

FM 2-24  
**afcet**



8<sup>e</sup> CONGRES  
RECONNAISSANCE  
DES FORMES  
ET  
INTELLIGENCE  
ARTIFICIELLE

Lyon - Villeurbanne  
25 - 29 Novembre 1991

VOLUME 2



# UN ALGORITHME OPTIMAL DE LIGNE DE PARTAGE DES EAUX

## AN OPTIMAL ALGORITHM FOR THE WATERSHED LINE

F.Meyer  
Centre de Morphologie Mathématique  
Ecole des Mines  
35, Rue Saint Honoré  
77305 FONTAINEBLEAU  
FRANCE

### I - RESUME

La segmentation d'images par la Morphologie Mathématique s'appuie essentiellement sur la ligne de partage des eaux. Typiquement, il faut deux telles transformations pour les tâches les plus complexes de segmentation. Or la construction de la ligne de partage des eaux est une opération coûteuse en temps calcul ou en place mémoire. L'algorithme que nous proposons dans ce papier est optimal. Il permet de simuler l'inondation d'un relief à partir des marqueurs imposés. A l'inverse des algorithmes déjà connus, l'algorithme optimal ne considère chaque point et son voisinage qu'une seule fois.

MOTS CLE : Morphologie mathématique, ligne de partage des eaux, minima régionaux, étiquetage, homotopie, file d'attente hiérarchique.

### I - ABSTRACT :

The watershed transform is at the base of powerful segmentation techniques within the framework of mathematical morphology. The most complex tasks require typically the construction of a watershed line at two different steps of the processing. The construction of the watershed line however is a very time consuming operation. In this paper we present an optimal algorithm. It simulates the flooding of a topographic surface, starting with a set of markers. In contrast to previous methods, the present algorithm considers each point and its neighborhood only once.

KEY-WORDS : Mathematical morphology, watershed line, regional minima, labelling, homotopy, hierarchical waiting queues.

## II - INTRODUCTION

La ligne de partage des eaux s'est révélée être une technique extrêmement puissante de segmentation. Nous l'avons utilisée avec succès dans de nombreuses situations. Un exposé approfondi de la manière dont la ligne de partage des eaux (LPE dans la suite du texte) permet de segmenter des images peut être trouvé dans (Meyer, Beucher 1990) et dans la thèse de Beucher (1990). Beucher et Lantuéjoul ont été les premiers à introduire le concept de ligne de partage des eaux et à l'utiliser pour des tâches de segmentation (Beucher, Lantuéjoul, 1979). Toutefois, ainsi que nous le verrons, on ne peut utiliser directement l'algorithme de ligne de partage des eaux pour des images plus compliquées : il se produit une très sévère sur-segmentation de l'image. Chaque minimum régional de l'image gradient génère en effet un bassin versant. Ainsi, dès que l'image est un peu bruitée, le résultat de la LPE est inutilisable. La manière de supprimer cette sur-segmentation est due à F. Meyer (Meyer 1986) ; cette technique fut employée pour la première fois pour la segmentation de gels d'électrophorèse (Beucher 1982). Ainsi complétée, la technique de segmentation se révèle très puissante, mais nécessite à présent la construction de deux lignes de partage des eaux. Il est dès lors de la plus grande importance pour l'utilisation en routine de ces techniques de segmentation que la construction de la LPE soit la plus rapide possible.

Nous verrons dans une première partie une séquence typique de segmentation avec les méthodes de la morphologie mathématique. Il s'agit de la segmentation de noyaux de cellules. Puis nous passerons sommairement en revue les principales manières de construire la ligne de partage des eaux. Enfin nous présenterons deux variantes du nouvel algorithme de construction de la ligne de partage des eaux et nous montrerons pourquoi il est optimal.

## III - UNE SEQUENCE TYPIQUE DE SEGMENTATION EN MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

### 1) Analyse du problème

La figure 1a présente deux noyaux cellulaires accolés qu'il faut segmenter. La présence d'un cytoplasme souvent relativement sombre et texturé interdit l'utilisation de techniques de seuillage, même adaptatif : on risquerait de ne pas détecter certains noyaux ou parties de noyaux, tout en détectant des parties de cytoplasmes.

Pour cette raison nous allons nous intéresser plutôt à la détection des frontières des objets. Les frontières sont visibles sur l'image gradient. Le module du gradient peut être approximé très simplement en construisant le gradient morphologique : en tout point on calcule la différence entre la valeur de gris la plus claire et la valeur la plus sombre présente dans le voisinage, c'est à dire en terme de morphologie mathématique entre le dilaté et l'érodé de la fonction de départ (Beucher 1977). Il est évident que pour des objets possédant une texture interne aussi prononcée que les noyaux de la Fig. 1a, la construction du gradient donnera un signal très fort, non seulement sur les contours

des noyaux mais aussi à l'intérieur des noyaux eux-mêmes. Pour cette raison, il faut procéder à un filtrage préalable de l'image.

### 2) Filtrage

Remarque préalable : Nous allons avoir besoin plusieurs fois de l'algorithme de reconstruction de grains numérique et de son dual, l'algorithme d'emballage (une transformation  $\psi$  est dite duale d'une transformation  $\phi$ , si  $\psi = \phi \circ \psi \circ \phi$ , c'est à dire la suite des opérations : 1) complémentation, 2) transformation  $\phi$ , 3) complémentation). Ce dernier est illustré par la fig. 2.

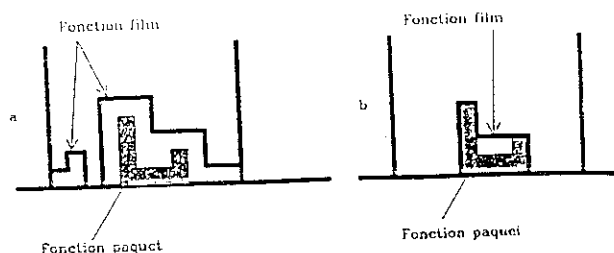


Fig. 2 : Algorithme d'emballage :

- Une fonction film se trouve au dessus d'une fonction paquet
- le film thermorétractable colle au paquet

On dispose au départ d'une fonction dont le relief peut être considéré comme un paquet et d'une fonction film qui l'enveloppe de manière lâche. Supposons que le film est thermorétractable horizontalement : il va pouvoir se coller selon chaque direction horizontale au paquet, ainsi que le montre la figure 2b. On voit que l'allure de la fonction film a gommé certaines aspérités du paquet : ici, une cuvette a été comblée. Il existe plusieurs manières d'obtenir cette fonction d'emballage. La plus simple et la moins efficace consiste à répéter jusqu'à stabilité : Film = Max (Paquet, Film érodé). Une technique plus efficace consiste à employer un algorithme séquentiel (Meyer, 1987).

