

TINF Signali formule

Periodični signali

Snaga:

$$P = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{kT_0} k \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt \right] = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 = \dots$$

Još za slijed pravokutnih:

$$\dots = A^2 \frac{\tau}{T}$$

Fourier parovi:

$$x(t) = \sin(\omega_0 t) \longleftrightarrow -j \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)] = X(f)$$

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

Neperiodični signali

$|X(f)|$ je amplitudni spektar, $\theta(f)$ je fazni.

$$X(f) = |X(f)|e^{j\theta(f)}$$

Parsevalov teorem

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

Pravokutni impuls

$$P = 0 \quad (\text{beskonačnost}), \quad E = A^2 \tau$$

Slučajni signali

Pravila E

- $E[c] = c, \quad c \in \mathbb{R}$
- $E[cX] = cE[X]$
- $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$
- $E[XY] = E[X]E[Y]$

Stacionarnost

Uvjeti

- $E[X(t)] = \mu_x$
 - $\forall t_1, t_2, \quad R_x(t_1, t_2) = R_x(t_1, t_1 + \tau)$
- Pri tome: R_x parna, $|R_x| \geq R_x(0) \geq 0$

Srednja snaga

$$P = E[X^2(t)] = R_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) df$$
$$E[X] = 0 \rightarrow P = var(X) = \sigma_X^2$$

Bijeli šum

$W(t)$ bijeli šum ako:

- $R_W(\tau) = C_1 * \delta(\tau)$
- $C_W(\tau) = C_2 * \delta(\tau)$

Svojstva:

- $\mu_W = 0$
- $R_W(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau) = N_0/2$
- $S_W(f) = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi f t} dt = \sigma^2 = N_0/2$

Gaussova razdioba:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-(x - \mu_X)^2 / (2\sigma_X^2)}$$

Prijenos

Izlazni signal:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Prijenosna funkcija:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

Amplitudni odziv RC:

$$20 \log \frac{|H(f)|}{|H(0)|} = 20 \log(|H(f)|)$$

$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & \text{za } |f| \leq f_g \\ 0, & \text{za } |f| \geq f_g \end{cases}$$

Impulsni odziv i prijenosna funkcija

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(f) = X(f) * H(f)$$

Amplitudni odziv je parna funkcija frekvencije, a fazni odziv neparna:

$$|H(-f)| = |H(f)|$$

$$\theta(-f) = -\theta(f)$$

Ako je $X(t)$ stacionarni slučajni proces...

$$\mu_Y = \mu_X H(0)$$

$$S_Y(f) = S_X(f)|H(f)|^2$$

Ako na ulazu kanala dovedemo signal $x(t)$ čiji je spektar $X(f)$ definiran kao $X(f) = |X(f)|e^{j\varphi(f)}$, onda $Y(f)$ zadovoljava:

$$Y(f) = |Y(f)|e^{j\vartheta(f)}$$

$$|Y(F)| = |X(f)||H(f)|$$

$$\vartheta(f) = \varphi(f) - \theta(f)$$

Amplitudni odziv RC:

$$|H(f)| = \left| \frac{U_{izlaz}(f)}{U_{ulaz}(f)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f RC)^2}}$$

Uzorkovanje

Frekvencija uzorkovanja u pomaknutom pojasu:

$$f_u = 2 * \frac{B + B_0}{M + 1}, \quad M_m = \lfloor \frac{B_0}{B} + 1 \rfloor$$

Varijanca kvantizacijskog šuma tj. srednja snaga kvantizacijskog šuma:

$$\text{var}(Q) = \sigma_Q^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{3} m_{\max}^2 2^{-2r}, \quad \Delta = \frac{2m_{\max}}{L}$$

Omjer srednja snaga signala i snaga kvantizacijskog šuma:

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{\sigma_Q^2} = \left(\frac{3S}{m_{\max}^2} \right) 2^{2r}$$

Maximizacija entropije

- $x \in [a, b] \rightarrow f_1(x) = \frac{1}{b-a}, \quad H(X) = \ln(b-a)[\frac{\text{nat}}{\text{symbol}}]$
- $x \geq 0 \wedge E[X] = a, a \leq 0 \rightarrow f_1(x) = \frac{1}{a} e^{-\frac{x}{a}}, \quad H(X) = \ln(ae) = 1 + \ln(a)$

Konverzije

U decibel (dB):

$$x \rightarrow 10 \log_{10}(x)$$

Jedinice

$$c_k \leftrightarrow [\frac{V}{Hz}]$$
$$S_X(f) \leftrightarrow [\frac{W}{Hz}]$$