - 2) - \ln(x^2 - 7x + 12) = 0$

# 2.3.D) (page 9)

# 2.3.E) (page 9)

- $e^{2x} - e^x - 2 = 0$

# Résolution de problèmes

# 2.3.F)

**Énoncé:** Un capital est placé au taux annuel de 10% à intérêts composés. Après combien de temps le capital aura-t-il doublé ?

# 2.3.G)

**Énoncé:** Bactéries: doublement toutes les six minutes. $N(t)$ est le nombre de bactéries à l'instant $t$ (en minutes).

1. Déterminez l'expression analytique de la fonction $N(t)$, $N_0 = N(0)$.

# 2.3.G)

2. Posons $P(t) = N_0 \mathrm{e}^{kt}$ telle que $P(t) = N(t)$. Déterminez la valeur (et l'unité physique) de $k$.

# 2.3.G)

3. Il y a actuellement 1 048 576 bactéries dans l'échantillon. Quelle était le nombre de bactéries il y une heure et demie ?

# 2.3.H)

**Énoncé:** $L(t) = M(1 - C\mathrm{e}^{-kt})$. $M = 200$ et $C = 0,956$, $t$ en heures.

1. Unité physique de $M$ et $k$?

# 2.3.H)

**Énoncé:** $L(t) = M(1 - C\mathrm{e}^{-kt})$. $M = 200$ et $C = 0,956$, $t$ en heures.

2. Un flétan mesure 66,6cm à deux ans. Déterminer $k$.

# 2.3.H)

**Énoncé:** $L(t) = M(1 - C\mathrm{e}^{-kt})$. $\boldsymbol{M = 200}$ et $\boldsymbol{C = 0,956}$, $\boldsymbol{t}$ en heures.

3. $\boldsymbol{k = 0,18}$. Si on pèche un flétan de 1m de long, quel est sont âge?

# 2.3.l)

**Énoncé:** $T(t) = (T(0) - A)e^{-kt} + A$. $t$ en heures.

Données: $T(9) = 30$ et $T(10) = 26$ et $A = 20$. Question: trouver l'heure de la mort de la victime: chercher $t$ tel que $T(t) = 37$.

# 2.3.1)

# 2.3.J)

**Énoncé:** $\mathbf{pH = -\log([H_3O^+])}$, si concentration faible en ions. $\mathbf{[H_3O^+]}$ est en mol/L.

1. Déterminer $\mathbf{[H_3O^+]}$ et nombre de moles d'ions dans 50mL d'eau distillée.

# 2.3.J)

**Énoncé:** $\mathbf{pH} = -\mathbf{log}([\mathbf{H_3O^+}])$, si concentration faible en ions. $[\mathbf{H_3O^+}]$ est en mol/L.

2. Exprimez $[\mathbf{H_3O^+}]$ en fonction du pH.

# 2.3.J)

**Énoncé:** $\mathbf{pH} = -\mathbf{log}([\mathbf{H_3O^+}])$, si concentration faible en ions. $[\mathbf{H_3O^+}]$ est en mol/L.

3. Si le pH augmente de deux unités, comment augmente $[\mathbf{H_3O^+}]$?

# 2.3.K)

**Énoncé:** La distance entre la Terre et la Lune est en moyenne de 384 400km. J'ai devant moi une feuille de papier d'une épaisseur d'un millimètre. Si je peux la plier en deux autant de fois que je le souhaite, de sorte que l'une des moitiés de la feuille recouvre exactement l'autre moitié de la feuille, combien de pliages successifs minimum dois-je faire afin que l'épaisseur de la feuille pliée dépasse la distance séparant notre planète de son satellite naturel ?

