数字图像处理

第六次作业

自动化 62　　张斐然　　2160300167

1. 在测试图像上产生高斯噪声 lena 图-需能指定均值和方差；并用多种滤波器恢复图像，分析各自优缺点；

使用的函数：

Imnoise:

MATLAB 中函数 imnoise 是表示添加噪声污染一幅图像，叫做噪声污染图像函数。

语法：

g = imnoise(I,type)

g = imnoise(I,type,parameters)

g = imnoise(I,'gaussian',m,v)

g = imnoise(I,'localvar',V)

g = imnoise(I,'localvar',image_intensity,var)

g = imnoise(I,'poisson')

g = imnoise(I,'salt & pepper',d)

g = imnoise(I,'speckle',v)

说明：

f 为是输入图像。函数 imnoise 在给图像添加噪声之前，将它转换为范围[0,1]内的 double 类图像。指定噪声参数时必须考虑到这一点。

g=imnoise(f,'gaussian',m,var)将均值 m,方差为 var 的高斯噪声加到图像 f 上，默认值是均值 m 为 0，方差 var 为 0.01 的噪声。

g=imnoise（f,'localvar',V)将均值为 0，局部方差为 V 的高斯噪声添加到图像 f 上，其中 V 是与 f 大小相同的一个数组，它包含了每一个点的理想方差值。

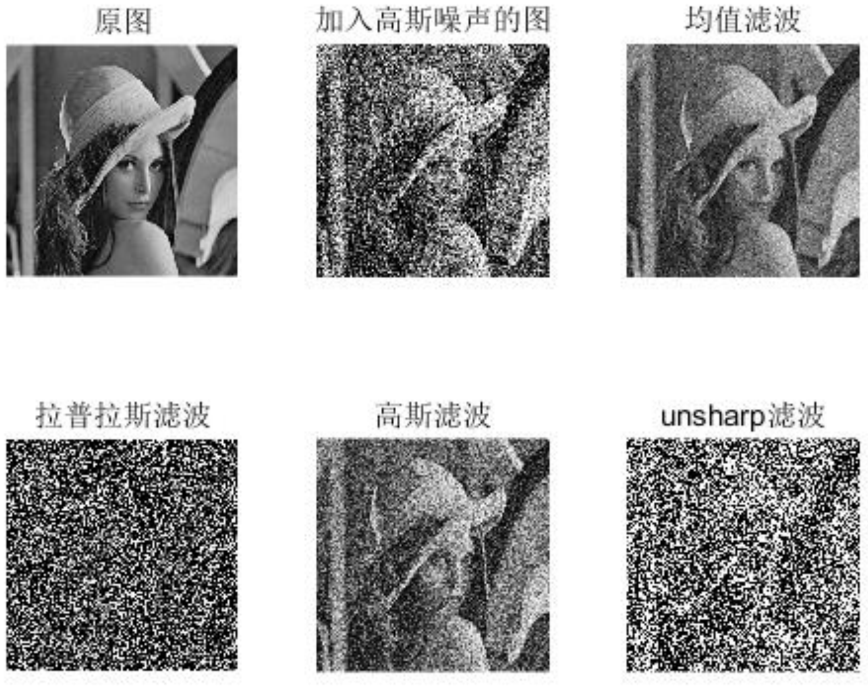
g=imnoise(f,'localvar',image_intensity,var)将均值为 0 的高斯噪声添加到图像 f 中，其中噪声的局部方差 var 是图像 f 的亮度值的函数。参量 image_intensity 和 var 是大小相同的向量，plot(image_intensity,var)绘制出噪声方差和图像亮度的函数关系。向量 image_intensity 必须包含范围在[0,1]内的归一化亮度值。

g=imnoise(f,'salt & pepper',d)用椒盐噪声污染图像 f，其中 d 是噪声密度（即包括噪声值的图像区域的百分比）。因此，大约有 d*numel（f）个像素受到影响。默认的噪声密度为 0.05。

g=imnoise(f,'speckle',var)用方程 g=f+n*f)将乘性噪声添加到图像 f 上，其中 n 是均值为 0，方差为 var 的均匀分布的随机噪声，var 的默认值是 0.04。

g=imnoise(f,'poisson')从数据中生成泊松噪声，而不是将人工的噪声添加到数据中，为了遵守泊松统计，unit8 和 unit16 类图像的亮度必须和光子的数量相符合。当每个像素的光子数量大于 65535 时，就要使用双精度图像。亮度值在 0 到 1 之间变化，并且对应于光子的数量除以 10e12。

