计量经济学基础

第六章　自相关

主要内容

- 第一节、自相关的定义
- 第二节、自相关的来源与后果
- 第三节、自相关的检验
- 第四节、自相关的修正

第一节　自相关的概念

一、自相关的定义：

对多元线性回归模型：$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$，如果对于不同的样本点，随机误差项之间存在着某种相关性，即$Cov\left(u_i, u_j \mid X_i, X_j\right) \neq 0 \left(i \neq j\right)$，则称随机扰动项**序列相关**，也称之为**自相关**。

由于 $Cov(Y_i, Y_j \mid X_i, X_j) = Cov\left(u_i, u_j \mid X_i, X_j\right)$，因此随机误差项存在序列相关性意味着：$Cov(Y_i, Y_j \mid X_i, X_j) = Cov\left(u_i, u_j \mid X_i, X_j\right) \neq 0$，即因变量$Y_i$ 的取值会对Y_j 的取值产生影响。

因自相关多见于时间序列数据，故可给出其另一种定义：若随机扰动项的当期值与其滞后期值相关，则称之为**自相关**。即：$u_t = f\left(u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-p}\right) + v_t$ (其中v_t满足经典假定)

在自变量为确定性变量的假定下，上述定义等价于因变量的当期值与其滞后期值相关，即：

$$Y_t = f\left(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, Y_{t-p}\right) + \varepsilon_t$$

二、自相关的分类

若当期随机扰动项仅与其滞后一期值相关，则称随机扰动项存在一阶自相关，即 $u_t = f\left(u_{t-1}\right) + v_t$ $\left(v_t\text{满足经典假定}\right)$。

若当期随机扰动项与其滞后若干期值相关，则称随机扰动项存在高阶自相关，即 $u_t = f\left(u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-p}\right) + v_t$ $\left(v_t\text{满足经典假定}\right)$。

计量分析中最常见的自相关形式为一阶自回归形式的自相关，即：$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t$ 其中α称为自回归系数；v_t 是满足标准的OLS 假定的随机扰动项。

根据最小二乘原理和相关系数的定义，可得$\alpha = \dfrac{\sum_{t=2}^{T} u_t u_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T} u_{t-1}^2} \approx \dfrac{\sum_{t=2}^{T} u_t u_{t-1}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{T} u_t^2}\sqrt{\sum_{t=2}^{T} u_{t-1}^2}} = \rho$

即在大样本条件下，一阶自回归系数近似等于随机变量u_t 和u_{t-1} 的线性相关系数。由此，随机扰动项的一阶自回归形式的自相关可写为：

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t \left(\text{其中} -1 < \rho < 1\right)$$

若$\rho > 0$，则称随机扰动项存在一阶正自相关

若$\rho < 0$，则称随机扰动项存在一阶负自相关

第二节　自相关的来源与后果

■一、自相关的来源

➢1、经济变量固有的惯性（或蛛网现象）

大多数经济时间序列数据都有一个明显的特点——惯性，表现为滞后值对本期值具有影响。

例如：GDP、价格指数、生产、就业与失业等时间序列都呈周期性，如周期中的复苏阶段，大多数经济序列均呈上升势，序列在每一时刻的值都高于前一时刻的值，似乎有一种内在的动力驱使这一势头继续下去，直至某些情况（如利率或课税的升高）出现才把它拖慢下来。

➢2、模型设定的偏误

所谓模型设定偏误（Specification error）是指所设定的模型“不正确”。主要表现在模型中丢掉了重要的解释变量或模型函数形式有偏误。

例如，本来应该估计的模型为: $Y_t=\beta_1+\beta_2X_{2t}+\beta_3X_{3t}+\beta_4X_{4t}+u_t$

但在模型设定中做了下述回归： $Y_t=\beta_1+\beta_2X_{2t}+\beta_3X_{3t}+v_t$

因此， $v_t=\beta_4X_{4t}+u_t$，如果X_4确实影响Y，则随机误差项中有一个重要的系统性影响因素，使其呈序列相关性。

➢3、数据的“加工整理”