Suivant G. Matheron, nous appelons filtre morphologique, une application croissante et idempotente (Matheron 1988). Nous allons utiliser un filtre morphologique constitué d'une ouverture suivie d'une fermeture. Ainsi que nous l'avons montré dans (Meyer, Serra, 1989) nous pouvons prendre pour ouverture le résultat d'une reconstruction de grains numérique de l'image initiale en utilisant une image érodée comme image marqueur. L'effet de cette ouverture est montré dans la figure 1b : les particules de texture blanche ont disparu, alors que les particules de texture noire se sont conservées. La fermeture utilisée est l'opération d'emballage que nous avons présentée plus haut. La fonction film est un dilaté de la fonction de départ qui fait office de fonction paquet. Le résultat de la fermeture est montré dans la figure 1c. On voit que les particules de texture nucléaire noire encore présentes dans la figure 1b ont à présent disparu. Le gradient morphologique de l'image ainsi filtrée est représenté dans la figure 1d.

### 3) Principe de la construction de la ligne de partage des eaux

Pour une meilleure visualisation et

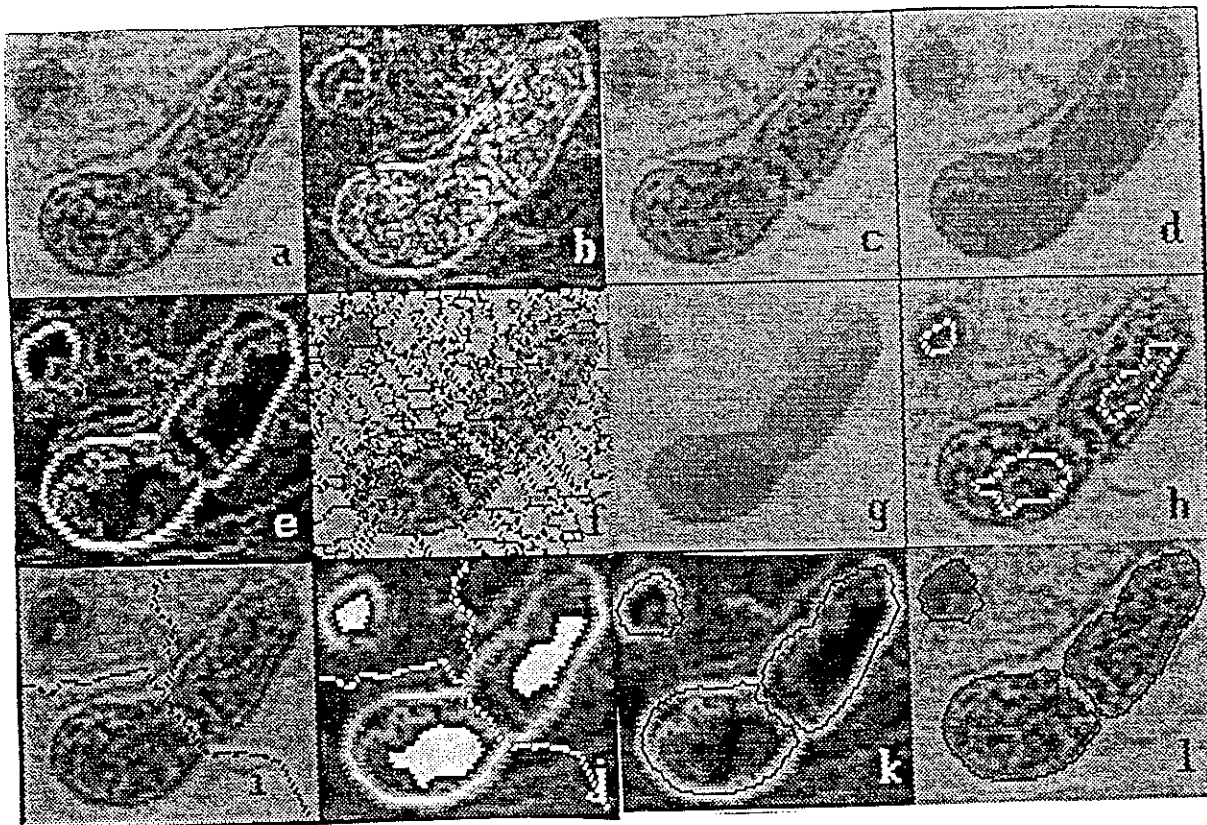


Fig. 1 : Séquence type de segmentation par morphologie mathématique :

- a) Image initiale.
- b) L'image initiale est trop texturée, son gradient est inutilisable en segmentation.
- c) Erosion bidimensionnelle suivie d'une reconstruction de grains = ouverture, atténuant les particules claires.
- d) Fermeture duale de l'ouverture précédente, atténuant les particules sombres
- e) Gradient morphologique de l'image d : dilaté - érodé .
- f) Ligne de partage des eaux de l'image gradient d. Chaque minimum régional donnant naissance à un bassin versant, l'image est sévèrement sur-segmentée.
- g) Filtrage supplémentaire de l'image : dilatation de l'image d suivie d'une fermeture. Les minima sombres de l'image vont servir de marqueurs intérieurs pour les noyaux.
- h) Minima détectés dans l'image précédente superposés avec l'image initiale. Chaque noyau possède un et un seul marqueur.
- i) Ligne de partage des eaux de l'image initiale associée aux marqueurs de l'image h. On obtient ainsi un marqueur pour le fond.
- j) Marqueurs intérieurs et extérieurs superposés avec l'image gradient. L'image gradient utilisée est obtenue en additionnant les dilates de taille 1, 2 et 3 de l'image e. De cette manière on peut fermer des contours.
- k) Ligne de partage des eaux de l'image gradient associée aux marqueurs intérieurs et extérieurs des objets. Le contour ainsi obtenu est superposé avec l'image gradient.
- l) Contour final superposé avec l'image initiale.

compréhension des transformations, on peut considérer les images à niveaux de gris comme un relief topographique, où les points apparaissent d'autant plus clairs qu'ils sont plus élevés. L'image gradient de la figure 1d serait ainsi une juxtaposition de plusieurs cuvettes, ou bassins versants. La figure 3a montre un tel relief tri-dimensionnel. Au fond de chaque cuvette se trouve un minimum régional, c'est à dire un plateau de points d'altitude uniforme, dont tous les voisins sont d'altitude plus élevée. Ces minima sont indiqués dans la figure 3a. Pour comprendre ce qu'est la ligne de partage des eaux, il suffit d'imaginer le procédé suivant :

- on perce un trou dans chaque minimum régional du relief,

- on procède à une inondation du relief à partir des minima régionaux, de manière à ce que le niveau des eaux monte à vitesse constante et soit uniforme dans tous les bassins versants.

- chaque fois que les eaux issues de 2 minima régionaux se rencontrent (les premiers points où cela se passe sont des points col ou points selle du relief), on construit une digue le long de la ligne de crête, de manière à ce que les eaux issues de 2 bassins versants différents ne se mélangent pas.

La figure 3b montre l'inondation en train de se faire. Au niveau i de l'inondation, les eaux étaient encore bien séparées dans chaque bassin versant. Au niveau j, il faut commencer à construire une digue sur une ligne de crête.