实验结果：

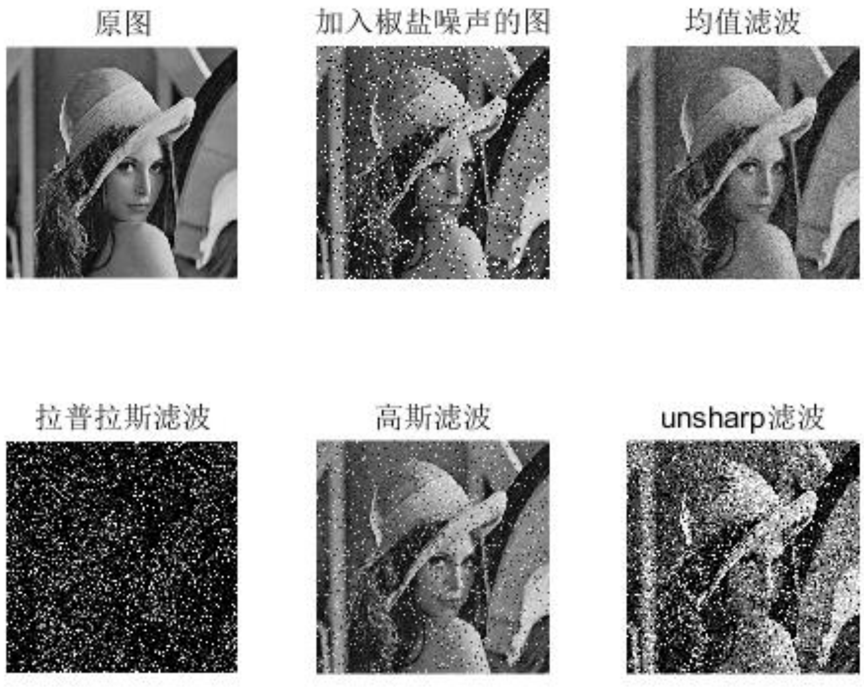


实验结论：
可以看出，随着方差的增加，图像的噪声现象更加严重，随着均值的增加，图像变得更加明亮；
分别使用四种滤波器进行了恢复，可以看出均值滤波器效果最好，高斯滤波效果较差，但滤波后的图片变得更加的模糊，另两种滤波器则不太适用此图片的恢复，更加适合于边缘检测。

2. 在测试图像 lena 图加入椒盐噪声（椒和盐噪声密度均是 0.1）；用学过的滤波器恢复图像；在使用反谐波分析 Q 大于 0 和小于 0 的作用；

椒盐噪声（salt-and-pepper noise)又称脉冲噪声，它随机改变一些像素值，在二值图像上表现为使一些像素点变白，一些像素点变黑。椒盐噪声是指两种噪声，一种是盐噪声（salt noise），另一种是胡椒噪声（pepper noise）。盐=白色，椒=黑色。前者是高灰度噪声，后者属于低灰度噪声。一般两种噪声同时出现，呈现在图像上就是黑白杂点。椒盐噪声的出现点是随机的，噪声的数值是固定的，要么是 0 （黑色），要么是 255 （白色）。

实验结果：



实验结论：

可以看出，随着椒盐噪声密度的增加，图片噪声现象变得更加严重。

分别使用四种滤波器进行了恢复，可以看出均值滤波器效果最好，高斯滤波效果较差，但滤波后的图片变得更加的模糊，另两种滤波器则不太适用此图片的恢复，更加适合于边缘检测。

3.推导维纳滤波器并实现下边要求；

(a) 实现模糊滤波器如方程 Eq. (5.6-11).

(b) 模糊 lena 图像：45 度方向，T=1；

(c) 再模糊的 lena 图像中增加高斯噪声，均值= 0 ，方差=10 pixels 以产生模糊图像；

(d)分别利用方程 Eq. (5.8-6)和(5.9-4)，恢复图像；并分析算法的优缺点.

维纳滤波原理：

维纳滤波器通常用于提取被噪声污染的有用信号，它是以最小均方误差准则进行滤波的，下面对该准则下的最优滤波器系数进行推导。
如图 1.1 所示，输入 x(n)x(n)中 s(n)s(n)为有用信号，v(n)v(n)为噪声干扰。输出 y(n)y(n)为对有用信号 s(n)s(n)的估计 s∧(n)s∧(n)。
而 s(n)s(n)是我们期望得到的信号，称之为期望信号。s∧(n)s∧(n)为滤波器实际输出的观测信号。那么误差定义应为：
e=s−s∧
e=s−s∧

均方误差为:
J=E(e2)
J=E(e2)

我们的目的就是要推导使 JJ 达到最小时的滤波器系数。
J=E{(s−s∧)2} =E{(s−wHx)2}=E{s2−2swHx+wHxxHw}
J=E{(s−s∧)2} =E{(s−wHx)2}=E{s2−2swHx+wHxxHw}

其中 ww 表示滤波器系数。
从上面式子可以看出， 代价函数/成本函数 JJ 是 ww 的一个二次函数，在以 ww 为坐标轴的坐标系中是一个凹函数，有唯一的一个极值点，只要求出该极值点，就可以得到使代价函数 JJ 最小的滤波器权值 ww。
令 JJ 对 ww 求偏导：
∇ =∂J∂wH=E{−2sx+2xHxw}

