Задача 17.27
Задана формула логики предикатов A и двухэлементное
множество M = {1,2} . Привести формулу A к префиксной нормальной форме.
Является ли формула A на
множестве M: 1) выполнимой; 2) опровержимой; 3) общезначимой; 4) невыполнимой?
Вычислить значение
истинности формулы A на множестве M со следующими предикатами, определенными на M.

x	1	2
P(x)	1	0
R(x)	0	1

Q(x,y)	1	2
1	1	0
2	0	0

$(\exists x)(P(x) \rightarrow (\exists y)(Q(x,y) \rightarrow \neg R(x)))$

Привести формулу A к префиксной нормальной форме
$(\exists x)(P(x) \rightarrow (\exists y)(Q(x,y) \rightarrow \neg R(x))) = (\exists x)(\exists y)(P(x) \rightarrow (-Q(x,y) \vee \neg R(x)))$

I = M

X	y	P(x)	R(x)	Q(x,y)	-Q(x,y) V –R(x)	$P(x) \rightarrow (-Q(x,y) \vee \neg R(x))$
1	1	1	0	1	0	0
1	2	1	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	1
2	2	0	1	0	0	1

Проблема: что ставить???
Элиминация кванторов - квантор существования заменяется на дизъюнкцию подкванторного выражения при всех значениях связанной переменной.
- квантор всеобщности заменяется на конъюнкцию подкванторного выражения при всех значениях связанной переменной.

$(\exists x)(\exists y)(P(x) \rightarrow (-Q(x,y) \vee \neg R(x))) =$
$(\exists x)(P(x) \rightarrow (-Q(x,1) \vee \neg R(x)))$ **v** $(P(x) \rightarrow (-Q(x,2) \vee \neg R(x))) =$
$(P(1) \rightarrow (-Q(1,1) \vee \neg R(1)))$ **v** $(P(1) \rightarrow (-Q(1,2) \vee \neg R(1)))$ ***V*** $(P(2) \rightarrow (-Q(2,1) \vee \neg R(2)))$ **v**
v $(P(2) \rightarrow (-Q(2,2) \vee \neg R(2)))$

Введем обозначения: P(1) = a, P(2) = b, R(1) = c, R(2) = d, Q(1,1) = e, Q(1,2) = f, Q(2,1) = g, Q(2,2) = h.

A = ((a → (-e v -c)) **v** (a → (-f v –c)) ***V*** (b → (-g v –d)) **v** (d → (-h v –d)) =
= ((-a v (-e v –c)) **v** (-a v (-f v -c)) ***V*** (b v (-g v –d)) **v** (d v (-h v -d)) =
= (-a v -e v –c) **v** (-a v -f v -c) ***V*** (b v -g v –d) **v** (d v -h v -d)
1) Формула является выполнимой, a = 0
2) Формула является неопровержимой

(-a v -e v –c) **v** (-a v -f v -c) ***V*** (b v -g v –d) **v** (d v -h v -d) ≠ 0
(-a v -e v –c) **v** (-a v -f v -c) ≠ 0 ***и*** (b v -g v –d) **v** (d v -h v -d) ≠ 0

Так как при любых значениях a,b,c,d,e, f значение формулы А = 1
3) Формула является общезначимой
4) Формула не является невыполнимой, т.к. она выполнима

Вычислить значение истинности формулы A на множестве M со следующими предикатами, определенными на M
A = (P(1) → (-Q(1,1) V ¬ R(1))) **v** (P(1) → (-Q(1,2) V ¬ R(1))) ***V***
V (P(2) → (-Q(2,1) V ¬ R(2))) **v** (P(2) → (-Q(2,2) V ¬ R(2))) =
(1→(0v1)) **v** (1→(1v1)) ***V*** (0→(1v0)) **v** (0→(1v0)) = 1 ***V*** 1 = 1

Задача 18.27

$$\frac{P \to \neg M, S \to M, S}{S \,\&\, \neg P}.$$

(P → -M) & (S → M) & S → (S & -P)

S	M	P	(P → -M)	(S → M)	(P → -M) & (S → M)	(P → -M) & (S → M) & S	(S & -P)	F
0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	0	1

F = 1 на любом наборе - верно