《电磁场理论》实验四

一．实验目的：

1．加深对电荷在电磁场中受到的洛伦兹力的理解；

2．学会使用 Matlab 对电荷在电磁场中运动轨迹进行分析。

二．实验相关知识点：

电荷在电磁场中会受到洛伦兹力的作用，见下式：

$$\vec{\mathrm{F}} = q\vec{\mathrm{E}} + q\vec{v} \times \vec{\mathrm{B}} \tag{1}$$

其中，$\vec{\mathrm{F}}$为洛伦兹力矢量，$\vec{\mathrm{E}}$为电场强度矢量，$\vec{\mathrm{B}}$为电场强度矢量，$\vec{v}$为电荷运动速度矢量，q 为电荷所带电荷量。

由牛顿运动定律可知，电荷在洛伦兹力的作用下会产生加速度，从而产生速度和位移的变化。在三维直角坐标系中，这一过程可以用如下矢量方程来描述：

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{t}) = E_x(\mathrm{t})\vec{a}_x + E_y(\mathrm{t})\vec{a}_y + E_z(\mathrm{t})\vec{a}_z \tag{2}$$

$$\vec{\mathrm{B}}(\mathrm{t}) = B_x(\mathrm{t})\vec{a}_x + B_y(\mathrm{t})\vec{a}_y + B_z(\mathrm{t})\vec{a}_z \tag{3}$$

$$\vec{\mathrm{F}}(\mathrm{t}) = q\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{t}) + q\vec{v}(\mathrm{t}) \times \vec{\mathrm{B}}(\mathrm{t}) \tag{4}$$

$$\vec{\mathrm{A}}(\mathrm{t}) = \vec{\mathrm{F}}(\mathrm{t})/m \quad \text{(牛顿第二定律，}m\text{ 为电荷的质量，}\vec{\mathrm{A}}\text{为加速度矢量)} \tag{5}$$

$$\vec{v}(\mathrm{t}) = \vec{v}(1) + \int_0^t \vec{\mathrm{A}}(\mathrm{t})\,dt \tag{6}$$

$$\vec{r}(\mathrm{t}) = \vec{r}(1) + \int_0^t \vec{v}(\mathrm{t})\,dt \qquad (\vec{r}\text{为位置矢量}) \tag{7}$$

可以看到，这是一个随时间发展的过程。在某些情形下，这一过程可以通过求解微分方程得到每一时刻的速度矢量、位置矢量的解析解（即数学上的确切解）。而本次实验的目的是用 Matlab 工具分析这一动态过程，所以，我们并不希望自我局限于繁琐的数学推导，而

着重理解这一动态过程的物理本质。为此，我们对时间进行离散化，引入很小的时间步长Δt，并假定在该时间片段内，加速度矢量保持不变，这样，式（5）和（6）可写成如下离散形式：

$$\vec{v}(\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}) = \vec{v}(\mathrm{t})+\vec{\mathrm{A}}(\mathrm{t})\Delta\mathrm{t} \tag{8}$$

$$\vec{r}(\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}) = \vec{r}(\mathrm{t})+\vec{v}(\mathrm{t})\Delta\mathrm{t} \tag{9}$$

如此，我们可以通过 Matlab 编程来分析每个时间片段的速度、位置矢量，从而描绘出电荷在一段时间内的运动轨迹。需要注意的事项包括：1）时间步长选择应恰当，若选择太长，则会造成较大的误差，若太短，会带来较大的计算开销；2）上述式（4）-（9）均为矢量表达式，在编程时要注意到三个维度上的分量表达。