在实际经济问题中，有些数据是通过已知数据生成的。因此，新生成的数据与原数据间就有了内在的联系，从而表现出序列相关性。

例如：季度数据来自月度数据的简单平均，这种平均的计算减弱了每月数据的波动而引进了数据中的平滑性，这种平滑性本身就能使干扰项中出现系统性的因素，从而出现序列相关。

还有就是两个时间点之间的“内插”技术往往导致随机项的序列相关性。

一般经验

一般经验告诉我们，对于采用时间序列数据的计量经济模型，由于不同样本点上随机误差项在时间上是连续的，因此它们对被解释变量的影响也存在连续性，所以往往会存在序列相关性。

需要注意的是：在截面数据中也可能产生序列相关性（截面数据中的序列相关常称为空间相关）。例如在研究家庭收入与消费的关系中，家庭之间的消费攀比就可能产生空间相关现象。

第二节　自相关的后果

计量模型一旦出现自相关性，若仍然采用OLS 估计模型参数，则会产生如下不良后果：

1、*OLS*估计量仍然满足线性性和无偏性，但不再具有有效性。

1）仍然满足线性性和无偏性：

对总体回归模型 $Y=X\beta+U$，在推导出β 的OLS 估计量$\hat{\beta}$ 的过程中，并未用到无自相关假定，因此模型是否存在自相关并不影响$\hat{\beta}$ 的表达式，即存在自相关时，$\hat{\beta}$ 的表达式仍然为$\hat{\beta}=(X'X)^{-1}X'Y$，因此OLS 估计量仍然满足线性性。

$$E\hat{\beta}=E\left[(X'X)^{-1}X'Y\right]=(X'X)^{-1}X'EY=(X'X)^{-1}X'E(X\beta+U)$$

$=(X'X)^{-1}X'X\beta+EU=\beta$。显然，为证明无偏性也没有用到无自相关假定，故即使存在自相关，$E\hat{\beta}=\beta$仍然成立。

2）不再具有有效性：

由第三章知：$\hat{\beta}$ 的方差-协方差矩阵为 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\left(X'X\right)^{-1}X'E\left(UU'|X\right)X\left(X'X\right)^{-1}$

若随机扰动项同方差且无自相关，则其协方差矩阵 $E\left(UU'|X\right)=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2\end{pmatrix}=\sigma^2 I$

若随机扰动项自相关，则 $E\left(UU'|X\right)=\begin{pmatrix}\sigma^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n}\\ \sigma_{21} & \sigma^2 & \cdots & \sigma_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma^2\end{pmatrix}=\sigma^2\begin{pmatrix}1 & w_{12} & \cdots & w_{1n}\\ w_{21} & 1 & \cdots & w_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & 1\end{pmatrix}=\sigma^2 W$

$$\text{故 } Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\begin{cases}\sigma^2\left(X'X\right)^{-1} & \text{(无自相关)}\\ \sigma^2\left(X'X\right)^{-1}X'WX\left(X'X\right)^{-1} & \text{(自相关)}\end{cases}$$

可以证明，在β 的所有线性无偏估计量中，无自相关时OLS 估计量的方差 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1}$ 是最小的。但自相关下OLS估计量的方差 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1}X'WX\left(X'X\right)^{-1}$ 就不再是最小的了

2）不再具有有效性：

由第三章知：$\hat{\beta}$ 的方差-协方差矩阵为 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=(X'X)^{-1}X'E(UU'|X)X(X'X)^{-1}$

若随机扰动项同方差且无自相关，则其协方差矩阵 $E(UU'|X)=\begin{pmatrix}\sigma^2 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2\end{pmatrix}=\sigma^2 I$

若随机扰动项自相关，则 $E(UU'|X)=\begin{pmatrix}\sigma^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n}\\ \sigma_{21} & \sigma^2 & \cdots & \sigma_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma^2\end{pmatrix}=\sigma^2\begin{pmatrix}1 & w_{12} & \cdots & w_{1n}\\ w_{21} & 1 & \cdots & w_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & 1\end{pmatrix}=\sigma^2 W$

