

1) Carilah daerah asal dari

$$a) f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x - 1}$$

$$x \neq 1$$

* Daerah asal adalah semua nilai x kecuali 1 :

$$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

* Daerah hasil :

kita perlu menyederhanakan persamaan $f(x)$.

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x - 1} = x - 1 \begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 - \\ \hline 2x^2 - x - 1 \\ 2x^2 - 2x - \\ \hline x - 1 \\ x - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

Mencari nilai maksimum atau minimum :

$$f'(x) = 2x + 2 = 0$$

$$f'(x) = 2x = -2$$

$$x = -1$$

saat nilai $x = -1$ dan $x = 1$ maka daerah hasil bernilai minimum.

$$f(-1) = 1 - 2 + 1 = 0 \quad \checkmark \quad f(1) = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$\text{Jika } x = 2; \text{ maka } f(2) = 4 + 4 + 1 = 9$$

Nilai y akan bernilai ∞ jika x terus bertambah nilainya.

Daerah hasil dari $f(x)$ adalah interval: $[0, 4) \cup (4, +\infty)$

$$b) y = \sqrt{9 - x^2}$$

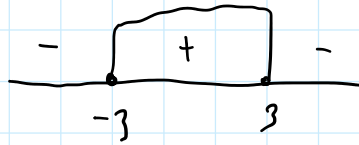
* Mencari syarat-syarat terpenuhinya nilai y :

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$9 \geq x^2$$

$$\pm 3 \geq x$$

$$x \leq \pm 3$$



* Daerah asal nya dari fungsi " y " adalah pada interval :

$$[-3, 3]$$

* Daerah hasil :

Mencari nilai maksimum dari y :

$$y = (9 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$y' = \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}} = 0$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

$$y = \sqrt{9 - 0} = 3$$

maka nilai maksimum dari $y = 3$

Daerah hasil dari y adalah pada interval $[0, 3]$

[2] Tentukan hasil dari soal berikut dan tentukan apakah fungsi tersebut kontinu atau tidak

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^3 + 2}{x^5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^5}\right)}{x^5} = \frac{1 + 0 + 0}{1} = 1$$

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^3 + 2}{x^5 + x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^5} \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^5} \right)}{\cancel{x^5} \left(1 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} \right)} = \frac{1 + 0 + 0}{1 + 0 + 0 + 0} = 1$$

fungsi diatas tidak kontinu karena ketika $x = \infty$, maka nilai fungsi tidak terdefinisi.

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^8 + x^5 + x^3 + 2}{x^5 + x^3 + x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 + 0 + 0 + 2}{0 + 0 + 0 + 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$* f(0) = \frac{0 + 0 + 0 + 2}{0 + 0 + 0 + 1} = 2$$

fungsi diatas kontinu karena $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x + 1}{x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x^2 + x + 1} + 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x + 1 + x^{100} + x^{99} + \dots + x^2 + 1}{x^{100} + x^{99} + \dots + x^2 + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^{100} + x^{99} + 2x^{98} + \dots + 2x^2 + x + 2}{x^{100} + x^{99} + \dots + x^2 + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^{100}} \left(2 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \dots + \frac{2}{x^{98}} + \frac{1}{x^{99}} + \frac{2}{x^{100}} \right)}{\cancel{x^{100}} \left(1 + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^{98}} + \frac{1}{x^{100}} \right)}$$

$$= \frac{2 + 0 + 0 + \dots + 0}{1 + 0 + 0 + \dots + 0} = 2$$

Fungsi tidak kontinu karena ketika $x = \infty$, nilai fungsi

Fungsi tidak kontinu karena ketika $x = \infty$, nilai fungsi tidak terdefinisi

$$d) \lim_{n \rightarrow 0} (\sin(n) + \cos(n))$$

$$\text{Uji limit: } \sin 0 + \cos 0 = 0 + 1$$

fungsi di atas merupakan fungsi yang kontinu karena ketika nilai $n = 0$, maka nilai dan fungsi dapat terdefinisi.

$$e) \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\cos(n)}{n} + 1$$

$$\ast \text{ Uji limit: } \frac{\cos(0)}{0} + 1 = \infty ; \text{ tidak berhingga}$$

$$\ast \lim_{n \rightarrow 0^+} \frac{\cos(n)}{n} + 1 = +\infty$$

$$\ast \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{\cos(n)}{n} + 1 = -\infty$$

dari pendekatan dari kiri dan kanan; nilai dari y berbeda sehingga fungsi di atas tidak kontinu.

$$f) \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin^2(n)}{n}$$

$$\ast \text{ Uji limit: } \frac{\sin^2(0)}{0} = \frac{0}{0} ; \text{ tidak terdefinisi}$$

$$\ast \text{ Nilai dari limit: } \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin^2(n)}{n} = \lim_{n \rightarrow 0} 1 \cdot \sin(n) = 0$$

Karena ketika $x = 0$, fungsi di atas memiliki nilai yang tak terdefinisi

Karena ketika $x = 0$, fungsi diatas memiliki nilai yang tak terdefinisi sehingga fungsi tersebut tidak kontinu.