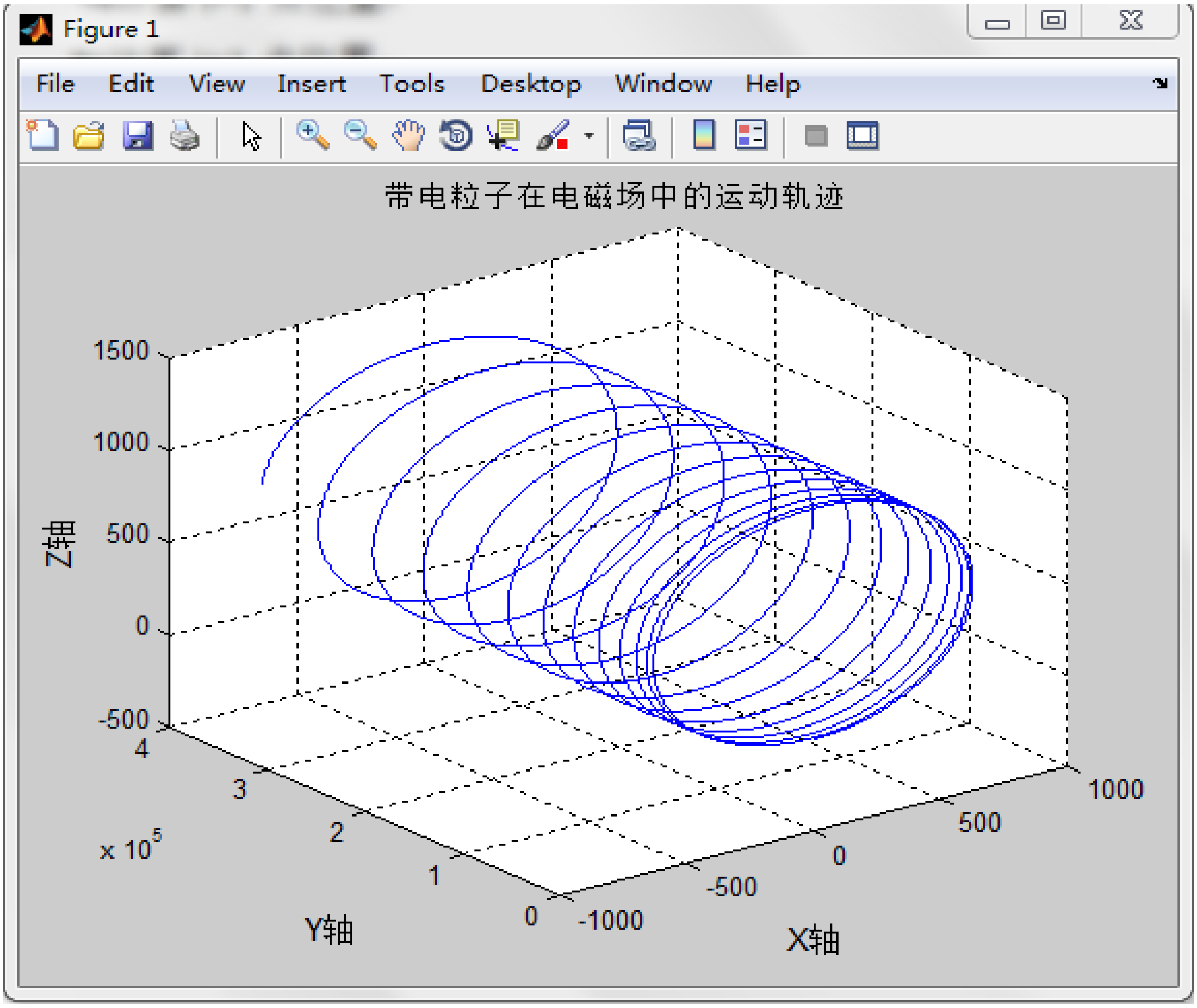
以如下情形为范例，具体介绍分析过程：

情形：电荷质量 m=0.02 kg，所带电荷量 q=0.016 C，初速速度$\overline{v_x}(1)$=5，初始位置$\vec{r}(1)$=0（即位于坐标原点），空间电场强度$\vec{\mathrm{E}} = 1\vec{a}_y\ \mathrm{V}/m$，磁通密度$\vec{\mathrm{B}} = 1\vec{a}_y\ W\mathrm{b/m^2}$。用 Matlab 编程画出该电荷在空间中的运动轨迹。