故 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\begin{cases}\sigma^2(X'X)^{-1} & \text{(无自相关)}\\ \sigma^2(X'X)^{-1}X'WX(X'X)^{-1} & \text{(自相关)}\end{cases}$

可以证明，在 β 的所有线性无偏估计量中，无自相关时OLS 估计量的方差 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2(X'X)^{-1}$ 是最小的。但自相关下OLS估计量的方差 $Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2(X'X)^{-1}X'WX(X'X)^{-1}$ 就不再是最小的了

若随机扰动项存在自相关，此时仍然采用OLS进行参数估计，则OLS 默认所有经典假定满足，故将按照$Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1}$给出$S_{\hat{\beta}_j}$的值。

而在自相关情形下，正确的$S_{\hat{\beta}_j}$的值应该由$Var\left(\hat{\beta}\middle|X\right)=\sigma^2\left(X'X\right)^{-1}X'WX\left(X'X\right)^{-1}$给出。

故自相关下OLS估计量不再具有有效性的实质是：OLS会给出错误的$S_{\hat{\beta}_j}$。由此将直接导致：

2、参数的显著性检验、参数的区间估计、方程的显著性检验和模型的预测全部失效。

原因：错误的$S_{\hat{\beta}_j}$不仅导致错误的t 统计量值，从而直接导致参数的显著性检验和区间估计以及模型预测不可信，且进一步导致$t=\dfrac{\hat{\beta}_j}{S_{\hat{\beta}_j}}$不再服从$t$ 分布，$F=\dfrac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)}$不再服从$F$分布，从而使$F$检验失效。