# 2.3.K)

# 2.3.K)

# Transformations des fonctions

# Animation

## Appli Geogebra

# Synthèse

- Transformations horizontales (on transforme $x$):
  - → Translations horizontale: $f(x)$ devient $g(x) = f(x + a)$ “Le graphique de $g$ est obtenu à partir du graphique de $f$ par une translation horizontale de vecteur $(-a, 0)$”
  - → Dilatation/compression: $a > 0$ et $f(x)$ devient $g(x) = f(ax)$
    - Si $a > 1$: compression horizontale de facteur $a$
    - Si $0 < a \leq 1$: dilatiation horizontale de facteur $1/a$
  - → Symétrie d’axe $y$: $f(x)$ devient $g(x) = f(-x)$: “Le graphique de $g$ est obtenu à partir du graphique de $f$ par une symétrie d’axe $y$.”

# Synthèse

- Transformations verticales (on transforme $y = f(x)$):
  - → Translations horizontale: $f(x)$ devient $g(x) = f(x) + a$ "Le graphique de $g$ est obtenu à partir du graphique de $f$ par une translation verticale de vecteur $(0, a)$"
  - → Dilatation/compression: $a > 0$ et $f(x)$ devient $g(x) = af(x)$
    - Si $a > 1$: dilatation verticale de facteur $a$
    - Si $0 < a \leq 1$: compression verticale de facteur $1/a$
  - → Symétrie d'axe $x$: $f(x)$ devient $g(x) = -f(x)$: "Le graphique de $g$ est obtenu à partir du graphique de $f$ par une symétrie d'axe $x$."

# Priorité des transformations

Lorsqu'on enchaîne plusieurs transformations, il y a une priorité:

- D'abord les symétries et les dilatations et les compressions.
- Ensuite les translations.

Note: ces priorités viennent des priorités des opérations (multiplications et divisions avant additions et soustractions)

# Attention à un piège (tuyau pour l'examen):

Il y a un enchaînement de transformation délicat: celui de la forme $g(x) = f(ax + b)$. Naïvement, on pourrait penser que $g$ est obtenu à partir de $f$ en faisant:

- Une dilatation ou compression horizontale de facteur $a$ ou $1/a$
- Une translation horizontale de vecteur $(-b, 0)$

Voyons dans un cas concret ce que cela donne pour $a = \dfrac{1}{2}$ et $b = 2$:

Appli Geogebra

# Attention à un piège (tuyau pour l'examen):

Il faut donc réécrire $g(x)$:

$$g(x) = f(ax + b) = f(a(x + b/a))$$

Donc $g$ est obtenu à partir de $f$ par:

- Une dilatation/compression horizontale de facteur $a$ ou $1/a$
- Une translation horizontale de vecteur $(-b/a, 0)$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $g$, $h$ et $i$.