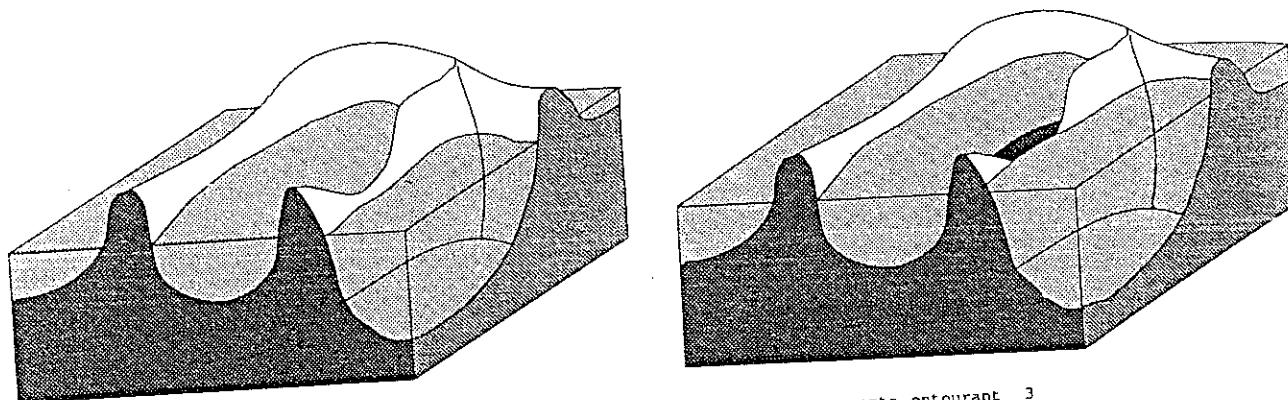


Fig.3 : a) Relief topographique comprenant 3 bassins versants entourant 3 minima régionaux. Le relief est inondé à partir de ces minima. La figure 3a illustre la phase de l'inondation avant que les zones inondées ne se rencontrent.

b) lors de l'inondation progressive du relief, des digues sont construites le long des lignes de crête de manière à ce que les eaux provenant de 2 bassins versants disjoints ne se rencontrent pas. Sur la figure 3b une première digue est en train d'être construite.

#### 4) Ligne de partage des eaux et sur-segmentation

L'application de cette technique à la figure 1d permet d'obtenir les bassins versants de la figure 1f. On constate qu'en effet, une sur-segmentation très sévère s'est produite, bien que l'image de départ 1d semble relativement propre. En fait, il suffit de petites fluctuations du relief, pour produire autant de minima régionaux dans l'image gradient, donnant lieu chacun à un bassin versant lors de la construction de la ligne de partage des eaux.

#### 5) Inondation à partir de marqueurs

La sur-segmentation s'est produite lors de

la construction de la ligne de partage des eaux parce qu'il y avait un grand nombre de sources d'inondation différentes, autant que de minima régionaux. Si on pouvait partir de moins de sources d'inondation, on aurait un bien meilleur résultat. En fait, dans une scène à analyser, il est souvent possible de trouver des marqueurs à l'intérieur des objets à reconnaître. Pour procéder à l'inondation, on va percer un trou à l'emplacement de ces marqueurs. Ainsi un bassin versant possédant un marqueur sera inondé à partir de ce marqueur. Un bassin versant sans marqueur sera inondé à partir d'un bassin versant voisin déjà inondé (voir fig.4). Des digues seront construites pour empêcher que des eaux provenant de marqueurs avec des étiquettes différentes ne se rejoignent.

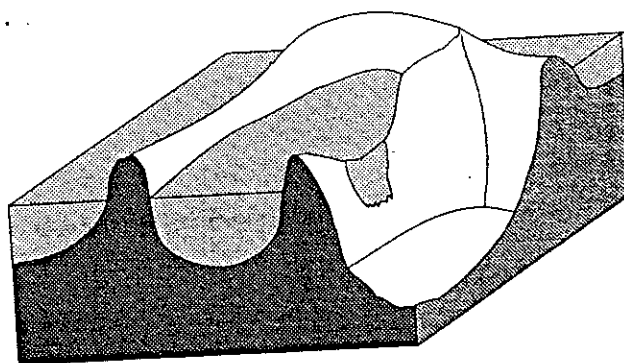


Fig.4 : L'inondation ne se produit plus à partir de tous les minima régionaux, mais à partir de l'emplacement de marqueurs définis de manière exogène. Ainsi un bassin versant possédant un marqueur sera inondé à partir de ce marqueur. Un bassin versant sans marqueur sera inondé à partir d'un bassin versant voisin déjà inondé. Des digues seront construites pour empêcher que des eaux provenant de marqueurs avec des étiquettes différentes ne se rejoignent. Dans le cas présent, le bassin de versant de droite est inondé à partir du bassin central.

## 6) A la recherche de marqueurs

Une simplification encore plus drastique de la figure 1c s'impose pour pouvoir extraire facilement les marqueurs. On procède à une dilatation de la figure 1c afin de réduire l'emprise des noyaux puis à une fermeture afin de simplifier encore la texture interne des noyaux. Sur l'image résultante 1f, on voit que chaque noyau possède en son centre une zone sombre. Dans notre terminologie de relief, il s'agit d'un lac. Pour le détecter on peut procéder à une autre opération d'emballage : on prend comme image paquet la fonction de départ, et comme image film la fonction de départ à laquelle on a ajouté une valeur de gris constante. La reconstruction de grains a pour vertu de combler les lacs. La soustraction de l'image de départ de l'image reconstruite permet de détecter un dome blanc à l'emplacement de chaque noyau. Il suffit d'un simple seuillage grossier et approximatif pour créer un marqueur pour chaque noyau. La figure 1f montre l'implacement de ces marqueurs superposée avec l'image initiale.

### 7) Construction des marqueurs extérieurs à partir des marqueurs intérieurs

Pour obtenir les marqueurs extérieurs des noyaux, il suffit d'inonder le relief de départ à partir des marqueurs intérieurs. A chaque marqueur correspond une région dans l'image de départ. Les frontières entre ces régions constituent autant de très bons marqueurs extérieurs (voir fig.1h).

### 8) Obtention des contours à partir des marqueurs intérieurs et extérieurs.

La figure 1i montre marqueurs intérieurs et extérieurs superposés avec l'image gradient de la figure 1d. L'inondation de l'image gradient à partir de ces marqueurs permet d'obtenir les contours des noyaux. En effet chaque marqueur intérieur grandit jusqu'à occuper tout le noyau et le marqueur du fond grandit jusqu'à occuper tout le fond. La frontière entre ces régions constitue les contours des noyaux. On peut vérifier sur la figure 1j la qualité des contours ainsi obtenus.

Cette séquence est assez typique de nombreux problèmes de segmentation et montre bien pourquoi il est nécessaire de construire deux fois la li de partage des eaux.