若随机扰动项存在一阶正自相关，OLS 会低估$S_{\hat{\beta}_j}$的值，从而高估t统计量值

第三节　自相关的检验

- **基本思路**

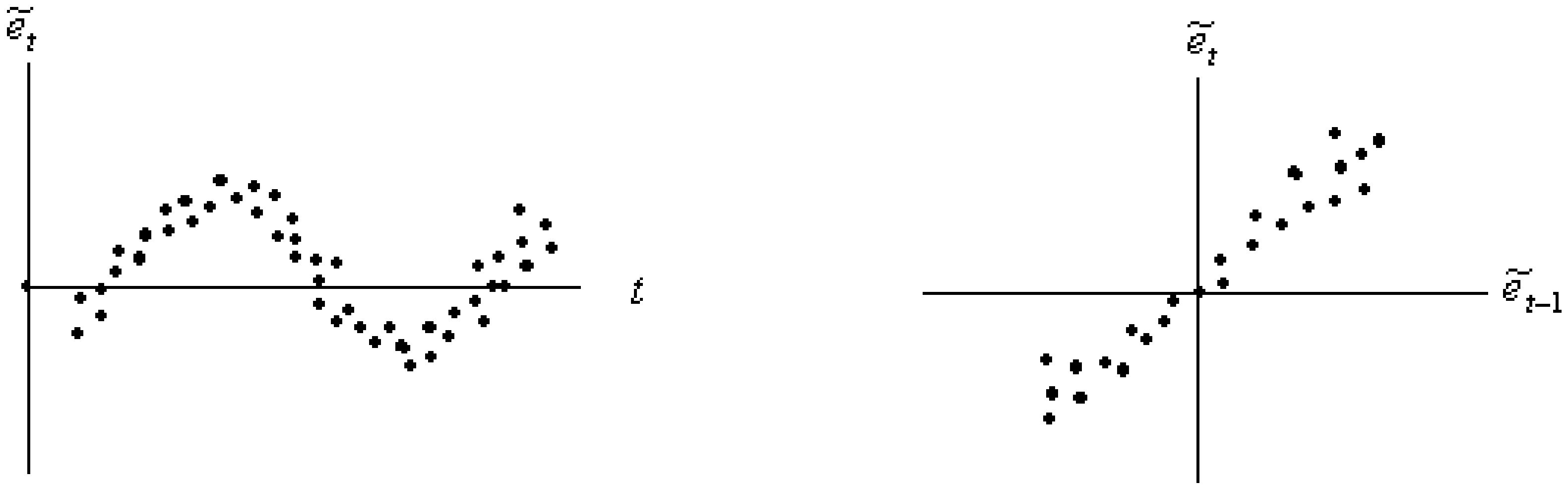
序列相关性检验方法有多种，但基本思路和步骤是相同的。

(1)理论上是检验当期随机扰动项是否与其滞后项相关，即检验$u_t = f\left(u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-p}\right) + v_t$是否显著成立。

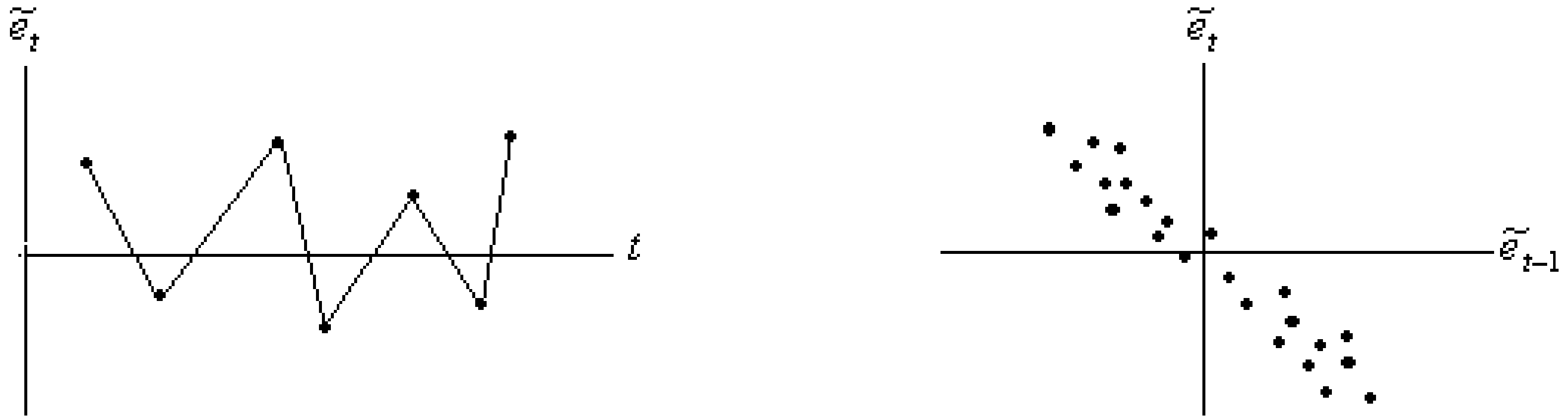
(2)实际检验时，则检验当期残项差是否与其滞后项相关，即检验$e_t = g\left(e_{t-1}, e_{t-2}, \cdots, e_{t-p}\right) + v_t$是否显著成立。

➢1、图示法

由于残差项e_i可以作为随机误差项u_i的近似估计，因此如果u_i存在序列相关，必然由残差项e_i反映出来。因此可利用e_i的变化图来判断随机误差项u_i的序列相关性。



正序列相关（正自相关）



负序列相关（负自相关）

➢2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

• D-W检验是德宾（J.Durbin）和沃森(G.S. Watson)于1951年提出的一种检验序列自相关的方法。(使用范围：一阶自相关)

该方法的适用条件是:

（1）随机误差项u_t为一阶自回归形式： $u_t=\rho u_{t-1}+v_t$

（2）回归模型中不应含有滞后被解释变量作为解释变量，即不应出现下列形式：$Y_t=\beta_1+\beta_2X_{2t}+\ldots\beta_kX_{kt}+\gamma Y_{t-1}+u_t$

（3）回归含有截距项;

2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

1）、提出检验假设

$H_0: \rho = 0$，即随机误差项不存在一阶序列相关

$H_1: \rho \neq 0$，即随机误差项存在一阶序列相关

2）、构造统计量

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{T}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{T} e_t^2}$$

