Introduction mathématique aux sciences de la vie

Séance d'exercices du 20/10/25

Télécharger le PDF

Planning de la semaine

- Exercices: aujourd’hui ET mercredi.
- Remédiation: cette semaine remédiation Q/R ce lundi!

Domaines: calcul algébriques

$$f(x) = \frac{1}{(x^2 - 4)(x^2 + 7x + 12)}$$

$$f(x) = \ln(2x^2 - 5x + 2)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{x^2 - 4x}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x}}$$

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x}}{\mathbf{2}}$$

Domaines: observation graphique

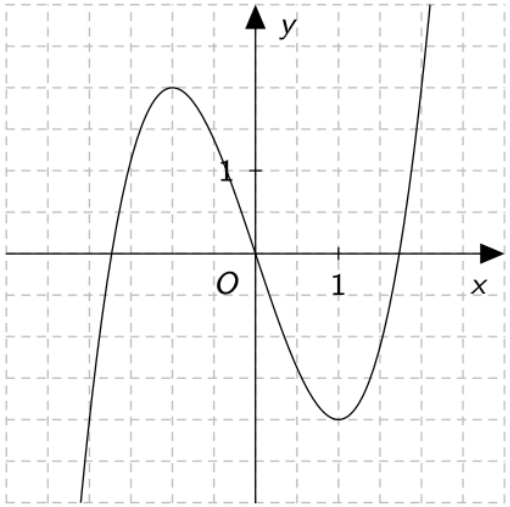

FIGURE 15

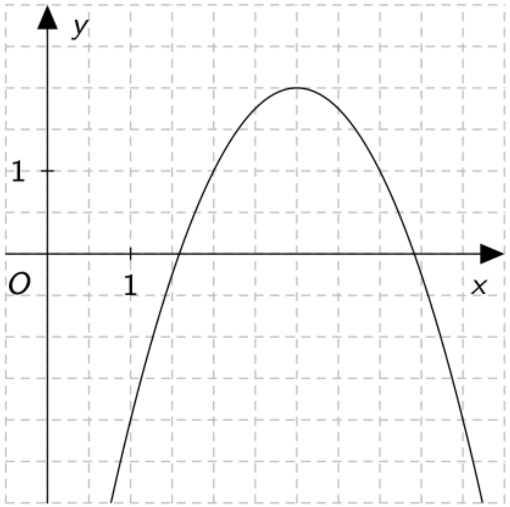

FIGURE 16

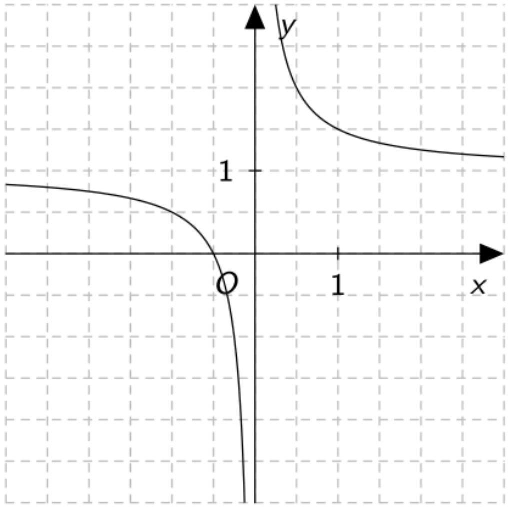

FIGURE 17

Domaines: observation graphique

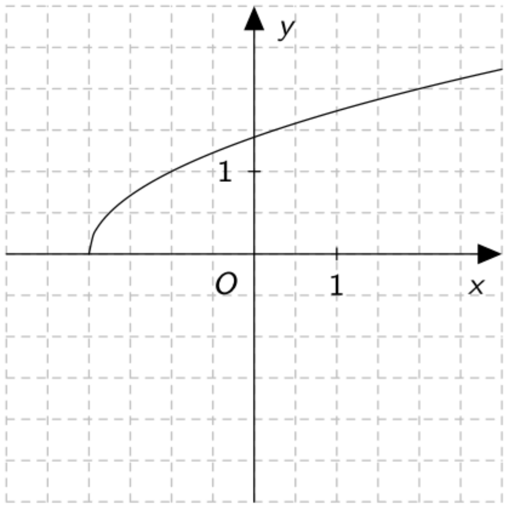

FIGURE 18

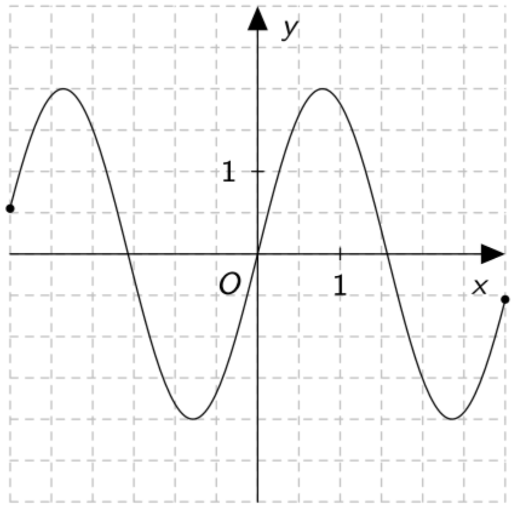

FIGURE 19

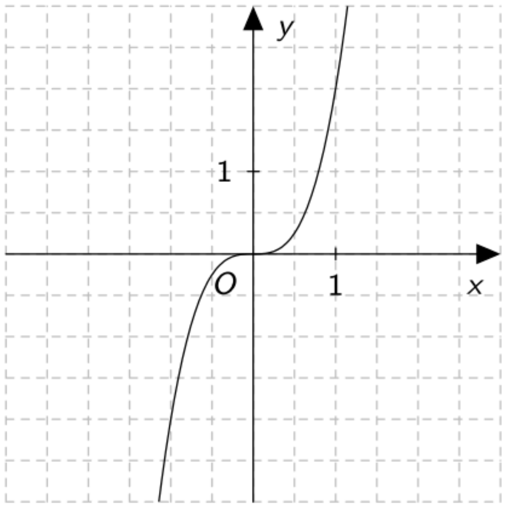

FIGURE 20

Parité

La parité d'une fonction mesure la symétrie du graphe de f:

- par rapport à l'axe des y: si le graphe de f est symétrique par rapport à l'axe y, alors f est dite paire (cela implique que le domaine de f est symétrique par rapport à l'axe y)
- par rapport au centre du repère: si le graphe de f est symétrique par rapport au centre du repère, alors f est dite impaire (cela implique aussi que le domaine est symétrique par rapport à l'axe y).

Parité: point de vue algébrique

- f est paire ssi $\forall x \in \mathbf{dom}(f)(-x \in \mathbf{dom}(f) \text{ et } f(-x) = f(x))$
- f est impaire ssi $\forall x \in \mathbf{dom}(f)(-x \in \mathbf{dom}(f) \text{ et } f(-x) = -f(x))$

Déterminer la parité d'une fonction

$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = (x+1)^2$$

Exercice C, page 7

$$f(x) = 17 - x^2$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5}$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{\sqrt[3]{x}}$$

$$f(x) = \sqrt{x + 7}$$

Opérations sur les fonctions

Soit f et g deux fonctions. Les opérations sur ces fonctions sont définie à travers leurs expressions analytiques:

Somme et différence

$(f \pm g)$ est la fonction définie par

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x).$$