### Autre application de la LPE : séparation de particules

La figure 5a montre une autre situation où la LPE est très utile. Il s'agit du masque binaire de deux noyaux accolés. Il faudrait les séparer pour pouvoir en effectuer une analyse individuelle. Pour ce faire, il suffit de construire la fonction distance de ce masque, qui est représentée ombrée dans la fig.5b. Chaque cellule de cellule possède maintenant un sommet, et la ligne de talweg du relief est une parfaite séparation des 2 noyaux. Il suffit donc d'inverser ce relief et d'en construire la LPE pour obtenir la séparation de la figure 5c, superposée avec l'image de départ.

## IV - PRINCIPAUX ALGORITHMES DE CONSTRUCTION DE LA LPE

Il est exclu de faire ici une présentation détaillée des diverses implémentations de la construction de la ligne de partage des eaux. On se reportera pour ceci à (Meyer, Beucher 1990) ou à la thèse de Beucher. Nous distinguons 3 types d'implémentation. Pour chacun d'eux, nous allons décrire le mécanisme de base.

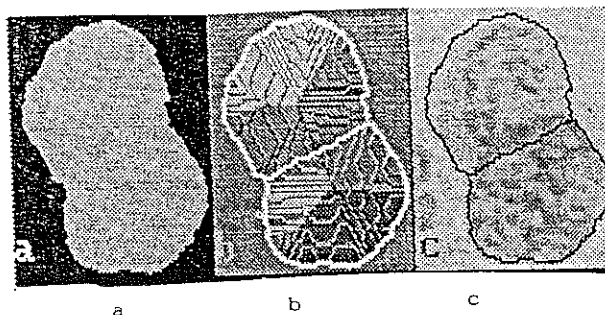


Fig. 5 : Séparation de noyaux qui se recouvrent :  
a) Masque binaire de deux cellules  
b) Fonction distance. La ligne de talweg (ligne de partage des eaux du relief inverse) constitue la ligne de séparation entre les cellules.  
c) Séparation entre les cellules superposée avec l'image initiale

### 1) Simulation de l'inondation du relief

La manière la plus simple de simuler l'inondation est de considérer les différents seuils successifs ( $S_i$ )  $i=1, \dots, N$  de la fonction. On dispose d'autre part d'une image binaire  $M_0$  contenant tous les marqueurs.  $M_i$  représentera la zone inondée au niveau  $i$ .  $M_{i+1}$  s'obtient en construisant le SKIZ géodésique de  $M_i$  à l'intérieur de  $S_{i+1}$ . (le SKIZ géodésique d'un ensemble  $X$  à l'intérieur d'un ensemble  $Y$  contenant  $X$  est constitué d'un certain nombre de particules connexes  $X'_i$  associées aux particules connexes de  $X_i$ .  $X'_i$  est égal à l'ensemble des points de  $Y$ , qui en terme de distance géodésique, sont plus proches de  $X_i$  que de toute autre particule  $X_j$ ,  $j \neq i$ ).

Cette implémentation a été la première mise au point sur les appareils d'analyse d'images de l'époque, uniquement binaires (Beucher, Lantuejoul). Utilisant les amincissements binaires de ce type d'appareils, cette implémentation était particulièrement lente. L'utilisation d'une file d'attente sur un ordinateur conventionnel permet de construire de manière bien plus efficace un SKIZ géodésique (Vincent, 1990). Pour éviter de devoir explorer l'image à chaque nouveau seuillage, L.Vincent et P.Soille ont procédé dans un premier temps à un tri par insertion de tous les points de l'image. On obtient ainsi les adresses de tous les points possédant un seuil donné, et ce pour tous les seuils de l'image. Ce qui permet de générer chaque seuil de la fonction de manière très efficace. La combinaison de ces deux innovations permet une construction rapide de la ligne de partage des eaux (Vincent, Soille, 1990). Bien qu'efficace, cette implémentation a deux désavantages :

- il faut classer et stocker l'adresse de tous les points de l'image.
- il faut un nombre de passes à travers l'image plus grand que dans l'implémentation optimale présentée plus bas.

### 2) Changement d'homotopie et rabotage du relief

Ici on cherche à amincir le relief tridimensionnel représentant l'image à niveaux de gris en préservant les lignes de crête et en

étendant l'emprise des minima régionaux. Pour ce faire on utilise des amincissements numériques suivis d'ébarbulages. Cette manière de faire nécessite un grand nombre de passes à travers l'image, et est impraticable à moins de disposer d'un processeur câblé spécialisé.

3) Détection des points selle, remontée vers l'amont et suppression des frontières parasites.

Il est possible de reconnaître les points selle sur un relief de fonction à niveaux de gris (F.Meyer 1989). A partir d'un point selle, on peut remonter vers l'amont de manière à rejoindre un maximum régional ou descendre vers l'aval de manière à rejoindre un minimum régional. On peut dès lors ne garder que les points selle à partir desquels on peut rejoindre 2 minima régionaux distincts. Si on remonte vers l'amont à partir de ces points selle, on obtient la ligne de partage des eaux associée aux minima régionaux. Cette façon de faire est élégante mais ne s'applique qu'au cas où les marqueurs sont les minima régionaux de l'image.

## V - UN ALGORITHME OPTIMAL DE LPE

1) Une double hiérarchie entre les points lors de l'inondation du relief

Si on analyse l'algorithme de partage des eaux par inondation, on constate une double hiérarchie dans le traitement. A l'intérieur d'un même niveau de gris, l'inondation se fait selon des distances géodésiques croissantes par rapport au bord descendant des plateaux, ce qui constitue le premier niveau d'hiérarchie. L'inondation d'un plateau d'altitude  $n$  se fait après l'inondation complète de tous les plateaux plus bas, ce qui constitue le deuxième niveau d'hiérarchie. Nous utiliserons une structure que nous appellerons une file d'attente hiérarchique (FAH dans la suite du texte), qui va nous permettre d'introduire naturellement cette double hiérarchie. Les gens sont servis dans l'ordre d'arrivée, mais en tenant compte de leur importance hiérarchique ; chacun est servi :

- avant tous ceux de rang inférieur,
- avant tous ceux de même rang arrivés après lui,
- après tous ceux de rang supérieur.

2) Description et spécification fonctionnelle d'une file d'attente hiérarchique

Une file d'attente hiérarchique peut être vue fonctionnellement comme une file d'attente multiple. Des clients arrivent et doivent être servis dans un certain ordre prioritaire. Un seul client peut être servi à la fois. Pour chaque niveau de priorité, les clients sont traités dans l'ordre d'arrivée. Les clients de priorité plus forte sont tous traités avant les clients de priorité moins forte. Lorsqu'une file d'attente de priorité donnée est vide, elle est supprimée. Lorsqu'il arrive néanmoins un client de priorité plus forte que celle du client en train d'être servi, on le met sur la file d'attente la plus prioritaire encore existante.