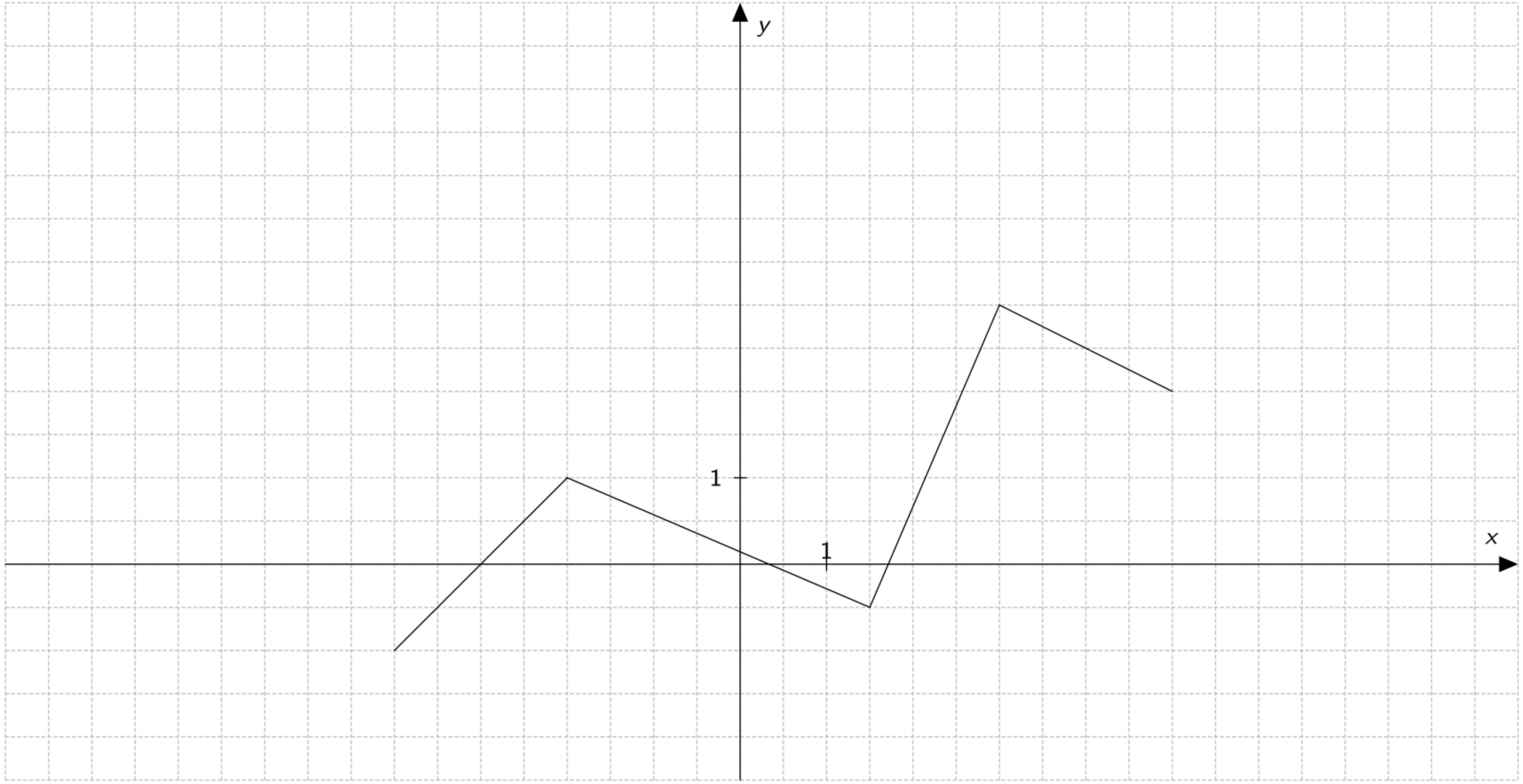


FIGURE 21 – Représentation des fonctions $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = 2f(x)$ et $i(x) = f(x) + 3$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $g$, $h$ et $i$.

