

臺北市私立薇閣高級中學  
第三十一屆科學展覽會  
作品計畫書

組 別：高中組

科 別：數學科

作品名稱：解構 NP 問題：漢米頓路徑之多種演算法實作與效能比較

作品與教材單元相關性說明（註明教材單元名稱）：

遞迴關係

統計分析

排列組合

指導老師（親自簽署認證）：

編 號(免填)：

# 作品名稱：解構 NP 問題:漢米頓路徑之多種演算法實作與效能比較

## 壹、研究動機

在現實生活中的許多優化問題（例如物流配送、電路設計），都可被視為圖論中的路徑尋找問題。其中，漢米頓路徑問題屬於 NP-完備性質，在電腦科學中極具代表性。該問題可視為對圖中所有頂點進行排列組合的搜尋，其解空間隨頂點數呈階乘級增長，這正是其計算複雜度的根源。本研究希望透過親自動手實作，深入理解此類難題的複雜性，並探討從最基礎的深度優先搜尋（DFS）到啟發式演算法等不同解法的效率差異。我們將特別運用統計分析方法，量化比較各算法在不同規模問題上的性能表現（如時間效率、使用空間與正確率），從而對算法設計與計算複雜度有更深刻的認知。

## 貳、研究目的

### 1. 基礎算法實作與分析

- 用 DFS 算法求解漢米頓路徑問題。
- 引入剪枝等優化技巧，分析其對效能的提升程度。

### 2. 進階算法之比較與驗證（核心目的）

- 實作至少一種演算法(如啟發式算法、演化演算法)。
- 在相同標準的測試資料集上，系統性地比較不同算法的：
  - (a)執行時間
  - (b)正確率
  - (c)資源消耗

### 3. 機器學習方法之初步探索（延伸）

- 嘗試將問題轉換為分類任務，訓練神經網路模型判斷漢米頓路徑是否存在。
- 探討此方法與傳統算法在結果與效率上之優劣與差異。

## 參、研究設備及器材

### 1. 開發環境：

C++（用於高效能的 DFS 及進階算法）、Python（用於機器學習、數據可視化及生成隨機圖）

### 2. 輔助工具：

NetworkX + Matplotlib：用于生成測試圖形並進行可視化

### 3. 記錄工具：

程式版本控制（Git）、實驗記錄本（詳細記錄每一步參數與結果）

## 肆、研究過程或方法

### 第一部分：基礎理論與 DFS 實作（約佔總時間 25%）

1. 文獻探討：闡述歐拉路徑與漢米頓路徑的定義、差異，及為何漢米頓路徑是 NP-完備問題。
2. 基礎實作：使用 C++ 實作 DFS 算法來判斷隨機圖是否存在漢米頓路徑
  - 輸入：圖的頂點數與邊集合
  - 輸出：一條漢米頓路徑或「不存在」之結論
3. 效能優化：使用剪枝優化程式碼，並比較優化前後的效能差異

### 第二部分：進階算法之實作與比較（主要研究點，約佔總時間 50%）

1. 算法研究：研究至少一種演算法(啟發式演算法、演化演算法等)以解決同一問題
2. 實作與數據收集：實作該算法，並在相同之隨機圖數據集上運行。
3. 系統化比較：設計實驗，記錄並比較 DFS、優化後的 DFS、以及新實作之演算法在不同圖規模（節點數、邊數）下的：
  - 正確率
  - 執行時間
  - 記憶體使用量

### 第三部分：機器學習之初步探索（約佔總時間 20%）

1. 特徵提取：將圖結構轉換為可供機器學習模型訓練的特徵（如節點度數分佈、聚類係數等）
2. 模型建立：使用 Python 的 Scikit-learn 或 PyTorch 庫，建立一個簡單的神經網路分類模型，用於判斷給定圖是否存在漢米頓路徑
3. 對比分析：測試該模型的正確率，並探討其與傳統算法在結果與效率上的異同

### 第四部分：論文撰寫與整理（約佔總時間 5%）

將所有程式碼、實驗數據、結果圖表與分析過程系統化整理，撰寫成完整的研究報告

## 伍、參考資料及其他

<https://www.mxeduc.org.tw/scienceaward/history/projectDoc/1st/doc/SA-130.pdf>

[https://www.csie.ntu.edu.tw/~sprout/algo2021/ppt\\_pdf/week11/euler\\_hamilton.pdf](https://www.csie.ntu.edu.tw/~sprout/algo2021/ppt_pdf/week11/euler_hamilton.pdf)

Foundations of Algorithms-using C++ Pseudocode 3<sup>rd</sup>

<https://pubs.siam.org/doi/abs/10.1137/0216034>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0020019093900336>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/002001908190048X>

