

《电磁场理论》实验二

一. 实验目的:

1. 学会使用 Matlab 进行线电荷电场分布计算, 并绘制图形;
2. 学习领会微元法、微积分的思想。

二. 实验相关知识点:

真空中点电荷产生的电场强度 \mathbf{E} 为:

$$\mathbf{E} = k \frac{Q}{R^2} \mathbf{a}_R \quad (1)$$

其中系数 $k=9 \times 10^9 \text{ F/m}$, 为静电力衡量, Q 为点电荷的电荷量, R 为该点电荷到场点的距离。

如取无穷远处为零电位点, 真空中点电荷产生的电位为:

$$V = k \frac{Q}{R} \quad (2)$$

电场强度又可表示为电位的负梯度, 即:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (3)$$

真空中 N 个点电荷产生的电位为:

$$V = \sum_{i=1}^N k \frac{Q_i}{R_i} \quad (4)$$

同样的, 真空中 N 个点电荷产生的电场强度也可以由式(3)求得。

当电场源为连续分布电荷, 如线电荷, 我们可以采用微元法或微积分的方法对问题进行求解。其中微元法的具体操作步骤为: 1) 将线电荷分割为若干个小段电荷 (通常采用均匀等分的方法); 2) 将每个小段电荷当成点电荷来处理, 用式 (2) 求解其在空间产生的电位; 3) 利用式 (4) 求和, 得到整个线电荷产生的电位; 4) 利用式 (3), 求解整个线电荷产生的电场强度。

利用微元法求解得到的结果与真实值之间存在一定的误差, 该误差主要取决于上述第 1 步中分割的段数, 通常来说, 段数越多, 误差越小。对于某些情形, 我们亦可以采用微积分运算求解出真实的电场分布。这使得研究微元法造

成的误差与分割段数之间的关系成为可能。

三. 实验内容:

用 Matlab 分析二维直角坐标下, 以下线电荷的静电场分布:

假设在点 A(-1,0)和点 B(1,0)之间的直线段上分布着密度为 $\rho=1\times 10^{-9}\text{C/m}$ 的线电荷。(坐标单位为米 m)

实验步骤及要求:

- 1) 利用微积分的方法, 计算该线电荷在二维平面中各点的电位分布情况, 即真实分布, 下面给出推导过程:

令平面某点坐标为 (X_0, Y_0)

$$\begin{aligned} V &= k \int_{-1}^1 \frac{\rho dx}{R} \\ &= k \int_{-1}^1 \frac{\rho dx}{\sqrt{(x - X_0)^2 + Y_0^2}} \\ &= k \rho dx \ln \left| (x - X_0) + \sqrt{(x - X_0)^2 + Y_0^2} \right| \Big|_{-1}^1 \\ &= k \rho \ln \left(\frac{1 - X_0 + \sqrt{(1 - X_0)^2 + Y_0^2}}{-1 - X_0 + \sqrt{(-1 - X_0)^2 + Y_0^2}} \right) \end{aligned}$$

选择恰当的场域范围, 在第(1)步结论的基础上, 通过 Matlab 编程计算并绘制场域内各点的电位分布、等电位线分布(根据实际情况选择合适的等电位值)、电场线分布(用光滑连续曲线表示);

- 2) 利用微元法, 分别将该线电荷等分为 20 段、50 段和 100 段, 然后选择与第 2 步中相同的场域范围, 通过 Matlab 编程计算并绘制场域内各点的电位分布、等电位线分布(根据实际情况选择合适的等电位值)、电场线分布(用光滑连续曲线表示);
- 3) 定量对比微元法得到的结果与真实值之间的差距, 并研究误差与微元法分段之间的关系;
- 4) 自行设计实验报告, 务求全面、系统、深入地反映以上实验内容及研究结论。

(注意: 报告应附上 Matlab 代码, 生成的每副图片的标题中需包含绘制人的姓名及学号。这是一次科技论文写作的尝试, 望大家用心思量, 尽力表现)。