- 该统计量的分布与出现在给定样本中的X值有复杂的关系，因此其精确的分布很难得到。
- 但是，Durbin和Watson成功地导出了临界值的下限d_L和上限d_U，且这些上下限只与样本的容量n和解释变量的个数$k' = k - 1$有关，而与解释变量X的取值无关。

➤2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

3）、进行DW检验

①计算D.W.统计量的值，

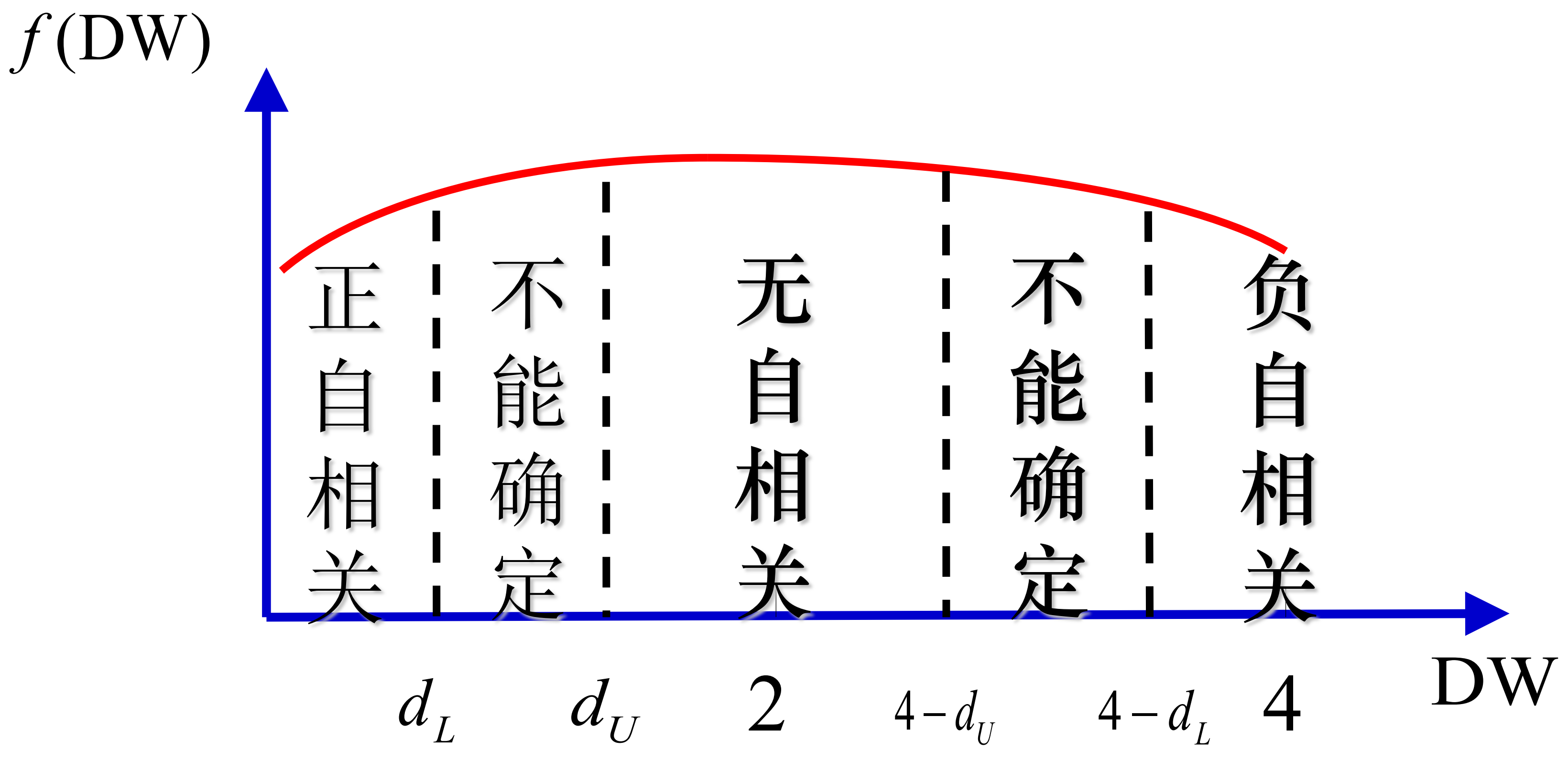
②根据样本容量n和解释变量数目k查D.W.分布表，得到临界值d_L和d_U，

③按照下列准则考察计算得到的D.W.值，以判断随机误差项是否存在一阶自相关。

DW检验准则

$0 \le \mathrm{DW} \le d_L$	随机误差项 $u_1, u_2, \ldots, u_n$ 间存在正自相关
$d_L < \mathrm{DW} \le d_U$	不能判定随机误差项是否有自相关
$d_U < \mathrm{DW} < 4 - d_U$	随机误差项 $u_1, u_2, \ldots, u_n$ 间无自相关
$4 - d_U \le \mathrm{DW} < 4 - d_L$	不能判定随机误差项是否有自相关
$4 - d_L \le \mathrm{DW} \le 4$	随机误差项 $u_1, u_2, \ldots, u_n$ 间存在负自相关

用坐标图更直观表示DW检验准则：



➢2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

容易证明，当D.W.值在2左右时，模型不存在一阶自相关。

证明：由于 $DW=\dfrac{\sum_{t=2}^{T}\left(e_t-e_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}e_t^2}=\dfrac{\sum_{t=2}^{T}e_t^2+\sum_{t=2}^{T}e_{t-1}^2-2\sum_{t=2}^{T}e_te_{t-1}}{\sum_{t=1}^{T}e_t^2}$

