1. Доказать, что в афинном пространстве $\mathcal{C}$, равном декартову произведению афинных пространств $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, выполняется аксиома линейной независимости векторного пространства.

2. Рассмотрим афинное пространство $\mathcal{A}$ и множество $\mathcal{A} * \mathbb{R}$. Сопоставим элементам этого множества прямые, которые проходят через начало координат и соответствующие точки. Докажите, что существует множество, биективное нашему, у которого выполняются свойства:

   - аксиоматики геометрии Римана
   - аксиоматики аффинного пространства (придумайте, что такое вектор, докажите, что всё хорошо. Видимо, можно сказать так: пусть у нас есть прямые p и q. Рассмотрим плоскость, задающуюся p, q и началом координат. Рассмотрим пересечение этой плоскости с плоскостью $(\mathcal{A}, 1)$. Скажем, что это множество — это вектор между p и q).

   Нас ещё где-то обманули (?), я не понял, про что он

3. Докажите, что «считаем $|ad| + |bc|$, умножаем на 4ϵ. Считаем $ad - bc$. Если первое число меньше второго, то мы можем посчитать знак определителя» работает для матриц произвольного размера.

4. $\mathbb{R}^2$ Дан треугольник a_1, a_2, a_3 (радиус-вектора) и точка q в нём. Докажите, что q лежит в треугольнике тогда и только тогда, когда коэффициенты в разложении q по базису $(a_3 - a_1), (a_2 - a_1), a_1$ неотрицательны.

5. Докажите, что в невыпуклом четырёхугольнике диагональ в невыпуклый угол хорошая. (что описанная окружность вокруг одного из треугольников не содержит противолежащей точки)

6. Докажите, что если мы, флипая, спустились в локальный минимум, и он не глобальный, тогда найдётся какое-то странное хорошее ребро, которое не хорошее?)

7. Как-нибудь красиво оцените величину $(1 - p^k)^n - (1 - p^{k-1})^n$ так, чтобы матожидание этой величины по всем k было $\mathcal{O}(log(n))$

8. Давайте посчитаем матожидание количества конфликтов при построении выпуклой оболочки.

   $$E_c = \sum_{v \in CH} p * (c_{lv} + c_{rv}) = p * 2N$$

   Докажите, что $E_c = \mathcal{O}(n \log n)$

9. Оцените число вершин в выпуклой оболочке, если они равномерно распределены

   - в квадрате
   - в окружности
   - на сфере

10. inplace convex hull for polygonal line in $\mathcal{O}(n)$

11. 3D Chan

12. 3D Jarvis

13. Пусть все полуплоскости содержат точку p. Сдвинем p в $(0, 0, 0)$. Покажите, что, после того, как вы посчитали выпуклую оболочку Грэхемом, то все полуплоскости оболочки смотрят в одну сторону (не надо мержить верхнюю и нижнюю огибающую)

14. Докажите, что в Quick Hull для d-мерного пространства матожидание количества действий равно $n \log n$

15. Докажите, что операция поиска в skip quadtree работает в среднем за $\log n$ (оцените глубину спуска на каждом уровне, там $\mathcal{O}(1)$).

16. Докажите, что в версии персистентного дерева поиска с двумя указателями `next` амортизированно на каждую операцию будет добавляться $\mathcal{O}(1)$ новых вершин.