

多孔介质中固体体积分数与颗粒尺度 对流体绝对渗透率的影响

乔太斌¹,杨玉双^{2*},李如如³,白娟娟¹,聂一行¹

(1. 山西大学 理论物理研究所,山西 太原 030006;

2. 澳大利亚联邦科学与工业研究组织,10 号信箱 克莱顿 维多利亚州 3169

3. 山西大学 物理电子工程学院,山西 太原 030006)

摘 要:多孔介质渗透率是影响流体流动的重要因素,对多孔介质渗透率的研究在油气开采、地下水文学等工程技术领域具有实际的应用价值。本文通过在立方体空间中随机填充球形固体颗粒生成不同固体体积分数和颗粒半径的三维多孔介质数值模型。利用格子玻尔兹曼法模拟流体在这些模型中的流动并计算得到不同固体体积分数和颗粒半径下多孔介质模型的渗透率,分析了多孔介质中固体颗粒半径和体积分数对渗透率的影响,并通过数据拟合得到了渗透率关于固体颗粒半径和体积分数的函数关系。通过与二维多孔介质中渗透率关于孔隙率和固体颗粒粒径的函数关系对比,发现在三维多孔介质中,渗透率与固体体积分数和粒径之间具有与二维情况下类似的幂律指数关系。

关键词:多孔介质;渗透率;格子玻尔兹曼法

中图分类号:O469

文献标志码:A

文章编号:0253-2395(2017)01-0092-08

Effect of the Absolute Permeability between Solid Volume Fraction and the Solid Particle Size in Porous Medium Fluid

QIAO Taibin¹, YANG Yushuang^{2*}, LI Ruru³, BAI Juanjuan¹, NIE Yihang¹

(1. *Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*

2. *CSIRO, Private Bag 10, Clayton, Victoria 3169, Australia*

3. *Physical and Electronic Engineering Institute of Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

Abstract: Permeability is an important parameter describing the fluid transport property of porous media. The quantitative knowledge of such property has practical relevance in oil and gas exploitation and ground-water engineering. The porous media is simulated in 3D by random filling of spherical solid grains in a simple-cubic lattice with various bulk solid volume fractions and grain radii. Using a Lattice Boltzmann Method (LBM), the fluid flow is simulated and the permeability has been computed in those porous media, with various values of bulk solid volume fractions and spherical solid grain radii. A quantitative relationship has been derived from the numerical results connecting the bulk permeability, the bulk solid volume fractions and the solid grain radius. The relationship is similar to that in two-dimensions.

Key words: porous media; permeability; lattice boltzmann method

收稿日期:2016-11-10;修回日期:2016-12-26

基金项目:国家 973 计划(2014CB239004);国家自然科学基金(21206087)

作者简介:乔太斌(1991-),男,山西朔州人,硕士研究生,研究领域:凝聚态物理,E-mail:qiaotaibin@126.com

* 通信作者:杨玉双(YANG Yushuang),E-mail:Sam. Yang@csiro.au

0 引言

流体在多孔介质中的流动普遍存在于自然界和工程技术中。对多孔介质渗透率的研究有助于理解流体在多孔介质中的流动,对地下水文学、油气开采工程、化学工程等领域都有着重要的实际应用价值。因此,多孔介质中的流体流动问题吸引了众多学者的关注与兴趣^[1-4]。这类流体的流动行为通常受到多种因素的影响。作为表征多孔介质传导流体能力的重要参数,渗透率主要决定于介质本身的结构特征:诸如孔隙率、固体颗粒尺度与分布方式、孔隙几何特征与分布方式等。

