

2021-2022 学期 数值分析与算法 课程作业

第三章 最佳逼近

- 1、求 $f(x) = \ln x$ 在 $[1, 4]$ 上的一次最佳一致逼近多项式，并估计误差。
- 2、求 $f(x) = 3x^4 + 8x^3 + 3$ 在 $[0, 1]$ 上的三次最佳一致逼近多项式。
- 3、 $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x$ ，在 $[-1, 1]$ 上按勒让德多项式展开求三次最佳平方逼近多项式。
- 4、求在 $[1, 3]$ 上与 $\frac{1}{x}$ 平方逼近误差最小的首项系数为 -1 的一次多项式。
- 5、(1) 试证明偶函数的最佳一致逼近函数也为偶函数。
(2) 分别求 $e^{|2x|}$ 在 $[-1, 1]$ 上的 (1) ≤ 1 次的最佳一致逼近多项式；(2) ≤ 2 次的最佳一致逼近多项式；(3) ≤ 3 次的最佳一致逼近多项式。如果求解过程需要求解超越方程，不需求出具体数值。
- 6、用 Lagrange 插值余项极小化方法，通过切比雪夫多项式的性质，求 $f(x) = e^{-x}$ 在 $[0, 1]$ 上的三次近似最佳一致逼近多项式，使其误差不超过 $\frac{1}{2} \times 10^{-3}$ 。