Koopa: Learning Non-stationary Time Series Dynamics with Koopman Predictors (Koopman 예측기로 비정상 시계열 역학 학습)

<요약>
현실 속 시계열 데이터 : 비정상적, 시간에 따라 변화함.
비정상적과 시간에 따른 변화는 딥러닝 기반 예측 모델을 만들기 어렵게 함.
기존의 모델들은 시간이 지남에 따라 데이터의 패턴이 바뀌면서 어려움을 겪고 있다.
이 논문은 Koopman 이론이라는 수학적인 도구를 사용하여 시계열 데이터의 특성을 더 잘 이해하고 예측하는 것으로 비정상적, 시간에 따른 변화의 문제를 해결해줌.

Fourier 필터를 사용해 비정상적인 시계열 데이터를 시간에 따라 변하는 부분과 그렇지 않은 부분으로 나눈다. 구성 요소들을 예측하는데 도움을 주는 Koopman 예측기를 설계함.
Koopman 예측기는 여러 층으로 쌓을 수 있는 블록으로 이루어진 계층적인 동적을 학습한다. Koopman 연산자는 시간적 전이를 선형적으로 설명하는데 도와주는 것으로, 시간에 따라 변하는 부분의 강한 지역성을 다루기 위해 문맥에 맞는 연산자를 계산한다.
실제 관측을 활용하여 예측의 시간 범위를 더 넓게 확장 가능함. Koopman 예측기에서 발생하는 예측의 정확성을 향상시키기 위해 예측기를 깊은 잔여 구조에 통합한다.
Koopman 예측기인 Koopa를 제안함. Koopa는 Koopman 임베딩을 위한 측정 함수를 찾아내고 시간적 전이를 선형적으로 설명하기 위해 Koopman 연산자를 활용.
강한 지역성을 나타내는 시간 변동 동역학을 다루기 위해 Koopa는 시간적 이웃 내에서 문맥에 맞는 연산자를 계산하고 실제 관측을 사용하여 예측 시간 범위 확장 가능.

이 연구에서는 현실 세계의 시계열 데이터가 본질적으로 비정상적이며 시간이 지남에 따라 변화하는 특성을 가지고 있다는 점을 다루고 있습니다. 이러한 비정상성은 딥러닝 기반 예측 모델에 대한 주요 도전 중 하나입니다. 이전 모델들은 시간에 따른 분포 변화로 인한 복잡한 시계열 변화에 어려움을 겪었습니다. 본 연구에서는 시계열 데이터의 내재적 시간적 가변성을 고려하는 현대적인 Koopman 이론을 사용하여 이러한 비정상성을 해결합니다. Koopman 이론은 복잡한 동적 시스템을 설명하는 데 사용되며, 이 연구에서는 Fourier 필터를 사용하여 비정상적인 시계열 데이터로부터 시간 변동성과 시간 불변성 구성 요소를 분리하고 각 동적 구성 요소를 예측하기 위한 Koopman 예측기를 설계합니다. 기술적으로, 본 연구는 계층적 동적을 학습하는 쌓을 수 있는 블록으로 구성된 새로운 Koopman 예측기인 Koopa를 제안합니다. Koopa는 Koopman 임베딩을 위한 측정 함수를 찾아내고 시간적 전이를 선형적으로 설명하기 위해 Koopman 연산자를 활용합니다. 또한 강한 지역성을 나타내는 시간 변동 동역학을 다루기 위해 Koopa는 시간적 이웃 내에서 문맥에 맞는 연산자를 계산하고 실제 관측을 사용하여 예측 시간 범위를 확장할 수 있습니다. 더불어 Koopman 예측기를 깊은 잔여 구조에 통합함으로써, 기존 Koopman 예측기에서 발생하는 연결 재구성 손실을 해결하고 최종 예측 목표를 최적화합니다. 기존 모델들과 비교했을 때, Koopa는 경쟁력 있는 성능을 보이면서 교육 시간을 77.3% 줄이고 메모리 사용량을 76.0% 절약합니다. Koopa의 코드는 공개 저장소에서 제공됩니다.