若样本容量足够大，则有 $\sum_{t=2}^{T}e_t^2\approx\sum_{t=2}^{T}e_{t-1}^2\approx\sum_{t=1}^{T}e_t^2$

因此有 $DW\approx\dfrac{2\sum_{t=2}^{T}e_{t-1}^2-2\sum_{t=2}^{T}e_te_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T}e_t^2}=2\left(1-\dfrac{\sum_{t=2}^{T}e_te_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T}e_t^2}\right)=2\left(1-\hat{\rho}\right)$

➢2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

如果存在完全一阶正相关，即

$\rho=1$，　　则 D.W.≈ 0

如果存在完全一阶负相关，即

$\rho= -1$，　　则 D.W.≈ 4

如果完全不相关，即

$\rho=0$，　　则 D.W.≈2

➢2、德宾-沃森（Durbin-Watson）检验法

注意:

（1）从判断准则看到，存在一个不能确定的D.W.值区域，这是这种检验方法的一大缺陷。

（2）D.W.检验虽然只能检验一阶自相关，但在实际计量经济学问题中，一阶自相关是出现最多的一类序列相关;

（3）经验表明，如果不存在一阶自相关，一般也不存在高阶序列相关。

所以在实际应用中，对于序列相关问题一般只进行D.W.检验。

➢3、LM检验（或BG检验）

- 此方法不仅适用于一阶自相关检验，也适用于高阶自相关的检验。
- 检验步骤：

➢1、用原模型进行OLS回归，得到残差序列e_t；

➢2、以e_t作为被解释变量，建立如下辅助回归模型并进行OLS回归并获取R^2值；

$$e_t = \hat{\rho}_1 e_{t-1} + \hat{\rho}_2 e_{t-2} + \cdots + \hat{\rho}_p e_{t-P} + \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \cdots + \beta_k X_{kt} + \upsilon_t$$