La structure de la file d'attente hiérarchique permet aussi de savoir si le client en attente a la même priorité que le client précédent ou une priorité plus haute. On obtient ainsi la spécification fonctionnelle suivante :

```
(création)  créer-file : FILE_H /* fonction
sans argument qui crée une file hiérarchique,
ainsi que les pointeurs sur la fin de chaque
sous-file d'attente */
(insertion) insérer : FILE_H x (élément,
priorité) → FILE_H /* insère un élément a la
fin de la file d'attente correspondant à son
niveau de priorité */
```

```
{servir} servir : FILE_H → élément /* fournit
les informations relatives au client le plus
ancien dans le file d'attente la plus prioritaire
*/
```

Illustration des diverses actions possibles :

Les figures suivantes montrent le fonctionnement d'une file d'attente simple. Nous l'avons représenté comme un cylindre : les éléments arrivant sont empilés sur le cylindre (Fig.6a). Une ouverture à la base du cylindre permet de prélever des éléments (Fig.6b). A tout moment, l'élément prélevé est le plus anciennement arrivé encore présent dans la file d'attente.

Insertion      Prélèvement

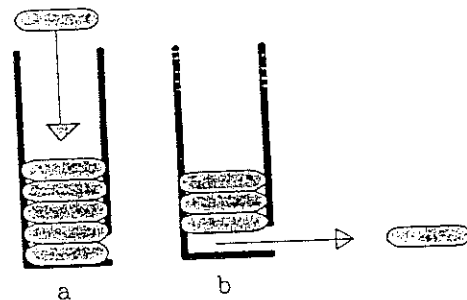


Fig.6 : Structure et fonctionnement d'une file d'attente simple

- a) Remplissage par le haut
- b) Prélèvement par le bas

Les 4 figures 7a à 7d illustrent la structure et le fonctionnement d'une file d'attente hiérarchique. La figure 7a montre qu'il s'agit d'une juxtaposition de files d'attente simples, chacune avec son niveau de priorité. La priorité des éléments est ici indiquée par leur niveau de gris : plus ils sont sombres, plus ils sont prioritaires. Dans le cas de l'exemple nous avons 5 niveaux de priorité. On voit qu'à tout moment il est possible d'insérer un élément dans chacune des files d'attente : elles sont toutes ouvertes vers le haut. Par contre, seule la plus prioritaire a une ouverture à sa base permettant de prélever des éléments. La figure 7b montre un tel élément en train d'être prélevé : il s'agit de l'élément le plus prioritaire entré depuis le plus longtemps dans la FAH. Lorsqu'on cherche à extraire un nouvel élément de la FAH, et qu'on se rend compte que la file la plus prioritaire est vide, on la supprime, et on ouvre à sa base la file de priorité immédiatement inférieure : c'est ce qui s'est passé dans la fig.7c. La figure 7d illustre la dernière particularité d'une FAH : il arrive pour stockage un élément dont le niveau de priorité n'existe plus dans la FAH. La file qui correspondait à ce niveau de priorité s'est trouvée vide et a été supprimée. Dans ce cas, on ne la rouvre pas, mais on stocke l'élément arrivant au sommet de la file la plus prioritaire encore existante.

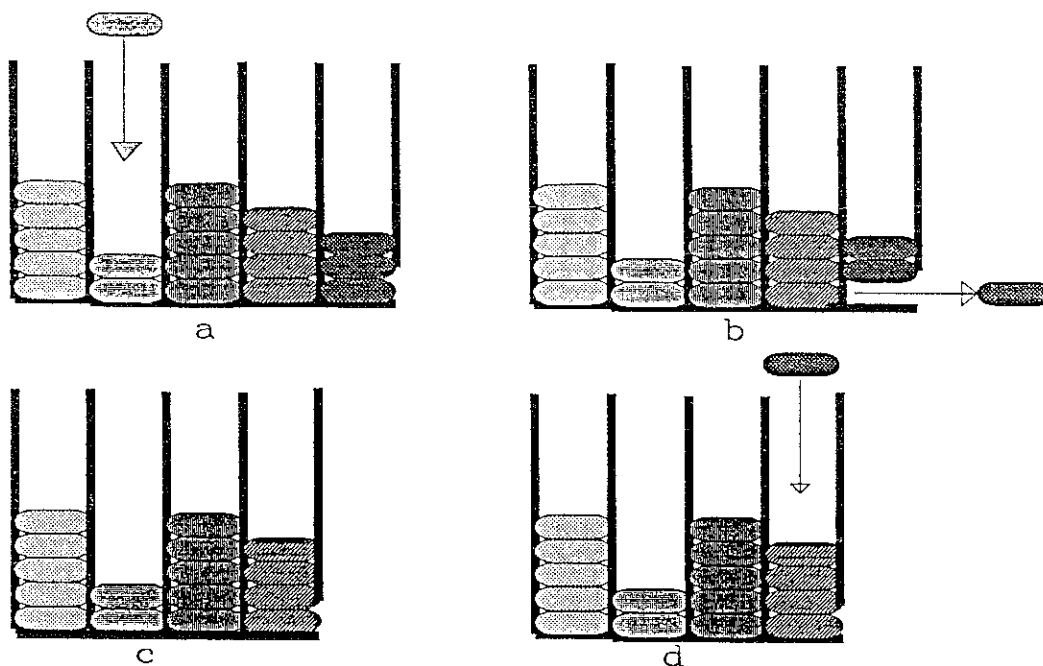


Fig. 7 : Fonctionnement d'une file d'attente hiérarchique

- a) un élément peut arriver dans n'importe quelle file
- b) le prélèvement ne peut se faire qu'à la base de la file la plus prioritaire
- c) une file vide est supprimée
- d) un élément plus prioritaire que la file en train d'être servie est mis au sommet de cette file

### 3) Implémentation d'une file d'attente hiérarchique

Il s'agit de gérer de la manière la plus économique et efficace possible une suite de  $N$  files d'attente, où  $N$  représente le nombre de niveaux de gris de l'image. Sachant qu'on peut avoir à traiter des images dont le niveau de gris peut aller jusqu'à 4096, il serait peu économique de construire 4096 files d'attente séparées, à chacune desquelles serait alloué un espace suffisant. L'allocation dynamique au cours du traitement pour tout nouveau point serait également pénalisante. Nous avons préféré prendre un espace mémoire unique dans lequel les  $N$  files d'attentes sont représentées, chacune avec son chaînage avant. Un tableau de pointeurs permet de connaître à tout moment où s'arrête chacune des files d'attente. L'espace non utilisé à un moment donné du traitement est structuré comme une pile : lorsqu'on a besoin d'allouer une nouvelle case mémoire pour pouvoir stocker un pixel arrivant, on prélève celui-ci sur le sommet de la pile ; à l'inverse la place mémoire libérée par un client qui vient d'être servi est remis sur la pile.