近年来,国内外学者对多孔介质的渗流特性进行了大量研究^[5-6],黄永平^[7]等采用分形布朗运动模型对多孔介质进行定量描述和几何重建,建立了层流条件下多孔介质内部渗流的理论模型并进行了数值模拟,分析了多孔介质内部流场的特性,并给出了孔隙率对多孔介质渗流输运特性的影响;王晨晨^[8]等利用模拟退火法分别建立相应的大孔隙和微孔隙数字岩心,提出一种新的叠加耦合方法,构建能反映不同尺度孔隙特征的碳酸盐岩数字岩心,然后利用格子玻尔兹曼方法(Lattice Boltzmann Method,简称LBM)对数字岩心的渗流特征进行分析。员美娟^[9]等采用二维和三维几何分析法,研究了球形颗粒、立方体颗粒和板状颗粒多孔介质中流体流线的迂曲度,通过考虑粒子重叠、不重叠以及粒子的不同排列等情况,推导出了流体流过多孔介质的迂曲度解析表达式。研究了单毛细管中和多孔介质中幂律流体的渗流分形模型,且分析了渗透率随幂律指数、孔隙率等参数的变化关系。尽管Carman-Kozeny经验公式^[1]给出了渗透率关于孔隙率、毛细管横截面的形状、迂曲度及比面的关系,但是叶礼友^[10]认为在现实中,多孔介质的迂曲度和比面并不容易测量,而组成介质的孔隙率和颗粒粒径是容易获得的。因此,研究渗透率与粒径和孔隙率的关系更有应用价值。

本文通过在立方体空间中随机填充不同半径和数目的球形颗粒,建立了不同固体体积分数和不同固体颗粒尺寸的多孔介质数值模型,利用格子玻尔兹曼方法模拟流体在这些数值模型中的流动行为,通过计算不同数值模型中流体的绝对渗透率,得到了随机分布情形下,不同尺寸球形颗粒及不同固体体积分数对多孔介质渗透率的影响。

1 模拟计算

1.1 多孔介质数值模型建立

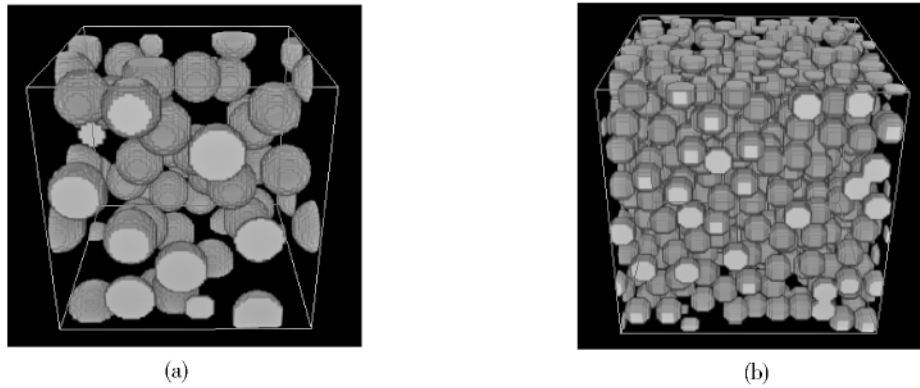
本文所建立的多孔介质数值模型是由 $100 \times 100 \times 100$ 个体元构成的立方体空间,每个体元所代表的物理尺寸是 $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$ 。通过向立方体空间内随机填充相同半径的球形固体颗粒,形成流体渗流的多孔介质空间。在多孔介质空间建立过程中,遵循以下规则:

- 每个固体颗粒半径相同,位置随机分布,所填固体颗粒可以相互接触但不重合;
- 模型中除固体颗粒外其他区域为孔隙;
- 立方体空间内固体颗粒所占总体积比即为固体体积分数,通过改变固体颗粒数目得到不同固体体积分数的多孔介质数值模型;
- 通过改变固体颗粒半径得到不同固体颗粒尺度的多孔介质数值模型,固体颗粒半径以1个像元单位递增,一直到增加到单个固体颗粒即能满足所期望固体体积分数为止。

本文通过DCM软件插件^[11]实现多孔介质模型的建立,并计算出每个模型中实际的固体体积分数。图1(a)、(b)是两个典型的多孔介质数值模型示意图。

为了研究固体体积分数与颗粒尺度对多孔介质渗透率的影响,本文从固体体积分数5%到65%每隔5%作为一个期望固体体积分数建立一组不同固体颗粒半径的多孔介质数值模型。每组模型中固体颗粒以1个像元单位为起始半径,按1个像元单位的步长递增,一直增加到单个固体颗粒即能满足期望固体体积分数为止。在模型实际建立过程中,由于固体颗粒数目为整数且半径按照1个像元单位的整数步长增长,所以实际生成的模型并不能正好满足预先设定的期望固体体积分数。

