- 1. Доказать, что в афинном пространстве  $\mathcal{C}$ , равном декартову произведению афинных пространств  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ , выполняется аксиома линейной независимости векторного пространства.
- 2. Рассмотрим афинное пространство  $\mathcal{A}$  и множество  $\mathcal{A} * \mathbb{R}$ . Сопоставим элементам этого множества прямые, которые проходят через начало координат и соответствующие точки. Докажите, что существует множество, биективное нашему, у которого выполняются свойства:
  - аксиоматики геометрии Римана
  - аксиоматики аффинного пространства (придумайте, что такое вектор, докажите, что всё хорошо. Видимо, можно сказать так: пусть у нас есть прямые p и q. Рассмотрим плоскость, задающуюся p, q и началом координат. Рассмотрим пересечение этой плоскости с плоскостью ( $\mathcal{A}$ , 1). Скажем, что это множество это вектор между p и q).

Нас ещё где-то обманули (?), я не понял, про что он

- 3. Докажите, что «считаем |ad| + |bc|, умножаем на  $4\epsilon$ . Считаем ad bc. Если первое число меньше второго, то мы можем посчитать знак определителя» работает для матриц произвольного размера.
- 4.  $\mathbb{R}^2$  Дан треугольник  $a_1, a_2, a_3$  (радиус-вектора) и точка q в нём. Докажите, что q лежит в треугольнике тогда и только тогда, когда коэффициенты в разложении q по базису  $(a_3-a_1), (a_2-a_1), a_1$  неотрицательны.
- 5. Докажите, что в невыпуклом четырёхугольнике диагональ в невыпуклый угол хорошая. (что описанная окружность вокруг одного из треугольников не содержит противолежащей точки)
- 6. Докажите, что если мы, флипая, спустились в локальный минимум, и он не глобальный, тогда найдётся какое-то странное хорошее ребро, которое не хорошее?)
- 7. Как-нибудь красиво оцените величину  $(1-p^k)^n (1-p^{k-1})^n$  так, чтобы матожидание этой величины по всем k было  $\mathcal{O}(\log(n))$
- 8. Давайте посчитаем матожидание количества конфликтов при построении выпуклой оболочки.

$$E_c = \sum_{v \in CH} p * (c_{lv} + c_{rv}) = p * 2N$$

Докажите, что  $E_c = \mathcal{O}(n \log n)$ 

- 9. Оцените число вершин в выпуклой оболочке, если они равномерно распределены
  - в квадрате
  - в окружности
  - на сфере
- 10. inplace convex hull for polygonal line in  $\mathcal{O}(n)$
- 11. 3D Chan
- 12. 3D Jarvis
- 13. Пусть все полуплоскости содержат точку p. Сдвинем p в (0,0,0). Покажите, что, после того, как вы посчитали выпуклую оболочку Грэхемом, то все полуплоскости оболочки смотрят в одну сторону (не надо мержить верхнюю и нижнюю огибающую)
- 14. Докажите, что в Quick Hull для d-мерного пространства матожидание количества действий равно  $n \log n$