ДЗL

Задача 4

Дано: $p = r(1-\varepsilon\cos\varphi)$; $\sigma = \frac{1}{2} r^2 \dot\varphi \cos\varphi$

Найти: a_r; a_φ.

Решение. Воспользуемся тем, что секториальная скорость постоянна.

Продифференцируем её

$$\frac{d\sigma}{dt} = 0 = 2 r \dot r \dot\varphi + \frac{1}{2} r^2 \ddot\varphi = 0$$

$2\dot r \dot\varphi + r\ddot\varphi = 0$ но это выражение для a_φ, значит $a_\varphi = 0$

$$a_r = \ddot r - r\dot\varphi^2 \qquad \dot\varphi = 2\sigma/r^2$$

$$(\dot\varphi)^2 = 4\sigma^2/r^4$$

Параметр p постоянен

$$\dot p = \dot r - \dot r\varepsilon\cos\varphi - r\dot\varphi\varepsilon\sin\varphi$$

$$\dot r = -\frac{\varepsilon\dot\varphi\sin\varphi}{1-\varepsilon\cos\varphi} = -\frac{2\sigma\varepsilon}{r^2}\cdot\frac{\sin\varphi}{1-\varepsilon\cos\varphi}$$

$$\ddot r = +\frac{4\sigma\varepsilon}{r^3}\frac{\sin\varphi}{1-\varepsilon\cos\varphi} - \frac{2\sigma\varepsilon}{r^2}\frac{\cos\varphi\,\dot\varphi}{1-\varepsilon\cos\varphi} -$$

$$- \frac{2\sigma\varepsilon}{r^2}\varepsilon\dot\varphi\frac{\sin\varphi}{(1-\varepsilon\cos\varphi)^2}$$

$$\dot r = -\frac{2\sigma\varepsilon}{rp}\sin\varphi \qquad \ddot r = \frac{2\sigma\varepsilon}{r^2 p}\sin\varphi - \frac{2\sigma\varepsilon}{rp}\cos\varphi\,\dot\varphi =$$

$$= \frac{2\sigma\varepsilon}{r^2 p} - \frac{2\sigma\varepsilon}{rp}\cdot\frac{2\sigma}{r^2}\cos\varphi = \frac{2\sigma\varepsilon}{r^2 p}\left(1 - \frac{2\sigma}{r}\cos\varphi\right)$$

$$\ddot r = \frac{2\sigma\varepsilon}{r^3 p}(r - 2\sigma\cos\varphi)$$

$$a_r = \ddot r - r\dot\varphi^2 = -\frac{4\sigma^2(r-p)}{r^3 p} - 4\sigma^2/r^3 = \frac{4\sigma^2}{r^2 p}$$

постоянно направлено к Солнцу