### 3) Description de l'algorithme de ligne de partage des eaux

Nous allons exposer l'algorithme et simultanément l'illustrer sur une image unidimensionnelle. Nous partons d'une image source représentant le relief devant être inondé et d'une image marqueur, contenant tous les marqueurs. Chaque marqueur a une étiquette particulière. Tous les marqueurs possédant la même étiquette sont représentatifs de la même région.

Remarque : si on prend comme image marqueurs les minima régionaux de l'image source, muni chacun d'une étiquette différente, on obtient la ligne

de partage des eaux classique de l'image physique.

Sur chacune des figures 8a à 8h, image source et image marqueur sont représentés dans la partie gauche de l'image, l'image marqueur étant sous l'image physique, et l'état de remplissage de la file d'attente hiérarchique dans la partie droite de l'image.

### Initialisation de l'algorithme

Dans la phase d'initialisation

- on crée un groupe hiérarchisé de files d'attente. Le nombre des files d'attente, ici d'une manière simplifiée 6 files, est égal au nombre de niveaux de gris possibles de l'image source. Dans le cas de notre exemple ce paramètre d'image peut valoir de 0 à 5.
- on repère dans l'image les points initiateurs du procédé ; il s'agit dans notre cas des points des marqueurs possédant dans leur voisinage un point n'appartenant pas à un marqueur, i.e. les points a, h, j et o.

- on range les points d'image initiateurs dans une file d'attente, cette file d'attente étant relative à leur valeur d'image. Ainsi le point a est rangé avec une valeur 0, les points h et j avec une valeur 2 et le point o avec une valeur 1. La file d'attente résultante est montrée dans la partie droite de la figure 8a.

### Phase de traitement :

Dans la phase de traitement, on répétera tant que la file d'attente hiérarchique n'est pas vide les étapes 1 et 2 :

- étape 1 : on extrait le point le plus prioritaire de la file d'attente la plus prioritaire en cours de traitement, soit  $x$  ce



point

- étape 2 : chaque voisin y de x, appartenant à la liste de voisinage de x, dépourvu de label dans l'image marqueur, est stocké dans la FAH

Illustration :

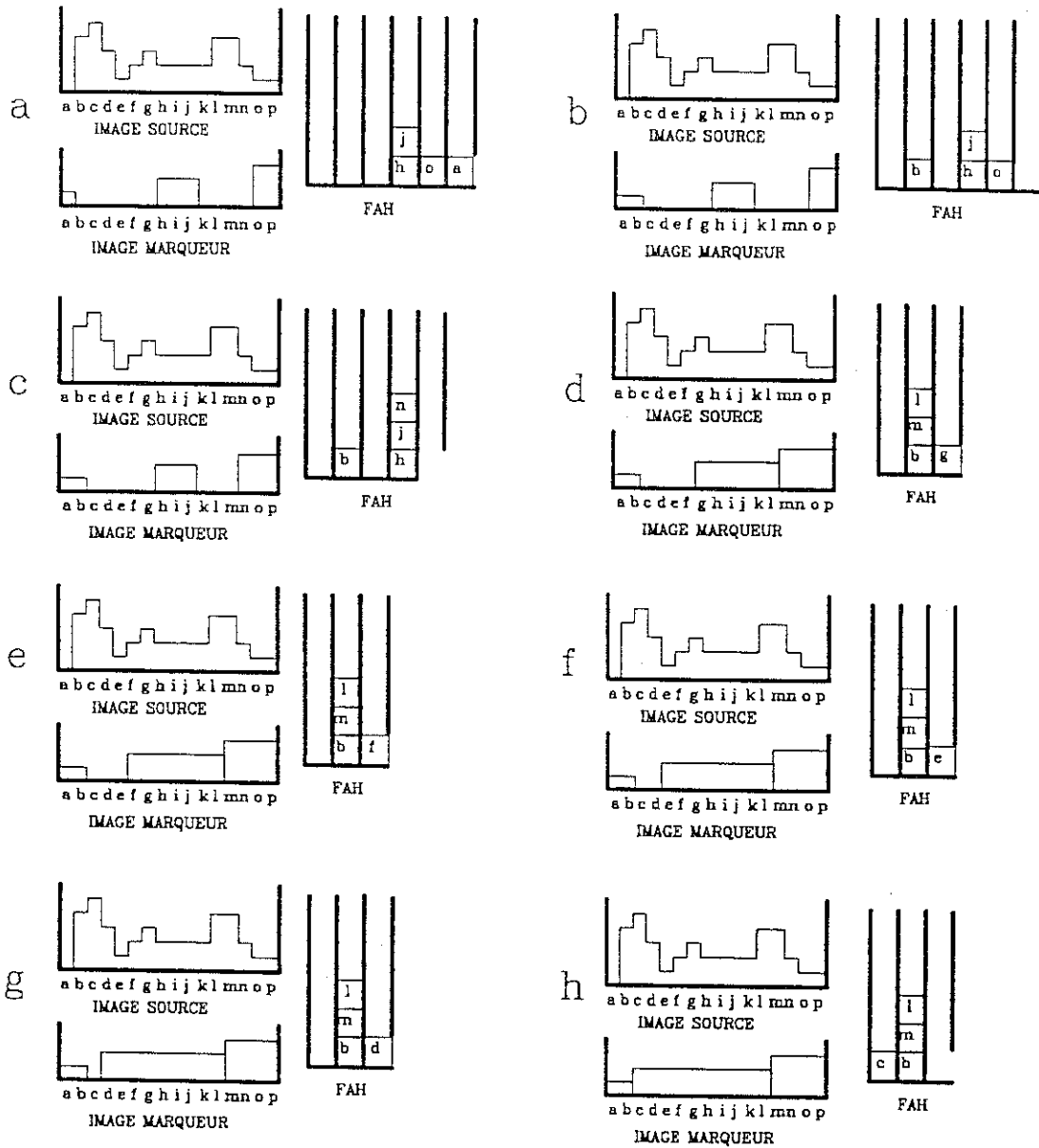


Fig.8 : Illustration de la construction de la LPE par inondation progressive.  
A gauche images marqueur et source, à droite la FAH.

Les figures 8b à 8h montrent comment le traitement s'effectue. Le point a est le premier point à sortir de la FAH. Il a un paramètre d'image égal à 0 et un label égal à 1. Dans le cas présent où, pour simplifier, on se contente d'examiner ce qui se passe sur une ligne d'image, les voisins à considérer sont seulement ceux qui sont situés de part et d'autre sur cette ligne. Son seul voisin est donc le point b. Le point b ne possède pas de label dans l'image marqueur, il n'a donc encore jamais été stocké dans la FAH. Le point b est stocké dans la file d'attente correspondant à son paramètre d'image, c'est à dire 4. Le point b reçoit également le label du point a, c'est à dire la valeur 1 dans l'image

avec une priorité correspondant à son paramètre d'image dans l'image source, et reçoit dans l'image marqueur un label identique à celui de x.

marqueur. Le résultat du traitement du point a est illustré dans la figure 8b. Le traitement du point a n'a fait entrer aucun point dans la file d'attente de priorité 0. Celle-ci étant vide (figure 8b), elle est supprimée et la file d'attente de priorité 1 devient la plus prioritaire.

