Задача 27.27

$$\frac{(\forall x)(\neg P(x) \to \neg M(x)), (\forall x)(S(x) \to M(x)), (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))}.$$

S(x), S(x) → M(x), (∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)); P(x) (-|=) – аксиома
S(x), S(x) → M(x), (∀x)(-P(x) → -M(x)) S(x) |= -P(x)(∃x)(S(x) & -P(x)); S(x) (-|=) – аксиома

S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) M(x), P(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)) (-|=);
S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) M(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x)) (-|=);

S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x));
S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x)), -M(x) (→|=);

S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x));
S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x)), -M(x) (→|=);
A = -M(x) B = -P(x) Γ = S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x))

S(x), (∀x)(S(x) → M(x)), (∀x)(-P(x) → -M(x)) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x)), -M(x) (∀|=);
A = -M(x) → -P(x) Γ = S(x), (∀x)(S(x) → M(x)),
(∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x))

S(x), S(x) → M(x), (∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)); – аксиома
(∀x)(-P(x) → -M(x)) P(x) |= -P(x) (∃x)(S(x) & -P(x)) (|=&)

(∀x)(-P(x) → -M(x)), S(x) |= (S(x) & -P(x)), (∃x)(S(x) & -P(x)) (|= ∃)
(∀x)(-P(x) → -M(x)), S(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)) (& |=)
(∀x)(-P(x) → -M(x)) & S(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)) (∃ |=)
(∀x)(-P(x) → -M(x)) & (∃x) S(x) |= (∃x)(S(x) & -P(x)) (|= →)
|= (∀x)(-P(x) → -M(x)) & (∃x) S(x) → (∃x)(S(x) & -P(x))

Задача 28.27

Доказать справедливость правил вывода путем построения
обрезанного семантического дерева (указав сначала префиксную и скулемову
формы соответствующей формулы, эрбранов универсум и эрбранов базис).
Задание взять из задачи 26

$$\frac{(\forall x)(\neg P(x) \to \neg M(x)), (\forall x)(S(x) \to M(x)), (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \,\&\, P(x))}.$$

вывод верен <-> A - общезначима <-> НЕ (A) - невыполнима

A = (∀x)(S(x) → M(x)) & (∀x)(-P(x) → -M(x)) → (∃x)(S(x) & -P(x)) =
= (∀x)(S(x) → M(x)) v (∃x)(-P(x) → -M(x)) v (∃x)(S(x) & -P(x)) =
= (∀x)(S(x) & -M(x)) v (∃y)(-P(y) & M(y)) v (∃z)(-S(z) v P(z)) =
= (∀x)(∃y)(∃z)(S(x) & -M(x)) v (-P(y) & M(y)) v (-S(z) v P(z)) =
префиксная форма (все кванторы всеобщности лучше ставить в начало формулы***)

= (∀x) (∃y) (S(x(y)) & -M(x(y))) v (-P(y) & M(y)) v (-S(z) v P(z)) =

= $(\forall x)$ (S(x(y_0)) & -M(x(y_0))) v (-P(y_0) & M(y_0)) v (-S(z) v P(z)) – формула Скулема
-A = -(($\forall x$)($\exists$y)($\exists$z)(S(x) & -M(x)) v (-P(y) & M(y)) v (-S(z) v P(z))) =
= ($\exists x$)($\forall$y)($\forall$z)(-S(x_0) v M(x_0)) v (P(y) v -M(y)) & S(z) & P(z) =

S = {-S(x_0) v M(x_0) V P(y) v –M(y); S(z); P(z)}

Эмбранов универсум H = {a,x0} - аргументы предикатов
если бы где-то было S(y(x)), то
H = {a,x0,y(a), y(x0),y(y(a)), y(y(x0)),...}

Эмбранов базис B = {M(t),P(t),S(t) : t H} =
{M(a), P(a), S(a), M(x0), P(x0), S(x0)}