为了拟合特定固体体积分数的渗透率,在建立数值模型过程中,对半径为 r 的固体颗粒,选取两个最接近期望固体体积分数(下文中表示为 $F_{\text{期}}$)的固体颗粒数目各生成10个数值模型。亦即,对每个目标固体体积分数,每个固体颗粒半径尺度下共建立20个多孔介质数值模型,其中十个数值模型的固体体积分数小于



(a) When the bulk solid volume fraction is 20% and the radius of the solid grain is 10 pixel units;
(b) When the bulk solid volume fraction is 30% and the radius of the solid grain is 5 pixel units

Fig. 1 Schematic of the simulated porous media

- (a) 固体颗粒体积分数为 20%，固体颗粒尺寸为 10 个像元单位的模型空间
(b) 固体颗粒体积分数为 30%，固体颗粒尺寸为 5 个像元单位的模型空间

图 1 多孔介质数值模型示意图

期望固体体积分数,另外十个数值模型的固体体积分数大于期望固体体积分数,两组数值模型中固体颗粒数目相差 1 个。这两组数值模型对应实际固体体积分数分别表示为 $F_{\text{实}n}$ 与 $F_{\text{实}(n+1)}$, n 为固体颗粒数目。由于在生成数值模型过程中所填充固体颗粒个数为整数,当半径依次增大时,在某些期望固体体积分数下,这些半径的固体颗粒由于随机填充,有的生成的模型会偏离期望固体体积分数较大,我们把 $|F_{\text{实}} - F_{\text{期}}| \geq 3\%$ 的多孔介质模型舍去($F_{\text{实}}$ 为实际固体体积分数),这使得在一些期望固体体积分数下,固体颗粒半径增长并不连续。

1.2 多孔介质模型中的流动模拟与渗透率计算

本文采用基于 D3Q19 速度模型的部分渗透格子玻尔兹曼 (PP-LBM) 方法^[11-12] 模拟流体在所建立的多孔介质模型中的流动,模拟计算是通过 DCM 软件的 PP-LBM 插件^[12] 完成的。格子玻尔兹曼法把连续的流体离散为流体粒子,连续的流场空间离散为网格,连续的流动时间离散为等长的时间步。流体粒子之间的相互关系由分布函数 $f_N(q_1, p_1, \dots, q_N, p_N, t)$ 给出。其中 N 表示流体粒子总数, q_i, p_i 分别为第 i 个流体粒子的广义坐标和动量。在对流动模拟的过程中,分布函数沿着流场网格线运动,在格点上按照预定规则进行碰撞。在部分渗透格子玻尔兹曼方法中,流体粒子在每一时间步内经历运移步、碰撞步和多孔介质步:

(1) 运移步

在这一步中,流体粒子沿着速度模型中的设定方向向着最邻近格点运移。运移后的分布函数 f_a^* 由公式 (1) 给出:

$$f_a^*(\mathbf{x} + \mathbf{e}_a \Delta t, t) = f_a(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

其中 $f_a(\mathbf{x}, t)$ 为粒子在方向 α 上的分布函数, \mathbf{x} 为格点中心坐标, t 为时间并以时间步 Δt 前进。 \mathbf{e}_a 是速度模型在 α 方向上的单位速度向量。

(2) 碰撞步

流体粒子经过运移后,在某个格点可能会同时存在两个流体粒子,此时,这两个粒子就会按照一定的规则进行碰撞,具体执行哪种碰撞规则,则取决于该格点所代表的位置。

如果该格点代表流动区域,则碰撞后的分布函数 f_a^{**} 为:

$$f_a^{**}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_a^*(\mathbf{x}, t) + [f_a^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - f_a^*(\mathbf{x}, t)]/\tau, \quad (2)$$

其中, τ 为松弛时间, $f_a^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 为平衡态分布函数。

如果该格点代表流固边界,则流体粒子将执行无滑移反弹:

$$f_a^{**}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_{a'}^*(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