Le point o est le prochain point à sortir de la FAH. Son voisin gauche, le point n n'a pas encore de label. Il est stocké dans la file d'attente correspondant à son paramètre d'image, c'est à dire 2. Il reçoit le label de o, c'est à dire la valeur 3 dans l'image marqueur. Le voisin droit du point o est le point p. Il possède déjà un label et n'est donc pas traité plus avant. Le résultat du traitement du point o est illustré dans la figure 8c. A l'issue du traitement de o,

la file d'attente de priorité 1 est vide et est supprimée.

Le traitement de la file d'attente de priorité 2 se déroule comme suit :

- le point h fait entrer son voisin g dans la file d'attente 3 et lui confère le label 2.
- le point j fait entrer son voisin k dans la file d'attente 2 et lui confère le label 2.
- le point n fait entrer son voisin m dans la file d'attente 4 et lui confère le label 3.
- le point x fait entrer son voisin l dans la file d'attente 4 et lui confère le label 2.

La file d'attente de priorité 2 est maintenant vide, elle est supprimée. Image marqueur et FAH sont illustrées dans la figure 8d.

Commence le traitement de g. Son seul voisin sans label est le point f. Or f a un paramètre d'image égal à 2. Il faudrait donc le stocker dans la file d'attente de priorité 2. Or celle-ci a été supprimée. On se contente alors de stocker f dans la file d'attente la plus prioritaire en cours de traitement, à savoir la file d'attente de priorité 3 (voir figure 8e) et de donner à f le label 2. On pourrait aussi dans une variante réserver une file d'attente spéciale pour traiter les situations d'urgence, qui aurait une priorité plus grande que toutes les autres files d'attente encore existantes à un moment donné du traitement. De même, le traitement de f fait entrer le point e avec le label 2 dans la file d'attente 3, bien que le paramètre d'image de e soit 1 (figure 8f). La figure 8g montre comment le point e fait entrer le point d dans la FAH et lui confère le label 2. Le point c est alors le seul point sans label. Le traitement de d le fait entrer dans la FAH et lui confère le label 2. La file d'attente de priorité 3, vide, est maintenant supprimée (figure 8h). Les prochains points à sortir de la FAH sont dans l'ordre les points b, m, l et c. Aucun de ces points ne possède plus aucun voisin sans label. Leur traitement ne fait donc pas entrer de nouveaux points dans la FAH. Ainsi, lorsque le dernier point, soit c, sort de la file d'attente, celle-ci se trouve vide et le traitement s'arrête.

Il existe plusieurs variantes de l'algorithme de ligne de partage des eaux. Dans chacune d'elles on peut simuler le bon ordre de l'inondation grâce à l'utilisation des files d'attente hiérarchiques. Dans l'une d'elles qui va être présentée maintenant on érige une digue en tout point où les inondations issues de 2 sources différentes se rencontrent.

## VI - AUTRE VARIANTE DE CET ALGORITHME

### 1) Introduction

Dans cette variante de l'algorithme, une frontière d'épaisseur 1 pixel est générée entre les particules, ce qui peut avoir un avantage dans certaines applications. L'algorithme utilise également une file d'attente hiérarchique, mais la transformation de voisinage utilisée pour faire croître l'inondation est un peu plus compliquée que dans l'algorithme précédent : le temps d'exécution s'en ressent légèrement. Comme précédemment le premier point inondé est le voisin le plus bas d'un marqueur. Au cours du déroulement de l'algorithme, lorsque l'inondation a atteint un certain niveau, tous les points qui lui sont contigus et d'altitude inférieure, sont traités comme s'ils étaient à la même altitude. On arrive ainsi à combler les zones plus basses

que les marqueurs imposés, entourant les minima régionaux qui n'ont pas été choisis comme marqueurs.

### 2) Description de l'algorithme

On dispose au départ d'une fonction à niveaux de gris F et d'un ensemble de marqueurs, qui deviendront autant de sources pour inonder le relief. Chaque source a une couleur ou étiquette différente. L'emplacement de ces sources et leur coloration sont le résultat d'un traitement préalable. La segmentation de la cellule présentée plus haut en a donné un bon exemple. La fig.9a montre dans sa partie gauche une telle fonction à niveaux de gris unidimensionnelle ; sous la fonction les marqueurs sont indiqués sur une ligne, chacun avec un niveau de gris différent, représentant leur étiquette. Dans l'exemple, les sources choisies sont les minima régionaux de la fonction F.

#### Initialisation :

Construction de la FAH : Une file d'attente hiérarchique est créée ayant autant de niveaux de priorité qu'il y a de niveaux de gris dans l'image F.

Initialisation de la FAH : Tous les voisins d'une source sont mis dans la FAH avec un niveau de priorité correspondant à leur niveau de gris. Une étiquette particulière leur est donnée indiquant qu'ils sont dans la FAH. Le résultat de l'initialisation est montré dans la Fig.9a, partie droite.

#### Traitement :

Pour chaque point extrait de la FAH :

- a) si ce point possède dans son voisinage une seule source ou région colorée par cette source, il est absorbé par cette région. Ses voisins sans couleur et sans étiquettes sont mis dans la FAH ; une étiquette particulière leur est donnée indiquant qu'ils sont dans la FAH.
- b) si le point est voisin de deux régions colorées différentes, il devient point frontière et on lui donne une valeur particulière indiquant qu'il appartient à la ligne de partage des eaux. Un tel point ne fait entrer aucun de ses voisins dans la FAH.

#### Illustration :

Dans notre exemple, le premier point à servir est le point d'adresse 2. Ne possédant qu'une région colorée voisine, il est absorbé par cette région et fait entrer son voisin d'altitude 4 et d'adresse 1 dans la FAH (Fig.9b). Il en va de même pour le point k, qui fait entrer son voisin d'adresse 1 et d'altitude 3 dans la FAH (Fig.9c). De même, le point h fait entrer le point g. Le point suivant à traiter est le point m. Il devrait faire entrer le point l dans la FAH. Or celui-ci s'y trouve déjà : il possède une étiquette qu'on lui a affectée lorsqu'il a été rangé une première fois dans la FAH. Cette précaution évite de le remettre une deuxième fois (Fig.9d).

Le point suivant est l. Il est voisin de deux régions colorées différentes. Pour cette raison,

on lui donne la couleur des points frontières (noire dans le cas présent). Le point 1 ne fait entrer aucun point dans la FAH (Fig.9e). Après le traitement de niveau 3, l'inondation et la FAH sont représentées dans la Fig.9f. La

fig.9g montre le résultat après le traitement du niveau 4. Le dernier point traité est u. Il ne fait entrer aucun nouveau point dans la FAH. La FAH est donc vide et le traitement s'arrête. Le résultat final est montré dans la Fig.9h.