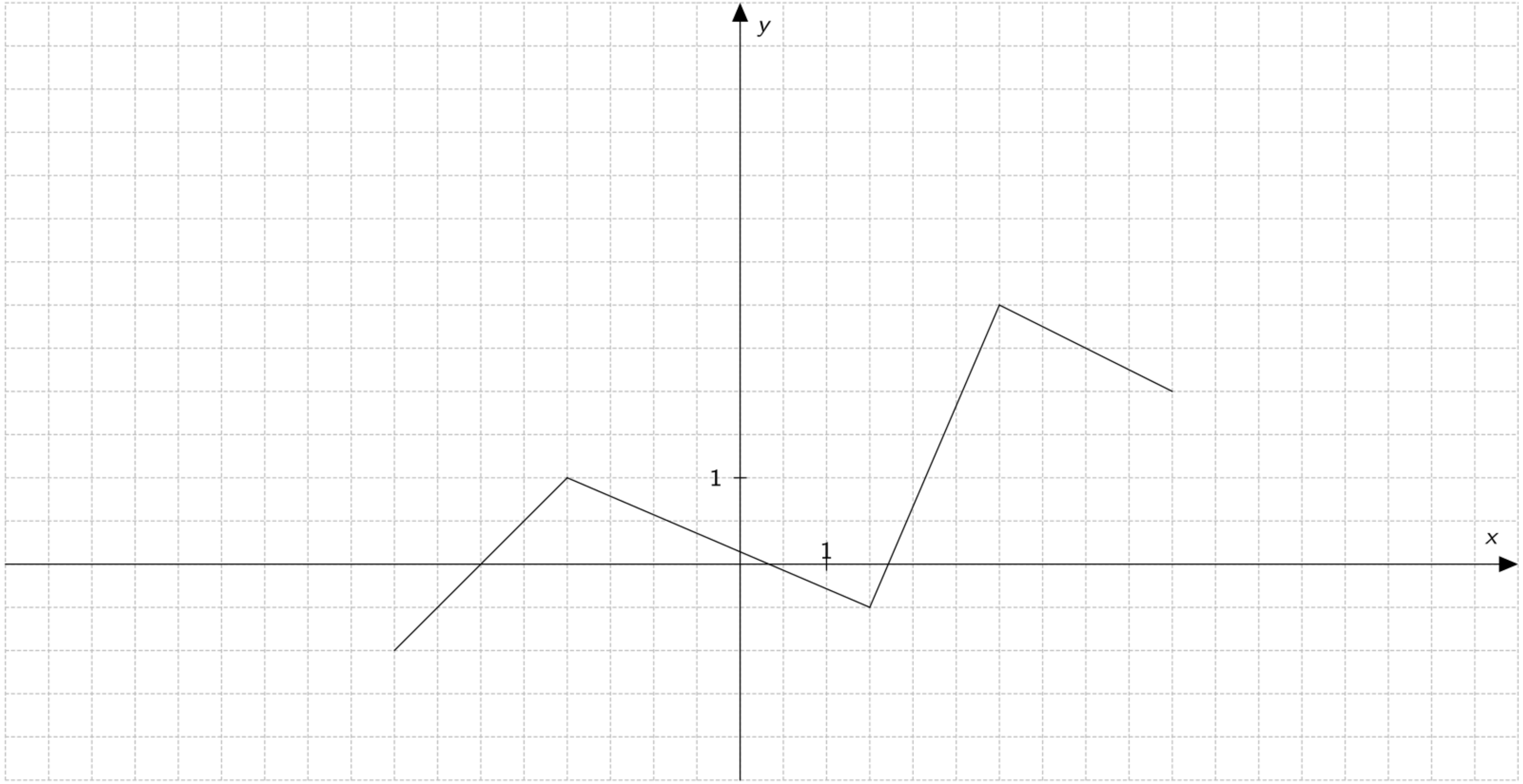


FIGURE 21 – Représentation des fonctions $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = 2f(x)$ et $i(x) = f(x) + 3$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $g$, $h$ et $i$.