De plus, $\mathbf{dom}(f \pm g) = \mathbf{dom}(f) \cap \mathbf{dom}(g)$.

Produit

$(f \cdot g)$ est la fonction définie par

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x).$$

De plus, $\mathbf{dom}(f \cdot g) = \mathbf{dom}(f) \cap \mathbf{dom}(g)$.

Quotient

$\dfrac{f}{g}$ est la fonction définie par

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

De plus, $\mathbf{dom}\left(\dfrac{f}{g}\right) = \mathbf{dom}(f) \cap \mathbf{dom}(g) \backslash \{x \in \mathbf{dom}(g) | g(x) = 0\}$.

Composition

$f \circ g$ est la fonction définie par

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

De plus, $\mathbf{dom}(f \cdot g) = \{x \in \mathbf{dom}(g) | g(x) \in \mathbf{dom}(f)\}$

Attention!: la composée n'est pas une opération commutative:
$f \circ g \neq g \circ g$.

Exercice 2.2.B) (p. 9)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = x^2$ et $g(x) = \cos(x)$

Exercice 2.2.B)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \ln(x)$

Exercice 2.2.B)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = \dfrac{x-1}{1+x}$ et $g(x) = x^3$

Exercice 2.2.B)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = \mathrm{e}^x$ et $g(x) = 42\ln(x)$

Exercice 2.2.B)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = \sin(2x)$ et $g(x) = 4 - 7x$

Exercice 2.2.B)

Soient f et g deux fonctions. Déterminer une expression analytique de $f \circ g$ et $g \circ f$.

- $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = |1 - x|$

Réciproque d'une fonction

Définition: Soit f une fonction. La réciproque de f est une fonction (si elle existe) g telle que $f \circ g = g \circ f = \mathbf{Id}$.

Graphiquement, la réciproque de f est s'obtient par symétrique d'axe $x = y$.

Réciproque d’une fonction

Exemple: x^3 a pour réciproque $\sqrt[3]{x}$.

Réciproque d'une fonction

Exemple: x^2 n'a pas de réciproque. Mais restreinte à $\mathbb{R}^{\geq 0}$, alors x^2 a une réciproque, la fonction $\sqrt{x}$.

Déterminer algébriquement une réciproque (2.2.C)

$f(x) = 2x + 3$

$$f(x) = |x| + 2$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

$$f(x) = \frac{1 - x}{x}$$

$$\frac{2x+1}{x+3}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1}$$