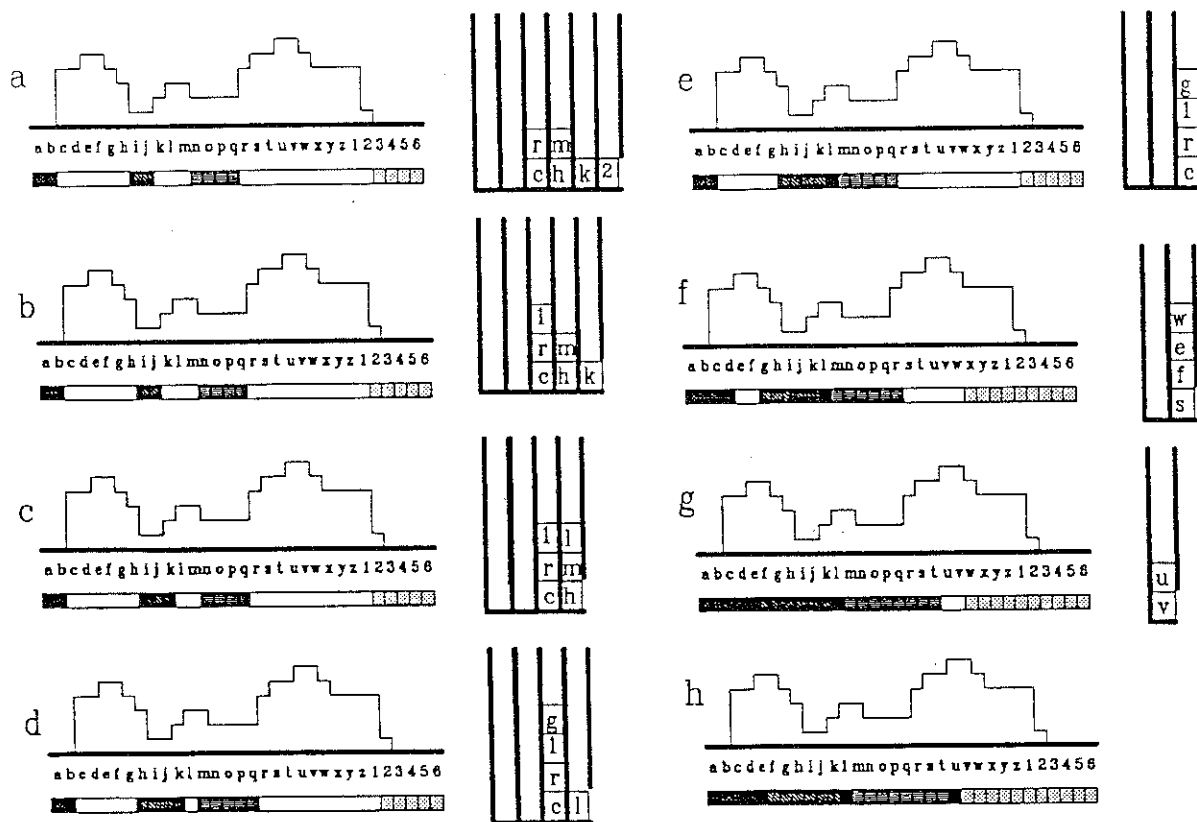


Fig.9 : Fonctionnement de la variante 2 de la LPE.

- a) Image source et marqueurs initiaux. Etat de remplissage de la FAH après l'initialisation  
b - h : Etapes du traitement.

## VI - CONCLUSION : OPTIMALITE DES ALGORITHMES DE LIGNE DE PARTAGE DES EAUX

Montrons que dans les deux variantes proposées constituent bien un algorithme optimal de construction de la LPE. En effet, il s'agit d'attribuer tout point de l'image source à une région centrée autour d'un marqueur. Pour ceci, on ne peut faire moins que de considérer chaque point et son voisinage au moins une fois. Or c'est bien ce que font chacune des variantes de l'algorithme. On possède au départ les adresses et les étiquettes des points marqueurs. On peut dès lors initialiser les files d'attente hiérarchiques avec les points frontières des zones marquées. Le grand intérêt des FAH est de présenter chaque point au traitement au moment précis où son voisinage est suffisamment bien connu pour pouvoir décider de son affectation. De plus l'ordre de balayage induit par les FAH est précisément celui qu'on désire : un point ne sort de la FAH que lorsque tous les points de niveau inférieur sont sortis, ce qui permet un premier niveau de hiérarchie. D'autre part lorsque tous les points d'un certain niveau  $i$  ont été traités, tous les points des bords descendants des

plateaux de niveau  $i+1$  sont dans la FAH. Tous ces points vont être traités ensuite et vont faire entrer les points de ces mêmes plateaux qui sont leurs voisins : il s'agit des points des plateaux qui sont à distance 2 des bords descendants.

Ainsi de proche en proche on va traiter les points de chaque plateau selon l'ordre des distances croissantes aux bords descendants. Ceci introduit le deuxième niveau de hiérarchie dont on a besoin. L'algorithme procède sans retour en arrière et est tout le temps efficace. Chaque point n'est véritablement considéré qu'une seule fois.

# BIBLIOGRAPHIE

- S.Beucher : Méthodes d'analyse des contrastes à l'analyseur de textures, Note Centre de Morphologie mathématique, 1977.
- S.Beucher, Analyse automatique de gels d'électrophorèse bi-dimensionnelle et morphologie mathématique, Note Centre de morphologie mathématique, février 1982.
- S.Beucher : Segmentation d'images et morphologie mathématique, Thèse de Doctorat, Ecole des Mines, juin 1990.
- S.Beucher, C.Lantuejoul : Use of watershed in contour detection, Proceedings of the International Workshop on Image Processing, CCETT/IRISA, Rennes, France, Sept.1979
- G.Matheron : Filters and lattices, in Image analysis and mathematical morphology, part II, J Serra ed., Academic press, 1988.
- F.Meyer, J.Serra : Filters : from theory to practice, 5th European Congress for stereology, Freiburg, September 1989.
- F.Meyer : Sequential algorithmes for cell segmentation : maximum efficiency ? Proceedings of the International Symposium on clinical cytometry and histometry; Schloss Elmau, April 1986.
- F.Meyer : Algorithmes séquentiels, Proceedings, Onzième Colloque Gretsi, Nice, France 1987, pp.543-546.
- F.Meyer : Skeletons and perceptual graphs, Signal processing, 16, 4, Apr.1989, 335-363.
- F.Meyer, S.Beucher : Morphological segmentation, Journal of visual communication and image representation, Vol.1, No.1, september 1990, pp. 21-46.
- V.Vincent : Algorithmes morphologiques a base de chaînes d'attente et de lacets. Extension aux graphes, Thèse Ecole des Mines, 1990.
- L.Vincent, P.Soille : Watersheds in digital spaces : an efficient algorithm based on immersion simulations, IEEE PAMI, Vol.13, No.6, June 1991, pp.583-597.