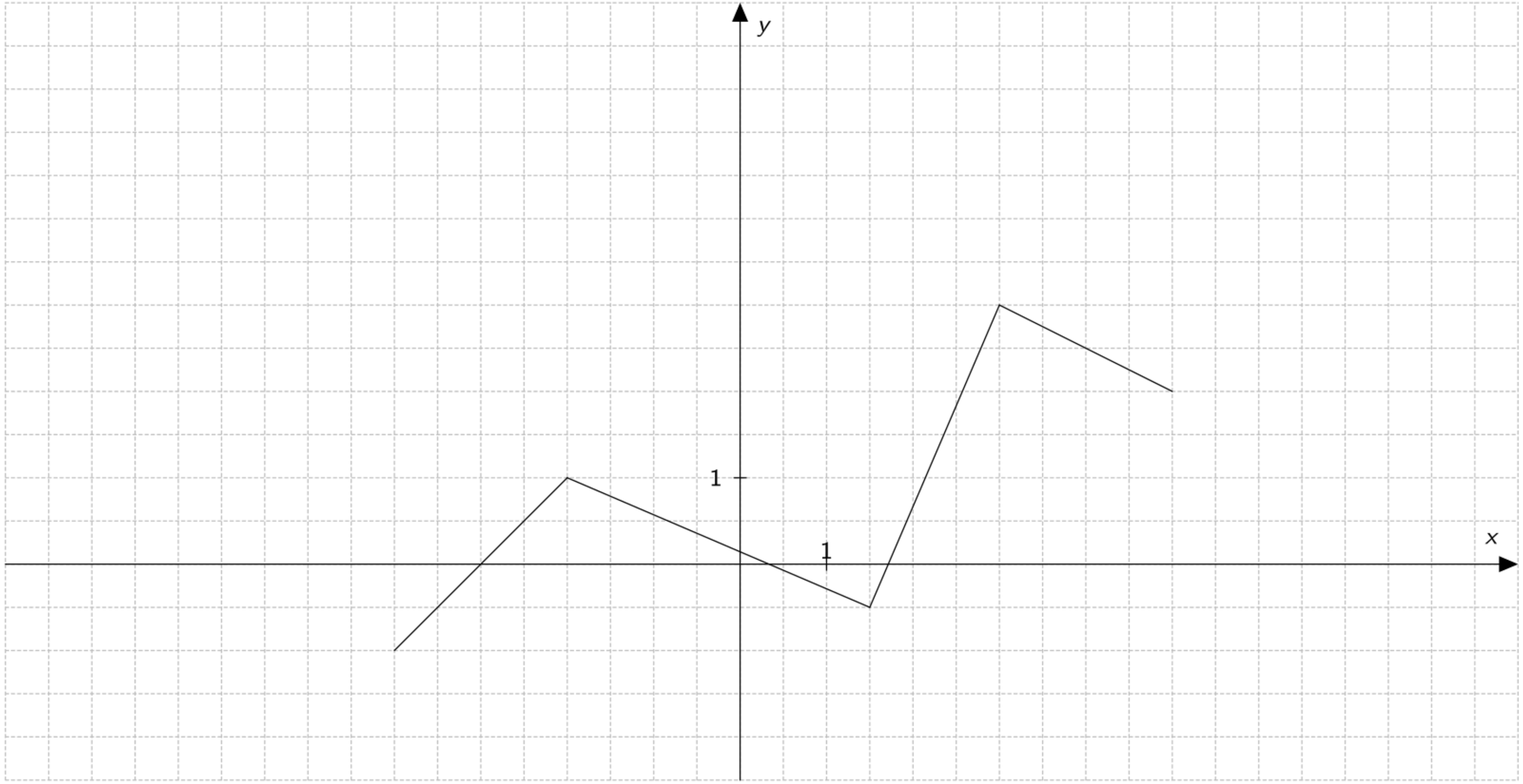


FIGURE 21 – Représentation des fonctions $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = 2f(x)$ et $i(x) = f(x) + 3$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $g$, $h$ et $i$.