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_P = 0\text{(随机扰动项无自相关)}$$

$$H_1: \rho_1 \neq 0, \rho_2 = \ldots = \rho_P = 0$$

➢3、 提出假设:

$$\rho_1 \neq 0, \rho_2 \neq 0, \rho_3 = \ldots = \rho_P = 0$$

$$\cdots$$

$$\rho_1 \neq 0, \cdots, \rho_{P-1} \neq 0, \rho_P = 0$$

$$\rho_1 \neq 0, \cdots, \rho_{P-1} \neq 0, \rho_P \neq 0,$$

（H_1可简单总结为：随机扰动项至少存在一阶自相关）

牢记：无论滞后期P为多少，仅利用p值检验准则拒绝原假设时我们永远只能得到一个相同的结论，即随机扰动项至少存在一阶自相关。绝不能认为因为滞后期取了$P>1$，因此拒绝原假设就意味着随机扰动项至少存在P 阶自相关。

当滞后期$P>1$时，随机扰动项是否存在P阶自相关只能由辅助模型的结果确定。
当且仅当$\rho_1 \neq 0, \rho_2 \neq 0, \cdots, \rho_P \neq 0$时，我们才能确信随机扰动项存在$P$ 阶自相关。
其它任何情况均意味着随机扰动项不存在P 阶自相关。

4、在H_0成立的前提下构造检验统计量：$LM = nR^2 \overset{渐近}{\sim} \chi^2(P)$

5、查χ^2分布表，求得临界值 $\chi_\alpha^2(P)$ ，确定拒绝域 $\chi^2 > \chi_\alpha^2(P)$

6、代入样本信息，计算出检验统计量值$LM = nR^2$：

1）若$LM = nR^2 > \chi_\alpha^2(P)$，则拒绝原假设，说明随机扰动项至少存在一阶自相关

2）若$LM = nR^2 < \chi_\alpha^2(P)$，则不拒绝原假设，即可以认为随机扰动项不存在$P$阶自相关

➤ 4、回归检验法

1、用原始样本数据进行OLS回归，得到残差序列 $\{e_t\}$

2、以e_t为被解释变量，以各种可能的相关量，如e_{t-1}、e_{t-2}、$(e_{t-1})^2$等为解释变量，进行多种形式的辅助回归：

$$e_t = \rho_1 e_{t-1} + v_t$$

$$e_t = \rho_1 e_{t-1} + \rho_2 e_{t-2} + v_t$$

$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$$

$$e_t = \rho e_{t-1}^2 + v_t$$

$$e_t = \rho \sqrt{e_{t-1}} + v_t$$

4、回归检验法

如果存在某一种函数形式，使得估计参数具有显著性，则说明随机误差项存在该种形式的序列相关性。

回归检验法的优点是：（1）能够确定序列相关的形式，（2）适用于任何类型序列相关性问题的检验。缺点是计算量大。

第四节　自相关的解决方法

如果随机误差项被检验证明存在序列相关性，首先应分析产生自相关的原因，如果是由于模型设定偏误，则应修改模型的数学形式。

怎样查明自相关是由模型设定偏误引起的？一种方法是用残差e_t对解释变量进行较高次幂回归，然后对新残差作DW检验，如果此时自相关消失，则说明模型设定存在偏误。

第四节　自相关的解决方法

如果模型产生自相关的原因是模型中省略了重要解释变量，则解决方法就是找出被省略了的解释变量，将其作为解释变量列入模型。

怎样查明此种自相关？一种方法是用残差e_t对那些可能影响被解释变量而未被列入模型的解释变量进行回归，并作显著性检验，从而确定该解释变量的重要性。

第四节　自相关的解决方法

只有当上两种引起自相关的原因都消除以后，才能认为随机误差项“真正”存在自相关，此时需要对原模型进行变换，使变换以后的模型的的随机误差项自相关得以消除，进而利用普通最小二乘法估计回归参数

最常用的方法是广义最小二乘法（GLS: Generalized least squares），这种方法是对原模型进行适当变换以消除误差项的自相关，进而利用OLS来估计回归参数，相应的回归参数估计结果称为广义最小二乘估计量。

