

### ДЗ-2. Задачи для самостоятельного решения.

**Механика. Динамика материальной точки и механических систем:**

**законы Ньютона, упругие и гравитационные силы.**

**Законы сохранения энергии и импульса.**

#### Задача 1.

Вычислить первую, вторую и третью космические скорости ракеты, стартующей с поверхности Земли и покидающей Солнечную систему. Вывести формулы и дать численную оценку.

**Ответ:**

$$v_I = \sqrt{G \cdot \frac{M_3}{R_3}}, \quad v_{II} = \sqrt{2} \cdot v_I, \quad v_{III} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 v_3^2 + v_{II}^2},$$

где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot m^2}{сек^2}$  – гравитационная постоянная,

$$M_3 \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}, \quad M_C \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}, \quad R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad R_{3C} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м},$$

$$v_3 = \sqrt{G \cdot \frac{M_C}{R_{3C}}} \text{ – орбитальная скорость Земли; } v_3 \approx 29,78 \cdot 10^3 \text{ м / сек.}$$

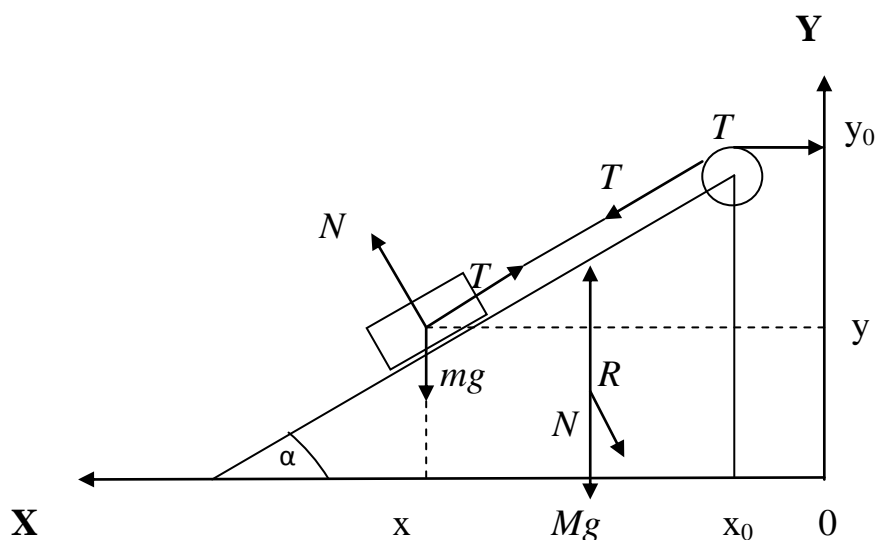
#### Задача 2.

Задана система тел, изображённая на рисунке ниже. Масса клина  $M$  и масса бруска  $m$  на нём полагаются известными. Задан угол  $\alpha$  при основании клина. Вычислить ускорение клина, полагая, что массы блока и нити пренебрежимо малы, нить нерастяжима, трения о воздух и в оси блока нет. Проанализировать полученную формулу.

**Примечание:**

Здесь  $mg$  и  $Mg$  – силы тяжести, действующие на брусок и клин;  $R$  – сила реакции опоры, действующая на клин;  $N$  – сила взаимодействия бруска и клина. Учесть также, что сила натяжения нити  $T$  постоянна вдоль всей её длины, а силы взаимодействия бруска и клина равны по величине в соответствии с третьим законом Ньютона и направлены перпендикулярно поверхности их соприкосновения из-за отсутствия сил трения.

Наконец, необходимо дополнить систему уравнений динамики уравнениями кинематической связи, которые следуют из условия нерастяжимости нити.