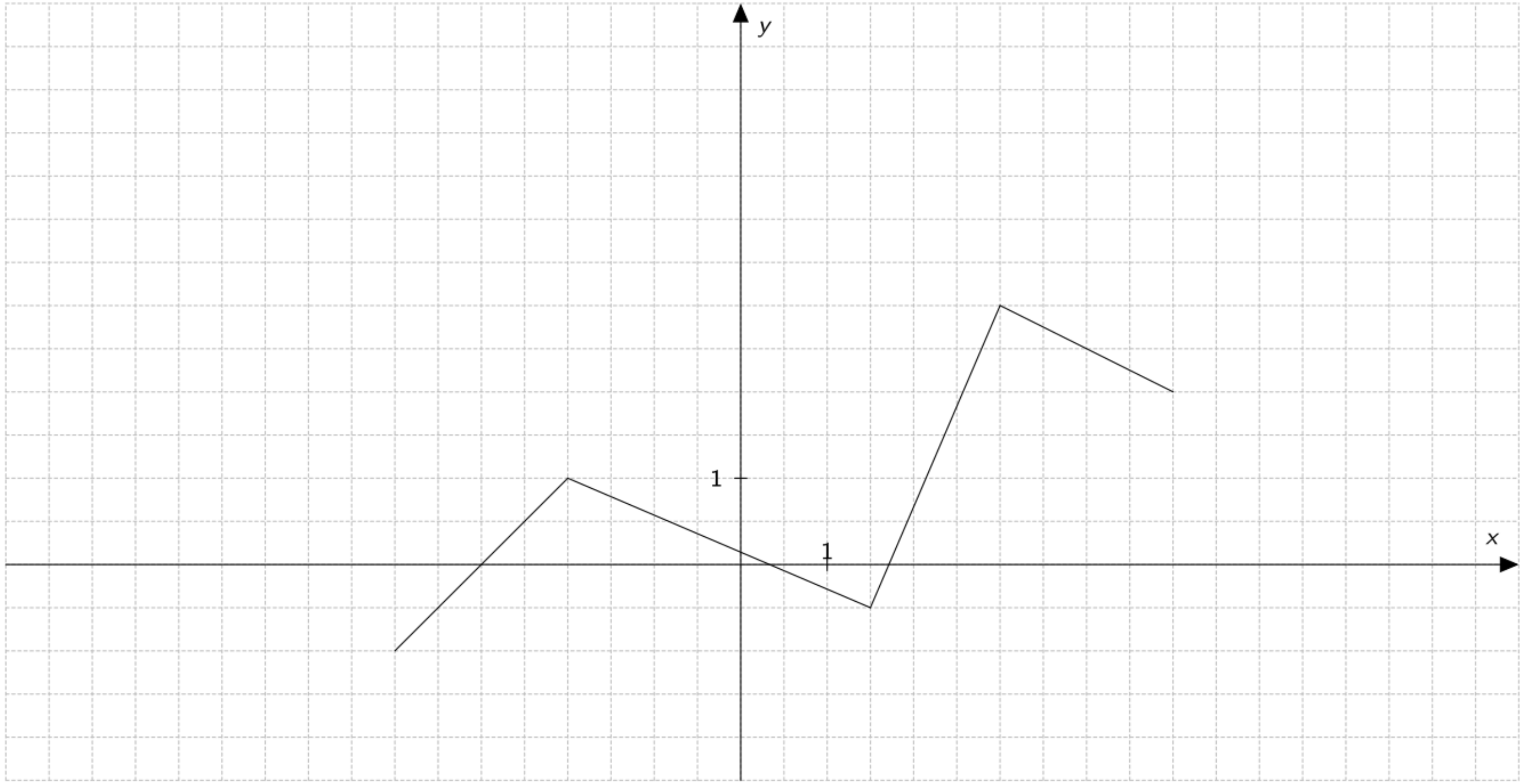


FIGURE 22 – Représentation des fonctions $g(x) = f(2x)$ et $h(x) = \dfrac{f(x-1)}{2}$ et $i(x) = 1{,}5f\left(\dfrac{x}{2} - 2\right) - 1$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{i}$.