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \cos(n)}{n}$$

$$* \text{ Uji limit: } \frac{\infty - \cos(\infty)}{\infty} = \text{Tak terdefinisi}$$

$$* \text{ Nilai limit: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \cos(n)}{n} = 1 - 0 = 1$$

Dari hasil percobaan diatas; ketika nilai $x = \infty$; maka nilai dari fungsi menjadi tidak hingga. Dapat disimpulkan fungsi diatas tidak kontinu.

$$h) \lim_{n \rightarrow 0} \sin(2n) \cdot \frac{1}{n^3}$$

$$* \text{ Uji limit: } \sin(0) \cdot \frac{1}{0^3} = \frac{0}{0} ; \text{ tidak terdefinisi}$$

* Mencari nilai limit:

$$\lim_{n \rightarrow 0} \sin(2n) \cdot \frac{1}{n^3} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin(2n)}{n} \cdot \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{2}{n^2} = \frac{2}{0} = \infty$$

Dari hasil percobaan diatas $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$, fungsi tersebut tidak kontinu

[3] Buat persamaan garis singgung

a) $y = x^2 + 5x + 6$; $x = 0$

$$y' = 2x + 5 ; x = 0$$

$$y' = m = 5$$

$$y = 0 + 5(0) + 6 = 6$$

Titik $(0, 6)$; (x_1, y_1)

Garis singgung :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = 5(x - 0)$$

$$y - 6 = 5x$$

$$y = 5x + 6$$

b) $y = \sin(x) + 1$ titik $(\frac{\pi}{4})$

$$y = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \quad \text{titik } \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$$

$$0 = \sin(x)$$

$$-1 = \sin(x)$$

$$= -\frac{\pi}{2}$$

* Mencari gradien

$$y' = \cos(x)$$

$$y' = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = m$$

* garis singgung

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\pi\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

$$y = 4x\sqrt{2} - \pi\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 8$$

$$y = \frac{4\sqrt{2} - \pi\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 8}{8}$$

* Tabel koordinat

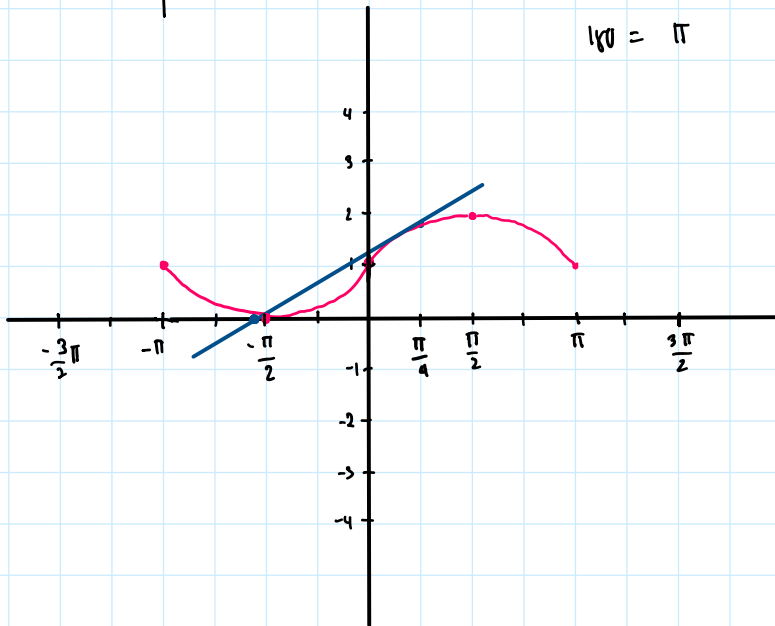
x	y
0	1
$-\frac{\pi}{2}$	0
$\frac{\pi}{2}$	2
$\frac{3\pi}{2}$	0

* Table titik koordinat garis singgung

x	y
0	$1,1517 \approx \frac{\pi}{3}$
$\frac{11\pi}{23} \approx -1,622$	0

$$360 = 2\pi$$

$$180 = \pi$$



4 $f(x) = \ln(\sin(x))$

$$f'(x) = ?$$

* note : $\frac{d(x \ln x)}{dx} = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{d(\ln(\sin x))}{dx} = \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{d(\sin x)}{dx} = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$$

$$f'(x) = \frac{d(\ln(\sin x))}{dx} = \frac{1}{\sin x} \frac{d(\sin x)}{dx} = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$$

$$f'(x) = \cotan(x) //$$