其中, a' 为方向 α 的反方向。

(3) 多孔介质步:

$$f_a(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_a^{**}(\mathbf{x}, t + \Delta t) + [1 - p_f(\mathbf{x})] \cdot [f_a^*(\mathbf{x}, t) - f_a^{**}(\mathbf{x}, t + \Delta t)], \quad (4)$$

其中 p_f 为格点 \mathbf{x} 处的有效渗透比例系数, 格点处为固体时 $p_f=0$, 格点处为孔隙时 $p_f=1$ 。每一格点处的密度, 宏观速度和状态方程为:

$$\rho = \sum_a f_a = \sum_a f_a^{eq}; \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = p_f \cdot \sum_a \mathbf{e}_a f_a = p_f \cdot \sum_a \mathbf{e}_a f_a^{eq}; \quad (6)$$

$$P' = c_s^2 \rho v = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \Delta t. \quad (7)$$

式(7)中 P' 为压强, c_s 为声速且有关系式 $c_s^2 = \frac{1}{3}$ 。 ν 为运动粘性系数, 在后面弛豫时间选取为 $\tau=1$ 。

至此, 一个时间步完成, 模型体积渗透率由公式(8)给出^[13-14]:

$$P = \frac{\mu \cdot \langle p_f \cdot u \rangle}{\nabla P'}, \quad (8)$$

其中 P 是体积渗透率, $\nabla P'$ 为流体流动方向上的压力梯度, μ 为流体的动态粘性系数, $\langle p_f \cdot u \rangle$ 是流体在流动区域的平均速度。流体在方形通道中流动。在流体流动两端采用压力边界条件产生恒定压强差, 来驱动流体的流动, 压强差是 1.5×10^{-5} pa。在流体进出口方向上采用周期边界条件, 其余四周为无滑移反弹边界条件, 流体为不可压缩流体。流体的密度 $\rho=10^3$ kg/m³, 动态粘性系数 $\mu=10^{-3}$ kg/m · s, 经过一定的时间步后, 流体流动将趋于稳定, 本文具体模拟过程中, 当满足公式(9)的条件时, 认为流动达到稳定状态。

$$\sum_t \frac{\|P(t) - P(t-1)\|}{\|P(t)\|} < 10^{-5}, \quad (9)$$

其中, $P(t)$ 表示在经过第 t 个时间步后, 根据公式(8)计算得到的模型体积渗透率。

2 渗透率数值结果及分析

本文利用格子玻尔兹曼方法对每个固体体积分数下不同固体颗粒尺寸对应的多孔介质模型中的流体流动进行了数值模拟, 得到了每个模型中的流动速度分布, 根据公式(8)计算出渗透率, 然后对十个模型分别计算得到的渗透率取平均值。表 1 所示为固体体积分数为 5% 时渗透率随固体颗粒半径变化情况; 表 1 中 P_n 为在实际固体体积分数为 $F_{\text{实}n}$ 时对所生成十个模型计算得到的渗透率平均值, $P_{(n+1)}$ 为在实际固体体积分数为 $F_{\text{实}(n+1)}$ 时对所生成十个模型计算得到的渗透率的平均值。

表 1 固体体积分数期望值为 5% 时渗透率随固体颗粒半径变化情况

Table 1 Simulated bulk solid volume fractions and permeability vs solid grain radius when the expectation value of the bulk solid volume fraction is 5%

固体颗粒 半径 $r(1 \mu\text{m})$	固体体积分数 期望值 $F_{\text{期}}(\%)$	实际固体体积分数 $(\%)$		平均渗透率(达西)	
		$F_{\text{实}n}$	$F_{\text{实}(n+1)}$	P_n	$P_{(n+1)}$
2	5	4.981 5	5.000 4	9.66	9.60
3	5	4.994 1	5.003 4	19.84	20.20
4	5	4.994 9	5.020 0	38.49	37.95
5	5	4.995 5	5.044 0	57.01	55.72
6	5	4.922 5	5.012 0	86.77	83.34
7	5	4.914 0	5.050 5	105.95	106.58
8	5	4.836 9	5.047 2	135.57	132.94
9	5	4.750 4	5.047 3	170.67	175.82
10	5	4.966 8	5.380 7	203.02	183.12
11	5	4.947 3	5.497 0	239.84	212.26
12	5	4.986 1	5.698 4	276.67	237.87
13	5	4.583 6	5.455 8	349.03	269.45
14	5	4.583 6	5.729 5	401.79	305.01
15	5	4.199 1	5.598 8	426.89	340.14
16	5	3.414 2	5.121 3	560.05	429.99