广义差分变换的基本原理：

对于多元线性回归模型，如果随机误差项存在一阶自相关，则可以按照如下思路来矫正自相关对模型估计结果的影响。

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \cdots + \beta_k X_{kt} + u_t,\quad u_t = \rho u_{t-1} + \upsilon_t \qquad (1)$$

$$\Rightarrow Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t-1} + \cdots + \beta_k X_{kt-1} + u_{t-1}$$

$$\Rightarrow \rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \beta_2 \rho X_{2t-1} + \cdots + \beta_k \rho X_{kt-1} + \rho u_{t-1} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow (Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \cdots + \beta_k(X_{kt} - \rho X_{kt-1}) + \upsilon_t \qquad (3)$$

$$\Rightarrow Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2 X_{2t}^* + \cdots + \beta_k X_{kt}^* + \upsilon_t$$

其中，$Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$； $X_{kt}^* = X_{kt} - \rho X_{kt-1}$； $\beta_1^* = \beta_1(1-\rho)$。

上述过程中的变量变换称为广义差分变换，对变换后的模型即可进行OLS估计，相应的回归参数估计估计量称为广义最小二乘估计量。

注意：

上述广义差分变换使得样本观测值由T个减少为T－１个，为了弥补这一缺陷，通常在变换后的模型估计过程中，加入下述观测值。

$$Y_1^* = Y_1\sqrt{1-\rho^2};\quad X_{j1}^* = X_{j1}\sqrt{1-\rho^2}$$

当误差项存在高阶自相关时，可以按照同样的方法进行广义差分变换，然后运用OLS估计各个回归参数值。

如果广义差分变量回归结果中仍然存在自相关，则可以对广义差分变量再进行广义差分，直到消除误差项的自相关为止。

附：二阶自相关的广义差分变换

$$\begin{cases} Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \cdots + \beta_k X_{kt} + u_t & (1) \\ u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \upsilon_t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t-1} + \cdots + \beta_k X_{kt-1} + u_{t-1} & (2) \\ Y_{t-2} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t-2} + \cdots + \beta_k X_{kt-2} + u_{t-2} & (3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_1 Y_{t-1} = \beta_1 \rho_1 + \beta_2 \rho_1 X_{2t-1} + \cdots + \beta_k \rho_1 X_{kt-1} + \rho_1 u_{t-1} & (4) \\ \rho_2 Y_{t-2} = \beta_1 \rho_2 + \beta_2 \rho_2 X_{2t-2} + \cdots + \beta_k \rho_2 X_{kt-2} + \rho_2 u_{t-2} & (5) \end{cases}$$

（1）-（4）-（5）可得:

$$\begin{aligned} Y_t - \rho_1 Y_{t-1} - \rho_2 Y_{t-2} = {} & \beta_1 (1 - \rho_1 - \rho_2) + \beta_2 (X_{2t} - \rho_1 X_{2t-1} - \rho_2 X_{2t-2}) \\ & + \cdots + \beta_k (X_{kt} - \rho_1 X_{kt-1} - \rho_2 X_{kt-2}) + \upsilon_t \qquad (6) \end{aligned}$$

第五节　随机误差项相关系数的估计

应用广义最小二乘法或广义差分法，必须已知随机误差项的相关系数$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$。

实际上，人们并不知道它们的具体数值，所以必须首先对它们进行估计。

常用的估计方法有：

一、根据DW值来计算

$$\rho = 1 - \frac{DW}{2}$$

➢二、科克伦-奥科特（Cochrane-Orcutt）迭代法

- Eview提供了科-奥迭代法进行自相关修正的软件实现。具体方法是：在解释变量中引入AR(1)、AR(2)、…，即可得到参数和ρ_1、ρ_2、…的估计值。其中AR(m)表示随机误差项的m阶自回归。在估计过程中自动完成了ρ_1、ρ_2、…的迭代。

➢序列相关性稳健标准误回归

- 与异方差类似，当模型存在序列相关性时，OLS并不影响参数估计量的无偏性，只是会给出一个错误的参数估计量的标准误，因此Newey和West采用类似于white异方差修正的思路，给出了模型同时存在异方差和序列相关性时参数估计量标准误的修正公式，该标准误也称为异方差－序列相关一致标准误。