<서론>

시계열 예측은 날씨 예보, 에너지 소비, 금융 분석 등 실제 상황에서 매우 중요한 역할을 합니다. 이런 예측은 미래의 데이터를 예상하고 계획을 세우는 데에 필수적이다.

딥러닝 기술은 다양한 데이터를 사용하여 예측 모델을 만들어내는 데 큰 성과를 보이고 있고 이 중에서도 TCNs, RNNs, 어텐션 메커니즘, 그리고 Transformers와 같은 딥러닝 기법들이 시간에 따라 변하는 데이터의 패턴을 잘 분석하고 예측하는 데 사용된다.

그러나 실제 세계의 데이터는 항상 일정한 패턴을 보이지 않습니다. 시간이 지남에 따라 데이터의 특성이 변할 수 있습니다. 예를 들어 날씨 예보에서는 계절에 따라 날씨 패턴이 변하곤 합니다.

이런 변동성을 고려하여 예측 모델을 만들기는 어려운 일입니다. 기존의 모델들은 이러한 변동성을 잘 처리하지 못하곤 했습니다. 그래서 이 논문에서는 Koopman 이론을 사용하여 비정상적인 데이터의 특성을 잘 분석하고 예측하는 새로운 방법을 제안합니다. 이를 통해 미래의 데이터를 더 정확하게 예측할 수 있게 됩니다.

Ionization potential = $E(A^+) - E(A) = -\varepsilon_i$

Koopman 이론(쿠프만 이론)

Koopa 모델에 대한 내용이 설명되어 있습니다. Koopa는 비정상적인 시계열 데이터를 분석하고 예측하는데 사용되는 새로운 방법을 제안합니다.

먼저, 그림에서 보이는 것은 시계열 데이터와 비선형 동적 시스템 사이의 관계입니다. 시계열 데이터의 변화는 비선형 동역학에서 작은 부분으로 나누어질 수 있습니다. 이러한 작은 부분은 선형 Koopman 연산자(K1, K2, K3)를 사용하여 시간에 따라 예측될 수 있습니다.

Koopman 이론은 복잡한 동적 시스템을 이해하는 방법 중 하나입니다. 이 이론을 사용하면 비선형 시스템을 측정 함수 공간으로 변환할 수 있어 시계열 데이터를 더 잘 이해하고 예측할 수 있습니다.

Koopa 모델은 이러한 이론을 기반으로 하여 비정상적인 시계열 데이터를 시간에 따라 변하지 않는 부분과 변동성이 있는 부분으로 나누어 분석합니다. Fourier 분석을 사용하여 데이터를 분리하고, 시간에 따라 변하지 않는 부분은 선형 방법을 사용하여 이해하고 예측합니다. 그리고 나머지 변동성이 있는 부분은 다양한 시간 구간에서 적응하여 예측합니다.

이 모델은 복잡한 이론을 기반으로 하지만, 이를 통해 시계열 데이터를 더 정확하게 예측할 수 있게 되어 중요한 기여를 하고 있습니다. 또한 이 모델은 다양한 실제 세계의 데이터에서 높은 성능을 보이며 학습 시간과 메모리 사용량을 크게 줄일 수 있습니다.

Koopman 이론을 더 구체적으로 이해하기 위해 간단한 예제를 살펴보겠습니다. 생태계에서의 포식자와 피식자 간의 상호 작용을 나타내는 모델을 생각해봅시다. 이 모델은 포식자와 피식자 간의 인구 수를 시간에 따라 나타내는 시계열 데이터로 표현될 수 있습니다.