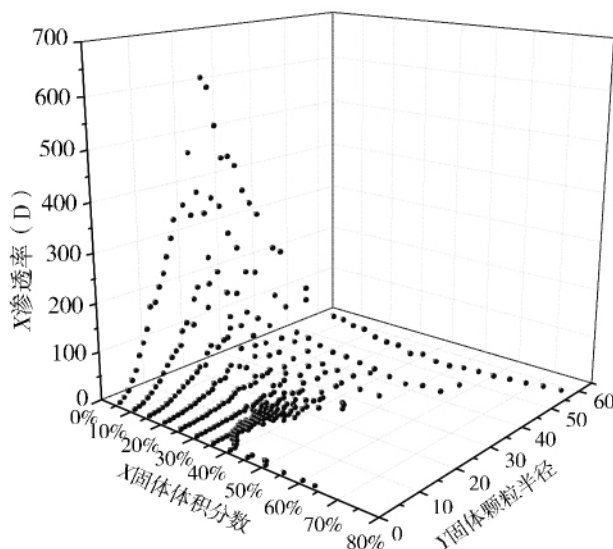


Fig. 2 Computed permeability vs the bulk solid volume fraction and solid grain radius

图 2 不同固体体积分数和不同固体颗粒半径下渗透率分布

图 2 是多孔介质模型渗透率随固体体积分数和固体颗粒半径变化情况。从图 2 中可以看到,随着固体体积分数的增加模型渗透率明显减小,随着固体颗粒半径的增大,模型渗透率明显增大。当固体体积分数大于 20% 后渗透率随着固体颗粒半径的增大,增速明显变缓。当固体体积分数小于 20% 时,固体体积分数和固体颗粒半径的改变对渗透率的影响较为明显。

为了得到渗透率关于固体体积分数和颗粒尺寸的函数关系,本文对固体体积分数介于 15%—63% 的数据进行了函数拟合,拟合结果如图 3 所示。由图 3 可得到多孔介质模型渗透率与固体颗粒半径及固体体积分数的关系近似满足公式(10)。

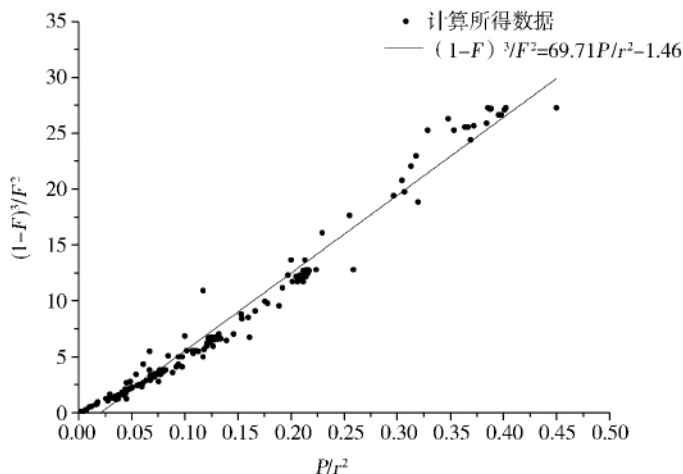


Fig. 3 Numerical relationship between permeability (P), the bulk solid volume fraction (F) and grain radius (r). The unit for P is Darcy and the unit for r is micron

图 3 多孔介质模型渗透率与固体体积分数及粒径的关系

图中 P 表示渗透率,单位为达西(D); r 为固体颗粒半径,单位为微米, F 为固体体积分数

$$P = \frac{(1-F)^3 r^2}{69.71 F^2}, \quad (10)$$

其中 P 为多孔介质模型渗透率, F 为固体体积分数, r 为固体颗粒半径。 $Kuwahara$ 等人^[15-16]和叶礼友等人^[10,17]在对规则填充的方形颗粒多孔介质模型渗透率的研究中也得到了类似的关系:

$$P = \frac{\phi^3 R^2}{n(1-\phi)^2}, \quad (11)$$

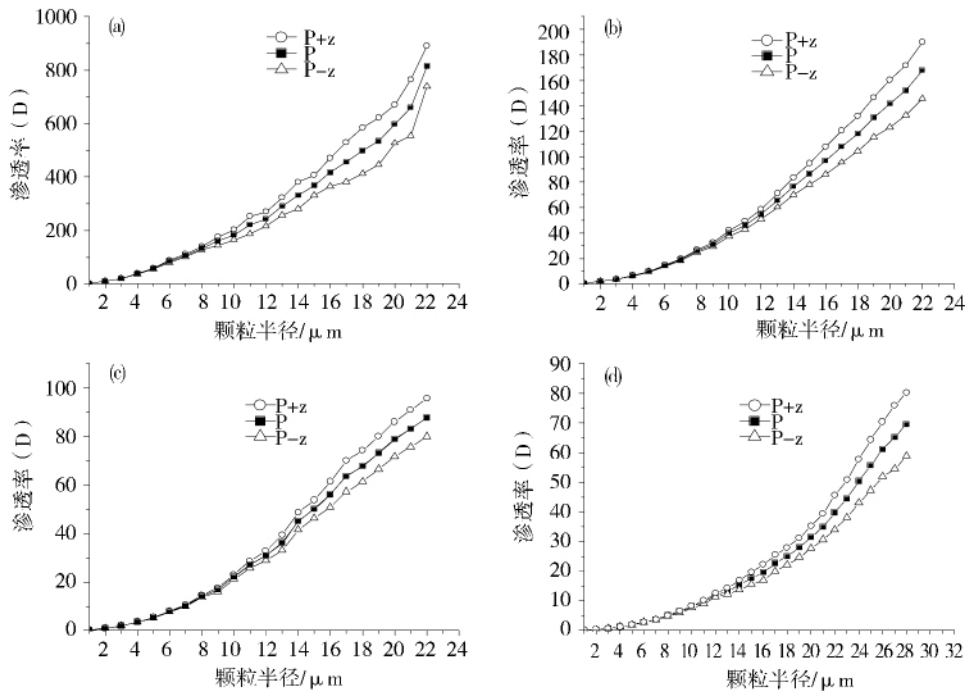
其中, P 为渗透率, ϕ 为孔隙率, R 为方形颗粒内切圆半径, n 为拟合常数。公式(10)和(11)具有相似的幂律指数和形式, 主要差别在于公式中的拟合常数不同。造成这一差异的原因主要在于叶礼友等人所建立的多孔介质模型是由规则排列的方形颗粒构成的二维平面, 而本文所建立的模型是在三维条件下, 颗粒为随机分布的球形颗粒。公式(10)中的 r 表示固体颗粒半径而公式(11)中的 R 表示方形颗粒的内切圆半径。通过对比公式(10)和公式(11), 说明在三维球形颗粒随机填充的多孔介质中, 渗透率与固体颗粒半径和固体体积分数之间具有与二维多孔介质中相似的幂律指数关系。

2.1 颗粒尺寸对渗透率的影响

由于生成模型的实际固体体积分数并不等于期望固体体积分数(如表 1 所示), 为得到期望固体体积分数下相应固体颗粒半径渗透率数值, 我们采用公式(12)对期望固体体积分数 $F_{\text{期}}$ 对应的渗透率 P 进行了线性拟合。

$$P = \frac{(P_n - P_{n+1})(F_{\text{期}} - F_{\text{实}(n+1)})}{F_{\text{实}n} - F_{\text{实}(n+1)}} + P_{n+1}. \quad (12)$$

为了研究固体颗粒不同分布方式对渗透率的影响, 在每个固体体积分数下, 我们对随机填充的十个模型渗透率计算了平均值, 并引入标准差(z)体现十次测量中由于固体颗粒随机分布引起的渗透率波动情况。



(a) When the bulk solid volume fraction is 5%; (b) when the bulk solid volume fraction is 15%;
(c) when the bulk solid volume fraction is 20%; (d) when the bulk solid volume fraction is 30%