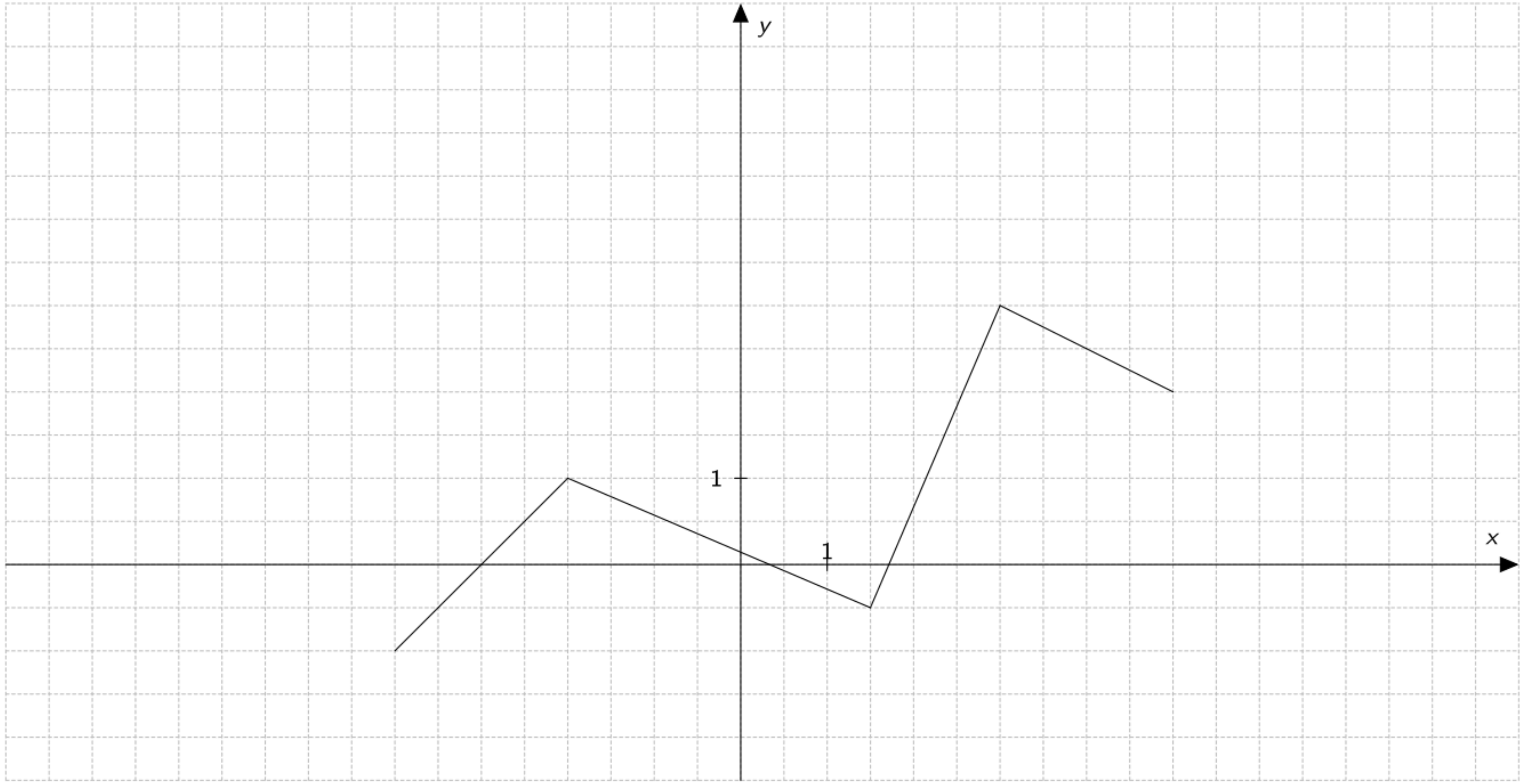


FIGURE 22 – Représentation des fonctions $g(x) = f(2x)$ et $h(x) = \dfrac{f(x-1)}{2}$ et $i(x) = 1{,}5f\left(\dfrac{x}{2} - 2\right) - 1$