1. **원래 동적 시스템:**
포식자와 피식자 간의 상호 작용을 나타내는 비선형 동적 시스템으로 다음과 같이 모델링할 수 있습니다:

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$
$$\frac{dy(t)}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

여기서 $x(t)$는 포식자의 인구 수, $y(t)$는 피식자의 인구 수, a, b, c, d는 상수입니다.
2. **Koopman 이론을 사용한 선형 변환:**
Koopman 연산자 K를 사용하여 이 동적 시스템을 선형적으로 변환할 수 있습니다. 새로운 변수 $z(t) = [x(t), y(t)]$를 도입하면, 동적 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있습니다:

$$\frac{dz(t)}{dt} = Kz(t)$$

여기서 K는 Koopman 연산자로, 원래 비선형 시스템을 선형적으로 모델링한 것입니다.
3. **Koopman 연산자를 이용한 예측:**
Koopman 연산자를 찾으면, 현재의 상태 벡터 $z(t)$를 사용하여 미래의 상태 벡터 $z(t+1)$를 예측할 수 있습니다:

$$z(t+1) = Kz(t)$$

이 선형 변환을 사용하여 미래의 포식자와 피식자 인구 수를 예측할 수 있습니다.

이런 식으로, Koopman 이론은 원래의 복잡한 비선형 동적 시스템을 선형적인 공간으로 변환하여 간단하게 모델링하고 예측할 수 있게 해줍니다. 이를 통해 시계열 데이터의 복잡한 패턴을 분석하고 예측하는 데 도움을 주는 강력한 도구로 활용됩니다.

<사전 지식>
-동역학 : 물체나 시스템의 움직임, 움직임의 원인을 연구하는 학문이다. 물체나 시스템의 상태, 그 상태가 시간에 따라 어떻게 변화하는지 이해하는 것을 주로 함.
-F(동역학을 나타내는 벡터 필드) : 각 시점에서 시스템의 상태를 나타내는 벡터에 대응하는 변화율. 각각의 상태에서 시스템이 어떻게 움직이는지를 나타내는 방향을 가진 화살표로 생각하면 된다.

3. 배경지식

1. 쿠프만 이론 : 시스템의 상태가 주어졌을 때, 다음 상태를 예측하는 것이 어려운 비선형 동역학 시스템을 다루기 위한 이론.

-이산적인 시간의 동적 시스템을 xt+1 = F(xt)로 표현 (xt는 시스템 상태, F는 동역학을 설명하는 벡터 필드)

-쿠프만 이론은 시스템의 상태가 측정 함수 g의 공간으로 투영될 수 있고, 측정 함수는 무한 차원의 선형 연산자 K에 의해 시간에 따라 나아갈 수 있다고 가정함.

-다음과 같은 관계가 성립된다. K∘g(xt) = gF(xt) = g(xt+1)

-비선형 동역학 시스템을 선형 동역학 시스템으로 변환하여 시스템을 단순화한다.

2. 동적 모드 분해(DMD)

-무한 차원의 선형 연산자 K를 근사하게 최적의 유한 차원 행렬 K를 찾기 위해 관측된 시스템 상태(스냅샷)을 수집하는 방식.

-일반적으로 DMD는 선형적인 상황에서만 동작, 실제는 비선형이어서 eDMD이 등장. eDMD는 사람이 직접 만들어야 하는 측정 함수를 사용하지 않고 특별한 컴퓨터 알고리즘 인 Autoencoder를 이용하여 복잡한 동적 시스템에서도 시스템의 특성을 자동적으로 학습할 수 있게 해줌.

-g(xt)는 시간에 따라 변화하는 시스템의 상태인 xt의 특성을 나타내는 함수로, 특정 지점의 시스템의 상태를 특정 특성이나 측정값으로 매핑해준다. g(xt)를 이용해 시스템의 동적 특성을 분석한다.

3. 역학에서 시계열

-현실 속 시계열 데이터는 비정상정을 가지지만, 시간을 쪼개어 살펴본 부분으로 된 시계열 데이터는 약한 정상성을 가진다. => 전체는 불규칙적이지만 특정 구간에서는 데이터가 일정한 경향(정상성)을 보일 수도 있다.

-비선형 동역학을 분석하는 koopman이론과 일치한다. 측정 함수 공간(g)은 여러 개의 동네로 나눌 수 있으며, 동네는 지역적인 선형 연산자들에 의해 구별되고 나타낼 수 있다.

-모든 공분산 정상 시계열 xt는 다음과 같이 분해될 수 있다.

$$X_t = \eta_t + \sum_{j=0}^{\infty} b_j \varepsilon_{t-j},$$

4. ㅇ