Fig. 4 Permeability vs solid grain radius

a. 固体体积分数为 5%, b. 固体体积分数为 15%, c. 固体体积分数为 20%, d. 固体体积分数为 30%

图 4 不同固体体积分数下, 渗透率随固体颗粒半径增大的变化曲线

图 4 为不同体积分数下, 渗透率随固体颗粒半径增大的变化情况。从图中可以看到, 一方面, 固体体积分数一定时渗透率随固体颗粒半径的增大而增大; 另一方面, 随着固体颗粒半径的增大, 固体颗粒位置的不同分布情况对渗透率的影响也在增大。这是因为: 当固体体积分数一定时, 固体的总量不变, 随着固体颗粒半径增大, 固体颗粒个数在减少。虽然模型中固体体积分数不变, 但孔隙尺度增大, 导致对应模型渗透率增大; 而随固体颗粒半径的增大, 固体颗粒位置的不同分布对模型的空间结构、流动通道的影响也在增大, 这导致了固体颗粒半径增大时, 固体颗粒随机分布所形成的多孔结构模型渗透率的波动情况变得更加明显, 此外, 当固体颗粒半径增大时, 固体颗粒个数减少, 这使得统计效果变差。

2.2 固体体积分数对渗透率的影响

固体体积分数对渗透率的影响,先控制固体颗粒半径不变,改变固体体积分数(通过增加固体颗粒个数控制),计算出渗透率大小,再分析渗透率的变化规律。为避免随机分布的结构所带来的影响,每个数值都在相同条件下测量十次并取平均值。图5是渗透率与固体体积分数的关系,横轴表示固体体积分数,纵轴表示渗透率大小,每条不同形状的点所连成的折线代表不同半径下固体颗粒的渗透率随固体体积分数变化的折线图。从图中可以看出,对不同固体颗粒半径,模型渗透率都随固体体积分数的增大而减小。固体体积分数小于20%时,渗透率随固体体积分数增大而减小的明显,固体体积分数大于20%后,曲线的斜率变小。这是因为:固体颗粒半径一定时,固体体积分数增大,固体颗粒个数增多使得模型中孔隙率变小,流体通道迂曲度增加,从而使得渗透率降低。在固体体积分数增大后,模型渗透率本身已经很小,固体体积分数和粒径对渗透率绝对值的影响变小。

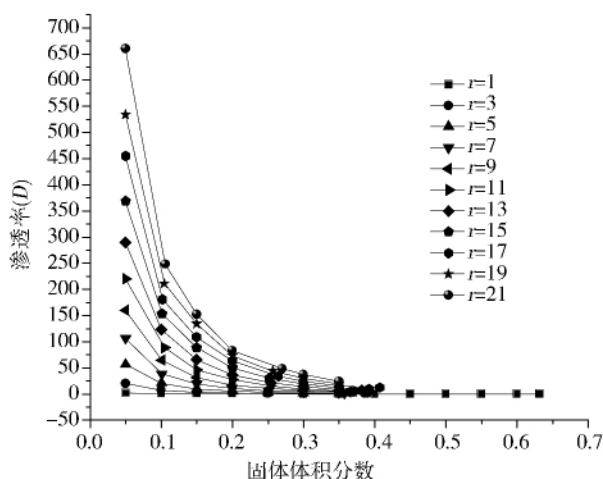


Fig. 5 Bulk permeability vs bulk solid volume fraction for various grain radius

图5 不同颗粒尺寸下,渗透率随固体体积分数的变化情况:不同的折线表示半径不同的固体颗粒,单位(μm)

3 结论

本文通过在立方体空间中填充球形固体颗粒生成不同固体体积分数和固体颗粒半径的三维多孔介质数值模型。利用格子玻尔兹曼法模拟不可压缩流体在这些模型中的流动,并计算得到不同模型的渗透率。通过对不同模型渗透率的统计分析,主要得到以下结论:

(1)在固体颗粒半径一定时,多孔介质模型的渗透率随着固体体积分数的增大而减小。固体体积分数一定时,模型渗透率随着固体颗粒粒径的增大而增大。当固体体积分数较小时,渗透率受到固体体积分数和固体颗粒半径的影响更为明显。