# Exercice 2.2.A) (page 8)

**Énoncé:** Représentez $g$, $h$ et $i$.

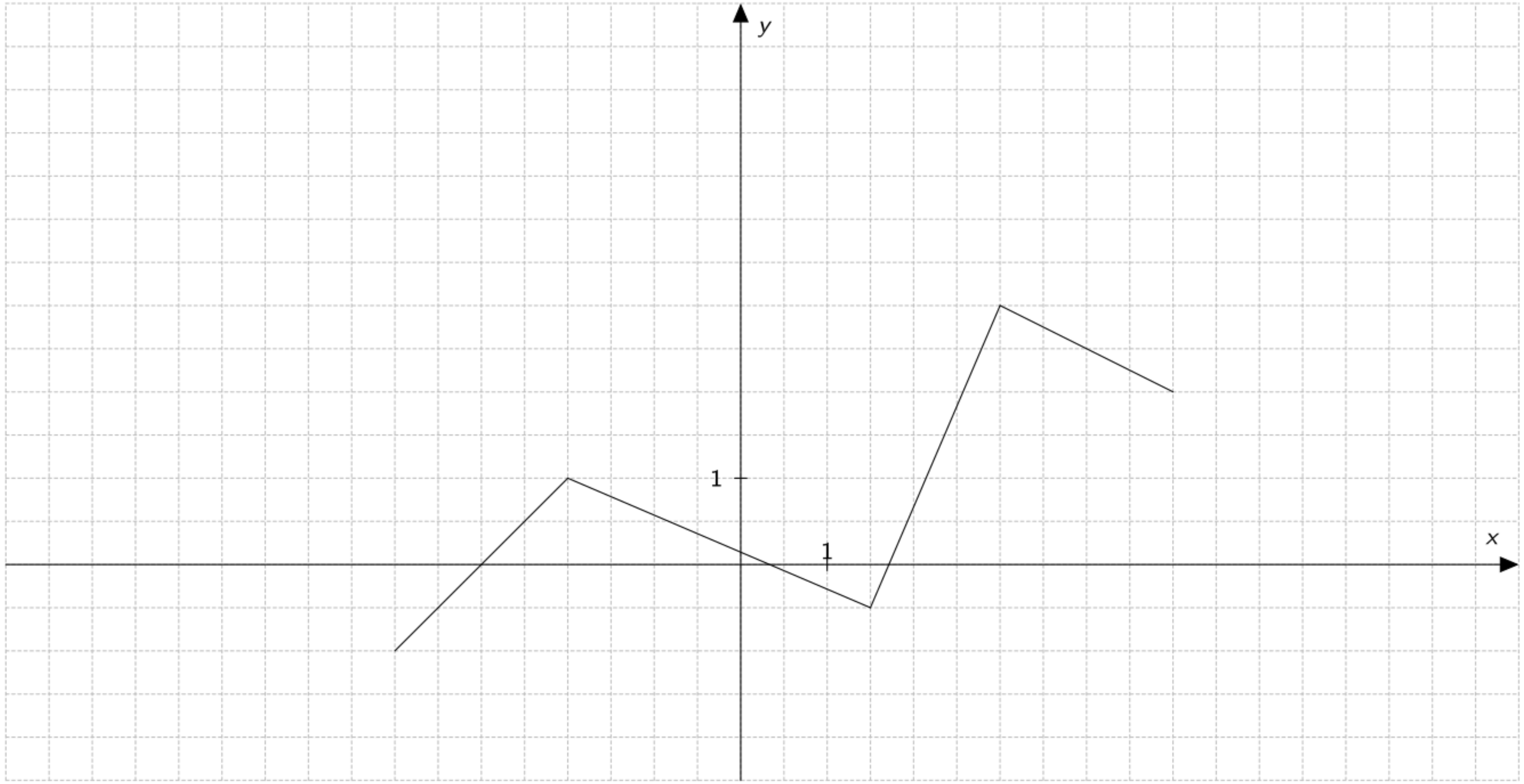


FIGURE 22 – Représentation des fonctions $g(x) = f(2x)$ et $h(x) = \dfrac{f(x-1)}{2}$ et $i(x) = 1{,}5f\left(\dfrac{x}{2} - 2\right) - 1$