**Ответ:**

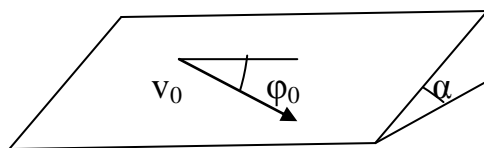
Проекция ускорения клина на ось X имеет следующий вид:

$$A_x = -g \frac{\sin \alpha}{M / m + 2(1 - \cos \alpha)}.$$

### Задача 3.

Рассматривается неподвижный клин с углом  $\alpha$  при основании. По поверхности этого клина движется материальная точка (тело небольших размеров). Найти модуль скорость установившегося движения скольжения материальной точки (тела), если в начальный момент времени её скорость равнялась  $v_0$  и составляла угол  $\varphi_0$  с ребром клина (см. рисунок ниже). Коэффициент трения тела о поверхность клина равен  $\mu = \operatorname{tg}(\alpha)$ . Проанализировать полученное выражение для установившейся скорости в двух частных случаях:  $\varphi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$

**Примечание:** установившаяся скорость движения тела – это значение скорости в то время, когда сумма сил, действующих на тело (мат. точку), становится равной нулю.

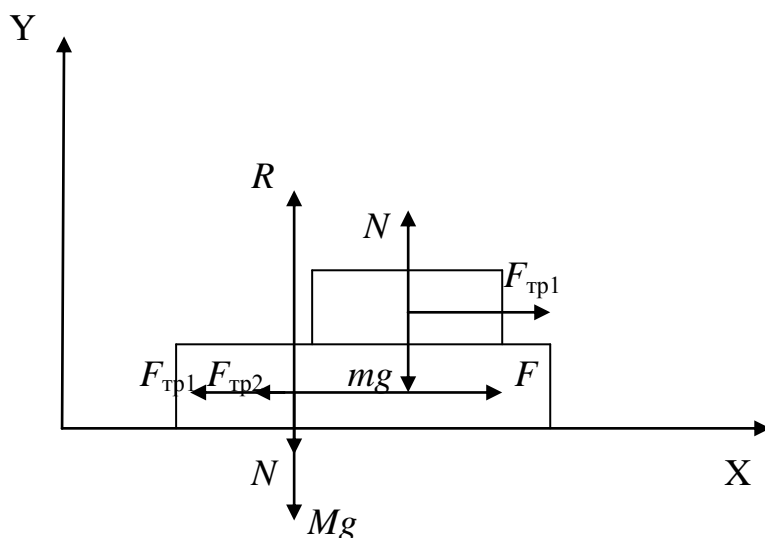


**Ответ:**

$$v_{ycm} = \frac{v_0}{2} [1 + \sin(\varphi_0)]$$

#### Задача 4.

Рассматривается система тел, изображённая на рисунке ниже. Именно, на гладкой поверхности (на полу) лежит доска массой  $M = 1$  кг. На ней размещён брусок массой  $m = 2$  кг. Известно, что коэффициент трения между бруском и доской равен  $\mu_1 = 0,25$  в то время, как коэффициент трения между доской и полом –  $\mu_2 = 0,5$ . Требуется определить силу  $F$ , действующую горизонтально, которую необходимо приложить к доске, чтобы она смогла выскользнуть из-под бруска.



**Примечание:** здесь введено обозначение  $F_{\text{тр}1}$  – сила трения со стороны бруска,  $F_{\text{тр}2}$  – сила трения со стороны пола. Силами сопротивления воздуха пренебречь.

Если приложенная к доске сила  $F$  мала, то, очевидно, брусок и доска движутся с одинаковым ускорением или покоятся. При этом сила трения  $F_{\text{тр}1}$  между бруском и доской является силой трения покоя. С увеличением внешней силы  $F$  сила трения  $F_{\text{тр}1}$  возрастает и при некотором значении внешней силы  $F = F_0$  достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения. Как раз это значение силы  $F_0$  и требуется определить для решения задачи.

**Ответ:**

$$F_0 = g(M + m)(\mu_1 + \mu_2).$$

Таким образом, доска выскользнет из-под бруска, если приложенная к доске сила  $F$  удовлетворяет условию  $F \geq F_0 = g(M + m)(\mu_1 + \mu_2)$ . Используя численные значения, заданные по условию задачи, имеем:  $F \geq F_0 = 22,5 \text{ Н}$ .