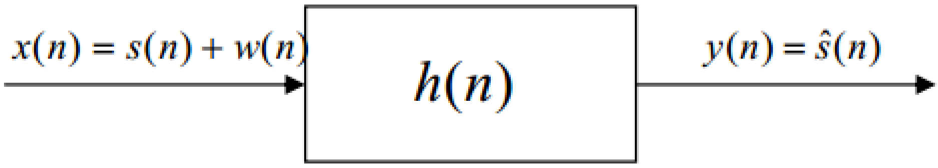
∇ =∂∂wH=E{−2sx+2xHxw}

令其为 00，即可得到极值点：
wopt={E(xxH)}−1⋅E(dx)
wopt={E(xxH)}−1⋅E(dx)

其中 E(xxH)E(xxH)为输入信号的自相关，E(dx)E(dx)为期望信号与输入信号的互相关。
通常写成更简洁的矩阵形式：
wopt=R−1xx⋅Rdx
wopt=Rxx−1⋅Rdx

由于实际中无法得到输入信号的理想统计参数，通常利用实际输入信号的采样来进行自相关系数矩阵和互相关系数矩阵的无偏估计。
该公式也称为维纳-霍夫方程，是最小均方误差准则下的滤波器系数最优解。

维纳滤波器的推导：



其中 x(n)为现实中观测到的信号，x(n)被表示为期望信号 s(n)与噪声 w(n)的叠加，通过 h(n)

滤波之后，我们得到 s 一撇（n），它是对 s(n)的估计。

设 $h(n)$ 是物理可实现的，也即是因果序列：

$$h(n)=0,\text{当}n<0$$

因此，从式(5-1)、(5-2)、(5-3)、(5-4)推导：

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{+\infty}h(m)x(n-m) \tag{5-5}$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty}h(m)x(n-m))^2\right] \tag{5-6}$$

要使得均方误差最小，则将上式对各 $h(m)$，m＝0，1，…，求偏导，并且等于零，得：

$$2E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)x(n-m))x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots \tag{5-7}$$

即

$$E\left[s(n)x(n-j)\right]=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)E\left[x(n-m)x(n-j)\right] \qquad j\geq 0 \tag{5-8}$$

用相关函数 R 来表达上式，则得到维纳－霍夫方程的离散形式：

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j\geq 0 \tag{5-9}$$

从维纳－霍夫方程中解出的 h 就是最小均方误差下的最佳 h，$h_{opt}(n)$。求到 $h_{opt}(n)$，这时的均方误差为最小：

如何去求解维纳－霍夫方程，即式（5－9）中解 $h_{opt}(n)$ 的问题，设 $h(n)$ 是一个因果序列且可以用有限长（N 点长）的序列去逼进它，则式(5-5) －(5-10) 分别发生变化：

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m) \qquad (5\text{-}11)$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m))^2\right] \qquad (5\text{-}12)$$

$$2E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)x(n-m))x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots N-1 \qquad (5\text{-}13)$$

x(n-j)乘进去

$$E\left[s(n)x(n-j)\right]=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)E\left[x(n-m)x(n-j)\right] \qquad j=0,1,\cdots N-1 \qquad (5\text{-}14)$$

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1 \qquad (5\text{-}15)$$

于是得到 N 个线性方程：

$$\begin{cases} j=0 & R_{xs}(0)=h(0)R_{xx}(0)+h(1)R_{xx}(1)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-1) \\ j=1 & R_{xs}(1)=h(0)R_{xx}(1)+h(1)R_{xx}(0)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots \\ j=N-1 & R_{xs}(N-1)=h(0)R_{xx}(N-1)+h(1)R_{xx}(N-2)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(0) \end{cases}$$

写成矩阵形式有：

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xs}(0) \\ R_{xs}(1) \\ \vdots \\ R_{xs}(N-1) \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}16)$$

简化形式：

$$\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}=\mathbf{R}_{xs} \qquad (5\text{-}17)$$

式中，$\mathbf{H}=[h(0)\ h(1)\ \cdots h(N-1)]'$ ，是待求的单位脉冲响应；

$\mathbf{R}_{xs}=\left[R_{xs}(0),R_{xs}(1),\cdots R_{xs}(N-1)\right]'$ ，是互相关序列；

$$\mathbf{R}_{xx}=\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$，是自相关矩阵。

只要 $\mathbf{R}_{xx}$ 是非奇异的，就可以求到 $\mathbf{H}$：

$$\mathbf{H}=\mathbf{R}_{xx}^{-}$$

所以，求解维纳-霍夫方程，最终需要的两个条件就是：

1、期望信号 s(n)与观测数据 x(n)的互相关函数 Rxs(n)

2、观测数据的自相关函数 Rxx(n)

实验结果：

模糊变换后图片

模糊变换后加入椒盐噪声图片

维纳滤波器恢复后图片 k=0.0001

维纳滤波器恢复后图片 k=0.001

维纳滤波器恢复后图片 k=0.01

维纳滤波器恢复后图片 k=0.1

实验结论：

自己构建的模糊滤波器的作用效果相对于 matlab 自带函数不太明显。

维纳滤波器恢复图片结果与参数 k 有关，k 越大，图片越明亮光滑，噪点越少，但是图片对比度越差，k 越小，图片越清晰，对比度越大，但是噪点较多。