Matlab 代码：

```
clear all
m=0.02;                                        %给定电荷质量；
q=1.6e-2;                                      %给定电荷电量；
dt=0.001;                                      %设定时间步长为 0.001s；
t=0:dt:100;                                    %建立时间的数组；
vx=linspace(0,0,length(t));vy=vx;vz=vx;        %建立速度矢量；
vx(1)=5;                                       %给定速度矢量初始值
rx=linspace(0,0,length(t));ry=rx;rz=rx;        %给定位置矢量；
Ex=0; Ey=1; Ez=0;                              %给定电场强度矢量；
Bx=0; By=1; Bz=0;                              %给定磁通密度矢量；
Fx=linspace(0,0,length(t));Fy=Fx;Fz=Fx;        %建立力矢量；
ax=linspace(0,0,length(t));ay=ax;az=ax;        %建立加速度矢量；
for i=1:(length(t)-1)                          %计算出每一个位置点
   Fx(i)=q*Ex+q*(vy(i)*Bz-vz(i)*By);           %计算 i 点空间受力
   Fy(i)=q*Ey+q*(vz(i)*Bx-vx(i)*Bz);           %计算 i 点空间受力
   Fz(i)=q*Ez+q*(vx(i)*By-vy(i)*Bx);           %计算 i 点空间受力
   ax(i)=Fx(i)/m;                              %计算 i 点加速度
   ay(i)=Fy(i)/m;                              %计算 i 点加速度
   az(i)=Fz(i)/m;                              %计算 i 点加速度
   vx(i+1)=vx(i)+ax(i)*dt;                     %计算 i+1 点速度
   vy(i+1)=vy(i)+ay(i)*dt;                     %计算 i+1 点速度
```

```
    vz(i+1)=vz(i)+az(i)*dt;                      %计算 i+1 点速度
    rx(i+1)=rx(i)+vx(i)*dt;                      %计算 i+1 点位置
    ry(i+1)=ry(i)+vy(i)*dt;                      %计算 i+1 点位置
    rz(i+1)=rz(i)+vz(i)*dt;                      %计算 i+1 点位置
end
figure
plot3(rx,ry,rz);                                 %绘图
hold on
grid;
title('带电粒子在电磁场中的运动轨迹');             % 给出图形标题
xlabel('X 轴', 'fontsize', 12);                   % X 轴标注
ylabel('Y 轴', 'fontsize', 12);                   % Y 轴标注
zlabel('Z 轴', 'fontsize', 12);                   % Z 轴标注
```



三．实验内容：

用 Matlab 编程分析磁聚焦现象。对于一束发散角不大的带电粒子束，当它们在磁场 **B** 的方向上具有相同的速度分量时，它们的运动轨迹有相同的螺距，在经过一个周期它们将重新会聚在另一点。这种发散粒子束会聚到一点的现象与透镜将光束聚焦现象十分相似，因此叫磁聚焦。

磁聚焦的条件：

（1）各电子初速 v 的大小近似相等；

（2）v 与 B 的夹角足够小，以致每个电子都做螺线运动。

情形：16 个电荷，他们的质量相同 m=0.02 kg，所带电荷量相同 q=0.016 C，初始位置相同 $\vec{r}(1)$=0（即都位于坐标原点），空间电场强度$\vec{\mathrm{E}}=0$，磁通密度$\vec{\mathrm{B}}=8\vec{a}_z\ Wb/\mathrm{m}^2$。这 8 个电荷的初始速度在 z 轴的分量相同 $v_z(1)$=10m/s，他们的初始速度在 x 轴、y 轴的分量可表示为 v_x=0.1sin(kπ/8) m/s，$v_y(0)$=0.1cos(kπ/8) m/s，其中 k=0,1,2,……,15。

四．实验报告大纲：

《电磁场理论》实验四

报告人：****　　　学号：****

一、实验任务描述（摘录实验情形描述）

二、实验内容：Matlab 源代码及实验结果（给出生成的图片及简要分析）

三、实验体会（简要阐述实验发现及收获）