(2)通过对固体体积分数介于15%—63%的模型渗透率进行函数拟合,本文得到了渗透率关于固体体积分数和固体颗粒半径之间的函数关系。

(3)在固体体积分数和固体颗粒半径一定时,固体颗粒位置的分布方式会对模型的渗透率产生影响。固体体积分数一定时,随着固体颗粒半径的增大,多孔介质模型渗透率随固体颗粒位置的分布形式波动更为明显。本文的研究结果不仅有助于理解多孔介质中流体的输运方式,而且对油气开采等工程技术领域具有实际的参考价值。

参考文献:

- [1] 李竞生,陈崇希. 多孔介质流体动力学[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1983,15-36.
- [2] 王世芳,吴涛,邓永菊,等. 多孔介质渗透率的一种新分形模型[J]. 力学季刊,2016,2:293-301.
- [3] Von Rosenberg D U. Mechanics of Steady State Single-phase Fluid Displacement from Porous Media[J]. *AIChE Journal*, 1956,2(1):55-58. DOI:10.1002/aic.690020111.
- [4] YU B, CHENG P. A Factual Permeability Model for bi-dispersed Porous Media[J]. *International Journal of Heat and*

Mass Transfer, 2002, **45**:2983-2993.

- [5] YU B. Analysis of Flow in Fractal Porous Media[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2008, **61**:050801.
- [6] 陈永平,施明恒. 基于分形理论的多孔介质渗透率的研究[J]. *清华大学学报:自然科学版*, 2000, **12**:94-97. DOI:10. 3321/j. issn:1000-0054. 2000. 12. 026.
- [7] 黄永平,张程宾. 多孔介质渗流行为的数值模拟研究[J]. *建筑热能通风空调*, 2016, **4**:38-42. DOI:10. 3969/j. issn. 1003-0344. 2016. 04. 010.
- [8] 王晨晨,姚军,杨永飞,等. 基于格子玻尔兹曼方法的碳酸盐岩数字岩心渗流特征分析[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2012, **36**(6):94-98. DOI:10. 3969/j. issn. 1673-5005. 2012. 06. 017.
- [9] 员美娟. 多孔介质中流体的若干流动特性研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2008. DOI:10. 7666/d. d065801.
- [10] 叶礼友. 基于 N-S 方程的多孔介质微观渗流数值模拟[D]. 武汉:武汉工业学院, 2008. DOI:10. 7666/d. d051297.
- [11] Sam Yang, Clement Chu, John Taylor, DCM-A Software Platform for Advanced 3D Materials Modelling, Characterisation and Visualization[J]. *CSIRO Data Access Portal*, 2016, DOI:10. 4225/08/580efc497c043.
- [12] Li Ruru, Clement Chu, Sam Yang, *et al*. DCM Plugin for Partially Percolating LBM Single Phase Flow[J]. *CSIRO Data Access Portal*, 2014, DOI:10. 4225/08/560C8B429426D.
- [13] 李如如,杨玉双,潘晋孝,等. 部分渗透格子玻尔兹曼流动及渗透率模拟计算[J]. *山西大学学报(自然科学版)*, 2015, **2**:289-297. DOI 10. 13451/j. cnki. shanxi. univ(nat. sci.). 2015. 02. 015.
- [14] LI Ruru, YANG Sam, PAN Jinxiao, *et al*. Lattice Boltzmann modeling of Permeability in Porous Materials with Partially Percolating Voxels[J]. *Physical Review E*, 2014, **90**(033301); DOI: 10. 1103/PhysRevE. 90. 033301.
- [15] Sabri Ergun, Fluid flow Through Packed Columns[J]. *Chemical Engineering Progress*, 1952, (48):89-94.
- [16] Kuwahara Fujio, Takahiro Umemoto, Nakayama Akira. A Macroscopic Momentum Equation for Flow in Porous Media of Dual Structure[J]. *Proceeding of Japan Chemical Society*, 2000, **26**(6):837-841.
- [17] Ye Liyou, Liu Jianjun, Xue Qiang, *et al*. Numerical Simulation of Microcosmic Flow in Fracture-cavity Carbonate Reservoir based on N-S Equation[J]. *Journal of China University of Geosciences, Sp. Iss. SI, JUN*, 2007(18):510-512.